التحويلات الهندسية
في المستوي
اعداد المدرسة: مي عمران

1. التحويلات المألوفة في المستوي
2. أثر التحويلات الهندسية على الأشكال المألوفة
3. الخواص المشتركة للتحويلات المألوفة

1 أ/ التحويلات المألوفة في المستوي

- تناظر
  - مركزي
  - محوري
- الانسحاب
- الدوران

طريقة التحويل (f)

M . M'

الوضعية الجديدة لـ M نسميها صورة

* نسمي الـ f تحويل مألوف في المستوي
هذا التحويل إما تناظر او انسحاب ودوران
ضابطها تنقل النقطة من موضع لآخر
مثال من M' ← M
ويكتب هذا الشيء على شكل

$$f(M) = M'$$

تحويل ينقل — أي

/ التناظر المحوري والمركزي /

التناظر المركزي: يرمز له بـ S_O (O مركزه)

طريقة: تناظر نقطة بالنسبة لـ O المركز

O . M

نقيس طول OM ونرسم مستقيم من MO ونمده باتجاه المعاكس لـ M وبنفس الطول تماماً فنحصل على نظيره M

M' O M

ملاحظة: المركز في منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطة ونظيرتها

ملاحظة: الوضعية الجديدة لـ M أي M' هي تمثل (صورة M)

فنقول M' صورة M بالنسبة لتناظر مركزي ذو المركز (O)

رياضياً: $S_O(M) = M'$

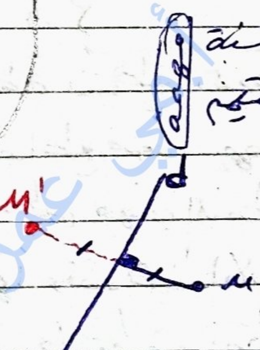
التناظر المحوري رمزه S حيث المحور d ونسميه التعكيس

تذكرة

المحور مستقيم عمودي على القطعة المستقيمة في منتصفها

يكون لدينا مستقيم وسنقوم بإيجاد نظيرة النقطة بالنسبة له

نقطة بالنسبة لمستقيم



طريقة: ننزل عمودي من النقطة للمستقيم ونقيس طوله ونمد بنفس الطول فنحصل على نظير النقطة بالنسبة للمستقيم

الانعكاس في d الذي محوره d هو تحويل الذي يقرن بنقطة M نقطة من المستوي النقطة 'M

تناظر نقطة تقع خارج المستقيم	تناظر نقطة تقع داخل المستقيم
الطريقة كما في الصفحة السابقة ويكون المحور هو منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطة ونظيرتها	هي نقطة منطبقة على النقطة التي نريد أن نناظرها * نظيرة M هي 'M منطبقة عليها $M = M'$

■ اذا كانت النقطة 'M صورة نقطة M وفق انعكاس محوره d، فما هي صورة النقطة 'M وفق هذا الانعكاس ؟

صورة 'M وفق انعكاس محوره d هو M

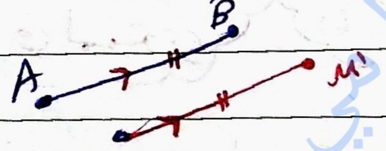
■ اذا كان Δ و 'Δ مستقيمين متقاطعين في نقطة I وكانا متناظرين بالنسبة الى مستقيم d فلماذا تقع النقطة I على المستقيم d ؟

لأن صورة نقطة تقاطع هذين المستقيمين I هي نقطة تقاطع صورتيهما وفق الانعكاس المعطى فهي النقطة I نفسها إذن I وصورتها وفق هذا الانعكاس منطبقتان وعندما تنطبق نقطة مع صورتها فهذا يعني انها تقع على المحور اي ان I على المحور d

الانسحاب: رمزه $T_{A\to B}$

هو تحويل ينقل النقطة ويسحبها من مكان لمكان آخر والوضعية الجديدة بعد الانسحاب تسمى صورة اي تحويل يقرن بنقطة M في مستوي النقطة 'M

طريقة



نقيس طول AB ونرسم من M بجهة التنقل من A الى B وبنفس الطول تماما ونشكل توازي مستقيم فنحصل على 'M صورة M وفق انسحاب ينقل من A الى B

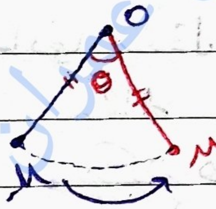
ونكتب رياضيا

$T_{A\to B}(M) = M'$

ملاحظة: 'ABMM متوازي اضلاع

الدوران / رمز $S_{O,\theta}$ (O: المركز، θ: زاوية الدوران)

الطريقة لتدوير نقطة بالنسبة لمركز



نقيس طول OM ومن O نحدد الزاوية المطلوبة θ ثم نرسم مستقيم بنفس قياس OM فنحصل على 'M صورة M وفق تدوير مركزه (O)

التدوير / اذا ثبتنا $90°$ +

$(\theta > 0)$ اتجاه مباشر: عكس عقارب الساعة

$(\theta < 0)$ الاتجاه غير مباشر: مع عقارب الساعة

تدرّب - صفحة 27

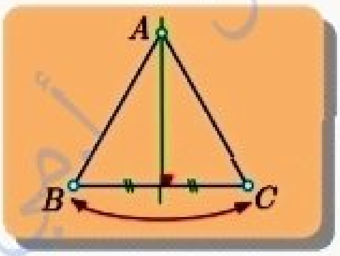
① عيّن المقولات الصحيحة فيما يأتي وعلل إجاباتك:

❶ للمثلّث المتساوي الأضلاع ثلاثة محاور تناظر.

❷ إذا كانت صورة نقطة B وفق الانسحاب $\mathcal{T}_{I\to J}$ هي النقطة C، كانت القطعتان المستقيمتان $[BJ]$ و $[IC]$ متناصفتين.

❸ إذا كانت $\mathcal{C}$ و $\mathcal{C}'$ دائرتين مركزاهما O و O' بالتّرتيب، ولهما نصف القطر نفسه وكانتا متقاطعتين في نقطتين A و B، كان المستقيمان (OO') و (AB) محوري تناظر للشّكل المكوّن من الدّائرتين.

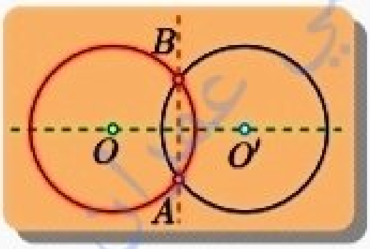
❹ إذا كانت N صورة نقطة M وفق دورانٍ مركزه O وزاويته $60°$ كان المثلّث MON متساوي الأضلاع.



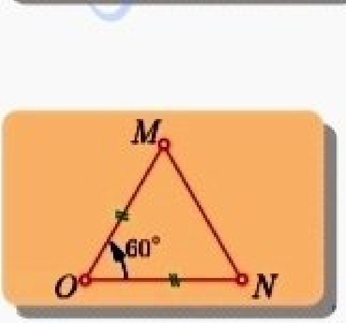
❶ للمثلّث المتساوي الأضلاع ثلاثة محاور تناظر، هي محاور أضلاع المثلث، إذ يمر محور كل ضلع بالرأس المقابلة فصورة المثلث وفق التناظر الذي محوره محور هذه الضلع هي المثلث نفسه.

❷ صحيحة، خاصة قطرا متوازي الأضلاع متناصفان.

❸ الدائرة متناظرة بالنسبة إلى كل قطر من أقطارها، وعليه يكون خط المركزين (OO') محور تناظر للشكل المكوّن من الدائرتين $\mathcal{C}$ و $\mathcal{C}'$.



ومن ناحية أخرى، نظراً إلى كون $OA = O'A$ و $OB = O'B$ استنتجنا أنّ (AB) هو محور القطعة المستقيمة $[OO']$، والنقطة O' هي صورة O وفق الانعكاس الذي محوره (AB) فالدائرة $\mathcal{C}'$ هي صورة $\mathcal{C}$ وفق هذا الانعكاس المحوري. هذا يبرهن أنّ (AB) هو أيضاً محور تناظر للشكل المكوّن من الدائرتين $\mathcal{C}$ و $\mathcal{C}'$.



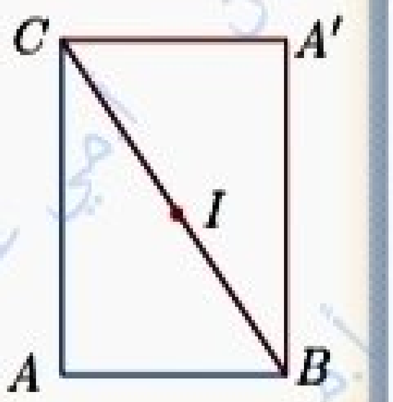
❹ هذا صحيح، لأنّ المثلث OMN مثلث متساوي الساقين فيه زاوية قياسها $60°$.

② ليكن ABC مثلّثاً قائماً في A، ولتكن I منتصف القطعة $[BC]$. نرمز بالرّمز S_I إلى التّناظر الذي مركزه I.

❶ أنشئ صورة المثلّث ABC وفق التّحويل S_I.

❷ لتكن A' صورة A وفق S_I. ما طبيعة الرباعي $ABA'C$ ؟

الحل



1 I منتصف القطعة $[BC]$، إذن $S_I(B) = C$ و $S_I(C) = B$. يكفي إذن أن ننشئ A' نظيرة A بالنسبة إلى I.

2 الرباعي $ABA'C$ متوازي الأضلاع لتناصف قطريه، وهو في الحقيقة مستطيل لأنّ فيه زاوية قائمة هي A.