Week 1

Order of Equation.

الأولويات

1- الأقواس
2- الأسس
3- الضرب والقسمة.
4- الجمع والطرح

Examples:

* $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$
* $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

Examples: Simplify. بسط

* $2^3 + (5-2) \div 3 \times 2 + 10$

$2^3 + 3 \div 3 \times 2 + 10$ أول خطوة فك الأقواس

$8 + 3 \div 3 \times 2 + 10$ ثاني خطوة فك الأسس

$8 + 1 \times 2 + 10$ ثالث خطوة الضرب ومن ثم القسمة.

$8 + 2 + 10$ رابع خطوة الجمع أو الطرح.

$= 20$

* $5 + \{1 + [2 + (5-4)]\} \times 7$.

$5 + \{1 + [2 + 1]\} \times 7$ أول خطوة فك القوس الصغير

$5 + \{1 + 3\} \times 7$ ثاني خطوة فك القوس المربع

$5 + 4 \times 7$ ثالث خطوة فك قوس المجموعة.

$5 + 28$ رابع خطوة إجراء عملية الضرب أو القسمة.

$= 33$ خامس خطوة إجراء عملية الجمع أو الطرح

Examples: $p = 22$, $q = 8$, Find $\frac{p+q}{2}$.

$$\frac{p+q}{2} = \frac{22+8}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

ملاحظة / هذا المثال يطلب منا فقط التعويض وإيجاد الناتج.

Week 2

Solving Equation. حل المعادلات.

Examples:

1) $x \pm 13 = 18$

$x = 18 - 13 \Longrightarrow x = 5$

ملاحظة / عند حل مثل هذه المعادلات هناك طريقتين أولها كما في السابق ويجب الانتباه أنه في حالة نقل العدد من جهة لأخرى ينبغي دفع ضريبة الانتقال وهي تغير الإشارة.

الطريقة الثانية: طريقة حل الكتاب.

$x + 13 = 18$

$x + \cancel{13} - \cancel{13} = 18 - 13$

$x = 18 - 13$

$x = 5$.

2) $-8 + y = 11$

$y = 11 + 8$

$y = 18$

3) $63 = 9x$

$x = \frac{63}{9}$ هنا قسمنا على معامل x وهو 9

$x = 7$

4) $5x - 2 = 3x + 12$

$5x - 3x = 12 + 2$ هنا وضعنا الـ x بطرف والأرقام بطرف ومن ثم جمعناهم وقسمنا على معامل x وهو 2.

$2x = 14$

$x = \frac{14}{2} \Longrightarrow x = 7$

5) $\frac{2}{3}x = \frac{5}{3}$.

$x = \frac{5}{3} \div \frac{2}{3}$ هنا عند قسمة عددين كسريين نضع الكسر الأول ونقلب عملية القسمة إلى ضرب ونقلب الكسر الثاني.

$x = \frac{5}{3} \times \frac{3}{2}$

$x = \frac{15}{6} \xrightarrow{\text{عند التبسيط}} x = \frac{5}{2}$

6) $\frac{1}{5}x = \frac{2}{25}$.

$x = \frac{2}{25} * \frac{1}{5}$

$x = \frac{2}{25} \times \frac{5}{1} \longrightarrow x = \frac{10}{25}$

$x = \frac{2}{5}$ تبسيط

Nada G.Youssef

Week 2

Solving Inequalities حل المتباينات

$>$ greater than $\geq$ greater equal $<$ less than $\leq$ less equal.

Examples:

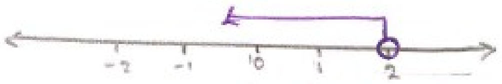
1) $x + 3 < 5$

$x < 5 - 3$

$x < 2$

ملاحظة/ حل المتباينات مثل حل المعادلات بإشارة =

الحل هنا يعني ماهي الأعداد الأصغر من 2



الأعداد الأصغر من 2 هي الأعداد السالبة.

2) $3x - 5 \geq x + 7$

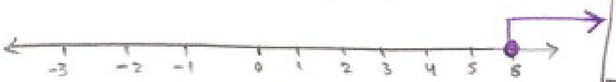
$3x - x \geq 7 + 5$

$2x \geq 12$

$x \geq \frac{12}{2}$

$x \geq 6$

تعني ماهي الأعداد التي أكبر وتساوي 6



ملاحظة مهمة:

١- الدائرة المفرغة ○ تعني وجود العلاقة $<$, $>$

٢- الدائرة الملموسة ● تعني وجود العلاقة $\leq$, $\geq$

3) $2 - x \leq 4$

$-x \leq 4 - 2$

$-x \leq 2 \Rightarrow \frac{-x}{-1} \leq \frac{2}{-1}$

$x \geq -2$

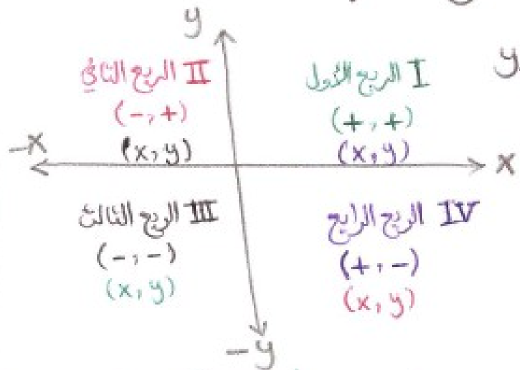
هنا قمنا بالقسمة على ‎-1‎ فأصبحت الـ 2 بالسالب وبالتالي تقلب إشارة المتباينة من $\leq$ إلى $\geq$ والعكس صحيح

فقط عند القسمة على السالبة أي وجودها أمام x

Week 3

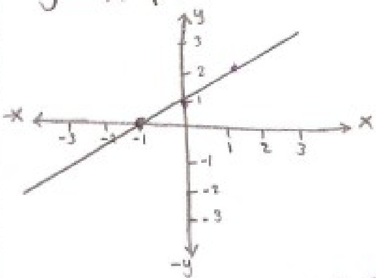
Graphing رسومات

تعليمات محور x و y



Examples: Graph ارسم

$y = x + 1$



y	x
0	-1
1	0
2	1

هنا نقوم بفرض نقاط من عندنا (أرقام) ويفضل أن تكون (2, 1, 0, -1, -2 ...) الأرقام الصغيرة ومن ثم التعويض بالمعادلة لإيجاد قيم y كما يلي.

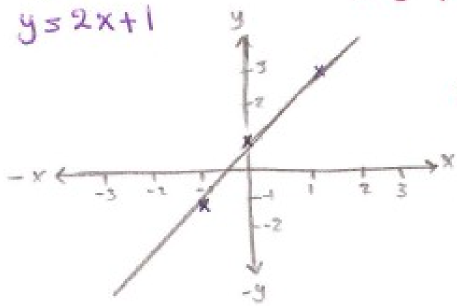
نواتج		قيم مفروضة
$y=0$	$y = x+1,\ y = (-1)+1 = 0$	$x=-1$
$y=1$	$y = x+1,\ y = (0)+1 = 1$	$x=0$
$y=2$	$y = x+1,\ y = (1)+1 = 2$	$x=1$

$2y - 4x = 2$

$2y = 4x + 2$

$y = 2x + 1$

أولاً نحل المعادلة ونجعل أحد المجاهيل بطرف ومن ثم نفرض القيم التي نريد



y	x
-1	-1
1	0
3	1

$y = 2x + 1$ $x = -1$

$= 2(-1) + 1$

$= -2 + 1 = -1$

$\therefore y = -1$

الميل slope

Examples:- Find the slope.

$(x_1, y_1)\ (x_2, y_2)$ قانون مهم ويجب حفظه

يُحفظ $\boxed{m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$

1) Find the slope. $(1,3)$, $(3,7)$

$x_1 = 1$, $x_2 = 3$

$y_1 = 3$, $y_2 = 7$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{7-3}{3-1} = \frac{4}{2}$$

$$m = 2$$

2) Find the slope. $(-1,-2)$, $(-5,-8)$.

$x_1 = -1$, $x_2 = -5$

$y_1 = -2$, $y_2 = -8$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{-8-(-2)}{-5-(-1)} = \frac{-8+2}{-5+1} = \frac{-6}{-4}$$

$$m = \frac{6}{4} \Longrightarrow m = \frac{3}{2}$$

الأسس Exponential.

قوانين الأسس :

1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

2) $\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

3) $(a^m)^n = a^{m \times n}$

4) $(a)^0 = 1$

Examples:-

1) $2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5}$

2) $\dfrac{5^2 \cdot 5^3}{5^5} = \dfrac{5^{2+3}}{5^5} = \dfrac{5^5}{5^5}$

$= 5^{5-5}$

$= 5^0$

$= 1$

الصيغة العلمية Scientific notation

Examples:-

11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

1) 91,000,000,000

9.1×10^{10}

9 8 7 6 5 4 3 2 1

2) 723,000,000

هنا

7.23×10^{8}

للتحويل في هذه الأمثلة يستلزم عدّ المنازل كما بالشكل ومن ثم تحرك الفاصلة إلى العدد ماقبل الأخير (التحرك يكون من اليمين إلى اليسار، خاص بالأعداد الصحيحة.

Examples:-

1 2 3 4 5 6 7

1) 0.0000032

3.2×10^{-6}

1 2 3 4 5 6 7

2) 0.0000325

3.25×10^{-5}

للتحويل في هذه الأمثلة يستلزم عدّ المنازل كما بالشكل ومن ثم التحرك بالفاصلة إلى العدد الثاني أي توضع الفاصلة بعد أول عدد (التحرك يكون من اليسار إلى اليمين). خاص بالأعداد العشرية.

Nada G.Youssef

Week 4

كثيرات حدود . playnomials

Examples: $2x^4 + 3x^2 + 2x + 8$ → حد مطلق

كثيرات حدود من الدرجة الرابعة .

1) $(2x^3 + 3x^2 + 8x - 2) + (8x^3 - 2x^2 + 9x - 3)$

$-10x^3 + x^2 + 17x - 5$.

2) $(2x^5 + 3x^3 + 2x + 4) + (2x^3 - 5x - 8)$.

$-2x^5 + 5x^3 - 3x - 4$.

3) $(8x^3 - 2x^2 - 5) - (2x^3 - 4x^2 + 2x + 10)$.

$-6x^3 + 2x^2 + 2x - 15$

التمارين السابقة قمنا بتجميع الحدود المتشابهة وكتابتها على صيغة معادلة ابتداءً من الدرجة العالية .

Examples: Multiply اضرب

1) $(x+1)(x+2)$.

$= x^2 + 2x + x + 2$

$= x^2 + 3x + 2$

2) $(2x+2)(x^2 + x + 3)$

$= 2x^3 + 2x^2 + 6x + 2x^2 + 2x + 6$

$= \dfrac{2x^3 + 4x^2 + 8x + 6}{2}$ للتبسيط .

$= x^3 + 2x^2 + 4x + 3$.

Examples: Divide . اقسم

1) $\dfrac{8x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 2x}{2x}$ هنا قسمنا على 2 وقمنا باستخدام قوانين الأسس

$= 4x^3 + 2x^2 + 4x + 1$

2) $\dfrac{4x^3y^2 + 8x^2y^2 + 4xy^2 + 4x^2y + 10xy}{2xy}$

$= 2x^2y + 4xy + 2y + 2x + 5$

Write the polynomials in the Exact form.

اكتب كثيرات الحدود على الصورة الأساسية .

Examples:

$2x^3 + 5x^2 - 3x + 8x^2 - 7x + 10$

$= 2x^3 + 13x^2 - 10x + 10$

قمنا بتجميع الحدود المتشابهة فقط وكتابتها ابتداءً بالدرجة العالية على صورة معادلة .

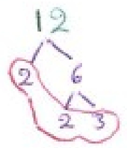
Nada G.Youssef

Week 6

التحليل Fractorazation.

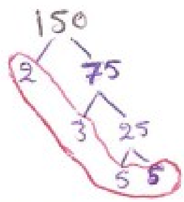
Examples: Factor. حل

1) 12.



$12 = 2 . 2 . 3$

2) 150.



$150 = 2 . 3 . 5 . 5$

Examples: Factor.

1) $x^2 + 5x$

$x(x+5)$

If $x \cdot y = 0$ then

$x = 0,\ y = 0$ or $x = y = 0$

Examples: Solve حل:

1) $(x-2)(x-3) = 0$

$x - 2 = 0 \implies x = 2$

$x - 3 = 0 \implies x = 3.$

Examples: Factor. حل.

1) $x^2 - 7x + 6$ $\qquad -1 \cdot -6 = -6$

$(x-1)(x-6)$ $\qquad -1 - 6 = -7.$

2) $x^2 - x - 12$ $\qquad 3 \cdot -4 = -12$

$(x+3)(x-4)$ $\qquad 3 - 4 = -1$

Examples: Solve.

1) $x^2 - 7x - 6 = 0.$

$(x-1)(x-6) = 0$

$x - 1 = 0 \implies x = 1$

$x - 6 = 0 \implies x = 6.$

2) $x^2 - x - 12 = 0$

$(x-4)(x+3) = 0$

$x - 4 = 0 \implies x = 4$

$x + 3 = 0 \implies x = -3$

حامل فرق مربعين Defference

Examples: Factor. حل.

1) $x^2 - 16$. فقط نحلل الإشارة السالبة.

$(x-4)(x+4)$. أما الموجبة فلا.

2) $x^2 - 49$ وفقط تكون على هذه الصورة.

$(x-7)(x+7)$ لا غيرها

3) $x^2 + 81$

It's prime.

Examples: Solve. حل:

$x^2 - 16 = 0$

$(x-4)(x+4) = 0$

$x - 4 = 0 \implies x = 4$

$x + 4 = 0 \implies x = -4$

Examples: Simplify. بسط

1) $\dfrac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9} =$ أول عملية هي تحليل البسط والمقام

$= \dfrac{(\cancel{x-3})(x-2)}{(\cancel{x-3})(x+3)}$ الحدود المتشابهة تلغي بعضها وتحذف

$= \dfrac{(x-2)}{(x+3)}$ هذا المتبقي.

Nada G.Youssef

Simplify.

2) $\dfrac{x^2-2x-3}{x^2+2x+1}$

$= \dfrac{\cancel{(x+1)}(x-3)}{\cancel{(x+1)}(x+1)}$

نحلل البسط والمقام ومن ثم نحذف المتشابهة (واحد من البسط مع واحد من المقام).

$= \dfrac{(x-3)}{(x+1)}$

3) $\dfrac{x^2-1}{x^2-9} \div \dfrac{x^2-2x+1}{x^2+x-6}$

نحول علامة القسمة إلى ضرب ونقلب الكسر الثاني.

$\dfrac{x^2-1}{x^2-9} \times \dfrac{x^2+x-6}{x^2-2x+1}$

نحلل البسط والمقام.

$= \dfrac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{(x+3)}(x-3)} \times \dfrac{(x-2)\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x-1)}(x-1)}$

نحذف الحدود المتشابهة ونكتب المتبقي.

$= \dfrac{(x+1)(x-2)}{(x-3)(x-1)}$

GCF المعامل المشترك الأكبر نأخذ العدد المتشابه فقط.

LCM المضاعف المشترك الأصغر. نأخذ العدد المتشابه والغير متشابه

Examples: Find GCF and LCM.

1) 12, 16

$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$

$16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

$GCF = 2 \cdot 2 = 4.$

$LCM = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 48.$

2) 20, 30.

$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

$GCF = 2 \cdot 5 = 10$

$LCM = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 = 60.$

Examples: Find GCF, LCM

1) x^2-4, x^2-5x+6

هنا نعمل تحليل.

$x^2-4 = (x-2)(x+2)$

$x^2-5x+6 = (x-3)(x-2)$

$GCF = (x-2).$

$LCM = (x-2)(x-3)(x+2).$

Examples: add اجمع

1) $\frac{4}{xy^2} + \frac{6}{x^2y}$.

لجمع هذه الصيغة ينبغي توحيد المقامات
ولتوحيد المقامات ينبغي اولاً إيجاد
المضاعف المشترك الأصغر
وذلك بتحليل المقام كلاً على حدا.

LCM

$xy^2 = x \cdot y \cdot y$

$x^2y = x \cdot x \cdot y$

$LCM = x \cdot y \cdot x \cdot y = x^2 \cdot y^2$.

ناتج LCM هو المقام الموحد وبالتالي ننظر الى المقام وماينقصه

$= \frac{4}{xy^2} + \frac{6}{x^2y}$.

١- الكسر الاول ينقصه x بالمقام
٢- الكسر الثاني ينقصه y بالمقام
ولا ننسى الضرب يشمل البسط
(اللي نضربه بالمقام نضربه بالبسط)

$= \frac{4x}{x^2y^2} + \frac{6y}{x^2y^2}$

$= \frac{4x+6y}{x^2y^2}$.

2) $\frac{3}{x^2-9} + \frac{2}{x+3}$

LCM

$x^2-9 = (x+3)(x-3)$

$x+3 = (x+3)$

$LCM = (x+3)(x-3) = (x^2-9)$.

$\frac{3}{x^2-9} + \frac{2(x-3)}{(x+3)(x-3)}$

الكسر الثاني ينقصه (x-3) حتى يصبح على الصورة x^2-9

$= \frac{3}{x^2-9} + \frac{2x-6}{x^2-9} = \frac{2x-3}{x^2-9}$

Examples: Subtract. اطرح.

1) $\frac{4-x}{x-9} - \frac{3x-8}{9-x}$

المقام هنا مختلف وبالتالي أبسط الطرق هي تغيير عملية
الطرح إلى جمع ومن ثم تعديل المقام ليتشابه الكسر الأول

$= \frac{4-x}{x-9} + \frac{3x-8}{x-9}$

$= \frac{4-x+3x-8}{x-9}$

نجمع الحدود المتشابهة في البسط

$= \frac{2x-4}{x-9}$

Examples: Solve. حل

1) $\frac{t+2}{5} - \frac{t-2}{4} = 1$

LCM

$5 = 1 \cdot 5$

$4 = 2 \cdot 2$

$LCM = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 = 20$.

$\frac{4\times(t+2)}{4\times 5} - \frac{(t-2)\times 5}{5\times 4} = 1$

ينقص الكسر الأول 5
وينقص الكسر الثاني 4

$= \frac{4t+8}{20} - \frac{5t-10}{20} = 1$

(دخلنا الإشارة السالبة على الكسر الثاني)

$= \frac{4t+8-5t+10}{20} = 1$

$= \frac{-t+18}{20} = 1$

ضرب طرفين بوسطين

$-t+18 = 20$

$-t = 20-18$

$\frac{-t}{-1} = \frac{2}{-1}$

$\boxed{t = -2}$

منتهى Mid-terms العام.

Examples: Graph...

$y = x + 1$

ونقوم بالرسم (تم حله مسبقاً).

x	y
1	0
0	1
-1	2

ملاحظة في حالة وجود هذه المعادلة وطلب منا الرسم

$2x + 2y = 4$

$2y = 4 - 2x$

$y = 2 - x$

نقوم بحلها وذلك بوضع y في طرف و x بالطرف الآخر وإن وجد معامل لـ y نقوم بالقسمة عليه للطرفين للتخلص منه.

Find GCF and LCM.

$x^2 - 4 \ , \ x + 2$

$x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$

$x + 2 = (x+2)$.

$GCF = (x+2)$.

$LCM = (x+2)(x-2)$.

Factor: $x^5 + 7x^4 + 10x^3$.

$x^3(x^2 + 7x + 10)$.

سحبنا عامل مشترك x^3

$x^3(x+2)(x+5)$

حللنا الذي بداخل القوس.

Order of operation.

$2^3 + 5 \times 2 + (8 - 7)$

$= 8 + 10 + 1$

$= 19$

هذه المسألة مبنية على تطبيق قواعد الفك الأقواس ومن ثم الأس ومن ثم حاصل الضرب ومن ثم الجمع

Find the Scinfific :-

$3.2\overset{7}{0}\overset{6}{0}\overset{5}{0}\overset{4}{0}\overset{3}{0}\overset{2}{0}\overset{1}{0}$

3.2×10^7

في هذا السؤال مطلوب إيجاد الصيغة العلمية.

The End...

Nada G.Youssef

Chapter 7

تعريف المجال (Domain)

هو جميع القيم المسموح بها .

تعريف المدى (Range)

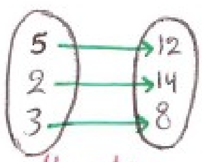
هو جميع القيم الناتجة من الإقتران .

تعريف الدالة (function)

هو العلاقة التي تربط بين عنصر في المجال مع صورة واحدة فقط في المدى .

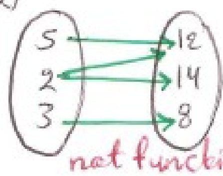
أمثلة :- الدالة function .

1)



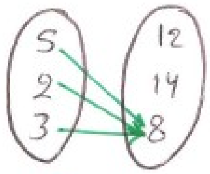
function

2)



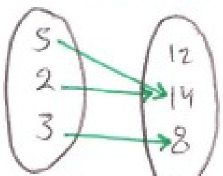
not function

3)



function.

4)



function.

Examples: Solve $f(x) = 2x^2 - 5x$, when.

$f(1) = 2(1)^2 - 5(1)$
$= 2 - 5 = -3$

هنا عوضنا عن قيم x في المعادلة الأساسية التي بالسؤال

$f(-1) = 2(-1)^2 - 5(-1)$
$2 + 5 = 7$.

$f(2) = 2(2)^2 - 5(2)$
$= 2(4) - 10$
$= 8 - 10 = -2$

Examples 2: $g(x) = |x-2|$

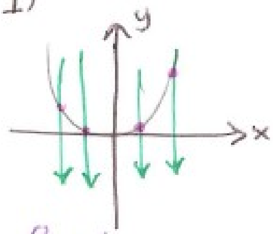
$g(0) = |0-2| = |-2| = 2$

$g(2) = |2-2| = |0| = 0$.

اختبار الخط العمودي :-

Examples:-

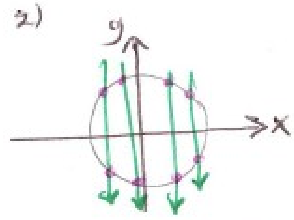
1)



function

لأنها قطعت نقطة

2)



not function.

لأنها قطعت نقاط

Examples. find the domain. أوجد المجال ...

1) $f(x) = 4 + 8x$

$D(x) = \{x \mid x \text{ is all Real number}\}$.

2) find the domain $g(x) = \frac{5}{2x-4}$.

في حالة الدالة دالة كسرية نساوي المقام بالصفر كالتالي :-

$2x - 4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{2} \Rightarrow \boxed{x = 2}$

$D = \{x \mid x \text{ is all } R,\ x \neq 2\}$ خارج المجال

3) $f(x) = \frac{1}{x-1}$.

$x - 1 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1}$.

$D = \{x \mid x \text{ is all } R,\ x \neq 1\}$.

finding the slope. كيفية إيجاد الميل .

* $y = mx + b$ هذه الصورة العامة للمعادلة الخطية.

The slope = m

y-intercepts = b

Examples: Find the slope $9y + 36 - 4x = 0$ أوجد الميل

1) نضع المعادلة على الصورة العامة .

$\frac{9y}{9} = \frac{4}{9}x - \frac{36}{9}$.

$y = \frac{4}{9}x - 4$.

$m = \frac{4}{9}$, $b = -4$

2) $2y - 8x + 10 = 0$.

$2y = 8x - 10$

$\frac{\cancel{2}y}{\cancel{2}} = \frac{8}{2}x - \frac{10}{2}$.

$y = 4x - 5$.

$m = 4$, $b = -5$

كيفية معرفة المتوازي من المتعامد :

المتوازي (parallel)

هو الذي تكون ميله متساوي .

المتعامد (perpendicular)

هو الذي تكون ميله يساوي -1 بعد الضرب .

Examples:

$x + 2y = 5$

$2y = 5 - x$

$\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}}y = \frac{-x}{2} + \frac{5}{2}$.

$\boxed{m_1 = -\frac{1}{2}}$

$2x + 4y = 8$

$4y = -2x + 8$

$\frac{\cancel{4}}{\cancel{4}}y = -\frac{2}{4}x + \frac{8}{4}$.

$y = -\frac{1}{2}x + 2$

$\boxed{m_2 = -\frac{1}{2}}$

$m_1 = m_1$

∴ lines are parallel. متوازي .

Examples: $y = \frac{3}{4}x - 8$

$\boxed{m_1 = \frac{3}{4}}$

$y = \frac{-4}{3}x + 7$.

$\boxed{m_2 = \frac{-4}{3}}$

$\therefore m_1 \times m_2 = \frac{3}{4} \times \frac{-4}{3}$

$= \frac{-12}{12}$

$= -1$

lines are perpendicular. متعامد

متقاطع .

Nada G.Youssef

إيجاد المعادلات للخطوط :- ٣ طرق .

∴ Finding Equation of lines: $y = mx + b$.

Examples: Find the equation of line, slope -5, y-intercep is $(0,5)$.

$y = mx + b$. $m = -5$, $\underset{}{\overset{\text{y-intercepte}}{(0,b)}} = (0,5)$.

$\boxed{y = -5x + 5}$

أول طريقة السؤال كان به الميل ونقطة ، الحل (كتابة الصورة العامة ومن ثم كتابة ما جاء بالسؤال (تعويض مباشر .

مهم جداً ان تكون النقطة هنا $(0,b)$

صفر

2) the slope $m = -2$, $(2,8)$. ٢) طريقة ثانية .

$y = mx + b$.

$y = -2x + b$.

$8 = -2(2) + b$.

$8 = -4 + b$

$8 + 4 = b$

$\boxed{12 = b}$

هنا السؤال كان الميل ونقطة (x,y) يعني عددين وبالتالي ، الحل التعويض بالميل والنقطتين $(\underset{x}{2}, \underset{y}{8})$ في الصورة العامة لاستخراج b .

عند استخراج b نكتب المعادلة على الصورة العامة النهائية .

$\therefore \boxed{y = -2x + 12}$

3) $(\overset{x_1}{2}, \overset{y_1}{5})$ and $(\overset{x_2}{4}, \overset{y_2}{7})$. ٣) طريقة ثالثة :

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m = \frac{7 - 5}{4 - 2} = \frac{2}{2} = 1$

هنا ينبغي أولاً إيجاد الميل m من القانون العام الميل .

$\boxed{m = 1}$

* $\boxed{y = x + b}$

أوجدنا الميل وبالتالي ينبغي إيجاد b وذلك باختيار أحد النقطتين والتعويض عنها بالمعادلة *

$(\overset{x}{2}, \overset{y}{5})$

$y = x + b$

$5 = 2 + b$

$5 - 2 = b$

$\boxed{3 = b}$.

$\therefore \boxed{y = x + 3}$.

هنا حل المعادلات بالنسبة لـ y أي ترتيبها لتكون على الصورة.

$$y = mx + b.$$

Solve the equation for y :

Examples: $2x - y = 7$.

$$\frac{-y}{-1} = \frac{7}{-1} - \frac{2x}{-1}$$

$$y = -7 + 2x$$

$$\boxed{y = 2x - 7}$$

2) $x - 3y = 9$.

$$x - 3y = 9$$

$$\frac{-3y}{-3} = \frac{9}{-3} - \frac{x}{-3}$$

$$y = -3 + \frac{1}{3}x$$

$$\boxed{y = \frac{1}{3}x - 3}$$

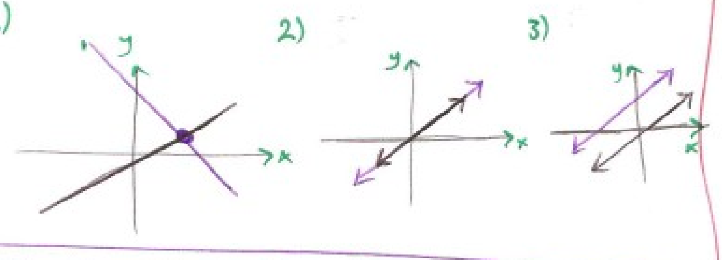
أنظمة المعادلات الخطية :-

١- نظام له حل واحد : متناسق ومستقل Consistant, independent.

c- نظام له عدد لانهائي من الحلول (متناسق وغير مستقل)
Consistant, Dependentet.

٢- نظام لا حل له : غير متناسق ومستقل
in Consistant, independentet.

1) 2) 3)



Examples: Solve: $6x - 2y = 2$, $9x - 3y = 1$

نحل كل معادلة على حده

$$6x - 2y = 2$$
$$\frac{-2y}{-2} = \frac{2}{-2} - \frac{6x}{-2}$$
$$y = -1 + 3x$$
$$y = 3x - 1$$
$$m = 3$$
$$b = -1$$

$$9x - 3y = 1$$
$$\frac{-3y}{-3} = \frac{1}{-3} - \frac{9x}{-3}$$
$$y = \frac{-1}{3} + 3x$$
$$y = 3x - \frac{1}{3}$$
$$m = 3x$$
$$b = -\frac{1}{3}$$

a) No solution.
b) independent
c) inconsistent

هذه الحالة الثالثة .

نظام لا حل له

2) $2x - 3y = 6$, $3y - 2x = -6$.

$$2x - 3y = 6.$$
$$\frac{-3y}{-3} = \frac{6}{-3} - \frac{2x}{-3}$$
$$y = -2 + \frac{2}{3}x$$
$$y = \frac{2}{3}x - 2$$
$$m = \frac{2}{3},\ b = -2$$

$$\frac{3y}{3} = -\frac{6}{3} + \frac{2x}{3}$$
$$y = -2 + \frac{2}{3}x$$
$$y = \frac{2}{3}x - 2$$
$$m = \frac{2}{3},\ b = -2$$

في حالة تساوي m و b فهذا يعني الحالة الثانية من النظام.

نظام له عدد لانهائي من الحلول.

a) infintenly many solution.
b) Consistant,
c) Dependentet.

حل النظام الثنائي بطريقة التعويض Substitution..

Examples: $x = 8 - 4y$ (1) $3x + 5y = 3$. (2)

هنا سنعوض بدلالة x في (2) بمعنى دمج المعادلتين سويا

$$3x + 5y = 3.$$
$$3(8 - 4y) + 5y = 3.$$
$$24 - 12y + 5y = 3.$$
$$24 - 7y = 3.$$
$$-7y = 3 - 24.$$
$$\frac{-7y}{-7} = \frac{-21}{-7}$$
$$\boxed{y = 3}$$

نعوض عن قيمة y في (1) لإستخراج x

$$x = 8 - 4(3).$$
$$x = 8 - 12$$
$$\boxed{x = -4}$$

$$\therefore (-4, 3).$$

مثال: $x = 3 - 2y$, $4x + 2y = 18$.

حل:

الحل $(5, -1)$

Nada G.Youssef

Elimination. حل النظام الثنائي بطريقة الحذف:

Examples: $2x - 3\cancel{y} = 18 \longrightarrow ①$

$2x + 3\cancel{y} = -6 \longrightarrow ②$

$$\frac{4x}{4} = \frac{12}{4}$$

$$\boxed{x = 3}$$

نعوض عن x في ① أو ②

1) $2x - 3y = 18$

$2(3) - 3y = 18$

$6 - 3y = 18$

$-3y = 18 - 6$

$\frac{-3y}{-3} = \frac{12}{-3}$

$$\boxed{y = -4}$$

$\therefore (3, -4)$.

معلومات وملاحظات مهمة:

1) $2x + 3y = 1 \quad \times -2$

$4x + 6y = 2$

$-\cancel{4x} - \cancel{6y} = -\cancel{2} \longrightarrow 1'$

$\cancel{4x} + \cancel{6y} = \cancel{2}$

$0 + 0 = 0$

في حالة أن الناتج كله أصفار، فإن الحل يكون

infentely many solution.

يعني نظام له عدد لا نهائي من الحلول.

مثال:

$5x - 3y = 19$

$2x - 6y = -2$

الحل $(5, 2)$.

2) $2x - 4y = -5 \quad \times -1$

$2x - 4y = -6$

$-\cancel{2x} + \cancel{4y} = +5$

$\cancel{2x} - \cancel{4y} = -6$

$0 + 0 = -1$

هنا في حالة أن الطرفين غير متساويين فالحل هو

No solution.

يعني نظام لا حل له

Week 10

الاسبوع العاشر: يخص فقط أنظمة المعادلات الثلاثة متغيرات (x, y, z)

Examples: Solve.

أولاً نقوم بترقيم المعادلات

$2x - y - 4z = -12 \rightarrow ①$

$2x + y + z = 1 \rightarrow ②$

$x + 2y + 4z = 10 \rightarrow ③$

Solve 1 + 2

ثانياً: حل ①+②

$$\begin{array}{l} 2x - \cancel{y} - 4z = -12 \\ 2x + \cancel{y} + z = 1 \\ \hline 4x - 3z = -11 \rightarrow ④ \end{array}$$

ثالثاً: حل ②+③ مع ضرب ② $-2\times$

$$\begin{array}{l} -4x - \cancel{2y} - 2z = -2 \\ x + \cancel{2y} + 4z = 10 \\ \hline -3x + 2z = 8 \rightarrow ⑤ \end{array}$$

رابعاً: حل ④+⑤.

$4x - 3z = -11 \quad \times 2$

$-3x + 2z = 8 \quad \times 3$

$$\begin{array}{l} 8x - \cancel{6z} = -22 \\ -9x + \cancel{6z} = 24 \\ \hline \end{array}$$

$\frac{-x}{-1} = \frac{2}{-1}$

$\therefore \boxed{x = -2}$

نعوض عن قيمة x إما في ④ أو ⑤ لاستخراج قيمة z.

4) $4x - 3z = -11$

$4(-2) - 3z = -11$

$-8 - 3z = -11$

$-3z = -11 + 8$

$\frac{-3z}{-3} = \frac{-3}{-3}$

$\therefore z = 1$

أخيراً نعوض عن قيمتي x و z في إحدى المعادلات الثلاث لاستخراج قيمة y.

1) $2x - y - 4z = -12$.

$x = -2$

$z = 1$

$2(-2) - y - 4(1) = -12$

$-4 - y - 4 = -12$

$-y = -12 + 4 + 4$

$\frac{-y}{-1} = \frac{-4}{-1}$

$\therefore y = 4$

$\therefore (x, y, z)$

$(-2, 4, 1)$

في هذا الفصل سنتعلم كيف نكتب فترات المتراجحة وكيف نحدد مناطق الحل:-

تعليمات الفصل:- $<$, $>$, $\geq$, $\leq$

(,) أقواس مفتوحة عند استخدام $<$, $>$.

[,] أقواس مغلقة عند استخدام $\geq$, $\leq$

interval ← فترة.

$(-\infty, \infty)$ تكون الأقواس عندهم مفتوحة دائماً.

Examples: Solve: $x - 8 \leq 17$

$x \leq 17 + 8$

$x \leq 25$

solution = $\{x \mid x \leq 25\}$.

interval = $(-\infty, 25]$.

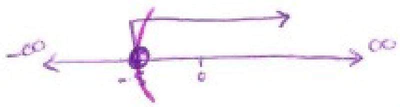
عند كتابة الفترة ينبغي البدء بالعدد الأصغر.

2) $\frac{3}{5} x > -3$.

$5 \times \frac{3x}{5} > -3 \times 5$.

$3x > -15$

$x > -5$



set = $\{x \mid x > -5\}$.

interval = $(-5, \infty)$.

عندما تكون المتراجحة محصورة بين قيمتين لها ٢ حالات:

Examples: $-3 \leq y \leq 4$ توضع صيغة الحل كما هي في السؤال

set = $\{y \mid -3 \leq y \leq 4\}$

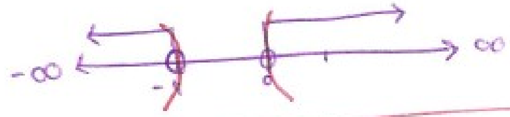
interval = $[-3, 4]$

Examples: $x < -4$ or $x > 0$. (1)

set = $\{x \mid x < -4 \text{ or } x > 0\}$.

interval = $(-\infty, -4) \cup (0, \infty)$.

عند وجود or بالسؤال نضع الرمز ∪ (إتحاد) للربط بين الفترتين وتكون الرسمة.



Examples: $-18 \leq -2x - 7 < 0$ (2)

$7 - 18 \leq -2x < 0 + 7$.

$-11 \leq -2x < 7$.

$\frac{11}{2} \geq x > \frac{-7}{2}$

set = $\{x \mid \frac{11}{2} \geq x > \frac{-7}{2}\}$

interval = $(\frac{-7}{2}, \frac{11}{2}]$.

examples: $\frac{2x-5}{6} \leq -3$ or $\frac{2x-5}{6} \geq 4$ (3)

$\frac{2x-5}{6} \leq -3$

$2x - 5 \leq -18$.

$2x \leq -18 + 5$

$2x \leq -13$

$x \leq \frac{-13}{2}$

$\frac{2x-5}{6} \geq 4$

$2x - 5 \geq 24$

$2x - \cancel{5} + \cancel{5} \geq 24 + 5$

$2x \geq 29$

$x \geq \frac{29}{2}$.

set = $\{x \mid x \geq \frac{29}{2} \text{ or } x \leq -\frac{13}{2}\}$.

interval = $(-\infty, -\frac{13}{2}] \cup [\frac{29}{2}, \infty)$.

* يجب الانتباه جيداً لإشارة المتراجحة عند كتابة الفترات.

* لكتابة الحل نفسه عندما يكون السؤال محتوي على or.

Nada G.Youssef

System of Inequalities.

نظام ثنائي الرسم في المتراجحات:

خطوات الحل:

١- نقوم بإزالة اشارة المتراجحة واستبدالها بإشارة المساواة.

٢- نقوم بحل المعادلات كل واحدة على حده بالنسبة لـ y.

٣- نقوم بفرض نقاط للرسم والتعويض في كل معادلة

٤- نقوم برسم المعادلتين على منحنى واحد.

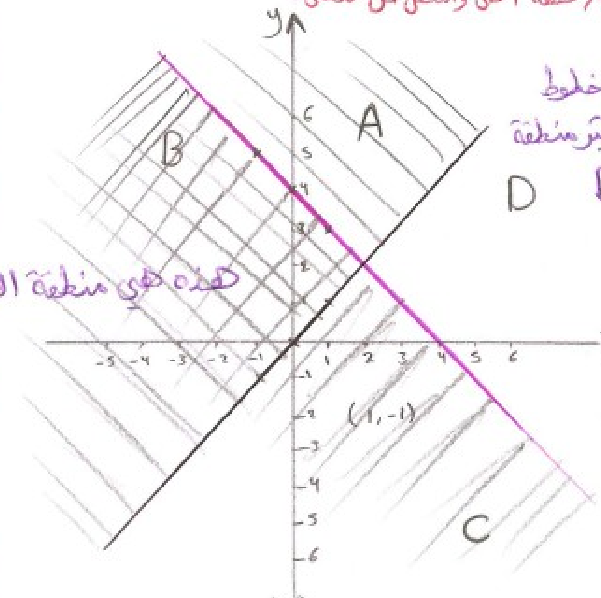
Examples: $y \geq x$, $y \leq -x+4$.

$y = x$ 1 , $y = -x+4$ B 2

x	y
0	0
1	1
-1	-1

x	y
0	+4
1	3
-1	+5

الرسم / ينبغي بعد الرسم تحديد منطقة الحل من الأربع مناطق. وذلك باختيار نقطة أعلى وأسفل كل منحنى.



عند تلاقي خطوط التظليل تعتبر منطقة الحل هي B

* المقصود بأعلى وأسفل المنحنى

1) المنحنى الأول النقطة أسفل المنحنى

$(1,-1)$ نعوض عنها في $y \geq x$ ، $-1 \geq 1$ وهذا يعني أن العبارة خاطئة. فسالب واحد ليس أكبر من واحد، يعني الحل بأعلى المنحنى.

2) المنحنى الثاني النقطة أسفل المنحنى أيضاً

$(1,-1)$ نعوض عنها في $y \leq -x+4$ ، $-1 \leq -1+4$ ، $-1 \leq 3$ هذا يعني أن العبارة صحيحة فالثلاثة أكبر من -1.

(9.3) القيمة المطلقة للمتراجحة "مهم جداً".

ينبغي معرفة أن القيمة المطلقة دوماً ينتج عنها قيمتين.

1) $|5x+2| \leq 3$

$|5x+2| \leq 3$ or $|5x+2| \leq -3$

$5x+2 \leq 3$ | $5x+2 \leq -3$

$5x \leq 3-2$ | $5x \leq -3-2$

$5x \leq 1$ | $5x \leq -5$

$x \leq \frac{1}{5}$ | $x \leq -1$

2) $|2x+3| \leq 4$

مهم جداً: عندما يكون السؤال على هذه الصيغة وإشارة المتراجحة $\leq$ ، $\geq$ يتم وضع المسألة على هذه الصورة (أي حصر المسألة بين القوسين)

$$-4 \leq |2x+3| \leq 4$$
$$-4 \leq 2x+3 \leq 4$$
$$-3-4 \leq 2x \leq 4-3$$
$$-7 \leq 2x \leq 1$$
$$-\frac{7}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$$

Set = $\{x \mid -\frac{7}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}\}$.

interval = $[-\frac{7}{2}, \frac{1}{2}]$.

3) $|4-3y| > 8$.

مهم جداً في حالة عدم وجود إشارة المساواة في المتراجحة $>$ ، $<$ توضع or عند كتابة العدد بإشارة سالبة مع قلب إشارة المتراجحة.

$|4-3y| > 8$ or $|4-3y| < -8$

$4-3y > 8$ | $4-3y < -8$

$-3y > 8-4$ | $-3y < -8-4$

$-3y > 4$ | $-3y < -12$ قلبت الإشارة للقسمة على سالب -3

$y < -\frac{4}{3}$ | $y > 4$

set = $\{y \mid y < -\frac{4}{3}$ or $y > 4\}$, interval = $(-\infty, -\frac{4}{3}) \cup (4, \infty)$

لتحويل الجذور إلى أسس أو العكس.

قانون مهم

$$\boxed{\sqrt[a \leftarrow \text{مقام}]{x^{\overset{b}{\underset{\text{بسط}}{\downarrow}}}} = x^{\frac{b}{a}}}$$

Examples:- أمثلة:-

1) $\sqrt{25} = (25)^{\frac{1}{2}} = 5$ — $\sqrt{\ }$ هذا الجذر يعني تربيعي أسه 2

2) $\sqrt[3]{8} = (8)^{\frac{1}{3}} = 2.$

3) $\sqrt[4]{16} = (16)^{\frac{1}{4}} = 2.$

Examples: Simplify: بسّط النتيجة

1) $\sqrt[3]{40y^3} = \sqrt[3]{2.2.2.5.y.y.y.}$

$= 2y\sqrt[3]{5}.$

طريقة حل السؤال مهم جداً.-

1- نقوم بتحليل العدد الذي بداخل الجذر، وفك أي رمز يحمل أس مثل الـ y.

2- ملاحظة مهمة / عندما يتم فك العدد والرمز نقوم بإحتساب وعدد كل عدد ورمز بناءاً على أس الجذر.- مثال:-

1) $\sqrt[3]{\underbrace{4.4.4}_{4}.4} = 4\sqrt[3]{4}$

2) $\sqrt[5]{\underbrace{2.2.2.2.2}_{2}.2.2} = 2\sqrt[5]{4}.$

بمعنى **كل** ٣ أربعات تُخرج بأربعة واحدة بناءاً على الأس يعني الأس كان ٣ كما بالمثال الأول وعددت ٣ من الأربعة وخرجت بواحدة 4

وكذلك بالمثال الثاني الأس 5، فكل 5 من العدد 2 تساوي 2 واحدة.. وهكذا إن توفر أي رمز مع العدد.

Examples: $\sqrt[4]{162c^4.d^6}.$

$\sqrt[4]{2.\underbrace{3.3.3.3}_{3}.\underbrace{c.c.c.c}_{c}.\underbrace{d.d.d.d}_{d}.d.d.}$

$= 3cd\sqrt[4]{2d^2}.$

التعبيرات الجذرية الجبرية:-

Examples: أمثلة على الجذور:-

1) $\sqrt{25} = 5$

2) $\sqrt{100} = 10$

3) $\sqrt{625} = 25$

4) $\sqrt[3]{27} = 3$

5) $\sqrt[3]{8} = 2$

6) $\sqrt[4]{16} = 2$

هذا السؤال يُحل عن طريق الآلة الحاسبة.

أما الجذور $\sqrt[3]{\ }$, $\sqrt[4]{\ }$, $\sqrt[5]{\ }$... الخ يتم استخدام الآلة على النحو التالي:- يتم إدخال الرمز $\sqrt[\square]{\ }$ الفارغ بالضغط على Shift ثم $x^{\square}$، ومن ثم يتم تعبئة الرمز $\sqrt[\square]{\ }$ كما في السؤال.

Find the function: أوجد قيمة الدالة المعطاة.-

* $F(x) = \sqrt{5x-10}$ when $f(x) = 6, 2, 1$

$f(6) = \sqrt{5(6)-10} = \sqrt{30-10} = \sqrt{20}.$

$f(2) = \sqrt{5(2)-10} = \sqrt{10-10} = \sqrt{0} = 0.$

$f(1) = \sqrt{5(1)-10} = \sqrt{5-10} = \sqrt{-5}$ ✗ not define

هذا الحل غير معرّف

ملاحظة/ يجب أن يكون ما تحت الجذر التربيعي $\geq$ (أكبر) من الصفر ويُقصد الجذور التي أسها زوجي $\sqrt{\ }, \sqrt[4]{\ }, \sqrt[6]{\ }, \sqrt[8]{\ }$

Find f(x) أوجد. مثال على جذر ذا أس فردي.

* $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$, $f(x) = 7, -9, 26, -65.$

$f(7) = \sqrt[3]{7+1} = \sqrt[3]{8} = 2.$

$f(-9) = \sqrt[3]{-9+1} = \sqrt[3]{-8} = -2.$

$f(26) = \sqrt[3]{26+1} = \sqrt[3]{27} = 3.$

$f(-65) = \sqrt[3]{-65+1} = \sqrt[3]{64} = -4.$

Examples : Simplify .. بسّط

1) $\sqrt[6]{\dfrac{x^{13}}{y^6 z^{12}}}$

هنا وزعنا الجذر السادس على البسط والمقام.

$$= \frac{\sqrt[6]{x^{13}}}{\sqrt[6]{y^6 \cdot z^{12}}} = \frac{\sqrt[6]{x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x}}{\sqrt[6]{\underbrace{y\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y}_{y}\cdot\underbrace{z\cdot z\cdot z\cdot z\cdot z\cdot z}_{z}\cdot\underbrace{z\cdot z\cdot z\cdot z\cdot z\cdot z}_{z}}}$$

$$= \frac{x^2\sqrt[6]{x}}{y z^2}.$$

هناك طريقة أخرى :-

عندما يتوافق أس العدد أو الرمز مع أسّ الجذر فإننا نقوم بالقسمة عليه مثال :-

1) $\sqrt[3]{9^{10}} \longrightarrow 10-1 = 9 \div 3 = 3.$

$= 3\sqrt[3]{9}$ طرحنا من الـ 10 واحد وقسمنا 9 على 3 و هي أس الجذر.

2) $\sqrt[6]{y^6 \cdot 2^6} = y \cdot 2.$ هنا توافق أسّ العدد والرمز مع أس الجذر فلغوا بعض

Solve : حلّ

1) $\sqrt{x+2} = 4.$

للتخلص من الجذر نقوم بتربيع الطرفين.

$(\sqrt{x+2})^2 = (4)^2.$

$x+2 = 16.$

$x = 16-2$

$\boxed{x = 14}$

ومن ثم ننقل العدد إلى الجهة الأخرى مع قرينه من الأعداد وإيجاد المجهول.

Solve : حلّ

2) $\sqrt{y+7} - 4 = 4.$

أولاً نقوم بنقل -4 إلى الطرف الآخر وعند النقل تتغير الإشارة.

$= \sqrt{y+7} = 4+4.$

$= \sqrt{y+7} = 8.$

الآن نقوم بتربيع الطرفين للتخلص من الجذر.

$= (\sqrt{y+7})^2 = (8)^2.$

$y+7 = 64.$

$y = 64-7$

$\boxed{y = 57}.$

.. انتهى ..

معلومات هامة خاصة بالأسبوع ال 12

Example: $\sqrt{y-3} = -2$

هذه لا حل لها وتعتبر صيغة خاطئة.
لأن الجذور التربيعية لا تساوي عدد سالب، ولكنه عند التعويض سيكون الناتج مخالف للسؤال.

عندما يُطلب منا الرسم لابد من إيجاد الدومين Domain والمدى.

Examples: $\sqrt{3x+9}$

$3x+9 \geq 0$

$\frac{3x}{3} \geq \frac{-9}{3}$

$x \geq -3$

interval $[-3, \infty)$

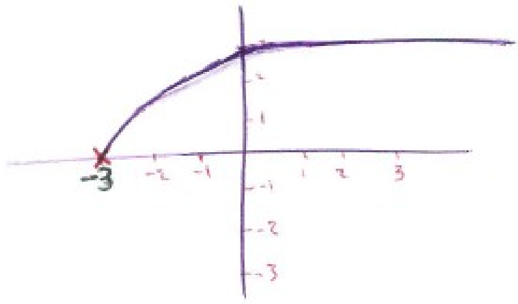
للرسم نفرض نقاط.

نعتمد أولاً على الرسم

x	y
-3	0
0	3
1	$\sqrt{12} = 3.4$
2	$\sqrt{15} = 3.8$

نكتفي كحد أقصى نقطتين للتعويض.

شكل المنحنى للجذور التربيعية.



Examples:

1) $\sqrt[7]{(x+1)^5} = (x+1)^{\frac{5}{7}}$

2) $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$

Examples:

1) $x^{-\frac{1}{7}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{7}}} = \frac{1}{\sqrt[7]{x}}$

2) $8y^{-\frac{1}{5}} = \frac{8}{y^{\frac{1}{5}}} = \frac{8}{\sqrt[5]{y}}$

قواعد مهمة :- الجذور توزع في الضرب والقسمة فقط.

1) $\sqrt{a.b} = \sqrt{a}.\sqrt{b}$

2) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

مقام $\sqrt[a]{x^b} = x^{\frac{b}{a}}$ قانون للتحويل.

بسط

factor: قوانين التحليل للأسبوع 4,5,6 الإشارات

1) $x^2 + bx + c = 0$
$(x+\ )(x+\ )$

2) $x^2 - bx - c = 0$
$(x-\ )(x+\ )$
العدد الأكبر يكون مع الإشارة السالبة.

3) $x^2 - bx + c = 0$
$(x-\ )(x-\ )$.

4) $x^2 + bx - c = 0$
$(x+\ )(x-\ )$
العدد الأكبر يكون مع الإشارة الموجبة.

مهم جداً تحفظ

كيف يتم التحليل. x^2+5x+6

1- نأخذ C ونشوف حاصل ضرب العدد بمعنى أي $6 = C$

2×3
1×6
-2×-3

2- العدد C بعد استخراج ضرب العدد نحاول جمعهم للحصول على $5 = b$

$-2-3 = -5$ ✗
$1+6 = 7$ ✗
$2+3 = 5$ ✓

$\therefore (x+2)(x+3)$ ✓

Basic of Solving Quadtic

أساسيات في حل المعادلات التربيعية.

Examples:

1) $\sqrt{4} = 2$

2) $\sqrt{16} = 4$

3) $\sqrt{-4} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = 2i$

ملاحظة: $i = \sqrt{-1}$ وهذا يعني أن أي جذر سالب مضروب بـ i

4) $\sqrt{-16} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{-1} = 4i$

5) $\sqrt{-100} = 10i$

Solve: $x^2 = 25$

$$x^2 - 25 = 0$$

1- نقوم بإرجاع ونقل العدد للطرف الثاني ومساواة المعادلة بصفر

$$(x-5)(x+5) = 0$$

2- هذه الصيغة * تعتبر صيغة فرق مربعين (موجودة في الأسبوع السادس)

$$x - 5 = 0 \Longrightarrow x = 5$$

$$x + 5 = 0 \Longrightarrow x = -5.$$

حل بطريقة أخرى...

$$x^2 = 25$$

$$\sqrt{x^2} = \pm\sqrt{25}$$

أخذ الجذر التربيعي للطرفين.

$$x = \mp 5.$$

Examples: Solve.. $9x^2 + 25 = 0$. حل

$$9x^2 + 25 = 0.$$

$$\frac{9x^2}{9} = -\frac{25}{9}$$

التخلص من 9 الموجودة مع x نقسم على 9 للطرفين.

$$x^2 = -\frac{25}{9}$$

$$x^2 = \frac{-25}{9}$$

نأخذ الجذر التربيعي.

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{\frac{-25}{9}}.$$

$$x = \pm\frac{5i}{3}.$$

Solve: $(x-9)^2 = 81$

$$(x-9)^2 = 81$$

نأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$\sqrt{(x-9)^2} = \sqrt{81}$$

$$x - 9 = \pm 9$$

إما

$$x - 9 = 9 \Longrightarrow x = 9 + 9 \Longrightarrow x = 18.$$

أو

$$x - 9 = -9 \Longrightarrow x = -9 + 9 \Longrightarrow x = 0.$$

Solve: $x^2 - 4x + 3 = 0$

هذا التمرين مثل اللي موجود بالأسابيع 6, 5, 4 ، تحليل (factor)

$$(x-1)(x-3) = 0.$$

$$x - 1 = 0 \Longrightarrow \boxed{x = 1}$$

$$x - 3 = 0 \Longrightarrow \boxed{x = 3}.$$

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

القانون العام يُحفظ

نستخدم هذا القانون في حل المعادلات التي على الصورة.

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

في حالة عدم القدرة على تحليل المعادلة يتم استخدام هذا القانون لإيجاد الحل..

Solve : $x^2 - 4x + 3 = 0$

الحل بطريقة القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

١- أولاً ينبغي معرفة ماهية الرموز a, b, c

a تمثل معامل x^2 الطرف الأول

b تمثل معامل x الطرف الثاني

c تمثل معامل الطرف الثالث

$a = 1, \; b = -4, \; c = 3$

نطبق على القانون .

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(3)}}{2(1)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2}$$

$$x_1 = \frac{4+2}{2} = \frac{6}{2} = \boxed{3}$$

or

$$x_2 = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = \boxed{1}$$

وهذه النواتج شبيهة تماماً بالسؤال السابق

Solve : $x^2 - 6x - 4 = 0$ مثال آخر على القانون العام

$a = 1, \; b = -6, \; c = -4$.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{36 + 16}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{52}}{2}$$

نحلل العدد $4 \times 13 = 52$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{13 \cdot 4}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{13} \cdot \sqrt{4}}{2}$$

سحبنا الـ 2 عامل مشترك .

$$= \frac{6 \pm 2\sqrt{13}}{2} = \frac{\cancel{2}(3 \pm \sqrt{13})}{\cancel{2}}$$

هنا الـ 2 تُلغى $\frac{2}{2} = 1$

$$\boxed{x = 3 \pm \sqrt{13}}$$

$x_1 = 3 + \sqrt{13}$

or

$x_2 = 3 - \sqrt{13}$

Examples : Solve $\frac{1}{y} + \frac{1}{y+2} = \frac{1}{3}$.

سؤال مهم جداً..

$LCM = 3y(y+2) \xrightarrow{\text{المقام الموحد}}$

١- يجب توحيد المقامات ، وعند التوحيد يضرب البسط والمقام بنفس القيمة

$$3\cancel{y}(y+2) \cdot \left(\frac{1}{\cancel{y}}\right) + 3y(\cancel{y+2}) \cdot \left(\frac{1}{\cancel{y+2}}\right) = \cancel{3}y(y+2) \cdot \frac{1}{\cancel{3}}$$

$3(y+2) + 3y = y(y+2) \longrightarrow$ * نفك الأقواس

$3y + 6 + 3y = y^2 + 2y$.

نجمع الحدود المتشابهة .

$y^2 + 2y = 6y + 6$.

نرتب المعادلة على الصورة $ax^2 + bx + c$.

$y^2 + 2y - 6y - 6 = 0$

$y^2 - 4y - 6 = 0$.

$a = 1, \; b = -4, \; c = -6$.

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

تتغير وفقاً للمتغير بالسؤال

$$y = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(-6)}}{2(1)}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 24}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{40}}{2} \Rightarrow \frac{4 \pm \sqrt{4 \cdot 10}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{2} \Rightarrow \frac{\cancel{2}(2 \pm \sqrt{10})}{\cancel{2}}$$

$\boxed{y = 2 \pm \sqrt{10}} \longrightarrow$ نفصل الحل على هذه الطريقة وقد نتركه كما هو

$y_1 = 2 + \sqrt{10}$

or

$y_2 = 2 - \sqrt{10}$

مع تمنياتي لكم بالتوفيق

Nada G.Youssef

Week 13

هذا تمرين يخص الأسبوع الثالث عشر، أي الأسبوع الأخير.
ووجب التنبيه وإدراجه..

Examples: $2x^2 - 3 = 0$

1) $2x^2 = 3$

2) $\frac{\cancel{2}x^2}{\cancel{2}} = \frac{3}{2}$

$x^2 = \frac{3}{2}$

3) $\sqrt{x^{\cancel{2}}} = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}$

4) $x = \pm\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \pm\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \pm\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{4}} = \pm\frac{\sqrt{6}}{2}$

$\therefore x = \pm\frac{\sqrt{6}}{2}$

١- قمنا بنقل 3- إلى الطرف الثاني «مع الانتباه أنه عند نقل أي عدد أو رمز من طرف لآخر يجب تغيير إشارته»

٢- قمنا بالقسمة على 2 الطرفين للتخلص من معامل x^2

٣- قمنا بوضع الجذر التربيعي للطرفين للتخلص من التربيع «الأس» لـ x^2

٤- قمنا باستخدام قاعدة توزيع الجذر على الكسر ومن ثم بالضرب بسطاً ومقاماً في الجذر الموجود في المقام «يسمى إنطاق مقام» للتخلص من الجذر الذي بالمقام

Examples:

تمارين على طريقة ضرب الجذور

1) $2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 2(\sqrt{3} \times \sqrt{3}) = 2\sqrt{9} = 2 \times 3 = 6.$

2) $\sqrt{4} \times \sqrt{5} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{20}$

3) $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{2 \times 2} = \sqrt{4} = 2$