مكثفة تمارين الجزء الاول لمادة الرياضيات
للصف الثالث الثانوي العلمي
(بكالوريا 2022/2023)

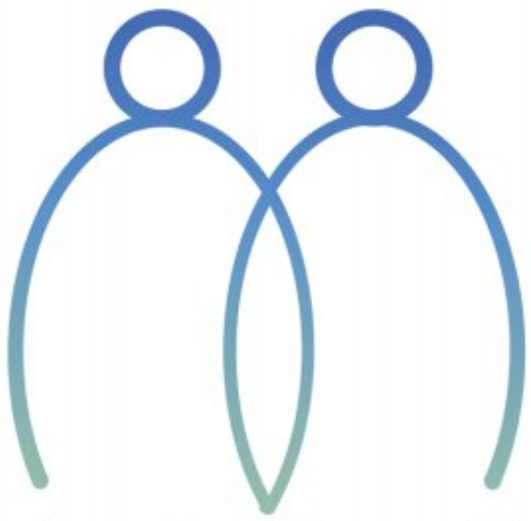
- تمارين النماذج الوزارية
- تمارين الدورات السابقة
- تمارين خارجية داعمة

أ.علي محمود
أ.سلمى محمود

Math Family

Math Family - ماث فاميلي
+ 9 6 3 - 9 9 1 1 0 4 6 9 0
+ 9 6 3 - 9 3 0 7 4 1 3 8 0

CamScanner



Math Family

النهايات
و
الاشتقاق

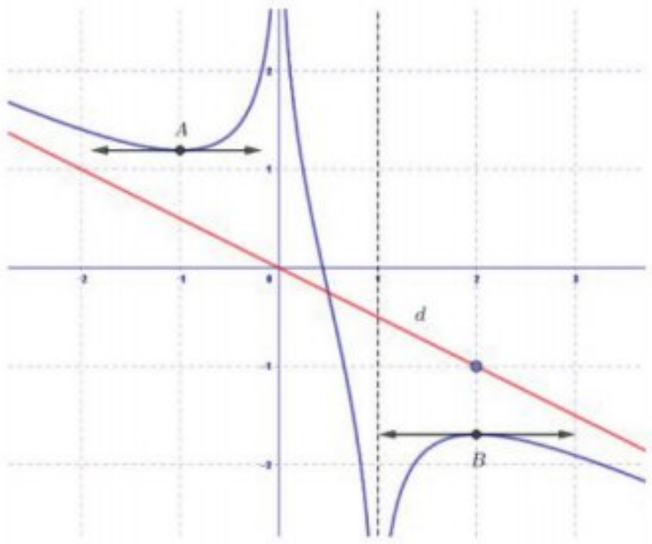
Math Family - ماث فاميلي

+ 9 6 3 - 9 9 1 1 0 4 6 9 0

+ 9 6 3 - 9 3 0 7 4 1 3 8 0

CamScanner

التمرين 1:



تأمل الشكل المرسوم جانبا ,

الذي يمثل الخط البياني للتابع المعرف على $\mathbb{R}\{0,1\}$ والمطلوب :

❶ جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$

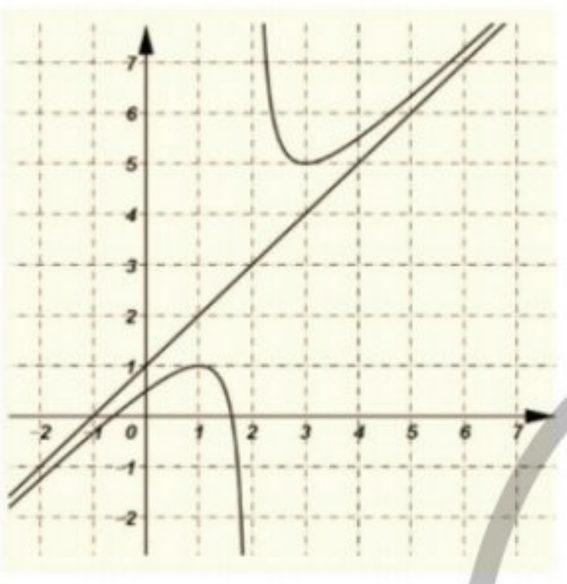
❷ جد $f'(2)$ **و** $f'(-1)$

❸ جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

❹ اكتب معادلة المقارب المائل d

التمرين 2:

في الشكل المرسوم جانباً ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{2\}$, والمطلوب:



❶ جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

❷ دل على القيم الحدية للتابع وبين نوعها.

❸ ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$.

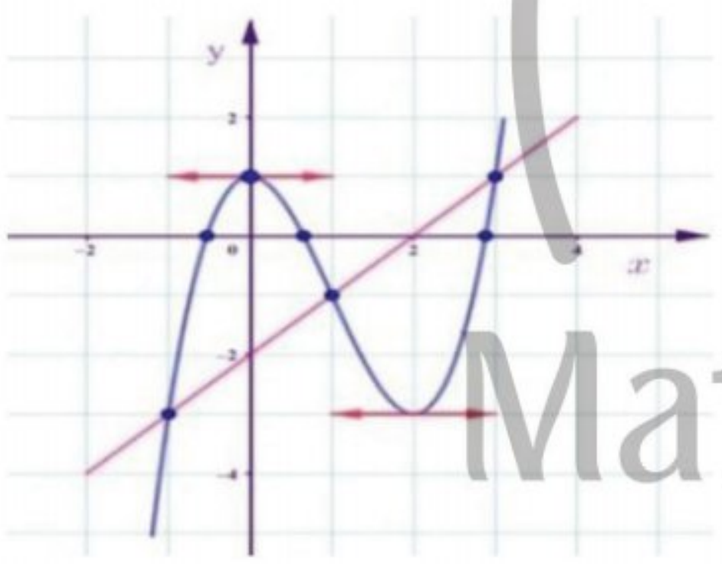
❹ اكتب معادلة المقارب المائل.

❺ اذكر إحداثيات النقطة I مركز تناظر الخط البياني C_f.

التمرين 3:

تأمل الشكل المرسوم جانبا ,

الذي يمثل الخط البياني للتابع المعرف على $\mathbb{R}$ والمطلوب :



❶ ما هو عدد القيم الحدية للتابع f وبين نوعها

❷ جد $f(]-1,2[)$

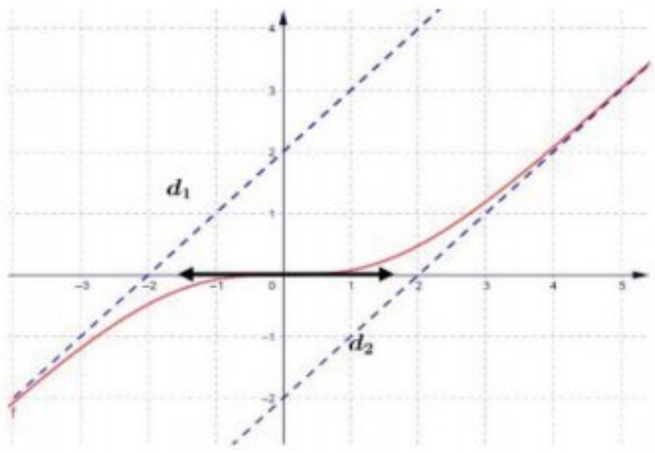
❸ جد حلول المعادلة $f(x) = y_\Delta$

❹ جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

Math Family

التمرين 4:

تأمل الشكل المرسوم جانبا ,الذي يمثل الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ والمستقيمين d_1 و d_2 مقاربين للخط C والمطلوب

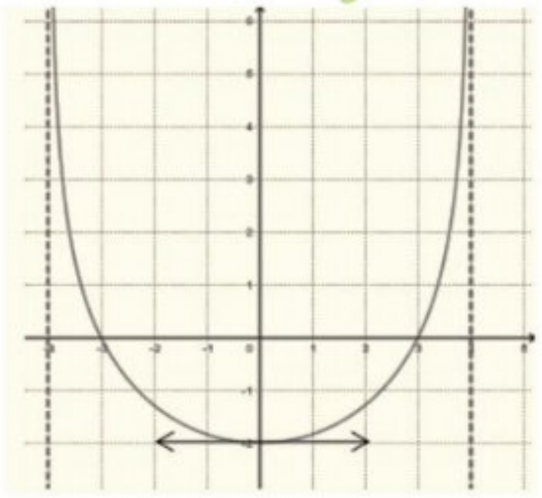


❶ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ **واكتب معادلة المقارب في هذه الحالة**

❷ جد $f(0)$, $f'(0)$

❸ هل $f(0) = 0$ **قيمة حدية ؟ علل اجابتك**

❹ هل التابع فردي أم زوجي ؟ علل اجابتك



التمرين 5:

في الشكل المجاور C هو الخط البياني للتابع f

المعرف على المجال $I =]-4,4[$ والمطلوب :

❶ احسب $\lim\limits_{x \to 4^<} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -4^>} f(x)$

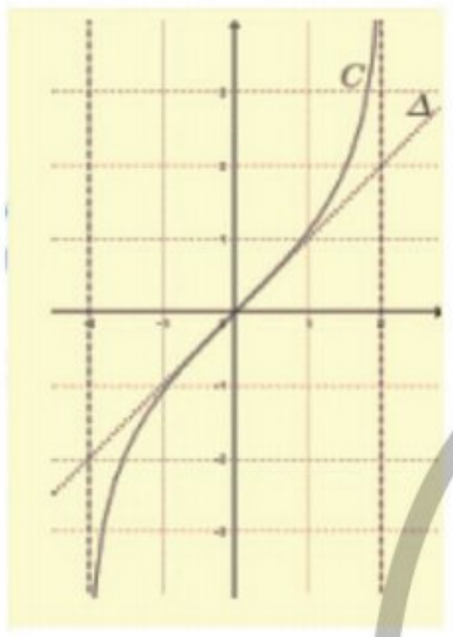
❷ أحسب $f(0)$ و $\grave{f}(0)$.

❸ جد حلول المعادلة $f(x) = 0$

التمرين 6:

نتأمل الشكل المرسوم جانباً حيث C_f الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $I =]-2,2[$

والمطلوب :



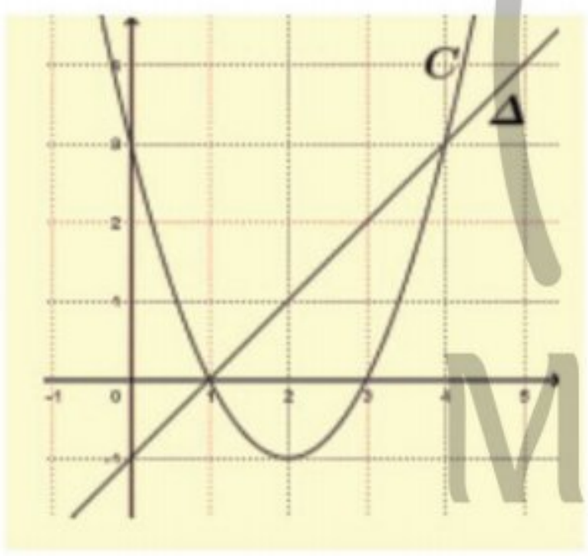
❶ احسب $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x)$

❷ أوجد $f(0)$ و $\grave{f}(0)$.

❸ هل التابع فردي أم زوجي.

❹ اكتب معادلة المماس Δ

التمرين 7:



تأمل الشكل المرسوم جانباً , ليكن C الخط البياني للتابع f

المعرف على R , والمطلوب

❶ دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .

❷ جد $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

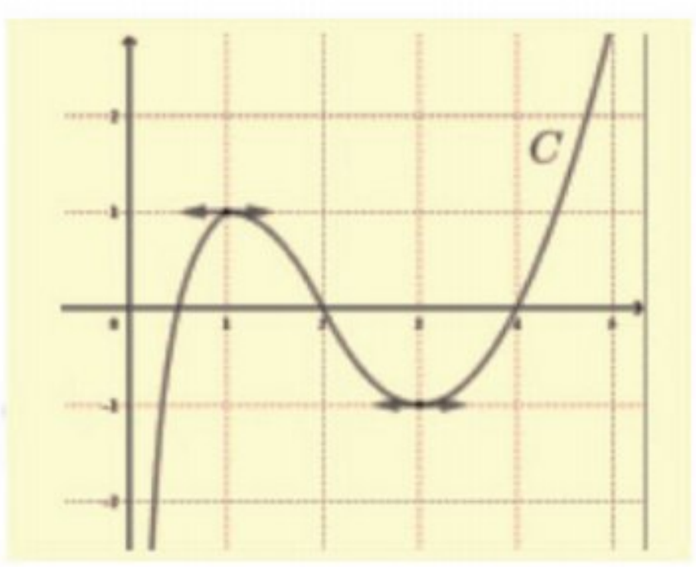
❸ ما حلول المعادلة $f(x) = y_\Delta$.

❹ اكتب معادلة المستقيم Δ

التمرين 8:

في الشكل المرسوم جانباً , ليكن C الخط البياني للتابع f

المعرف على $]0,+\infty[$, والمطلوب



❶ جد $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$

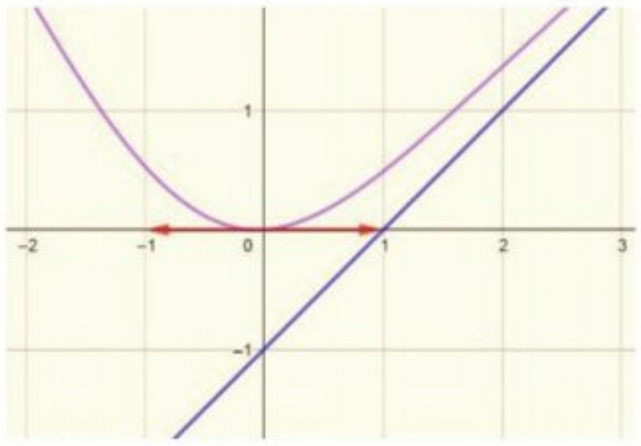
❷ دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f .

❸ جد حلول المتراجحة $f'(x) \leq 0$.

❹ جد $f(]1,3[)$

Math Family

التمرين 9:



نتأمل جانباً الخط البياني C للتابع f

المعرف على $\mathbb{R}$ والمستقيم Δ مقارب مائل ل C والمطلوب:

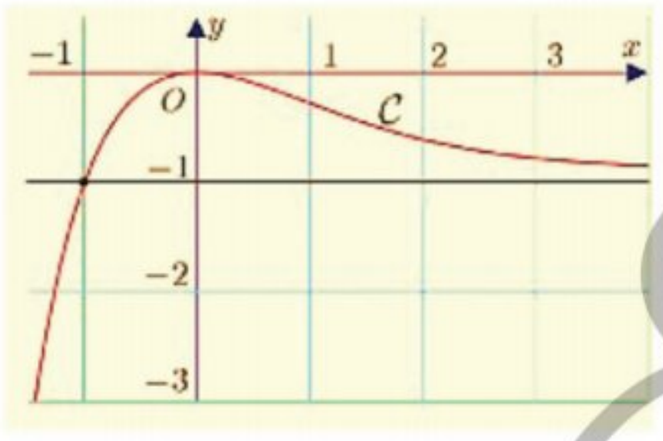
❶ **جد** $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

❷ **اكتب معادلة المستقيم Δ.**

❸ **جد** $f(0), f'(0)$.

❹ **جد حلول المتراجحة** $f'(x) < 0$

التمرين 10:



في الشكل المجاور خط بياني C لدالّة f،

ومن خلال قراءة بيانيّة للشكل أجب عن الأسئلة التالية:

❶ **جد** $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ **ثم استنتج** $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$

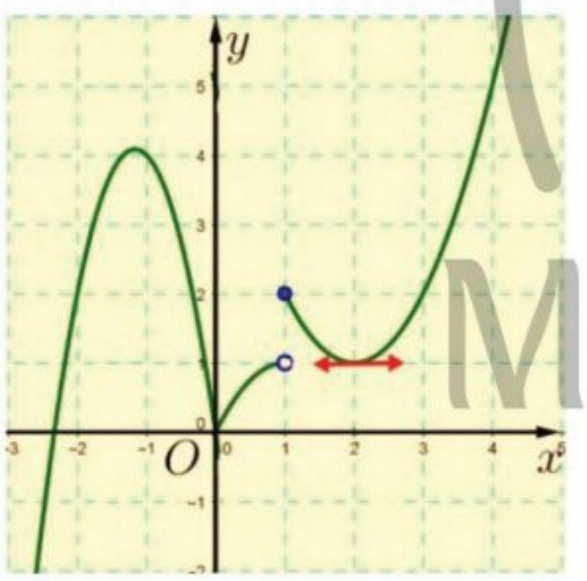
❷ **ما معادلة المستقيم المقارب للخط C؟**

❸ **وما الوضع النسبي للخط C مع المقارب؟**

❹ **يقبل f قيماً حديّة محلّيّاً. عيّنها وعيّن نوعها.**

❺ **في حالة عدد حقيقي k، عيّن بدلالة k عدد حلول المعادلة** $f(x) = k$

التمرين 11:



نجد جانباً الخط البياني لتابع f معرّف على $\mathbb{R}$ والمطلوب:

❶ **ما عدد حلول المعادلة** $f(x) = 5$ ؟

❷ **ما مجموعة حلول المتراجحة** $f(x) \geq 5$ ؟

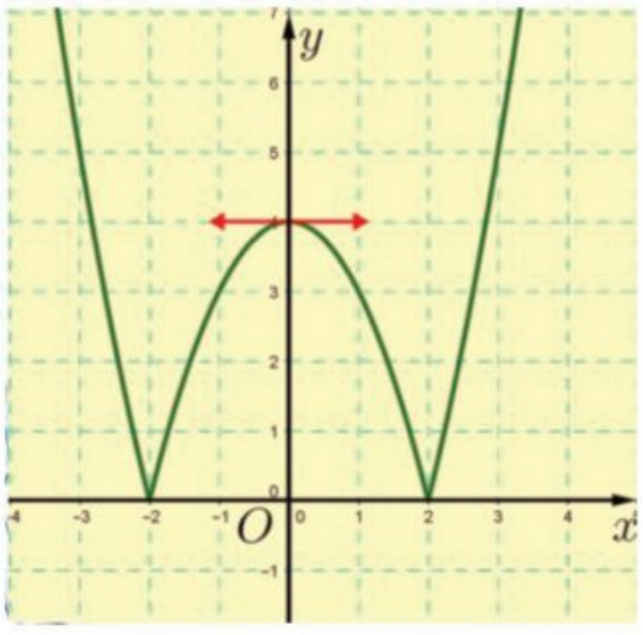
❸ **هل $f(1)$ قيمة محلّيّة كبرى أو صغرى للتابع. علّل ذلك؟**

❹ **ما عدد القيم الحدّيّة للتابع f ؟**

❺ **ما قيمة المشتق في النقطة التي فاصلتها** $x = 2$ ؟

❻ **أيكون التابع f اشتقاقيّاً عند** $x = 1$ ؟.

التمرين 12:



تجد جانباً الخط البياني لتابع f معرّف على $\mathbb{R}$ والمطلوب:

❶ **كم حلا للمعادلة** $f(x) = 2$ ؟

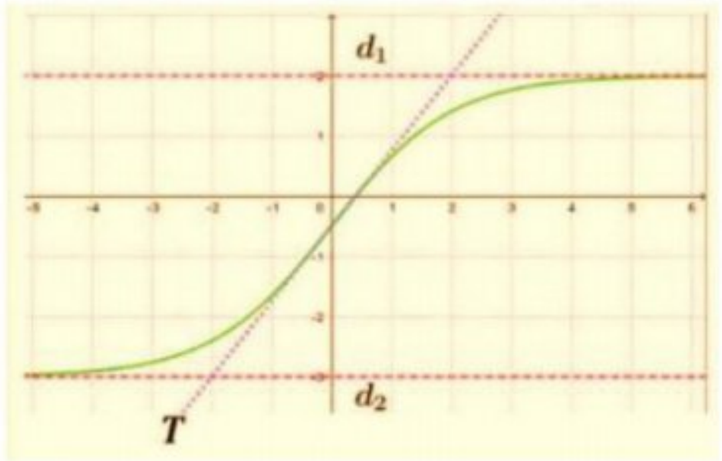
❷ **احسب قيمة المشتق في النقطة التي فاصلتها** $x = 0$ ؟

❸ **عيّن صورة المجال** $I = [-2,2]$ **وفق f.**

❹ **كم قيمة صغرى أو كبرى محلية للتابع f**

Math Family

التمرين 13:



إذا كان C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$
والمستقيمين d_1 و d_2 مقاربين للخط C *والمستقيم* T
مماس للخط C
والمطلوب

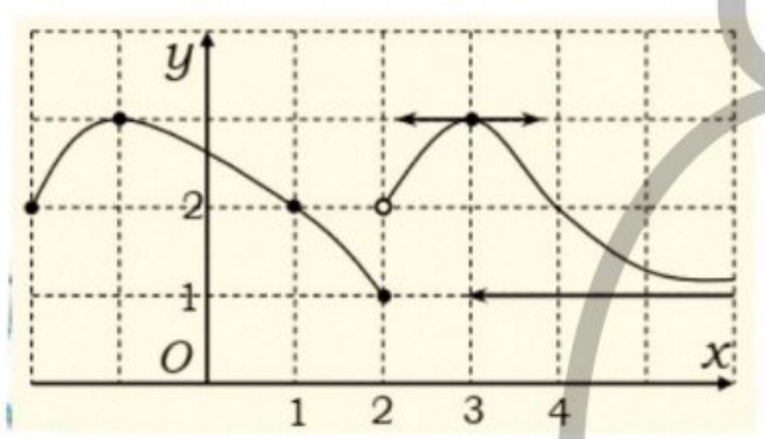
❶ **احسب** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) \cdot \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

❷ **اكتب معادلة كل مقارب من المقاربين** d_1 **و** d_2 .

إذا علمت ان المستقيم المرسوم في الشكل يمس المنحني
في النقطة $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ **أحسب** $f'(0)$ **ثم اكتب معادلته**

التمرين 14:

ليكن C الخط البياني للتابع f المرسوم جانباً والمعرف على المجال $]-2, +\infty[$ والذي يقبل
المستقيم $y = 1$ مقاربا أفقياً في جوار $+\infty$



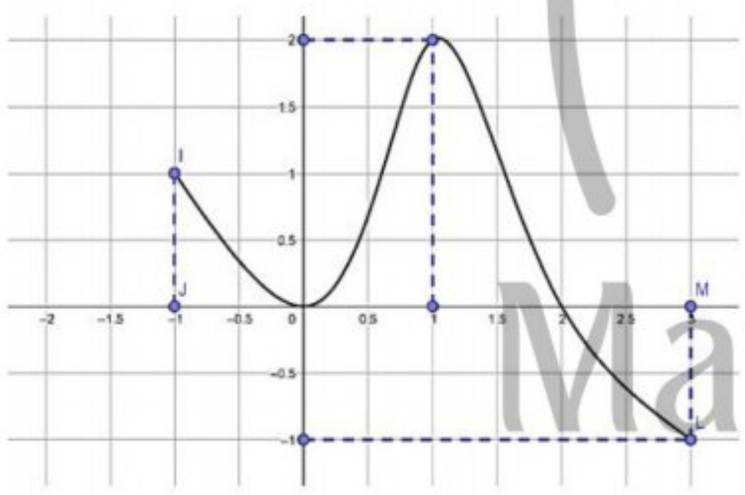
❶ **جد** $\lim\limits_{x\to2^-} f(x), \lim\limits_{x\to2^+} f(x), \lim\limits_{x\to+\infty} f(x), \lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$.

❷ **هل f اشتقاقي عند 2 ؟**

❸ **جد** $f(3), f'(3)$. **وجد معادلة للمماس عند 3.**

❹ **دل على القيم الحدية المحلية للتابع f**

التمرين 15:



لدينا التابع f المعرف على المجال $[-1,3]$ واشتقاقي عليه
و خطه البياني C
الشكل المرسوم جانباً يمثل الخط البياني للتابع المشتق f' :

❶ **ما هو ميل المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها $x = 1$**

❷ **هل $f(2)$ قيمة حدية للتابع f ؟ علل اجابتك**

❸ **هل $f(0)$ قيمة حدية للتابع f ؟ علل اجابتك**

❹ **ماعدد المماسات الافقية للخط C**

التمرين 16:

تأمل الجدول المجاور الذي يمثل

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$+$	2 ‖ -3		$-$
$f(x)$	-2	↗	3	↘	2

جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ والمطلوب

❶ **اوجد** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

❷ **هل التابع f اشتقاقي عند الصفر ، ولماذا**

❸ **اكتب معادلة نصف المماس الأيمن للخط البياني في النقطة التي فاصلتها $x = 0$**

❹ **اوجد** $f(D_f)$

Math Family

CamScanner

التمرين 17:

تأمل الجدول المجاور الذي يمثل جدول تغييرات التابع f المعرف على $]-\infty,3[$ والمطلوب :

x	$-\infty$		-1		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖
$f(x)$	0	↘	-3	↗	$+\infty$ ‖

❶ ما عدد القيم الحدية وما نوعها ؟

❷ اكتب معادلة المماس الأفقي .

❸ ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

❹ هل يملك الخط البياني للتابع f مقارباً مائلاً في جوار $-\infty$ ؟ ولماذا ؟

التمرين 18:

تأمل الجدول المجاور الذي يمثل جدولاً لتغيرات التابع f الذي خطه البياني C والمطلوب :

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-4

❶ أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد a

❷ استنتج اشارة $f(x)$

❸ دل على المقارب الأفقي وادرس وضعه النسبي مع الخط البياني للتابع

❹ هل يوجد لخط التابع مماسات أفقية ؟ ولماذا ؟

التمرين 19:

نجد فيما يلي جدولاً لتغيرات التابع f المعرف على R

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	↗	4	↘	-1	↗	$+\infty$

❶ جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

❷ اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع

❸ ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$

❹ دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

التمرين 20:

نجد فيما يلي جدولاً لتغيرات التابع f المعرف على R

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	4	↘	3

❶ جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

❷ اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني للتابع

❸ دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

❹ أحسب $f(]-1,2[)$

Math Family

التمرين 21:

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ خطه البياني C. المطلوب:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	6	↘	$-\infty$

❶ **جد** $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

❷ **دل على القيم الحدية للتابع f مبيناً أنواعها.**

❸ **ما عدد حلول المعادلة** $f(x)=0$

❹ **جد حلول المتراجحة** $f'(x)>0$

التمرين 22:

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f والمطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$ ‖	↗	1	↘	0

❶ **ما عدد حلول المعادلة** $f(x)=0$

❷ **ما عدد القيم الحدّيّة محلياً للتابع f ؟**

❸ **اكتب معادلة مماس منحن التابع عند نقطة فاصلتها** $x=1$

التمرين 23:

نجد فيما يأتي جدول تغيّرات التابع f والذي خطّه البياني C والمطلوب:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$		$+$	
$f(x)$	3	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	3

❶ **اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني C**

❷ **هل يوجد مقاربات مائلة للخط البياني C**

❸ **هل يوجد للخط البياني C مماسات أفقيّة**

❹ **أثبت أنّ للمعادلة** $f(x)=0$ **حل وحيد في المجال** $]-1,1[$

التمرين 24:

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$:

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	2	↘	0	↗	4	↗	6

❶ **جد** $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

❷ **اذكر قيمة جدية للتابع f وبين نوعها.**

❸ **هل** $f(5)=4$ **قيمة حدية للتابع؟**

❹ **اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط البياني للتابع.**

❺ **اكتب مجموعة تعريف التابع g حيث** $g(x)=ln\big(f(x)\big)$

التمرين 25:

فيما يلي جدول تغيرات التابع المعرف على $I=]-\infty,3]$ **والمطلوب :**

x	$-\infty$		1		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	-1	↗	0	↗	3	↘	1

❶ **جد** $f(I)$

❷ **ما عدد القيم الحدية**

❸ **ما عدد المماسات الأفقية , أكتب معادلاتها**

❹ **ما عدد حلول المعادلة** $f(x)=0$

❺ **أدرس اشارة f تبعا لقيم x**

❻ **ليكن التابع $g(x)$ المعرف على** $I=]-\infty,3]$ **ويحقق :**

$$\lim_{x\to-\infty} g(x)=+\infty \ , \ g(3)=2 \ , \ g(1)=1 \ , \ g'(x)=f(x)$$

نظم جدولا بتغيرات $g(x)$

Math Family

CamScanner

التمرين 26:

ليكن f التابع المعرف R وفق: $f(x)=\frac{1}{3+\cos x}$, أثبت محدودية f و استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{3+\cos x}$

التمرين 27:

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}^*$ و المعطى بالعلاقة وفق : $f(x)=\frac{x^2+\cos x}{x^2}$

❶ بين أنه من اجل x من $\mathbb{R}^*$ فإن $1-\frac{1}{x^2}\le f(x)\le 1+\frac{1}{x^2}$

❷ استنتج نهايتي التابع f عند $-\infty$ و $+\infty$

التمرين 28:

احسب نهاية التابع f المعرّف على $\mathbb{R}\backslash\{2\}$ وفق: $f(x)=\frac{2x+sinx}{x-2}$ عند $+\infty$

التمرين 29:

عيّن مجموعة تعريف التابع $f(x)=\frac{sinx}{\sqrt{1+x}-1}$ واحسب نهايته عند الصفر

التمرين 30:

إذا كان $f(x)=\frac{cosx-1}{x^2}+\frac{1}{2}$ أيّاً كان x من $\mathbb{R}^*$ أوجد نهاية التابع f عند الصفر

التمرين 31:

ليكن التابع f المعرّف بالصيغة $f(x)=\sqrt{x^2+2x+3}-|x|$ احسب النهايتين:

$1-\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ $2-\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

التمرين 32:

جد نهاية كلا مما يلي عند النقطة $x=a$

❶ $f(x)=x^2\left(\sqrt{2+\frac{1}{x}}-\sqrt{2}\right)$ $a=+\infty$

❷ $f(x)=\frac{sin4x-2sin2x}{x^3}$ $a=0$

❸ $f(x)=\frac{sin(7x)+2sin(3x)}{10xcos(2x)}$ $a=0$

❹ $f(x)=\frac{2-2cos\sqrt{x}}{x}$ $a=0$

❺ $f(x)=\frac{x\sqrt{x}-2\sqrt{2}}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$ $a=2$

❻ $f(x)=\frac{x^3-8x+7}{x^2-1}$ $a=1,-1$

❼ $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}+E(x)}{x}$ $a=0^-$

❽ $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}+E(x)}{x}$ $a=+\infty$

❾ $f(x)=\frac{xE(x)}{1-x^2}$ $a=+\infty$

❿ $f(x)=x+\sqrt{1-x}$ $a=-\infty$

⓫ $f(x)=2x-\sqrt{1+x}$ $a=+\infty$

التمرين 33:

ليكن لدينا التابع f المعرف على $[0,2]$ وفق: $f(x)=x+E(x)$ والمطلوب :

❶ أرسم C الخط البياني للتابع f على المجال $[0,2]$

❷ هل f مستمر على المجال $[0,2]$

Math Family

التمرين 34:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x - E(x)$. المطلوب:

❶ **اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $[0,2[$.**

❷ **ثم جد $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x^2}$.**

التمرين 35:

ليكن التابع f والمعرف على $[-1,+\infty[$ و المعطى بالعلاقة وفق :

$$f(x) = \sqrt{x+1}$$

❶ **جد نهاية التابع f عند 3**

❷ **جد مجال I مركزه 3 يحقق الشرط :**

اذا كان $x \in I$ كان $f(x)$ ينتمي للمجال $]1.9,2.1[$.

التمرين 36:

أوجد نهاية التابع f المُعيّن بالعلاقة $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$ عند 1 ، ثمّ أوجد مجالاً I مركزه 1 يُحقّق الشرط إذا كان x ينتمي إلى المجال I، كان $f(x)$ ينتمي إلى المجال $]1.99,2.01[$

التمرين 37:

ليكن التابع f والمعرف على $]-\infty,1[$ و المعطى بالعلاقة وفق : $f(x) = \frac{3x-1}{x-1}$

❶ **أوجد نهاية التابع f عند $-\infty$**

❷ **أوجد قيمة A التي تحقق الشرط : اذا كان $x < A$ كان $f(x)$ ينتمي للمجال $]2.99,3.01[$**

التمرين 38:

ليكن التابع f والمعرف على $]1,+\infty[$ و المعطى بالعلاقة وفق : $f(x) = \frac{5x-1}{x-1}$

❶ **أوجد نهاية التابع f عند $+\infty$**

❷ **أوجد قيمة A التي تحقق الشرط : اذا كان $x > A$ كان $f(x)$ ينتمي للمجال $]4.9,5.1[$**

التمرين 39:

ليكن التابع f المعرف على $]-5,+\infty[$ وفق $f(x) = \frac{2x+1}{x+5}$. والمطلوب:

❶ **احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ واستنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$.**

❷ **جد عدداً حقيقياً يحقق الشرط: إذا كان $x > A$, كان $f(x)$ في المجال $]1.99,2.01[$**

التمرين 40:

ليكن لدينا التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+4x+3}{x+3} & x \neq -3 \\ m & x = -3 \end{cases}$$

والمطلوب : ما قيمة m التي تجعل f مستمرا على $\mathbb{R}$

Math Family

CamScanner

التمرين 41:

ليكن f التابع المعرف R وفق: $f(x)=\begin{cases}\frac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & x\neq 0\\ m & x=0\end{cases}$

❶ جد نهاية التابع f عند الصفر

❷ عين قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر

التمرين 42:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{d\}$

وفق : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-d}$ حيث $a\,,b\,,c\,,d\in R$

❶ جد الأعداد الحقيقية $a\,,b\,,c\,,d$ علما" أن الخواص الآتية محققة

a) المستقيم الشاقولي الذي معادلته $x=1$ مقارب للخط البياني C

b) المستقيم المائل الذي معادلته $y=-2x+3$ مقارب للخط البياني C

c) الخط البياني C يمر بالنقطة $A(2,1)$

❷ أثبت أن $2-x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$ و أن $f(2-x)+f(x)=2$ ماذا تستنتج ؟

التمرين 43:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ وفق : $f(x)=ax+b+\frac{1}{x}$ والمطلوب :

❶ جد $a\,,b$ اذا علمت أن $f(1)=1$ قيمة حدية للتابع

❷ من أجل $a=1$ و $b=-1$ ادرس نهاية f عند أطراف مجموعة التعريف

واستنتج معادلة المقارب الشاقولي

❸ أثبت أن C يقبل مقاربا مائلا جد معادلته وادرس وضع C بالنسبة له

❹ أدرس تغيرات f على مجموعة تعريفه ونظم جدولا بها وارسم المقاربات وارسم C

❺ أثبت أن النقطة $Q(0\,,-1)$ مركز تناظر للخط البياني للتابع

التمرين 44:

ليكن لدينا التابع $f(x)=\frac{x^2-x-5}{x-2}$ المعرف على $]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$ والمطلوب :

❶ أحسب نهاية التابع f عند أطراف مجموعة التعريف

❷ أكتب التابع f بالشكل $f(x)=x+1-\frac{3}{x-2}$

❸ أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=x+1$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للمستقيم d مع الخط البياني C

التمرين 45:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathcal{R}^*$ وفق : $f(x)=x+3-\frac{1}{x^2}$ والمطلوب :

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+3$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$

و ادرس الوضع النسبي للخط C والمستقيم Δ

Math Family

التمرين 46:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x + \sqrt{x^2+1}$.

والمطلوب:

❶ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$

❷ ادرس الوضع النسبي بين C وΔ.

التمرين 47:

ليكن لدينا التابع $f(x) = x - \sqrt{x^2-1}$ المعرف على $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$

والمطلوب :

❶ أدرس قابلية الاشتقاق للتابع $f(x)$ عند $x = 1$ ثم أوجد $f'(x)$ على المجال $]1, +\infty[$

❷ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x$ مقارب للخط C في جوار $-\infty$

ثم أدرس الوضع النسبي للمقاربΔ والخط C

❸ نرمز بالرمز h للتابع المعرف على $I =]e, +\infty[$ فق $h(x) = f(lnx)$

أثبت أن h اشتقاقي على $]e, +\infty[$ ثم استنتج $h'(x)$ على I

التمرين 48:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathcal{R}$ وفق : $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

❶ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

❷ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$

❸ ادرس الوضع النسبي بين Δ و C .

التمرين 49:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \sqrt{x^2+2x+4}$

❶ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم $\lim\limits_{x\to+\infty} \big(f(x) - (x+1)\big)$

واستنتج المقارب المائل Δ عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي بين Δ و C.

❷ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم أثبت وجود عدد حقيقي a بحيث $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = a$ وان $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) - ax = b$

استنتج وجود مقارب مائل Δ للخط C عند $-\infty$

❸ ادرس التغيرات وارسم الخط البياني.

Math Family

CamScanner

التمرين 50:

ليكن C لخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}\backslash\{-3\}$ وفق: $f(x)=\frac{2x^2-7x-3}{x+3}$

❶ أحسب $a=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$ ثم احسب $b=\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-ax)$

❷ استنتج معادلة المقارب المائل Δ

ثم ادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط البياني C .

التمرين 51:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x)=\sqrt{9x^2-6x+3}$.

❶ ادرس نهاية f عند $+\infty$

❷

a . اكتب $9x^2-6x+3$ بالشكل القانوني

b . ادرس نهاية h المعرف وفق $h(x)=f(x)-\sqrt{(3x-1)^2}$ عند $+\infty$

c . استنتج ان الخط C يقبل مستقيم مقارب مائل عند $+\infty$ يطلب ايجاد معادلته

❸ اثبت ان الخط C يقع فوق المقارب

التمرين 52:

ليكن لدينا التابع $f(x)=\frac{2x^2+1}{x^2+1}$ أثبت أن f مستمر على $\mathbb{R}$ واحسب $f(\mathbb{R})$

التمرين 53:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x^2\sin\frac{1}{x}\ ,f(0)=(0)$

في حالة $x\neq 0$. المطلوب :

❶ أثبت أن f اشتقاقي عند $x=0$.

❷ احسب $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

❸ جد $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

التمرين 54:

ليكن لدينا التابع f المعرف على $[0,+\infty[$ وفق $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2}{2}\left(lnx-\frac{3}{2}\right) & x>0\\ 0 & x=0\end{cases}$

والمطلوب :

أدرس قابلية الاشتقاق للتابع f عند الصفر ثم استنتج معادلة المماس للخط عند النقطة

التي فاصلتها $x=0$

Math Family

التمرين 55:

ليكن f التابع المعرف على المجال $[0,3]$ وفق $f(x) = (x-3)\sqrt{x(3-x)}$,

جد $\lim_{x\to 3} \frac{f(x)-f(3)}{x-3}$, واستنتج أنه اشتقاقي عند ال $x = 3$.

التمرين 56:

ليكن لدينا التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \frac{x^2+|x|}{x^2+1}$ والمطلوب :

❶ ما نهاية التابع f عند $-\infty$ ؟

❷ ادرس قابليّة اشتقاق التابع f عند الصفر

ثمّ اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين لخطّه البياني C_f في النقطة $A(0,0)$.

التمرين 57:

ليكن $g(x) = tanx$ والمطلوب : احسب $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $g'(x)$, $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ثمّ استنتج $\lim_{x\to\frac{\pi}{4}} \frac{tanx-1}{x-\frac{\pi}{4}}$

التمرين 58:

ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = \cos x$

❶ جد $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ و $f'(x)$ و $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$. ❷ استنتج قيمة النهاية $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{\cos x-\frac{1}{2}}{x-\frac{\pi}{3}}$.

التمرين 59:

نتأمل التابع f المعرف على $[0,+\infty[$ وفق: $f(x) = x - \sin x$

❶ احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. ❷ أثبت أن التابع f متزايد.

التمرين 60:

ليكن التابع f المعرف على $]-5,+\infty[$ وفق $f(x) = \frac{2x+1}{x+5}$. والمطلوب:

جد $f'(x)$ ثم استنتج $g'(x)$, حيث إن $g(x) = \frac{2\sin x+1}{\sin x+5}$

التمرين 61:

ليكن $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$ المعرف على $\mathbb{R}/\{1\}$

❶ ارسم الخط البياني للتابع g على المجال $J = \left[0,\frac{1}{2}\right]$

❷ أثبت وجود حل وحيد للمعادلة $g(x) = -2$ في المجال J

❸احسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ ، و استنتج $\lim_{x\to+\infty} g(g(x))$

❹ اعد حساب $\lim_{x\to+\infty} g(g(x))$ بعدد كتابة $g(g(x))$ بدلالة x

Math Family

التمرين 62:

ليكن التابع g المعرّف على المجال $]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{x-3}{x-1}$

❶ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ واستنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$

❷ أعد حساب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(f(x))$ بعد كتابة $f(f(x))$ بدلالة x

التمرين 63:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{x^3+4-4cosx}{x^2}$

❶ أوجد $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$

❷ أثبت أنّ المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب للخط C

التمرين 64:

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}^*$ و المعطى بالعلاقة وفق : $f(x) = \frac{x^2+2-\sin x}{x}$

❶ جد قيمة تقريبية للعدد $\sin(0.1)$

❷ جد نهاية التابع f عند $+\infty$ ثم استنتج قيمة تقريبية للعدد $f(1000)$

التمرين 65:

ليكن f للتابع المعرف على $]2, +\infty[$ وفق: $f(x) = x - 4 + \sqrt{x-2}$

❶ ادرس تغيرات f على المجال $]2, +\infty[$ ونظم جدولاً بها

❷ أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً

❸ أكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3

Math Family

التمرين 66:

أثبت أنّ للمعادلة $x^3 + x + 1 = 0$ حلاً وحيداً في $\mathbb{R}$ ثمّ بيّن أنّ $\alpha \in]-1, 0[$

التمرين 67:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = 2x - \sqrt{x^2+5}$, والمطلوب:

❶ ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.

❷ أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α يقع في المجال $]1,2[$, ثم جد هذا الحل جبرياً.

❸ استنتج مشتق التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x) = 2\sin x - \sqrt{sin^2x+5}$

CamScanner