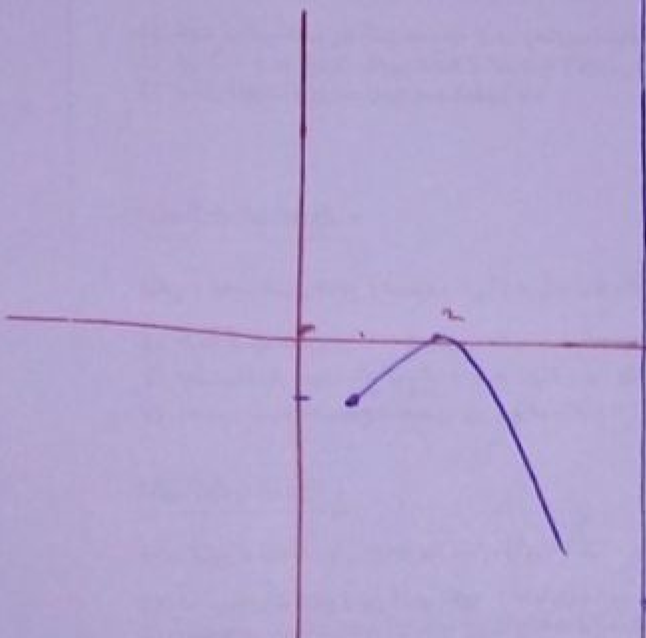
x	1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$



أهم أخطاء التغيرات

1) $f(x) = 2\sqrt{x-1} - x$

التابع f ~~[illegible]~~ مستمر ومعرف على $[1,+\infty[$

$f(1) = -1$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} 2\sqrt{x^2\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)} - x$

$= \lim_{x\to+\infty} 2|x|\sqrt{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}} - x$

$= \lim_{x\to+\infty} 2x\sqrt{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}} - x$

$= \lim_{x\to+\infty} x\left[2\sqrt{\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}} - 1\right]$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty[2(0)-1) = -\infty$

ندرس قابلية الاشتقاق عند (1)؛

$\lim_{x\to1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim \frac{2\sqrt{x-1} - x + 1}{x-1}$

$= \lim_{x\to1} \frac{2\sqrt{x-1}}{x-1} + \frac{(-x+1)}{x-1}$

$= \lim \frac{2\cancel{\sqrt{x-1}}}{\sqrt{x-1}\cdot\cancel{\sqrt{x-1}}} - \frac{(x-1)}{x-1}$

$\lim_{x\to1} \frac{2}{\sqrt{x-1}} - 1 = +\infty - 1 = +\infty$

f غير اشتقاقي عند (1)

التابع اشتقاقي على $]1,+\infty[$

$f'(x) = 2\frac{1}{2\sqrt{x-1}} - 1$

$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}} - 1$

$f'(x) = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x-1}} = 1 \Rightarrow \sqrt{x-1} = 1$

$\Rightarrow x-1 = 1 \Rightarrow x = 2$

$f(2) = 0$

2-].

$f(x) = x + \frac{e^x}{e^x+1}$, $D_f = R$

f اشتقاقية ومعرفة على R

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = x + \frac{e^x}{e^x\left[1+\frac{1}{e^x}\right]}$

$\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

$f'(x) = 1 + \frac{e^x(e^x+1) - e^x(e^x)}{(e^x+1)}$

$f'(x) = 1 + \frac{e^{2x} + e^x - e^{2x}}{(e^x+1)^2}$

$f'(x) = 1 + \frac{e^x}{(e^x+1)^2}$

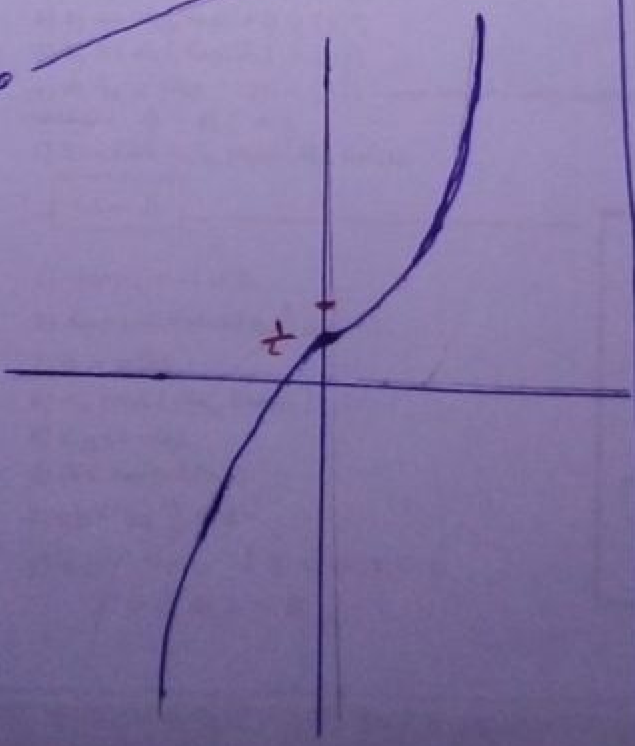
$f'(x) > 0$ تزايد

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

$f(0) = \frac{1}{2}$

نقطة صادرة

$(0, \frac{1}{2})$



$f(x) = \ln\left[\frac{x-2}{x+2}\right]$

$D_f =]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$

$y = 0$ مقارب افقي

$\lim_{x\to-2^-} f(x) = \ln\left(\frac{-4}{0^-}\right) = \ln(+\infty)$

$\lim_{x\to-2^-} f(x) = +\infty$

$x = -2$ مقارب شاقولي

$\lim_{x\to2^+} f(x) = -\infty$

$x = 2$ مقارب شاقولي

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{x-2}{x+2}\right)'}{\frac{x-2}{x+2}}$$

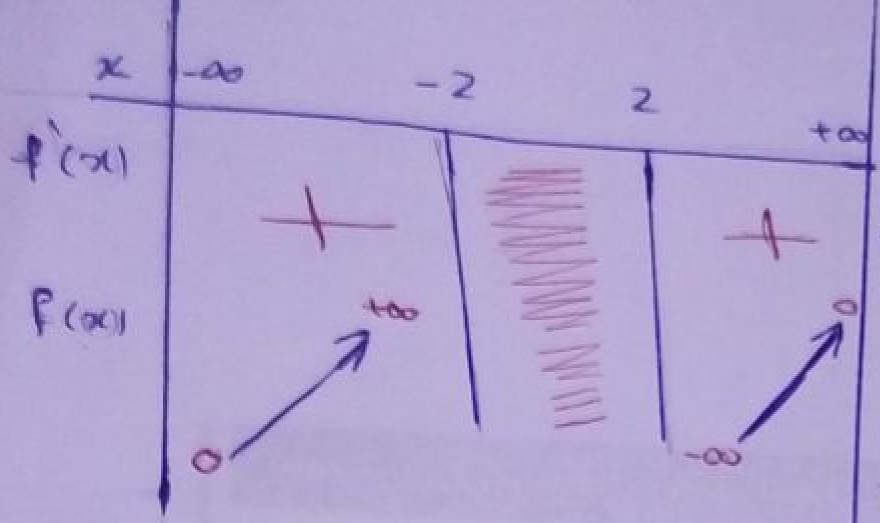
$$f'(x) = \frac{\frac{(x+2)-(x-2)}{(x+2)^2}}{\frac{x-2}{x+2}}$$

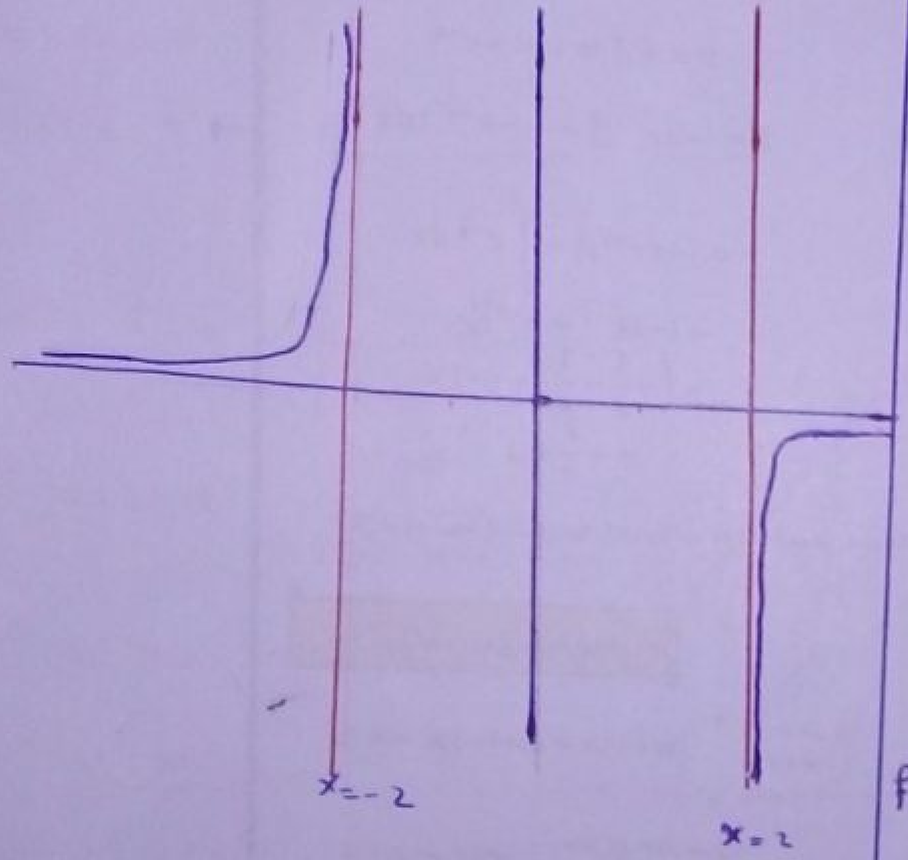
$$f'(x) = \frac{\frac{x+2-x+2}{(x+2)^2}}{\frac{x-2}{x+2}}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{4}{(x+2)^2}}{\frac{x-2}{x+2}} \qquad \frac{\cancel{(x+2)}(4)}{(x-2)\cancel{(x+2)^2}}$$

$$f'(x) = \frac{4}{(x-2)(x+2)} \qquad \frac{4}{x^2-4}$$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2-4=0 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=2$
$x=-2$





4] $f(x) = e^{-x} + \frac{1-x}{1+x}$, $D_f = \mathbb{R}\setminus\{-1\}$

التابع مستمر واشتقاقي ومعرف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

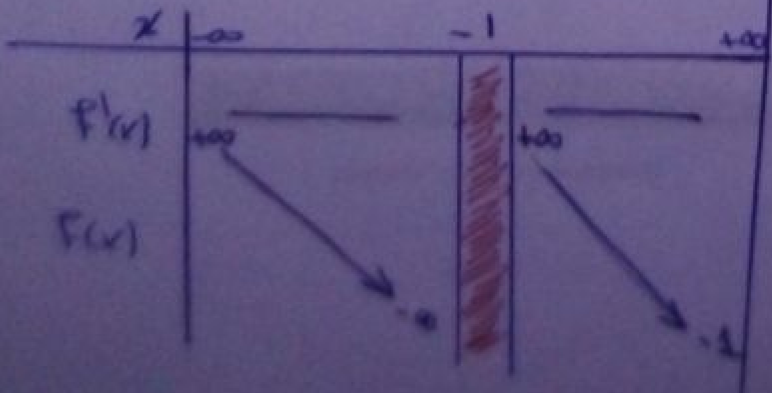
$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -1$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

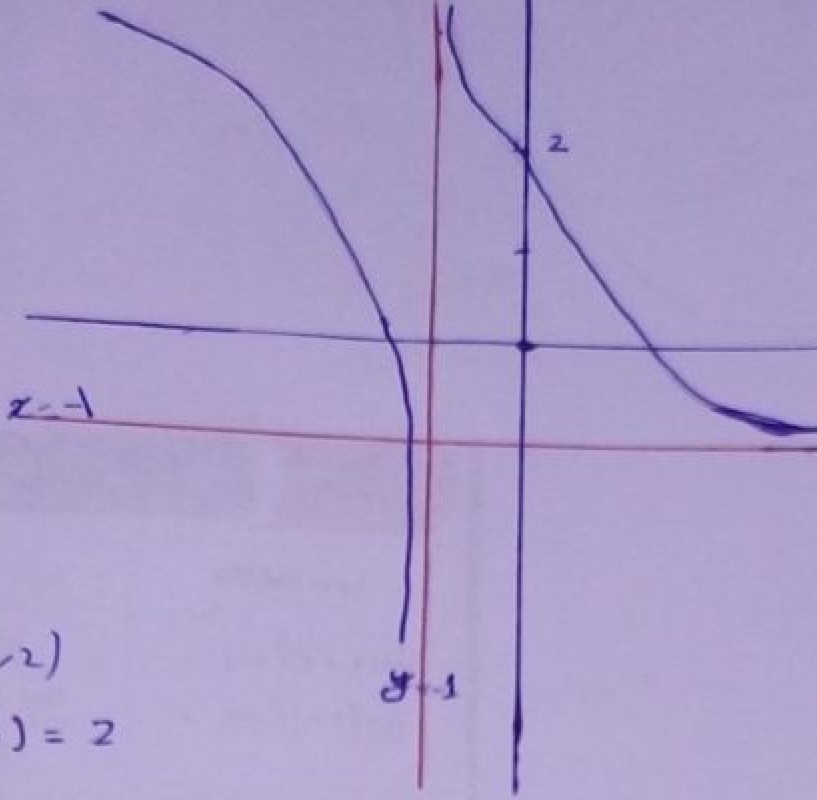
$y = -1$ مقارب افقي

$\lim_{x\to-1^-} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to-1^+} f(x) = +\infty$

$x = -1$ مقارب شاقولي

$f'(x) = -e^{-x} - \frac{2}{(1+x)^2} < 0$





$(0,2)$

$f(0) = 2$

$f(x) = \frac{1}{2}(e^{x} - e^{-x})$, $D_f = R$

(5 . f معرفة واشتقاقية مستمرة ومتزايدة على R

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

$f'(x) = \frac{1}{2}(e^{x} + e^{-x})$,

$f'(x) = \frac{1}{2}\left(e^{x} + \frac{1}{e^{x}}\right)$

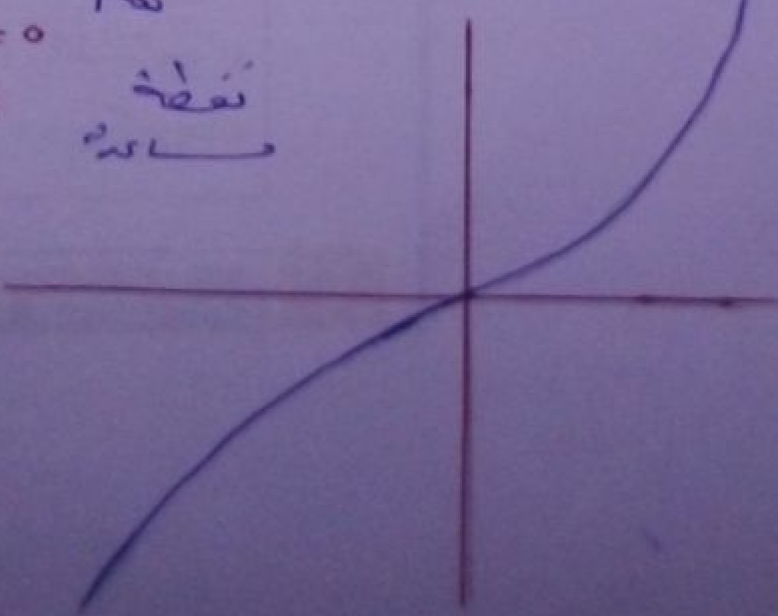
$f'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{e^{2x}+1}{e^{x}}\right) > 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

$f(0) = 0$

$(0,0)$

نقطة ساكنة



6) . $f(x) = (x-1)e^x$, $D_f = \mathbb{R}$

f معرف ومستمر ,اشتقاقي على R

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = ?$

$f(x) = xe^x - e^x$

قانون

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 0$; $\lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0$

$f'(x) = e^x + e^x(x-1)$

$f'(x) = e^x(1 + x - 1) \Rightarrow f'(x) = xe^x$

$e^x \neq 0 \Rightarrow x = 0$

$f(0) = -1$ $\quad$ ($f(1) = 0$ $(1,0)$ نقطة [illegible])

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

التابع مستمر ومشتق ومعرف على
المجال وعندما نشتق أي تابع
نكتبه حسب ...

7.

$f(x) = \dfrac{1}{x\ln x}$, $D_f =]0,1[\cup]1,+\infty[$

f معرف واشتقاقي على $]0,1[\cup]1,+\infty[$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = ?$

$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \dfrac{1}{0^-} = -\infty$

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$

$f'(x) = \dfrac{-(\ln x + 1)}{(x\ln x)^2} = \dfrac{-\ln x - 1}{(x\ln x)^2}$

x	0		$\frac{1}{e}$		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	‖		$-$
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$-e$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

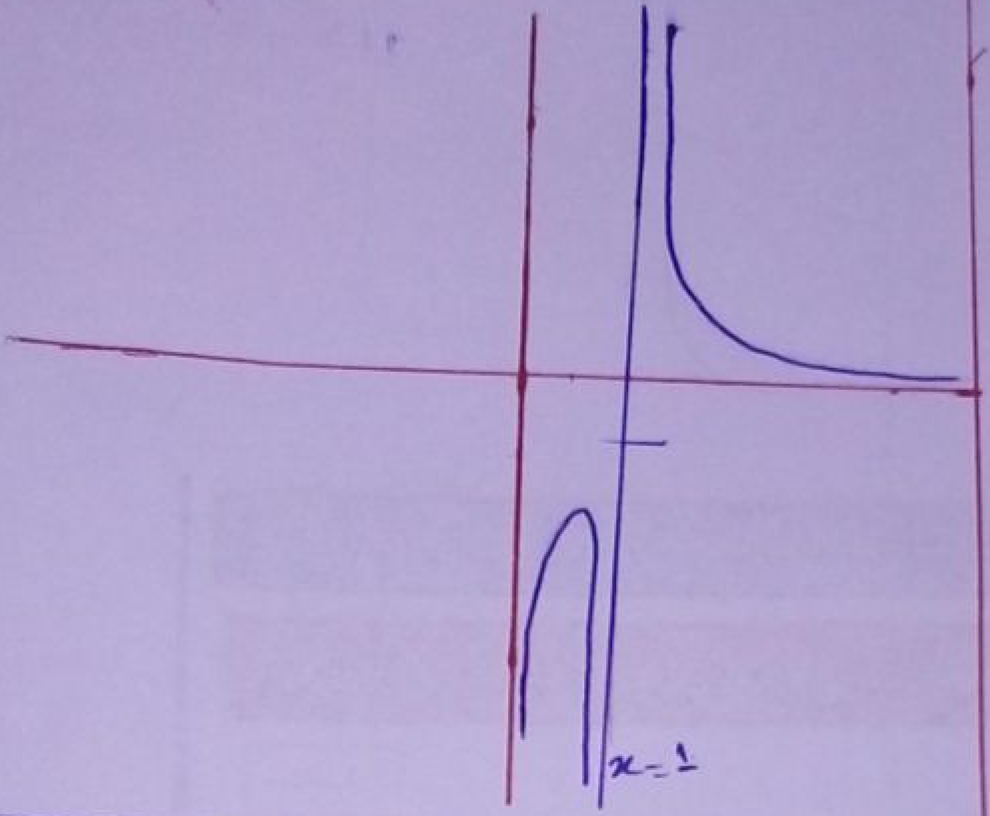
$f'(x) = 0 \Rightarrow \dfrac{-\ln x - 1}{(x(\ln x))^2} = 0$

$f'(x) = 0 \Rightarrow -\ln x - 1 = 0$

$-\ln x = 1 \Rightarrow \ln x = -1$

$e^{\ln x} = e^{-1} \Rightarrow x = \frac{1}{e}$

$f(\frac{1}{e}) = \dfrac{1}{\frac{1}{e}\ln\frac{1}{e}} = \dfrac{1}{\frac{1}{e}(-1)} = \dfrac{1}{-\frac{1}{e}} = -e$



8)

$f(x) = \ln(e^{-x}+1)$, $D_f = R$

التابع معرف ومستمر واشتقاقي ومطرد على R

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

y=0 مقارب افقي في جوار +∞

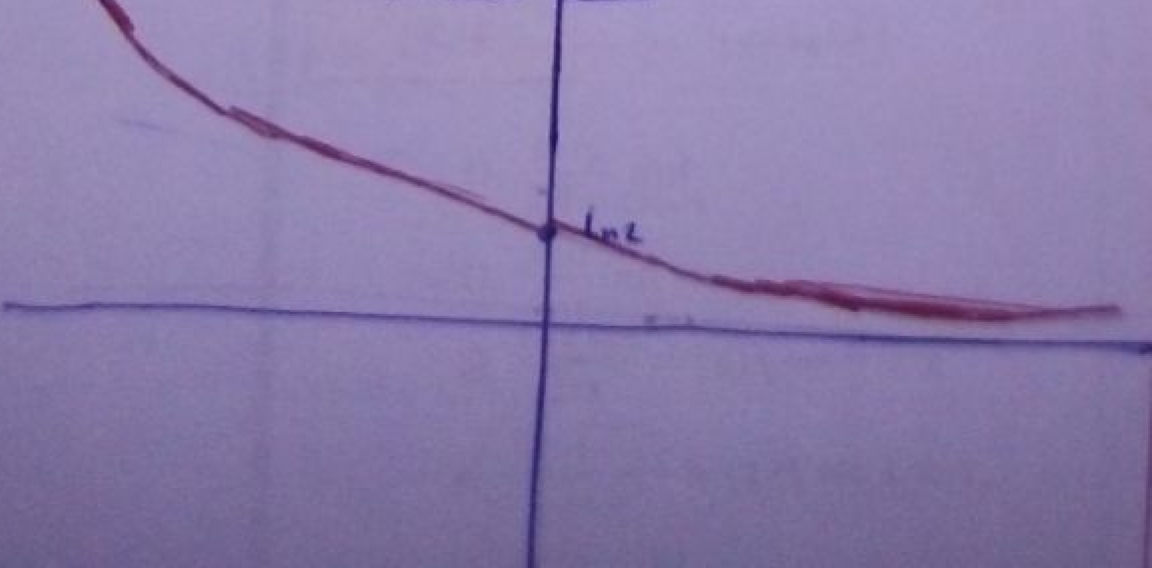
$f'(x) = \dfrac{-e^{-x}}{(e^{-x}+1)} < 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0

$f(0) = \ln 2$

$(0, \ln 2)$

نقطة مساعدة



9.

$$f(x) = \exp\left(\frac{x}{x^2+1}\right)$$

التابع معرف واشتقاقي على R

$$f(x)\quad e^{\frac{x}{x^2+1}}$$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1$

$y=1$ مقارب افقي في جوار $+\infty$, $-\infty$

$$f'(x) = \left(\frac{x}{x^2+1}\right)' \cdot e^{x/x^2+1}$$

$$f'(x) = \frac{x^2+1-2x(x)}{(x^2+1)^2} \cdot e^{\frac{x}{x^2+1}}$$

$$f'(x) = \frac{x^2-2x^2+1}{(x^2+1)^2} \cdot e^{\frac{x}{x^2+1}}$$

$$f'(x) = \frac{-x^2+1}{(x+1)^2} \cdot e^{\frac{x}{x^2+1}}$$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	1	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↘	$-\sqrt{e}$	↗	$\sqrt{e}$	↘	1

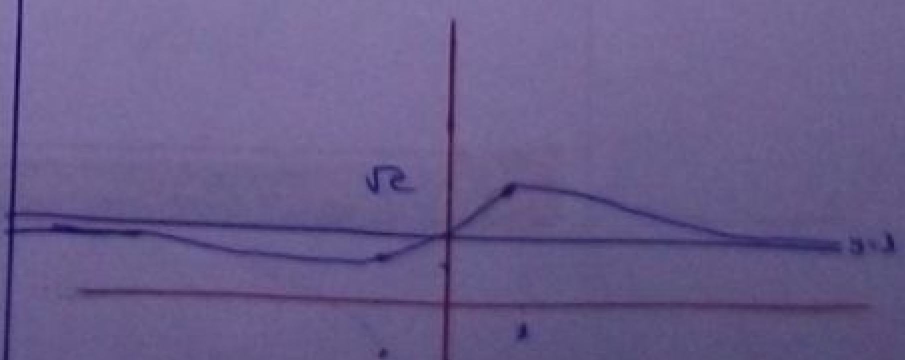
$f(0)=1$
$(0,1)$

$f'(x)=0 \Rightarrow \frac{-x^2+1}{(x+1)^2} \cdot e^{\frac{x}{x^2+1}} = 0$

$e^{\frac{x}{x^2+1}} \neq 0 \Rightarrow \frac{-x^2+1}{(x+1)^2} = 0$

$\Rightarrow -x^2+1=0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=1,\ x=-1$

$f(1)=\sqrt{e}$, $f(-1)= e^{-\frac{1}{2}}$



10.

$$f(x) = \frac{x-2}{x^2+x-2} \quad , D_f = \mathbb{R}\setminus\{-2,1\}$$

التابع f معرف على واشتقاقي ومستمر على R

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$, $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1$

$y=1$ مقارب افقي في جوار $+\infty$, $-\infty$

$$\lim_{x \to -2^-} f(x) = \frac{+2}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \to -2^+} f(x) = -\infty$$

$x=-2$ مقارب شاقولي

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \frac{-1}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = -\infty$$

$x=1$ مقارب شاقولي

f تابع اشتقاقي ومستمر على Df .

$$f'(x) = \frac{2x(x^2+x-2)-(2x+1)(x^2-2)}{(x^2+x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\cancel{2x^3}+2x^2-\cancel{4x}-\cancel{2x^3}+\cancel{4x}-x^2+2}{(x^2+x-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2+2}{(x^2+x-2)} > 0$$

المقام موجب اشارة المشتق من اشارة البسط

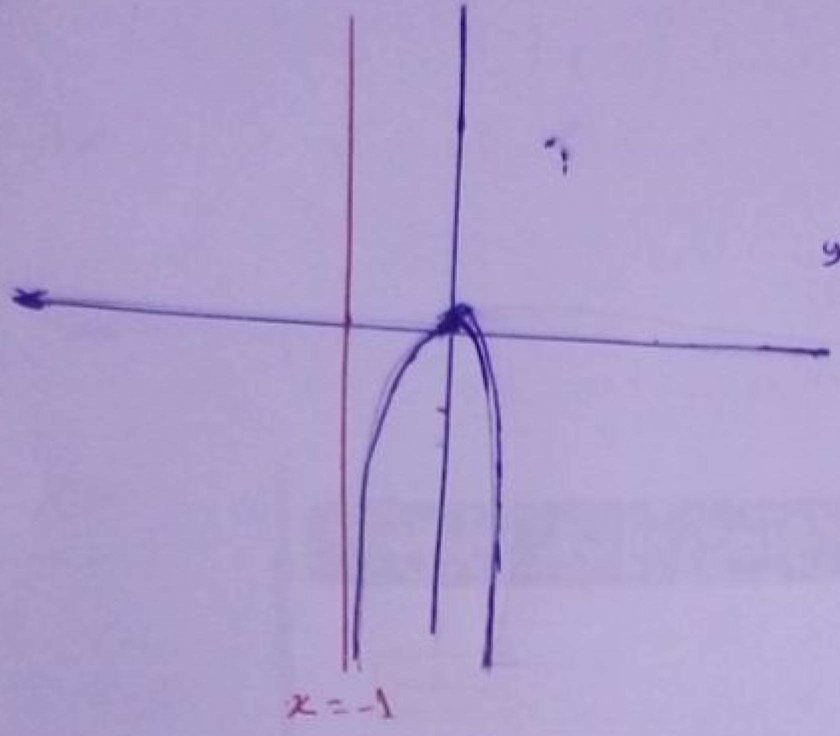
$f'(x)=0 \Rightarrow x^2+2=0 \Rightarrow x^2=-2$ مستحيل

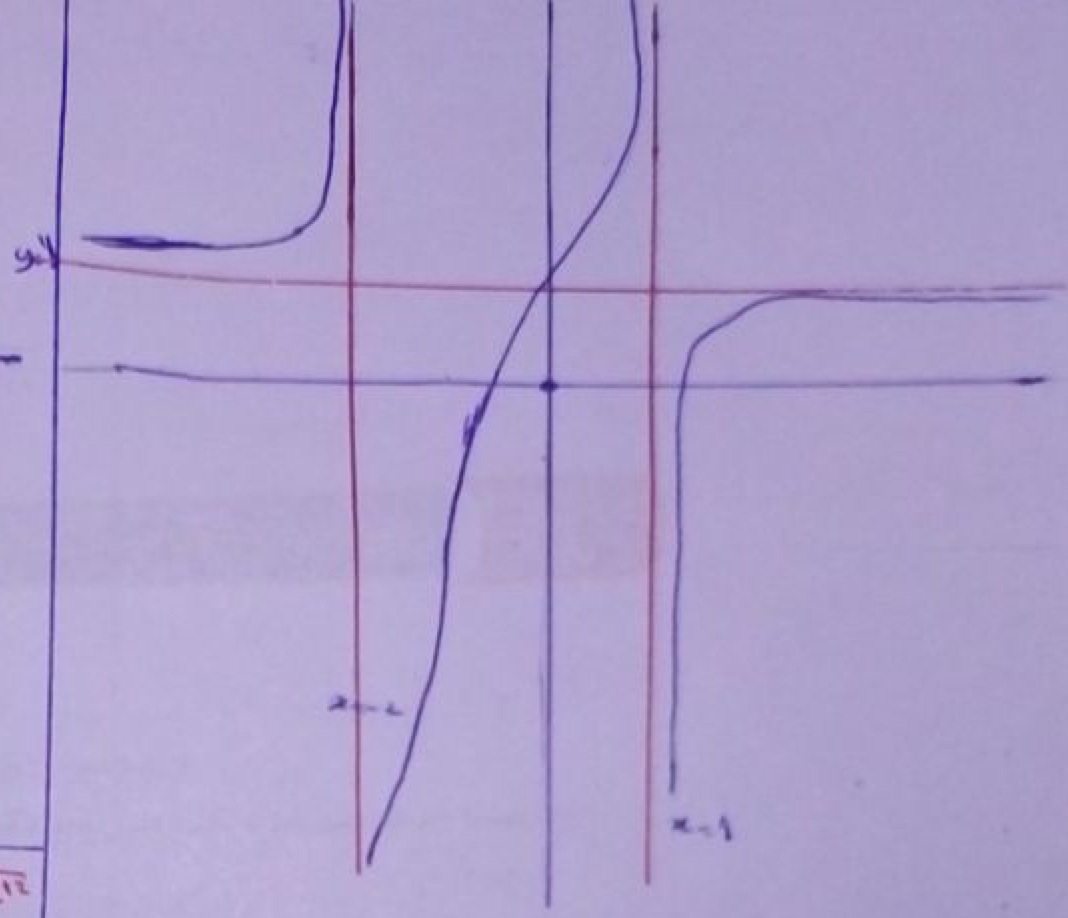
لا ينعدم f'

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	‖	$+$	
$f(x)$	1 ↗ $+\infty$		‖	$-\infty$ ↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗ 1	

$f(0)=1$

$f(\sqrt{2})=0$, $f(-\sqrt{2})=$ [illegible]





.[12] $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$, $D_f=]0,+\infty[$

f معرف واشتقاقي ومعرّف على $]0,+\infty[$

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=0$

$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$

$f'(x)=\dfrac{\frac{1}{x}.x-\ln x}{x^2}=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$

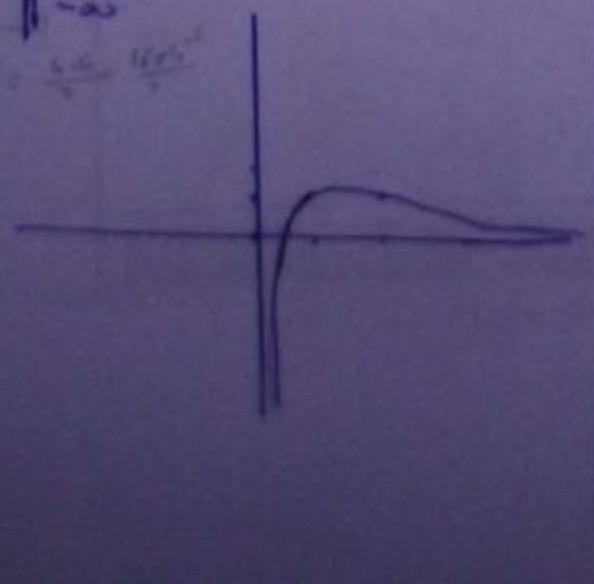
المقام موجب إشارة المشتق من إشارة البسط

$f'(x)=0 \Rightarrow 1-\ln x=0 \Rightarrow -\ln x=-1$

$\ln x=1 \Rightarrow e^{\ln x}=e^{\ln(1)}$

$x=e$ $\quad f(e)\ \frac{1}{e}$

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$\frac{1}{e}$	↘	0



.[11] $f(x)=\ln(1+x)-x$

$D_f=$ [redacted] $]-1,+\infty[$

f معرف واشتقاقي على $]-1,+\infty[$

$\lim\limits_{x\to -1} f(x)=-\infty$

$x=-1$ مقارب شاقولي

$f(x)=\ln(1+x)-\ln e^{x}$

$f(x)=\ln\left[\dfrac{1+x}{e^{x}}\right]$

$f(x)=\ln\left[\dfrac{1}{e^{x}}+\dfrac{x}{e^{x}}\right]$. $\ln(0)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=-\infty$ $\quad \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{e^{x}}=0$ قانون

$f'(x)=\dfrac{1}{1+x}-1$

$f'(x)=0 \Rightarrow \dfrac{1}{1+x}-1=0 \Rightarrow \dfrac{1}{1+x}=1$

$1+x=1 \Rightarrow x=0$ - $f(0)=0$

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$

$f(x) = (x+1)\ln x \quad , D_f =]0,+\infty[$. [13

f معرف واشتقاقي على $]0,+\infty[$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \quad , \quad \lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$

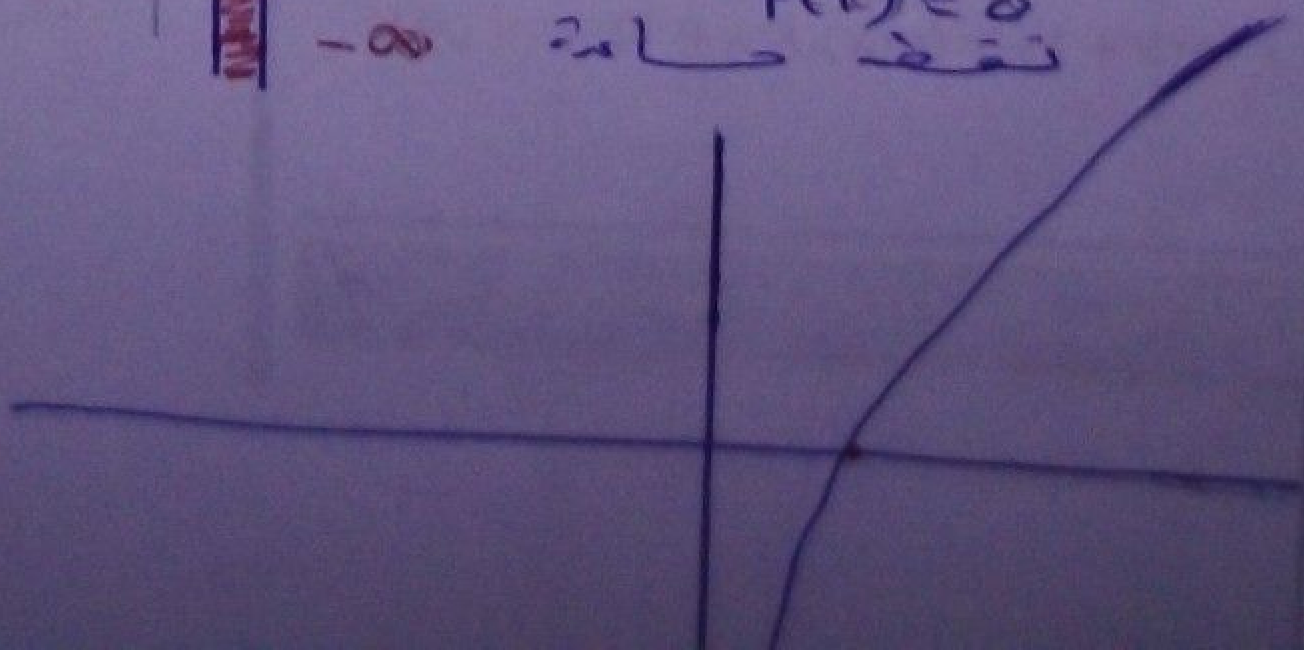
$f'(x) = \ln x + \frac{1}{x}(x+1)$

$f'(x) = \ln x + 1 + \frac{1}{x} > 0$

f متزايد

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	||	$+$	$+$
$f(x)$	||	$-\infty \nearrow$	$+\infty$

$f(1) = 0$ نقطة



13. $f(x) = (x+1)\ln x$, $D_f =]0,+\infty[$

f معرفة واشتقاقية على $]0,+\infty[$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \to 0} f(x) = -\infty$

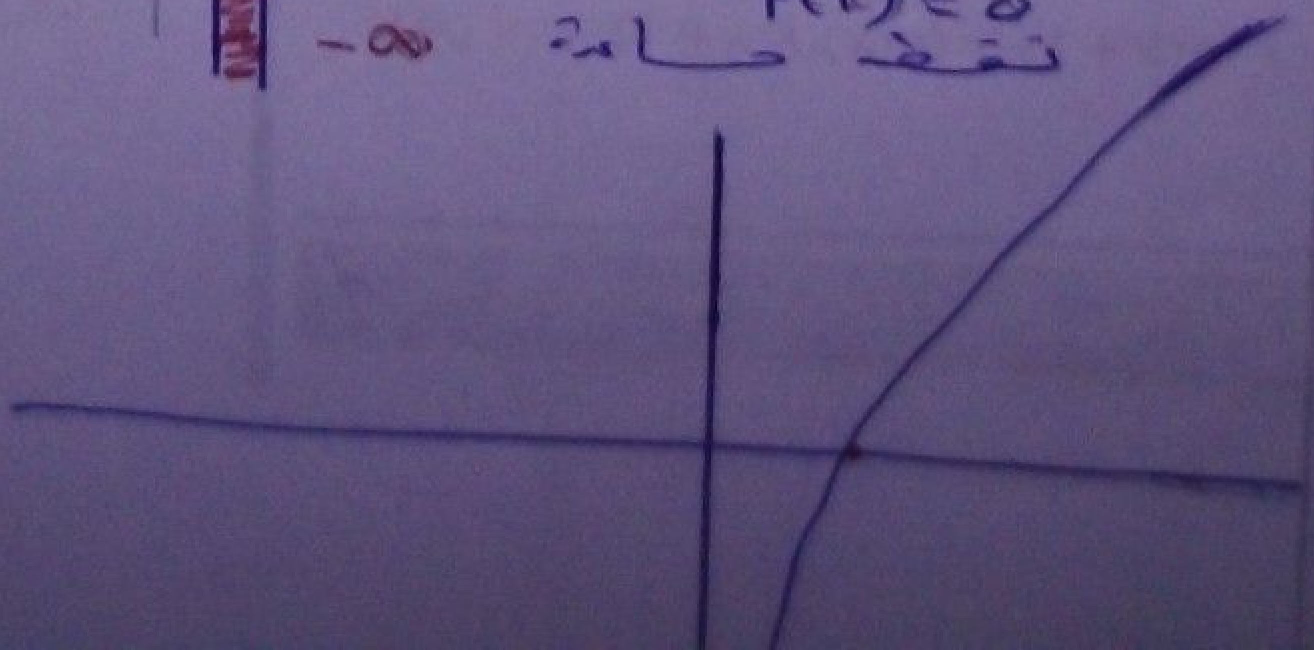
$f'(x) = \ln x + \frac{1}{x}(x+1)$

$f'(x) = \ln x + 1 + \frac{1}{x} > 0$

f متزايدة

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	+ +	
$f(x)$	‖	$-\infty$ ↗	$+\infty$

$f(1) = 0$ نقطة



$f(x) = x - \ln x$, $D_f =]0,+\infty[$

f معرف واشتقاقي ومطرد على $]0,+\infty[$

$\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = ?$

$f(x) = x\left[1 - \frac{\ln x}{x}\right]$

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$

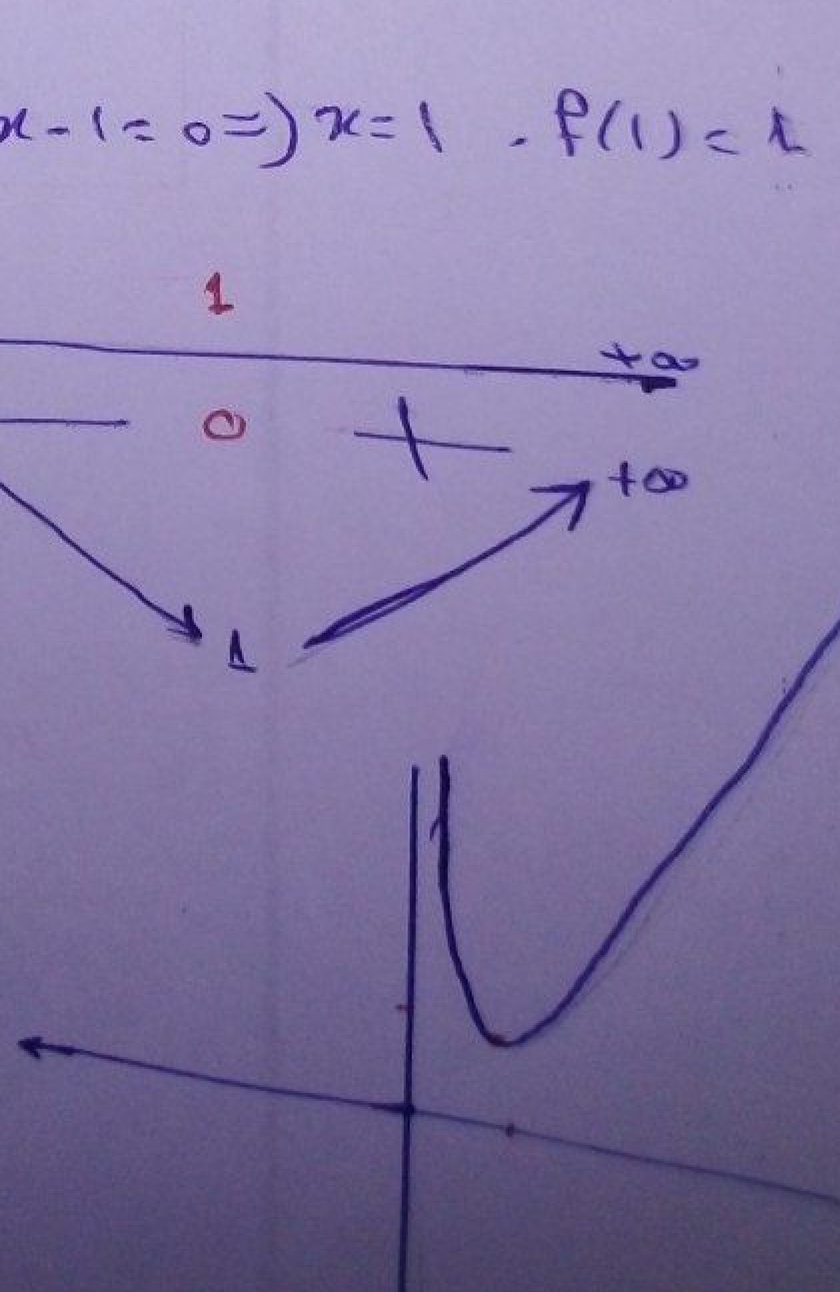
قانون

$; \lim\limits_{x\to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$f'(x) = 1 - \frac{1}{x} = 0$

$\Rightarrow \frac{x-1}{x} = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$. $f(1) = 1$

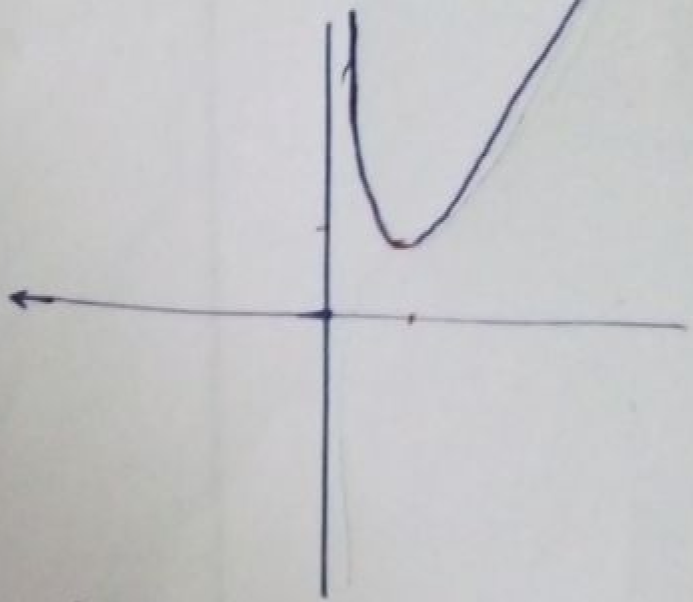
x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$



$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{x-1}{x} = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \quad , f(1) = 1$$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+\infty \searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$



$$f(x) = x - x\ln x \quad , D_f =]0, +\infty[$$

15]:

f معرف و اشتقاقي على $]0,+\infty[$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = 0 \qquad \lim_{x \to 0} x\ln x = 0$$

$$f(x) = x[1 - \ln x]$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$$

التابع مستمر و قابل للاشتقاق على $]0,+\infty[$

$$f'(x) = 1 - [\tfrac{1}{x} x + \ln x] = 1 - (1 + \ln x)$$

$$f'(x) = -\ln x$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \ln x = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$f(1) = 1$$

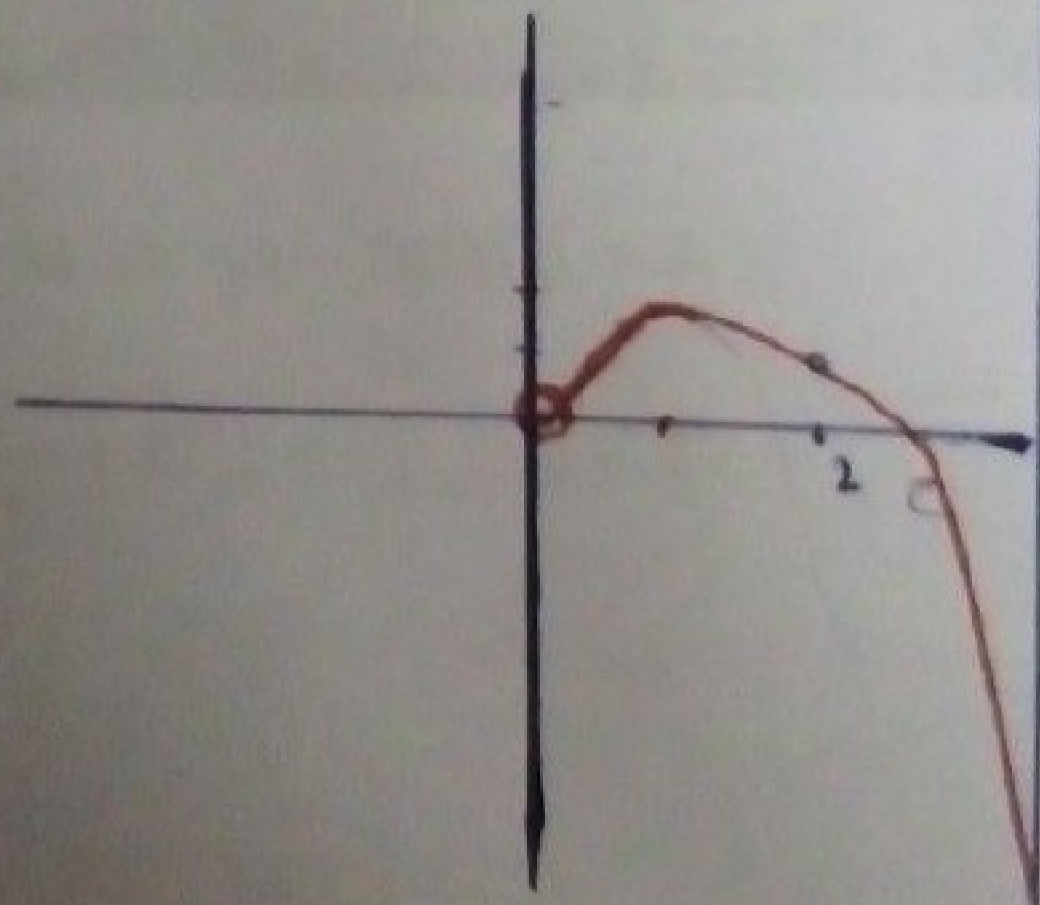
x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ 0	↗	1	↘	$-\infty$

$f(e)=0$

$(e,0)$

نقطة

فاصلة



$f(x) = \frac{(x+1)^2}{e^x}$, $D_f =]-\infty, +\infty[$ [illegible]

f معرف واشتقاقه معرف على R

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = ?$, $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{e^x}$

$f(x) = \frac{x^2}{e^x} + \frac{2x}{e^x} + \frac{1}{e^x}$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ [illegible]

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$$

$$f'(x) = \frac{(2x+2)e^x - e^x(x^2+2x+1)}{(e^x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\cancel{2xe^x} + 2e^x - x^2e^x - \cancel{e^x 2x} - e^x}{(e^x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{e^x - x^2e^x}{(e^x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\cancel{e^x}(1 - x^2)}{\cancel{e^{2x}}}$$

$$f'(x) = \frac{1-x^2}{e^x} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1-x^2}{e^x} = 0$$

$$1-x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = -1,\ x = 1$$

$$f(1) = \frac{4}{e}, \quad f(-1) = 0$$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{4}{e}$	$\searrow$	0