المدرس: محمود ساعد

المتتاليات

المدرس: محمود ساعد

المتتالية الحسابية

كل حد ينتج عن سابقه بإضافة مقدار ثابت $r =$

$$u_{n+1} = u_n + r$$

القوانين

لإثبات أن المتتالية حسابية $u_{n+1} - u_n =$ ثابت

لحساب أحد الحدود او الأساس r $\quad u_n - u_m = (n-m)r$

يستخدم إذا علم u_0 $\quad u_n = u_0 + n.r$

لحساب مجموع n حد من متوالية من متتالية حسابية $\quad S = \left(\frac{a+l}{2}\right)n$

a: الحد الأول و l: الحد الأخير و n: عدد الحدود

عدد الحدود=$n = j - i + 1$

الوسيط $\quad 2b = a + c$

المتتالية الهندسية

كل حد ينتج عن سابقه بضربه بمقدار ثابت $q =$

$$u_{n+1} = u_n . q$$

القوانين

لإثبات أن المتتالية هندسية $\frac{u_{n+1}}{u_n} = q$ أو $u_{n+1} = u_n . q$

لحساب أحد الحدود او الأساس q $\quad \frac{u_n}{u_m} = q^{n-m}$

يستخدم إذا علم u_0 $\quad u_n = u_0 . q^n$

لحساب مجموع n حد من متوالية من متتالية هندسية $\quad S = a\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)$

a: الحد الأول و q: أساسها و n: عدد الحدود

عدد الحدود=$n = j - i + 1$

الوسيط $\quad b^2 = a.c$

دراسة اطراد

المتتالية من النمط u_n

إذا كانت المتتالية تحوي

قوة مثل 2^n أو عاملي مثل $n!$

أو سلسلة مثل: $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + ... + \frac{1}{2^n}$

أو مجموع مثل: $u_n = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + ... + \frac{1}{2n}$

ندرس إشارة

$u_{n+1} - u_n > 0 \Rightarrow$ المتتالية متزايدة تماما

$u_{n+1} - u_n \geq 0 \Rightarrow$ المتتالية متزايدة

$u_{n+1} - u_n < 0 \Rightarrow$ المتتالية متناقصة تماما

$u_{n+1} - u_n \leq 0 \Rightarrow$ المتتالية متناقصة

فيما عدا ذلك ندرس اطراد التابع

$$f(x) = u_n$$

مجموع حدود **غير** متوالية من متتالية حسابية نستخدم نفس القانون ولكن يختلف عدد الحدود ولحسابه نحول الحدود الغير متوالية إلى حدود متوالية

مجموع حدود **غير** متوالية من متتالية هندسية نستخدم نفس القانون ولكن يختلف الأساس وعدد الحدود

ابصم للسرعة

- كل متتالي حسابية أساسها موجب تكون متزايدة تماما
- كل متتالي حسابية أساسها سالب تكون متناقصة تماما

البرهان بالتدريج: $E(n)$

١) نبرهن صحة القضية من أجل أول عدد طبيعي تحقق القضية

٢) نفرض صحة $E(n)$ ونبرهن صحة $E(n+1)$

هنا لدينا أكثر من طريقة

- في السلاسل نستخدم

نعوض في القصير $= s_{n+1} = I_1$

نعوض في الطويل $= s_{n+1} = I_2$

- في المضاعفات ولإثبات صحة القضية بعد التخمن

ننطلق من $E(n+1)$ لنصل للقضية $E(n)$

- في المترجحات ننطلق من القضية $E(n)$ لنصل للقضية $E(n+1)$
- في المتتاليات من النمط u_{n+1}

ننطلق من $E(n)$ ونأخذ الصور نصل للقضية $E(n+1)$

0933004590

المتتالية من النمط u_{n+1}

إذا طلب متزايدة تماما نبرهن بالتدريج صحة

$$E(n): u_{n+1} > u_n$$

إذا طلب متناقصة تماما نبرهن بالتدريج صحة

$$E(n): u_{n+1} < u_n$$

ونستخدم أخذ الصور لإثبات صحة $E(n+1)$

لذلك يجب دراسة اطراد التابع $f(x)$

ملاحظة: (اطراد f غير متعلق باطراد u_n)