الباب الأول

المجموعـــات

كثيراً ما نسمع كلمة مجموعة في حياتنا اليومية فنقول مثلاً:
مجموعة أيام الأسبوع ،مجموعة فصول السنة ،مجموعة الكتب،..... الخ.

المجموعة :
هي عبارة عن تجمع لأشياء أو عناصر محددة تماماً ، وكل فرد من أفراد المجموعة تسمى عنصر، وتوضع هذه العناصر داخل قوسين على شكل { }.

أمثلة :

(1) المجموعة التي تحتوي على دول مجلس التعاون الخليجي هي:
{ السعودية، الكويت، قطر، عمان،الإمارات،البحرين }
وهي مجموعة منتهية لأن عدد عناصرها محدود.

(2) مجموعة الأعداد الزوجية هي:
{ 2 ، 4 ، 6 ،.....}
وهي مجموعة غير منتهية.

طرق تعيين المجموعة:

1- طريقة السرد: (ذكر العناصر بدون النظر للترتيب)

مثال: أقسام كلية اقتصاد وإدارة هي :{ العلوم السياسية،إدارة أعمال،اقتصاد،إدارة عامة، نظم، محاسبة}

2- طريقة الوصف:

أقسام كلية اقتصاد وإدارة { ق:ق قسم من أقسام كلية اقتصاد وإدارة}

المجموعات العددية:

(1) مجموعة الأعداد الطبيعية = **ط** = {1 ، 2 ، 3 ، 4 ، .....}

(2) مجموعة الاعداد الكلية = **ك** = {0 ، 1 ،2 ،3، 4 ،.....}

(3) مجموعة الأعداد الصحيحة= **ص** ={0 ، $\pm$1 ، $\pm$2 ،$\pm$3 ،....}

(4) مجموعة الأعداد الصحيحة ماعدا الصفر= ص*

(5) مجموعة الأعداد النسبية = **ن** = $\{س:س = \frac{ب}{جـ} ، ب \square ص ، جـ \square ص^*\}$

(6) مجموعة الأعداد الحقيقة = ح وهي الأعداد النسبية والغير نسبية

تساوي مجموعتين

نقول أن المجموعة س و المجموعة ص متساويتان إذا و إذا فقط تحقق الشرطان التالين:

1- إذا كان لهما نفس عدد العناصر.

2- إذا كان كل عنصر ينتمي إلى س ينتمي إلى ص وَ كل عنصر ينتمي إلى ص ينتمي إلى س .

ونرمز لذلك س= ص.

أمثلة :

1- إذا كان **س**= { 4 ، 5 ، 1 ،0 ،-1} وَ كان **ص**={ -1 ، ،0، 4 ، 1}

نلاحظ أن **س≠ص**.

2- إذا كانت ع={ س:س□ ص 2β β 1 } وَ

س={ 2، 0،1،-1}وَ **ص**={ 1،2،-1}

نستنتج أن : **س=ع و ع≠ ص**

3- إذا كانت **س**= {{ 1 ،3} ،{5 ،7}} و **ص**= { 1 ،3 ،5، 7}

نلاحظ أن : عدد عناصر **س** = 2 و عدد عناصر ص = 4

نلاحظ أن: **س ≠ ص**

المجموعة الجزئية ⊂

نقول أن المجموعة **س** مجموعة جزئية من المجموعة **ص** إذا كان كل عنصر من عناصر **س** هو عنصر من عناصر **ص** وتكتب: **س ⊂ص**.

أمثلة :

1- **ط ⊂ ك⊂ ص** ⊂ن⊂ح

2- 0 □ ك ، 0□ **ط** ، -1 □ **ط** ، **-1□ص**

عنصر □ مجموعة
مجموعة ⊂ مجموعة

المجموعة الخالية

هي المجموعة التي لا تحتوي على أي عنصر، ونرمز لها ∅ ، وهي مجموعة جزئية من أي مجموعة.

أمثلة:

1- مجموعة السيارات التي تسير بدون إطارات.

2- مجموعة أشخاص أطوالهم أكثر من 4م.

3- س={ب:ب^2=4،ب عدد فردي}

ب^2=4 ⇒ ب= ± 2وهو عدد زوجي.

4- {س:س عدد فردي وزوجي}

العمليات على المجموعات

1- عملية الاتحاد: ∩

اتحاد مجموعتين س وَ ص هي المجموعة التي ينتمي كل عنصر فيها إلى س أو ص، ويرمز لها س ∩ص.

مثال:

إذا كان س={2 ،4 ،0،6} وَ ص={2 ،6 ،1 ،-1}

فإن س∩ص ={2 ،4 ،0 ،6، 1 ،-1}

خواص عملية الاتحاد:

(1) س∩س = س

(2) س∩∅= ∅

(3) س∩ ص=ص∩س (الخاصية الإبدالية)

(4) (س∩ص)∩ ع= س∩(ص∩ ع) (الخاصية التجميعية)

2- عملية التقاطع:∪

تقاطع مجموعتين س وَ ص هي المجموعة التي تنتمي إلى س وَ ص في نفس الوقت أي (العناصر المشتركة بين المجموعتين)، وتُكتب :س∪ص

مثال:

إذا كانت س={ أ ، ب ،جـ ،د} وَ ص ={ ب ، جـ ، هـ ،ع}

فإن: س ∪ص={ب ، جـ}

خواص عملية التقاطع:

(1) س∪س = س

(2) س∪∅= ∅

(3) س∪ ص=ص∪س (الخاصية الإبدالية)

(4) (س∪ص)∪ ع= س∪ (ص∪ ع) (الخاصية التجميعية)

المجموعة الشاملة: ش

هي المجموعة التي تحتوي على جميع الأشياء.

3-عملية الإتمام (المكمّلة)

إذا كانت ش المجموعة الشاملة، و س⊂ ش ، فإن المجموعة المتممة (المكملة) للمجموعة س هي المجموعة المكونة من كل العناصر التي تنتمي إلى ش ولا تنتمي إلى س ، وتُكتب: س/ ، وتُقرأ متممة س .

مثال:

إذا كانت ش= { 1 ، 5،-1، 3،0} وَ س={ 1،-1}

فإن: س/={3،0،5}

مثال:

إذا كانت ش={1، 5، -1، -5 ، 3،0، 2}

س ={ 1،-1} ، ص={ 2،3،0} ، ع= { 5،1، -1}

أوجدي:

(1) س ∪ص = ∅ (لا توجد عناصر مشتركه بين س و ص)

(2) س ∩ص = { 1، -1، 2 ،3 ،0}

(3) س/= {5 ، -5 ، 3، 0، 2}

(4) س/ ∪ ع ={5 }

(5) (س ∪ص)/ = ∅/= ش

(6) (س ∪ ص)∪ ع =∅ ∪ع = ∅

تمارين الباب الأول:

(1) ضعي كلمة (صح) أمام العبارة الصحيحة، وكلمة(خطأ) أمام الخاطئة:

1- $\varnothing \in س$ ، حيث س أي مجموعة. ( )

2- $\{\{6\}\} \supset \{6\}$ ( )

3- $\{أ ، ب ، \{جـ ، د\}\} = \{ أ ، ب، جـ ،د\}$ ( )

4- $\{\{7\}، \{3\}، \{5، 1\}\} = \{\{3\}، \{5، 1\}، 7\}$ ( )

5- $0 \in \{0، 1، 2\}$ ( )

6- $\{0\} \in \{ 0، 1\}$ ( )

7- $\{1\} \in \{1\}$ ( )

8- $\{أ ،ب\} \subset \{أ، ب ،جـ\}$ ( )

9- $\{جـ،د\} \supset \{أ،ب، \{جـ ،د\}\}$ ( )

10- $\{1، 4\} = \{ 0، 1، 4\}$ ( )

11- الرياضيات $\in$ كلية الاقتصاد والادارة. ( )

---

(2) عيني المجموعات التالية ووضحي(إذا لم تكن خالية) ما إذا كانت منتهية أو غير منتهية؟؟

1- مجموعة مضاعفات العدد 6.

2- $ح = \{ ع: ع$ عواصم دول مجلس التعاون الخليجي$\}$

3- $هـ = \{ س: س \in ح$ وَ $س^2 = 16\}$

4- $س = \{ س: 2 \leq س \leq -4$ ، $س \in ص^*\}$

5- س={ س:س∋ ط ، $س^3$=64}

6- ص= { ص:ص∋ك ، س<-7}

7- ع={ س:س عدد فردي وزوجي}

8- س={ س:س ≠س}

9- ص= { ص:ص∋ك ، س<5}

---

(3) إذا كانت ش=ط ، وكانت س= {1 ،2 ،4} وَ ص={2 ،3 ،5} وَ ع={ 4، 5، 6}

أوجدي:

1- س∪ص =

2- س∩ع=

3- س/=

4- ع/=

5- س/ ∪ص=

---

(4) إذا كانت ش={ 2، 4 ،6 ، 7 ،9 ،10 ،-1}

وَ كانت س={ 2 ،4 ،10} وَ كانت ص={ 7، 9 ،-1}

وَ ع={ -1}

أوجدي:

1- س/=

2- ص/=

3- س/ ∩ ع=

4- س∪ص=

5- (س∪ص) ∩ ع=

6- (س∪ص)/ ∩ ع=

7- تحققي: س ∪ص=ص∪س

8- تحققي: (س∩ص)∩ ع= س∩(ص∩ع)

---

(5) فيما يلي مجموعات مختلفة من أسماء بعض الطالبات في الجامعة :

أ= { سارة ، حنان، ريم ، خلود، فاطمة}

ب={ نورة، نسرين ،رهف، لينا،ليلى}

ج={تهاني، نجوى ،لينا ،رانيا} ، د= {رغد ، حنان، منى ، ليلى}

هـ= {نسرين، لينا،نورة}

تحققي من صحة كلٍ مما يلي:

1- نجوىϵأ 2- دⵚب 3- هـ ⵚ ب

4- أ ∩ ب ≠∅ 5- ج ∩هـ ⵚب 6- هـ∩ ب=هـ

7- هـ ∪ب=ب