الاسم:	اختبار التابع الأسي	معهد واحة النور
الدرجة:	الثالث الثانوي العلمي	
المدة: ساعة ونصف فقط	الرياضيات	المدرس: عدنان كنجو
التاريخ: ٢١ - ١ - ٢٠١٩		

1 ليكن التابع $f(x)$ المعرف على R وفق: $f(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+e^{x}-12x$ والمطلوب:

① ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها.

② أوجد معادلة المماس في النقطة $x=0$.

③ بيّن أن $\Delta: y=-12x$ مقارب مائل للخط C_f، ثم ادرس الوضع النسبي لـ Δ و C_f.

④ أوجد عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ متأكداً أن أحد الحلول محصور $0<x<1$.

⑤ ارسم C_f ، T ، Δ في معلم واحد.

2 أوجد نهايات التوابع التالية عند القيمة المعطاة:

① $f(x)=e^{2x}-e^{-x}-x^{3}$: $x\to+\infty$

② $f(x)=x^{2}\cdot e^{2x}+3$: $x\to-\infty$

③ $f(x)=\dfrac{e^{2x}-e^{x}}{x}$: $x\to0$

④ $f(x)=\left(\dfrac{x+5}{x+4}\right)^{-2x-8}$ $x\to+\infty$

⑤ $f(x)=x\cdot2^{x}$: $x\to-\infty$

⑥ $f(x)=e^{-x}-\ln(x)$: $x\to+\infty$

3 عيّن حل المعادلة التفاضلية:

$-2y'-4y+10=0$ والذي يحقق $f(0)=1$

4 أوجد مجموعة حلول المتراجحة:

$$-3e^{x}+3\leq-18e^{-x}$$

انتهت الأسئلة

دعائي لكم ...

مدرس المادة:
أ. عدنان كنجو

أ. عدنان كحو

التاريخ ٢١ / ١ / ٢٠١٩ — الموضوع : حل إختبار الثاني

[1] $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + e^{x} - 12x$

معرف ومستمر وقابل للاشتقاق على $\mathbb{R}$

(1) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0 + 0 - (-\infty) = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \infty + \infty - \infty =$ ح ع ت

$\lim_{x\to+\infty} e^{2x}\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{e^{x}} - \frac{12x}{e^{2x}}\right]$
$= \infty\left(\frac{1}{2} + 0 - 0\right) = +\infty$

$f'(x) = \frac{1}{2}(2)e^{2x} + e^{x} - 12$

$f'(x) = e^{2x} + e^{x} - 12$

$f'(x) = 0 \Rightarrow e^{2x} + e^{x} - 12 = 0$

نفرض $u = e^{x}$

$u^2 + u - 12 = 0$

$(u+4)(u-3) = 0$

$\Rightarrow u = -4 \Rightarrow e^{x} = -4$ مرفوض

أو $u = 3 \Rightarrow e^{x} = 3 \Rightarrow \boxed{x = \ln(3)}$

$f(\ln(3)) = \frac{1}{2}e^{2\ln(3)} + e^{\ln(3)} - 12\ln(3)$

$= \frac{9}{2} + 3 - 12\ln(3)$

$\approx 7,5 - 13,1 \approx -5,5$

x	$-\infty$	α_1	$\ln(3)$	α_2	$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$f(x)=0$	$-5,5$	↗ $f(x)=0$	$+\infty$

(2) معادلة المماس $a=0$

$T: y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$f'(0) = \frac{1}{2}(2)e^{0} + e^{0} - 12$
$= 1 + 1 - 12 = -10$

$f(0) = \frac{1}{2}e^{0} + e^{0} - 12(0) = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$

$\boxed{T: y = -10(x) + \frac{3}{2}}$

المماس $a=0$.

(3) نلاحظ :

$f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + e^{x} - 12x$

نكتب بالصيغة

$f(x) = g(x) + (-12x)$

و

$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{2}e^{2x} + e^{x}\right) = 0 + 0 = 0$.

إذاً $\Delta: y = -12x$

مقارب مائل في جوار $-\infty$.

دراسة الوضع النسبي لـ C_f ، Δ .

ندرس إشارة الفرق :

$f(x) - \Delta = g(x)$

$g(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + e^{x}$

نلاحظ $g(x) > 0$ موجبة دوماً

ومنه

x	$-\infty$	$+\infty$
$g(x)$	$+$	
C_f	C_f فوق Δ .	

④ عدد حلول المعادلة $f(x)=0$

- في المجال $x\in]-\infty,\ln(3)[$

الدالة مستمرة ومتناقصة تماما ومحصورة في هذا المجال

$f(]-\infty,\ln(3)[) =]-5,5,+\infty[$

ما الصفر موجود في المجال $]-5,5,+\infty[$

اذاً يوجد حل α_1 محصور في المجال

$\alpha_1\in]-\infty,\ln(3)[$

وهذا الحل وحيد بسبب التناقص التام.

- في المجال $]\ln(3),+\infty[$

الدالة مستمرة ومتزايدة تماما ومحصورة

$f(]\ln(3),+\infty[) =]-5,5,+\infty[$

ما الصفر موجود $]-5,5,+\infty[$ ومنه

يوجد حل α_2 في المجال

$\alpha_2\in]\ln(3),+\infty[$

حيث $f(\alpha_2)=0$

وهذا الحل وحيد بسبب التزايد التام.

اذاً هناك حلان للمعادلة $f(x)=0$

نبرهن أن الحل الأول: $0<\alpha<1$

$f(0)=\frac{1}{2}e^0+e^0-12(0)=\frac{3}{2}>0$

$f(1)=\frac{1}{2}e^2+e-12$

$f(1)\approx\frac{7,4}{2}+2,7-12<0$

اذاً

$f(0).f(1)<0$

ومنه $0<\alpha_1<1$

رسم Δ ، T ، C_f .

رسم $\Delta: y=-12x$ مقارب مائل

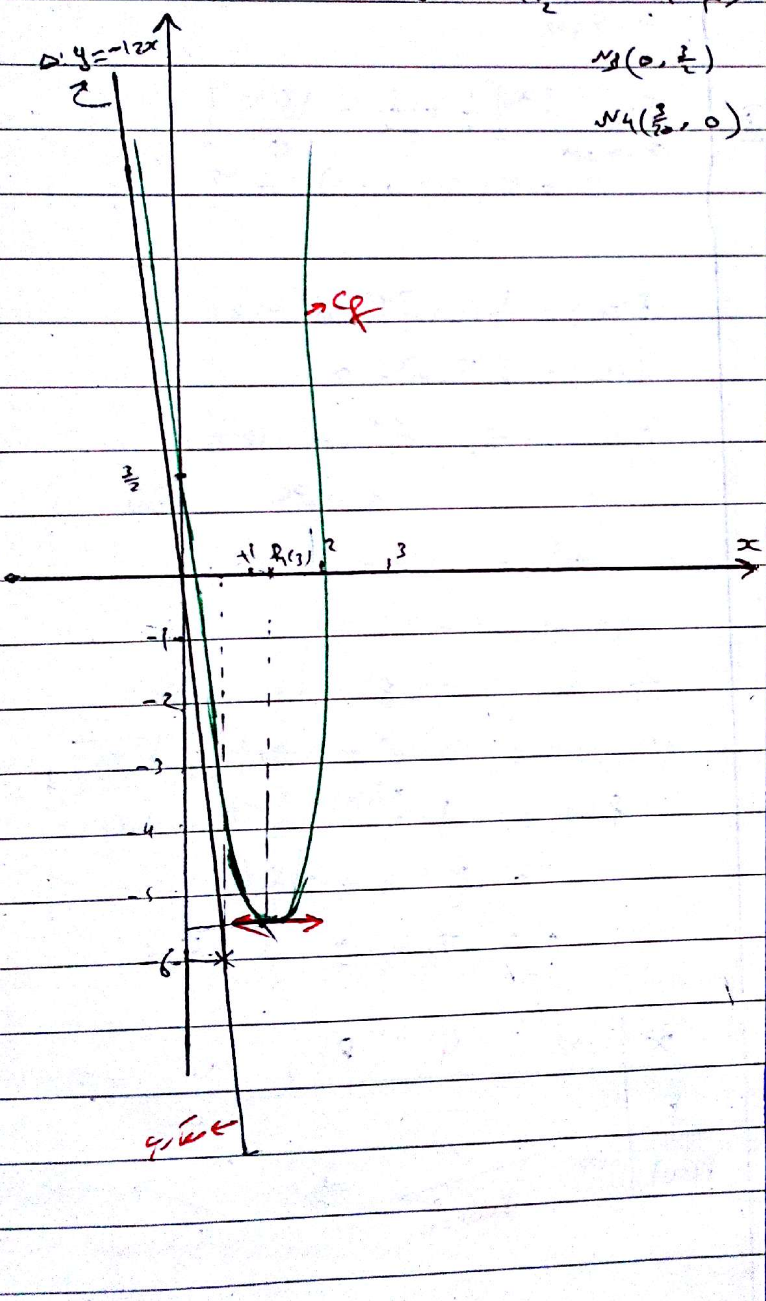
$N_2(\frac{1}{2},-6)$ ، $N_1(0,0)$

رسم C_f ، $(\ln(3),-5,5)$

رسم T : $y=-10x+\frac{3}{2}$

$N_3(0,\frac{3}{2})$

$N_4(\frac{3}{20},0)$



٢) حل ما يلي

① $\lim_{x\to+\infty}(e^{2x}-e^{-x}-x^3) = \infty - 0 - \infty$ مستعص

$\lim_{x\to\infty} e^{2x}\left[1-\frac{e^{-x}}{e^{2x}}-\frac{x^3}{e^{2x}}\right] = \infty[1-0-0]=+\infty$

② $\lim_{x\to-\infty}(x^2 e^{2x}+3)$

$=\lim_{x\to-\infty}\left[(x\cdot e^{x})^2+3\right] = 0^2+3 = 3$

③ $\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-e^{x}}{x} = \frac{0}{0}$ مستعص

$\lim_{x\to 0}\frac{e^{x}[e^{x}-1]}{x} = e^{0}(1)=1$

④ $f(x)=\left(\frac{x+5}{x+4}\right)^{-2x-8}$

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ x+4 & x+5 \\ & x+4 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$f(x)=\left(1+\frac{1}{x+4}\right)^{-2x-8}$

$=\left(1+\left(\frac{1}{x+4}\right)\right)^{-2(x+4)}$

نفرض $u=x+4$

$\forall x\to+\infty \Rightarrow u=x+4\to+\infty$

$\lim_{u\to\infty}\left(1+\frac{1}{u}\right)^{-2u} = \lim_{u\to\infty}\left[\left(1+\frac{1}{u}\right)^{u}\right]^{-2}$

$=e^{-2}=\frac{1}{e^2}$

⑤ $\lim_{x\to-\infty}(x\cdot 2^{x})$

نكتب بالصيغة المكافئة

$x\cdot 2^{x} = x\cdot e^{x\cdot\ln(2)}$

$= x\cdot\ln(2)\cdot e^{x\cdot\ln(2)} \times \frac{1}{\ln(2)}$

نفرض $u=x\cdot\ln(2)$ ومنه

$\lim_{u\to-\infty}\left(u\cdot e^{u}\times\frac{1}{\ln(2)}\right) = 0\times\frac{1}{\ln(2)} = 0$

⑥ $f(x)=e^{x}-\ln(x)$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \infty-\infty$ مستعص

$\lim_{x\to\infty}\left[e^{x}\left[1-\frac{\ln(x)}{e^{x}}\right]\right]$

$=\lim_{x\to\infty} e^{x}\left[1-\frac{\ln(x)}{x}\cdot\frac{x}{e^{x}}\right]$

$=\infty[1-0\cdot 0]=+\infty$

أ. عدنان كركو

أ. عدنان كيخ

الموضوع : التاريخ / / ٢٠٠

[3] $-2y' - 4y + 10 = 0$

$-2y' = 4y - 10$

$y' = -2y + 5$

ومنه $y = ke^{-2x} - \frac{5}{-2}$

$\boxed{y = ke^{-2x} + \frac{5}{2}}$ $: k \in \mathbb{R}$

نعوض $f(0) = 1$

$1 = ke^{0} + \frac{5}{2}$

$\Rightarrow k = 1 - \frac{5}{2} \Rightarrow k = \frac{2-5}{2} = \frac{-3}{2}$

ومنه

$\boxed{y = \frac{-3}{2} e^{-2x} + \frac{5}{2}}$

[4] $-3e^{x} + 3 \leq -18e^{-x}$

قيم x المقبولة $\mathbb{R}$.

نضرب طرفي المتراجحة e^{x}

$-3e^{2x} + 3e^{x} \leq -18$

$-3e^{2x} + 3e^{x} + 18 \leq 0$

نقسم (-3) طرفي المتراجحة

$e^{2x} - e^{x} - 6 \geq 0$

نفرض $e^{x} = u$

$u^2 - u - 6 \geq 0$

$(u-3)(u+2) \geq 0$

? +

ندرس الإشارة

$u + 2 = e^{x} + 2 > 0$

موجبة تماماً إذاً الإشارة موجبة

$u - 3 = 0 \Rightarrow e^{x} = e^{\ln(3)}$

$\Rightarrow x = \ln(3)$

x	$-\infty$	$\ln(3)$	$+\infty$
$e^{x} - 3$	$-$	0	$+$
المتراجحة	غير محققة		محققة

ومنه مجموعة حلول المتراجحة هي

$x \in [\ln(3), +\infty[$

انتهت الحلول.

دعائي لكم ...

بالتوفيق لجميع أبنائي الطلاب

المدرس: عدنان كيخ

دير حافر ٢/١/ ٢٠١٩