الرياضيات الثالث الثانوي العلمي	نموذج امتحان السبر	إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

أولاً : اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي :

1- قيمة a التي تجعل النقاط $A\left(1,6\right)$ ، $B\left(3,4\right)$ ، $C\left(-2,a\right)$ على استقامة واحدة هي:

A	$a=\frac{3}{2}$	B	$a=10$	C	$a=9$	D	$a=-12$

2- شعاع التوجيه للمستقيم $y=2x+3$ هو

A	$\vec{u}\left(2,1\right)$	B	$\vec{u}\left(1,2\right)$	C	$\vec{u}\left(2,-1\right)$	D	$\vec{u}\left(1,-2\right)$

3- إحداثيات منتصف القطعة المستقيمة $\left[AB\right]$ حيث $A\left(2,2\right)$ ، $B\left(-1,4\right)$

A	$I\left(\frac{1}{2},3\right)$	B	$I\left(-\frac{3}{2},1\right)$	C	$I\left(-3,2\right)$	D	$I\left(1,6\right)$

4- إحداثيات مركز ثقل المثلث ABC حيث $A\left(0,1\right)$ ، $B\left(3,5\right)$ ، $C\left(6,-3\right)$

A	$G\left(3,3\right)$	B	$G\left(3,1\right)$	C	$G\left(\frac{3}{2},2\right)$	D	$G\left(1,2\right)$

5- ميل المماس للخط البياني للتابع $f\left(x\right)=x^2+3x$ في النقطة $A\left(0,0\right)$

A	$m=0$	B	$m=5$	C	$m=-1$	D	$m=3$

6- يطلق راميان على هدف ، احتمال أن يصيب الأول $\frac{3}{5}$ ، واحتمال أن يصيب الثاني $\frac{3}{4}$ ، فإن احتمال أن يصيب الراميان معاً يساوي

A	0.45	B	0.09	C	0.9	D	0.6

7- مجموعة تعريف التابع $f\left(x\right)=\frac{x}{x^2+9}$

A	$\mathbb{R}\setminus\left\{-3,3\right\}$	B	$\mathbb{R}\setminus\left\{9\right\}$	C	$\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$	D	$\mathbb{R}$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

8- مجموعة تعريف التابع $f(x)=\sqrt{1-x}$

A	$[1,+\infty[$	B	$]-\infty,1]$	C	$]1,+\infty[$	D	$]-\infty,1[$

9- مشتق التابع $f(x)=\sqrt{x^2+1}$

A	$f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$	B	$f'(x)=\dfrac{x}{2\sqrt{x^2+1}}$
C	$f'(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$	D	$f'(x)=\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}}$

10- مشتق التابع $f(x)=x.(\tan x-x)$

A	$f'(x)=(x+1)(\tan x-x)$	B	$f'(x)=\tan^2 x-x$
C	$f'(x)=x.\tan^2 x+\tan x-x$	D	$f'(x)=\tan x-x$

11- قيمة المقدار $\sin(x+11\pi)$

A	$\sin x$	B	$\cos x$	C	$-\sin x$	D	$-\cos x$

12- قيمة المقدار $\sin\left(\dfrac{33\pi}{2}-x\right)$

A	$\sin x$	B	$\cos x$	C	$-\sin x$	D	$-\cos x$

13- قيمة المقدار $\sin\left(\dfrac{11\pi}{2}-x\right)$

A	$\sin x$	B	$\cos x$	C	$-\sin x$	D	$-\cos x$

14- قيمة المقدار $\sin(8\pi+x)$

A	$\sin x$	B	$\cos x$	C	$-\sin x$	D	$-\cos x$

15- قيم m التي تجعل مجموعة حلول المتراجحة $x^2+2x+m>0$ هي $\mathbb{R}$

A	$m=1$	B	$m\in]1,+\infty[$	C	$m\in]-\infty,1[$	D	$m\in\mathbb{R}$

16- قيمة m التي تجعل للمعادلة التالية حلاً وحيداً $x^2+mx+m-1=0$ هي

A	$m=2$	B	$m=1$	C	$m=0$	D	$m=4$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

17– تابع متزايد على $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

A	$f(x) = -\dfrac{1}{x}$	B	$f(x) = \dfrac{1}{x}$	C	$f(x) = x^2$	D	$m = \sqrt{x}$

18– مستقيم يعامد المستقيم $y = -\dfrac{1}{2}x + 1$

A	$y = -2x + 1$	B	$y = 2x + 1$
C	$y = x + 1$	D	$y = -x$

19– إذا كان $f(x) = \sqrt{x+1}$ ، $g(x) = \dfrac{1}{x^2 - 1}$ فإن $g \circ f(x)$

A	x	B	$\sqrt{x}$	C	$\dfrac{1}{x}$	D	$\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

19– حل المتراجحة $|x - 3| \leq 5$

A	$[-8, 2]$	B	$[-2, 8]$	C	$[2, 8]$	D	$[-8, -2]$

20– حل المتراجحة $-1 \leq -5x + 4 \leq 14$

A	$[-1, 2]$	B	$[1, 2]$	C	$[-2, -1]$	D	$[-2, 1]$

21– إذا كان $0 \leq x \leq 2$ فإن قيمة $|x| + |x+1| + |x-2|$ تساوي

A	$-3x - 3$	B	$x + 3$	C	$3x + 3$	D	-1

22– قيمة المقدار $\dfrac{4! - 3!}{2!}$ تساوي

A	9	B	15	C	$\dfrac{1}{2}$	D	6

23– إذا كان $A\overset{\triangle}{B}C$ مثلثاً قائماً في A ، فيه $AB = \sqrt{8}$ ، $\tan B = \sqrt{2}$ فإن AC يساوي

A	4	B	2	C	$\dfrac{1}{2}$	D	$3\sqrt{2}$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

24- معادلة المستقيم الذي شعاع توجيهه $\vec{u}(3,2)$ ويمر بالنقطة $A(3,2)$

A	$3x+2y=13$	B	$2x-3y=0$
C	$2x+3y=12$	D	$3x-2y=5$

25- إذا كان $a>3$ فإن

A	$\frac{1}{a}>\frac{1}{3}$	B	$a^2<9$	C	$a^2\leq a$	D	$a^2>9$

26- مجموعة قيم التابع $f(x)=\sqrt{x^2+9}$

A	$[9,+\infty[$	B	$[0,+\infty[$	C	$[3,+\infty[$	D	$\mathbb{R}$

27- مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الهندسية التي أساسها $q=\sqrt{3}$ وحدها الأول $u_0=1-\sqrt{3}$ ، يساوي

A	-242	B	$-\frac{242}{1-\sqrt{3}}$	C	242	D	-59047

28- إذا كانت u_n متتالية حسابية فيها $u_0=4$ ، أساسها $r=3$ فإن u_9 يساوي

A	40	B	41	C	4×3^9	D	$4+3n$

29- إذا كانت u_n متتالية هندسية فيها $u_0=9$ ، $u_3=72$ فإن الأساس يساوي

A	21	B	9	C	8	D	2

30- قيمة المجموع $1-2+4-8+16-\ldots+1024$

A	683	B	$\frac{11275}{2}$	C	2047	D	$\frac{2047}{1024}$

31- نسحب كرتين معاً من صندوق يحوي 5 كرات بيضاء، و 3 كرات خضراء، وكرتين زرقاوين، فإن احتمال الحصول على كرتين من لونين مختلفين يساوي

A	$\frac{31}{90}$	B	$\frac{1}{3}$	C	$\frac{31}{45}$	D	$\frac{1}{4}$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

32– نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة من صندوق يحوي تسع بطاقات مرقمة بالأرقام

$$1,3,3,7,8,8,9,9,9$$

فإن احتمال الحصول على بطاقتين مجموعهما عشرة ، يساوي

A	$\frac{5}{72}$	B	$\frac{2}{72}$	C	$\frac{3}{72}$	D	$\frac{5}{36}$

33– عدد الأعداد المكونة من ثلاث منازل ويمكن تشكيلها من الأرقام

$$3,4,6,7,8$$

A	125	B	60	C	10	D	120

34– عدد الأعداد المختلفة الأرقام المكونة من ثلاث منازل ويمكن تشكيلها من الأرقام

$$3,4,6,7,8$$

A	125	B	60	C	10	D	120

35– عدد الأعداد المختلفة الأرقام المكونة من خمس منازل مختلفة ويمكن تشكيلها من الأرقام

$$3,4,6,7,8$$

A	125	B	60	C	10	D	120

36– عدد الإمكانيات عند اختيار ثلاث أرقام معاً من هذه الأرقام الخمسة

$$3,4,6,7,8$$

A	125	B	60	C	10	D	120

37– أحد التوابع متزايد تماماً على المجال $]0,+\infty[$

A	$f\left(x\right)=-2x^2$	B	$f\left(x\right)=\frac{1}{x}+2$
C	$f\left(x\right)=2-x$	D	$f\left(x\right)=x^2+3x+1$

38– نرمي ثلاث قطع نقدية معاً، احتمال الحصول على وجوه متماثلة في القطع الثلاثة يساوي

A	$\frac{1}{2}$	B	$\frac{1}{4}$	C	$\frac{1}{8}$	D	$\frac{1}{6}$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

ثانياً : حل المسائل الآتية :

المسألة الأولى:

لتكن النقاط $A(0,2)$ ، $B(2,0)$ ، $C(3,3)$

1- أوجد مركبات الأشعة $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{BC}$.

2- استنتج أن النقاط السابقة تشكل رؤوس مثلث.

3- احسب نظيم كل من الأشعة السابقة واستنتج أن المثلث متساوي الساقين.

المسألة الثانية:

لتكن النقطة $A(3,-2)$ ، والشعاع $\vec{u}(2,5)$ ، والمستقيم $d : 2x+5y=7$

1- أوجد معادلة المستقيم ℓ الذي يمر بالنقطة A وشعاع توجيهه $\vec{u}$.

2- عين ميل كل من المستقيمين ℓ و d ثم استنتج أنهما متعامدان.

المسألة الثالثة:

ليكن التابع $f(x)=x^3-5x$ خطه البياني C

1- عين مجموعة تعريف التابع f.

2- أوجد $f'(x)$ ثم اكتب معادلة المماس للخط البياني C في نقطة فاصلتها $x=3$

المسألة الرابعة:

ليكن التابعان $f(x)=x^2+1$ ، $g(x)=\dfrac{11x^2-9}{x^2+1}$

1- عين مجموعة تعريف التابع f و g.

2- عين مجموعة تعريف $f.g$ ثم أوجد $f.g(x)$.

3- أوجد حلول المعادلة $f(x)=g(x)$.

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

المسألة الخامسة:

ليكن التابعان $f\left(x\right)=x+\sin x$

1- عين $f\left(\pi\right)$ ، $f\left(2\pi\right)$ ، $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

2- عين $f'\left(x\right)$.

3- أثبت أن $f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$.

المسألة السادسة:

ليكن التابعان $f\left(x\right)=x^2+7x-8$

1- أوجد $f'\left(x\right)$.

2- حل المعادلة $f\left(x\right)=0$.

3- حل المتراجحة $f\left(x\right)\le 0$.

المسألة السابعة:

ليكن التابع $f\left(x\right)=\left|x\right|+\left|x-1\right|$ ، عين قاعدة $f\left(x\right)$ بأبسط ما يمكن في كل من الحالات الآتية :

1- إذا كان $x\in\left[0,1\right]$.

2- إذا كان $x\in\left[1,+\infty\right[$.

3- إذا كان $x\in\left]-\infty,0\right]$.

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

المسألة الثامنة:

ليكن التابع $f\left(x\right)=\dfrac{2x^{2}+1}{\left(x-1\right)^{2}}$

1− أوجد $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)$ ، $\lim\limits_{x\to1}f\left(x\right)$

2− اكتب معادلة المماس للخط البياني في نقطة فاصلتها $x=0$

المسألة التاسعة:

لتكن المتتالية $u_{n}=8n+3$

1− أثبت أن u_{n} حسابية وعين أساسها.

2− احسب المجموع $s=u_{7}+u_{8}+\ldots+u_{63}$

المسألة العاشرة:

لتكن u_{n} متتالية هندسية ، $u_{5}=1$ ، $u_{9}=16$

1− احسب الأساس.

2− احسب u_{n} بدلالة n.

3− احسب المجموع $s_{n}=u_{0}+u_{1}+\ldots+u_{n-1}$

المسألة الحادية عشر:

نسحب كرتين معاً من صندوق يحوي 8 كرات خضراء، و 3 كرات بيضاء

1− احسب احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون.

2− استنتج احتمال الحصول على كرتين مختلفتين بالألوان.

3− أعد السؤالين السابقين في حال كان السحب على التتالي مع الإعادة.

المسألة الثانية عشر: إذا كان $P\left(A\right)=\dfrac{1}{7}$ ، $P\left(B\right)=\dfrac{3}{5}$ ، $P\left(A\cap B\right)=\dfrac{1}{35}$

1− احسب $P\left(A\cup B\right)$ 2− احسب $P\left(A'\right)$ ، $P\left(A'\cap B'\right)$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

الرياضيات الثالث الثانوي العلمي		حل نموذج امتحان السبر		إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

أولاً : اختر الإجابة الصحيحة فيما يأتي :

1− قيمة a التي تجعل النقاط $A\left(1,6\right)$ ، $B\left(3,4\right)$ ، $C\left(-2,a\right)$ على استقامة واحدة هي:

A	$a=\dfrac{3}{2}$	B	$a=10$	C	$a=9$	D	$a=-12$

تمهيد :

لإثبات أن النقاط A,B,C على استقامة واحدة نجد مركبات كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ وفق العلاقة $\overrightarrow{AB}\left(x_B-x_A,y_B-y_A\right)$

ثم نثبت الارتباط الخطي بين الشعاعين $\overrightarrow{AB}\left(x,y\right)$ ، $\overrightarrow{AC}\left(x',y'\right)$ عن طريق العلاقة

$$\frac{x}{x'}=\frac{y}{y'}$$

الحل :

$$\overrightarrow{AB}\left(2,-2\right)$$
$$\overrightarrow{AC}\left(-5,a-4\right)$$

حتى تكون النقاط A,B,C على استقامة واحدة يجب أن يكون الشعاعان $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ مرتبطين خطياً أي أن

$$\frac{2}{-5}=\frac{-2}{a-4}$$

$$2\left(a-4\right)=10$$

$$a-4=5$$

$$a=9$$

والخيار الصحيح هو C

2- شعاع التوجيه للمستقيم $y = 2x + 3$ هو

A	$\vec{u}(2,1)$	B	$\vec{u}(1,2)$	C	$\vec{u}(2,-1)$	D	$\vec{u}(1,-2)$

تمهيد :

شعاع التوجيه للمستقيم $ax + by = c$ **هو** $\vec{u}(b,-a)$

الحل :

المعادلة تكتب بالشكل $-2x + y = 3$ **وبالتالي شعاع التوجيه** $\vec{u}(1,2)$ **والخيار الصحيح هو** B

3- إحداثيات منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ حيث $A(2,2)$ ، $B(-1,4)$

A	$I\left(\frac{1}{2},3\right)$	B	$I\left(-\frac{3}{2},1\right)$	C	$I(-3,2)$	D	$I(1,6)$

تمهيد:

منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ **يعطى بالعلاقة** $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$

الحل :

$$I\left(\frac{-1+2}{2}, \frac{2+4}{2}\right) = I\left(\frac{1}{2}, 3\right)$$

والخيار الصحيح هو A

4- إحداثيات مركز ثقل المثلث ABC حيث $A(0,1)$ ، $B(3,5)$ ، $C(6,-3)$

A	$G(3,3)$	B	$G(3,1)$	C	$G\left(\frac{3}{2},2\right)$	D	$G(1,2)$

تمهيد :

مركز ثقل المثلث ABC **يعطى بالعلاقة**

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

الحل :

$$G\left(\frac{0+3+6}{3},\frac{1+5-3}{3}\right)=G\left(\frac{9}{3},\frac{3}{3}\right)=G\left(3,1\right)$$

والخيار الصحيح هو B

5- ميل المماس للخط البياني للتابع $f\left(x\right)=x^2+3x$ في النقطة $A\left(0,0\right)$

A	$m=0$	B	$m=5$	C	$m=-1$	D	$m=3$

تمهيد :

ميل المماس للخط البياني للتابع f في نقطة A فاصلتها x_A هو $m=f'\left(x_A\right)$

الحل :

$$f'\left(x\right)=2x+3$$

$$m=f'\left(0\right)=3$$

والخيار الصحيح هو D

6- يطلق راميان على هدف ، احتمال أن يصيب الأول $\frac{3}{5}$ ، واحتمال أن يصيب الثاني $\frac{3}{4}$ ، فإن احتمال أن يصيب الراميان معاً يساوي

A	0.45	B	0.09	C	0.9	D	0.6

تمهيد :

احتمال وقوع حدثين معاً $P\left(A\cap B\right)=P\left(A\right)\times P\left(B\right)$ في حال كان الحدثان مستقلين(أي وقوع أحدهما لا يؤثر على وقوع الآخر).

الحل :

الاحتمال المطلوب يساوي

$$\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{20}=\frac{45}{100}=0.45$$

والخيار الصحيح هو A

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

7− مجموعة تعريف التابع $f(x)=\dfrac{x}{x^2+9}$

A	$\mathbb{R}\setminus\{-3,3\}$	B	$\mathbb{R}\setminus\{9\}$	C	$\mathbb{R}\setminus\{0\}$	D	$\mathbb{R}$

تمهيد:

مجموعة تعريف التابع الكسري الصحيح(الذي بسطه ومقامه تابعان صحيحان) هي $\mathbb{R}$ باستثناء جذور المقام(القيم التي تعدم المقام).

الحل :

جذور المقام هي حلول المعادلة

$$x^2+9=0$$

وهذه المعادلة مستحيلة، ولذلك مجموعة التعريف هي $\mathbb{R}$ والخيار الصحيح هو D

8− مجموعة تعريف التابع $f(x)=\sqrt{1-x}$

A	$[1,+\infty[$	B	$]-\infty,1]$	C	$]1,+\infty[$	D	$]-\infty,1[$

تمهيد:

مجموعة تعريف التابع الجذري (الذي بداخله تابع صحيح) هو القيم التي تجعل ما داخل الجذر أكبر أو يساوي الصفر.

الحل :

التابع معرف عندما

$$\begin{aligned}&1-x\geq 0\\&1\geq x\\&x\leq 1\\&x\in\left]-\infty,1\right]\end{aligned}$$

والخيار الصحيح هو B

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

9- مشتق التابع $f\left(x\right)=\sqrt{x^2+1}$

$f'\left(x\right)=\dfrac{x}{2\sqrt{x^2+1}}$	B	$f'\left(x\right)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$	A
$f'\left(x\right)=\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}}$	D	$f'\left(x\right)=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$	C

تمهيد :

مشتق التابع الجذري يساوي مشتق ما داخل الجذر على ضعفي الجذر.

الحل :

$$f'\left(x\right)=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

والخيار الصحيح هو A

10- مشتق التابع $f\left(x\right)=x.\left(\tan x-x\right)$

$f'\left(x\right)=\tan^2 x-x$	B	$f'\left(x\right)=\left(x+1\right)\left(\tan x-x\right)$	A
$f'\left(x\right)=\tan x-x$	D	$f'\left(x\right)=x.\tan^2 x+\tan x-x$	C

تمهيد :

مشتق التابع $\tan x$ **هو** $\left(\tan x\right)'=\tan^2 x+1$

مشتق ضرب تابعين هو $\left(uv\right)'=u'v+uv'$

الحل :

$$\begin{aligned}f'\left(x\right)&=1.\left(\tan x-x\right)+x.\left(\tan^2 x+1-1\right)\\&=\tan x-x+x.\tan^2 x\end{aligned}$$

والخيار الصحيح هو C

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

11- قيمة المقدار $\sin\left(x+11\pi\right)$

A	$\sin x$	B	$\cos x$	C	$-\sin x$	D	$-\cos x$

تمهيد :

- يمكن حذف أو إضافة مضاعفات 2π من داخل النسبة المثلثية
- دساتير الإرجاع إلى الربع الأول:

تعتمد دساتير الإرجاع على ثلاث أمور:

أولاً : نحدد أين تقع الزاوية كما يلي:

١- في الربع الأول: $\frac{\pi}{2}-x$ ، $2\pi+x$

٢- في الربع الثاني: $\frac{\pi}{2}+x$ ، $\pi-x$

٣- في الربع الثالث: $\pi+x$ ، $\frac{3\pi}{2}-x$

٤- في الربع الرابع: $\frac{3\pi}{2}+x$ ، $2\pi-x$ (وهي تماثل $-x$)

ثانياً : تحديد إشارة النسبة كما يلي:

١. في الربع الأول: كل النسب موجبة
٢. في الربع الثاني: الـ $\sin$ موجب لكن $\cos, \tan$ سالبان
٣. في الربع الثالث: الـ $\tan$ موجب لكن $\cos, \sin$ سالبان
٤. في الربع الرابع: الـ $\cos$ موجب لكن $\sin, \tan$ سالبان

ثالثاً : تحديد هل تنقلب النسبة أم تبقى على حالها :

١) $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{3\pi}{2}$ تقلبان النسبة من $\sin$ إلى $\cos$ وبالعكس، ومن $\tan$ إلى $\cot$ وبالعكس.

٢) π ، 2π تبقيان النسبة على حالها.

الحل :

$$\sin\left(x+11\pi\right)=\sin\left(x+\pi\right)=-\sin x$$

والخيار الصحيح هو C

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

12- قيمة المقدار $\sin\left(\dfrac{33\pi}{2}-x\right)$

A	$\sin x$	B	$\cos x$	C	$-\sin x$	D	$-\cos x$

الحل :

$$\sin\left(\frac{33\pi}{2}-x\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=\cos x$$

والخيار الصحيح هو B

13- قيمة المقدار $\sin\left(\dfrac{11\pi}{2}-x\right)$

A	$\sin x$	B	$\cos x$	C	$-\sin x$	D	$-\cos x$

الحل :

$$\sin\left(\frac{11\pi}{2}-x\right)=\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)=-\cos x$$

والخيار الصحيح هو D

14- قيمة المقدار $\sin\left(8\pi+x\right)$

A	$\sin x$	B	$\cos x$	C	$-\sin x$	D	$-\cos x$

الحل :

$$\sin\left(8\pi+x\right)=\sin x$$

والخيار الصحيح هو A

15- قيم m التي تجعل مجموعة حلول المتراجحة $x^2+2x+m>0$ هي $\mathbb{R}$

A	$m=1$	B	$m\in\left]1,+\infty\right[$	C	$m\in\left]-\infty,1\right[$	D	$m\in\mathbb{R}$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

تمهيد :

دراسة إشارة كثير الحدود من الدرجة الثانية ax^2+bx+c حسب إشارة $\Delta=b^2-4ac$

- عندما يكون $\Delta>0$ يكون جدول الإشارة كما يلي(حيث x_1، x_2 هما الجذران المختلفان)

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
ax^2+bx+c		يوافق إشارة a	0	يخالف إشارة a	0	يوافق إشارة a	

- عندما يكون $\Delta=0$ يكون جدول الإشارة كما يلي(حيث x_1 هو الجذر المضاعف)

x	$-\infty$		x_1		$+\infty$
ax^2+bx+c		يوافق إشارة a	0	يوافق إشارة a	

- عندما يكون $\Delta<0$ يكون جدول الإشارة كما يلي

x	$-\infty$		$+\infty$
ax^2+bx+c		يوافق إشارة a	

الحل :

تكون مجموعة حلول المتراجحة هي $\mathbb{R}$ عندما يكون $\Delta<0$ لأن إشارة كثير الحدود عندها ستكون موافقة لإشارة أمثال x^2 الموجبة

$$\Delta=4-4m$$
$$4-4m<0$$
$$4<4m$$
$$4m>4$$
$$m>1$$
$$m\in\left]1,+\infty\right[$$

والخيار الصحيح هو B

16- قيمة m التي تجعل للمعادلة التالية حلاً وحيداً $x^2 + mx + m - 1 = 0$ هي

A	$m = 2$	B	$m = 1$	C	$m = 0$	D	$m = 4$

تمهيد :

حل المعادلة من الدرجة الثانية $ax^2 + bx + c = 0$ **حسب إشارة** $\Delta = b^2 - 4ac$

- **عندما يكون** $\Delta > 0$ **يكون للمعادلة جذران مختلفان هما**

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ ، } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- **عندما يكون** $\Delta = 0$ **يكون للمعادلة جذر مضاعف هو**

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

- **عندما يكون** $\Delta < 0$ **تكون المعادلة مستحيلة(لا حلول لها)**

الحل :

يكون للمعادلة حل وحيد عندما يكون $\Delta = 0$

$$\Delta = m^2 - 4\left(m - 1\right)$$
$$\Delta = m^2 - 4m + 4$$
$$\Delta = \left(m - 2\right)^2$$
$$\left(m - 2\right)^2 = 0$$
$$m - 2 = 0$$
$$m = 2$$

والخيار الصحيح هو A

17- تابع متزايد على $\mathbb{R} \setminus \left\{0\right\}$

A	$f\left(x\right) = -\frac{1}{x}$	B	$f\left(x\right) = \frac{1}{x}$	C	$f\left(x\right) = x^2$	D	$m = \sqrt{x}$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

تمهيد:

دراسة إطراد التابع f حسب إشارة المشتق $f'(x)$

- إذا كان $f'(x) > 0$ عندما $x \in I$ فإن التابع f متزايد تماماً على I.
- إذا كان $f'(x) < 0$ عندما $x \in I$ فإن التابع f متناقص تماماً على I.

الحل :

$$\left(-\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2} > 0 : x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

والخيار الصحيح هو A

18$-$ مستقيم يعامد المستقيم $y = -\frac{1}{2}x + 1$

A	$y = -2x + 1$	B	$y = 2x + 1$
C	$y = x + 1$	D	$y = -x$

تمهيد :

شرط تعامد المستقيمين أن يكون جداء ميليهما يساوي -1

$$m_1 \times m_2 = -1$$

الحل :

$$2\left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

والخيار الصحيح هو B

19$-$ إذا كان $f(x) = \sqrt{x+1}$ ، $g(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$ فإن $g \circ f(x)$

A	x	B	$\sqrt{x}$	C	$\frac{1}{x}$	D	$\frac{1}{\sqrt{x}}$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

الحل :

$$g\circ f\left(x\right)=g\left[f\left(x\right)\right]=g\left(\sqrt{x+1}\right)=\frac{1}{\left(\sqrt{x+1}\right)^2-1}=\frac{1}{x+1-1}=\frac{1}{x}$$

والخيار الصحيح هو C

19- حل المتراجحة $\left|x-3\right|\le 5$

A	$\left[-8,2\right]$	B	$\left[-2,8\right]$	C	$\left[2,8\right]$	D	$\left[-8,-2\right]$

تمهيد :

حل المتراجحة $\left|x-c\right|\le r$ هو المجال $\left[c-r,c+r\right]$

الحل :

حل المتراجحة هو المجال

$$\left[c-r,c+r\right]=\left[3-5,3+5\right]=\left[-2,8\right]$$

والخيار الصحيح هو B

20- حل المتراجحة $-1\le -5x+4\le 14$

A	$\left[-1,2\right]$	B	$\left[1,2\right]$	C	$\left[-2,-1\right]$	D	$\left[-2,1\right]$

تمهيد :

أولاً : خواص المتراجحات:

- يمكن إضافة أو طرح أي عدد من أطراف المتراجحة.
- عند الضرب أو القسمة على عدد موجب تبقى إشارات المتراجحة على حالها.
- عند الضرب أو القسمة على عدد سالب تنقلب إشارات المتراجحة من $\le$ إلى $\ge$ وبالعكس، ومن $<$ إلى $>$ وبالعكس.

ثانياً : حل المتراجحة $a\le x\le b$ هو المجال $\left[a,b\right]$.

الحل :

نطرح من الأطراف 4

$$\begin{aligned}&-5 \leq -5x \leq 10\\&\frac{-5}{-5} \geq x \geq \frac{10}{-5}\\&1 \geq x \geq -2\\&-2 \leq x \leq 1\end{aligned}$$

والخيار الصحيح هو D

21- إذا كان $0 \leq x \leq 2$ فإن قيمة $|x|+|x+1|+|x-2|$ تساوي

-1	D	$3x+3$	C	$x+3$	B	$-3x-3$	A

تمهيد :

القيمة المطلقة:

$$|y| = \begin{cases} y : y \geq 0 \\ -y : y \leq 0 \end{cases}$$

الحل :

نطرح من الأطراف 4

$$|x|+|x+1|+|x-2| = x+x+1-x+2 = x+3$$

والخيار الصحيح هو B

22- قيمة المقدار $\frac{4!-3!}{2!}$ تساوي

6	D	$\frac{1}{2}$	C	15	B	9	A

تمهيد :

$$n! = n(n-1)(n-2)\ldots\times 2\times 1$$

الحل :

$$\frac{4!-3!}{2!}=\frac{24-6}{2}=\frac{18}{2}=9$$

والخيار الصحيح هو A

23- إذا كان $\overset{\triangle}{ABC}$ مثلثاً قائماً في A ، فيه $AB=\sqrt{8}$ ، $\tan B=\sqrt{2}$ فإن AC يساوي

A	4	B	2	C	$\frac{1}{2}$	D	$3\sqrt{2}$

الحل :

$$\tan B=\frac{AC}{AB}$$
$$\sqrt{2}=\frac{AC}{\sqrt{8}}$$
$$AC=\sqrt{8}\times\sqrt{2}$$
$$AC=\sqrt{16}=4$$

والخيار الصحيح هو A

24- معادلة المستقيم الذي شعاع توجيهه $\vec{u}\left(3,2\right)$ ويمر بالنقطة $A\left(3,2\right)$

A	$3x+2y=13$	B	$2x-3y=0$
C	$2x+3y=12$	D	$3x-2y=5$

الحل :

$$\left(-b,a\right)=\left(3,2\right)$$
$$a=2,b=-3$$

معادلة المستقيم من الشكل

$$ax+by=c$$
$$2x-3y=c$$

نعوض إحداثيات النقطة $A\left(3,2\right)$

$$2\times 3-3\times 2=c$$
$$c=6-6=0$$

معادلة المستقيم

$$2x-3y=0$$

والخيار الصحيح هو B

25– إذا كان $a>3$ **فإن**

$a^2>9$	D	$a^2\leq a$	C	$a^2<9$	B	$\frac{1}{a}>\frac{1}{3}$	A

تمهيد :

بعض خواص المتراجحات :

- **إذا كانت الأطراف موجبة يمكن تربيع الأطراف أو جذر الأطراف.**
- **إذا كانت الأطراف سالبة وربعنا الأطراف تنقلب إشارة المتراجحة.**
- **إذا كانت الأطراف موجبة وأخذنا مقلوب الأطراف تنقلب إشارة المتراجحة.**
- **إذا كانت الأطراف سالبة وأخذنا مقلوب الأطراف تنقلب إشارة المتراجحة.**
- **كل عدد من المجال** $\left[0,1\right]$ **أكبر أو يساوي مربعه.**
- **كل عدد من المجال** $\left[1,+\infty\right[$ **أصغر أو يساوي مربعه.**

الحل :

$$a^2>9$$

والخيار الصحيح هو D

26– مجموعة قيم التابع $f\left(x\right)=\sqrt{x^2+9}$

$\mathbb{R}$	D	$\left[3,+\infty\right[$	C	$\left[0,+\infty\right[$	B	$\left[9,+\infty\right[$	A

الحل :

$$x \in \mathbb{R}$$
$$x^2 \geq 0$$
$$x^2 + 9 \geq 9$$
$$\sqrt{x^2 + 9} \geq 3$$
$$f(x) \geq 3$$
$$f(x) \in [3, +\infty[$$

والخيار الصحيح هو C

27– مجموع الحدود العشرة الأولى من المتتالية الهندسية التي أساسها $q = \sqrt{3}$ وحدها الأول $u_0 = 1 - \sqrt{3}$ ، يساوي

A	-242	B	$-\dfrac{242}{1-\sqrt{3}}$	C	242	D	-59047

تمهيد :

مجموع الحدود الأولى التي عددها n من المتتالية الهندسية التي أساسها q وحدها الأول u_0

$$s_n = u_0 \frac{1 - q^n}{1 - q}$$

الحل :

$$s = u_0 \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = \left(1 - \sqrt{3}\right) \frac{1 - \left(\sqrt{3}\right)^{10}}{1 - \sqrt{3}} =$$
$$= 1 - \left[\left(\sqrt{3}\right)^2\right]^5 = 1 - 3^5 = 1 - 243 = -242$$

والخيار الصحيح هو A

28– إذا كانت u_n متتالية حسابية فيها $u_0 = 4$ ، أساسها $r = 3$ فإن u_9 يساوي

A	40	B	41	C	4×3^9	D	$4 + 3n$

تمهيد :

كل متتالية حسابية تحقق العلاقة $u_m = u_p + (m-p)r$

الحل :

$$u_9 = u_0 + 9r = 4 + 9\times 3 = 4 + 27 = 31$$

والخيار الصحيح هو B

29− إذا كانت u_n متتالية هندسية فيها $u_0 = 9$ ، $u_3 = 72$ فإن الأساس يساوي

A	21	B	9	C	8	D	2

تمهيد :

كل متتالية هندسية تحقق العلاقة $u_m = u_p \times r^{m-p}$

الحل :

$$u_3 = u_0 \times r^3 \Rightarrow 72 = 9\times r^3 \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$$

والخيار الصحيح هو D

30− قيمة المجموع $1-2+4-8+16-\ldots+1024$

A	683	B	$\frac{11275}{2}$	C	2047	D	$\frac{2047}{1024}$

الحل :

هذا مجموع متتالية هندسية أساسها -2 وحد الأول 1 وعددها 11 لأن

$$1024 = 2^{10}$$

$$s = \frac{1-(-2)^{11}}{1-(-2)} = \frac{1-(-2048)}{3} = \frac{1+2048}{3} = \frac{2049}{3} = 683$$

والخيار الصحيح هو A

31– نسحب كرتين معاً من صندوق يحوي 5 كرات بيضاء، و 3 كرات خضراء، وكرتين زرقاوين، فإن احتمال الحصول على كرتين من لونين مختلفين يساوي

A	$\frac{31}{90}$	B	$\frac{1}{3}$	C	$\frac{31}{45}$	D	$\frac{1}{4}$

الحل :

الكرتان المختلفتان بالألوان (إما بيضاء وخضراء، أو خضراء وزرقاء، أو بيضاء وزرقاء)

وبما أن السحب معاً نستخدم التوافيق(كلمة " أو " تقابل الجمع، وكلمة "و" تقابل الضرب)

$$P\left(A\right)=\frac{C\left(5,1\right)C\left(3,1\right)+C\left(5,1\right)C\left(2,1\right)+C\left(3,1\right)C\left(2,1\right)}{C\left(10,2\right)}$$
$$=\frac{5\times3+5\times2+3\times2}{\frac{10\times9}{2\times1}}=\frac{15+10+6}{45}=\frac{31}{45}$$

والخيار الصحيح هو C

32– نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة من صندوق يحوي تسع بطاقات مرقمة بالأرقام

$$1,3,3,7,8,8,9,9,9$$

فإن احتمال الحصول على بطاقتين مجموعهما عشرة ، يساوي

A	$\frac{5}{72}$	B	$\frac{2}{72}$	C	$\frac{3}{72}$	D	$\frac{5}{36}$

الحل :

بما أن السحب على التتالي دون إعادة نستخدم التراتيب

البطاقتان اللتان مجموعهما عشرة إما (3 و 7) أو (1 و 9)

$$P\left(A\right)=\frac{P\left(3,1\right)P\left(1,1\right)+P\left(2,1\right)P\left(1,1\right)}{P\left(9,2\right)}=\frac{3+2}{9\times8}=\frac{5}{72}$$

والخيار الصحيح هو A

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

33− عدد الأعداد المكونة من ثلاث منازل ويمكن تشكيلها من الأرقام

$$3,4,6,7,8$$

A	125	B	60	C	10	D	120

الحل :

بما أنه لم يذكر شرط أن الأرقام مختلفة فإننا نستخدم الأس

$$5^3 = 125$$

والخيار الصحيح هو A

34− عدد الأعداد المختلفة الأرقام المكونة من ثلاث منازل ويمكن تشكيلها من الأرقام

$$3,4,6,7,8$$

A	125	B	60	C	10	D	120

الحل :

بما أنه ذكر شرط أن الأرقام مختلفة فإننا نستخدم التراتيب

$$P\left(5,3\right) = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

والخيار الصحيح هو B

35− عدد الأعداد المختلفة الأرقام المكونة من خمس منازل مختلفة ويمكن تشكيلها من الأرقام

$$3,4,6,7,8$$

A	125	B	60	C	10	D	120

الحل :

بما أنه ذكر شرط أن الأرقام مختلفة وأخذنا الأرقام كلها فإننا نستخدم التباديل

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

والخيار الصحيح هو D

36− عدد الإمكانيات عند اختيار ثلاث أرقام معاً من هذه الأرقام الخمسة

$$3, 4, 6, 7, 8$$

A	125	B	60	C	10	D	120

الحل :

بما أننا نأخذ الأرقام معاً دون ترتيب نستخدم التوافيق

$$C\left(5,3\right) = \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 10$$

والخيار الصحيح هو C

37− أحد التوابع متزايد تماماً على المجال $\left]0,+\infty\right[$

A	$f\left(x\right) = -2x^2$	B	$f\left(x\right) = \frac{1}{x} + 2$
C	$f\left(x\right) = 2 - x$	D	$f\left(x\right) = x^2 + 3x + 1$

الحل :

بما أن $x > 0$

$$\left(-2x^2\right)' = -6x < 0$$

$$\left(\frac{1}{x} + 2\right)' = -\frac{1}{x^2} < 0$$

$$\left(2 - x\right)' = -1 < 0$$

$$\left(x^2 + 3x + 1\right)' = 2x + 3 > 0$$

والخيار الصحيح هو D

38− نرمي ثلاث قطع نقدية معاً، احتمال الحصول على وجوه متماثلة في القطع الثلاثة يساوي

A	$\frac{1}{2}$	B	$\frac{1}{4}$	C	$\frac{1}{8}$	D	$\frac{1}{6}$

الحل :

تكون الوجوه متماثلة إذا حصلنا على ثلاث كتابات أو ثلاثة شعارات

$$P\left(A\right)=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

والخيار الصحيح هو C

ثانياً : حل المسائل الآتية :

المسألة الأولى:

لتكن النقاط $A\left(0,2\right)$ ، $B\left(2,0\right)$ ، $C\left(3,3\right)$

$1-$ **أوجد مركبات الأشعة** $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{BC}$ **.**

$2-$ **استنتج أن النقاط السابقة تشكل رؤوس مثلث.**

$3-$ **احسب نظيم كل من الأشعة السابقة واستنتج أن المثلث متساوي الساقين.**

الحل :

$1-$

$$\overrightarrow{AB}\left(2-0,0-2\right)=\overrightarrow{AB}\left(2,-2\right)$$

$$\overrightarrow{AC}\left(3-0,3-2\right)=\overrightarrow{AC}\left(3,1\right)$$

$$\overrightarrow{BC}\left(3-2,3-0\right)=\overrightarrow{BC}\left(1,3\right)$$

$2-$ **نلاحظ أن** $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ **غير مرتبطين خطياً لأن** $\frac{-2}{1}\neq\frac{2}{3}$ **وبالتالي النقاط تشكل رؤوس مثلث**

$3-$

$$AB=\left\|\overrightarrow{AB}\right\|=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}$$

$$AC=\left\|\overrightarrow{AC}\right\|=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$$

$$BC = \left\| \overrightarrow{BC} \right\| = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$$

وبما أن $AC = BC$ فإن المثلث متساوي الساقين رأسه C

المسألة الثانية:

لتكن النقطة $A\left(3,-2\right)$ ، والشعاع $\vec{u}\left(2,5\right)$ ، والمستقيم $d : 2x + 5y = 7$

1- أوجد معادلة المستقيم ℓ الذي يمر بالنقطة A وشعاع توجيهه $\vec{u}$.

2- عين ميل كل من المستقيمين ℓ و d ثم استنتج أنهما متعامدان.

الحل :

1- بما أن شعاع التوجيه $\vec{u}\left(-b,a\right) = \left(2,5\right)$ فإن $a = 5, b = -2$

المعادلة من الشكل $5x - 2y = c$ وبما أن النقطة A تنتمي إلى المستقيم فإن

$$5 \times 3 - 2\left(-2\right) = c$$

$$15 + 4 = c$$
$$c = 19$$

والمعادلة على الشكل

$$\ell : 5x - 2y = 19$$

2- معادلة d تكتب على الشكل

$$5y = -2x + 7$$
$$y = -\frac{2}{5}x + \frac{7}{5}$$

وميله $m_d = -\frac{2}{5}$

معادلة ℓ تكتب على الشكل

$$5x - 2y = 19$$
$$2y = 5x - 19$$
$$y = \frac{5}{2}x - \frac{19}{2}$$

وميله $m_\ell = \frac{5}{2}$

وجداء الميلين

$$m_d \times m_\ell = -\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = -1$$

وبالتالي المستقيمان متعامدان.

المسألة الثالثة:

ليكن التابع $f(x) = x^3 - 5x$ خطه البياني C

1− عين مجموعة تعريف التابع f.

2− أوجد $f'(x)$ ثم اكتب معادلة المماس للخط البياني C في نقطة فاصلتها $x = 3$

الحل:

1− بما أن f تابع صحيح فإن مجموعة تعريفه $\mathbb{R}$

2−

$$f'(x) = 3x^2 - 5$$

ميل المماس

$$m = f'(3) = 3 \times 9 - 5 = 27 - 5 = 22$$

$$f(3) = 27 - 5 \times 3 = 27 - 15 = 12$$

معادلة المماس

$$y - 12 = 22(x - 3)$$

المسألة الرابعة:

ليكن التابعان $f\left(x\right)=x^2+1$ ، $g\left(x\right)=\dfrac{11x^2-9}{x^2+1}$

1− عين مجموعة تعريف التابع f و g.

2− عين مجموعة تعريف $f.g$ ثم أوجد $f.g\left(x\right)$.

3−أوجد حلول المعادلة $f\left(x\right)=g\left(x\right)$.

الحل:

1− $D_f=\mathbb{R}$ ، $D_g=\mathbb{R}$ (لأن $x^2+1\neq 0$)

2− $D_{f.g}=D_f\bigcap D_g=\mathbb{R}\bigcap\mathbb{R}=\mathbb{R}$

$$f.g\left(x\right)=\left(x^2+1\right)\times\frac{11x^2-9}{x^2+1}=11x^2-9$$

3−

$$\begin{aligned}
&f\left(x\right)=g\left(x\right)\\
&x^2+1=\frac{11x^2-9}{x^2+1}\\
&\left(x^2+1\right)\left(x^2+1\right)=11x^2-9\\
&x^4+2x^2+1=11x^2-9\\
&x^4-9x^2+10=0\\
&\left(x^2-1\right)\left(x^2-9\right)=0\\
&\left(x-1\right)\left(x+1\right)\left(x-3\right)\left(x+3\right)=0
\end{aligned}$$

وحلول المعادلة هي

$$x\in\left\{-1,1,-3,3\right\}$$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

المسألة الخامسة:

ليكن التابعان $f\left(x\right)=x+\sin x$

1- عين $f\left(\pi\right)$ ، $f\left(2\pi\right)$ ، $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

2- عين $f'\left(x\right)$.

3- أثبت أن $f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$.

الحل:

1-

$$f\left(\pi\right)=\pi+\sin\pi=\pi$$

$$f\left(2\pi\right)=2\pi+\sin 2\pi=2\pi$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}+\sin\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}+1$$

2-

$$f'\left(x\right)=1+\cos x$$

3-

$$f\left(-x\right)=-x+\sin\left(-x\right)=-x-\sin x=-\left(x+\sin x\right)=-f\left(x\right)$$

المسألة السادسة:

ليكن التابعان $f\left(x\right)=x^2+7x-8$

1- أوجد $f'\left(x\right)$.

2- حل المعادلة $f\left(x\right)=0$.

3- حل المتراجحة $f\left(x\right)\leq 0$.

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

الحل:

-1

$$f'(x) = 2x + 7$$

-2

$$f(x) = 0$$
$$x^2 + 7x - 8 = 0$$
$$(x-1)(x+8) = 0$$

إما $x + 8 = 0$ **ومنه** $x = -8$

أو $x - 1 = 0$ **ومنه** $x = 1$

-3

$$f(x) \leq 0$$
$$x^2 + 7x - 8 \leq 0$$
$$(x-1)(x+8) \leq 0$$

وحل المتراجحة هو $x \in [-8,1]$.

المسألة السابعة:

ليكن التابع $f(x) = |x| + |x-1|$ **، عين قاعدة** $f(x)$ **بأبسط ما يمكن في كل من الحالات الآتية :**

-1 **إذا كان** $x \in [0,1]$.

-2 **إذا كان** $x \in [1,+\infty[$.

-3 **إذا كان** $x \in]-\infty,0]$.

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

الحل:

1−

$$f\left(x\right)=x-\left(x-1\right)=1$$

2−

$$f\left(x\right)=x+x-1=2x-1$$

3−

$$f\left(x\right)=-x-\left(x-1\right)=-2x+1$$

المسألة الثامنة:

ليكن التابع $f\left(x\right)=\dfrac{2x^2+1}{\left(x-1\right)^2}$

1− أوجد $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)$ ، $\lim\limits_{x\to1} f\left(x\right)$

2− اكتب معادلة المماس للخط البياني في نقطة فاصلتها $x=0$

الحل:

1−

$$\lim_{x\to+\infty} f\left(x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^2+1}{x^2-2x+1}=2$$

$$\lim_{x\to-\infty} f\left(x\right)=2$$

$$\lim_{x\to1} f\left(x\right)=+\infty$$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد

حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

-2

$$f\left(0\right)=\frac{1}{1}=1$$

$$f'\left(x\right)=\frac{4x\left(x-1\right)^2-2\left(x-1\right)\left(2x^2+1\right)}{\left(x-1\right)^4}$$
$$=\frac{\left(x-1\right)\left[4x\left(x-1\right)-2\left(2x^2+1\right)\right]}{\left(x-1\right)^4}$$
$$=\frac{4x^2-4x-4x^2-2}{\left(x-1\right)^3}=\frac{-4x-2}{\left(x-1\right)^3}$$

ميل المماس

$$m=f'\left(0\right)=\frac{-2}{-1}=2$$

معادلة المماس

$$y-1=2x$$

المسألة التاسعة:

لتكن المتتالية $u_n=8n+3$

$1-$ أثبت أن u_n حسابية وعين أساسها.

$2-$ احسب المجموع $s=u_7+u_8+\ldots+u_{63}$

الحل:

-1

$$u_{n+1}=8\left(n+1\right)+3=8n+8+3=8n+11$$
$$u_{n+1}-u_n=8n+11-\left(8n+3\right)=8$$

وبالتالي المتتالية حسابية أساسها $r=8$

2−

$$s = \frac{u_7 + u_{63}}{2} \times 57$$

$$u_7 = 8 \times 7 + 3 = 56 + 3 = 59$$
$$u_{63} = 8 \times 63 + 3 = 504 + 3 = 507$$

$$s = \frac{59 + 507}{2} \times 57 = \frac{566}{2} \times 57 = 16131$$

المسألة العاشرة:

لتكن u_n متتالية هندسية ، $u_5 = 1$ ، $u_9 = 16$

1− احسب الأساس.

2− احسب u_n بدلالة n.

3− احسب المجموع $s_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_{n-1}$

الحل:

1−

$$u_9 = u_5 \times q^{9-5}$$
$$16 = 1 \times q^4$$
$$2^4 = q^4$$
$$q = 2$$

2−

$$u_n = u_5 \times q^{n-5}$$
$$u_n = 1 \times 2^{n-5}$$
$$u_n = 2^{n-5}$$

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨

-3

$$s_n = 2^{-5}\frac{1-2^n}{1-2} = 2^{-5}\frac{1-2^n}{-1} = 2^{-5}\left(2^n - 1\right)$$
$$= 2^{n-5} - \frac{1}{2^5} = 2^{n-5} - \frac{1}{32}$$

المسألة الحادية عشر:

نسحب كرتين معاً من صندوق يحوي 8 كرات خضراء، و 3 كرات بيضاء

-1 احسب احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون.

-2 استنتج احتمال الحصول على كرتين مختلفتين بالألوان.

-3 أعد السؤالين السابقين في حال كان السحب على التتالي مع الإعادة.

الحل:

-1

$$P\left(A\right) = \frac{\binom{8}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{11}{2}} = \frac{\frac{8\times 7}{2\times 1} + 3}{\frac{11\times 10}{2\times 1}} = \frac{28+3}{55} = \frac{31}{55}$$

-2

$$P\left(A'\right) = 1 - \frac{31}{55} = \frac{24}{55}$$

-3

$$P\left(A\right) = \frac{8^2 + 3^2}{11^2} = \frac{64+9}{121} = \frac{73}{121}$$

$$P\left(A'\right) = 1 - \frac{73}{121} = \frac{48}{121}$$

المسألة الثانية عشر:

إذا كان $P\left(A\right)=\frac{1}{7}$ ، $P\left(B\right)=\frac{3}{5}$ ، $P\left(A\cap B\right)=\frac{1}{35}$

1− احسب $P\left(A\cup B\right)$

2− احسب $P\left(A'\right)$ ، $P\left(A'\cap B'\right)$

الحل:

1−

$$P\left(A\cup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(A\cap B\right)$$
$$=\frac{1}{7}+\frac{3}{5}-\frac{1}{35}=\frac{5+7-1}{35}=\frac{11}{35}$$

2−

$$P\left(A'\right)=1-\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$$

$$P\left(A'\cap B'\right)=P\left(A\cup B\right)'=1-P\left(A\cup B\right)=1-\frac{11}{35}=\frac{24}{35}$$

النهاية

أطيب الآمال بالتوفيق والنجاح الدائم

المدرس : أحمد عرابي الأحمد

إعداد المدرس : أحمد عرابي الأحمد
حماة ٠٩٥١٧٥١٩٢٨