

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

$x$	$-\infty$	0	$\ln 2$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	0	1	-1	2

السؤال الأول: نتأمل جانباً جدول تغيرات التابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}$ . المطلوب :

(1) أوجد  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و اكتب معادلة كل مقارب أفقي .

(2) دل على القيم الحدية للتابع مبيئاً نوعها .

(3) أوجد  $f([0, \ln 2])$  .

(4) ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$  ؟

السؤال الثاني: احسب التكامل  $\int_0^1 x e^{-x^2} dx$  .

السؤال الثالث: عيّن قيمة  $n$  التي تحقق المساواة  $\binom{7}{n} = \binom{7}{n+1}$  .

السؤال الرابع: ليكن كثير الحدود  $p(z) = z^2 - \sqrt{3}z + 1$ . المطلوب :

(1) حل المعادلة  $p(z) = 0$  .

(2) لتكن النقطتان  $A$  و  $B$  الممثلتان بالعددين العقديين  $z_A$  و  $z_B$  حلّي المعادلة  $p(z) = 0$ ، أثبت أنّ المثلث  $OAB$  متساوي الأضلاع .

السؤال الخامس: ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرف على  $\mathbb{R}_+^*$  وفق  $f(x) = \frac{ax+b}{1+(\ln x)^2}$ . المطلوب :

(1) عيّن العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  إذا علمت أنّ المستقيم  $T$  الذي معادلته  $y = x$  يمس الخط  $C$  في النقطة التي فاصلتها  $x = 1$  .

(2) ادرس الوضع النسبي للمماس  $T$  بالنسبة لـ  $C$  .

السؤال السادس: في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لتكن النقاط  $A(3,2,1)$ ،  $B(0,2,7)$ ،  $C(1,2,1)$  و المطلوب :

(1) أوجد إحداثيات النقطة  $G$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة  $(A,1)$ ،  $(B,2)$ ،  $(C,3)$  .

(2) صف  $\Gamma$  مجموعة النقاط  $M(x,y,z)$  من الفراغ التي تحقق  $\|\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC}\| = \|\vec{MA} + 2\vec{MB} - 3\vec{MC}\|$  .

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول و الثاني - 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول:  $OPQR$  متوازي أضلاع . ننشئ على الضلع  $OP$  المثلث  $OPP'$  القائم في  $P$  و متساوي الساقين ،

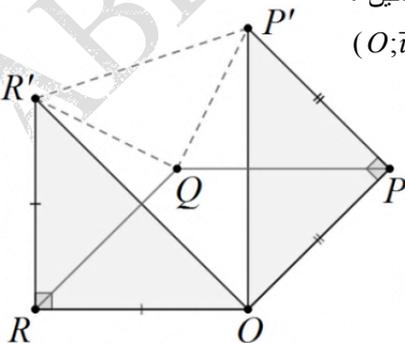
و ننشئ على الضلع  $OR$  المثلث  $ORR'$  القائم في  $R$  و متساوي الساقين . نتخذ المعلم المتجانس المباشر  $(O; \vec{u}, \vec{v})$

ولتكن الأعداد  $r, p, q, r', p', q'$  الممثلة للنقاط  $R, P, Q, R', P', Q'$  بالترتيب . المطلوب :

(1) أثبت أنّ  $p' = (1+i)p$  و  $r' = (1-i)r$  .

(2) اكتب العدد العقدي  $q$  بدلالة  $p$  و  $r$  .

(3) احسب العدد  $\frac{q-r'}{q-p}$  ثم استنتج طبيعة المثلث  $QP'R'$  .



## الصفحة الثانية

**التمرين الثاني:** لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة تدريجياً وفق  $u_0 = 2$  و  $u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n} - 1$  عند كل  $n \geq 0$ . المطلوب:

(1) أثبت أن التابع  $f(x) = x + \frac{1}{x} - 1$  متزايد تماماً على المجال  $[1, +\infty[$ .

(2) أثبت بالتدريج أن  $1 \leq u_{n+1} \leq u_n$  و ذلك أياً كان العدد الطبيعي  $n \geq 0$ .

(3) استنتج أن المتتالية  $u_n$  متقاربة، و احسب نهايتها.

**التمرين الثالث:** يحتوي صندوق على خمس كرات، منها ثلاث كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 2، 2 و كرتان بيضاوان تحملان الرقمين 1، 2. نسحب من الصندوق كرتين معاً، و نتأمل الحديث:

A: "سحب كرتين من لونين مختلفين" B: "سحب كرتين تحملان نفس الرقم"

(1) احسب  $\mathbb{P}(A)$  و  $\mathbb{P}(B)$ .

(2) إذا علمت أن الكرتين المسحوبتين من لونين مختلفين، ما احتمال أن تحملان نفس الرقم؟

(3) ليكن  $X$  المتحول العشوائي الذي يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين. اكتب جدول الاحتمالي لـ  $X$  و احسب توقعه الرياضي.

**ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين:** (100 درجة لكل مسألة)

**المسألة الأولى:** نتأمل في معلم متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقاط  $A(2,0,0)$ ،  $B(0,2,0)$ ،  $C(0,0,1)$ . المطلوب:

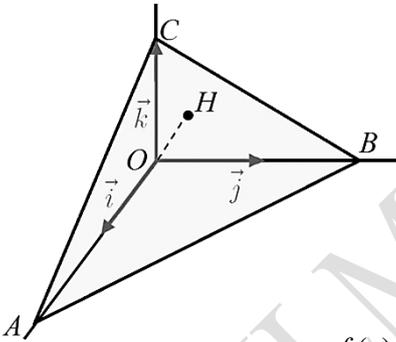
(1) أثبت أن  $x + y + 2z = 2$  معادلة للمستوي  $ABC$ .

(2) استنتج تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $\Delta$  المار بالنقطة  $O$  عمودياً على المستوي  $(ABC)$ .

(3) أوجد إحداثيات النقطة  $H$  نقطة تقاطع المستقيم  $\Delta$  مع المستوي  $(ABC)$ .

(4) تحقق من أن  $H$  هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث  $ABC$ .

(5) احسب حجم رباعي الوجوه  $OABC$  ثم استنتج مساحة المثلث  $ABC$ .



**المسألة الثانية:** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على المجال  $I = ]0, 2[ \cup ]2, +\infty[$  وفق  $f(x) = \frac{3 \ln x}{4 - x^2}$

و ليكن  $g$  التابع المعرفة على  $\mathbb{R}_+^*$  وفق  $g(x) = \frac{4}{x^2} - 1 + 2 \ln x$ . المطلوب:

(1) ادرس تغيّرات التابع  $g$  و نظم جدولاً بها.

(2) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}_+^*$ .

(3) احسب نهايات  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفه، و اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي.

(4) أثبت من أجل كل  $x$  من  $I$  أن  $f'(x) = \frac{3xg(x)}{(4-x^2)^2}$ ، ثم نظم جدولاً بتغيّرات التابع  $f$ .

(5) اكتب معادلة المماس  $T$  للخط  $C$  في النقطة التي فاصلتها  $x = 1$ .

(6) في معلم متجانس ارسم  $T$  ثم ارسم  $C$ .

----- انتهت الأسئلة -----