بسم الله الرحمن الرحيم

بناتي الطالبات ، أبنائي الطلاب :

كل عام وأنتم بخير وأتمنى لكن/لكم النجاح والتوفيق .... ، وبعد

الصورة المقابلة تبين الصفحة الأولى من اختبار مادة الإحصاء وفيها تجميع لكل القوانين والعلاقات الهامة التي تحتاجونها عند دراسة المقرر وذلك تخفيفاً لكن/لكم من كثرة الحفظ ، وكما قلت لكن/لكم مراراً وتكراراً أن المادة تحتاج للفهم أكثر منه للحفظ .

أيضاً أقدم لكن/لكم في هذه المذكرة مراجعة سريعة يمكن الاستعانة بها لمراجعة المادة في اليوم السابق للاختبار وأعتقد أنها ستكون مفيدة لمن تابعني في المحاضرات ، فهي معينة له (بإذن الله) في تجميع المادة في أقل وقت ممكن ، لكني لا أعلم مدى فائدتها لمن لم يطلع على المحاضرات المسجلة وبالتالي أرجو عدم سؤالي السؤال التالي : "**هل يكفي المذاكرة منها ؟**" فليس لدي إجابة لمثل هذا السؤال .

ستجدون (بإذن الله) أن العمليات الحسابية التي ستواجهونها في الاختبار هي عمليات غاية في البساطة (كما يتضح من الأمثلة المعطاة) وأن أية آلة حاسبة بسيطة فيها السند ، فلا داعي لتضييع الوقت مع الآلات المبرمجة التي لن يُسمح بها في الاختبار .

مع تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح

مبادئ الإحصاء الفصل الثاني 1435/1434 هـ نموذج A

إبني الطالب ، إبنتي الطالبة

في هذه الصفحة (الصفحة الأولى من هذا الاختبار) نقدم بياناً بالرموز التي تم استخدامها خلال هذا المقرر ، وأيضاً قائمة بالعلاقات والقوانين التي استخدمناها طوال دراستنا لهذا المقرر ، ويمكنك الاستعانة بها عند الحاجة لذلك . وبالله التوفيق

الرموز المستخدمة :

- c = طول الفئة ، d = الانحراف عن الوسط الحسابي
- $|d|$ = القيمة المطلقة للانحراف عن الوسط الحسابي ، D = الفرق في الرتب بين قيم ظاهرتين x , y
- f = التكرار ، $\bar{f}$ = التكرار النسبي
- M = الوسيط ، $M.D$ = الانحراف المتوسط
- P_{10} = المئين العاشر ، P_{90} = المئين التسعون
- Q_1 = الربيع الأول ، Q_3 = الربيع الثالث
- R = المدى ، s = الانحراف المعياري
- s^2 = التباين ، x_0 = مركز الفئة
- $\bar{x}$ = الوسط الحسابي ، $\hat{X}$ = المنوال

القوانين والعلاقات الهامة المستخدمة :

- [لبيانات مفردة أو توزيعات تكرارية متقطعة أو متصلة]
  - الوسط الحسابي = $\frac{\sum x}{n}$ أو $\frac{\sum fx}{\sum f}$ أو $\frac{\sum fx_0}{\sum f}$
  - الانحراف المتوسط = $\frac{\sum |d|}{n}$ أو $\frac{\sum f\,|d|}{\sum f}$
  - التباين = مربع الانحراف المعياري = $\frac{\sum d^2}{n}$ أو $\frac{\sum fd^2}{\sum f}$
- **معامل الاختلاف** = $\frac{s}{\bar{x}} \times 100$ ، **الدرجة المعيارية لقيمة x** = $\frac{x-\bar{x}}{s}$
- **المدى الربيعي = ضعف الانحراف الربيعي** = $Q_3 - Q_1$ ، **المدى المئيني** = $P_{90} - P_{10}$
- **معامل الاختلاف الربيعي** = $\frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100$ ، **معامل الالتواء الربيعي** = $\frac{Q_3 - 2M + Q_1}{Q_3 - Q_1}$
- **معامل الالتواء المئيني** = $\frac{P_{90} - 2M + P_{10}}{P_{90} - P_{10}}$
- **معامل التفرطح المئيني = (نصف المدى الربيعي) ÷ المدى المئيني**
- **للمنحنيات وحيدة المنوال وبسيطة الالتواء :**
  - الوسط – المنوال = 3 × (الوسط – الوسيط)
  - النسبة بين الانحراف المتوسط إلى الانحراف المعياري إلى الانحراف الربيعي كالنسبة بين 12 إلى 15 إلى 10
- **معامل ارتباط الرتب r (معامل سبيرمان) بين ظاهرتين x , y يُعطى بـ :**

$$r = 1 - \frac{6\sum D^2}{n(n^2-1)}$$ **[حيث n عدد أزواج الظاهرتين]**

استعن بالله وابدأ الاختبار مع تمنياتي لكم/لكن بالتوفيق والنجاح

الجزء الأول

تجميع للتعريفات النظرية الخاصة بالباب الأول [مفاهيم أساسية] مع تدريبات

الإحصاء الوصفي : هو العلم الذي يهتم بجمع وتبويب وعرض ووصف البيانات وحساب بعض المقاييس الخاصة بها دون الوصول إلى نتائج أو استدلالات خاصة

الإحصاء الاستقرائي أو الاستدلال الإحصائي أو الإحصاء الاستدلالي :

هو العلم الذي يبحث في استقراء النتائج واتخاذ القرارات

المتغير النوعي هو المتغير الذي لا يمكن التعبير عنه بعدد [مثل لون العين/رأيك في موضوع/لون سيارات بأحد المواقف/....]

المتغير الكمي هو المتغير الذي يُعبر عنه بعدد [مثل عدد الطلاب/الوزن/الدخل/......]

المتغير الكمي المتصل هو المتغير الذي يمكن أن يأخذ أي قيمة بين قيمتين [مثل الوزن/الدخل/......]

المتغير الكمي المتقطع : هو المتغير الذي يمكن أن يأخذ قيمتين لكن لا يأخذ أي قيمة بينهما [مثل عدد الطلاب/عدد أيام شهر ما]

البيانات النوعية : هي البيانات (أو المشاهدات) التي يكون فيها المتغير متغير نوعي

البيانات الكمية : هي البيانات (أو المشاهدات) التي يكون فيها المتغير متغير كمي

البيانات الكمية المتصلة : هي البيانات (أو المشاهدات) التي يكون فيها المتغير متغير كمي متصل .

البيانات الكمية المتقطعة: هي البيانات (أو المشاهدات) التي يكون فيها المتغير متغير كمي متقطع .

البيانات المنفصلة: هي بيانات إما نوعية أو كمية متقطعة .

جمع البيانات هي عملية الحصول على القياسات الخاصة بظاهرة معينة وعادةً ما تُسمى البيانات المجمعة بالبيانات الخام

تنظيم وعرض البيانات : هي عملية وضع البيانات المجمعة في جداول خاصة وعرضها بطرق مناسبة

تحليل البيانات: هي عملية إيجاد مقاييس تتحدد قيمها من البيانات وتعطي بعض الدلالات عن الظاهرة تحت الدراسة

استقراء النتائج واتخاذ القرارات : هي الاستنتاجات التي يتوصل إليها الباحث من خلال تحليله للبيانات وعادةً ما تكون على شكل تقديرات أو تنبوءات أو تعميمات أو قرارات بالرفض أو القبول

تدريبات

اختر الإجابة الصحيحة لكلٍ مما يأتي :

1. .... هو العلم الذي يهتم بجمع وتبويب وعرض ووصف البيانات وحساب بعض المقاييس الخاصة بها دون الوصول إلى نتائج أو استدلالات

✓ (أ) علم الإحصاء الوصفي (ب) علم الإحصاء الاستقرائي (ج) علم تقنية المعلومات (د) علم تكنولوجيا المعلومات

2. .... هو العلم الذي يبحث في استقراء النتائج واتخاذ القرارات :

(أ) علم الإحصاء الوصفي ✓ (ب) علم الإحصاء الاستقرائي (ج) علم تقنية المعلومات (د) علم تكنولوجيا المعلومات

3. .... هي عملية الحصول على القياسات والبيانات الخاصة بظاهرة معينة .

(أ) تحليل البيانات ✓(ب) جمع البيانات (ج) تنظيم وعرض البيانات (د) استقراء النتائج واتخاذ القرارات

4. .... هي عملية وضع البيانات الخاصة بظاهرة معينة في جداول منسقة وعرضها بطرق مناسبة .

(أ) تحليل البيانات (ب) جمع البيانات ✓ (ج) تنظيم وعرض البيانات (د) استقراء النتائج واتخاذ القرارات

5. .... هي عملية إيجاد مقاييس تتحدد قيمها من البيانات وتعطي بعض الدلالات عن الظاهرة تحت الدراسة

✓ (أ) تحليل البيانات (ب) جمع البيانات (ج) تنظيم وعرض البيانات (د) استقراء النتائج واتخاذ القرارات

6. .... هي الاستنتاجات التي يتوصل إليها الباحث من خلال تحليله للبيانات وعادةً ما تكون على شكل تقديرات أو تنبوءات أو تعميمات أو قرارات بالرفض أو القبول

(أ) تحليل البيانات (ب) جمع البيانات (ج) تنظيم وعرض البيانات ✓ (د) استقراء النتائج واتخاذ القرارات

7. عدد الأيام N في كل شهر هو متغير :

(أ) نوعي ✓(ب) كمي متقطع (ج) كمي متصل (د) خلاف ما سبق

8. المسافة d (بالكيلومتر) التي يقطعها شخص يومياً من بيته لمكان عمله هي متغير :

(أ) نوعي (ب) كمي متقطع ✓(ج) كمي متصل (د) خلاف ما سبق

9. لون السيارات C في أحد مواقف السيارات هو متغير :

✓(أ) نوعي (ب) كمي متقطع (ج) كمي متصل (د) خلاف ما سبق

10. وزن البطاطس W (بالكيلوجرام) التي تنتجها مزارع مختلفة في سنة معينة هو متغير :

(أ) نوعي (ب) كمي متقطع ✓(ج) كمي متصل (د) خلاف ما سبق

11. عدد حبات البطيخ N التي تبيعها محلات سوبر ماركت مختلفة يوم الجمعة هو متغير :

(أ) نوعي ✓(ب) كمي متقطع (ج) كمي متصل (د) خلاف ما سبق

12. الزمن t الذي يأخذه كل طالب في كليتك لحل اختبار مقرر الإحصاء هو متغير :

(أ) نوعي (ب) كمي متقطع ✓(ج) كمي متصل (د) خلاف ما سبق

13. مقاس الأحذية S هو متغير :

(أ) نوعي ✓(ب) كمي متقطع (ج) كمي متصل (د) خلاف ما سبق

14. اللعبة الرياضية A التي يفضلها أفراد أسرتك هي متغير :

✓(أ) نوعي (ب) كمي متقطع (ج) كمي متصل (د) خلاف ما سبق

15. البيانات المجمعة عن تقديرات الطلبة في أحد المقررات الدراسية هي :

✓ (أ) نوعية (ب) كمية متقطعة (ج) كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

16. البيانات المجمعة عن النسبة المئوية لدرجات الطلبة في أحد المقررات هي بيانات :

(أ) نوعية (ب) كمية متقطعة ✓ (ج) كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

17. البيانات المجمعة عن النسبة المئوية لدرجات الطلبة (<u>مقربة لأقرب عدد صحيح</u>) في أحد المقررات هي بيانات :

(أ) نوعية ✓ (ب) كمية متقطعة (ج) كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

18. البيانات المجمعة عن المعدلات التراكمية للطلاب هي بيانات :

(أ) نوعية (ب) كمية متقطعة ✓ (ج) كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

19. البيانات المجمعة عن الدخل السنوي لمنسوبي إحدى الهيئات الحكومية هي بيانات :

(أ) نوعية (ب) كمية متقطعة ✓ (ج) كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

20. البيانات المجمعة عن ماركات السيارات في موقف ما ، هي بيانات :

✓ (أ) نوعية (ب) كمية متقطعة (ج) كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

21. البيانات المجمعة عن درجة الحرارة ساعة الظهيرة (<u>لأقرب درجة مئوية</u>) في عدد من مدن المملكة هي بيانات :

(أ) نوعية ✓ (ب) كمية متقطعة (ج) كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

22. البيانات المجمعة عن الحالة الاجتماعية لسكان منطقة معينة هي :

✓ (أ) نوعية (ب) كمية متقطعة (ج) كمية متصلة (د) خلاف ما سبق

الجزء الثاني

تجميع للتعريفات النظرية الخاصة بالباب الثاني [التوزيعات التكرارية] مع تدريبات

البيانات المنفصلة :- هي بيانات إما أن تكون بيانات نوعية [تلك البيانات التي لا يمكن التعبير عن متغيرها بعدد] أو بيانات كمية متقطعة [تلك البيانات التي يأخذ فيها المتغير قيماً عددية معينة دون أي قيمة بينها] .

البيانات المتصلة :- هي بيانات عددية يمكن للمتغير فيها أن يأخذ أي قيمة ممكنة بين قيمتين محددتين [في بعض الأحيان يُقال أنها كيات يمكن ان تُقاس ولا تُعد].

وبالتالي سنقسم هذا الباب إلى جزئين : الأول ويخص البيانات المنفصلة ، والثاني ويخص البيانات المتصلة

مثال توضيحي : الجدول المبين يظهر قيمة المتغير x [درجة الطلاب في أحد المقررات) والتكرار f لكل قيمة (عدد الطلاب

- الجدول المكون من العمودين (1) (2) , يُسمى **بالجدول** [أو **التوزيع**] **التكراري** .
- ويمكن إضافة العمود (3) له [فقط عند الحاجة له] فيُسمى **بالجدول** [أو **التوزيع**] **التكراري النسبي** .
- ويمكن إضافة العمود (4) له [فقط عند تمثيل البيانات بيانياً بطريقة الدائرة] .

(1)	(2)	(3)	(4)
المتغير x	التكرار f	التكرار النسبي	الزاوية المركزية
8	20	20/100 = **0.2** or 0.2 x 100 = **20%**	(20/100) X 360 = 72°
2	30	30/100 = **0.3** or 0.3 x 100 = **30%**	(30/100) X 360 = 108°
4	35	35/100 = **0.35** or 0.35 x 100 = **35%**	(35/100) X 360 = 126°
6	15	15/100 = **0.15** or 0.15 x 100 = **15%**	(15/100) X 360 = 54°
مجموع التكرارات =	100	**1.0** or **100%**	**360°**
	$\sum f$	مجموع التكرارات النسبية	مجموع الزوايا المركزية

أكبر قيمة

أصغر قيمة

وفي هذا الجدول يكون

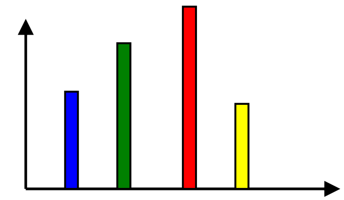
- **مجموع التكرارات $\sum f$:** نقوم بتجميع التكرارات
- **التكرار النسبي :** هو خارج قسمة تكرار القيمة على مجموع التكرارات ويمكن أن يُعبر عنه كنسبة عادية أو نسبة مئوية
- **الزاوية المركزية المناظرة لقيمة معينة لـ x :** نقوم بقسمة تكرار القيمة على مجموع التكرارات ثم نضرب الناتج في 360 [أو نضرب التكرار النسبي (كنسبة) في 360] .
- **مجموع التكرارات النسبية** = 1 [أو 100%] ، بينما **مجموع الزوايا المركزية** = 360° .

وللبيانات الكمية فقط يُعرف **المدى R** على أنه الفرق بين أكبر قيمة للبيانات وأصغر قيمة لها [6 = 2 – 8 في المثال المبين]

العرض البياني للبيانات المنفصلة :

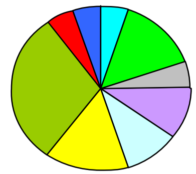
طرق شتى منها

طريقة الأعمدة



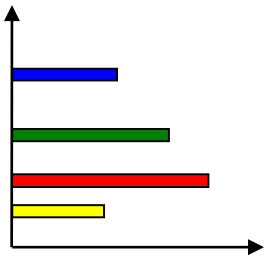
حيث تُمثل كل قيمة من قيم المتغير بعمود (خط رأسي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة

طريقة الدائرة



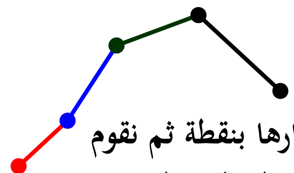
حيث تُمثل كل قيمة من قيم المتغير بقطاع من دائرة وذلك طبقاً لتكرارها

طريقة القضبان



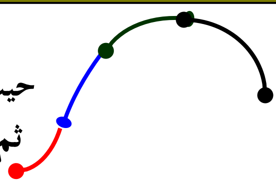
حيث تُمثل كل قيمة من قيم المتغير بقضيب (خط أفقي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة

المضلع التكراري



حيث تُمثل كل قيمة من قيم المتغير وتكرارها بنقطة ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة)

المنحنى التكراري



حيث تُمثل كل قيمة من قيم المتغير وتكرارها بنقطة ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط ممهد (بواسطة اليد)

تذكر

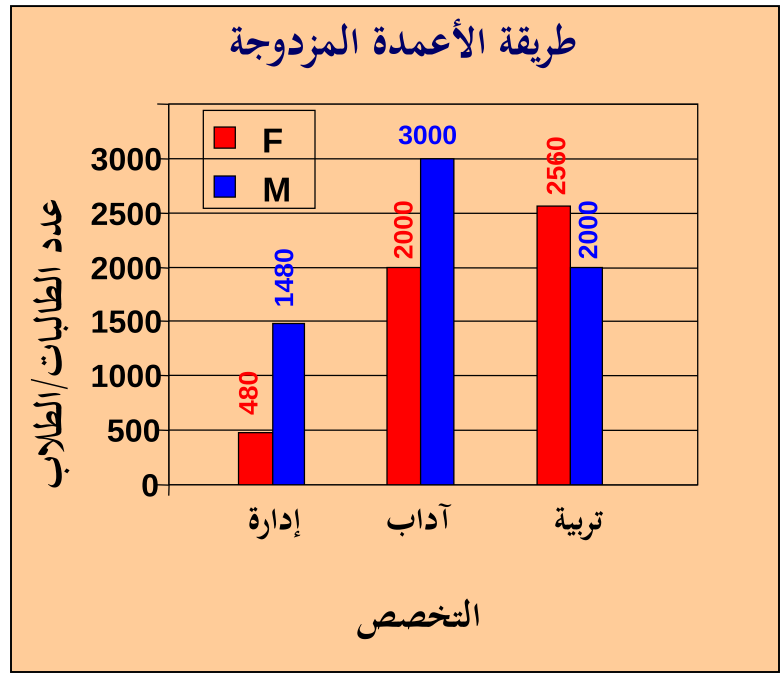
$$\text{الزاوية المركزية لقيمة ما} = \frac{\text{تكرار القيمة}}{\text{مجموع التكرارات}} \times 360$$

الزاوية المركزية لقيمة ما = التكرار النسبي للقيمة × 360

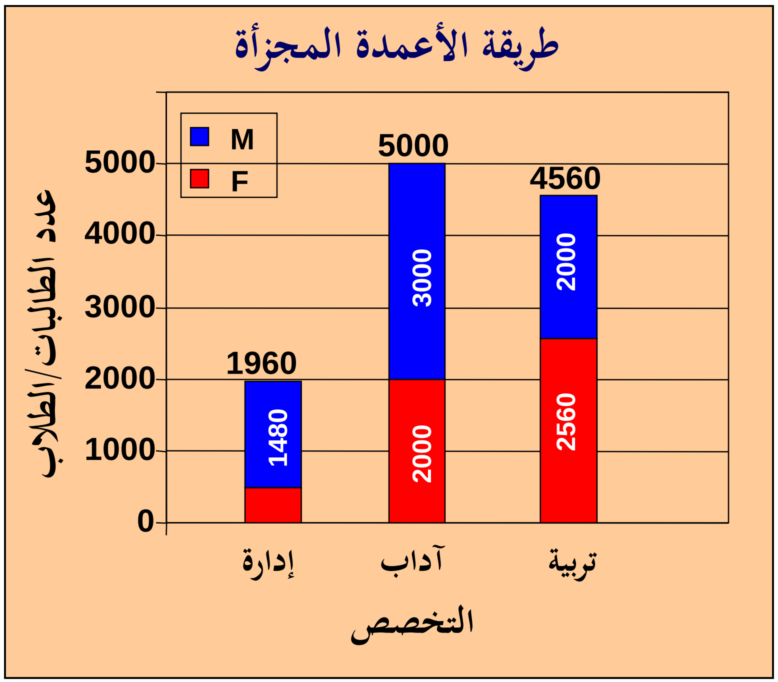
العرض البياني للبيانات المنفصلة لظاهرتين

- **مثال توضيحي** : الجدول المبين يظهر عدد كلٍ من الطلاب والطالبات في تخصصات إدارة أعمال ، الآداب ، والتربية الخاصة الذين تقدموا لاختبارات الفصل الدراسي الثاني من العام الجامعي 1430/1431 هـ في برنامج التعليم عن بُعد

	طالبات F	طلاب M	
إدارة أعمال	480	1480	1960
آداب	2000	3000	5000
تربية خاصة	2560	2000	4560



كل تخصص يُمثل بعمود مزدوج مكون من عمودين بسيطين **متلاصقين**



كل تخصص يُمثل بعمود طوله يُعبر عن مجموع عدد طالباته وطلابه معاً ثم يتم **تجزئته** إلى عمودين كل منهما يمثل فئة من الفئات

تدريبات

1. المدى لمجموعة من البيانات الكمية المنفصلة

(أ) هو : أكثر القيم تكراراً في البيانات
(ب) أصغر قيمة في البيانات
✓ (ج) الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في البيانات
(د) أكبر قيمة في البيانات

2. البيانات المنفصلة هي :

(أ) بيانات نوعية فقط
(ب) بيانات كمية متقطعة فقط
(ج) أي بيانات يمكن أن تُقاس
✓ (د) أي بيانات نوعية أو كمية متقطعة

3. البيانات المتصلة هي : :

(أ) بيانات نوعية فقط
(ب) بيانات كمية متقطعة فقط
✓ (ج) أي بيانات يمكن أن تُقاس
(د) أي بيانات نوعية أو كمية متقطعة

4. المدى لمجموعة من البيانات يمكن تحديده لـ :

(أ) البيانات النوعية فقط
(ب) البيانات الكمية المتقطعة فقط
✓ (ج) أي بيانات كمية
(د) أي بيانات

5. المدى لمجموعة القيم 7 , 5 , 5 , 4 , 10 , 2 هو :

(أ) 5 ✓ (ب) 8 (ج) 2 (د) 10

6. التكرار النسبي لأي قيمة في مجموعة من القيم هو :

(أ) خارج قسمة القيمة على مجموع القيم
✓ (ب) خارج قسمة تكرار القيمة على مجموع التكرارات
(ج) خارج قسمة مجموع التكرارات على تكرار القيمة
(د) خارج قسمة القيمة على مجموع التكرارات

7. الزاوية المركزية لأي قيمة في مجموعة من القيم هي :

(أ) القيمة ÷ مجموع القيم × 360
(ب) تكرار القيمة × 360
(ج) تكرار القيمة ÷ 360
✓ (د) التكرار النسبي للقيمة × 360

8. في طريقة الأعمدة البسيطة لعرض البيانات المنفصلة تُمثل كل قيمة من قيم المتغير x بـ :

✓ (أ) بعمود (خط رأسي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة . (ب) بقضيب (خط أفقي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ج) بنقطة إحداثياتها هي قيمة المتغير وتكرارها ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة)

(د) بقطاع من دائرة طبقاً لتكرارها .

9. في طريقة القضبان البسيطة لعرض البيانات المنفصلة تُمثل كل قيمة من قيم المتغير x بـ :

(أ) بعمود (خط رأسي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة . ✓ (ب) بقضيب (خط أفقي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ج) بنقطة إحداثياتها هي قيمة المتغير وتكرارها ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة)

(د) بقطاع من دائرة طبقاً لتكرارها .

10. في طريقة المضلع التكراري لعرض البيانات المنفصلة تُمثل كل قيمة من قيم المتغير x بـ :

(أ) بعمود (خط رأسي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة . (ب) بقضيب (خط أفقي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

✓ (ج) بنقطة إحداثياتها هي قيمة المتغير وتكرارها ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة)

(د) بقطاع من دائرة طبقاً لتكرارها .

11. في طريقة الدائرة لعرض البيانات المنفصلة تُمثل كل قيمة من قيم المتغير x بـ :

(أ) بعمود (خط رأسي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة . (ب) بقضيب (خط أفقي) طوله يُعبر عن تكرار تلك القيمة .

(ج) بنقطة إحداثياتها هي قيمة المتغير وتكرارها ثم نقوم بتوصيل هذه النقاط بخط منكسر (بواسطة المسطرة)

✓ (د) بقطاع من دائرة طبقاً لتكرارها .

للأسئلة من (12) إلى (14) : الجدول المرافق يبين درجات 20 طالباً في أحد المقررات الدراسية :

الدرجة	92	93	94	95	96	97	98	99	100
التكرار	2	2	3	6	1	1	1	3	1

12. عدد الطلاب الحاصلين على 94 فأقل هو :

(أ) 3 (ب) 0.15 (ج) 4 (ج) 7 ✓

13. عدد الطلاب الحاصلين على درجة أقل من 94 هو :

(أ) 3 (ب) 0.15 (ج) 4 ✓ (ج) 7

14. النسبة المئوية للطلاب الحاصلين على درجة 94 فأقل هي :

(أ) 0.35 (ب) 4 (ج) 35% ✓ (ج) 7

للأسئلة من (15) إلى (17) :

الجدول التالي يبين الجدول التكراري لأعمار 10 عمال في أحد المصانع الصغيرة ، من هذا الجدول :

العدد	العمر
2	22
3	25
2	28
1	31
1	32
1	35
10	

15. المدى R للعمر هو :

(أ) 3 (ب) 2 (ج) 10 (د) 13 ✓

16. زاوية القياس المناظرة للعمر 31 تساوي :

✓ (أ) 36^o (ب) 360^o (ج) 72^o (د) 108^o

17. التكرار النسبي للعمر "25 سنة" هو :

(أ) 0.2 ✓ (ب) 0.3 (ج) 0.1 (د) 1

للأسئلة من (18) إلى (20) : الجدول المقابل يبين الجدول التكراري لأعمار عدد من الممرضات (لأقرب سنة) اللاتي تعملن في أحد أقسام إحدى المستشفيات ، من هذا الجدول نستنتج أن :

المتغير (العمر) x	التكرار (العدد) f	الزاوية المركزية
20	20	72^o
25	?	36^o
30	30	?
35	?	?
	$\sum f$	

18. عدد الممرضات ذات العمر **25** سنة هو :

(أ) 10 ✓ (ب) 20 (ج) 30 (د) 40

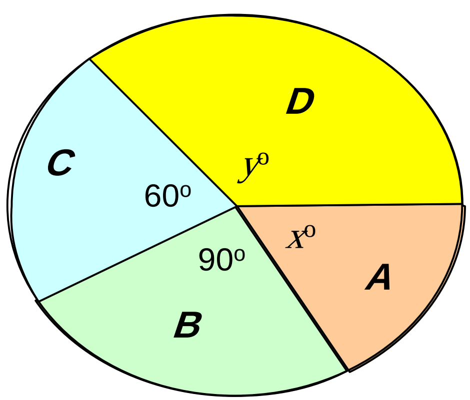
19. الزاوية المركزية المناظرة للعمر **30** سنة هي :

(أ) 36^o (ب) 72^o (ج) 108^o ✓ (د) 144^o

20. عدد الممرضات الكلي هو :

(أ) 95 (ب) 100 ✓ (ج) 105 (د) 110

للأسئلة من (21) إلى (23) : الشكل المقابل يبين مبيعات أربع شركات ***A , B , C , D*** (لبيع لعب الأطفال) وذلك خلال عيد الفطر المبارك ، فإذا كان عدد اللعب الكلي لتي تم بيعها بواسطة هذه الشركات هو **5400** لعبة ، أجب على الأسئلة التالية :



21. النسبة المئوية لمبيعات الشركة ***B*** هي :

(أ) 40% (ب) 30% (ج) 25% ✓ (د) 60%

22. عدد اللعب التي باعتها الشركة ***B*** هو :

(أ) 2700 (ب) 2250 (ج) 900 (د) 1350 ✓

23. عدد اللعب التي باعتها الشركتان **A , D** معاً هو

(أ) 3150 ✓ (ب) 2250 (ج) 900 (د) 1350

للأسئلة من (24) إلى (28) : في إحصائية لعمادة التعلم الإلكتروني والتعليم عن بُعد بجامعة الملك فيصل عن أعداد الطلاب والطالبات الذين تقدموا لاختبارات التعليم المطور للانتساب في الفصل الدراسي الثاني للعام الجامعي 1430/1431 هـ في تخصصات إدارة أعمال وتربية خاصة وآداب كانت البيانات كما هو موضح بالجدول المزدوج التالي :

	طالبات F	طلاب M
إدارة أعمال	480	1480
آداب	2000	3000
تربية خاصة	2560	2000

24. عدد الطالبات اللاتي تقدمن للاختبارات هو

(أ) 480 (ب) 2000 (ج) 2580 ✓(د) 5040

25. عدد الطلبة (طلاب وطالبات) الذين تقدموا للاختبارات هو

(أ) 4560 ✓(ب) 11520 (ج) 6480 (د) 5000

26. عدد الطلبة (طلاب وطالبات) في تخصص تربية خاصة الذين تقدموا للاختبارات هو

✓(أ) 4560 (ب) 11520 (ج) 6480 (د) 5000

27. النسبة المئوية لطالبات (الإناث) تخصص تربية خاصة الذين تقدمن للاختبارات وذلك بالقياس لجميع المتقدمين للاختبارات من تخصص تربية خاصة هي (تقريباً)

(أ) 43.9% (ب) 50.8% (ج) 22.2% ✓(د) 56.1%

28. النسبة المئوية للطلاب (الذكور) تخصص تربية خاصة الذين تقدموا للاختبارات وذلك بالقياس لجميع المتقدمين للاختبارات من جميع التخصصات هي (تقريباً)

(أ) 56.1% (ب) 50.8% ✓(ج) 17.4% (د) 43.9%

البيانات المتصلة هي تلك البيانات التي يمكن أن يأخذ فيها المتغير (الخاصية تحت الدراسة) أية قيمة بين قيمتين محددتين [مثل الأطوال ، الأوزان ، درجات الحرارة ، الدخل الشهري أو السنوي ، وغيرها] . ويمكن عرض هذه البيانات أيضاً عن طريق الجداول أو بيانياً .

الفئة	المتغير x	طول الفئة c	مركز الفئة x_0
الأولى	$0 \le x < 20$	$20 - 0 = 20$	$(0 + 20) \div 2 = 10$
الثانية	$20 \le x < 30$	$30 - 20 = 10$	$(20 + 30) \div 2 = 25$
الثالثة	$30 \le x < 35$	$35 - 30 = 5$	$(30 + 35) \div 2 = 32.5$
الرابعة	$35 \le x < 40$	$40 - 35 = 5$	$(35 + 40) \div 2 = 37.5$
الخامسة	$40 \le x < 50$	$50 - 40 = 10$	$(40 + 50) \div 2 = 45$
السادسة	$50 \le x < 60$	$60 - 50 = 10$	$(50 + 60) \div 2 = 55$

- قيم المتغير x هنا معطاة على صورة 6 فترات أو ما يُسمى بـ "الفئات"
- لكل فئة حدان : حد أدني ، وحد أعلى ، فالفئة الأولى (مثلاً) حدها الأدنى 0 وحدها الأعلى 20 [وهو الحد الأدنى للفئة الثانية]
- لكل فئة طول وهو يساوي الفرق بين حدها الأعلى وحدها الأدنى
- لكل فئة مركز [وسنرمز له بالرمز x_0] وهي قيمة المتغير x الواقعة في منتصف تلك الفئة ، وتُحسب ببساطة على أنها متوسط حديها الأدنى والأعلى ، أي أن :

$$\text{مركز أي فئة} = \frac{\text{حد الفئة الأدنى} + \text{حدها الأعلى}}{2}$$

عرض البيانات المتصلة بواسطة الجداول :

المتغير x (الطول)	التكرار (العدد) f	التكرار النسبي $\bar{f}$
$0 \le x < 20$	4	$4 \div 50 = 0.08$ or 8%
$20 \le x < 30$	16	$16 \div 50 = 0.32$ or 32%
$30 \le x < 35$	12	$12 \div 50 = 0.24$ or 24%
$35 \le x < 40$	10	$10 \div 50 = 0.20$ or 20%
$40 \le x < 50$	6	$6 \div 50 = 0.12$ or 12%
$50 \le x < 60$	2	$2 \div 50 = 0.04$ or 4%
	$\sum f = 50$	$\sum \bar{f} = 1$ or 100%

الجدول (التوزيع) التكراري النسبي

المتغير x (الطول)	التكرار (العدد) f
$0 \le x < 20$	4
$20 \le x < 30$	16
$30 \le x < 35$	12
$35 \le x < 40$	10
$40 \le x < 50$	6
$50 \le x < 60$	2
	$\sum f = 50$

الجدول (التوزيع) التكراري

وهناك حالات خاصة منها

مفتوح من أسفل

x	f
$x < 6$	20
$6 \le x < 12$	25
$12 \le x < 15$	35
$15 \le x < 18$	18

الحد الأدنى للفئة الأولى غير معلوم

مفتوح من أعلى

x	f
$6 \le x < 12$	20
$12 \le x < 15$	25
$15 \le x < 18$	35
$x \ge 18$	18

الحد الأعلى للفئة الأخيرة غير معلوم

مفتوح من الطرفين

x	f
$x < 6$	20
$6 \le x < 12$	25
$12 \le x < 15$	35
$x \ge 15$	18

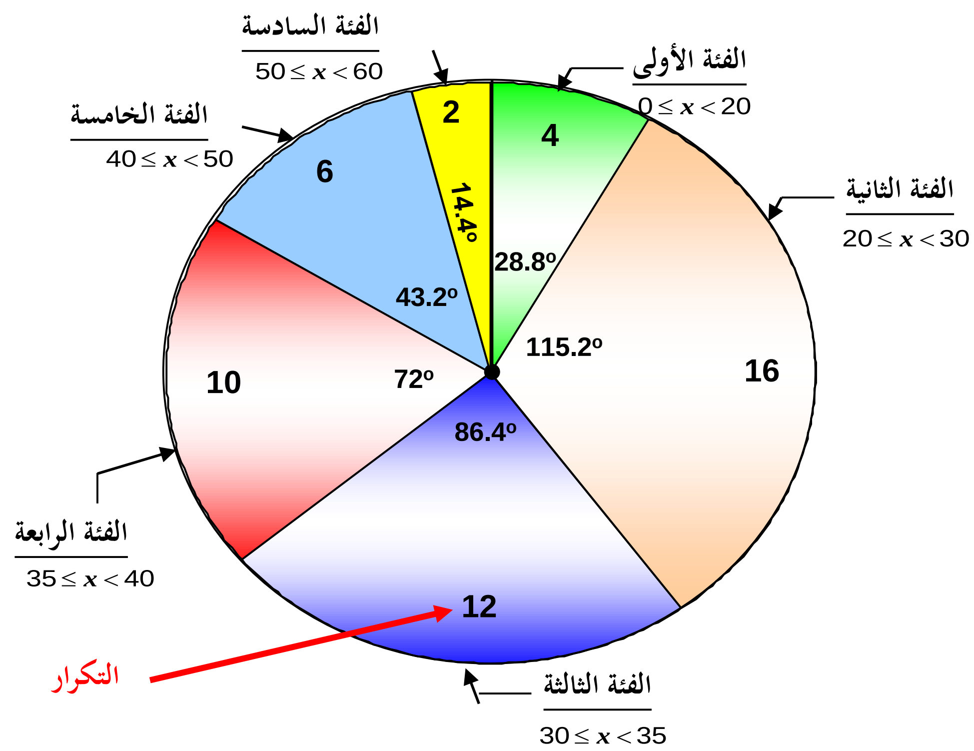
الحدان الأدنى (للفئة الأولى) والأعلى (للفئة الأخيرة) غير معلومين

عرض البيانات المتصلة بيانياً :

أولاً : طريقة الدائرة لعرض البيانات الكمية المتصلة

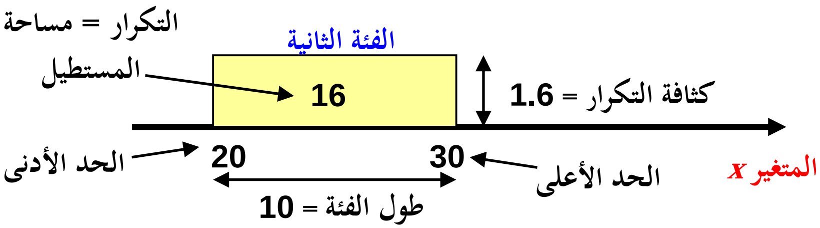
تُمثل كل فئة بقطاع دائري طبقاً للزاوية المركزية لهذه الفئة . إذن لابد من تحديد الزوايا المركزية أولاً ثم تمثيل البيانات بنفس الطريقة التي اتبعناها مع البيانات المنفصلة .

الجدول التكراري		
المتغير x	التكرار f	الزاوية المركزية
$0 \le x < 20$	4	$(4 \div 50) \times 360 = 28.8^o$
$20 \le x < 30$	16	$(16 \div 50) \times 360 = 115.2^o$
$30 \le x < 35$	12	$(12 \div 50) \times 360 = 86.4^o$
$35 \le x < 40$	10	$(10 \div 50) \times 360 = 72^o$
$40 \le x < 50$	6	$(6 \div 50) \times 360 = 43.2^o$
$50 \le x < 60$	2	$(2 \div 50) \times 360 = 14.4^o$
	$\sum f = 50$	مجموع الزوايا = 360^o



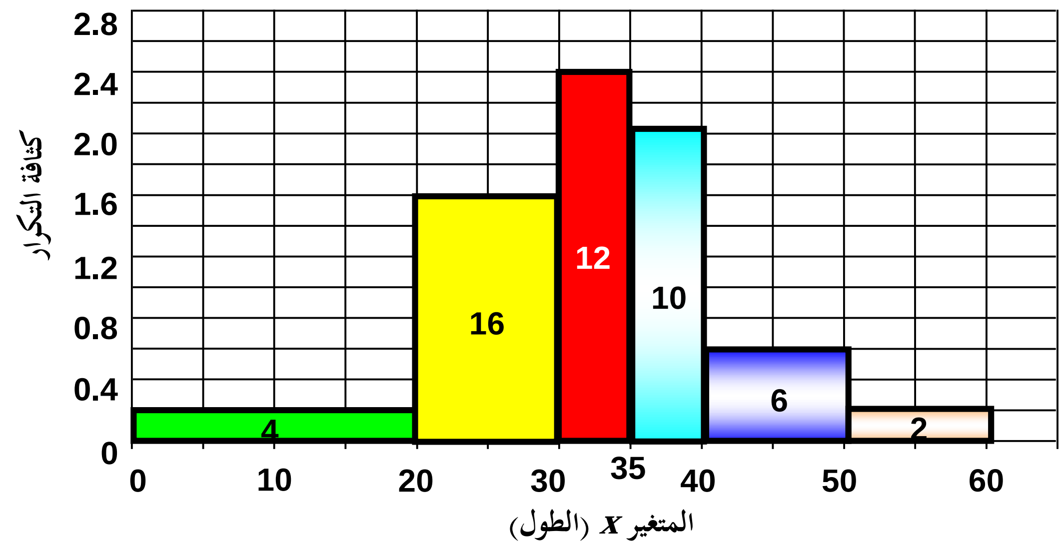
ثانياً : طريقة المدرج التكراري :

وهو أسلوب مشابه لطريقة الأعمدة البسيطة [للبيانات المنفصلة] مع الاختلافات التالية :



- تُمثل كل فئة بمستطيل قاعدته تقع على المحور الأفقي [الذي يمثل المتغير x] وعرضه يساوي طول الفئة ومساحته تساوي تكرار الفئة .
- وحيث أن مساحة أي مستطيل تساوي عرض المستطيل مضروباً في ارتفاعه ، فإن ارتفاع أي مستطيل يكون مساوياً لـ "تكرار الفئة مقسوماً على طول الفئة" والذي يُسمى بـ "كثافة التكرار" . ، وبالتالي لابد من حساب كثافة تكرار كل فئة قبل رسم المدرج التكراري

المتغير x	التكرار (العدد) f	طول الفئة c	كثافة التكرار f/c
$0 \leq x < 20$	4	20	$4 \div 20 = 0.2$
$20 \leq x < 30$	16	10	$16 \div 10 = 1.6$
$30 \leq x < 35$	12	5	$12 \div 5 = 2.4$
$35 \leq x < 40$	10	5	$10 \div 5 = 2$
$40 \leq x < 50$	6	10	$6 \div 10 = 0.6$
$50 \leq x < 60$	2	10	$2 \div 10 = 0.2$



المدرج التكراري

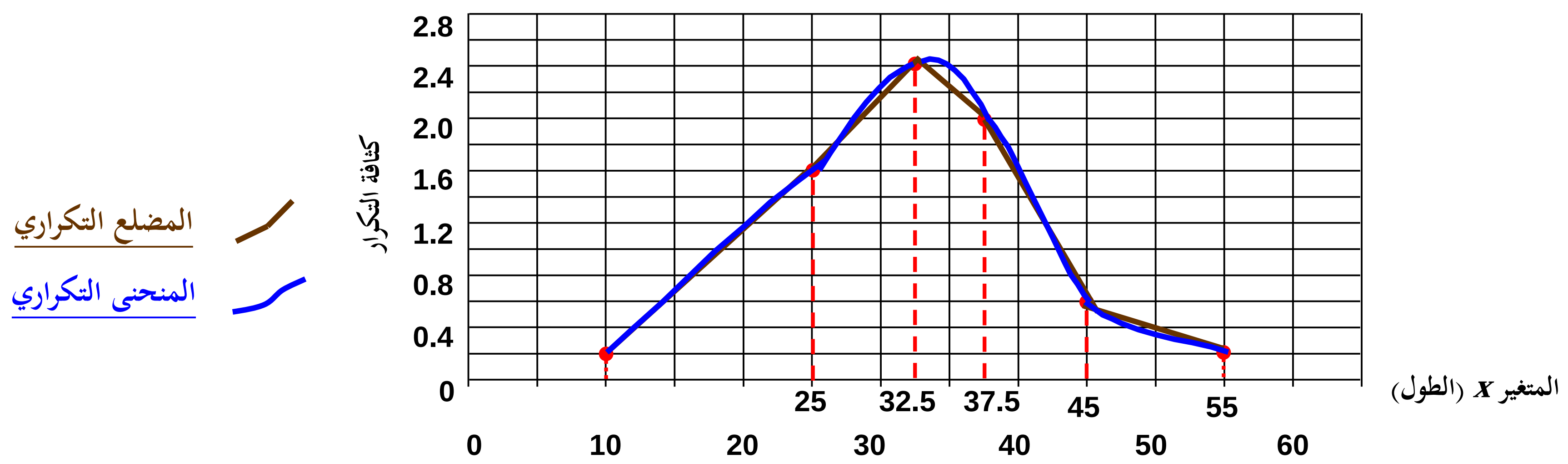
لا فراغات موجودة بين المستطيلات [حيث أن البيانات هنا بيانات متصلة]

ثالثاً : طريقة المضلع (أو المنحنى التكراري) :

وهو أسلوب مشابه لطريقة المضلع (أو المنحنى) التكراري للبيانات المنفصلة ، إلا أن كل فئة تُمثل بنقطة : إحداثيها الأفقي هو مركز الفئة ، وإحداثيها الرأسي هو كثافة تكرارها .

وبالتالي لرسم المضلع (أو المنحنى) التكراري لابد أن نضيف للجدول التكراري أعمدة تبين طول كل فئة وكثافة تكراراها [كما في حالة المدرج التكراري] إلى جانب عمود يبين مركز الفئة .

المتغير x (الطول)	التكرار (العدد) f	طول الفئة c	مركز الفئة x_0	كثافة التكرار	النقطة
$0 \le x < 20$	4	20	10	0.2	(10,0.2)
$20 \le x < 30$	16	10	25	1.6	(25,1.6)
$30 \le x < 35$	12	5	32.5	2.4	(32.5,2.4)
$35 \le x < 40$	10	5	37.5	2	(37.5,2)
$40 \le x < 50$	6	10	45	0.6	(45,0.6)
$50 \le x < 60$	2	10	55	0.2	(55,0.2)



تدريبات

1. التكرار النسبي لفئة من الفئات هو :

(أ) خارج قسمة الحد الأعلى للفئة على مجموع التكرارات
(ب) خارج قسمة تكرار الفئة على طولها
✓ (ج) خارج قسمة تكرار الفئة على مجموع التكرارات
(د) خارج قسمة الحد الأدنى للفئة على مجموع التكرارات

2. في المدرج التكراري لبيانات متصلة ذات فئات غير متساوية الطول تكون مساحة أي مستطيل من المستطيلات هي

✓ (أ) تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل
(ب) التكرار النسبي للفئة التي يمثلها المستطيل
(ج) كثافة تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل
(د) طول الفئة التي يمثلها المستطيل

3. في المدرج التكراري لبيانات متصلة ذات فئات غير متساوية الطول يكون طول قاعدة أي مستطيل من المستطيلات هو :

(أ) تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل
(ب) التكرار النسبي للفئة التي يمثلها المستطيل
(ج) كثافة تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل
✓ (د) طول الفئة التي يمثلها المستطيل

4. في المدرج التكراري لبيانات متصلة ذات فئات غير متساوية الطول يكون ارتفاع أي مستطيل من المستطيلات هو

(أ) تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل
(ب) التكرار النسبي للفئة التي يمثلها المستطيل
✓ (ج) كثافة تكرار الفئة التي يمثلها المستطيل
(د) طول الفئة التي يمثلها المستطيل

5. في المدرج التكراري لبيانات متصلة تكون المستطيلات الممثلة للفئات :

✓ (أ) متلاصقة تماماً (أي لا مسافات بينها)
(ب) منفصلة عن بعضها
(ج) متداخلة
(د) فوق بعضها

6. في المضلع (أو المنحنى) التكراري لفئات غير متساوية الطول ، تُمثل كل فئة بنقطة إحداثياتها :

(أ) الحد الأدنى للفئة وتكرارها
(ب) الحد الأعلى للفئة وتكرارها
(ج) مركز الفئة وتكرارها النسبي
✓ (د) مركز الفئة وكثافة تكرارها

للأسئلة من (7) إلى (12)

للتوزيع التكراري المبين :

الفئة	المتغير x	التكرار f
الأولى	$0 \le x < 20$	10
الثانية	$\dots \le x < \dots$	15
الثالثة	$30 \le x < \dots$	20
الرابعة	$50 \le x < 60$	5
		50

7. التكرار النسبي للفئة الرابعة يساوي :

أ) 0.2 ب) 0.3 ج)✓ 0.1 د) 0.4

8. مركز الفئة الأولى عند x تساوي :

أ) 0 ب)✓ 10 ج) 15 د) 20

9. طول الفئة الأولى يساوي :

أ) 0 ب) 10 ج) 15 د) ✓ 20

10. كثافة تكرار الفئة الأولى تساوي :

أ) 0.2 ب)✓ 0.5 ج) 10 د) 20

11. الحد الأدنى للفئة الثانية عند x تساوي :

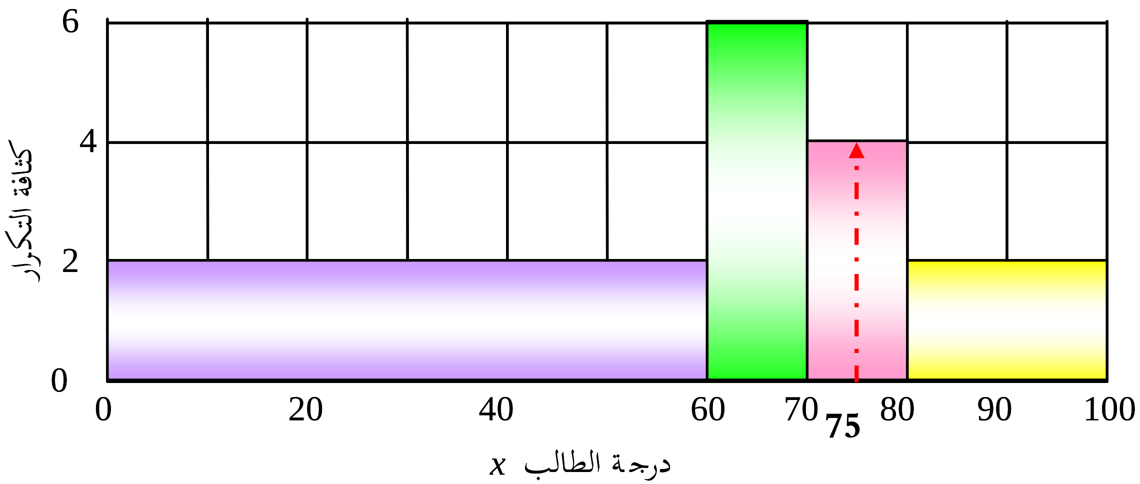
أ) 0 ب)✓ 20 ج) 25 د) 30

12. الحد الأعلى للفئة الثالثة عند x تساوي :

أ) 30 ب) 35 ج) 40 د)✓ 50

للأسئلة من (13) إلى (17)

المدرج التكراري المبين يوضح الدرجة x لعدد من الطلاب في مقرر مبادئ الإحصاء مقسمين على 4 فئات ، من هذا المدرج يمكن استنتاج الآتي :



13. عدد الطلاب الراسبين (أي الحاصلين على أقل من 60) يساوي :

(أ) 40 (ب) 60 (ج) 100 ✓(د) 120

14. عدد الطلاب الحاصلين على 80 فأكثر يساوي :

✓(أ) 40 (ب) 60 (ج) 100 (د) 120

15. عدد الطلاب الحاصلين على تقدير C+ [أي الحاصلين على درجة 75 فأكثر إلى ما قبل 80] يساوي

(أ) 120 (ب) 100 ✓(ج) 20 (د) 260

16. عدد الطلاب الناجحين والحاصلين على تقدير *B* على الأكثر [أي الحاصلين على أكثر من 60 وأقل من 80] :

(أ) 40 (ب) 60 ✓(ج) 100 (د) 120

17. عدد الطلاب الكلي الذين تقدموا للاختبار هو :

(أ) 180 (ب) 200 (ج) 220 ✓(د) 260

الجدول التكراري المتجمع الصاعد

من الجدول (التوزيع) التكراري
يمكن تكوين ما يُسمى بالجدول
التكراري المتجمع الصاعد كالآتي

المتغير x (الطول)	التكرار (العدد) f
$0 \le x < 20$	4
$20 \le x < 30$	16
$30 \le x < 35$	12
$35 \le x < 40$	10
$40 \le x < 50$	6
$50 \le x < 60$	2
	$\sum f = 50$

التكرار (التوزيع) المتجمع الصاعد

	المتغير x	التكرار المتجمع	التكرار المتجمع النسبي
أقل من 0	$x < 0$	0	$0 \div 50 = 0$ [0%]
أقل من 20	$x < 20$	$0 + 4 = 4$	$4 \div 50 = 0.08$ [8%]
أقل من 30	$x < 30$	$4 + 16 = 20$	$20 \div 50 = 0.40$ [40%]
أقل من 35	$x < 35$	$20 + 12 = 32$	$32 \div 50 = 0.64$ [64%]
أقل من 40	$x < 40$	$32 + 10 = 42$	$42 \div 50 = 0.84$ [84%]
أقل من 50	$x < 50$	$42 + 6 = 48$	$48 \div 50 = 0.96$ [96%]
أقل من 60	$x < 60$	$48 + 2 = 50$	$50 \div 50 = 1$ [100%]

مجموع التكرارات

مجموع التكرارات النسبية

0

$\sum f$

ذيل السهم يدلل على البداية واتجاهه يدلل على التجميع المتتالي للتكرارات

المضلع التكراري المتجمع الصاعد

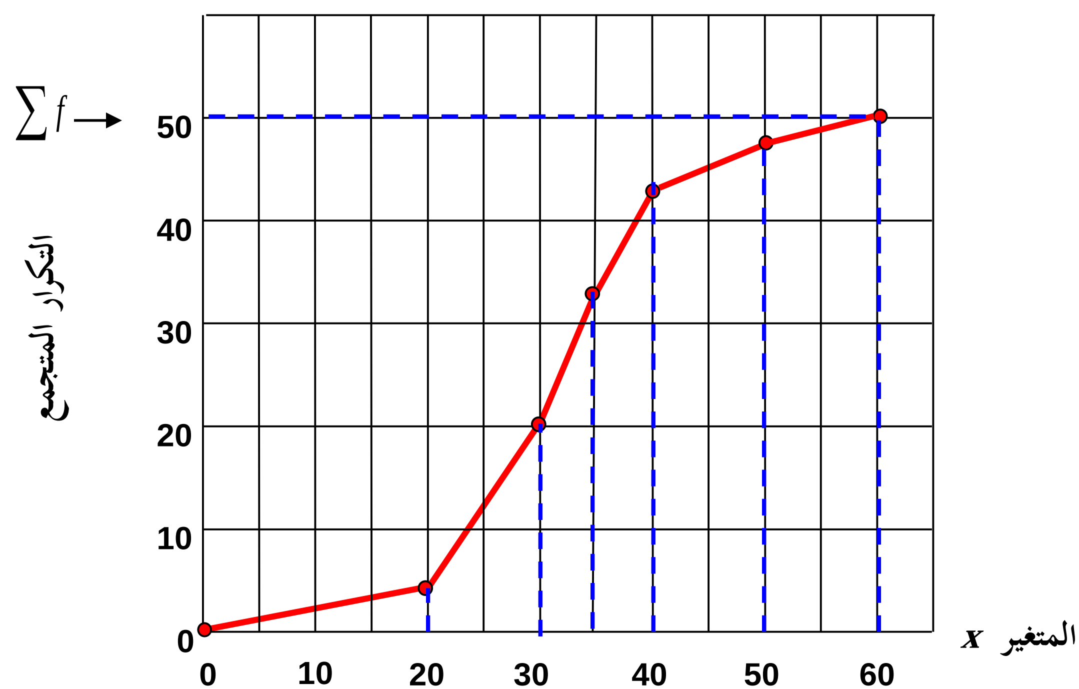
من الجدول (التوزيع) المتجمع الصاعد يمكن رسم ما يُسمى بـ "المضلع المتجمع الصاعد" كما يلي :

التوزيع التكراري الأصلي

المتغير x	التكرار f
$0 \le x < 20$	4
$20 \le x < 30$	16
$30 \le x < 35$	12
$35 \le x < 40$	10
$40 \le x < 50$	6
$50 \le x < 60$	2
	$\sum f = 50$

الجدول المتجمع الصاعد

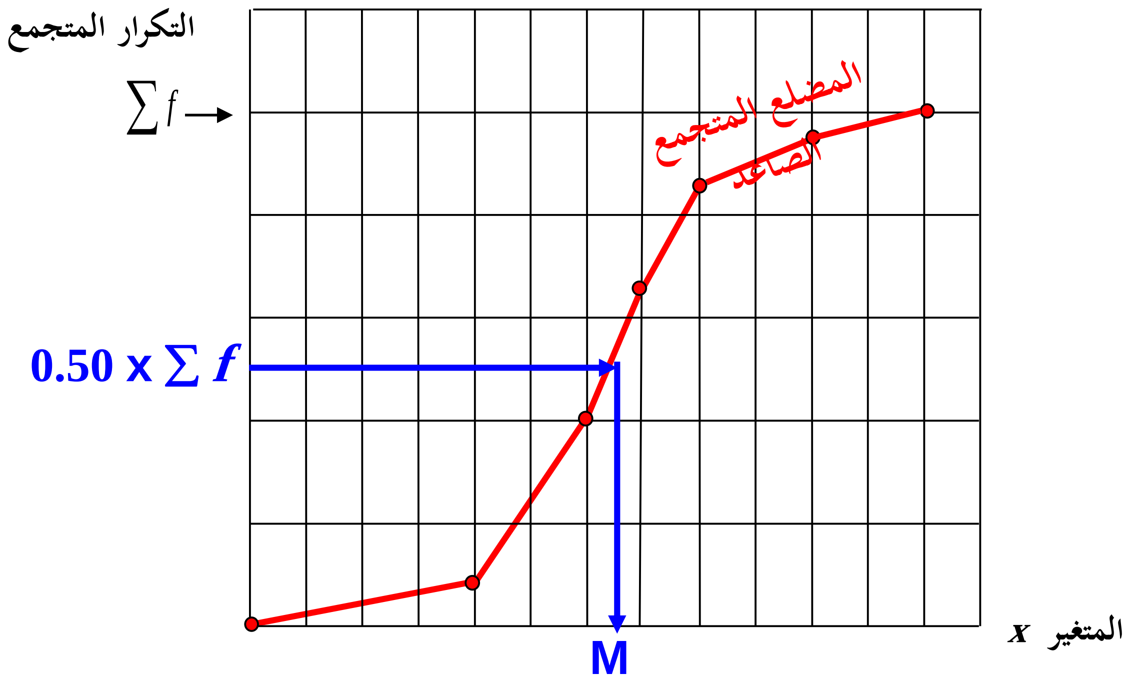
المتغير x	التكرار المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
< 0	0	(0 , 0)
< 20	4	(20 , 4)
< 30	20	(30 , 20)
< 35	32	(35 , 32)
< 40	42	(40 , 42)
< 50	48	(50 , 48)
< 60	50	(60 , 50)



المضلع التكراري المتجمع الصاعد

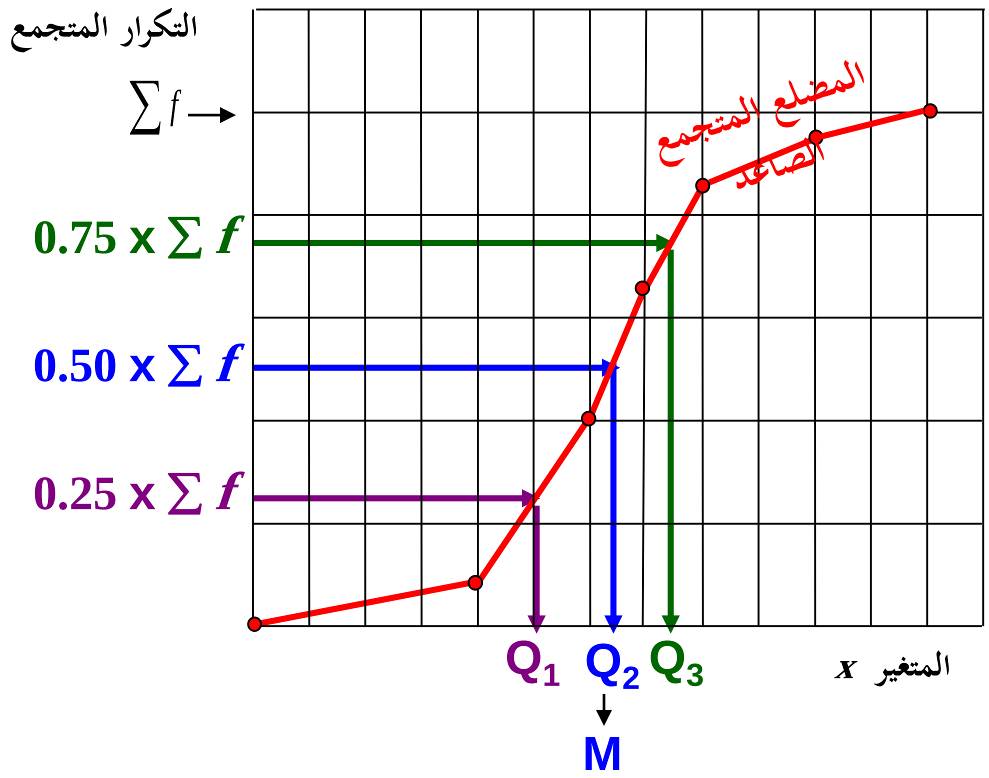
ومن هذا المضلع يمكن تحديد

العديد من المقاييس الهامة أهمها



الوسيط M : وهي قيمة تقسم مجموعة البيانات إلى مجموعتين متساويتين في العدد بحيث تقع 50% من القيم تحتها ، 50% من القيم فوقها ، وبالتالي فهي قيمة x التي يناظرها تكرار متجمع صاعد قدره نصف مجموع التكرارات $[\,0.50 \sum f\,]$.

ويمكن تحديدها بأن نحدد (على المحور الرأسي) 50% من مجموع التكرارات [أي $[\,0.50 \times \sum f\,]$ ثم نرسم خطاً أفقياً حتى يلاقي المضلع المتجمع الصاعد في نقطة ، عندها نهبط بخط رأسي لأسفل ونقرأ على المحور الأفقي قيمة X فتكون تلك القيمة هي قيمة **الوسيط** M



الربيعات :

وهي **3** قيم تقسم مجموعة البيانات إلى **4** مجموعات متساوية في العدد بحيث تقع 25% من القيم في كل مجموعة .

الربيع الأول Q_1 :

هي قيمة تقسم مجموعة البيانات إلى مجموعتين بحيث تقع 25% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 75% من القيم فوقها (أي أكبر منها) ، وبالتالي فهي قيمة x التي يناظرها تكرار متجمع صاعد قدره 25% من مجموع التكرارات $[0.25 \sum f]$.

الربيع الثاني Q_2 :

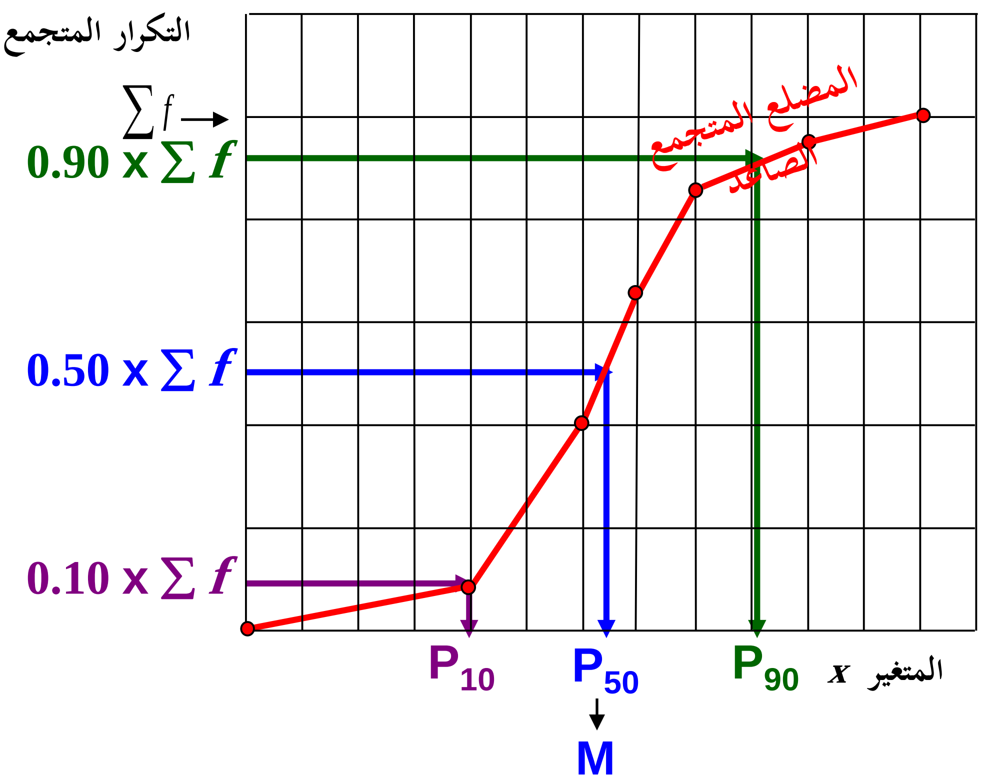
هي قيمة تقسم مجموعة البيانات إلى مجموعتين بحيث تقع 50% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 50% من القيم فوقها (أي أكبر منها) ، وبالتالي فهي قيمة x التي يناظرها تكرار متجمع صاعد قدره 50% من مجموع التكرارات $[0.50 \sum f]$ ، أي هي نفسها الوسيط **M**.

الربيع الثالث Q_3 :

هي قيمة تقسم مجموعة البيانات إلى مجموعتين بحيث تقع 75% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 25% من القيم فوقها (أي أكبر منها) ، وبالتالي فهي قيمة x التي يناظرها تكرار متجمع صاعد قدره 75% من مجموع التكرارات $[0.75 \sum f]$.

المئنات :

وهي **99** قيمة تقسم مجموعة البيانات إلى **100** مجموعة متساوية في العدد بحيث تقع 1% من القيم في كل مجموعة ، وأهم هذه المئنات الآتي



المئين العاشر P_{10}

هي قيمة تقسم مجموعة البيانات إلى مجموعتين بحيث تقع 10% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 90% من القيم فوقها (أي أكبر منها) ، وبالتالي فهي قيمة x التي يناظرها تكرار متجمع صاعد قدره 10% من مجموع التكرارات $[0.10 \sum f]$.

المئين الخمسون P_{50}

هي قيمة تقسم مجموعة البيانات إلى مجموعتين بحيث تقع 50% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 50% من القيم فوقها (أي أكبر منها) ، وبالتالي فهي قيمة x التي يناظرها تكرار متجمع صاعد قدره 50% من مجموع التكرارات $[0.50 \sum f]$ ، أي هي نفسها الوسيط **M**.

المئين التسعون P_{90} :

هي قيمة تقسم مجموعة البيانات إلى مجموعتين بحيث تقع 90% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 10% من القيم فوقها (أي أكبر منها) ، وبالتالي فهي قيمة x التي يناظرها تكرار متجمع صاعد قدره 90% من مجموع التكرارات $[0.90 \sum f]$.

تدريبات

اختر الإجابة الصحيحة لكلٍ مما يأتي :

1. هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 25% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 75% من القيم فوقها (أي أكبر منها) .

✓ (أ) الربيع الأول   (ب) الوسيط   (ج) الربيع الثالث   (د) المئين العاشر

2. هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 75% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 25% من القيم فوقها (أي أكبر منها) .

(أ) الربيع الأول   (ب) الوسيط   ✓ (ج) الربيع الثالث   (د) المئين العاشر

3. هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 10% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 90% من القيم فوقها (أي أكبر منها) .

(أ) الربيع الأول   (ب) الوسيط   (ج) الربيع الثالث   ✓ (د) المئين العاشر

4. هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 90% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 10% من القيم فوقها (أي أكبر منها) .

(أ) الربيع الأول   ✓ (ب) المئين التسعون   (ج) الربيع الثالث   (د) المئين العاشر

5. هو قيمة تقسم مجموعة القيم [بعد ترتيبها تصاعدياً] إلى مجموعتين بحيث تقع 50% من القيم تحتها (أي أقل منها) ، 50% من القيم فوقها (أي أكبر منها) .

(أ) الربيع الأول   ✓ (ب) الوسيط   (ج) الربيع الثالث   (د) المئين العاشر

6. الوسيط لمجموعة من القيم هو نفسه

:

(أ) الربيع الأول (ب) المئين الهاشر ✓(ج) الربيع الثاني (د) المئين التسعون

7. الوسيط لمجموعة من القيم هو نفسه

:

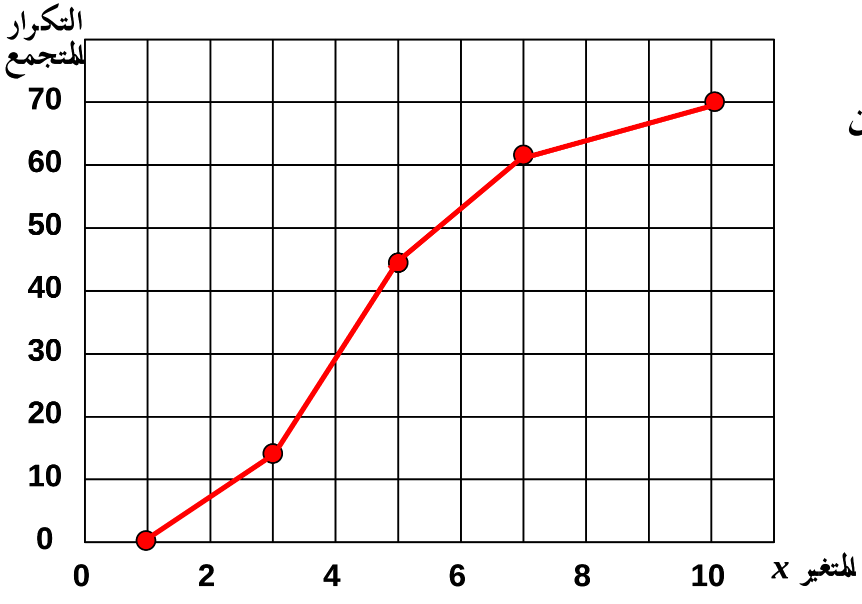
(أ) المئين التسعون ✓(ب) المئين الخمسون (ج) المئين العاشر (د) المئين الخامس

8. الربيع الأول لمجموعة من القيم هو نفسه :

(أ) المئين التسعون (ب) المئين الخامس والسبعون (ج) المئين الخمسون ✓(د) المئين الخامس والعشرون

9. الربيع الثالث لمجموعة من القيم هو نفسه :

(أ) المئين التسعون ✓(ب) المئين الخامس والسبعون (ج) المئين الخمسون (د) المئين الخامس والعشرون



للأسئلة من (10) حتى (18) :

الشكل المرافق يبين المضلع التكراري المتجمع الصاعد لمتغير متصل x : ، من هذا الشكل يمكن استنتاج الآتي :

10. مجموع التكرارات يساوي :

(أ) 5 (ب) 10 (ج) 35 ✓(د) 70

11. الربيع الأول يقع بين (لقيم x) :

(أ) 2,3 ✓(ب) 3,4 (ج) 4,5 (د) 5,6

12. الوسيط يقع بين (لقيم x) :

(أ) 2,3 (ب) 3,4 ✓(ج) 4,5 (د) 5,6

13. الربيع الثالث يقع بين (لقيم x) :

(أ) 2,3 (ب) 3,4 (ج) 4,5 ✓(د) 5,6

14. المئين العاشر يقع بين (لقيم x) :

✓(أ) 1,2 (ب) 4,5 (ج) 7,8 (د) 9,10

15. المئين التسعون يقع بين (لقيم x) :

(أ) 1,2 (ب) 4,5 ✓(ج) 7,8 (د) 9,10

الجزء الثالث

تجميع للتعريفات النظرية الخاصة بالباب الثالث [مقاييس النزعة المركزية] مع تدريبات

مقاييس النزعة المركزية (أو المتوسطات)

هي قيم نموذجية يمكن أن تمثل مجموعة البيانات بحيث تعطي دلالات معينة لتلك البيانات [أمثلة : الوسط الحسابي – الوسيط – المنوال (الشائع)]

الوسط الحسابي= مجموع قيم البيانات / عددها

للبيانات الكمية المتقطعة

قيم مفردة مثل

9 , 2 , 7 , 12 , 10

الوسط الحسابي يكون

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{9+2+7+12+10}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

جدول تكراري مثل

X

نعمل هذا العمود : حاصل ضرب كل قيمة في تكرارها

المتغير x	التكرار f	fx
5	6	30
3	2	6
6	2	12
4	5	20
2	2	4
8	3	24
	20	96

$\sum f = 20$ $\sum fx = 96$

ده الجدول التكراري بتاعنا [مُعطى أو نعمله]

الوسط الحسابي يكون :

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{96}{20} = 4.8$$

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع قيم البيانات}}{\text{عددها}}$

للبيانات الكمية المتصلة

الجدول التكراري

الفئة	المتغير x (الطول)	التكرار f	مركز الفئة x_0	fx_0
الأولى	$0 \le x < 20$	4	10	40
الثانية	$20 \le x < 30$	16	25	400
الثالثة	$30 \le x < 35$	12	32.5	390
الرابعة	$35 \le x < 40$	10	37.5	375
الخامسة	$40 \le x < 50$	6	45	270
السادسة	$50 \le x < 60$	2	55	110
		$\sum f = 50$		$\sum f\,x_0 = 1585$

الوسط الحسابي يكون :

$$\bar{x} = \frac{\sum f\,x_0}{\sum f} = \frac{1585}{50} = 31.7$$

ومن أهم مزايا الوسط الحسابي أنه سهل الحساب ولا يحتاج لترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً

لكن من أبرز عيوبه أنه يتأثر بالقيم المتطرفة ، كما أنه لا يمكن حسابه في حالة التوزيعات المفتوحة

خواص هامة للوسط الحسابي

1. إضافة (أو طرح) عدد ثابت إلى كل قيمة : إذا كان لدينا مجموعة من القيم وحسبنا لها الوسط الحسابي ، وبعد ذلك أضفنا لكل قيمة من القيم العدد الثابت c فإن الوسط الحسابي الجديد = الوسط القديم + c

- مثال : إذا كان الوسط القديم لمجموعة من القيم 10 ثم أضفنا لكل قيمة من القيم العدد 1 فإن : الوسط الجديد = 1 + 10 = 11 ، وإذا طرحنا من كل قيمة من القيم العدد 2 فإن الوسط الجديد = 10 – 2 = 8

2. ضرب (أو قسمة) كل قيمة في عدد ثابت : إذا كان لدينا مجموعة من القيم وحسبنا لها الوسط الحسابي ، وبعد ذلك ضربنا كل قيمة من القيم في العدد الثابت c فإن الوسط الحسابي الجديد = الوسط القديم × c .

- مثال : إذا كان الوسط القديم لمجموعة من القيم 10 ثم ضربنا كل قيمة من القيم في العدد 1.5 فإن : الوسط الجديد = 10 × 1.5 = 15 ، وإذا قسمنا كل قيمة من القيم على العدد 5 فإن الوسط الجديد = 10 ÷ 5 = 2

الوسيط : يُعرف الوسيط M لمجموعة من القيم (المرتبة تصاعدياً أو تنازلياً حسب قيمها) على أنه القيمة التي تقسم مجموعة القيم إلى مجموعتين متساويتين في العدد ، أو بتعبير آخر هي القيمة التي في المنتصف

تذكر جيداً أن البيانات المعطاة يجب أن تُرتب تصاعدياً (أو تنازلياً) قبل تحديد الوسيط

للبيانات الكمية المتقطعة [عدد من القيم قدره n]

مثال :

$n = 5$

9 | 2 | 7 | 12 | 10

ترتيب تصاعدي

أولاً

2 | 7 | 9 | 10 | 12

ولأن عدد القيم فردي ، تكون هناك قيمة **واحدة** في المنتصف رتبتها : $\frac{n+1}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$ أي القيمة **الثالثة** .

وتكون تلك القيمة هي الوسيط . أي أن : **الوسيط = 9**

مثال آخر :

$n = 6$

9 | 2 | 7 | 12 | 10 | 500

ترتيب تصاعدي

أولاً

2 | 7 | 9 | 10 | 12 | 500

ولأن عدد القيم زوجي تكون هناك **قيمتان** في المنتصف رتبتهما : $3+1=4$, $\frac{n}{2} = \frac{6}{2} = 3$ أي القيمتان الثالثة والرابعة

وتكون قيمة **الوسيط** هي الوسط الحسابي لهاتين القيمتين ، أي :

$$\frac{9+10}{2} = 9.5$$

للبيانات الكمية المتصلة

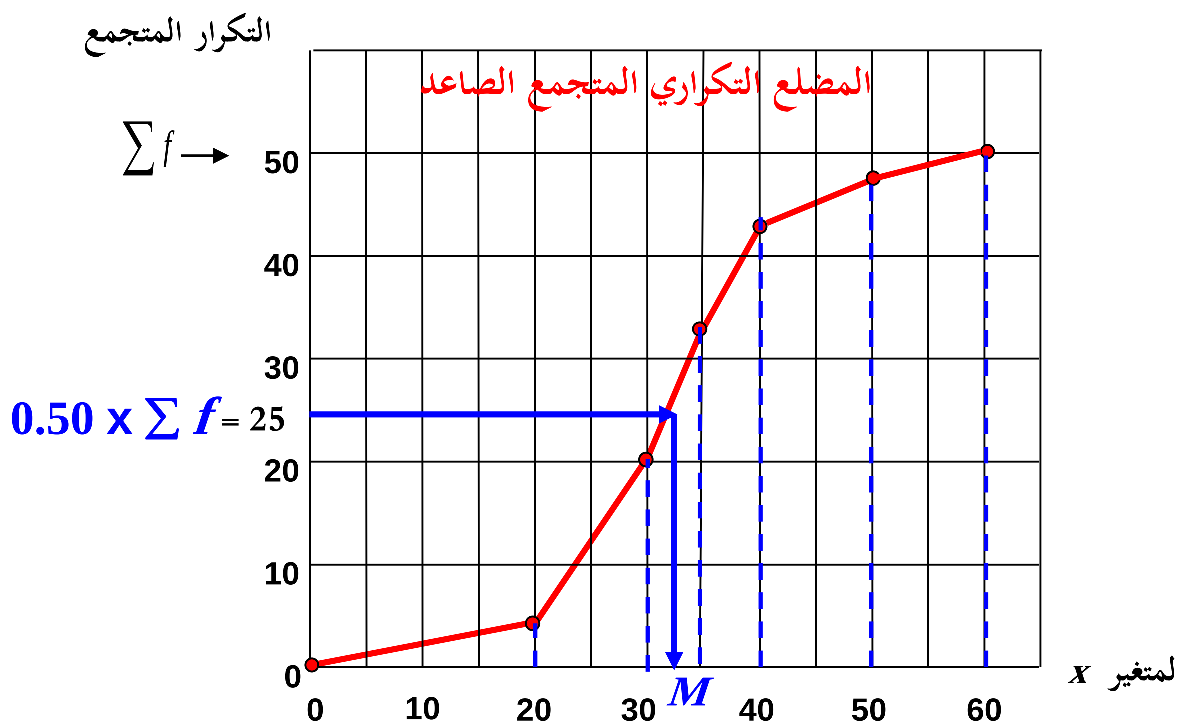
أسهل الطرق لحساب الوسيط هي حسابه من المضلع التكراري المتجمع الصاعد

التوزيع التكراري الأصلي

المتغير x	التكرار f
$0 \le x < 20$	4
$20 \le x < 30$	16
$30 \le x < 35$	12
$35 \le x < 40$	10
$40 \le x < 50$	6
$50 \le x < 60$	2
	$\sum f = 50$

الجدول المتجمع الصاعد

المتغير x	التكرار المتجمع	النقطة الموقعة على الرسم
< 0	0	(0 , 0)
< 20	4	(20 , 4)
< 30	20	(30 , 20)
< 35	32	(35 , 32)
< 40	42	(40 , 42)
< 50	48	(50 , 48)
< 60	50	(60 , 50)



ومن المضلع التكراري المتجمع الصاعد نحدد (على المحور الرأسي) 50% من مجموع التكرارات [أي $0.50 \times \sum f$] ثم نرسم خطاً أفقياً حتى يلاقي المضلع المتجمع الصاعد في نقطة ، عندها نهبط بخط رأسي لأسفل ونقرأ على المحور الأفقي قيمة X فتكون تلك القيمة هي قيمة **الوسيط** M

من الرسم نستنتج أن : $M = 32.5$

لاحظ أن الوسيط لا يتأثر بالقيم المتطرفة ، كما أنه يمكن حسابه للتوزيعات المفتوحة

يُعرف المنوال (أو الشائع) لمجموعة من القيم على أنه القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها أو القيمة الأكثر شيوعاً

فمثلاً :

مجموعة القيم (1) : 18 12 11 10 10 9 9 9 7 5 2 2 لها منوال 9

ومجموعة القيم (2) : 16 15 12 10 8 5 3 9 ليس لها منوال [أو عديمة المنوال]

ومجموعة القيم (3) : 9 7 7 7 5 5 4 4 4 3 2 لها منوالان 7 , 4

أي أن مجموعة القيم قد تكون وحيدة المنوال [لها منوال واحد] ، وقد تكون عديدة المنوال [منوالان أو أكثر] وقد تكون عديمة المنوال [لا يوجد لها منوال]

أما مجموعة القيم (4) : 7 7 6 6 5 5 4 4 فقد تتسرع وتقول أنها رباعية المنوال ومناولها : 7 , 6 , 5 , 4

لكن [حيث أن جميع القيم لها نفس التكرار] هذه المجموعة الأخيرة عديمة المنوال

والمنوال [مقارنةً بالوسط الحسابي والوسيط] به العديد من العيوب منها :

- أنه لا يأخذ في الاعتبار جميع البيانات ولكنه يهتم فقط بالقيم الأكثر تكراراً .
- أنه قد لا يتواجد أو قد يكون هناك أكثر من منوال للبيانات .

إلا أنه أيضاً يتميز ببعض المزايا منها :

- أنه أسرع في تحديده من الوسط والوسيط
- من الممكن تحديده للتوزيعات التكرارية للبيانات المنفصلة سواء كانت تلك البيانات كمية متقطعة أو نوعية [والبيانات الأخيرة (النوعية) لا يمكن حساب الوسط الحسابي لها أو الوسيط]

بيانات كمية متقطعة

درجات طلاب في مقرر الإحصاء	
درجة الطالب	عدد الطلاب
12	28
14	24
16	39
18	9

لها منوال وحيد وهو
"الدرجة 16"

بيانات كمية متقطعة

درجات طلاب في مقرر الإنجليزي	
درجة الطالب	عدد الطلاب
12	23
14	30
16	30
18	17

لها منوالان وهما
"14 , 16"

بيانات كمية متقطعة

درجات طلاب في مقرر الفقه	
درجة الطالب	عدد الطلاب
12	25
14	25
16	25
18	25

ليس لها منوال

بيانات نوعية

سيارات في أحد المواقف	
لون السيارة	عدد السيارات
أحمر R	10
أزرق B	23
أبيض W	12
أصفر Y	5

لها منوال وهو
"اللون الأزرق"

أمثلة للبيانات المنفصلة

وبالنسبة للتوزيعات التكرارية للبيانات الكمية المتصلة يمكن تحديد المنوال (بصورة تقريبية) كالتالي :

- حدد **الفئة المنوالية** [وهي الفئة التي يناظرها أكبر كثافة تكرار **وليس** أكبر تكرار]
- حدد **المنوال** [وهو (تقريباً) مركز الفئة المنوالية]

	الجدول التكراري				
	المتغير x	التكرار f	طول الفئة c	مركز الفئة x_0	كثافة التكرار
الفئة لأولى	$0 \le x < 20$	4	20	10	0.2
الفئة الثانية	$20 \le x < 30$	16	10	25	1.6
الفئة الثالثة	$30 \le x < 35$	12	5	32.5	2.4
الفئة الرابعة	$35 \le x < 40$	10	5	37.5	2
الفئة الخامسة	$40 \le x < 50$	6	10	45	0.6
الفئة السادسة	$50 \le x < 60$	2	10	55	0.2
		$\sum f = 50$			

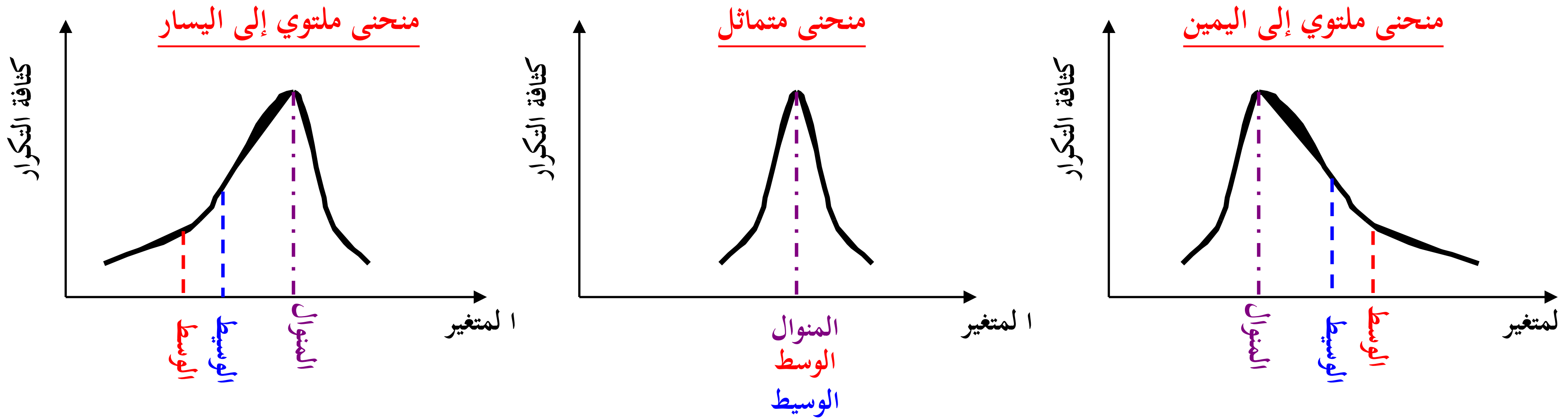
أكبر كثافة تكرار

إذن الفئة المنوالية هي

الفئة الثالثة

والمنوال = **32.5**

علاقة اعتبارية (تقريبية) بين المتوسطات الثلاثة : الوسط والوسيط والمنوال



في جميع المنحنيات المبينة (والتي تُسمى المنحنيات وحيدة المنوال وبسيطة الالتواء) ، لاحظ الآتي

- المنوال هو القيمة المناظرة لأعلى نقطة في المنحنى
- الوسيط يقع دائماً بين الوسط و المنوال

وهذه المنحنيات التكرارية وحيدة المنوال وبسيطة الالتواء تحقق العلاقة التالية :

$$\text{الوسط} - \text{المنوال} = 3 \times (\text{الوسط} - \text{الوسيط})$$

فمثلاً إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم = **80** ، والوسيط لها = **85** ، فإن :

80 – المنوال = 3 × (85 – 80) = -15 ← المنوال = 80 + 15 = 95

مقارنة بين المتوسطات الثلاثة : الوسط ، الوسيط ، المنوال

الوسط الحسابي

مزاياه :

- سهولة حسابه
- يأخذ في الاعتبار جميع البيانات
- لا يحتاج إلى ترتيب معين للبيانات

عيوبه :

- يتأثر بشدة بالقيم المتطرفة
- لا يمكن إيجاده بالرسم [بيانياً]
- لا يمكن حسابه في حالات التوزيعات التكرارية المفتوحة

الأكثر استخداماً

الوسيط

مزاياه :

- سهولة حسابه حسابياً أو بيانياً
- لا يتأثر بالقيم المتطرفة
- يمكن حسابه في حالة التوزيعات التكرارية المفتوحة

عيوبه :

- يحتاج إلى ترتيب للبيانات أولاً
- لا يأخذ في الاعتبار جميع البيانات

يفضل استخدامه في الحالات التي لا نستطيع فيها حساب الوسط الحسابي

المنوال

مزاياه :

- سهولة حسابه
- لا يتأثر كثيراً بالقيم المتطرفة
- لا يحتاج لترتيب البيانات

عيوبه :

- قد لا يتواجد وقد يكون له أكثر من قيمة

أقل مقاييس النزعة المركزية استخداماً

في بعض الحالات يمكن تحديده للبيانات النوعية

يمكن حسابها للبيانات الكمية

تدريبات

اختر الإجابة الصحيحة لكلٍ مما يأتي :

1. مقاييس النزعة المركزية هي

✓ (أ) قيم نموذجية يمكن أن تمثل مجموعة البيانات

(ب) مقاييس ترصد الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة

(ج) مقاييس ترصد درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما

(د) مقاييس ترصد درجة التدبب في قمة المنحنى مقارنة بقمة منحنى التوزيع الطبيعي

2. الوسط الحسابي هو أحد مقاييس

✓ (أ) النزعة المركزية　(ب) التشتت　(ج) الالتواء　(د) التفرطح

3. في المنحنى المتماثل يكون

(أ) الوسط الحسابي أكبر من المنوال　(ب) الوسط الحسابي ضعف المنوال

(ج) الوسط الحسابي أصغر من المنوال　✓ (د) الوسط الحسابي يساوي المنوال

4. في التوزيعات وحيدة المنوال وبسيطة الالتواء لليمين

✓ (أ) الوسط الحسابي أكبر من المنوال　(ب) الوسط الحسابي ضعف المنوال

(ج) الوسط الحسابي أصغر من المنوال　(د) الوسط الحسابي يساوي المنوال

5. في التوزيعات وحيدة المنوال وبسيطة الالتواء لليسار

(أ) الوسط الحسابي أكبر من المنوال
(ب) الوسط الحسابي ضعف المنوال
✓ (ج) الوسط الحسابي أصغر من المنوال
(د) الوسط الحسابي يساوي المنوال

6. لعدد من القيم ، يُعرف مجموع هذه القيم مقسوماً على عددها على أنه

✓ (أ) الوسط الحسابي للقيم
(ب) الانحراف المتوسط للقيم
(ج) تباين تلك القيم
(د) الانحراف المعياري للقيم

7. إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 وأضفنا لكل قيمة من القيم 2 ، فإن الوسط الحسابي للقيم الجديدة يكون :

(أ) 10 ✓ (ب) 22 (ج) 40 (د) 18

8. إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 وطرحنا من كل قيمة من القيم 2 ، فإن الوسط الحسابي للقيم الجديدة يكون :

(أ) 10 (ب) 22 (ج) 40 ✓ (د) 18

9. إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 وضربنا كل قيمة من القيم في 2 ، فإن الوسط الحسابي للقيم الجديدة يكون :

(أ) 10 (ب) 22 ✓ (ج) 40 (د) 18

10. إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 وقسمنا كل قيمة من القيم على 2 ، فإن الوسط الحسابي للقيم الجديدة يكون :

✓ (أ) 10 (ب) 22 (ج) 40 (د) 18

11. الوسيط لمجموعة من القيم المرتبة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً هو :

✓ (أ) القيمة التي تقسم مجموعة القيم إلى مجموعتين متساويتين في العدد
(ب) القيمة الأكثر تكراراً
(ج) متوسط أكبر وأقل قيمتين
(د) مجموع القيم مقسوماً على عددها .

12. لمجموعة من القيم ، فإن القيمة الأكثر تكراراً (إن وُجِدت) تُسمى :

(أ) الوسط الحسابي للقيم   (ب) وسيط القيم   ✓ (ج) منوال القيم   (د) مدى القيم

13. لمجموعة من البيانات الكمية المتصلة (فئات غير متساوية الطول) تكون الفئة المنوالية هي الفئة :

(أ) الأكبر طولاً   (ب) الأكثر تكرارا   (ج) الفئة الوسطى   ✓ (د) الأكثر كثافة تكرار

14. أحد مقاييس النزعة المركزية الذي قد يمكن تحديده للبيانات النوعية :

✓ (أ) المنوال   (ب) الوسط الحسابي   (ج) المدى   (د) الوسيط

15. للمنحنيات التكرارية وحيدة المنوال وبسيطة الالتواء يكون :

(أ) الوسط – الوسيط = 3 × (الوسط – المنوال)   (ب) الوسيط – المنوال = 3 × (الوسيط – الوسط)
✓ (ج) الوسط – المنوال = 3 × (الوسط – الوسيط)   (د) المنوال – الوسيط = 3 × (المنوال – الوسط)

خاص بالأسئلة من (16) إلى (18) : الشكل المرافق يبين عدة توزيعات لمتغير متصل x :

التوزيع التكراري (1)

	x	f	طول	كثافة التكرار
الفئة لأولى	$0 \le x < 20$	4	20	0.2
الفئة الثانية	$20 \le x < 60$	8	40	0.2
الفئة الثالثة	$60 \le x < 70$	2	10	0.2
الفئة الرابعة	$70 \le x < 75$	1	5	0.2

التوزيع التكراري (2)

	x	f	طول	كثافة التكرار
الفئة لأولى	$0 \le x < 20$	4	20	0.2
الفئة الثانية	$20 \le x < 30$	18	10	1.8
الفئة الثالثة	$30 \le x < 45$	18	15	1.2
الفئة الرابعة	$45 \le x < 55$	8	10	0.8

التوزيع التكراري (3)

	x	f	طول	كثافة التكرار
الفئة لأولى	$0 \le x < 5$	4	5	0.8
الفئة الثانية	$5 \le x < 15$	16	10	1.6
الفئة الثالثة	$15 \le x < 20$	8	5	1.6
الفئة الرابعة	$20 \le x < 60$	20	40	0.5

التوزيع التكراري (4)

	x	f
الفئة لأولى	$0 \le x < 10$	4
الفئة الثانية	$10 \le x < 20$	16
الفئة الثالثة	$20 \le x < 30$	8
الفئة الرابعة	$30 \le x < 40$	20

16. للتوزيع التكراري (1) ، الفئة المنوالية هي :

(أ) الأولى (ب) الثانية (ج) الثانية والثالثة ✓ (د) غير موجودة

17. للتوزيع التكراري (2) ، الفئة المنوالية هي :

(أ) الأولى ✓ (ب) الثانية (ج) الثانية والثالثة (د) غير موجودة

18. للتوزيع التكراري (3) ، الفئة المنوالية هي :

(أ) الأولى (ب) الثانية ✓ (ج) الثانية والثالثة (د) الرابعة

19. للتوزيع التكراري (4) ، الفئة المنوالية هي :

(أ) الأولى (ب) الثانية (ج) الثانية والثالثة ✓ (د) الرابعة

خاص بالأسئلة من (16) إلى (18) : الشكل المرافق يبين عدة توزيعات لمتغير متصل x :

التوزيع التكراري (1)

	x	f	طول	كثافة التكرار
الفئة لأولى	$0 \le x < 20$	4	20	0.2
الفئة الثانية	$20 \le x < 60$	8	40	0.2
الفئة الثالثة	$60 \le x < 70$	2	10	0.2
الفئة الرابعة	$70 \le x < 75$	1	5	0.2

التوزيع التكراري (2)

	x	f	طول	كثافة التكرار
الفئة لأولى	$0 \le x < 20$	4	20	0.2
الفئة الثانية	$20 \le x < 30$	18	10	1.8
الفئة الثالثة	$30 \le x < 45$	18	15	1.2
الفئة الرابعة	$45 \le x < 55$	8	10	0.8

التوزيع التكراري (3)

	x	f	طول	كثافة التكرار
الفئة لأولى	$0 \le x < 5$	4	5	0.8
الفئة الثانية	$5 \le x < 15$	16	10	1.6
الفئة الثالثة	$15 \le x < 20$	8	5	1.6
الفئة الرابعة	$20 \le x < 60$	20	40	0.5

التوزيع التكراري (4)

	x	f
الفئة لأولى	$0 \le x < 10$	4
الفئة الثانية	$10 \le x < 20$	16
الفئة الثالثة	$20 \le x < 30$	8
الفئة الرابعة	$30 \le x < 40$	20

20. للتوزيع التكراري (1) ، المنوال يساوي (تقريباً):

(أ) 10 (ب) 25 (ج) 25 , 37.5 ✓ (د) غير موجود

21. للتوزيع التكراري (2) ، المنوال يساوي (تقريباً)

(أ) 10 ✓ (ب) 25 (ج) 25 , 37.5 (د) غير موجود

22. للتوزيع التكراري (3) ، الفئة المنوالية هي :

(أ) 5 (ب) 10 ✓ (ج) 10 , 17.5 (د) 17.5

23. للتوزيع التكراري (4) ، الفئة المنوالية هي :

(أ) 5 (ب) 15 (ج) 25 ✓ (د) 35

خاص بالأسئلة من (24) إلى (26) : لمجموعة القيم 4 5 8 9 4 ،

24. الوسط الحسابي يساوي

(أ) 8 (ب) 5 (ج) 4 (د) 6 ✓

25. الوسيط يساوي

(أ) 8 (ب) 5 ✓ (ج) 4 (د) 6

26. المنوال يساوي

(أ) 8 (ب) 5 (ج) 4 ✓ (د) 6

خاص بالأسئلة من (27) إلى (29) : لمجموعة القيم 16 4 8 2 3 9 ،

27. الوسط الحسابي يساوي

(أ) 6 (ب) 8 (ج) 7 ✓ (د) غير موجود

28. الوسيط يساوي

(أ) 6 ✓ (ب) 8 (ج) 7 (د) غير موجود

29. المنوال يساوي

(أ) 6 (ب) 8 (ج) 7 (د) غير موجود ✓

الجزء الرابع

تجميع للتعريفات النظرية الخاصة بالباب الرابع

[مقاييس التشتت] مع تدريبات

مقاييس التشتت

هي مقاييس ترصد الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة [أمثلة : المدى – الانحراف المتوسط – التباين والانحراف المعياري – المدى الربيعي والانحراف الربيعي – المدى المئيني] .

---

1. المدى : مدى مجموعة من البيانات الكمية هو الفرق بين أكبر قيمة في البيانات وأقل قيمة فيها

فمثلاً لمجموعة القيم : 15 3 7 6 12 18 5 4 13 15 يكون المدى : $R = 18 - 3 = 15$

ولمجموعة القيم : 16 3 2 15 17 50 17 100 14 16 يكون المدى : $R = 100 - 2 = 98$

وبالرغم من بساطة تحديده إلا أن له بعض العيوب مثل تأثره بالقيم المتطرفة ، كما أنه لا يمكن حسابه للتوزيعات المفتوحة .

2. الانحراف المتوسط [أو متوسط الانحرافات] *M.D*

يُعرف الانحراف المتوسط (أو متوسط الانحرافات) [وسنرمز له بالرمز *M.D*] على أنه متوسط القيم المطلقة للانحرافات عن قيمة متوسطة للبيانات [عادةً تكون الوسط الحسابي] ، أي أن : .

$$M.D=\frac{\sum|d|}{n}$$

حيث $d=x-\bar{x}$ هي انحراف القيمة x عن الوسط الحسابي ، $|d|$ هي القيمة المطلقة للانحراف d .

فمثلاً لمجموعة القيم 18 6 3 13 15

وسطها الحسابي هو :

$$\bar{x}=\frac{\sum x}{n}=\frac{55}{5}=11$$

ويكون الانحراف المتوسط لها هو :

$$M.D=\frac{\sum|d|}{n}=\frac{26}{5}=5.2$$

x	$d=x-\bar{x}$	$\|d\|$
15	15 – 11 = 4	4
13	13 – 11 = 2	2
3	3 – 11 = -8	8
6	6 – 11 = -5	5
18	18 – 11 = 7	7
55	0	26
$\sum x$	$\sum d$	$\sum\|d\|$

ومن الخواص الهامة للوسط الحسابي التي يجب مراعاتها أن "مجموع الانحرافات عن الوسط الحسابي يجب أن تساوي صفراً ، أي أن :

$$\sum d=0$$

وفي حالة البيانات الكمية المتقطعة ذات التكرارات :

يمكن تحديد الانحراف المتوسط ***M.D*** من العلاقة :

$$M.D = \frac{\sum f \times |d|}{\sum f}$$

فمثلاً : إذا كان المطلوب حساب الانحراف المتوسط للبيانات المبينة بالجدول التكراري :

الجدول التكراري

المتغير ***x***	التكرار ***f***	***fx***
4	20	80
5	40	200
6	30	180
7	10	70
	100	530

$\sum f = 100$ $\quad \sum fx = 530$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{530}{100} = 5.3$$

$d = x - \bar{x}$	$\lvert d \rvert$	$f \times \lvert d \rvert$
4 – 5.3 = -1.3	1.3	20 × 1.3 = 26
5 – 5.3 = -0.3	0.3	40 × 0.3 = 12
6 – 5.3 = 0.7	0.7	30 × 0.7 = 21
7 – 5.3 = 1.7	1.7	10 × 1.7 = 17
		$\sum f \lvert d \rvert = 76$

$$M.D = \frac{\sum f\,|d|}{\sum f} = \frac{76}{100} = \underline{\underline{0.76}}$$

انتبه :: مجموع الانحرافات هنا [والذي يجب أن يساوي صفراً] هو $\sum fd$ وليس $\sum d$

وفي حالة البيانات الكمية المتصلة :

يمكن تحديد الانحراف المتوسط $M.D$ أيضاً من العلاقة : $\boxed{M.D = \frac{\sum f \times |d|}{\sum f}}$ حيث $\boxed{d = x_0 - \bar{x}}$ ، x_0 تمثل مراكز الفئات

مثال : الجدول التكراري

الفئة	المتغير x	التكرار f	المركز x_0	fx_0	$d = x_0 - \bar{x}$	$\lvert d \rvert$	$f \times \lvert d \rvert$
الأولى	$0 \le x < 20$	4	10	40	10 – 31.7 = -21.7	21.7	86.8
الثانية	$20 \le x < 30$	16	25	400	25 – 31.7 = -6.7	6.7	107.2
الثالثة	$30 \le x < 35$	12	32.5	390	32.5 – 31.7 = 0.8	0.8	9.6
الرابعة	$35 \le x < 40$	10	37.5	375	37.5 – 31.7 = 5.8	5.8	58
الخامسة	$40 \le x < 50$	6	45	270	45 – 31.7 = 13.3	13.3	79.8
السادسة	$50 \le x < 60$	2	55	110	55 – 31.7 = 23.3	23.3	46.6
		50		1585			388
		$\sum f$		$\sum fx_0$			$\sum f \lvert d \rvert$

$$\bar{x} = \frac{\sum f\, x_0}{\sum f} = \frac{1585}{50} = \underline{\underline{31.7}}$$

$$M.D = \frac{\sum f\, |d|}{\sum f} = \frac{388}{50} = 7.76$$

<u>تذكر</u> : نظراً لاعتماد الانحراف المتوسط (في حسابه) على الوسط الحسابي ، يكون له نفس المزايا ونفس عيوب الوسط الحسابي

خاصتان هامتان للانحراف المتوسط

1. <u>إضافة (أو طرح) عدد ثابت إلى كل قيمة</u> : ذا كان لدينا مجموعة من القيم وحسبنا لها الانحراف المتوسط ، وبعد ذلك أضفنا (أو طرحنا) لكل قيمة من القيم العدد الثابت c فإن الانحراف المتوسط الجديد = الانحراف المتوسط القديم [أي لا تأثير]
2. <u>ضرب (أو قسمة) كل قيمة في عدد ثابت</u> : إذا كان لدينا مجموعة من القيم وحسبنا لها الانحراف المتوسط ، وبعد ذلك ضربنا (أو قمسمنا) كل قيمة من القيم في العدد الثابت c فإن الانحراف المتوسط الجديد = الانحراف المتوسط القديم ×القيمة المطلقة للثابت c .

3. الانحراف المعياري s

يُعرف متوسط مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي على أنه تباين مجموعة البيانات [ويُرمز له بالرمز s^2] ، ويُعرف الجذر التربيعي للتباين على أنه الانحراف المعياري للبيانات [ويُرمز له بالرمز s] ، أي أن :

$$\text{التباين} = s^2 = \frac{\sum d^2}{n}$$

ومنه يكون

$$\text{الانحراف المعياري} = s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum d^2}{n}}$$

فمقلاً لمجموعة القيم 18 6 3 13 15

وسطها الحسابي هو :

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{55}{5} = 11$$

x	$d = x - \bar{x}$	d^2
15	15 – 11 = 4	16
13	13 – 11 = 2	4
3	3 – 11 = -8	64
6	6 – 11 = -5	25
18	18 – 11 = 7	49
55		158
$\sum x$		$\sum d^2$

ويكون التباين لها هو :

$$s^2 = \frac{\sum d^2}{n} = \frac{158}{5} = 31.6$$

ومنها يكون الانحراف المعياري هو الجذر التربيعي للتباين ، أي أن :

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{31.6} = 5.62$$

وفي حالة البيانات الكمية المتقطعة ذات التكرارات :

يمكن تحديد التباين s^2 والانحراف المعياري s من :

التباين $s^2 = \dfrac{\sum fd^2}{\sum f}$ ومنه يكون الانحراف المعياري $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\dfrac{\sum fd^2}{\sum f}}$

فمثلاً : إذا كان المطلوب حساب الانحراف المتوسط للبيانات المبينة بالجدول التكراري :

الجدول التكراري

المتغير x	التكرار f	fx	$d = x - \bar{x}$	d^2	fd^2
4	20	80	4 – 5.3 = -1.3	1.69	20 × 1.69 = 33.8
5	40	200	5 – 5.3 = -0.3	0.09	40 × 0.09 = 3.6
6	30	180	6 – 5.3 = 0.7	0.49	30 × 0.49 = 14.7
7	10	70	7 – 5.3 = 1.7	2.89	10 × 2.89 = 28.9
	100	530			81
	$\sum f = 100$	$\sum fx = 530$			$\sum fd^2$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{530}{100} = 5.3$$

$$s^2 = \frac{\sum fd^2}{\sum f} = \frac{81}{100} = 0.81 \longrightarrow \text{التباين}$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0.81} = \underline{\underline{0.9}} \longrightarrow \text{الانحراف المعياري}$$

وفي حالة البيانات الكمية المتصلة :يمكن تحديد التباين s^2 والانحراف المعياري s أيضاً من :

التباين $= s^2 = \dfrac{\sum fd^2}{\sum f}$ ومنه يكون ← الانحراف المعياري $= s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\dfrac{\sum fd^2}{\sum f}}$ حيث $d = x_0 - \bar{x}$

مثال : الجدول التكراري

الفئة	المتغير x	التكرار f	المركز x_0	fx_0	$d = x_0 - \bar{x}$	d^2	$f \times d^2$
الأولى	$0 \le x < 20$	4	10	40	10 – 31.7 = -21.7	470.89	4 × 470.89 = 1883.56
الثانية	$20 \le x < 30$	16	25	400	25 – 31.7 = -6.7	44.89	16 × 44.89 = 718.24
الثالثة	$30 \le x < 35$	12	32.5	390	32.5 – 31.7 = 0.8	0.64	12 × 0.64 = 7.68
الرابعة	$35 \le x < 40$	10	37.5	375	37.5 – 31.7 = 5.8	33.64	10 × 33.64 = 336.4
الخامسة	$40 \le x < 50$	6	45	270	45 – 31.7 = 13.3	176.89	6 × 176.89 = 1061.34
السادسة	$50 \le x < 60$	2	55	110	55 – 31.7 = 23.3	542.89	2 × 542.89 = 1085.78
		50		1585			5093
		$\sum f$		$\sum fx_0$			$\sum fd^2$

$$\therefore\ \bar{x} = \frac{\sum f x_0}{\sum f} = \frac{1585}{50} = \underline{\underline{31.7}}$$

$$s^2 = \frac{\sum fd^2}{\sum f} = \frac{5093}{50} = 101.86 \longrightarrow \text{التباين}$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{101.86} \cong \underline{\underline{10.09}} \longrightarrow \text{الانحراف المعياري}$$

تذكر : نظراً لاعتماد الانحراف المعياري (في حسابه) على الوسط الحسابي ، يكون له نفس المزايا ونفس عيوب الوسط الحسابي

خاصتان هامتان للانحراف المعياري

1. إضافة (أو طرح) عدد ثابت إلى كل قيمة : ذا كان لدينا مجموعة من القيم وحسبنا لها الانحراف المعياري ، وبعد ذلك أضفنا (أو طرحنا) لكل قيمة من القيم العدد الثابت c فإن الانحراف المعياري الجديد = الانحراف المعياري القديم [أي لا تأثير]
2. ضرب (أو قسمة) كل قيمة في عدد ثابت : إذا كان لدينا مجموعة من القيم وحسبنا لها الانحراف المعياري ، وبعد ذلك ضربنا (أو قسمنا) كل قيمة من القيم في العدد الثابت c فإن الانحراف المعياري الجديد = الانحراف المعياري القديم ×القيمة المطلقة للثابت c .

4. المدى الربيعي والانحراف الربيعي : لمجموعة من البيانات يُعرف المدى الربيعي على أنه الفرق بين الربيع الثالث والربيعي الأول ، أي أن :

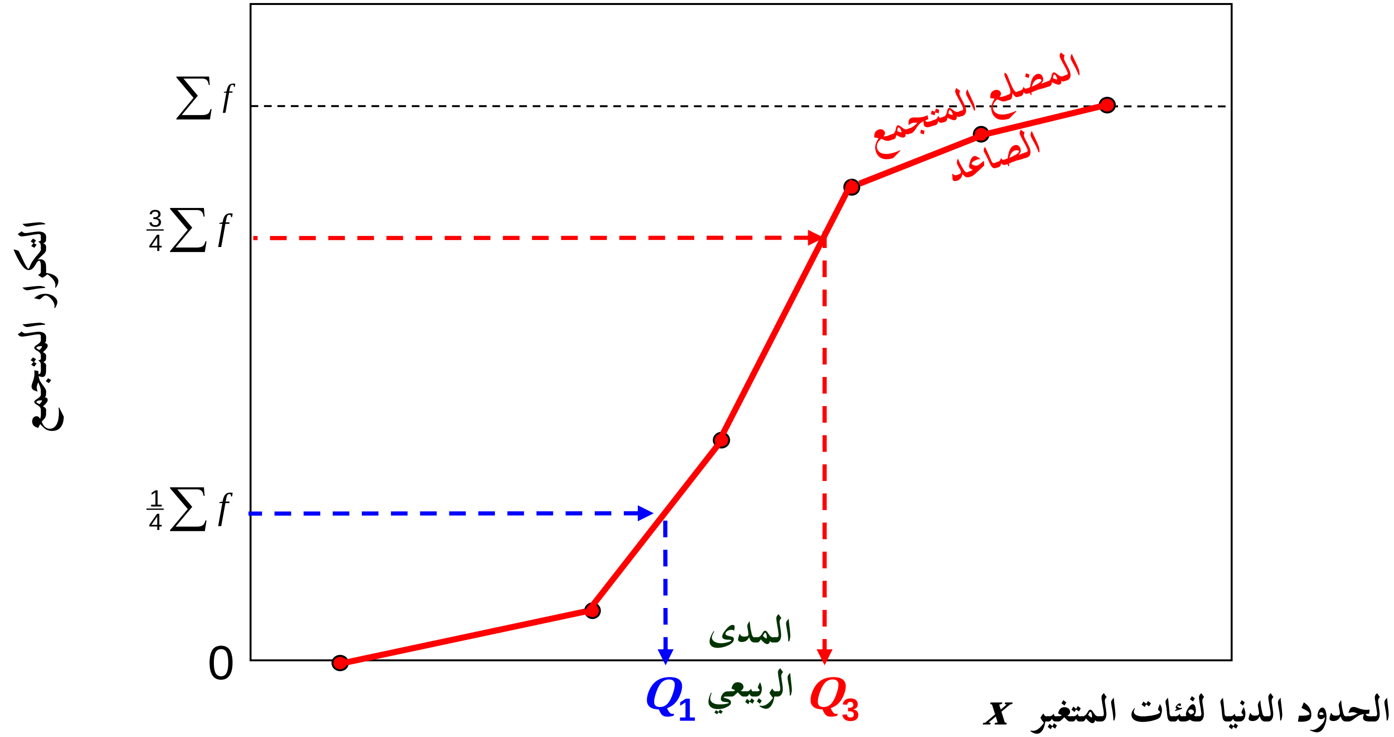
$$\text{المدى الربيعي} = Q_3 - Q_1$$

حيث Q_1 هو الربيع الأول ، Q_3 هو الربيع الثالث

ويُعرف الانحراف الربيعي لهذه المجموعة من البيانات على أنه نصف المدى الربيعي ، أي أن :

$$\text{الانحراف الربيعي} = \text{نصف المدى الربيعي} = (Q_3 - Q_1)/2$$

ويمكن تحديد الربيعين Q_1 (الأول) ، Q_3 (الثالث) بنفس الطريقة التي حددنا بها الوسيط M [الربيع الثاني Q_2] باستخدام المضلع المتجمع الصاعد :

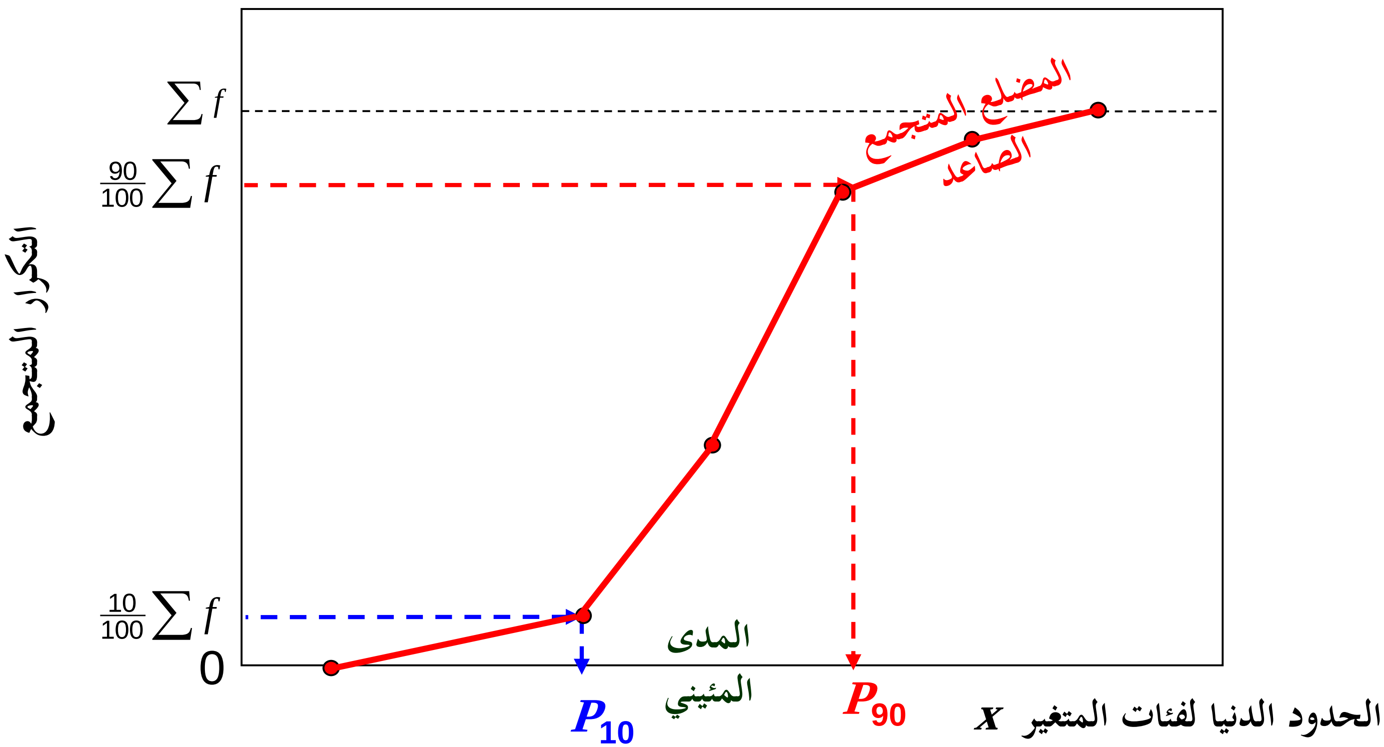


5. المدى المئيني : لمجموعة من البيانات يُعرف المدى المئيني على أنه الفرق بين المئين التسعين والمئين العاشر ، أي أن :

$$\text{المدى المئيني} = P_{90} - P_{10}$$

حيث P_{10} هو المئين العاشر ، P_{90} هو المئين التسعون

ويمكن تحديد المئين P_{10} (العاشر) ، P_{90} (التسعون) بنفس الطريقة التي حددنا بها الوسيط M [المئين الخمسون P_{50}] باستخدام المضلع المتجمع الصاعد :



تدريبات

اختر الإجابة الصحيحة لكلٍ مما يأتي :

1. مقاييس التشتت هي

(أ) قيم نموذجية يمكن أن تمثل مجموعة البيانات

✓ (ب) مقاييس ترصد الدرجة التي تتجه بها البيانات الكمية للانتشار حول قيمة متوسطة

(ج) مقاييس ترصد درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما

(د) مقاييس ترصد درجة التدبب في قمة المنحنى مقارنة بقمة منحنى التوزيع الطبيعي

2. الانحراف المعياري هو أحد مقاييس

(أ) النزعة المركزية ✓(ب) التشتت (ج) الالتواء (د) التفرطح

3. لعدد من القيم ، يُعرف متوسط القيم المطلقة للانحرافات عن الوسط الحسابي على أنه

(أ) الوسط الحسابي للقيم ✓ (ب) الانحراف المتوسط للقيم

(ج) تباين تلك القيم (د) الانحراف المعياري للقيم

4. لعدد من القيم ، يُعرف متوسط مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي على أنه

(أ) الوسط الحسابي للقيم (ب) الانحراف المتوسط للقيم

✓ (ج) تباين تلك القيم (د) الانحراف المعياري للقيم

5. لعدد من القيم ، يُعرف الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي على أنه

(أ) الوسط الحسابي للقيم (ب) الانحراف المتوسط للقيم

(ج) تباين تلك القيم ✓ (د) الانحراف المعياري للقيم

تدريبات

خاص بالأسئلة من (6) إلى (8) :

إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 والانحراف المتوسط لها 4 وانحرافها المعياري 5 وأضفنا لكل قيمة من القيم 2 ، فإن :

6. الانحراف المتوسط لمجموعة القيم الجديدة يكون :

✓ (أ) 4 (ب) 6 (ج) 8 (د) 2

7. الانحراف المعياري لمجموعة القيم الجديدة يكون :

(أ) 3 (ب) 7 ✓ (ج) 5 (د) 10

8. التباين لمجموعة القيم الجديدة يكون :

(أ) 2 (ب) 7 (ج) 49 ✓ (د) 25

خاص بالأسئلة من (9) إلى (11) :

إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من القيم هو 20 والانحراف المتوسط لها 4 وانحرافها المعياري 5 وضربنا كل قيمة من القيم ‎-2‎ ، فإن :

9. الانحراف المتوسط لمجموعة القيم الجديدة يكون :

(أ) 4 (ب) 6 ✓ (ج) 8 (د) ‎-8‎

10. الانحراف المعياري لمجموعة القيم الجديدة يكون :

(أ) 5 (ب) 7 (ج) ‎-10‎ ✓ (د) 10

11. التباين لمجموعة القيم الجديدة يكون :

(أ) ‎-100‎ ✓ (ب) 100 (ج) 25 (د) 2

12. التباين لمجموعة من القيم هو

(أ) الانحراف المعياري للقيم
(ب) مربع الانحراف المعياري للقيم ✓
(ج) الجذر التربيعي للانحراف المعياري
(د) نصف الانحراف المعياري

13. الانحراف المعياري لمجموعة من القيم هو

(أ) تباين هذه القيم
(ب) نصف التباين للقيم
(ج) الجذر التربيعي للتباين ✓
(د) مربع التباين

14. مقياس لا يتأثر بالقيم المتطرفة

(أ) الوسط الحسابي
(ب) الانحراف المتوسط
(ج) الانحراف المعياري
(د) الوسيط ✓

15. مقياس لا يمكن حسابه للتوزيعات المفتوحة :

(أ) الوسيط
(ب) المدى ✓
(ج) الانحراف الربيعي
(د) المدى المئيني

خاص بالأسئلة من (16) إلى (19) : مجموعة من القيم عددها 10 ولها البيانات التالية :

$$\sum x = 60 \quad , \quad \sum |d| = 22 \quad , \quad \sum d^2 = 76$$

16. الوسط الحسابي للمجموعة يساوي :

أ) 2.2 ب) 7.6 ✓ ج) 6 د) 2.76

17. الانحراف المتوسط للمجموعة يساوي :

✓ أ) 2.2 ب) 7.6 ج) 6 د) 2.76

18. التباين للمجموعة يساوي :

أ) 2.2 ✓ ب) 7.6 ج) 6 د) 2.76

19. الانحراف المعياري للمجموعة يساوي :

أ) 2.2 ب) 7.6 ج) 6 ✓ د) 2.76

خاص بالأسئلة من (20) إلى (47) :

الجدول التكراري المبين [غير مهم البيانات المرصود لها ....] ، إذا كان d يمثل الانحراف [لكل قيمة x] عن الوسط الحسابي ، فإن :

x	f	fx	d	$\|d\|$	$f\|d\|$	d^2	fd^2
......	......	......	......	......	......	......	.....
......	......	......	......	......	......	......	......
2	....	....	....	......	......	......	......
	$\sum f = 100$	$\sum fx = 450$			$\sum f\|d\| = 185$		$\sum fd^2 = 475$

20. الوسط الحسابي للمجموعة يساوي :

✓ (أ) 4.5 (ب) 1.85 (ج) 2.18 (د) 4.75

21. الانحراف المتوسط للمجموعة يساوي :

(أ) 4.5 ✓(ب) 1.85 (ج) 2.18 (د) 4.75

22. التباين للمجموعة يساوي :

(أ) 4.5 (ب) 1.85 (ج) 2.18 (د) 4.75 ✓

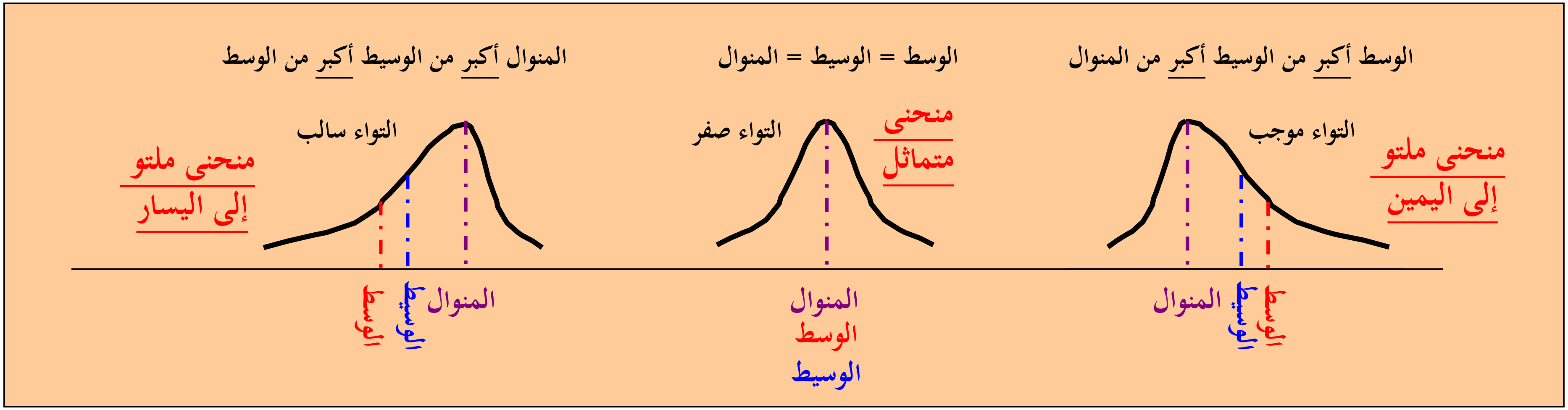
22. الانحراف المعياري للمجموعة يساوي :

(أ) 4.5 (ب) 1.85 ✓(ج) 2.18 (د) 4.75

الجزء الخامس والأخير

تجميع للتعريفات النظرية الخاصة
بالباب الخامس [الالتواء والتفرطح]
والباب السادس [تحليل الارتباط]

في المحاضرة المباشرة الرابعة] أن المنحنيات التكرارية التي تظهر في الناحية العملية تأخذ أشكالاً مميزة منها الآتي :



تعريف الالتواء : يُعرف الالتواء على أنه درجة تماثل أو البعد عن التماثل لتوزيع ما .

- فإذا كان المنحنى له ذيل أكبر إلى يمين النهاية العظمى للمنحنى عنه إلى يسارها [أي توزيع ملتوي إلى اليمين] يُقال للتوزيع أن له التواء موجب
- وإذا كان المنحنى له ذيل أكبر إلى يسار النهاية العظمى للمنحنى عنه إلى يمينها [أي توزيع ملتوي إلى اليسار] يُقال للتوزيع أن له التواء سالب
- أما إذا كان المنحنى متماثلاً فيُال للتوزيع أن التواءه صفراً .

ويُقاس الالتواء بعدة مقاييس [كل منها يُسمى بـ معامل الالتواء] منها :

$$\text{معامل بيرسون الأول للالتواء} = \frac{\text{الوسط} - \text{المنوال}}{\text{الانحراف المعياري}}$$

تُستخدم إذا علمنا الوسط الحسابي والمنوال (ويكون وحيداً) وكذلك الانحراف المعياري

$$\text{معامل بيرسون الثاني للالتواء} = \frac{3(\text{الوسط} - \text{الوسيط})}{\text{الانحراف المعياري}}$$

تُستخدم إذا علمنا الوسط الحسابي والوسيط وكذلك الانحراف المعياري

$$\text{معامل الالتواء الربيعي} = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1}$$

تُستخدم إذا علمنا الربيعات الأول والثالث وأيضاً الربيع الثاني (الوسيط)

$$\text{معامل الالتواء المئيني} = \frac{P_{90} - 2P_{50} + P_{10}}{P_{90} - P_{10}}$$

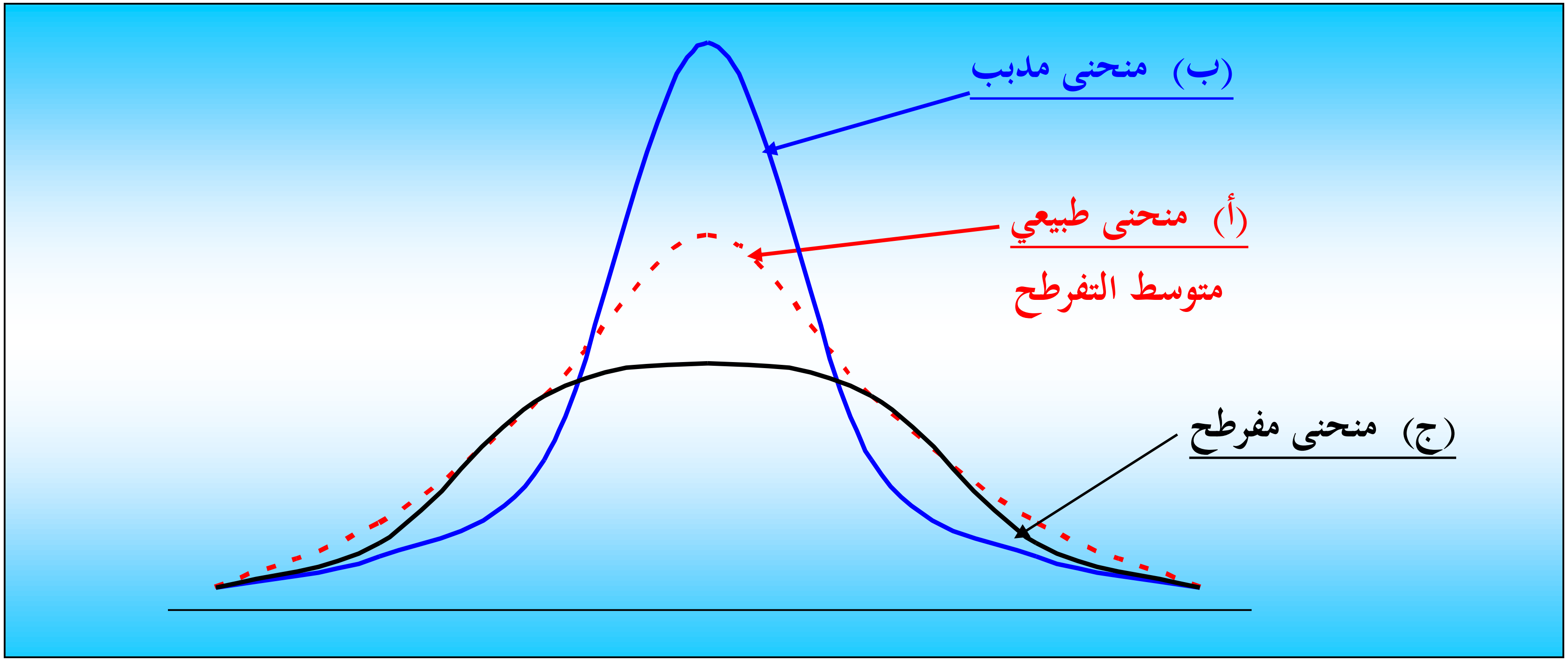
تُستخدم إذا علمنا المئنات العاشر والتسعين وأيضاً المئين الخمسين (الوسيط)

تذكر أن :

$$P_{50} = M = Q_2$$

المئين الخمسون ← P_{50} ، الوسيط ← M ، الربيع الثاني ← Q_2

تعريف التفرطح : يُقصد بالتفرطح درجة تدبب (الارتفاع أو الانخفاض) في قمة المنحنى مقارنةً بقمة منحنى التوزيع الطبيعي الذي يُعد متوسط التفرطح



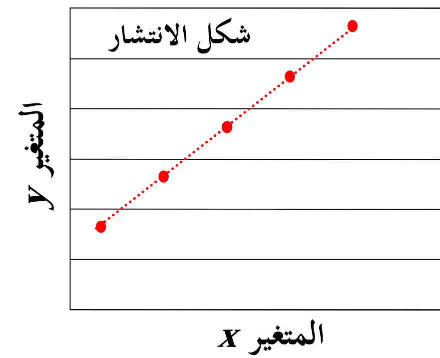
- فإذا كانت قمة المنحنى أعلى من مثيلتها في التوزيع الطبيعي يُسمى المنحنى مدبب
- وإذا كانت قمة المنحنى أدنى من مثيلتها في التوزيع الطبيعي يُسمى المنحنى مفرطح [تكون قمته مسطحة لحد ما]
- أما إذا كانت القمة ليست مدببة أو مسطحة [أي قريبة من المنحنى الطبيعي] يُسمى المنحنى متوسط التفرطح

نفرض أن لدينا بيانات ... x_1 , x_2 , x_3 عن متغير x ويناظرها بيانات ... y_1 , y_2 , y_3 عن متغير آخر y ، وعلى ورقة رسم بياني اخترنا محورين : **الأفقي** (ويخص المتغير x) **والرأسي** (ويخص المتغير y) وقمنا بتوقيع النقاط $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$

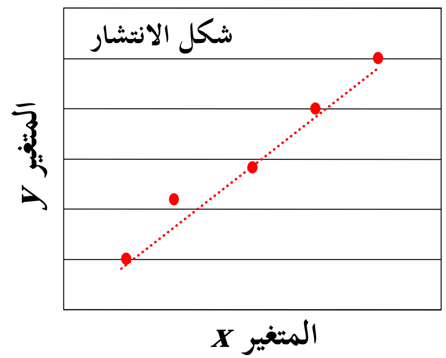
فإننا نحصل بذلك على ما يُسمى بـ "شكل الانتشار" لبيانات المتغيرين

ومن شكل الانتشار يمكن بمجرد النظر تحديد ما إذا كان هناك ارتباط بين المتغيرين x , y وتحديد نوع هذه العلاقة وأيضاً مدى قوة هذا الارتباط .

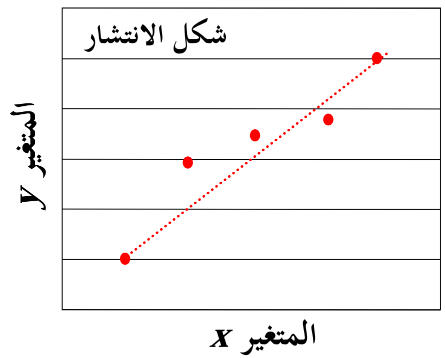
علاقات طردية



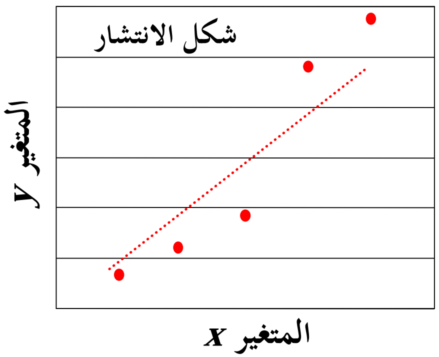
ارتباط طردي تام



ارتباط طردي قوي

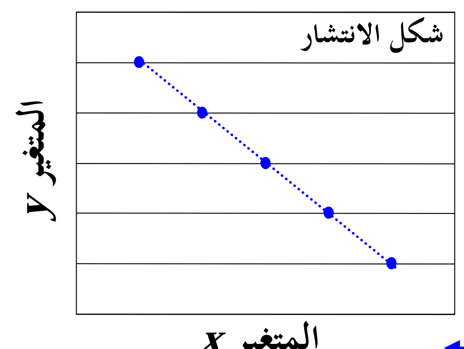


ارتباط طردي متوسط

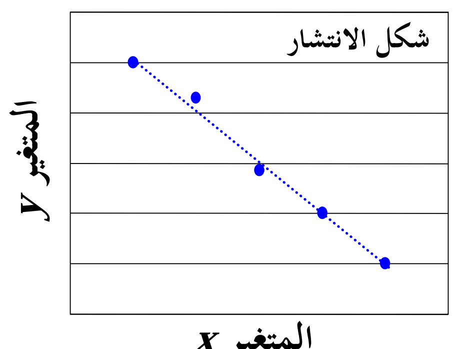


ارتباط طردي ضعيف

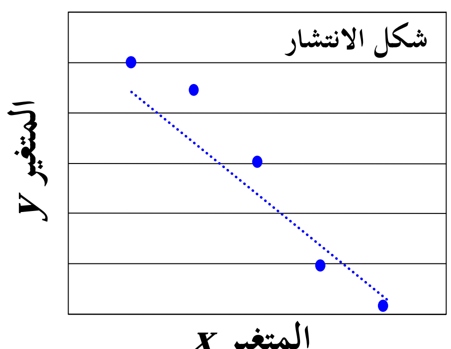
علاقات عكسية



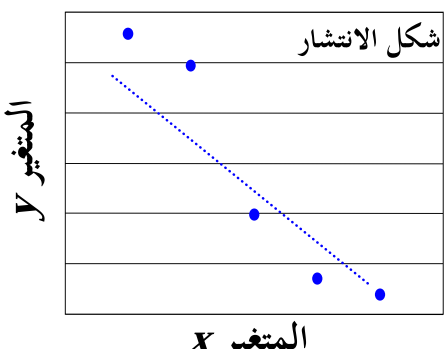
ارتباط عكسي تام



ارتباط عكسي قوي

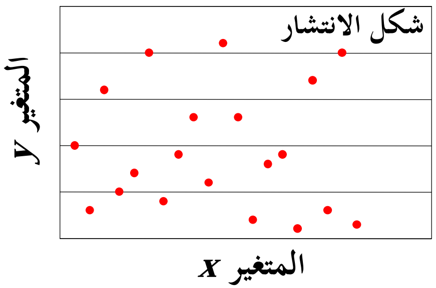


ارتباط عكسي متوسط



ارتباط عكسي ضعيف

- فإذا أمكن رسم خط مستقيم يمر بجميع نقاط شكل الانتشار سُمي الارتباط "ارتباط تام" [طردي أو عكسي]
- وإذا أمكن رسم خط مستقيم بحيث تكون انحرافات النقاط عنه ضعيفة جداً ، سُمي الارتباط "ارتباط قوي" [طردي أو عكسي]
- أما إذا زادت الانحرافات عن الخط المستقيم ولكن بشكل معقول ، سُمي الارتباط "ارتباط متوسط" [طردي أو عكسي]
- وإذا زادت الانحرافات عن الخط المستقيم بشكل كبير إلى حد ما ، سُمي الارتباط "ارتباط ضعيف" [طردي أو عكسي]
- أما إذا لم يكن هناك ما يشير إلى وجود علاقة بين المتغيرين ، فإننا نقول إنه لا يوجد ارتباط بينهما أو أنهم غير مرتبطين



ويُقاس الارتباط بين متغيرين y , x بما يُسمى بـ "معامل الارتباط" [وسنرمز له بالرمز r] وقيمته تكون محصورة بين 1 - ، 1 + :

- فإذا كانت قيمته موجبه دل ذلك على أن الارتباط طردي
- وإذا كانت قيمته سالبة دل ذلك على أن الارتباط عكسي
- وإذا كانت قيمته صفراً دل ذلك على عدم وجود ارتباط

هذا بخصوص نوع الارتباط [طردي أم عكسي أم معدوم]

ويُحسب معامل الارتباط [والذي يُسمى أيضاً بمعامل سبيرمان للارتباط أو معامل ارتباط الرتب بـ :

$$r = \text{معامل سبيرمان للارتباط أو معامل ارتباط الرتب} = 1 - \frac{6 \times \sum D^2}{n \times (n^2 - 1)}$$

حيث D هي الفرق بين رتبة كلٍ من y , x

أما بخصوص قوة الارتباط فتحدده القيمة المطلقة لمعامل الارتباط كما يوضحه الجدول التالي :

القيمة المطلقة لمعامل الارتباط	قوة الارتباط
0	لا يوجد ارتباط
$0 < r \leq 0.4$	ارتباط ضعيف
$0.4 < r \leq 0.6$	ارتباط متوسط
$0.6 < r < 1$	ارتباط قوي
1	ارتباط تام
> 1	كلام فارغ

التفسير الوحيد أن هناك خطأ في الحسابات

ونعود ونذكر أن الإشارة الموجبة لمعامل الارتباط تعني أن الارتباط طردي ، والإشارة السالبة تعني أنه عكسي

فمثلاً ، إذا كان :

- $r = 0.45$ ← فهذا يعني ارتباط طردي متوسط
- $r = -0.9$ ← فهذا يعني ارتباط عكسي قوي
- $r = -1$ ← فهذا يعني ارتباط عكسي تام
- $r = 0.84$ ← فهذا يعني ارتباط طردي قوي
- $r = -0.22$ ← فهذا يعني ارتباط عكسي ضعيف
- $r = 1.3$ ← فهذا يعني خطأ في الحسابات