السؤال السادس / بنك أسئلة

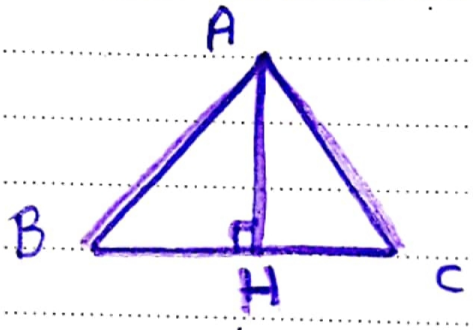
لتكن النقاط

$A(1,0,1)$ $B(2,1,0)$

$C(3,-1,1)$

الطلب الأول

احسب مساحة المثلث ABC



في البداية نحسب أطوال أضلاع المثلث

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{(2-1)^2 + (1-0)^2 + (0-1)^2}$$

$$AB = \sqrt{1+1+1} = \sqrt{3}$$

$$AB = \sqrt{3}$$

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2 + (z_C - z_A)^2}$$

$$AC = \sqrt{(3-1)^2 + (-1-0)^2 + (1-1)^2}$$

$$AC = \sqrt{4+1+0}$$

$$AC = \sqrt{5}$$

$$BC = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 + (z_C - z_B)^2}$$

$$BC = \sqrt{(2-3)^2 + (1+1)^2 + (0-1)^2}$$

$$= \sqrt{1+4+1} = \sqrt{6}$$

$$BC = \sqrt{6}$$

ان قانون مساحة :

مساحة المثلث $= \frac{1}{2} \times$ القاعدة $\times$ الارتفاع

$$= \frac{1}{2} \times BC \times AH$$

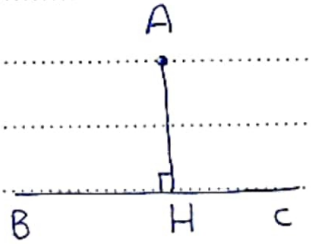
AH ← حساب الارتفاع حسب بعد النقطة A عن المستقيم BC

Farah

CamScanner

خطوات حساب بعد نقطة عن مستقيم :

1



① نوجد المعادلات الوسيطية للمستقيم Bc

② نوجد معادلة المستوي الحامل A وناظمه متجاه توجيه Bc

③ نعوض المعادلات الوسيطية للمستقيم في معادلة المستوي منتج H المسقط القائم لـ A على المستقيم Bc

④ نحسب المسافة بين A و H باستخدام قانون المسافة منتج AH

⑤ نلاحظ أن AH هو ارتفاع المثلث ABC فنحسب المساحة ☺

الحل

① نوجد المعادلات الوسيطية للمستقيم Bc

متجاه توجيه $\overrightarrow{Bc}(1,-2,1)$ — نقطة $B(2,1,0)$

$$\begin{cases} x = x_B + at \\ y = y_B + bt \\ z = z_B + bt \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

② نوجد معادلة المستوي الحامل A وناظمه $\overrightarrow{Bc}$

ناظم $\overrightarrow{Bc}(1,-2,1)$ — نقطة $A(1,0,1)$

$$a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A)=0$$

$$1(x-1)+(-2)(y-0)+1(z-1)=0$$

$$x-1-2y+z-1=0$$

$$x-2y+z-2=0$$

Farah Notebook

CamScanner

/ /

$H\left(\frac{7}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

$A(1, 0, 1)$

الارتفاع AH

H المسقط من A

$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2 + (z_H - z_A)^2}$$

$$AH = \sqrt{\left(\frac{7}{3} - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{3} - 0\right)^2 + \left(\frac{1}{3} - 1\right)^2}$$

$$AH = \sqrt{\left(\frac{7}{3} - \frac{3}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{9}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{3}\right)^2}$$

$$AH = \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9}}$$

$$AH = \sqrt{\frac{21}{9}} = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$$

$$AH = \frac{\sqrt{21}}{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times BC \times AH$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{21}}{3}$$

(3) نعوض المعادلات البرمترية للمستقيم في معادلة المستوى

$$2 + t - 2(1 - 2t) + t - 2 = 0$$

$$2 + t - 2 + 4t + t - 2 = 0$$

$$6t - 2 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{2}{6}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{3}$$

نعوض في المعادلات البرمترية للمستقيم نجد H

$$x = 2 + \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{3}{3}$$

$$x = \frac{6}{3} + \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{7}{3}$$

$$y = 1 - 2\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{3 - 2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$z = \frac{1}{3}$$

Farah Notebook

CamScanner

/ /

$\vec{n}(a,b,c)$ نفرض

$A(1,0,1)$ $B(2,1,0)$

$\vec{AB}(1,1,-1)$

$A(1,0,1)$ $C(3,-1,1)$

$\vec{AC}(2,-1,0)$

$\vec{n} \perp \vec{AB}$

$\Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{AB} = \vec{0}$

$(a,b,c)(1,1,-1)$

$$a+b-c=0 \quad (1)$$

$\vec{n} \perp \vec{AC}$

$\Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{AC} = \vec{0}$

$(a,b,c)(2,-1,0) = 0$

$$2a-b=0 \quad (2)$$

نفرض $a=1$

نعوض في (2)

$2-b=0$

$\Rightarrow b=2$

نعوض في (1)

$2+1-c=0$

$\Rightarrow c=3$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{21}}{3}$

$= \frac{\sqrt{126}}{6} = \frac{3\sqrt{14}}{6}$

$S_{ABC} = \frac{\sqrt{14}}{2}$

الطلب الثاني:

أوجد معادلة المستوي ABC

- ناظم: نفرض ناظم المستوي $\vec{n}(a,b,c)$ يكون عمودي على متجهتين في المستوي كل المعادلتين حل مشترك ونوجد مركبات الناظم
- نقطة: نقطة اختيارية

Notebook

CamScanner

/ /

ومنه $\vec{n}(1, 2, 3)$

معادلة المستوي

ناظم ← $\vec{n}(1,2,3)$

نقطة اختيارية ← $A(1, 0, 1)$

معادلة المستوي من الشكل

$$a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A) = 0$$

$$1(x-1) + 2(y-0) + 3(z-1) = 0$$

$$x - 1 + 2y + 3z - 3 = 0$$

$$x + 2y + 3 - 4 = 0$$

انتهت المسألة السادسة

Monira AL-ebraheem

Farah Notebook

CamScanner