

I منتصف $[CD]$ و J منتصف $[BE]$ والمطلوب اثبت ان النقاط A, I, J تقع على استقامة واحدة.

التمرين الرابع: في معلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط

$$A(1,0,-1), B(2,2,3) C(3,1,-2) D(-4,2,1)$$

(1) عين احداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

(2) عين احداثيات النقطة G' مركز الابعاد المتناسبة للنقاط المثقلة

$$(A, 3) \text{ و } (B, -1) \text{ و } (C, 1)$$

(3) عين مجموعة النقاط مة الفراغ التي تحقق المعادلة:

$$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$$

(4) اكتب المعادلة الديكارته لمجموعة النقاط M

التمرين الخامس: في معلم متجانس لدينا المستويين

$$Q: 4x + 2y - 2z = 1 \quad P: 2x + y - z = 3$$

(المطلوب: 1) اوجد البعد بين المستويين.

(2) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة $A(1,3,2)$ والمحتوى في المستوي

P

التمرين السادس: رباعي وجوه $ABCD$ نعرف النقاط P, Q, R, S

$$\overrightarrow{DS} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}, \quad \overrightarrow{BR} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BA}$$

$$\overrightarrow{AQ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}, \quad \overrightarrow{BP} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BC}$$

اثبت تلاقي المستقيمتين (PQ) و (RS) .

المسألة الأولى: $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 2

$$2\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{AG}$$

(1) اثبت ان K تقع في المستوي BCG

(2) استنتج ان K مركز ابعاد متناسبة للنقاط المثقلة

$$(G, \gamma), (B, \beta), (C, \alpha) \text{ وارسم } K.$$

(3) احسب حجم الهرم الذي رأسه G وقاعدته $ABFE$

(4) افرض معلم متجانس $(A, \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$

(a) اكتب احداثيات النقاط التي تمثل رؤوس المكعب.

(b) اكتب معادلة المستوي ABC

(c) اكتب معادلة الكرة التي مركزها F وتمر بالنقطة B

(d) اثبت ان المستوي ABC يقطع الكرة السابقة في دائرة عين نصف قطرها.

المسألة الثانية: في معلم متجانس لدينا النقطتان

$$A(5, -1, -2) \quad B(3, 12, -7) \quad \Delta \text{ مستقيم معرف بالتمثيل الوسيطى}$$

$$\begin{cases} x = 1 + 3k \\ y = 1 + 2k. \\ z = 4k \end{cases} \quad K \in R$$

(1) عين تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ' المار من A والموجه بالشعاع

$$\vec{u}(-2, 1, 1)$$

(2) اثبت ان Δ' و Δ مستقيمان منقطعان في نقطة $C(1, 1, 0)$

(3) اثبت ان Δ' و Δ مستقيمان متعامدان.

(4) ليكن المستوي P معين بالمستقيمين Δ' و Δ

(a) بين ان الشعاع $\vec{n}(2, 11, -7)$ ناظم للمستوي P ثم اكتب

معادلة المستوي P

(b) بين ان النقطة C هي المسقط القائم للنقطة B على المستوي P

السؤال الاول: في الفضاء المنسوب لمعلم متجانس لتكن المستويات:

$$P: x + y - 2z = 0$$

$$Q: y - 2z + 3 = 0$$

$$R: 2y + z + 1 = 0$$

(المطلوب: 1) بين ان P و Q متقاطعان بفصل مشترك و اوجد تمثيلاً وسيطياً له. (2) اوجد تقاطع المستويات الثلاث (الفصل المشترك)

السؤال الثاني: في الفضاء المنسوب لمعلم متجانس بين ان مجموعة النقاط $M(x, y, z)$ المعطاة بالمعادلة:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 8y = 0$$

تمثل كرة S اوجد مركزها ونصف قطرها ثم بين ان المستوي $P: 2x - y + 2z + 2 = 0$ يقطع S اوجد نصف قطر المقطع الدائري.

السؤال الثالث: في المعلم المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط

$$A(1, 2, -3) B(-1, 3, 3) C(4, -1, 3)$$

اوجد احداثيات النقطة D التي تجعل الرباعي $ABCD$

معين، ثم اثبت ان قطراه متعامدان و عين احداثيات نقطة تقاطعهما.

اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

السؤال الرابع: احسب بعد النقطة $A(3, -1, 2)$ عن المستقيم d الذي يمثل الفصل المشترك للمستويين

$$P: 2x - y + z - 4 = 0 \quad Q: x + y + 2z - 5 = 0$$

السؤال الخامس: رباعي وجوه $ABCD$ ونقطتان I و J معرفتان وفق

$$\overrightarrow{IA} = 2\overrightarrow{IB} \quad \overrightarrow{JC} = 2\overrightarrow{JD} \quad \text{والمطلوب:}$$

(1) اثبت ان اياً كانت النقطة M من الفراغ تحقق

$$\overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD} = -\overrightarrow{MJ} \quad \overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} = -\overrightarrow{MI}$$

(2) جد مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق:

$$\|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\|$$

التمرين الاول: في معلم متجانس المستوي P الذي معادلته

$$A(2, 1, -1) B(-1, 3, 0) \text{ ولتكن النقطتان } x - y + 2z + 1 = 0$$

والمستقيم Δ المار من $D(-1, 2, 7)$ ويعامد المستوي P والمطلوب:

(1) اوجد تمثيلاً وسيطياً لكل من Δ و (AB) ، ثم عين نقطة تقاطعهما.

(2) اوجد المسقط القائم لـ D على المستوي P و اوجد المسقط القائم للنقطة

B على المستقيم Δ .

التمرين الثاني: $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات مركزه O فيه

منتصف $[EH]$ و $[AB]$ و K منتصف $[CG]$ وفيه

$$AB = 2, AD = AE = 1$$

$$(1) \text{ اثبت ان } 2(\overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{IH}) = \overrightarrow{BH} - \overrightarrow{BF}$$

(2) اثبت ان الاشعة $\overrightarrow{FH}, \overrightarrow{FB}, \overrightarrow{IJ}$ مرتبطة خطياً

(3) احسب $\cos \angle K\overline{OI}$ ثم اوجد معادلة المخروط الذي رأسه A ومركز

قاعدته الدائرة التي مركزها B وتمر بالنقطة C .

التمرين الثالث: A, B, C ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة في

$$\text{الفراغ ولتكن النقطتان } E, D \text{ تحققان } \overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{CE}, \quad 3\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB}$$

$$p': 13x - y - 2z - 41 = 0 \text{ ليكن المستوى}$$

عين احداثيات النقطة D نقطة تقاطع P' مع المستقيم Δ .

المسألة الثالثة: في الفضاء المنسوب لمعلم متجانس لدينا النقاط

$$A(-1,0,2) \quad B(0,0,1) \quad C(2,-1,1)$$

d مستقيم مار من A ويقبل $\vec{u}(4,1,-2)$ شعاع توجيه له ، d' المستقيم المار من B ويقبل $\vec{v}(3,1,-1)$ شعاع توجيه له والمطلوب:

(1) اثبت ان d, d' متقاطعان في نقطة ، يطلب تعيينها.

(2) اوجد معادلة المستوي P الذي يقبل \vec{u} و \vec{v} شعاعي توجيه له.

(3) اوجد معادلة المستوي Q العمودي على المستوي P ويمر بالنقطتين A و B

(4) اكتب معادلة الكرة التي مركزها I وتمس المستوي Q .

(5) اوجد احداثيات C' المسقط القائم لـ C لى الفصل المشترك لتقاطع المستويين P و Q .

المسألة الرابعة: نتأمل رباعي الوجوه $OABC$ ثلاثي الزوايا القائمة رأسه O حيث $OA = OB = 1$ ، $OC = 2$

النقطة D هي المسقط القائم للنقطة O على المستوي (ABC)

لنختار معلماً متجانساً $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ حيث $\vec{i} = \vec{OA}$ ، $\vec{j} = \vec{OB}$ ، $\vec{k} = \frac{1}{2}\vec{OC}$

(1) استنتج ان احداثيات D هي $(\frac{4}{9}, \frac{4}{9}, \frac{2}{9})$

(2) احسب $\vec{OD} \cdot \vec{AB}$ و $\vec{OC} \cdot \vec{AB}$ واستنتج ان المستقيم (AB) عمودي على المستوي (OCD) .

(3) احسب كل من $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$ و $\vec{AC} \cdot \vec{BD}$ واستنتج ان D هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC .

(4) احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$.