أولاً :

السؤال الأول:

$$P^{3}_{n+3} = 16\binom{n+2}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} n+3 \geq 3 \\ n+2 \geq 2 \end{array}\right] \Rightarrow n \geq 0$$

$$(n+3)\cancel{(n+2)(n+1)} = 16\,\frac{\cancel{(n+2)(n+1)}}{\cancel{2}\times 1}$$

$$n+3 = 8 \Rightarrow \boxed{n=5}$$

السؤال الثاني:

$$P: 2x+y-2z-4=0$$

1) $A\,(2,1,2)$

$$dist(A,P) = \frac{|4+1-4-4|}{\sqrt{4+1+4}} = \frac{3}{3} = 1$$

2) $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2 = 1$

السؤال الثالث:

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x.\sin x\,dx$$

$u = x \qquad v' = \sin x$

$u' = 1 \qquad v = -\cos x$

$$I = \left[-x.\cos x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\,dx$$

$$= -\frac{\pi}{2}.\cos\frac{\pi}{2} + 0 + \left[\sin x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 0 + \sin\frac{\pi}{2} - \sin(0) = 1$$

السؤال الرابع:

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0 \qquad \lim\limits_{x\to 0} f(x) = -\infty$

$y=0$ مقارب أفقي في جوار $(+\infty)$.

2) حل وحيد

3) $f(1) = \frac{1}{e}$ قيمة حدية كبرى

4) $x \in]0,1[$

المدرس: عبد الرحمن عطيف
0934321238

السؤال الخامس:

$$f(x) = \frac{2x^2+\cos^2(x)}{x}$$

$$\Delta: y = 2x$$

$$f(x) - y_\Delta = \frac{2x^{\cancel{2}}}{\cancel{x}} + \frac{\cos^2(x)}{x} \cancel{-2x}$$

$$f(x) - y_\Delta = \frac{\cos^2(x)}{x}$$

$$0 \leq \cos^2(x) \leq 1$$

$\div x \ ; \ x \to -\infty$

$$0 \geq \frac{\cos^2(x)}{x} \geq \frac{1}{x}$$

$$0 \geq f(x) - y_\Delta \geq \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x} = 0 \Rightarrow \lim_{x\to-\infty}(f(x)-y_\Delta) = 0$$

Δ مقارب مائل في جوار $(-\infty)$.

$$f(x) - y_\Delta = \frac{\cos^2(x)}{x} \leq 0$$

C تحت Δ

السؤال السادس:

عدد الكرات البيضاء: n

،، ،، الحمراء: $3n$

1) $P(w) = \frac{n(w)}{n(\Omega)} = \frac{n}{4n} = \frac{1}{4}$

2) $X = \{0,1,2,3\}$

$$P(X=k) = \binom{n}{k}.p^k.q^{n-k}$$

$n=3 \qquad p=\frac{1}{4} \qquad q=\frac{3}{4}$

$$P(X=k) = \binom{3}{k}.\left(\frac{1}{4}\right)^k.\left(\frac{3}{4}\right)^{3-k}$$

$$= \binom{3}{k}.\frac{1}{4^k}.\frac{3^{3-k}}{4^{3-k}} = \binom{3}{k}\frac{3^{3-k}}{64}$$

$$P(X=0) = \binom{3}{0}.\frac{3^3}{64} = \frac{27}{64}$$

$P(X=1) = \frac{27}{64} \qquad P(X=2) = \frac{9}{64}$

$P(X=3) = \frac{1}{64}$

X	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{1}{64}$

ثانياً:

التمرين الأول:

$u_{n+1} = (u_n - 2)^2 + 2 \qquad u_0 = \frac{5}{2}$

1) $E(n): 2 \leq u_n \leq 3$

$E(0): 2 \leq u_0 = \frac{5}{2} \leq 3$

نفرض العلاقة $E(n)$ صحيحة

$E(n): 2 \leq u_n \leq 3$

نثبت صحة العلاقة $E(n+1)$

$E(n+1): 2 \leq u_{n+1} \leq 3$

$2 \leq (u_n - 2)^2 + 2 \leq 3$

من الفرض $E(n)$:

$2 \leq u_n \leq 3$

$-2 \qquad 0 \leq u_n - 2 \leq 1$

$0 \leq (u_n - 2)^2 \leq 1$

$+2 \qquad 2 \leq (u_n - 2)^2 + 2 \leq 3$

$E(n+1): 2 \leq u_{n+1} \leq 3$

$E(n+1)$ محققة ومنه $E(n)$ محققة أياً كان n.

2) $u_{n+1} - u_n = (u_n - 2)^2 + 2 - u_n$

$= (u_n - 2)^2 - (u_n - 2)$

$= (u_n - 2)(u_n - 2 - 1)$

$u_{n+1} - u_n = (u_n - 2)(u_n - 3)$

نعلم أن $2 \leq u_n \leq 3$ ومنه:

$u_n - 3 \leq 0$

$u_n - 2 \geq 0$

$u_{n+1} - u_n = (u_n - 2)(u_n - 3) \leq 0$

u_n متناقصة

3) u_n متناقصة ومحدودة من الأدنى بالعدد (2) فهي متقاربة من (2).

$f(x) = x \Rightarrow (x-2)^2 + 2 = x$

$x^2 - 4x + 6 = x \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$

$x_1 = 2$

$x_2 = 3 \qquad \Rightarrow \lim_{n \to +\infty} u_n = 2$

التمرين الثاني:

$A(1,3,0) \quad N(0,0,3)$

$B(0,6,0) \quad M(0,6,2)$

1) $\overrightarrow{NA}(1,3,-3)$

$\overrightarrow{NM}(0,6,-1)$

نفرض ناظم المستوي $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n} \perp \overrightarrow{NA} \Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{NA} = 0$

$a + 3b - 3c = 0 \text{ ----- } (1)$

$\vec{n} \perp \overrightarrow{NM} \Rightarrow \vec{n} \cdot \overrightarrow{NM} = 0$

$6b - c = 0 \text{ ----- } (2)$

نفرض $\boxed{b = 1}$

من (2):

$\boxed{c = 6}$

نعوض في (1):

$a + 3 - 18 = 0$

$\boxed{a = 15}$

$\vec{n}(15,1,6)$

$N(0,0,3)$

$15(x-0) + 1.(y-0) + 6(z-3) = 0$

$P_{MAN}: 15x + y + 6z - 18 = 0$

2) Δ $O(0,0,0)$

$\vec{u} = \vec{n}(15,1,6)$

$\Delta \begin{cases} x = 15t \\ y = t \quad ; t \in R \\ z = 6t \end{cases}$

3) نكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة [BM]

$\vec{n} = \overrightarrow{BM}(0,0,2)$

$I(0,6,1)$

$0.(x-0) + 0.(y-6) + 2.(z-1) = 0$

$2(z-1) = 0$

$\div 2 \Rightarrow z - 1 = 0$

وهو المطلوب

المدرس: عبد الرحمن عجليني
0934321238

المسألة الأولى:

$P(Z) = Z^3 - 2(a + i\sqrt{3})Z^2 - 4(a - i\sqrt{3})Z + 8$

1) $Z = 2$

$P(2) = 0$

$8 - 2(a + i\sqrt{3})(4) - 4(a - i\sqrt{3})(2) + 8 = 0$

$\div 8$

$1 - a - i\sqrt{3} - a + i\sqrt{3} + 1 = 0$

$-2a + 2 = 0 \Rightarrow \boxed{a = 1}$

2) $P(Z) = (Z - 2) \cdot Q(Z)$

$Q(Z) = \dfrac{P(Z)}{Z - 2}$

$Q(Z) = \dfrac{Z^3 - 2(1 + i\sqrt{3})Z^2 - 4(1 - i\sqrt{3})Z + 8}{Z - 2}$

$$\begin{array}{l|l} & Z^2 - 2\sqrt{3}iZ - 4 \\ \hline Z - 2 & Z^3 - 2Z^2 - 2\sqrt{3}i Z^2 - 4Z + 4\sqrt{3}iZ + 8 \\ & \mp Z^3 \pm 2Z^2 \\ & -2\sqrt{3}i Z^2 - 4Z + 4\sqrt{3}iZ + 8 \\ & \pm 2\sqrt{3}i Z^2 \mp 4\sqrt{3}iZ \\ & -4Z + 8 \\ & \pm 4Z \mp 8 \\ & 0 \end{array}$$

$Q(Z) = Z^2 - 2\sqrt{3}iZ - 4$

$P(Z) = 0 \Rightarrow (Z - 2)(Z^2 - 2\sqrt{3}iZ - 4) = 0$

$Z_1 = 2$ إما

أو

$Z^2 - 2\sqrt{3}iZ - 4 = 0$

$\Delta = 4 \times 3i^2 - 4(1)(-4) = -12 + 16 = 4$

$Z_2 = \dfrac{2\sqrt{3}i - 2}{2} = -1 + \sqrt{3}i$

$Z_3 = \dfrac{2\sqrt{3}i + 2}{2} = 1 + \sqrt{3}i$

التمرين الثالث:

$f(x) = (ax + b)e^{-x}$

1) $f(-1) = e$

$(-a + b)e = e$

$-a + b = 1 \; ----(1)$

$f'(x) = a \cdot e^{-x} - e^{-x}(ax + b)$

$= e^{-x}(a - ax - b)$

$f'(-1) = 0$

$e(a + a - b) = 0$

$\boxed{2a = b}$

نعوض في (1):

$-a + 2a = 1$

$\boxed{a = 1} \Rightarrow \boxed{b = 2}$

2) $f(x) = (x + 2) \cdot e^{-x}$

$f'(x) = e^{-x} - e^{-x}(x + 2)$

$= e^{-x}(1 - x - 2)$

$f'(x) = e^{-x}(-x - 1)$

3) $y' + y = \lambda \cdot e^{-x}$

$e^{-x}(-x - 1) + (x + 2) \cdot e^{-x} = \lambda e^{-x}$

$e^{-x}(-x - 1 + x + 2) = \lambda e^{-x}$

$\boxed{\lambda = 1}$

$y' + y = e^{-x}$

المدرس: عبد الرحمن عيطيني
0934321238

ثانياً:

a) $a = 2 \quad b = 1+\sqrt{3}i \quad c = -1+\sqrt{3}i$

$$\frac{a-b}{c-b} = \frac{2-1-\sqrt{3}i}{-1+\sqrt{3}i-1-\sqrt{3}i} = \frac{1-\sqrt{3}i}{-2}$$

$$= \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$= \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}$$

$$= e^{\frac{2\pi}{3}i}$$

$$\frac{Z_{\vec{BA}}}{Z_{\vec{BC}}} = e^{\frac{2\pi}{3}i} \Rightarrow \frac{|Z_{\vec{BA}}|}{|Z_{\vec{BC}}|} = 1 \Rightarrow BA = BC$$

المثلث ABC متساوي ساقين

b)

$$a' = \bar{a} = 2$$

$$\cancel{b' = 1-\sqrt{}} \quad b' = \bar{b} = 1-\sqrt{3}i$$

$$c' = \bar{c} = -1-\sqrt{3}i$$

المسألة الثانية:

$$f(x) = e^{-x}.(1+\ln x) \qquad I =]0,+\infty[$$

$$g(x) = \frac{1}{x} - 1 - \ln x$$

1) g معرف ومستمر واشتقاقي على $]0,+\infty[$

$$\lim_{x\to 0^+} g(x) = +\infty - 1 + \infty = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = 0 - 1 - \infty = -\infty$$

$$g'(x) = \frac{-1}{x^2} - \frac{1}{x} = \frac{-1-x}{x^2}$$

$g'(x) = 0 \Rightarrow -1-x = 0 \Rightarrow \boxed{x = -1} \notin I$ مرفوض

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	
$g(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

2) g معرف ومستمر ومتناقص تماماً على المجال $]0,+\infty[$ وأن: $g(x) \in]-\infty,+\infty[$

$g(x) = 0$ ومنه يوجد حل وحيد للمعادلة α

$$\alpha = 1 \Rightarrow g(1) = 1-1-\ln(1) = 0$$

3)

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = e^0(1+\ln(0)) = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = e^{-\infty}(1+\infty) = 0.(\infty)$$

حالة عدم تعيين

$$f(x) = e^{-x} + e^{-x}.\ln x = e^{-x} + \frac{\ln x}{e^{+x}}$$

$$f(x) = e^{-x} + \frac{x}{e^x}\cdot\frac{\ln x}{x}$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0 + 0\times 0 = 0 \qquad y = 0$$

مقارب أفقي

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x} = 0 \quad \Big\} \quad \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x} = 0$$ حيث أن:

4) f معرف ومستمر واشتقاقي على $]0,+\infty[$ $f'(x)$

$$f'(x) = -e^{-x}(1+\ln x) + \frac{1}{x}.e^{-x} = e^{-x}\left(-1-\ln x+\frac{1}{x}\right)$$

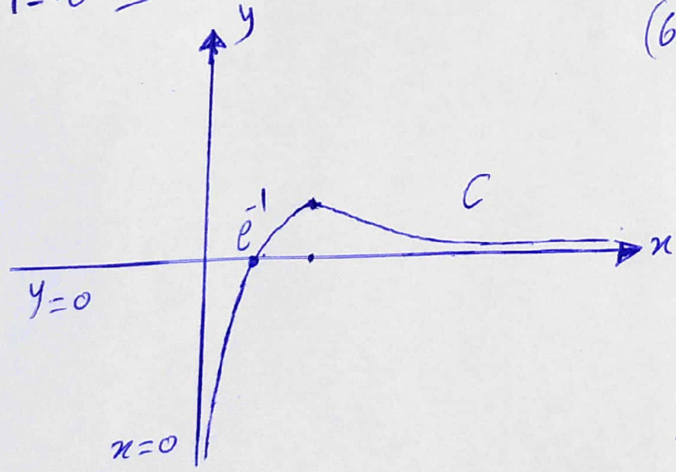
$$f'(x) = e^{-x}.g(x) = \frac{g(x)}{e^x}$$

5) $f'(x) = 0 \Rightarrow g(x) = 0 \Rightarrow x = \alpha = 1$

$$f(1) = e^{-1}(1+0) = e^{-1}$$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	e^{-1}	$\searrow$	0

6)



المدرس: عبد الرحمن عبد الغني

0934321238