التابع اللوغاريتمي

1 خواص التابع اللوغاريتمي:

نفرض: $a, b, x_1, x_2 \in \mathbb{R}^*$

1. $\ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$
2. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$
3. $\ln a^r = r \ln a$
4. $\ln \sqrt{a} = \frac{1}{2} \ln a$
5. $\ln \frac{1}{a} = -\ln a$
6. $x_1 = x_2 \Longleftrightarrow \ln x_1 = \ln x_2$

$x_1 > x_2 \Longleftrightarrow \ln x_1 > \ln x_2$

- تستخدم في التبسيط والمقارنة والإثبات لا يوزع اللوغاريتم إلا إذا كانت الحدود جداء أو قسمة.

ملاحظة:
لا تستخدم الخواص إلا بعد إيجاد مجموعة التعريف.

2 المعادلات اللوغاريتمية:

أ- معادلة بسيطة:
← الشكل: $\ln(f(x)) = \ln(g(x))$

① ما بدها خواص.

② طريقة التحضير:

1- نوجد مجموعة التعريف للطرف الأبسط.

2- نوجد حل دون اللوغاريتم.

3- نأخذ الحلول التي تنتمي إلى D

ب- معادلة منا بسيطة:
← الشكل: $a\ln \pm b\ln = c\ln \pm d\ln$

① بدها خواص.

② طريقة التحضير:

1- نوجد $D = D_1 \cap D_2 \ldots$

2- نستخدم الخواص حتى تعود بسيطة.

3- نتابع الحل كما تعلمنا.

ج- معادلة حالة سبيال:
← شكل: $\ln x = m$

$x = e^m$

(لا ننسى الشرط)

د- معادلة لوغاريتم تاكي:
← شكل: $ax^2 + bx + c = 0$

لا ننسى أبداً ذكر الشرط

لازم يكون في $\ln^2 x$ أو $(\ln x)^2$.

نحل: إما تحليل مباشر أو Δ

هـ- معادلة تحوي قيمة مطلقة:
لا ننسى ذكر الشرط وتذكر أن $\ln|x|$ معرف على $\mathbb{R}^*$

$|x| = \begin{cases} x = -a \\ x = a \end{cases}$

و- حل جملة معادلتين:
← إيجاد x, y

3 المتراجحات اللوغاريتمية:

أ- متراجحة بسيطة:
$\ln[f(x)] < \ln(g(x))$

① نوجد مجموعة تعريف.

② نوجد الحل دون لوغاريتم.

③ نقاطع الحلول.

ملاحظة:
بدها يطلع معك دائماً مجالين لازم تقاطعهن.

ب- متراجحة منا بسيطة:
① نوجد مجموعة التعريف لكل تابع ونقاطع $D = D_1 \cap D_2 \ldots$

② نستخدم الخواص حتى تعود بسيطة.

③ نتابع الحل كما تعلمنا.

ج- متراجحة حالة سبيال:
لا ننسى ذكر الشرط.

$\ln x < m \Rightarrow m < e^m$

4 إثبات صحة متراجحة:
- ننقل جميع الحدود إلى طرف واحد ونشكل تابع وندرس اطراده ونستخرج من الجدول المطلوب.

5 نهايات التابع اللوغاريتمي:

$\ln x < x \quad : \quad D =]0, +\infty[$

غروب D:

- $\lim_{x \to 0^+} \ln x = -\infty$; $\lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$
- $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$; $\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{\ln x} = +\infty$

جروب اللانهاية:

بس لتشوف $\frac{\infty}{\infty}$ أو $\infty - \infty$ فنخرج ع x أو $\ln x$ أو $\frac{1}{x}$ أو $\sqrt{x}$ أو نستخدم خواص.

- $\lim_{x \to 0} x \ln x = 0$ (0^- إذا في المقام) ; $\lim_{x \to 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

كروب الأعداد:

بس لتشوف $\frac{0}{0}$ أو $0 \cdot \infty$ حول لأحد الشكلين السابقين.

ملاحظة ①:
$\frac{\ln \text{دب}}{\text{دب}} = 0$ ، دب $\to +\infty$

$\frac{\ln(1+\text{دب})}{\text{دب}} = 1$ ، دب $\to 0$

ملاحظة: ع المقارب المائل:

عند دراسة الوضع النسبي إذا كان في لوغاريتم نقارن حدوده مع الواحد.

6 اشتقاق التابع اللوغاريتمي:

ليكن التابع $f(x) = \ln[g(x)]$:

نقول عن f اشتقاقي على المجال I إذا تحقق شرطان:

① الحدود $g(x)$ موجبة تماماً على I

② الحدود $g(x)$ اشتقاقية على I نكتب:

$f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$ ← مشتق الحدود / ← الحدود

7 دراسة تغيرات تابع اللوغاريتمي:

① نعين الـ D_f ومجالات الاستمرار (كليشة)

② نوجد النهايات عند أطراف المجالات المفتوحة وقيم التابع عند أطراف المجالات المغلقة.

③ نشتق التابع وندرس إشارته

④ نشكل جدولاً بالمعلومات السابقة نسميه جدول التغيرات للتابع:

x	مجموعة تعريف التابع + قيم تعدم $f'(x)$
$f'(x)$	الإشارات
$f(x)$	الأسهم

by: Berlin & [signature]