

I منتصف $[CD]$ و J منتصف $[BE]$ والمطلوب اثبت ان النقاط A, I, J تقع على استقامة واحدة.

السؤال الاول: في الفضاء المنسوب لمعلم متجانس لتكن المستويات:

$$P: x + y - 2z = 0 \quad Q: y - 2z + 3 = 0$$

$$R: 2y + z + 1 = 0$$

المطلوب: (1) بين ان P و Q متقاطعان بفصل مشترك و اوجد تمثيلا وسيطيا له. (2) اوجد تقاطع المستويات الثلاث (الفصل المشترك)

السؤال الثاني: في الفضاء المنسوب لمعلم متجانس بين ان مجموعة النقاط $M(x, y, z)$ المعطاة بالمعادلة:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 8y = 0$$

تمثل كرة S اوجد مركزها ونصف قطرها ثم بين ان المستوي $P: 2x - y + z = 0$ و $Q: y + 2z + 2 = 0$ يقطع S اوجد نصف قطر المقطع الدائري.

السؤال الثالث: في المعلم المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط

$$A(1, 2, -3) \quad B(-1, 3, 3) \quad C(4, -1, 3)$$

اوجد احداثيات النقطة D التي تجعل الرباعي $ABCD$

معين، ثم اثبت ان قطراه متعامدان وعين احداثيات نقطة تقاطعهما.

اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

السؤال الرابع: احسب بعد النقطة $A(3, -1, 2)$ عن المستقيم d الذي يمثل الفصل المشترك للمستويين

$$P: 2x - y + z - 4 = 0 \quad Q: x + y + 2z - 5 = 0$$

السؤال الخامس: رباعي وجوه $ABCD$ ونقطتان I و J معرفتان وفق

$$\vec{IA} = 2\vec{IB} \quad \vec{JC} = 2\vec{JD} \quad \text{والمطلوب:}$$

(1) اثبت ان اياً كانت النقطة M من الفراغ تحقق

$$\vec{MC} - 2\vec{MD} = -\vec{MJ} \quad \vec{MA} - 2\vec{MB} = -\vec{MI}$$

(2) جد مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق:

$$\|3\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} - \vec{MD}\| = \|\vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}\|$$

التمرين الاول: في معلم متجانس المستوي P الذي معادلته

$$A(2, 1, -1) \quad B(-1, 3, 0) \quad \text{ولتكن النقطتان } x - y + 2z + 1 = 0$$

والمستقيم Δ المار من $D(-1, 2, 7)$ ويعامد المستوي P والمطلوب:

(1) اوجد تمثيلا وسيطيا لكل من Δ و (AB) ، ثم عين نقطة تقاطعهما.

(2) اوجد المسقط القائم لـ D على المستوي P و اوجد المسقط القائم للنقطة

B على المستقيم Δ .

التمرين الثاني: $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات مركزه O فيه

منتصف $[EH]$ و $[AB]$ و K منتصف $[CG]$ وفيه

$$AB = 2, AD = AE = 1$$

$$(1) \text{ اثبت ان } 2(\vec{B}) + \vec{IH} = \vec{BH} - \vec{BF}$$

(2) اثبت ان الاشعة $\vec{FH}, \vec{FB}, \vec{IJ}$ مرتبطة خطياً

(3) احسب $\cos \angle K\vec{OI}$ ثم اوجد معادلة المخروط الذي رأسه A ومركز

قاعدته الدائرة التي مركزها B وتمر بالنقطة C .

التمرين الثالث: A, B, C ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة في

الفراغ ولتكن النقطتان E, D تحققان $\vec{AD} = 2\vec{AB}$ ، $\vec{AE} = 3\vec{CE}$

التمرين الرابع: في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط

$$A(1, 0, -1), \quad B(2, 2, 3) \quad C(3, 1, -2) \quad D(-4, 2, 1)$$

(1) عين احداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

(2) عين احداثيات النقطة G' مركز الابعاد المتناسبة للنقاط المثقلة

$$(A, 3) \quad \text{و} \quad (B, -1) \quad \text{و} \quad (C, 1)$$

(3) عين مجموعة النقاط مة الفراغ التي تحقق المعادلة:

$$\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|3\vec{MA} - \vec{MB} + \vec{MC}\|$$

(4) اكتب المعادلة الديكارتبة لمجموعة النقاط M

التمرين الخامس: في معلم متجانس لدينا المستويين

$$Q: 4x + 2y - 2z = 1 \quad P: 2x + y - z = 3$$

والمطلوب: (1) اوجد البعد بين المستويين.

(2) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة $A(1, 3, 2)$ والمحتوى في المستوي

P

التمرين السادس: رباعي وجوه $ABCD$ نعرف النقاط P, Q, R, S

$$\vec{DS} = \frac{1}{4}\vec{DC}, \quad \vec{BR} = \frac{1}{5}\vec{BA}$$

$$\vec{AQ} = \frac{3}{4}\vec{AD}, \quad \vec{BP} = \frac{1}{5}\vec{BC}$$

اثبت تلاقي المستقيمتين (PQ) و (RS) .

المسألة الاولى: $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 2

$$2\vec{AK} = \vec{CB} + \vec{CA} + 3\vec{AG}$$

(1) اثبت ان K تقع في المستوي BCG

(2) استنتج ان K مركز ابعاد متناسبة للنقاط المثقلة

$(G, \gamma), (B, \beta), (C, \alpha)$ وارسم K .

(3) احسب حجم الهرم الذي رأسه G وقاعدته $ABFE$

(4) افرض معلم متجانس $(A, \frac{1}{2}\vec{AB}, \frac{1}{2}\vec{AD}, \frac{1}{2}\vec{AE})$

(a) اكتب احداثيات النقاط التي تمثل رؤوس المكعب.

(b) اكتب معادلة المستوي ABC

(c) اكتب معادلة الكرة التي مركزها F وتمر بالنقطة B

(d) اثبت ان المستوي ABC يقطع الكرة السابقة في دائرة عين نصف قطرها.

المسألة الثانية: في معلم متجانس لدينا النقطتان

$$A(5, -1, -2) \quad B(3, 12, -7) \quad \Delta \text{ مستقيم معرف بالتمثيل الوسيط}$$

$$\begin{cases} x = 1 + 3k \\ y = 1 + 2k. \\ z = 4k \end{cases} \quad K \in R$$

(1) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم Δ' المار من A والموجه بالشعاع

$$\vec{u}(-2, 1, 1)$$

(2) اثبت ان Δ' و Δ مستقيمان منقطعان في نقطة $C(1, 1, 0)$

(3) اثبت ان Δ' و Δ مستقيمان متعامدان.

(4) ليكن المستوي P معين بالمستقيمين Δ' و Δ

(a) بين ان الشعاع $\vec{n}(2, 11, -7)$ ناظم للمستوي P ثم اكتب

معادلة المستوي P

(b) بين ان النقطة C هي المسقط القائم للنقطة B على المستوي P

$$p': 13x - y - 2z - 41 = 0 \text{ ليكن المستوي}$$

عين احداثيات النقطة D نقطة تقاطع P' مع المستقيم Δ .

المسألة الثالثة: في الفضاء المنسوب لمعلم متجانس لدينا النقاط

$$A(-1,0,2) \quad B(0,0,1) \quad C(2,-1,1)$$

d مستقيم مار من A ويقبل $\vec{u}(4,1,-2)$ شعاع توجيه له ، d' المستقيم المار من B ويقبل $\vec{v}(3,1,-1)$ شعاع توجيه له والمطلوب:

(1) اثبت ان d, d' متقاطعان في نقطة ، يطلب تعيينها.

(2) اوجد معادلة المستوي P الذي يقبل \vec{u} و \vec{v} شعاعي توجيه له.

(3) اوجد معادلة المستوي Q العمودي على المستوي P ويمر بالنقطتين A و B

(4) اكتب معادلة الكرة التي مركزها I وتمس المستوي Q .

(5) اوجد احداثيات C' المسقط القائم لـ C لى الفصل المشترك لتقاطع المستويين P و Q .

المسألة الرابعة: نتأمل رباعي الوجوه $OABC$ ثلاثي الزوايا القائمة رأسه O حيث $OA = OB = 1$ ، $OC = 2$

النقطة D هي المسقط القائم للنقطة O على المستوي (ABC)

لنختار معلماً متجانساً $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث $\vec{i} = \vec{OA}$ ، $\vec{j} = \vec{OB}$ ، $\vec{k} = \frac{1}{2}\vec{OC}$

(1) استنتج ان احداثيات D هي $(\frac{4}{9}, \frac{4}{9}, \frac{2}{9})$

(2) احسب $\vec{OD} \cdot \vec{AB}$ و $\vec{OC} \cdot \vec{AB}$ واستنتج ان المستقيم (AB) عمودي على المستوي (OCD) .

(3) احسب كل من $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$ و $\vec{AC} \cdot \vec{BD}$ واستنتج ان D هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC .

(4) احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$.