وزارة التعليم
Ministry of Education

رياضيات 1-3

السنة الأولى المشتركة

8-2 قياس الزوايا والأقواس

Measuring Angles and Arcs

يقدمه الأستاذ/

عبدالوهاب توفيق العوهلي

8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

سنتعرف في هذا الدرس على ..

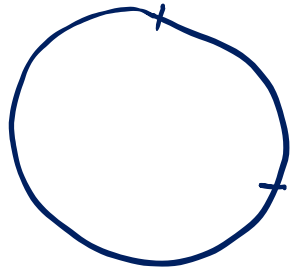
١ إيجاد قياس الزاوية المركزيّة

٢ تصنيف الأقواس وإيجاد قياساتها

٣ إيجاد قياسات القوس من القطاعات الدائرية

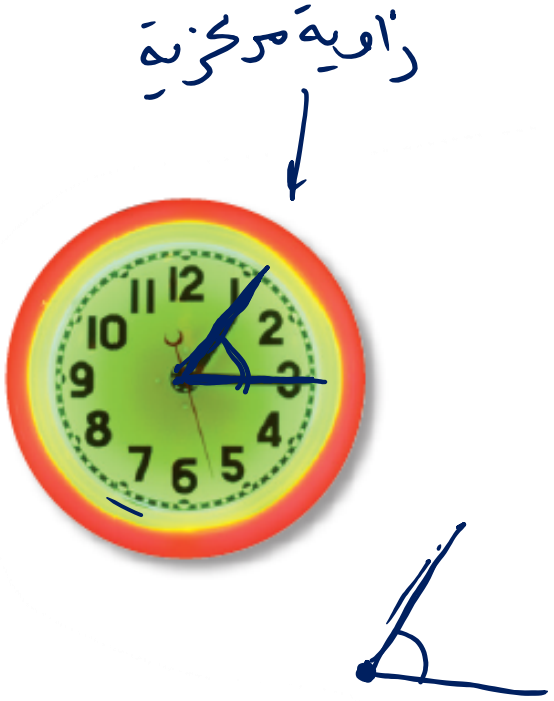
٤ إيجاد قياس القوس باستعمال مسلمة جمع الأقواس

٥ إيجاد طول القوس



8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education



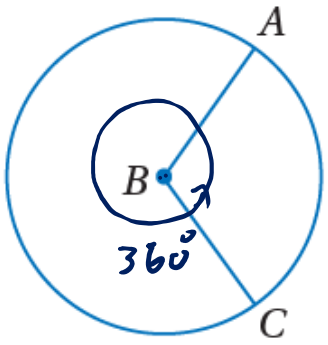
لماذا؟

معظم الساعات في الأجهزة الإلكترونية عبارة عن ساعات رقمية، وهي الساعات التي تُظهر الوقت على شكل أرقام. وتُستعمل الساعات العادية في تزيين المنازل، أو استعمالها ساعات يدوية. وهذه الساعات لها عقارب أو مؤشرات متحركة تشير إلى الساعة والدقيقة، وأحيانًا هناك مؤشر أو عقرب للثواني.

ووجه هذه الساعة عبارة عن دائرة، وتكوّن العقارب الثلاث زوايا مركزية فيها.

8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education



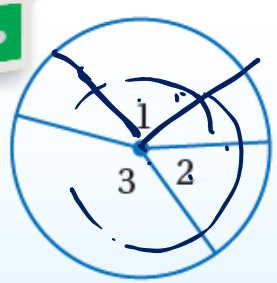
الزوايا والأقواس **الزاوية المركزية** في الدائرة هي زاوية يقع رأسها في المركز، وضلعاها نصفا قطرين في الدائرة. في الشكل المجاور $\angle ABC$ هي زاوية مركزية في $\odot B$.

تذكّر أن مجموع قياسات الزوايا المتجمّعة حول نقطة يساوي $360°$ ؛ لذا فإن الدرجة الواحدة تساوي $\frac{1}{360}$ من الدورة الكاملة حول نقطة، ويؤدي هذا إلى المفهوم الآتي:

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

مجموع قياسات الزوايا المركزية



التعبير اللفظي: مجموع قياسات الزوايا المركزية في الدائرة، والتي لا تحوي نقاطًا داخلية مشتركة يساوي $360°$.

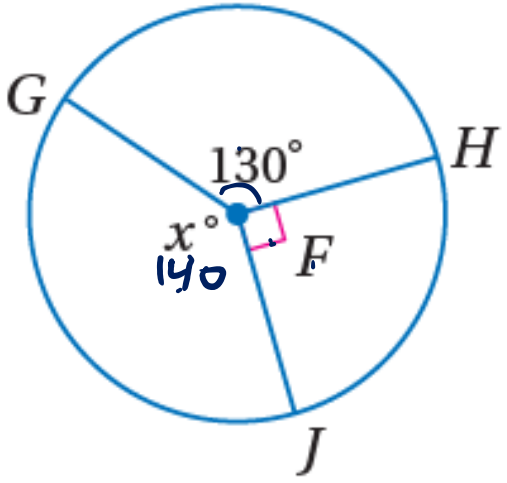
مثال: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360°$

8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

مثال ١ إيجاد قياس الزاوية المركزيّة

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.



مجموع الزوايا المركزية حول

$$x + 130^\circ + 90^\circ = 360^\circ$$

$$x = 360 - 90^\circ - 130^\circ$$

$$\boxed{x = 140^\circ}$$

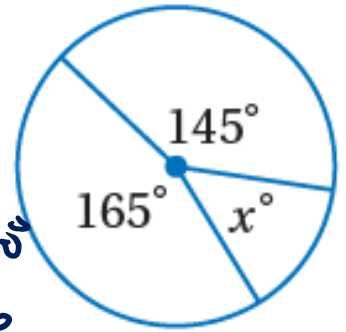
8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

تحقق من فهمك ١

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

(1A



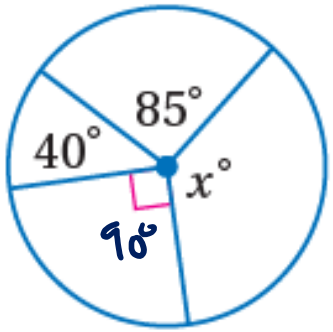
$x + 145 + 165 = 360$

$x + 310° = 360°$

$x = 360° - 310°$

$x = 50°$

(1B



$x + 40 + 85 + 90 = 360$

$x + 215 = 360$

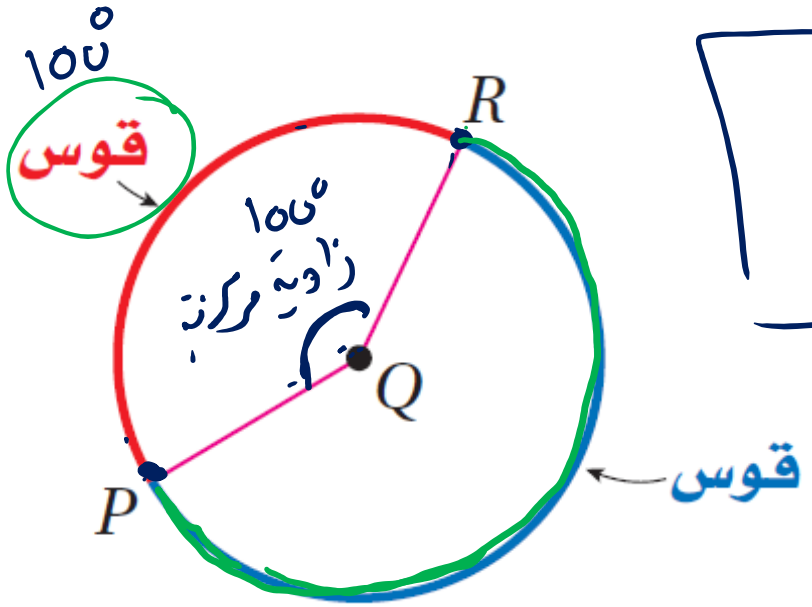
$x = 360 - 215$

$x = 145°$

8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

القوس هو جزءٌ من دائرة يُحدَّد بنقطتَي طرفَيه، وعند رسم زاوية مركزية، تنقسم الدائرة إلى قوسين، يرتبط قياس كلٍّ منهما بقياس الزاوية المركزية المقابلة له.



$$m\angle RQP = 155^\circ$$
$$m\overset{\frown}{RP} = 155^\circ$$

إرشادات للدراسة

تسمية الأقواس:
يُسمّى القوس الأصغر بنقطتَي طرفيه ، أما القوس الأكبر ونصف الدائرة فيسميان بنقطَتَي الطرفين بالإضافة إلى نقطةٍ على القوس بينهما.

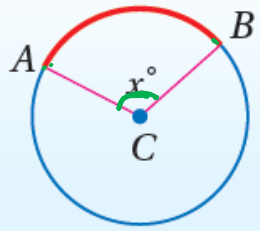
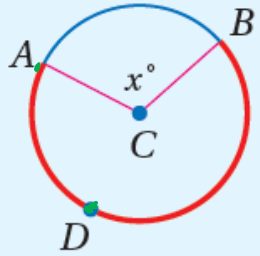
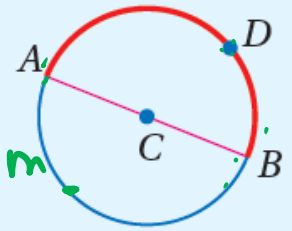
8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

مفاهيم أساسية

أضف إلى مطويتك

الأقواس وقياسها

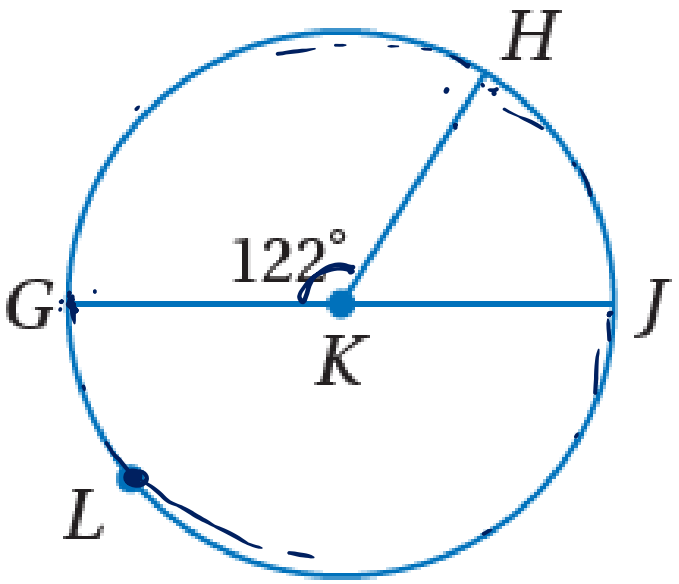
القوس	قياسه
القوس الأصغر هو القوس الأقصر الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.	يقل قياس القوس الأصغر عن 180° ، ويساوي قياس الزاوية المركزية المقابلة له. $m\overset{\frown}{AB} = m\angle ACB = x^\circ$ 
القوس الأكبر هو القوس الأطول الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.	يزيد قياس القوس الأكبر على 180°، ويساوي 360° مطروحًا منه قياس القوس الأصغر الذي يصل بين النقطتين نفسيهما. $m\overset{\frown}{ADB} = 360^\circ - m\overset{\frown}{AB} = 360^\circ - x^\circ$ 
نصف الدائرة هي قوس تقع نقطتا طرفيه على قطر الدائرة.	قياس نصف الدائرة يساوي 180° $m\overset{\frown}{ADB} = 180^\circ$ 

8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

مثال ٢ تصنيف الأقواس وإيجاد قياساتها

$\overline{GJ}$ قطر في $\odot K$، حدّد ما إذا كان كلٌّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرةٍ، ثم أوجد قياسه.



a) $\overset{\frown}{GH}$

قوس أصغر

$m\overset{\frown}{GH} = 122°$

b) $\overset{\frown}{GLH}$

قوس أكبر :

$m\overset{\frown}{GLH} = 360° - 122°$

$= 238°$

c) $\overset{\frown}{GLJ}$

نصف دائرة :

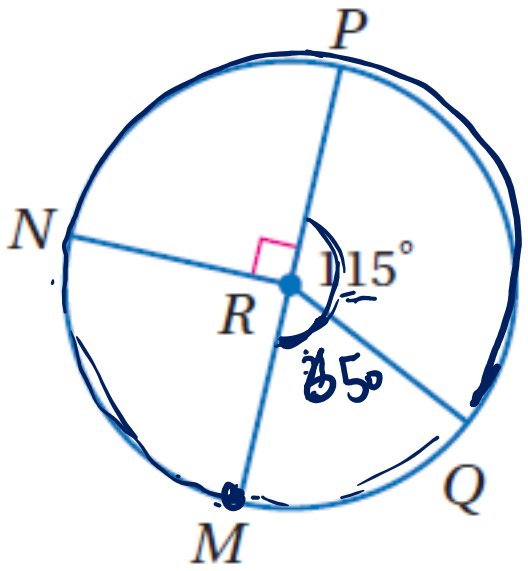
$m\overset{\frown}{GLJ} = 180°$

8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

تحقق من فهمك ٢

$\overline{PM}$ قطر في $\odot R$، حدّد ما إذا كان كلّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



(2A $\overset{\frown}{MQ}$

قوس أصغر

$m\overset{\frown}{MQ} = 180 - 115^\circ$

$= 65^\circ$

(2B $\overset{\frown}{MNP}$

نصف دائرة

$m\overset{\frown}{MNP} = 180^\circ$

(2C $\overset{\frown}{MNQ}$

قوس أكبر

$m\overset{\frown}{MNQ} = 360^\circ - 65^\circ$

$= 295^\circ$

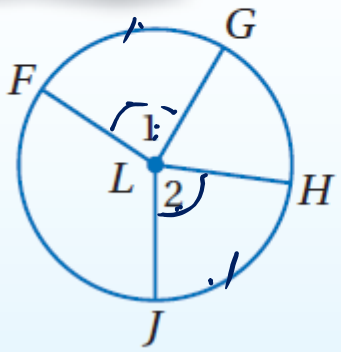
8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

الأقواس المتطابقة هي الأقواس التي تقع في الدائرة نفسها، أو في دائرتين متطابقتين، ويكون لها القياس نفسه.

نظرية 8.1

أضف إلى مطويتك



التعبير اللفظي: في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون القوسان متطابقين، إذا وفقط إذا كانت الزاويتان المركزيّتان المقابلتان لهما متطابقتين.

مثال: إذا كانت $\angle 2 \cong \angle 1$ ، فإن $\overset{\frown}{FG} \cong \overset{\frown}{HJ}$.

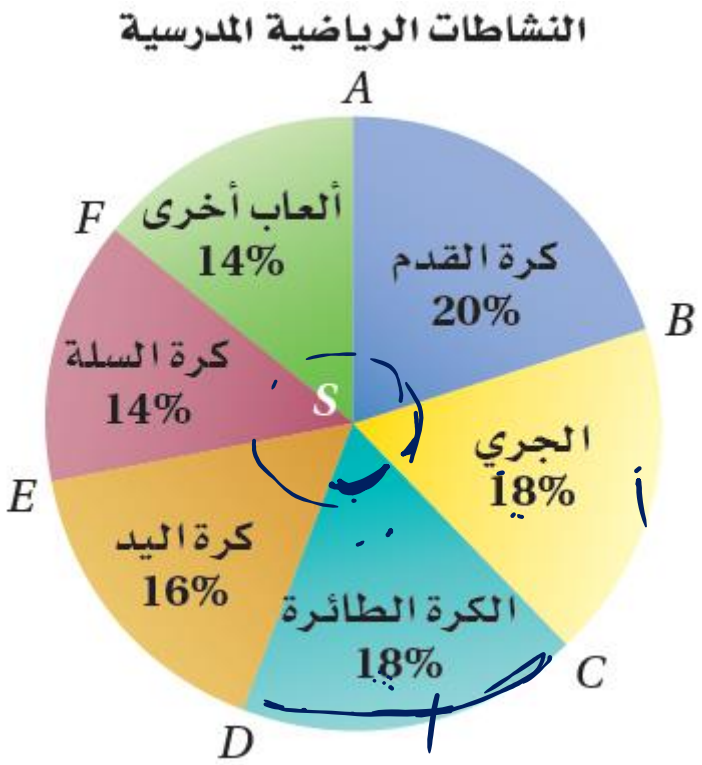
إذا كان $\overset{\frown}{HJ} \cong \overset{\frown}{FG}$، فإن $\angle 2 \cong \angle 1$.

8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

مثال ٣ إيجاد قياسات القوس من القطاعات الدائرية

رياضة: استعمل التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور، لإيجاد كلٍّ من القياسات الآتية:



a $m\widehat{CD}$

$18\% \times 360^\circ$

$= \frac{18}{100} \times 360^\circ$

$= 0.18 \times 360^\circ$

$= 64.8^\circ$

b $m\widehat{BC}$

$= 0.18 \times 360^\circ$

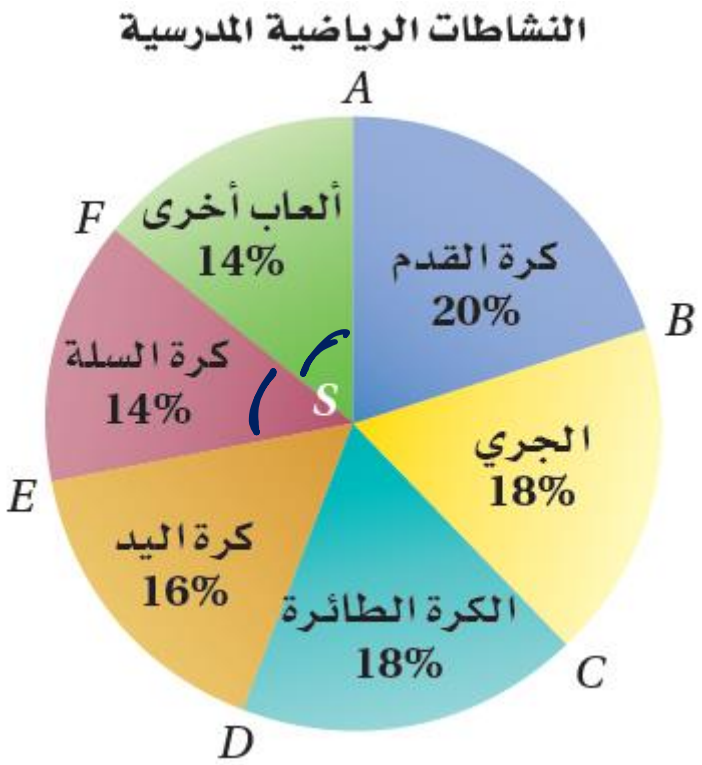
$= 64.8^\circ$

8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

تحقق من فهمك ٣

رياضة : استعمل التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور، لإيجاد كلٍّ من القياسات الآتية:



(3A $m\widehat{EF}$

$= 0.14 \times 360^\circ$

$= 50.4^\circ$

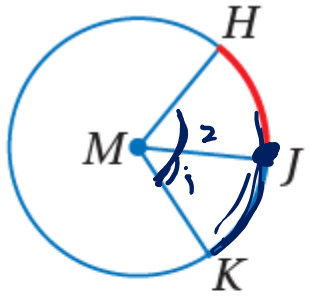
(3B $m\widehat{FA}$

$= 0.14 \times 360^\circ$

$= 50.4^\circ$

8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education



الأقواس المتجاورة هي أقواس في الدائرة تشترك مع بعضها في نقطة واحدة فقط.

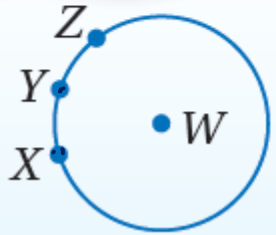
$\overset{\frown}{JK}$, $\overset{\frown}{HJ}$ قوسان متجاوران في $\odot M$ ، وكما هي الحال في الزوايا المتجاورة، يمكنك جمع قياس الأقواس المتجاورة.

مسلّمة 8.1

مسلّمة جمع الأقواس

التعبير اللفظي: قياس القوس المتكوّن من قوسين متجاورين يساوي مجموع قياسَي هذين القوسين.

مثال:



$$m\overset{\frown}{XZ} = m\overset{\frown}{XY} + m\overset{\frown}{YZ}$$

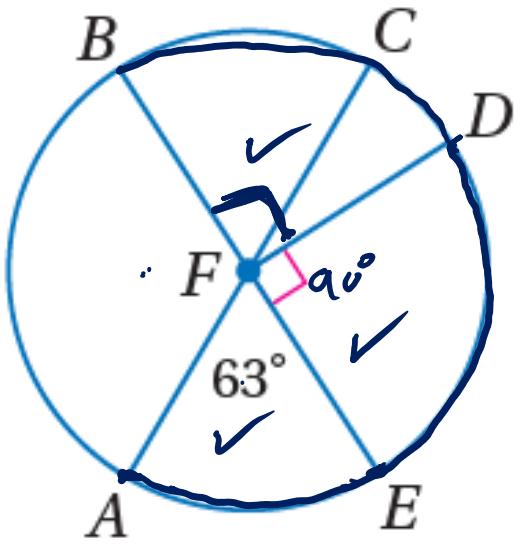
أضف إلى مطويتك

8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

مثال ٤ إيجاد قياس القوس باستعمال مسلمة جمع الأقواس

أوجد كلاًّ من القياسات الآتية في $\odot F$:



(a $m\widehat{AD}$

$= 63^\circ + 90^\circ$

$= 153^\circ$

(b $m\widehat{ADB}$

$= 63^\circ + 90^\circ + 90^\circ$

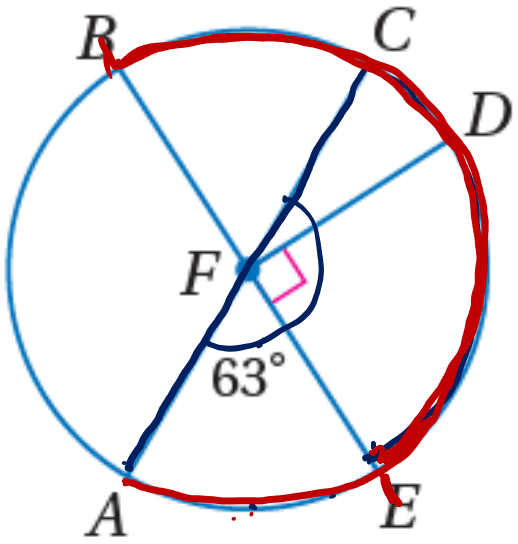
$= 243^\circ$

8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

تحقق من فهمك ٤

أوجد كلًّا من القياسات الآتية في $\odot F$:



4A $m\widehat{CE}$

$= 180° - 63°$

$= 117°$

4B $m\widehat{ABD}$

$= 180° + 63°$

$= 243°$

هما يسمى القوس (الزاوية)

8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

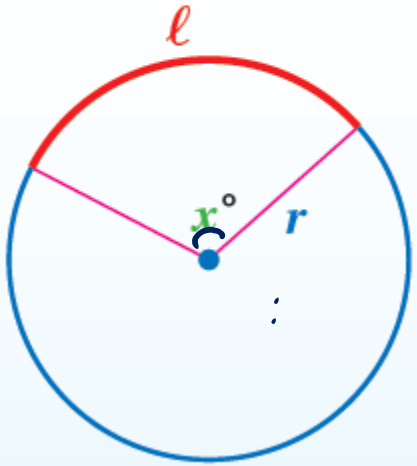
طول القوس: طول القوس هو المسافة على الدائرة بين نقطتَي طرفيه، ويُقاس بوحدات الطول، وبما أن القوس جزء من الدائرة، فإن طوله جزءٌ من محيطها.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

طول القوس

التعبير اللفظي: إذا كان طول القوس يساوي ℓ ومحيط الدائرة يساوي $2\pi r$، وقياس القوس بالدرجات يساوي x° فإن نسبة طول القوس إلى محيط الدائرة يساوي نسبة قياس القوس بالدرجات إلى 360°



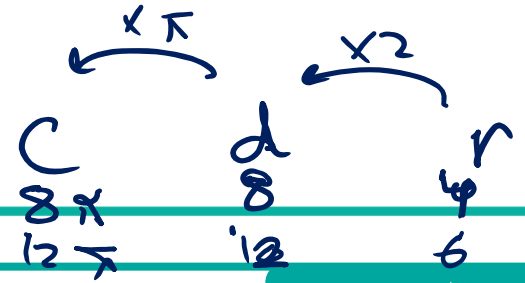
الرموز:

$$\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{x^\circ}{360^\circ}$$

أي أن:

$$\ell = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

8-2 قياس الزوايا والأقواس

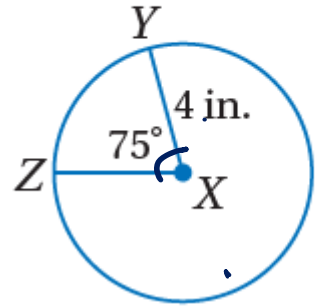


وزارة التعليم
Ministry of Education

مثال ٥ إيجاد طول القوس

أوجد طول $\overset{\frown}{ZY}$ في كلٍّ ممَّا يأتي مقرّبًا إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ:

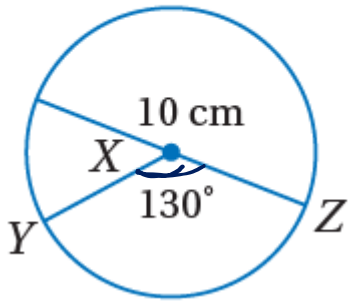
(a



$L = \frac{75}{360^\circ} \times 8\pi$

$= 5.24$ in

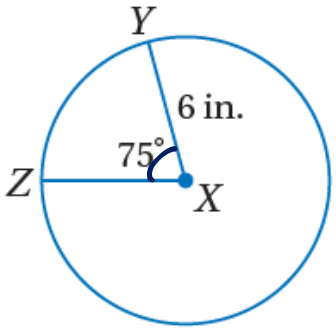
(b



$L = \frac{130}{360} \times 10\pi$

$= 11.34$ cm

(c



$L = \frac{75}{360} \times 12\pi$

$= 7.85$ in

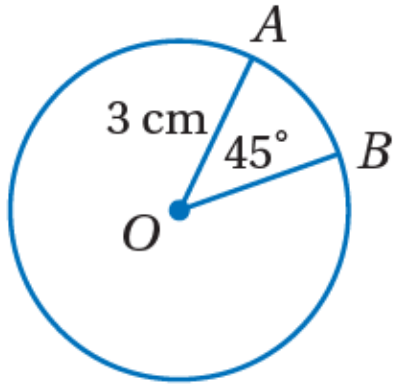
8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

تحقق من فهمك ٥

أوجد طول $\overset{\frown}{AB}$ في كلٍّ ممَّا يأتي مقرّبًا إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ:

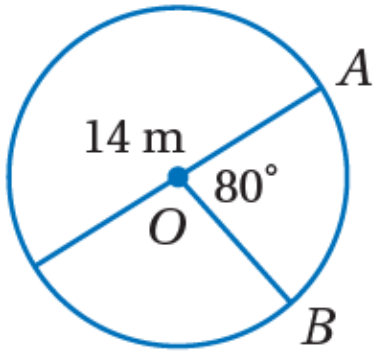
(5A



$L = \frac{45}{360} \times 6\pi$

$= 2.36$ cm

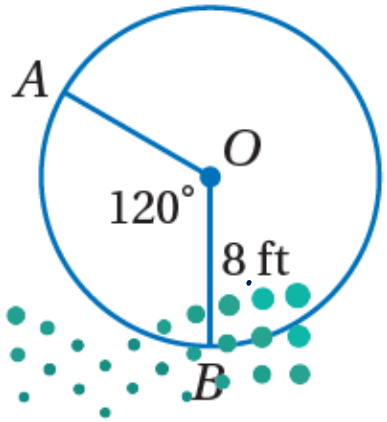
(5B



$L = \frac{80}{360} \times 14\pi$

$= 9.77$ m

(5C



$L = \frac{120}{360} \times 16\pi$

$= 16.76$ ft

8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

تعرفنا على..

١ إيجاد قياس الزاوية المركزيّة

٢ تصنيف الأقواس وإيجاد قياساتها

٣ إيجاد قياسات القوس من القطاعات الدائرية

٤ إيجاد قياس القوس باستعمال مسلمة جمع الأقواس

٥ إيجاد طول القوس

$\frac{x}{360} \times C$

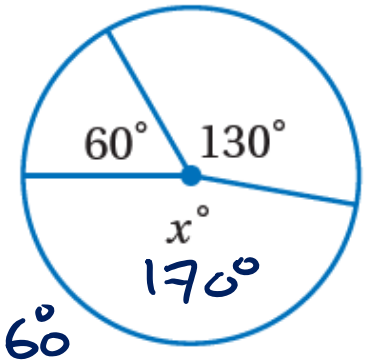
8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكد

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين:

(1

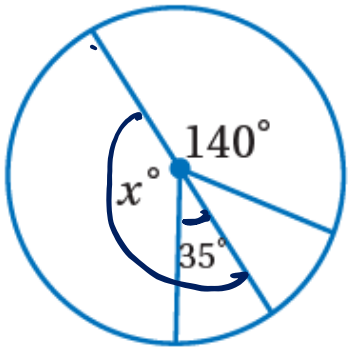


$x + 60 + 130^\circ = 360^\circ$

$x + 190^\circ = 360^\circ$

$x = 360 - 190^\circ = 170^\circ$

(2



$x = 180^\circ - 35^\circ$

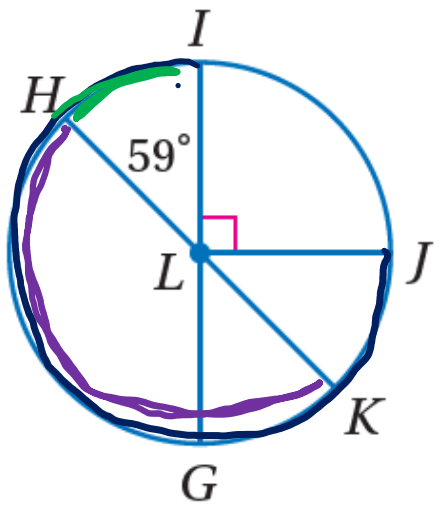
$= 145^\circ$

8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكد

$\overline{HK}$, $\overline{IG}$ قطران في $\odot L$، حدّد ما إذا كان كلّ قوس فيما يأتي قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



3) $\overset{\frown}{IHJ}$

حوس أكبر

$= 360 - 90^\circ$

$= 270^\circ$

✓

4) $\overset{\frown}{HI}$

قوس أصغر

$= 59^\circ$

5) $\overset{\frown}{HGK}$

نصف دائرة

180°

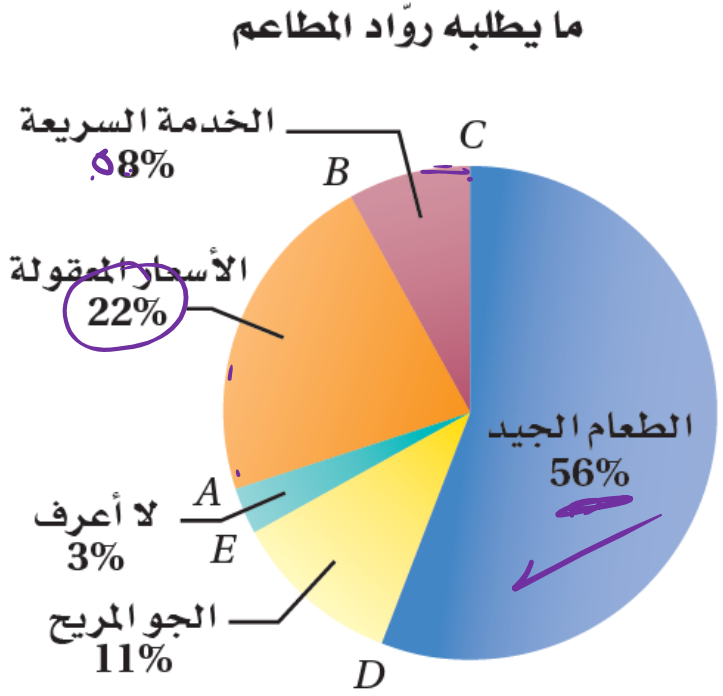
8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

$0.8 \times 360^\circ = 288^\circ$

تأكد

6) **مطاعم:** يعرض الشكل المجاور نتائج استطلاع حول ما يطلبه روّاد المطاعم.



a) أوجد $m\widehat{AB}$.

$0.22 \times 360^\circ$

$= 79.2^\circ$

b) أوجد $m\widehat{BC}$.

$= 0.08 \times 360^\circ$

$= 28.8^\circ$

c) صف نوع قوس قطاع الطعام الجيد.

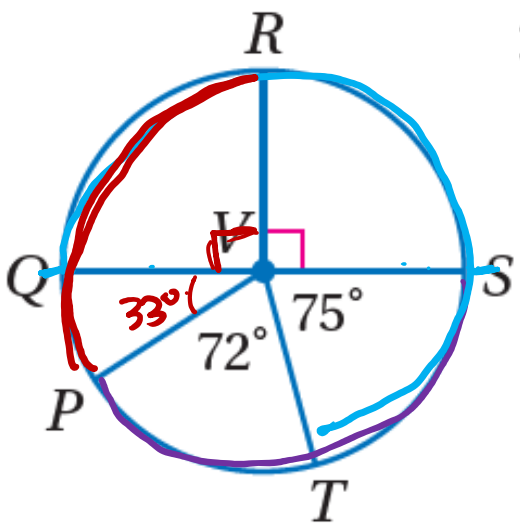
$0.56 \times 360^\circ = 201.6^\circ > 180^\circ$ ← قوس أكبر

8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكد

$\overline{QS}$ قطر في $\odot V$، أوجد كلًّا من القياسات الآتية:



(7 $m\widehat{STP}$

$= 75^\circ + 72^\circ$

$= 147^\circ$

(8 $m\widehat{QRT}$

$= 180^\circ + 75^\circ$

$= 255^\circ$

(9 $m\widehat{PQR}$

$m\widehat{PQ} = 180^\circ - 147^\circ = 33^\circ$

$m\widehat{PQR} = 33 + 90$

$= 123^\circ$

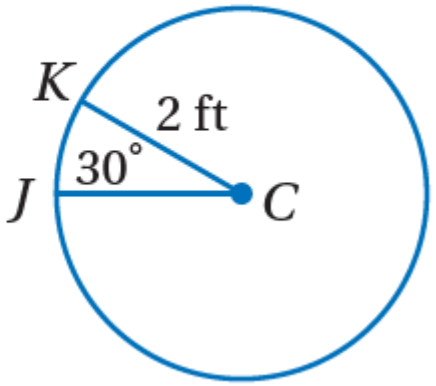
8-2 قياس الزوايا والأقواس

وزارة التعليم
Ministry of Education

تأكد

أوجد طول $\overset{\frown}{JK}$ مقرّبًا إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

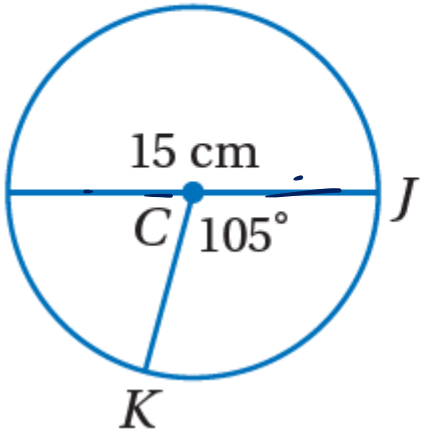
(10



$L = \frac{30^\circ}{360} \times 4\pi$

$= 1.05$ ft

(11



$L = \frac{105^\circ}{360} \times 15\pi$

$= 13.74$ cm

وزارة التعليم

Ministry of Education

نسعد بلقائكم في الدروس القادمة

بإذن الله تعالى

أخوكم

عبدالوهاب توفيق العوهلي