محلولة النشاط المطورة
لبحث النسبية الخاصة

نشاط 1

1)

$t_0 = 3$ سنة
$t = 9$ سنة
$\Rightarrow t = \gamma t_0$

$9 = \gamma (3) \Rightarrow \gamma = 3 \Rightarrow$

$$3 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 9 = \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{9} = 1-\frac{v^2}{c^2} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1-\frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$v^2 = \frac{8}{9}c^2 \Rightarrow v = \frac{2\sqrt{2}}{3}c$$

2)

$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

نحسب γ:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\frac{19}{20}\cancel{c^2}}{\cancel{c^2}}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{19}{20}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{20}}} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{10}{2\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}\ m$$

$$L = \sqrt{5} \simeq 2.23\ m > 2\ m$$

السارية تعبر الحجرة

3)

ساكن $L_0 = 5a$

متحرك $L = 2a$

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \Rightarrow \cancel{2a} = \frac{5\cancel{a}}{\gamma} \Rightarrow$$

$$\gamma = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

نربع الطرفين:

$$\frac{25}{4} = \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow$$

$$1-\frac{v^2}{c^2} = \frac{4}{25} \Rightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1-\frac{4}{25}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = \frac{21}{25} \Rightarrow v^2 = \frac{21}{25}c^2$$

$$v = \frac{\sqrt{21}}{5}c \quad m.s^{-1}$$

4)

$$\Delta m = \frac{E_K}{c^2} = \frac{162\times10^{-16}}{9\times10^{16}}$$

$$\Delta m = 18\times10^{-32}\ kg$$

كل $9\times10^{-31}\ kg$ تزداد كتلة الالكترون $18\times10^{-32}\ kg$

كل $100\ kg$ ← x

$$x = \frac{18\times10^{-32}\times100}{9\times10^{-31}} = 20\ \%$$

نشاط 2:

1) الكتلة - جهاز المقارنة - الأدوات

2) كتلة - E_K - c^2

3) سرعة المنبع الضوئي - سرعة المراقب

نشاط 3:

1) الالكترون

$$E_0 = m_0 c^2 = 9 \times 10^{-31} \times 9 \times 10^{16}$$

$$= 81 \times 10^{-15}\ J$$

بروتون

$$E_0 = m_0 c^2 = 1.67 \times 10^{-27} \times 9 \times 10^{16}$$

$$= 15.03 \times 10^{-11}\ J$$

2) كلاسيكي

$$P_0 = m_0 v = 9 \times 10^{-31} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times 3 \times 10^{8}\right) \qquad v = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

$$= \frac{27\sqrt{3}}{2} \times 10^{-23}\ kg\,m\,s^{-1}$$

نسبي

$$P = m v = \gamma m_0 v = \gamma P_0 \quad (1)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} c\right)^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = 2$$

نعوض ب (1)

$$\Rightarrow P = 2 \times \frac{27\sqrt{3}}{2} \times 10^{-23} = 27\sqrt{3} \times 10^{-23}\ kg\,m\,s^{-1}$$

3)

الميكانيك الكلاسيكي

1) الكتلة ثابتة لا تتغير بتغير السرعة

2) سرعة الجسم صغيرة بالنسبة لسرعة الضوء في الخلاء

الميكانيك النسبي

1) الكتلة تزداد بازدياد السرعة

2) سرعة الجسم قريبة من سرعة الضوء

4)

الطاقة السكونية $E_0 = m_0 c^2$

الطاقة الكلية $E = m c^2$

الطاقة الحركية:

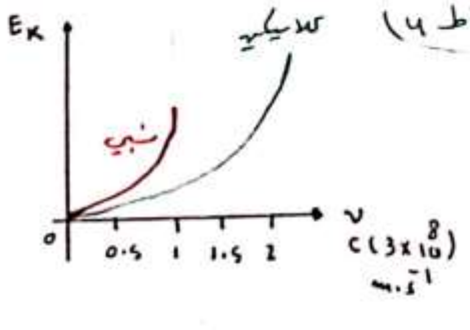
$$E_k = E - E_0 = m c^2 - m_0 c^2$$

$$= \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2$$

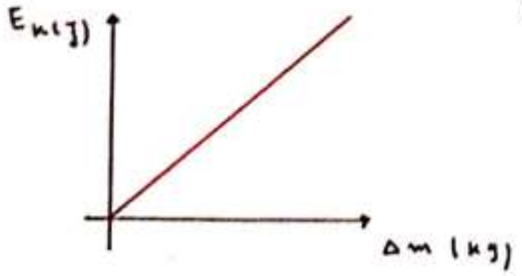
$$= (\gamma - 1) m_0 c^2$$

نشاط 4:

1)



2)



نشاط 5)

1)

$$E_K = E - E_0$$

$$E_K = mc^2 - m_0c^2$$

$$E_K = (m - m_0)c^2 = \Delta m\, c^2$$

$$\Rightarrow \Delta m = \frac{E_K}{c^2}$$

2) بالنسبة للمراقب الأول

$$L_0 = v\,t$$

بالنسبة للمراقب الثاني

$$L = v\,t_0$$

نقسم العلاقتين

$$\frac{L}{L_0} = \frac{v t_0}{v t} = \frac{t_0}{t} = \frac{t_0}{\gamma t_0} \Rightarrow$$

$$\frac{L}{L_0} = \frac{1}{\gamma} \Rightarrow \Rightarrow L = \frac{L_0}{\gamma}$$

نشاط 6)

1) a)

$$E_K = (\gamma - 1)m_0c^2$$

$$E_K = \left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right]m_0c^2$$

$$E_K = \left[\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1\right]m_0c^2$$

حسب دستور التقريب:

$$(1+\varepsilon)^n \simeq 1 + n\varepsilon$$

بشرط $\varepsilon \ll 1$

وعندما يكون: $v \ll c$ (كلاسيكية) فإن:

$$E_K = \left[\cancel{1} + \frac{v^2}{2\cancel{c^2}} - \cancel{1}\right]m_0\cancel{c^2}$$

$$E_K = \frac{1}{2}m_0v^2$$

b)

$$P = mv = \gamma m_0 v$$

$$P = \left[\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right]m_0 v$$

$$P = \left[\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\right]m_0 v$$

فإنه حسب دستور التقريب:

$$(1+\varepsilon)^n \simeq 1 + n\varepsilon$$

بشرط $\varepsilon \ll 1$ وعندما $v \ll c$ (كلاسيكية)

$$P = \left[1 + \frac{v^2}{2c^2}\right]m_0 v$$

لكن $\frac{v^2}{2c^2} <<< 1$ نهمل أمام الواحد

$$\Rightarrow P = m_0 v$$

(2

$$E_0 = m_0 c^2$$
$$= 9\times10^{-31} \times 9\times10^{16} = 81\times10^{-15}\ J$$

نشاط 9)

1) لو افترضنا جدلاً أنه الجسم تحرك بسرعة الضوء $\Leftarrow v = c$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{c^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-1}} = \frac{1}{0}$$

$$\gamma = \infty \Rightarrow F = ma = \gamma m_0 a$$

$$F = \infty\, m_0 a = \infty$$

أي أنه الجسم الذي يتحرك بسرعة الضوء يحتاج لقوة لا نهائية لتحريكه وهذا مستحيل)

(2

$$\left[\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - \right] =$$

حسب دستور التقريب

$$(1+\varepsilon)^n \simeq 1 + n\varepsilon$$

بشرط $\varepsilon << 1$

وعبارته $v << c$ (أهملنا) بالتالي:

$$1 + \frac{v^2}{2c^2} - 1 = \frac{v^2}{2c^2}$$

نشاط 8)

(1

$$E_0 = m_0 c^2 \Rightarrow m_0 = \frac{E_0}{c^2}$$

$$m_0 = \frac{15.03\times10^{-11}}{9\times10^{16}} = 1.67\times10^{-27}\ kg$$

(2

$$E = mc^2 = \gamma m_0 c^2$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\frac{3}{4}c^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = 2$$

$$\Rightarrow E = 2\times1.67\times10^{-27}\times9\times10^{16}$$
$$= 30.06\times10^{-11}\ J$$

(3

$$E_K = E - E_0$$
$$= 30.06\times10^{-11} - 15.03\times10^{-11}$$
$$= 15.03\times10^{-11}\ J$$

(4

$$P = mv = \gamma m_0 v$$
$$= \cancel{2}\times1.67\times10^{-27}\times\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}c$$
$$= 1.67\times10^{-27}\times\sqrt{3}\times3\times10^{8}$$
$$= 5.01\sqrt{3}\times10^{-19}\ kg\,m.s^{-1}$$

س5.

$$m = \gamma m_0$$
$$= 2 \times 1.67 \times 10^{-27}$$
$$= 3.34 \times 10^{-27}\ J$$

نشاط 9

-1

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\left(\frac{\sqrt{899}}{30}c\right)^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{899}{900}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{900}}} = 30$$

-2

$$t = \gamma t_0 \Rightarrow \gamma = \frac{t}{t_0} > 1 \Rightarrow t > t_0$$

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \Rightarrow \gamma = \frac{L_0}{L} > 1 \Rightarrow L_0 > L$$

$$\Rightarrow L < L_0$$

3)

$$(1+\varepsilon)^n \simeq 1 + n\varepsilon$$

بشرط $\varepsilon << 1$

4) بعبارة $\frac{E_k}{c^2}$

5/

نشاط 10

س1)

$$c = \frac{2d}{t_0} \Rightarrow d = \frac{c t_0}{2}$$
$$\Rightarrow t_0 = \frac{2d}{c}$$

س2)

$$c = \frac{ab + bc}{t} = \frac{2ab}{t} \Rightarrow$$
$$ab = \frac{ct}{2}$$

س3)

$$v = \frac{ae + ec}{t} = \frac{2ae}{t} \Rightarrow$$
$$ae = \frac{vt}{2}$$

س4) حسب فيثاغورث:

$$(ab)^2 = (ae)^2 + (be)^2$$
$$\left(\frac{ct}{2}\right)^2 = \left(\frac{vt}{2}\right)^2 + d^2$$
$$\frac{c^2t^2}{4} - \frac{v^2t^2}{4} = d^2 \Rightarrow \frac{1}{4}t^2(c^2 - v^2) = d^2$$
$$\Rightarrow t^2 = \frac{4d^2}{c^2 - v^2} \Rightarrow t = \frac{2d}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

س5)

$$\frac{t}{t_0} = \frac{\frac{2d}{\sqrt{c^2-v^2}}}{\frac{2d}{c}} = \frac{c}{\sqrt{c^2-v^2}}$$
$$\frac{t}{t_0} = \frac{c}{\sqrt{c^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \gamma$$

3)

$$\frac{t}{t_0} = \gamma > 1 \Rightarrow t > t_0$$

أي أن الزمن يتمدد عند الحركة

نشاط 11

1)

$$v = \frac{d}{t_0} = \frac{2 \times 3 \times 10^8 \times \cancel{365 \times 24 \times 3600}}{\frac{4}{\sqrt{3}} \times \cancel{365 \times 24 \times 3600}}$$

$$v = \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 10^8 = 1.5\sqrt{3} \times 10^8 \ m.s^{-1} = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

2)

$$L = \frac{L_0}{\gamma}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(\frac{\sqrt{3}}{2} c)^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{3}{4}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4}}} = 2$$

$$\Rightarrow L = \frac{200}{2} = 100 \ m$$

3) $a = a_0 = 50 \ m$

لا يتغير العرض لأن شعاع السرعة لا يوازي العرض (يعامده)

4) $t = \gamma t_0 = 2 \times \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{8}{\sqrt{3}}$ سنة

5) $d_0 = \gamma d = 2 \times \underline{2 \times 3 \times 10^8 \times 365 \times 24 \times 3600}$
سنة ضوئية

$d_0 = 4$ سنة ضوئية