سنتطرق من خلال هذا الفصل إلى العناصر التالية:

أولا- التوزيع التكراري للمتغير الإحصائي المنفصل (المتقطع).
ثانيا- التوزيع التكراري للمتغير الإحصائي المتصل (المستمر).
ثالثا- التوزيع التكراري للمتغير الإحصائي الكيفي.
رابعا- دراسة قضية التمركز.

أولا- التوزيع التكراري للمتغير الإحصائي المنفصل (المتقطع).

1- التوزيع التكراري المطلق والنسبي وتمثيلهما البياني:

أ- التوزيع التكراري المطلق:

هو عبارة عن جدول يحتوي في صورته البسيطة على العناصر التالية:

أ-1- قيم المتغير الإحصائي:

وتتمثل في مختلف القيم التي يمكن أن يأخذها المتغير الإحصائي المدروس مرتبة ترتيبا تصاعديا وتظهر في العمود الأول ونرمز لها بالرمز X_i.

أ-2- التكرار المطلق: وهو يمثل عدد المرات التي تتكرر فيها نفس القيمة ونرمز له بالرمز n_i.

مثال1: البيانات التالية تمثل عدد الغرف في المسكن الواحد لعينة من 50 مسكن ببلدية سطيف.

5	2	4	3	3	6	3	2	4	4
2	2	4	3	7	5	4	8	7	4
3	4	7	3	5	2	8	4	3	6

3	4	3	6	3	6	4	2	5	4
2	3	3	5	4	1	5	3	4	2

المطلوب: أنشئ جدول التوزيع التكراري واشرح كل من n_2 و n_4.

حل المثال1:

1، 22222222، 3333333333333، 4444444444444، 555555، 6666، 777، 88.

عدد الغرف (قيم المتغير) X_i	عدد المساكن (التكرار) n_i
1	1
2	8
3	13
4	13
5	6
6	4
7	3
8	2
المجموع $\sum n_i$	50

الشرح:

$n_2 = 8$: هناك 8 مساكن من بين 50 مسكنا عدد الغرف فيها يساوي 2.

$n_4 = 13$: هناك 13 مساكن من بين 50 مسكنا عدد الغرف فيها يساوي 4.

ملاحظة:

مجموع التكرارات n_i دائما يساوي حجم العينة n أي $\sum n_i = n$

ب- التوزيع التكراري النسبي:

هو حاصل قسمة التكرار المطلق لكل قيمة من قيم المتغير الإحصائي المتقطع على مجموع التكرارات

$$f_i = \frac{n_i}{\sum n_i}$$

أما التكرار النسبي المئوي فهو عبارة عن التكرار النسبي مضروبا في مائة: $f_{i\%} = \frac{n_i}{\sum n_i} \times 100$

مثال2:

بالعودة إلى المثال1، نقوم بحساب التكرارات النسبية كما يلي:

عدد الغرف X_i	عدد المساكن n_i	f_i	$f_{i\%}$
1	1	0,02	02
2	8	0,16	16
3	13	0,26	26
4	13	0,26	26
5	6	0,12	12
6	4	0,08	08
7	3	0,06	06
8	2	0,04	04
المجموع $\sum n_i$	50	1	100

الشرح:

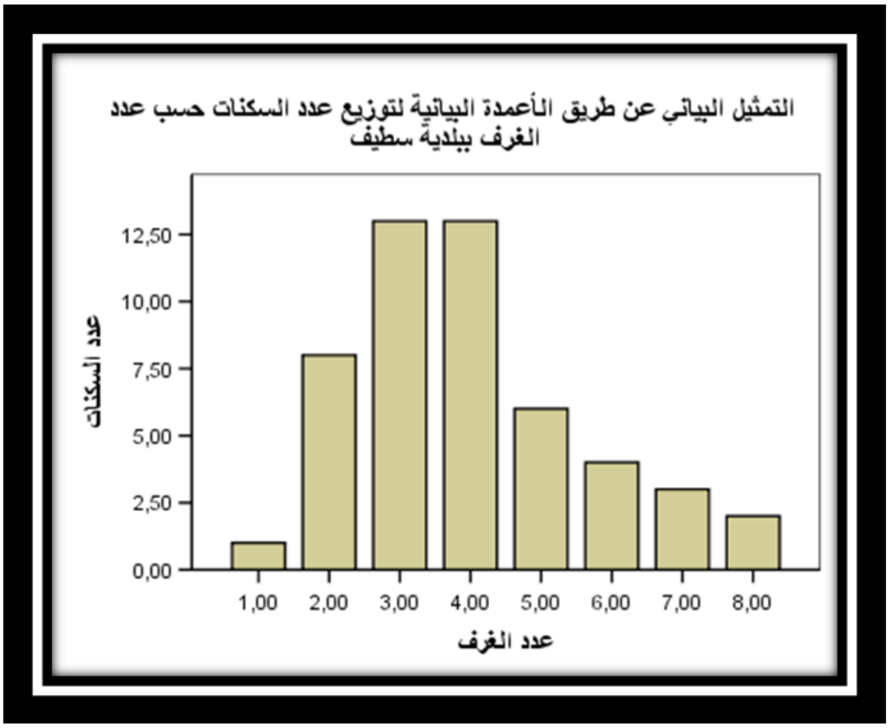
$f_2 = 0.16$: هناك 16% من المساكن عدد الغرف فيها يساوي 2.

$f_{4\%} = 26\%$: هناك 26% من المساكن عدد الغرف فيها يساوي 4.

ج- التمثيل البياني للتوزيع التكراري المطلق والنسبي:

يمثل التكرار المطلق أو النسبي للمتغير الإحصائي المتقطع عن طريق الأعمدة البيانية، حيث يتناسب طول العمود مع التكرار المطلق أو النسبي الموافق له.

- التمثيل البياني للمثال1:



2- التوزيع التكراري التجميعي الصاعد والنازل وتمثيلهما البياني:

أ- التوزيع التكراري التجميعي الصاعد:

أ-1- التوزيع التكراري التجميعي الصاعد المطلق $N_i^{\uparrow}$: $N_k^{\uparrow} = n_1 + n_2 + \cdots + n_k = \sum_{i=1}^{k} n_i$

أ-2- التوزيع التكراري التجميعي الصاعد النسبي $F_i^{\uparrow}$: $F_i^{\uparrow} = \frac{N_i^{\uparrow}}{\sum n_i}$

أ-3- التوزيع التكراري التجميعي الصاعد النسبي المئوي $F_i^{\uparrow}\%$: $F_i^{\uparrow}\% = \frac{N_i^{\uparrow}}{\sum n_i} \times 100$

- ملاحظة:

التكرار المتجمع الصاعد المطلق الأول يساوي دائما التكرار المطلق الأول، والتكرار المتجمع الصاعد المطلق الأخير يساوي دائما مجموع التكرارات.

ب- التوزيع التكراري التجميعي النازل:

ب-1- التوزيع التكراري التجميعي النازل المطلق $N_i^{\downarrow}$:

$$N_k^{\downarrow} = n - n_1 - \cdots - n_{k-1} = n - \sum_{i=1}^{k-1} n_i$$

ب-2- التوزيع التكراري التجميعي النازل النسبي $F_i^{\downarrow}$:

$$F_i^{\downarrow} = \frac{N_i^{\downarrow}}{\sum n_i}$$

ب-3- التوزيع التكراري التجميعي النازل النسبي المئوي $F_i^{\downarrow}\%$:

$$F_i^{\downarrow}\% = \frac{N_i^{\downarrow}}{\sum n_i} \times 100$$

- ملاحظة:

التكرار المتجمع النازل المطلق الأول يساوي دائما مجموع التكرارات، والتكرار المتجمع النازل الأخير يساوي دائما التكرار المطلق الأخير.

مثال3:

بالعودة إلى بيانات المثال1، أحسب كلا من:

$N_i^{\uparrow}$، $N_i^{\downarrow}$، $F_i^{\uparrow}$، $F_i^{\downarrow}$، $F_i^{\uparrow}\%$، $F_i^{\downarrow}\%$ ، ثم فسر كلا من: $N_2^{\uparrow}$، $N_5^{\downarrow}$، $F_2^{\uparrow}\%$، $F_5^{\downarrow}\%$

عدد الغرف X_i	عدد المساكن n_i	$N_i^{\uparrow}$	$N_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow}$	$F_i^{\downarrow}$	$\%F_i^{\uparrow}$	$\%F_i^{\downarrow}$
1	1	1	50	0,02	1	2	100
2	8	9	49	0,18	0,98	18	98
3	13	22	41	0,44	0,82	44	82
4	13	35	28	0,70	0,56	70	56
5	6	41	15	0,82	0,30	82	30
6	4	45	9	0,90	0,18	90	18
7	3	48	5	0,96	0,10	96	10
8	2	50	2	1	0,04	100	4
المجموع $\sum n_i$	50	/	/	/	/	/	/

الشرح:

$N_2^{\uparrow} = 9$: هناك 9 مساكن من بين 50 مسكنا عدد الغرف فيها أقل أو يساوي 2.

$N_5^{\downarrow} = 15$: هناك 15 مسكنا من بين 50 مسكنا عدد الغرف فيها أكبر أو يساوي 5.

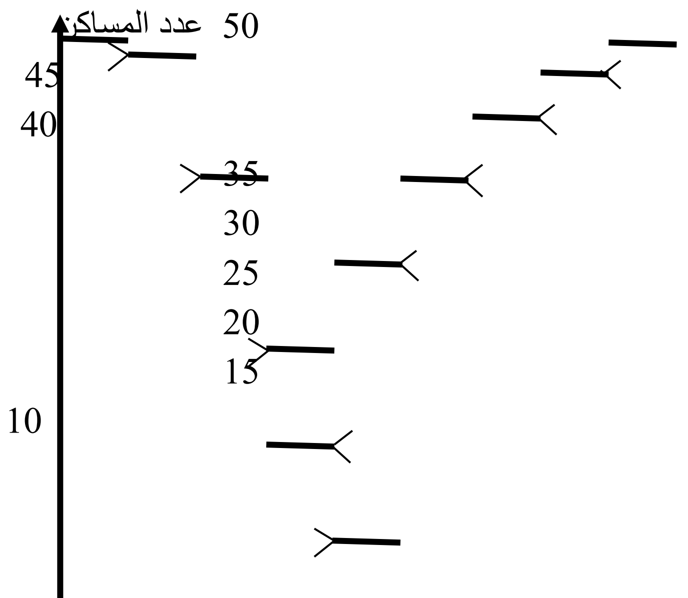
$F_2^{\uparrow}\% = 18\%$: هناك 18% من المساكن عدد الغرف فيها أقل أو يساوي 2.

$F_5^{\downarrow}\% = 30\%$: هناك 30% من المساكن عدد الغرف فيها أكبر أو يساوي 5.

ج- التمثيل البياني للتوزيع التكراري التجميعي الصاعد والنازل:

يمثل التكرار الصاعد والنازل المطلق أو النسبي للمتغير الإحصائي المتقطع عن طريق المنحنى المتجمع الصاعد والنازل.

- التمثيل البياني عن طريق المنحنى المتجمع الصاعد والنازل للمثال1:



5

عدد الغرف	8	7	6	5	4	3	2	1	0

ثانيا- التوزيع التكراري للمتغير الإحصائي المتصل (المستمر).

1- تحديد الفئات:

عند دراسة متغير كمي مستمر يضم مجال الدراسة فيه ما لانهاية من القيم فإننا نقسم هذا المجال إلى مجالات جزئية تسمى الفئات، حيث يحدد عدد هذه الفئات حسب حجم العينة وحسب توزيع الوحدات الإحصائية على مجال الدراسة، لكن وقصد تسهيل العملية وضع ستورجس (Sturges) قاعدة تجريبية لحساب طول الفئات، حيث تعتمد هذه القاعدة على مجال الدراسة وحجم المجتمع أو العينة.

$$K = \frac{E}{1+3,322\ log(n)}$$ اللوغاريتم العشري

أو: $$K = \frac{E}{1+1,322\ ln(n)}$$ اللوغاريتم النيبري

حيث: n: حجم العينة أو المجتمع.

E: المدى العام وهو الفرق بين أكبر قيمة وأقل قيمة $E = Max(X_i) - Min(X_i)$

ملاحظة:

من الأحسن اختيار طول الفئة من الأعداد التي يمكن التعامل معها بسهولة، ونحبذ أن يكون طول الفئة عددا تاما وزوجيا.

2- جدول التوزيع التكراري لمتغير إحصائي مستمر:

بعد تحديد الفئات نقوم بإنشاء جدول التوزيع التكراري الذي يتكون من:

- الفئات وتظهر في العمود الأول.
- مركز الفئة C_i ويظهر في العمود الثاني ويحسب بالعلاقة: $C_i = \frac{Lim_{sup}+Lim_{inf}}{2}$
- التكرار المطلق n_i: هنا نشير إلى أنه يجب أن تنتمي كل مشاهدة إلى فئة واحدة فقط.
- التكرار النسبي f_i والتكرار النسبي المئوي $f_i\%$.
- التكرار التجميعي الصاعد المطلق $N_i^{\uparrow}$ والنازل المطلق $N_i^{\downarrow}$
- التكرار التجميعي الصاعد النسبي $F_i^{\uparrow}$، والصاعد النسبي المئوي $F_i^{\uparrow}\%$.
- التكرار التجميعي النازل النسبي $F_i^{\downarrow}$، والنازل النسبي المئوي $F_i^{\downarrow}\%$.

ملاحظة: يتم حساب التكرارات السابقة بنفس الطريقة المذكورة في المتغير الكمي المتقطع.

مثال4:

البيانات التالية تمثل أوزان 60 طالبا بالكيلوغرام في أحد أقسام الـــــــــــــ: LMD بكلية العلوم الاقتصادية وعلوم التسيير بجامعة سطيف:

67	64	68	73	73	54	61	74	60	78
80	74	65	63	60	69	72	66	77	65
74	50	76	69	68	66	78	63	70	55
67	67	64	76	61	72	72	57	65	77
59	71	79	78	58	63	74	66	73	67
61	71	69	68	73	81	64	61	84	55

المطلوب: كون جدول التوزيع التكراري واحسب كلا من: $N_i^{\uparrow}$، $N_i^{\downarrow}$، f_i ، $f_i\%$، $F_i^{\uparrow}\%$ ، $F_i^{\downarrow}\%$ ، ثم فسر كلا من: n_2 ، $N_2^{\uparrow}$ ، $N_5^{\downarrow}$، $F_2^{\uparrow}\%$ ، $F_5^{\downarrow}\%$

الحل: أول خطوة نقوم بها هي ترتيب البيانات السابقة ترتيبا تصاعديا :

61	60	60	59	58	57	55	55	54	50
65	64	64	64	63	63	63	61	61	61
68	67	67	67	67	66	66	66	65	65
72	72	71	71	70	69	69	69	68	68
76	74	74	74	74	73	73	73	73	72
84	81	80	79	78	78	78	77	77	76

- **حساب المدى:** $E = Max(X_i) - Min(X_i) = 84 - 50 = 34$

- **حساب عدد الفئات:** $1 + 3,322\ log(n) = 6,9$

- **حساب طول الفئة:**

$$K = \frac{E}{1+3,322\ log(n)} = \frac{34}{6,9} = 4,92 \approx 5$$

$\%F_i^{\downarrow}$	$\%F_i^{\uparrow}$	$N_i^{\downarrow}$	$N_i^{\uparrow}$	$f_i\%$	f_i	C_i	عدد الطلبة n_i	أوزان الطلبة X_i
100	3,3	60	2	3,3	0,033	52,5	2	$]55-50]$
96,7	11,6	58	7	8,3	0,083	57,5	5	$]60-55]$
88,4	31,6	53	19	20	0,2	62,5	12	$]65-60]$
68,4	58,4	41	35	26,8	0,268	67,5	16	$]70-65]$
41,6	81,7	25	49	23,3	0,233	72,5	14	$]75-70]$
18,3	95	11	57	13,3	0,133	77,5	8	$]80-75]$
5	100	3	60	5	0,05	82,5	3	$]85-80]$
/	/	/	/	100	1	/	60	المجموع $\sum n_i$

الشرح:

$n_2 = 5$: هناك 5 طلبة من بين 60 طالبا أوزانهم تتراوح بين 55 و 60 كلغ.

$N_2^{\uparrow} = 7$: هناك 7 طلبة من بين 60 طالبا أوزانهم أقل تماما من 60 كلغ.

$N_5^{\downarrow} = 25$: هناك 25 طالبا من بين 60 طالبا أوزانهم أكبر أو يساوي 70 كلغ.

$F_2^{\uparrow}\% = 11,6\%$: هناك 11,6% من الطلبة أوزانهم أقل تماما من 60 كلغ.

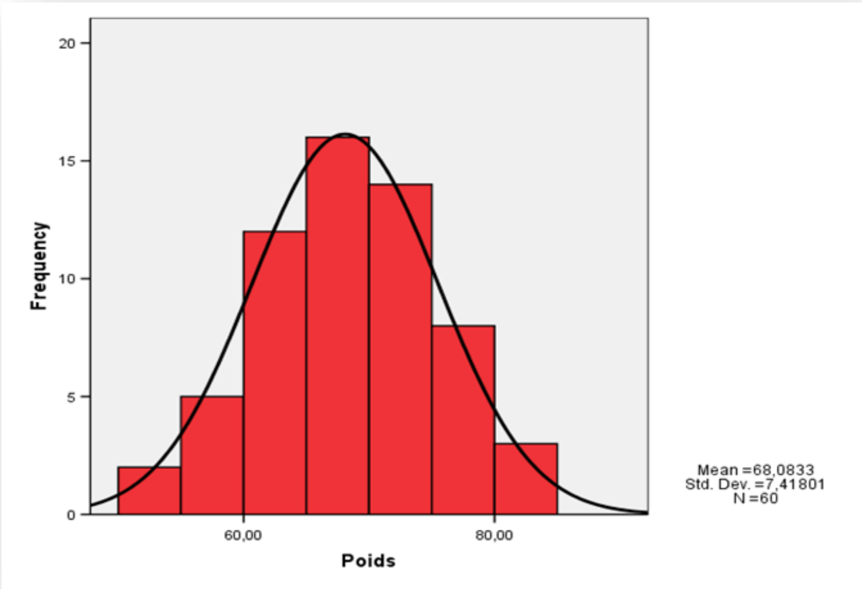
$F_5^{\downarrow}\% = 41,6\%$: هناك 41,6% من الطلبة أوزانهم أكبر أو تساوي 70 كلغ.

3- التمثيل البياني للمتغير الإحصائي المستمر:

- يمثل التكرار المطلق والنسبي للمتغير الإحصائي المستمر عن طريق المدرج التكراري حيث تتناسب مساحة المستطيل مع التكرار المطلق أو النسبي الموافق له، إذا ربطنا مراكز الفئات بواسطة خطوط مستقيمة مع بعضها البعض نحصل على المضلع التكراري، وإذا رسمنا منحنى بجوار المضلع التكراري نحصل على المنحنى التكراري.

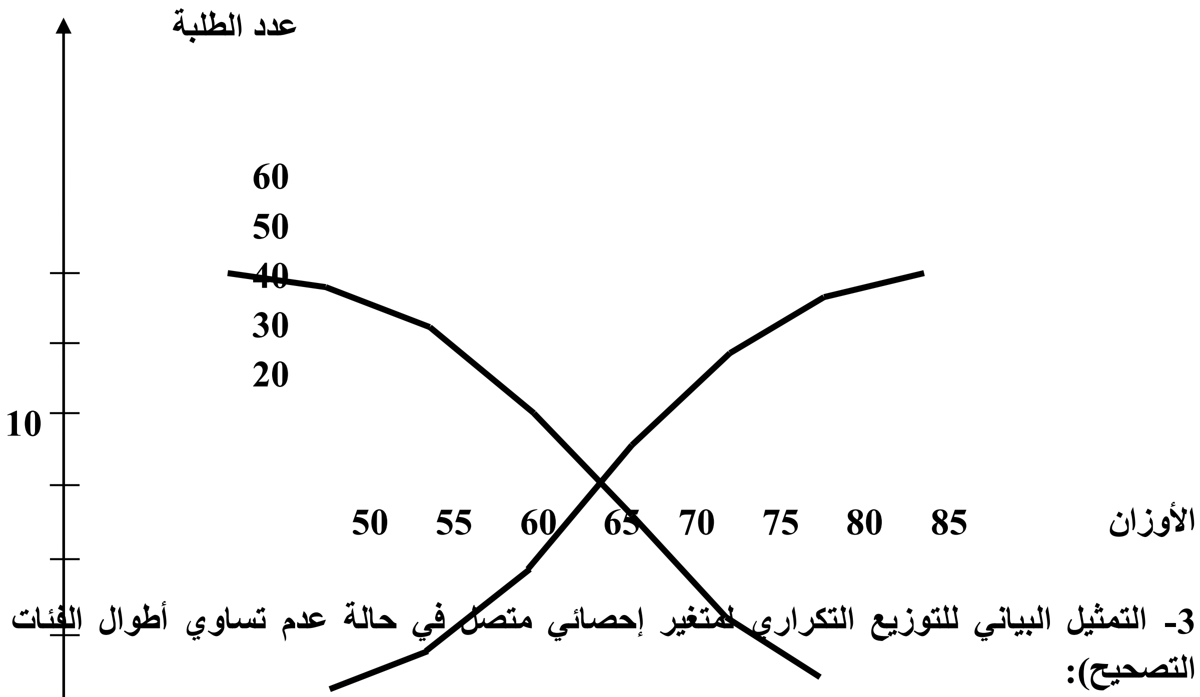
مثال5:

التمثيل البياني للمثال رقم 4:



- نمثل التكرار المتجمع الصاعد والنازل للمتغير الإحصائي المستمر عن طريق المنحنى المتجمع الصاعد والنازل، حيث نرفق بكل قيمة للتكرار المتجمع الصاعد الحد الأعلى للفئة الموافقة لها ونرفق بكل قيمة للتكرار المتجمع النازل الحد الأدنى للفئة الموافقة لها.

مثال6: التمثيل البياني للتكرار المتجمع الصاعد والنازل للمثال رقم 4:



3- التمثيل البياني للتوزيع التكراري لمتغير إحصائي متصل في حالة عدم تساوي أطوال الفئات (طريقة التصحيح):

إذا كانت الفئات غير متساوية، نقوم بتعديل التكرارات لأن قاعدة المقارنة غير ثابتة، حتى يكون هناك تناسب بين طول الفئة والتكرار المقابل لها، أي إيجاد عدد الوحدات الإحصائية الموزعة على وحدة قياس معينة.

التكرار المعدل: هو عبارة عن النسبة بين التكرار البسيط وطول الفئة المقابلة مضروبا في الطول الشائع.

$$\alpha_i = \frac{n_i}{a_i} \times a$$

حيث:

α_i : تمثل التكرار المعدل.

a_i : تمثل طول كل فئة.

a : تمثل الطول الشائع.

n_i : تمثل التكرار البسيط.

مثال: يبين التوزيع التالي توزيع 100 عاملا حسب الأجر اليومي:

فئات الأجور	التكرار البسيط n_i	طول الفئة a_i	$\frac{n_i}{a_i}$	$\alpha_i = \frac{n_i}{a_i} \times a$
$]25-20]$	5	5	1	5
$]35-25]$	15	10	1,5	7,5
$]40-35]$	20	5	4	20
$]55-40]$	25	15	1,66	8,33
$]75-55]$	30	20	1,5	7,5
$]80-75]$	5	5	1	5
مجموع التكرارات	100	/	/	/

الطول الشائع هو 5، أي $a = 5$

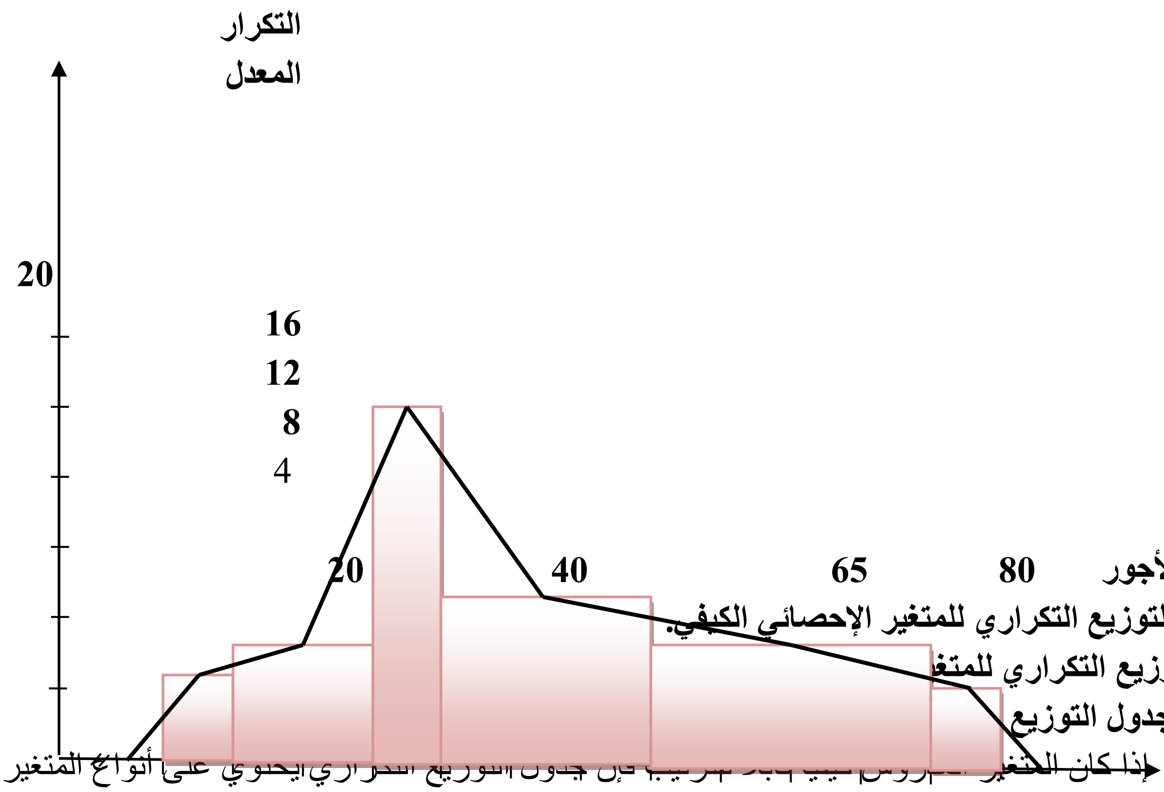
ملاحظة:

نقوم بتعديل التكرارات في حالة الفئات غير المتساوية في حالتين:

1- عند رسم المدرج التكراري.

2- عند تحديد الفئة المنوالية وحساب المنوال.

التمثيل البياني:



ثالثا- التوزيع التكراري للمتغير الإحصائي الكيفي.

1- التوزيع التكراري للمتغ

1-1- جدول التوزيع

إذا كان المتغير المدروس كيفيا ترتيبيا فإن جدول التوزيع التكراري يحتوي على أنواع المتغير في العمود الأول والتكرار المطلق n_i وكذلك التكرار النسبي والنسبي المئوي، وكذلك التكرار المتجمع الصاعد والنازل المطلق والنسبي.

1-1- الأشكال البيانية للمتغير الكيفي القابل للترتيب:

تمثل التكرارات المطلقة للمتغير الكيفي القابل للترتيب عن طريق المستطيل المئوي، حيث تناسب مساحة كل جزء من المستطيل التكرار المطلق أو النسبي الموافق له.

مثال7:

يمثل الجدول التالي توزيع عينة من 50 فرد حسب التأهيل العلمي، والمطلوب حساب كلا من:

$N_i^{\uparrow}$، $N_i^{\downarrow}$، f_i ، $f_i\%$، $F_i^{\uparrow}\%$، $F_i^{\downarrow}\%$ ، ثم فسر كلا من: n_2 ، $N_2^{\uparrow}$ ، $N_4^{\downarrow}$، $F_2^{\uparrow}\%$، $F_4^{\downarrow}\%$ ، مع التمثيل البياني لهذا التوزيع.

التأهيل العلمي	n_i	f_i	$f_i\%$	$N_i^{\uparrow}$	$N_i^{\downarrow}$	$F_i^{\uparrow}$	$F_i^{\downarrow}\%$
المستوى الابتدائي	4	0,08	8	4	50	8	100
المستوى المتوسط	14	0,28	28	18	46	36	92
المستوى الثانوي	20	0,40	40	38	32	76	64
المستوى الجامعي	10	0,20	20	48	12	96	34
دراسات عليا	2	0,04	4	50	2	100	4
المجموع	50	1,00	100	/	/	/	/

الشرح:

$n_2 = 14$: هناك 14 فردا من بين 50 فردا مستواهم العلمي هو المستوى المتوسط.

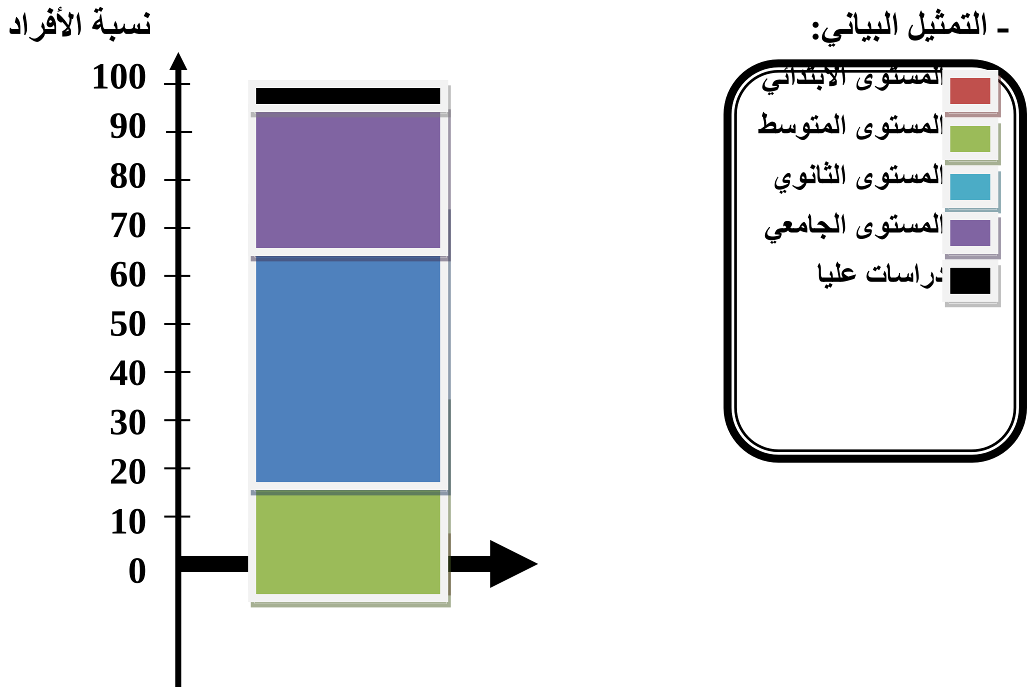
$N_2^{\uparrow} = 18$: هناك 18 فردا من بين 50 فردا مستواهم العلمي على الأكثر هو المستوى المتوسط.

$N_4^{\downarrow} = 12$: هناك 12 فردا من بين 50 فردا مستواهم العلمي على الأقل هو المستوى الجامعي.

$F_2^{\uparrow}\% = 36\%$: هناك 36% من الأفراد مستواهم العلمي على الأكثر هو المستوى المتوسط.

$F_4^{\downarrow}\% = 34\%$: هناك 34% من الأفراد مستواهم العلمي على الأقل هو المستوى الجامعي.

- التمثيل البياني:



2- التوزيع التكراري للمتغير الإحصائي الكيفي الغير قابل للترتيب وتمثيله البياني

1-1- جدول التوزيع التكراري:

إذا كان المتغير المدروس كيفيا غير قابل للترتيب فإن جدول التوزيع التكراري يحتوي على أنواع المتغير في العمود الأول والتكرار المطلق n_i وكذلك التكرار النسبي والنسبي المئوي، أما التكرار المتجمع الصاعد والنازل المطلق والنسبي فليس معنى.

1-1- الأشكال البيانية للمتغير الكيفي الغير قابل للترتيب:

تمثل التكرارات المطلقة للمتغير الكيفي الغير قابل للترتيب عن طريق الدائرة النسبية، حيث يتناسب قيس كل زاوية مع التكرار المطلق أو النسبي الموافق له.

مثال8: يمثل الجدول التالي توزيع عينة من 40 فرد من الجالية المغاربية في فرنسا حسب البلد الأصلي والمطلوب حساب كلا من f_i ، $f_i\%$ مع شرح n_2 و n_4 و $f_2\%$ ؟.

البلد الأصلي	n_i	f_i	$f_i\%$	الزاوية المركزية
المغرب	12	0,3	30	°108
الجزائر	16	0,4	40	°144
تونس	9	0,225	22,5	°81
ليبيا	3	0,075	7,5	°27
المجموع	40	1,00	100	°360

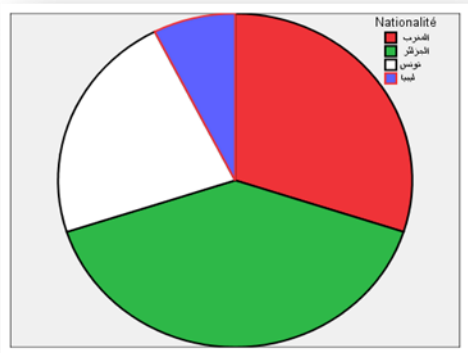
الشرح:

$n_2 = 16$: هناك 16 فردا من بين 40 فردا من الجالية المغاربية في فرنسا من أصول جزائرية.

$n_4 = 3$: هناك 3 أفراد من بين 40 فردا من الجالية المغاربية في فرنسا من أصول ليبية.

$f_2\% = 40\%$: هناك 40% من أفراد الجالية المغاربية في فرنسا من أصول جزائرية.

- التمثيل البياني:



رابعا- دراسة قضية التمركز:

نقصد بالتمركز معرفة ما إذا كان توزع البيانات وانتشارها هو توزع عادل أو توزع غير عادل بمعنى جائر، مثل توزع الأجور لفئة من العمال، توزع الدخل القومي على المواطنين، توزع المؤسسات الإنتاجية حسب الحجم (عدد العمال، رقم الأعمال)، وقضية التمركز لا تطبق إلا على المتغيرات الإحصائية المستمرة ذات القيم الموجبة، لذا تبدو أهميته واضحة في الظواهر الاقتصادية كلها، ويعتبر توزيع الدخل القومي على المواطنين من أكثر التطبيقات العملية لظاهرة التمركز، ولإيضاح كيفية دراسة التمركز نأخذ المثال التالي:

مثال9:

الجدول التالي يبين الدخل الشهري لـــــــــ: 118 أسرة بالدينار الجزائري:

الدخل الشهري	عدد الأسر
.]9000 – 8000]	25
.]10000 – 9000]	30
]11000 – 10000]	28
]15000 – 11000]	25

$]20000-15000]$	10
المجموع	118

المطلوب: دراسة قضية التمركز؟

الحـــــــل:

لدراسة التمركز نتبع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: إنشاء جدول التوزيع التكراري الخاص بالتمركز.

1- حساب التكرار النسبي المتجمع الصاعد $F_i^{\uparrow}$.

2- حساب النسبة المتجمعة الصاعدة $Q_i^{\uparrow}$:

$$Q_k^{\uparrow} = \sum_{i=1}^{i=k} \mathrm{q_i}$$

حيث:

$$\mathrm{q_i} = \frac{\mathrm{n_i\, c_i}}{\sum \mathrm{n_i c_i}}$$

3- وصف عدالة التوزيع باستخدام النسب المئوية:

وذلك بالمقارنة بين $F_i^{\uparrow}$ و $Q_i^{\uparrow}$ حسب الحالات التالية:

- إذا كانت $F_i^{\uparrow}$ و $Q_i^{\uparrow}$ متقاربة نوعا ما نقول أن التوزيع أكثر عدالة.

- إذا كانت $F_i^{\uparrow}$ و $Q_i^{\uparrow}$ متباعدة نوعا ما نقول أن التوزيع أقل عدالة.
- إذا كانت $F_i^{\uparrow}$ و $Q_i^{\uparrow}$ متساوية نقول أن التوزيع عادل تماما.
- إذا كانت $F_i^{\uparrow}$ و $Q_i^{\uparrow}$ متباعدة تماما نقول أن التوزيع جائرا تماما.

بالرجوع إلى المثال9:

الدخل الشهري	c_i	n_i	f_i	$F_i^{\uparrow}$	$n_i\, c_i$	$\mathrm{q_i}$	$Q_i^{\uparrow}$
$]9000-8000]$.	8500	25	0,212	0,212	212500	0.164	0,164
$]10000-9000]$	9500	30	0,254	0,466	285000	0,221	0,385
$]11000-10000]$	10500	28	0,237	0,703	294000	0,228	0,613
$]15000-11000]$	13000	25	0,212	0,915	325000	0,252	0,865
$]20000-15000]$	17500	10	0,085	1	175000	0,135	1
المجموع	/	118	1	/	1291500	1	/

التعليق على النسب المئوية ووصف عدالة التوزيع:

- هناك 21,2% من الأسر يحصلون على 16,4% من الدخل الشهري الإجمالي.
- هناك 46,6% من الأسر يحصلون على 38,5% من الدخل الشهري الإجمالي.
- هناك 70.3% من الأسر يحصلون على 61,3% من الدخل الشهري الإجمالي.
- هناك 91,5% من الأسر يحصلون على 86,5% من الدخل الشهري الإجمالي.

* نلاحظ أن توزيع الدخل الشهري للأسر أكثر عدالة.

الخطوة الثانية: رسم منحنى لورونز (Courbe de Lorenz).

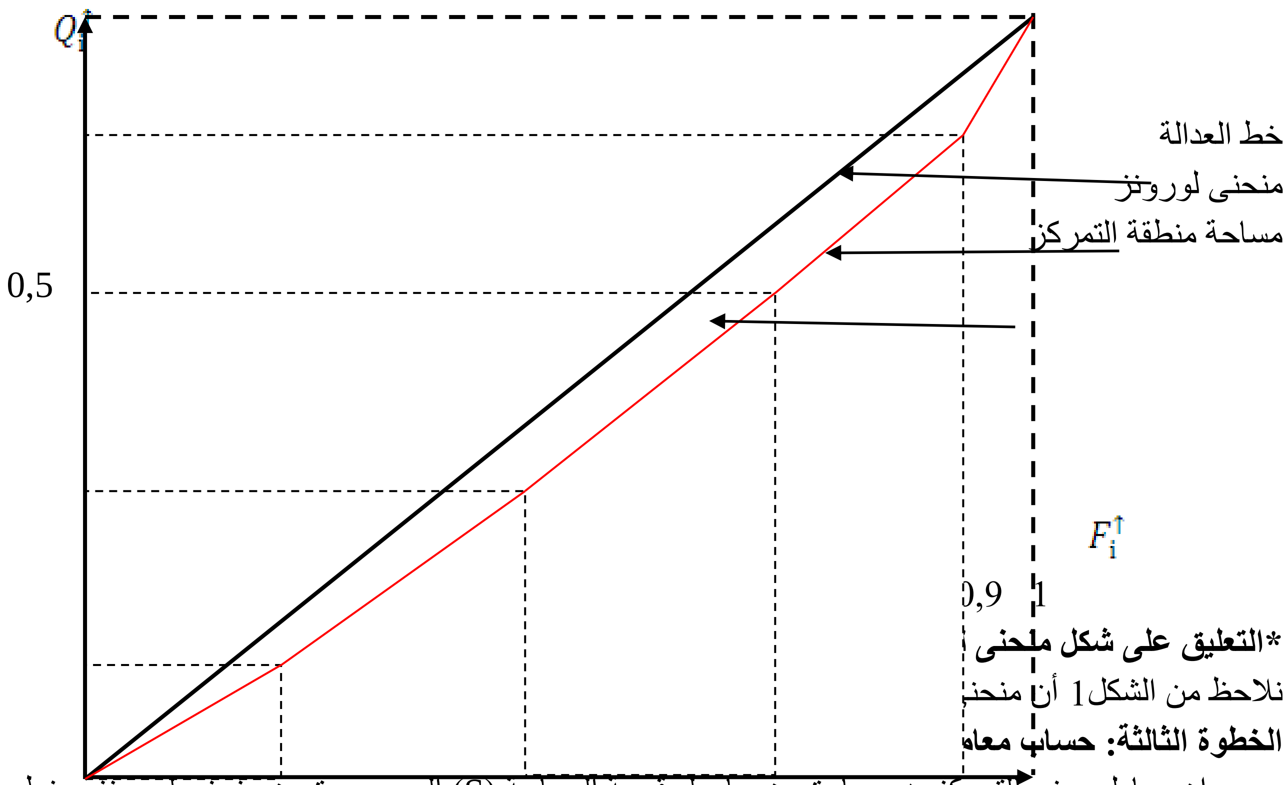
إن شكل منحنى لورونز يأخذ الحالات التالية:

- إذا انطبق منحنى لورونز على المنصف (AB) – خط العدالة – فإننا نقول أن التوزيع التكراري عادل تماما.
- إذا انطبق منحنى لورونز على المثلث (ABC) فإننا نقول أن التوزيع التكراري جائز تماما.
- كلما اقترب منحنى لورونز من خط العدالة (AB) كلما كان التوزيع التكراري أكثر عدالة وكلما ابتعد منحنى لورونز من خط العدالة (AB) كلما كان التوزيع التكراري أقل عدالة.

بالرجوع إلى المثال9 نقوم برسم منحنى لورونز كما يلي:

يتم رسم منحنى لورونز عن طريق وصل النقاط التي إحداثياتها $(F_i^{\uparrow} \text{ ، } Q_i^{\uparrow})$ ببعضها البعض.

شكل1:



***التعليق على شكل منحنى**

نلاحظ من الشكل 1 أن منحنى

الخطوة الثالثة: حساب معامل

إن معامل جيني للتمركز هو عبارة عن حاصل قسمة المساحة (S) المحصورة بين منحنى لورونز وخط العدالة (AB) على مساحة المثلث (ABC)، ومنه:

$$I_{Gini} = \frac{S}{ABC} = \frac{S}{1/2} = 2S$$

هناك علاقة أخرى تقريبية لحساب هذا المعامل وهي:

$$I_{Gini} = 1 - \sum_{i=1}^{k} f_i (Q_i^{\uparrow} + Q_{i-1}^{\uparrow})$$

حيث أن:

f_i: تمثل التكرار النسبي.

$Q_i^{\uparrow}$: تمثل النسبة المتجمعة الصاعدة و $Q_0^{\uparrow} = 0$.

إن الحالات التي يأخذها معامل جيني للتمركز هي:

* $I_{Gini} = 0$: هذا يعني أن منحنى لورونز ينطبق على خط العدالة وبالتالي فالتوزيع التكراري عادل تماما.

* $I_{Gini} = 1$: هذا يعني أن منحنى لورونز ينطبق على المثلث (ABC) وبالتالي نقول أن التوزيع التكراري جائر تماما.

* $I_{Gini} \leq 0{,}2$: هذا يعني أن منحنى لورونز أكثر عدالة.

* $I_{Gini} > 0{,}2$: هذا يعني أن منحنى لورونز أقل عدالة.

بالرجوع إلى المثال9 نقوم بحساب معامل جيني كما يلي:

$f_i(Q_i^{\uparrow} + Q_{i-1}^{\uparrow})$	$Q_i^{\uparrow} + Q_{i-1}^{\uparrow}$	$Q_i^{\uparrow}$	f_i
0,034768	0,164	0,164	0,212

0,254	0,385	0,549	0,139446
0,237	0,613	0,998	0,236526
0,212	0,865	1,478	0,313336
0,085	1	1,865	0,158525
1	/	/	0,882601

$$I_{Gini} = 1 - \sum_{i=1}^{k} f_i\left(Q_i^{\uparrow} + Q_{i-1}^{\uparrow}\right)$$

$$I_{Gini} = 1 - 0{,}882601$$

$$I_{Gini} = 0{,}117399$$

بما أن معامل جيني للتمركز أقل من 0,2 فإن توزيع الدخل الشهري للأسر أكثر عدالة.

*** إذا كانت النسب مئوية فإن:**

$$I_{Gini} = \frac{S}{ABC} = \frac{S}{5000}$$

$$I_{Gini} = 1 - \frac{1}{10000}\sum_{i=1}^{k} f_i\%\left(Q_i^{\uparrow}\% + Q_{i-1}^{\uparrow}\%\right)$$

كما يمكن حساب مساحة منطقة التمركز S كما يلي:

إذا كانت النسب مئوية فإن : $S = 5000 - (S_1 + S_2 + \cdots + S_K)$

إذا كانت النسب نسبية فإن : $S = 0{,}5 - (S_1 + S_2 + \cdots + S_K)$

حيث: $S_1 = \frac{\text{القاعدة الصغرى} + \text{القاعدة الكبرى}}{2} \times \text{الإرتفاع}$