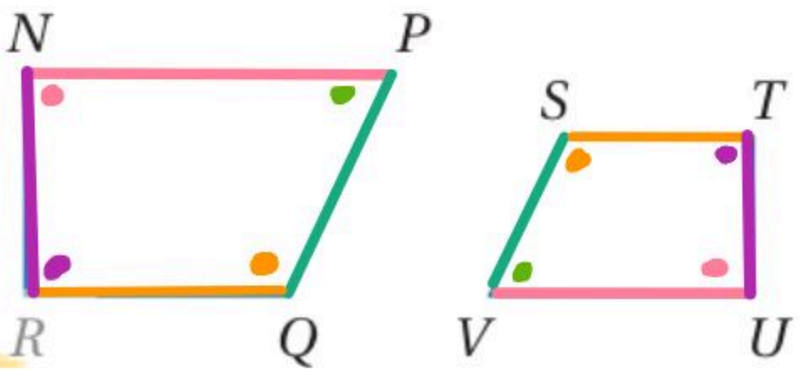
المضلعات المتشابهة

تحقق من فهمك

استعمال عبارة التشابه

اكتب جميع الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة في كلٍّ ممَّا يأتي:

1) إذا كان $NPQR \sim UVST$،



الزوايا:-

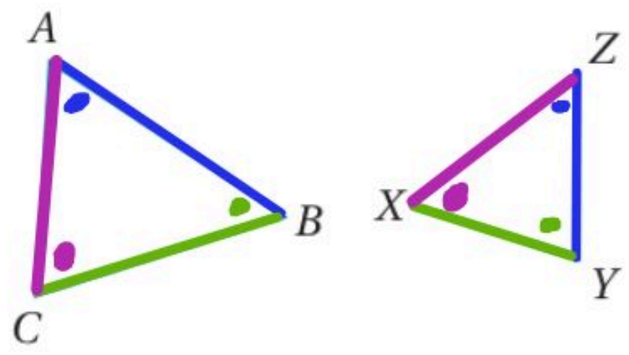
$\angle P \cong \angle V$ $\angle N \cong \angle U$

$\angle R \cong \angle T$ $\angle Q \cong \angle S$

التناسب:-

$$\frac{NP}{UV} = \frac{PQ}{VS} = \frac{QR}{ST} = \frac{RN}{TU}$$

تأكد



1) $\triangle ABC \sim \triangle ZYX$

الزوايا:-

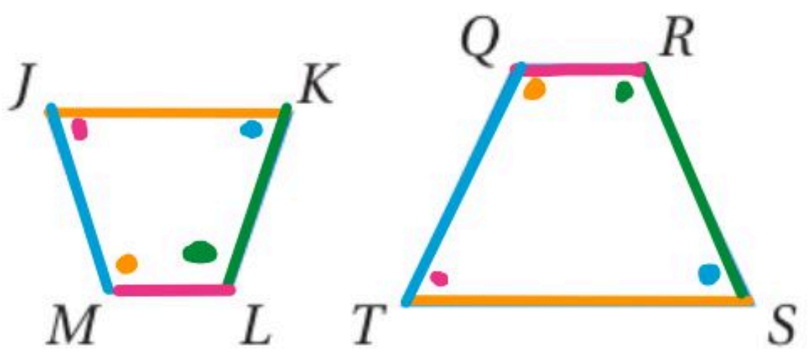
$\angle A \cong \angle Z$ $\angle B \cong \angle Y$

$\angle C \cong \angle X$

التناسب:-

$$\frac{AB}{ZY} = \frac{BC}{YX} = \frac{CA}{XZ}$$

2) $JKLM \sim TSRQ$



الزوايا:-

$\angle J \cong \angle T$ $\angle K \cong \angle S$

$\angle L \cong \angle R$ $\angle M \cong \angle Q$

التناسب:-

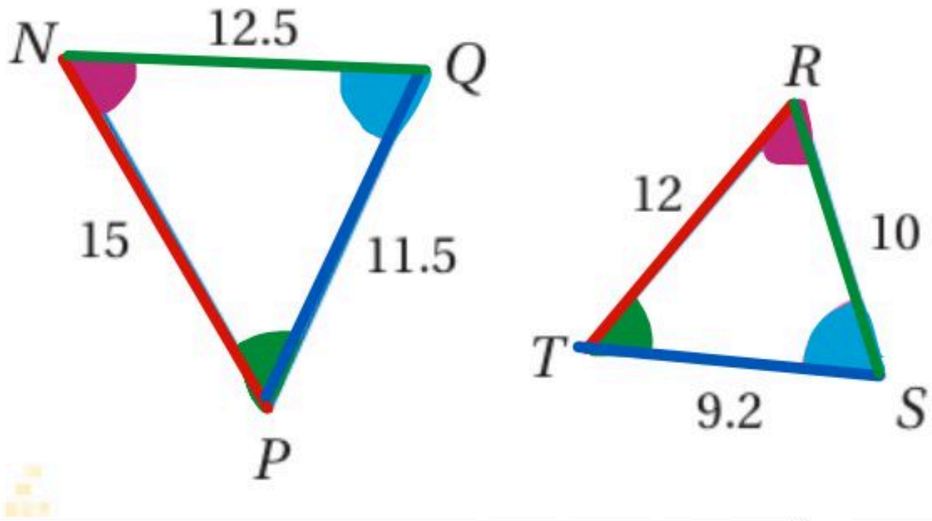
$$\frac{JK}{TS} = \frac{KL}{SR} = \frac{LM}{RQ} = \frac{MJ}{QT}$$

تحديد المضلعات المتشابهة

حدّد ما إذا كان المضلعان في كلٍّ من السؤالين الآتيين متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، وضِّح إجابتك.

تحقق من فهمك

2)



الزوايا متطابقة

التناسب:-

$$\frac{15}{12} = \frac{12.5}{10} = \frac{11.5}{9.2}$$

$$1.25 = 1.25 = 1.25$$

المثلثان متشابهان

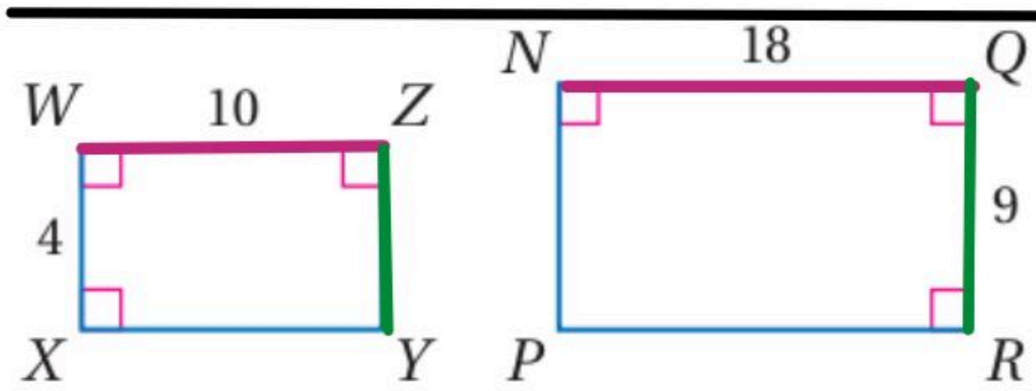
عبارة التشابه

STR ~ QPN

عامل التشابه:- 1.25 أو 0.8

تأكد

3)



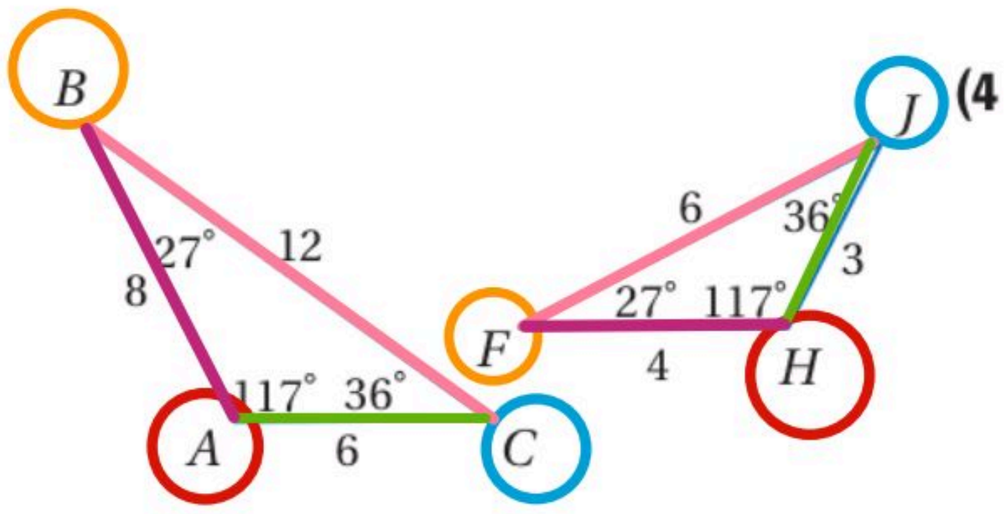
الزوايا متطابقة

التناسب:-

$$\frac{18}{10} = \frac{9}{9}$$

$1.8 \neq 2.25$ المضلعان غير متشابهان

4)



الزوايا متطابقة

التناسب:-

$$\frac{12}{6} = \frac{8}{4} = \frac{6}{3}$$

$$2 = 2 = 2$$

عامل التشابه = 2 أو $\frac{1}{2}$

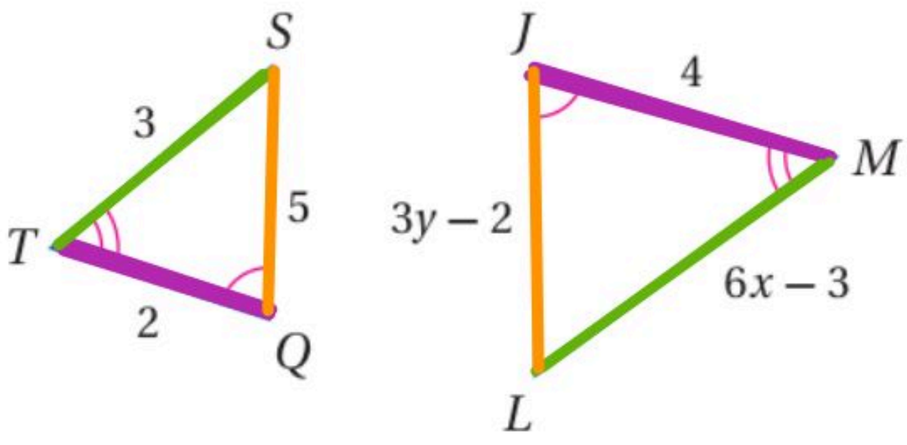
عبارة التشابه:-

المثلثان متشابهان

ABC ~ HFJ

استعمال الأشكال المتشابهة لإيجاد القيم المجهولة

تحقق من فهمك إذا كان المضلعان متشابهين، فأوجد قيمة المتغير



إذا كان $\triangle JLM \sim \triangle QST$

y (3B

$$\frac{3y-2}{5} \times \frac{4}{2}$$

$$2(3y-2) = 4 \times 5$$

$$6y - 4 = 20$$
$$+4 \quad +4$$

$$\frac{6y}{6} = \frac{24}{6}$$

$$y = 4$$

x (3A

$$\frac{6x-3}{3} \times \frac{4}{2}$$

$$2(6x-3) = 3 \times 4$$

$$12x - 6 = 12$$
$$+6 \quad +6$$

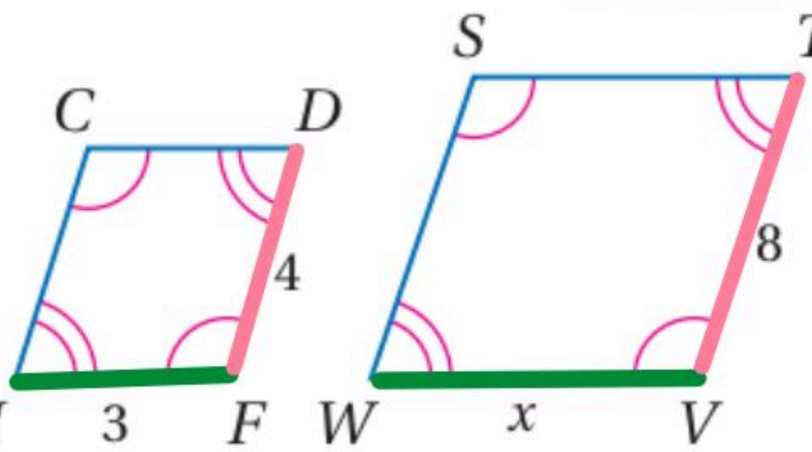
$$\frac{12x}{12} = \frac{18}{12} \div 6$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$x = 1.5$$

تأكد

(5



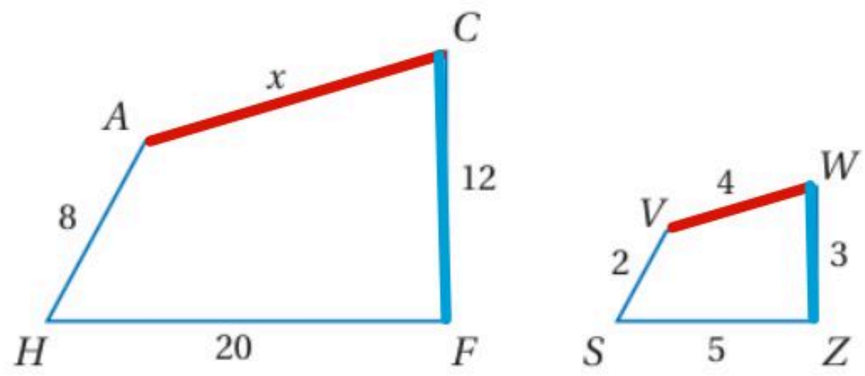
$$\frac{3}{x} \times \frac{8}{4}$$

$$4x = 3 \times 8$$

$$x = \frac{24}{4}$$

$$x = 6$$

(6



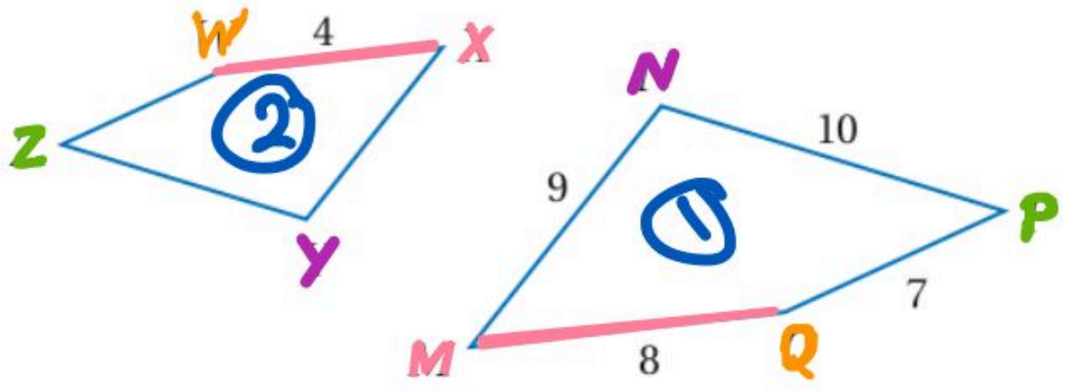
$$\frac{x}{4} \times \frac{12}{3}$$

$$3x = 4 \times 12$$

$$x = \frac{12 \times 4}{3} = 4 \times 4 = 16$$

استعمال معامل التشابه لإيجاد المحيط

تحقق من فهمك



4) إذا كان $MNPQ \sim XYZW$ ، فأوجد معامل تشابه $MNPQ$ إلى $XYZW$ ، ومحيط كل مضلع.

١/ محيط NPQM = 7 + 8 + 9 + 10 = 34

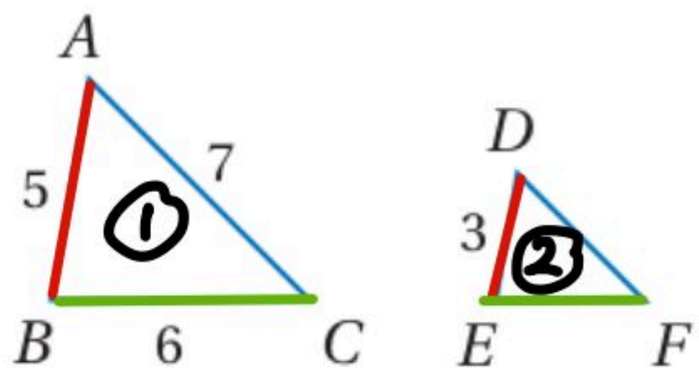
٢/ معامل التشابه.. $\frac{8}{4} = 2$

٢/ محيط XYZW

$\frac{\text{محيط ①}}{\text{محيط ②}} = \frac{8}{4}$

$\frac{34}{m} = \frac{8}{4}$ $\quad m = \frac{34 \times 4}{8} = \frac{17 \times 2 \times 4}{8} = 17$

محيط XYZW = 17



أوجد محيط المثلث المحدّد في كلٍّ مما يأتي:

15) $\triangle DEF$ ، إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

١/ محيط ABC = 7 + 6 + 5 = 18

٢/ معامل التشابه = $\frac{5}{3}$

٢/ محيط DEF

$\frac{\text{محيط ①}}{\text{محيط ②}} = \frac{5}{3}$

$\frac{18}{m} = \frac{5}{3}$

$5m = 3 \times 18$

$m = \frac{84}{5}$

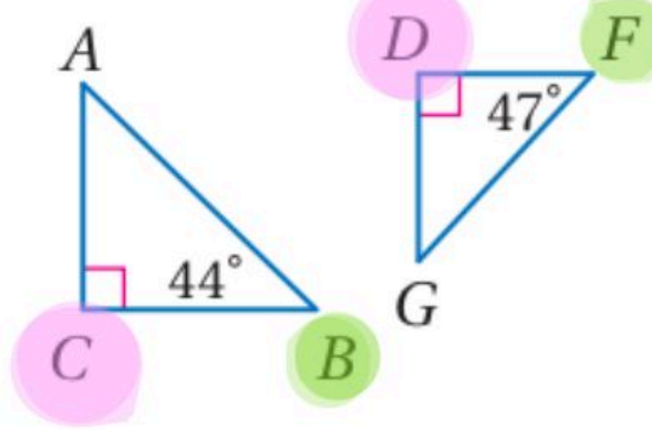
$m = 10.8$

2-2 المثلثات المتشابهة
Similar Triangles

استعمال مسلمة التشابه AA

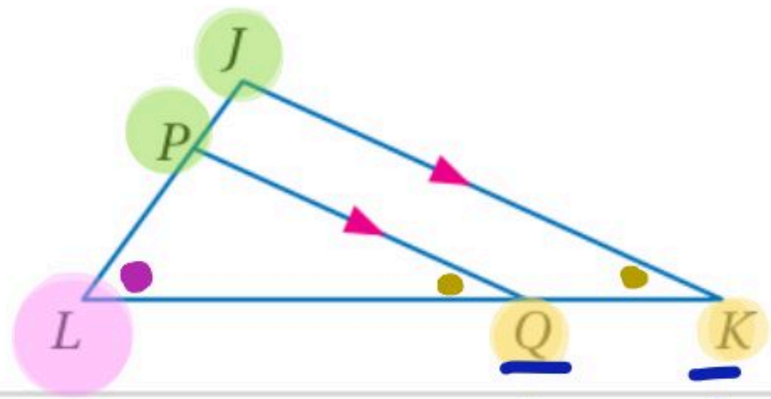
حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك ، فاكتب عبارة التشابه:

(1A



لا ، لا يوجد زاويتان في أحد المثلثين متطابقتان لزاويتين في المثلث الآخر

(1B



نعم ، حسب مسلمة AA

$\angle L \cong \angle L$

$\angle PQL \cong \angle JKL$

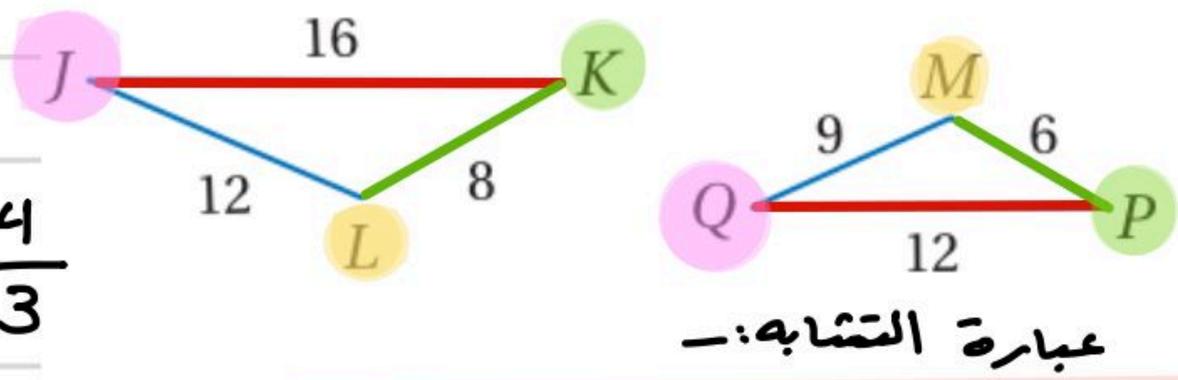
$\triangle PLQ \sim \triangle JLK$

عبارة التشابه :-

هتنافر ـــ

استعمال نظريتَي التشابه SSS, SAS

(2A



$$\frac{JK}{QP} = \frac{LK}{MP} = \frac{JL}{MQ}$$

$$\frac{16 \div 4}{12 \div 4} = \frac{8 \div 2}{6 \div 2} = \frac{12 \div 3}{9 \div 3} = \frac{4}{3}$$

عبارة التشابه :-

$\triangle JLK \sim \triangle QMP$

المثلثان متشابهان حسب مسلمة SSS

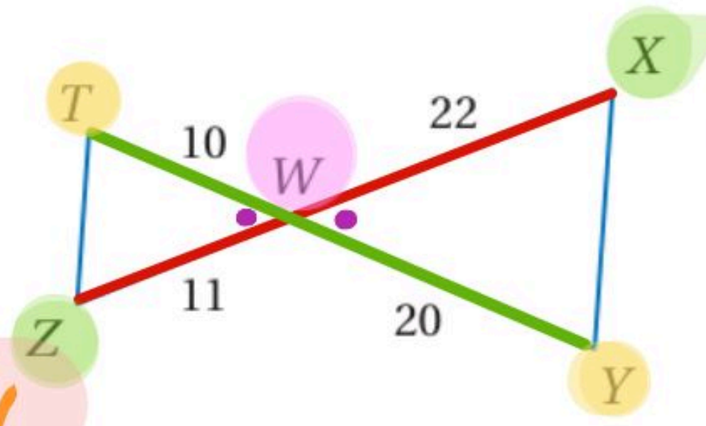
$\angle W \cong \angle W$

$$\frac{WZ}{WX} = \frac{WT}{WY}$$

$$\frac{11}{22} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

المثلثان متشابهان حسب مسلمة SAS

(2B

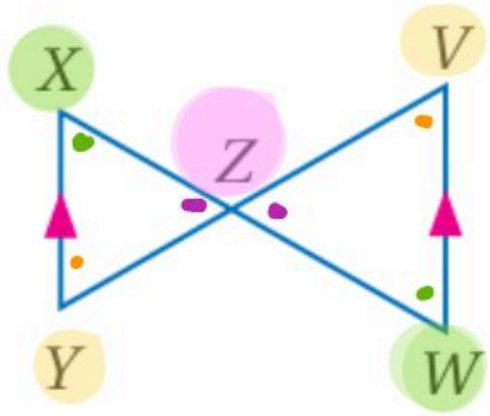


عبارة التشابه :-

$\triangle ZWT \sim \triangle XWY$

تأكد

(1



نفحص حسب مسلمة AA

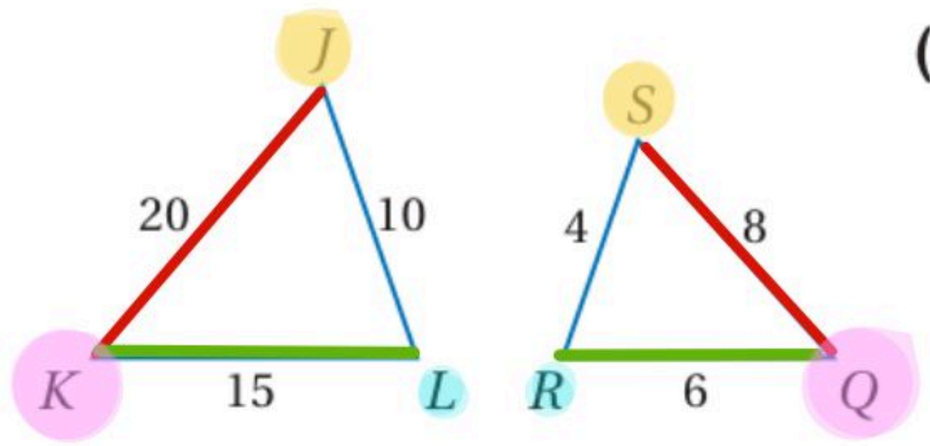
$\angle Z \cong \angle Z$

$\angle X \cong \angle W$

$\triangle VZW \sim \triangle YZX$

عبارة التشابه:-

(2



$\frac{JK}{SQ} = \frac{KL}{QR} = \frac{LJ}{RS}$

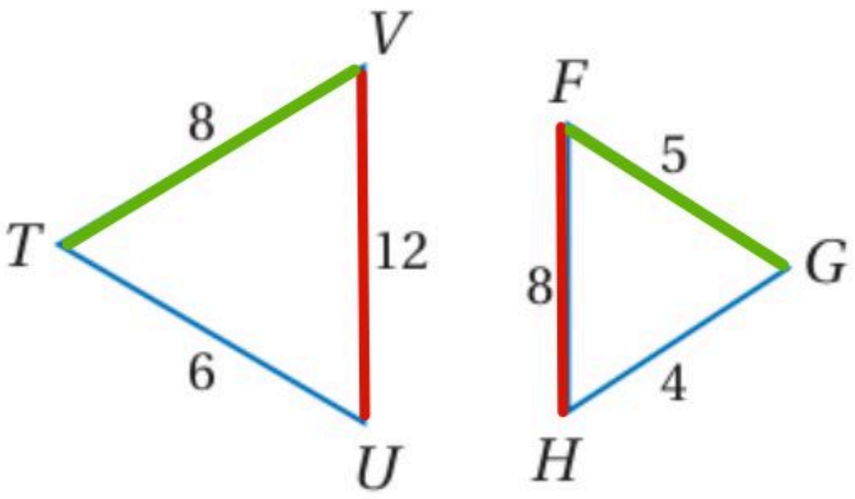
$\frac{20 \div 4}{8 \div 4} = \frac{15 \div 3}{6 \div 3} = \frac{10 \div 2}{4 \div 2} = \frac{5}{2}$

المثلثان متشابهان حسب مسلمة SSS

$\triangle KLJ \sim \triangle QRS$

عبارة التشابه:-

(3

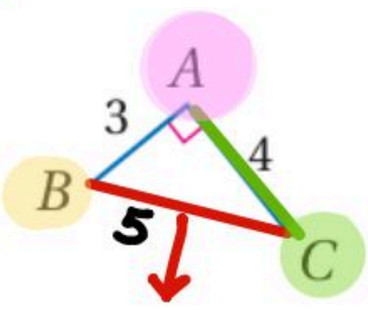


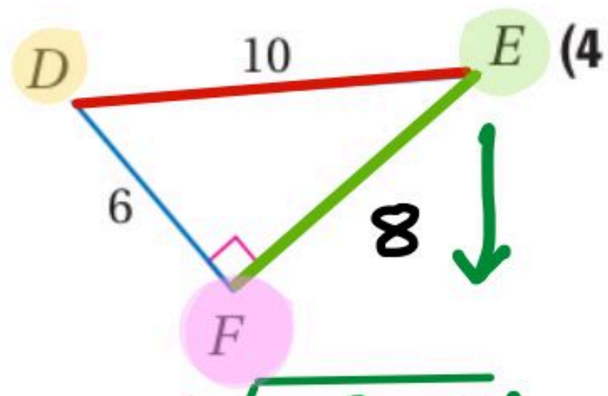
$\frac{UV}{HF} = \frac{VT}{FG} = \frac{TU}{GH}$

$\frac{12}{8} \neq \frac{8}{5} \neq \frac{6}{4}$

المثلثان غير متشابهين

(4





$\frac{DF}{BC} = \frac{EF}{CA} = \frac{FD}{AB}$, $\angle A \cong \angle F$

$\frac{10}{5} = \frac{8}{4} = \frac{6}{3} = 2$

المثلثان متشابهان حسب مسلمة SAS أو مسلمة SSS

عبارة التشابه:-

$\triangle ABC \sim \triangle FDE$

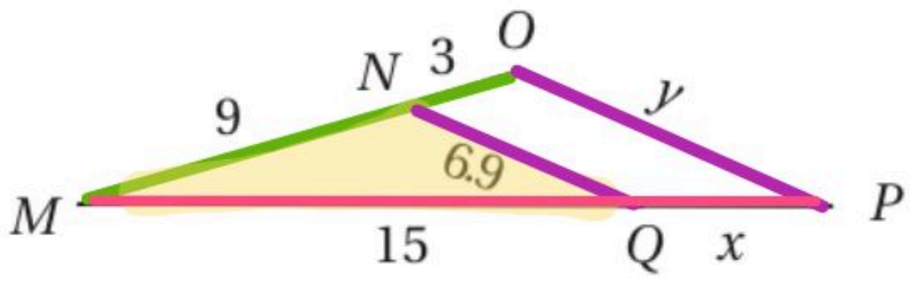
$\sqrt{3^2+4^2}$
$= \sqrt{4+16}$
$= \sqrt{25} = 5$

$\sqrt{10^2-6^2}$
$= \sqrt{100-36}$
$= \sqrt{64} = 8$

استعمال المثلثات المتشابهة :

تحقق من فهمك

المثلثان MNQ, MOP في الشكل المجاور متشابهان، ماقيمة y ؟



20.7 **D** 9.2 **C** 8.4 **B** 5.2 **A**

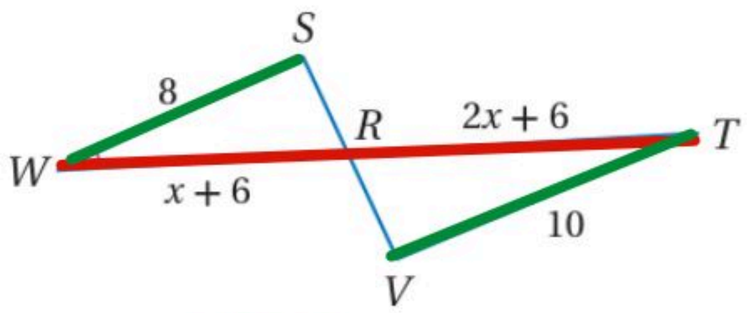
$$\frac{OP}{NQ} = \frac{MO}{MN}$$

$$\frac{y}{6.9} = \frac{12}{9}$$

$$y = \frac{12 \times 6.9}{9} = 4 \times 2.3 = 9.2$$

أوجد كل طولٍ فيما يأتي.

WR, RT (4B



$WR = 8$

$RT = 10$

$$\frac{RT}{WR} = \frac{VT}{WS}$$

$$\frac{2x+6}{x+6} = \frac{10}{8}$$

$$8(2x+6) = 10(x+6)$$

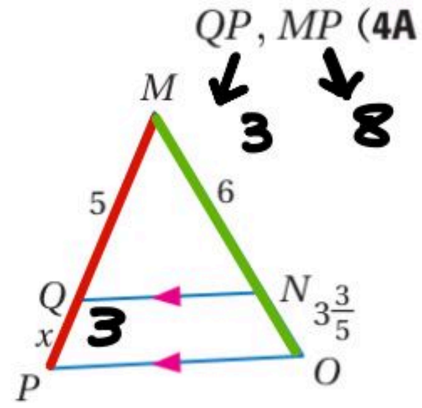
$$16x + 48 = 10x + 60$$

$$16x - 10x = 60 - 48$$

$$6x = 12 \Rightarrow \frac{6x}{6} = \frac{12}{6}$$

$$\boxed{x = 2}$$

QP, MP (4A



$$\frac{MP}{MQ} = \frac{MO}{MN}$$

$$\frac{x+5}{5} = \frac{9\frac{3}{5}}{6}$$

$$6(x+5) = 5 \times 9\frac{3}{5}$$

$$6(x+5) = 5 \times \frac{48}{5}$$

$$x + 5 = \frac{48}{6}$$

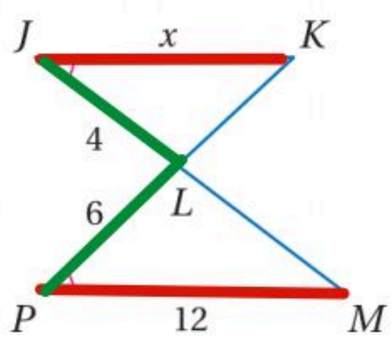
$$x + 5 = 8$$

$$-5 \quad -5$$

$$\boxed{x = 3}$$

$QP = 3$, $MP = 3 + 5 = 8$

JK (12

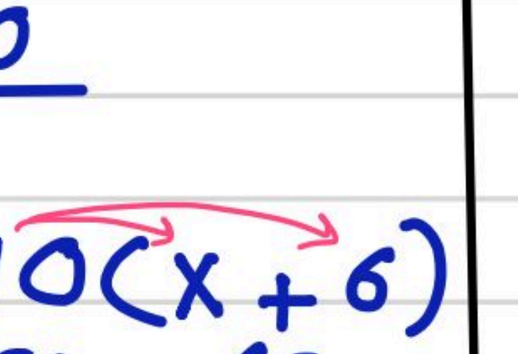


$$\frac{x}{12} = \frac{4}{6}$$

$$x = \frac{12 \times 4}{6} = 8$$

$$\boxed{JK = 8}$$

$20 = VS$ (7

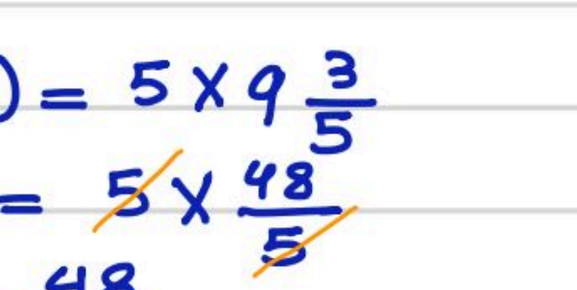


$$\frac{x}{12} = \frac{5}{3}$$

$$x = \frac{12 \times 5}{3} = 4 \times 5 = 20$$

$$\boxed{VS = 20}$$

KL (6



$$\frac{x}{15} = \frac{4}{5}$$

$$x = \frac{15 \times 4}{5} = 3 \times 4 = 12$$

$$\boxed{KL = 12}$$

القياس غير المباشر

تحقق من فهمك

5) **بنايات:** يقف منصور بجوار بناية، وعندما كان طول ظلّه 9 ft، كان طول ظل البناية 322.5 ft. إذا كان طول منصور 6 ft، فكم قدمًا ارتفاع البناية؟

طول ظل البناية / ظل منصور

$$\frac{322.5}{9} = \frac{y}{6}$$

$$9y = (322.5)(6)$$

$$y = 215$$

---

8) **اتّصالات:** طول ظلّ برج اتصالاتٍ في لحظةٍ معينةٍ 100 ft، وبجواره لوحة تحذيرية مثبَّتة على عمودٍ طول ظله في اللحظة ذاتها 3 ft و 4 in. إذا كان ارتفاع عمود اللوحة 4 ft و 6 in، فما ارتفاع البرج؟

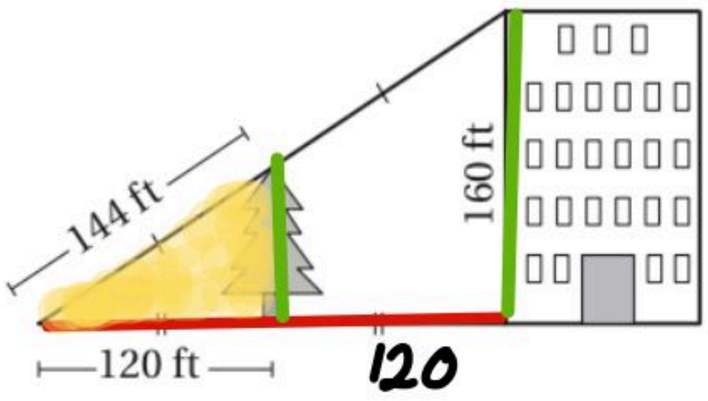
إرتفاع ظل البرج / إرتفاع عمود اللوحة

$$\frac{100}{3.4} = \frac{B}{6.4}$$

$$B = \frac{100 \times 6.4}{3.4} = \frac{640}{3.4} = 135$$

---

5) **اختيار من متعدّد:** استعمل الشكل أدناه في إيجاد ارتفاع الشجرة؟



A 264 ft

B 60 ft

C 72 ft

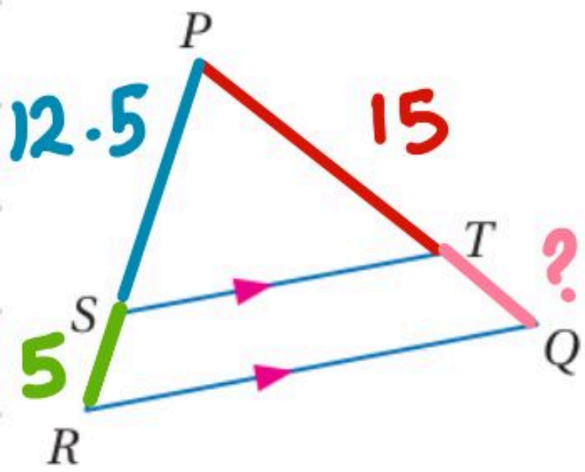
D 80 ft

$$\frac{240}{120} = \frac{160 \div 2}{\text{ارتفاع الشجرة}} \qquad \frac{160}{2} = 80$$

$$\text{إرتفاع المشجرة} = \frac{160 \times 120}{240_2} = \frac{160}{2} = 80$$

2-3 المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة
Parallel Lines and Proportional Parts

إيجاد طول ضلع



تحقق من فهمك

في $\triangle PQR$ ، إذا كان: $PT = 15$ ، $SR = 5$ ، $PS = 12.5$ ، فأوجد TQ .

$$\frac{PS}{SR} = \frac{PT}{TQ}$$

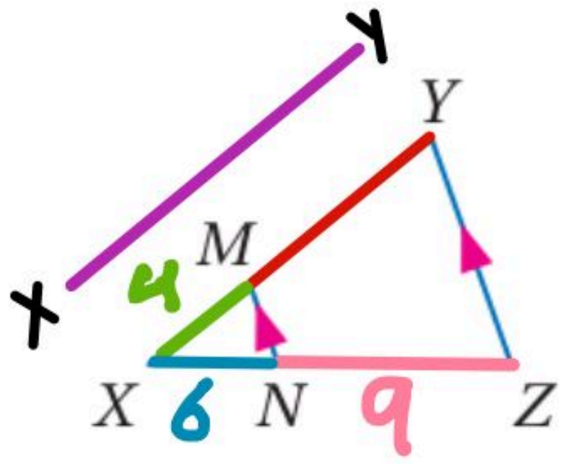
$$\frac{12.5}{5} = \frac{15}{TQ}$$

$$12.5(TQ) = 5(15)$$

$$TQ = \frac{75}{12.5}$$

$$TQ = 6$$

تأكد



في $\triangle XYZ$ ، إذا كان $\overline{MN} \parallel \overline{YZ}$ ، فأجب عن السؤالين الآتيين:

1) إذا كان: $NZ = 9$ ، $XN = 6$ ، $XM = 4$ ، فأوجد XY .

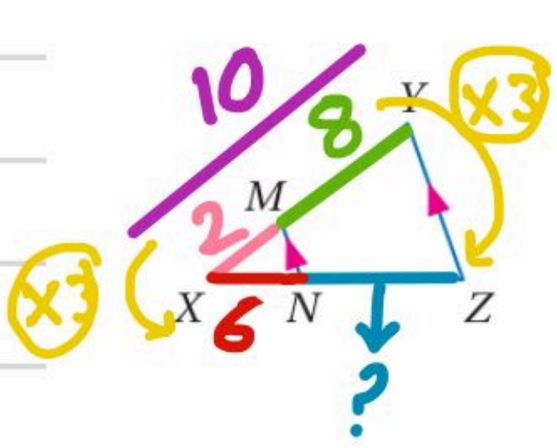
$$\frac{ZN}{NX} = \frac{YM}{MX}$$

$$\frac{9}{6} = \frac{YM}{4}$$

$$\frac{6 \cdot YM}{6} = \frac{9 \times 4}{6} = \frac{36}{6}$$

$$YM = 6$$

$$XY = YM + MX = 4 + 6 = 10$$



2) إذا كان: $XY = 10$ ، $XM = 2$ ، $XN = 6$ ، فأوجد NZ .

$$\frac{NZ}{XN} = \frac{YM}{MX}$$

$$\frac{NZ}{6} = \frac{8}{2}$$

$$\frac{2\,NZ}{2} = \frac{8 \times 6}{2}$$

$$NZ = \frac{48}{2}$$

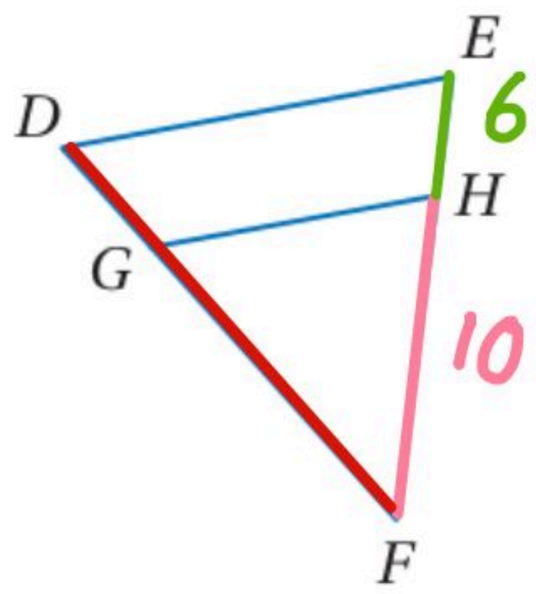
$$NZ = 24$$

تحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين

تحقق من فهمك

في $\triangle DEF$

2) في الشكل أعلاه، إذا كان: $HF = 10$, $EH = 6$, $DG = \frac{1}{2} GF$، فهل $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ ؟



$$\frac{DG}{GF} = \frac{EF}{HF}$$

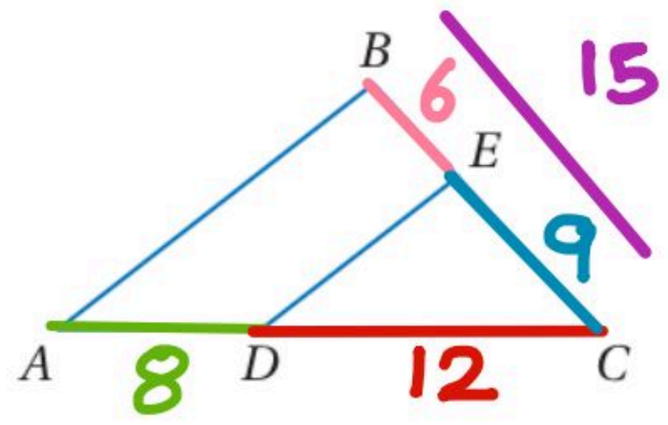
$$\frac{1}{2} \times \frac{6}{10}$$

$$12 \neq 10$$

الأضلاع غير متناسبة المستقيمان غير متوازيان

---

3) في $\triangle ABC$ ، إذا كان: $BE = 6$, $BC = 15$, $AD = 8$, $DC = 12$، فهل $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ؟ برّر إجابتك.



$$\frac{BE}{EC} = \frac{AD}{DC}$$

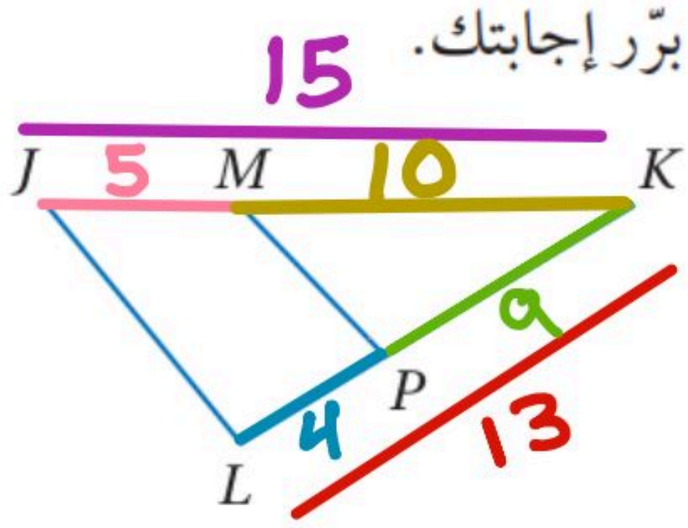
$$\frac{6}{9} = \frac{8}{12}$$

$$6 \times 12 = 9 \times 8$$

$$72 = 72$$

$$\overline{DE} \parallel \overline{AB}$$

4) في $\triangle JKL$ ، إذا كان $JK = 15$, $JM = 5$, $LK = 13$, $PK = 9$، فهل $\overline{JL} \parallel \overline{MP}$ ؟ برّر إجابتك.



$$\frac{MK}{JM} = \frac{PK}{LP}$$

$$\frac{10}{5} = \frac{9}{4}$$

$$10 \times 4 = 9 \times 5$$

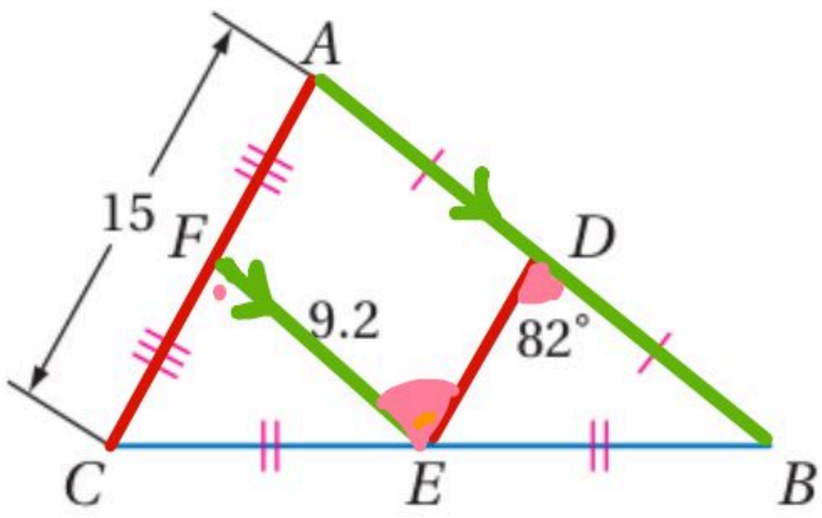
$$40 \neq 45$$

المستقيمان غير متوازيين

استعمال نظريّة القطعة المنصّفة في المثلث

تحقق من فهمك

أوجد كل قياس مما يأتي معتمدًا على الشكل المجاور:



$DE = \frac{15}{2} = 7.5$

$AB = 2 \times 9.2 = 18.4$

$DB = 9.2$

$m\angle FED = 82^\circ$ متبادلتان داخلياً

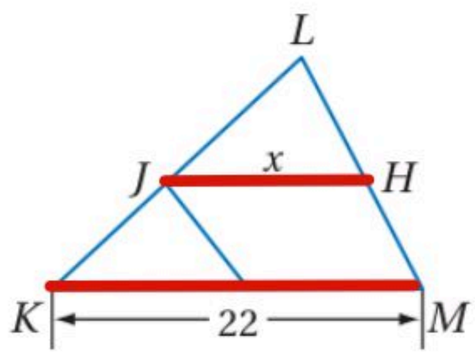
DE (**3A**

DB (**3B**

$m\angle FED$ (**3C**

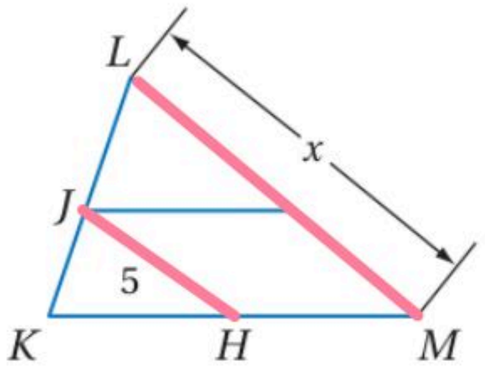
إذا كانت $\overline{JH}$ قطعة منصِّفة في $\triangle KLM$ ، فأوجد قيمة x في السؤالين الآتيين:

(5



$x = \frac{22}{2} = 11$

(6



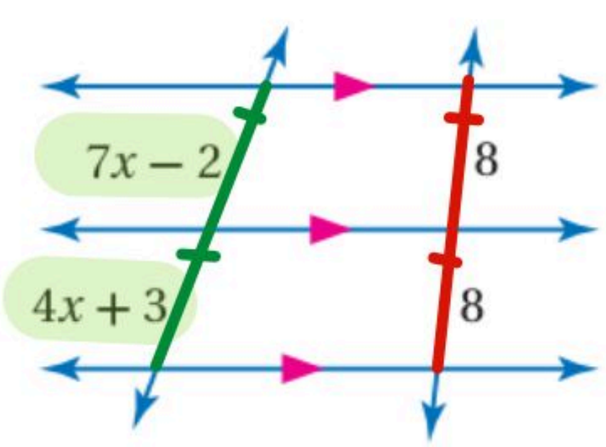
$x = 5 \times 2 = 10$

استعمال القطع المتطابقة من قاطعين

تحقق من فهمك

أوجد قيمة كلٍّ من x, y .

(5A



$7x - 2 = 4x + 3$

$-4x \quad -4x$

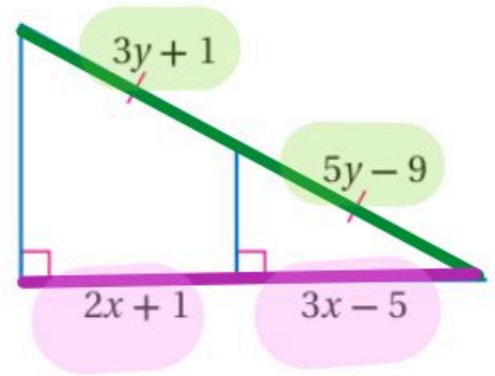
$3x - 2 = 3$

$+2 \quad +2$

$3x = 5$

$x = \frac{5}{3}$

(5B



$3x - 5 = 2x + 1$

$-2x \quad -2x$

$x - 5 = +1$

$+5 \quad +5$

$x = 6$

∴ قيمة x

$5y - 9 = 3y + 1$

$-3y \quad -3y$

$2y - 9 = 1$

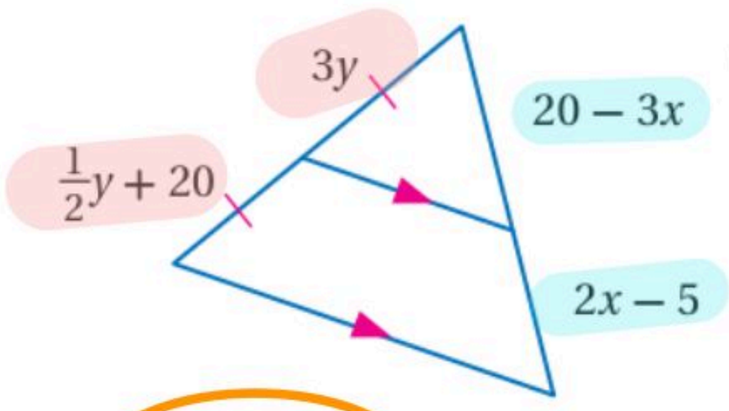
$+9 \quad +9$

$\frac{2y}{2} = \frac{10}{2}$

$y = 5$

∴ قيمة y

(8



$2x - 5 = 20 - 3x$

$+3x \quad +3x$

$5x - 5 = 20$

$+5 \quad +5$

$\frac{5x}{5} = \frac{25}{5}$

$x = 5$

∴ قيمة x

$3y = \frac{1}{2}y + 20$ (2) بضرب في

$6y = y + 40$

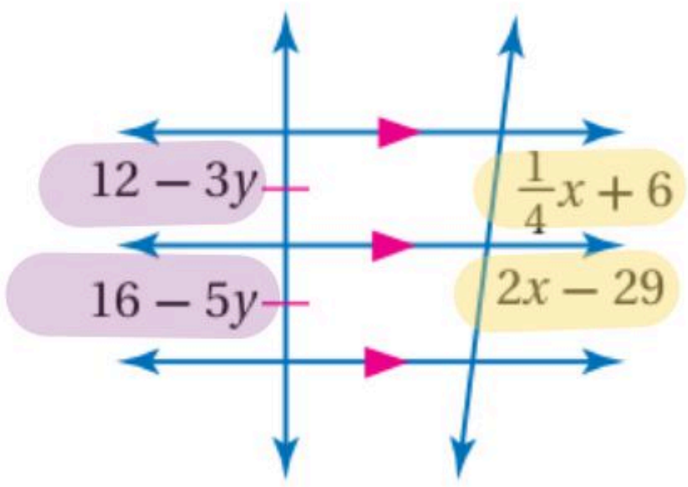
$-y \quad -y$

$\frac{5y}{5} = \frac{40}{5}$

$y = 8$

∴ قيمة y

(9



∴ قيمة x

$2x - 29 = \frac{1}{4}x + 6$

بضرب في 4 :-

$8x - 116 = x + 24$

$8x - x = 24 + 116$

$\frac{7x}{7} = \frac{140}{7}$

$x = 20$

قيمة y :-

$12 - 3y = 16 - 5y$

$+5y \quad +5y$

$12 + 2y = 16$

$-12 \quad -12$

$\frac{2y}{2} = \frac{4}{2}$

$y = 2$

2-4 عناصر المثلثات المتشابهة
Parts of Similar Triangles

استعمال القطع الخاصّة في المثلثات المتشابهة

أوجد قيمة x في المثلثين المتشابهين،

(1A

$\frac{PM}{QY} = \frac{KM}{XY}$

$\frac{16}{x} \times \frac{20}{15}$

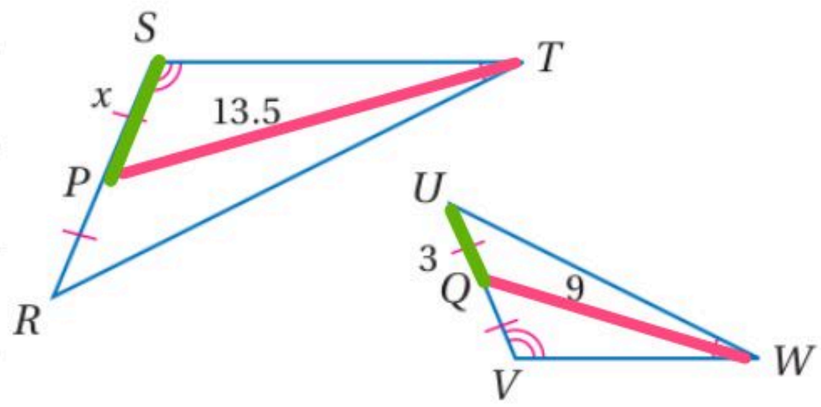
$20x = 15(16)$

$x = \frac{15 \times 16}{20}$

$= \frac{5 \times 3 \times 4 \times 4}{5 \times 4}$

$x = 12$

(1B



$\frac{PT}{WQ} = \frac{PS}{QU}$

$\frac{13.5}{9} \times \frac{x}{3}$

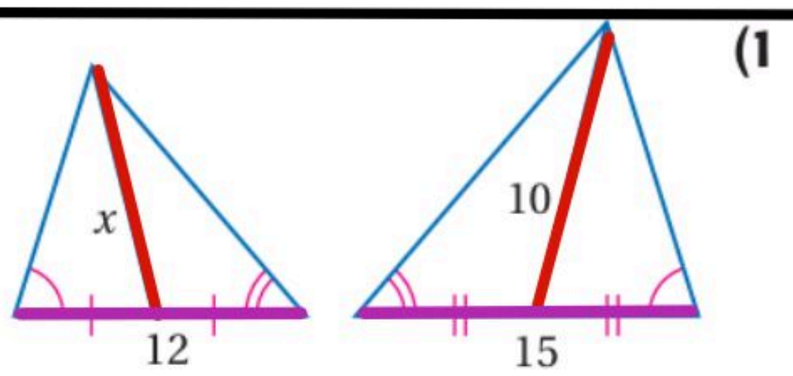
$9x = 3 \times 13.5$

$x = \frac{3 \times 13.5}{9}$

$x = \frac{13.5}{3}$

$x = 4.5$

(1



$\frac{x}{10} \times \frac{12}{15}$

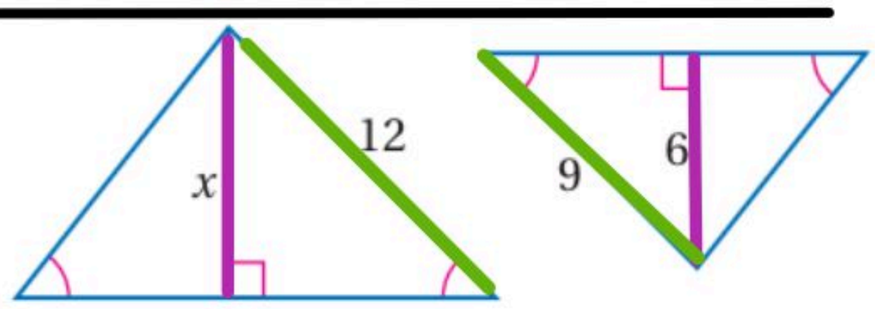
$15x = 10(12)$

$x = \frac{5 \times 2 \times 3 \times 4}{3 \times 5}$

$x = \frac{120}{15}$

$x = 8$

(2



$\frac{x}{6} \times \frac{12}{9}$

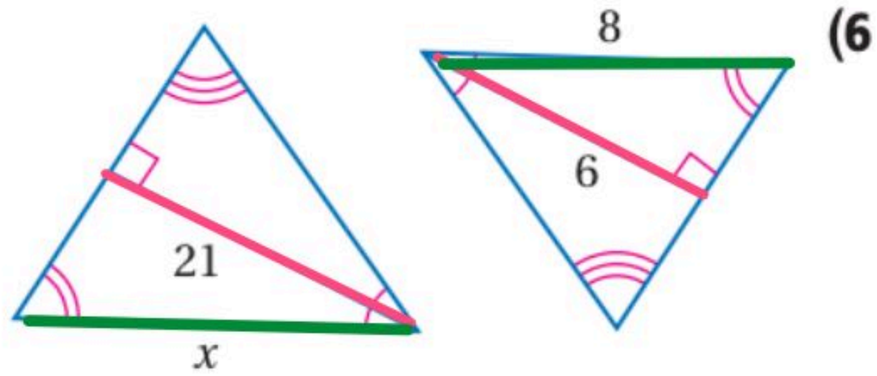
$9x = 6(12)$

$\frac{9x}{9} = \frac{72}{9}$

$x = \frac{72}{9}$

$x = 8$

$$\frac{21}{6} = \frac{x}{8}$$



(6

$$6x = 21 \times 8$$

$$x = \frac{21 \times 8}{6} = \frac{3 \times 7 \times 2 \times 4}{3 \times 2}$$

$$x = 28$$

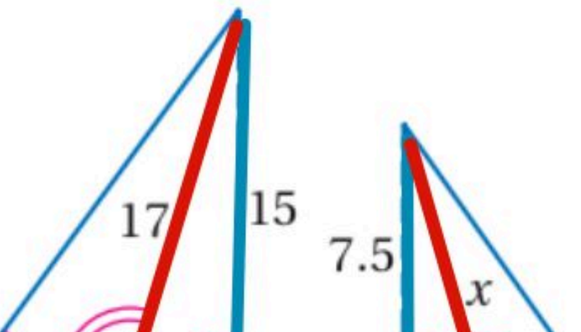
$$\frac{x}{17} = \frac{7.5}{15}$$

(7

$$15x = 7.5(17)$$

$$x = \frac{7.5}{15}(17) = \frac{17}{2} = 8.5$$

$$\frac{27}{12} = \frac{x}{8}$$



(9

$$12x = (27)(8)$$

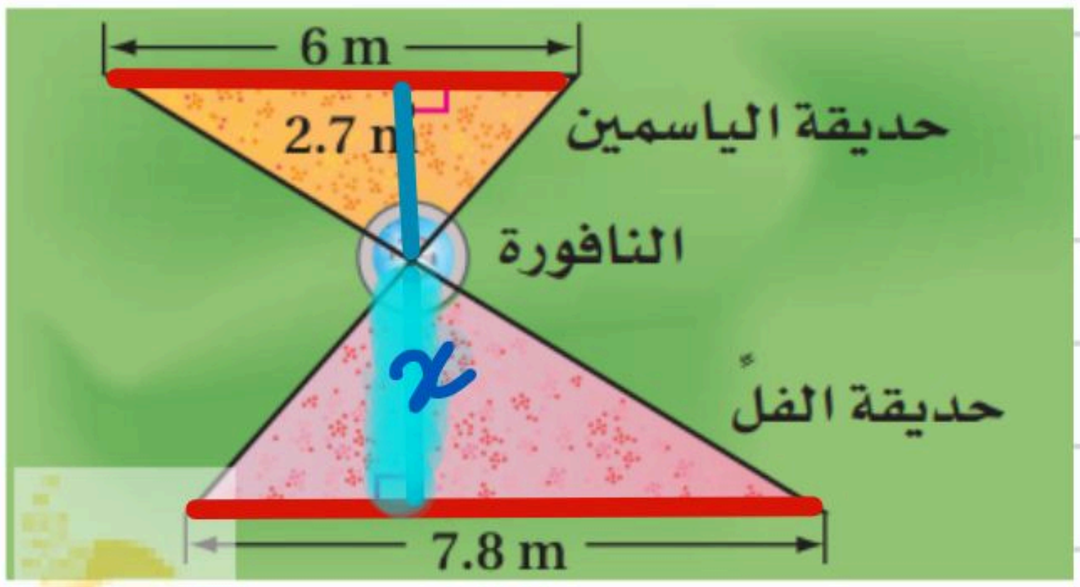
$$x = \frac{27(8)}{12} = \frac{3 \times 9 \times 2 \times 4}{3 \times 4}$$

$$x = 18$$

استعمال المثلثات المتشابهة لحل المسائل

تحقق من فهمك

2) **حدائق:** في الشكل المجاور حديقتان بجوارهما نافورة، إذا كانت الحديقتان تشكلان مثلثين متشابهين، فأوجد المسافة من مركز النافورة إلى الضلع الأطول في حديقة الفُلِّ.



$$\frac{x}{2.7} = \frac{7.8}{6}$$

$$6x = (7.8)(2.7)$$

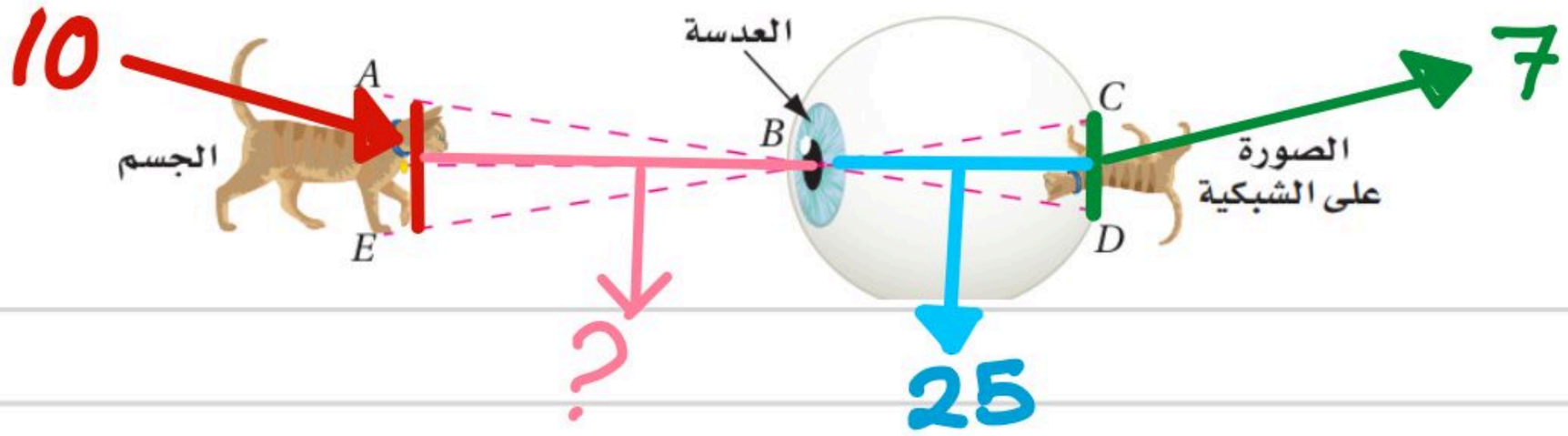
$$\frac{6x}{6} = \frac{21.6}{6}$$

$$x = \frac{21.6}{6} = 3.6$$

المسافة = 3.6 متر

المثال 2

3) **صورة:** ارتفاع قطّة 10 in، وارتفاع صورتها على شبكيّة العين 7 mm، إذا كان $\triangle ABE \sim \triangle DBC$، وكانت المسافة من بؤبؤ العين إلى الشبكيّة 25 mm فكم تبعد القطة عن بؤبؤ العين مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة؟



$$\frac{x}{25} = \frac{10}{7}$$

$$\frac{7x}{7} = \frac{10 \times 25}{7}$$

$$x = \frac{250}{7} \approx 35.8$$

استعمال نظرية منصّف زاوية في مثلث

أوجد قيمة x

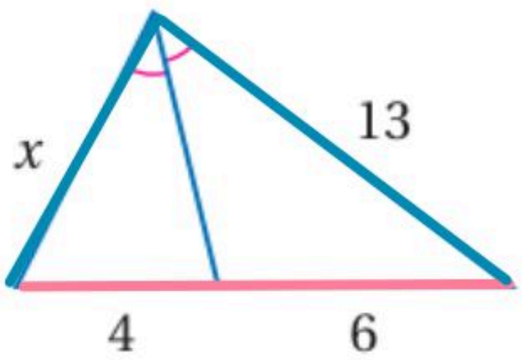
$$\frac{x}{13} = \frac{4}{6}$$

$$6x = 13 \times 4$$

$$x = \frac{13 \times 4}{6} = \frac{52}{6}$$

$$x = 8.7$$

(3A



$$\frac{11}{14} = \frac{20-x}{x}$$

$$11x = 14(20 - x)$$

$$11x = 280 - 14x$$

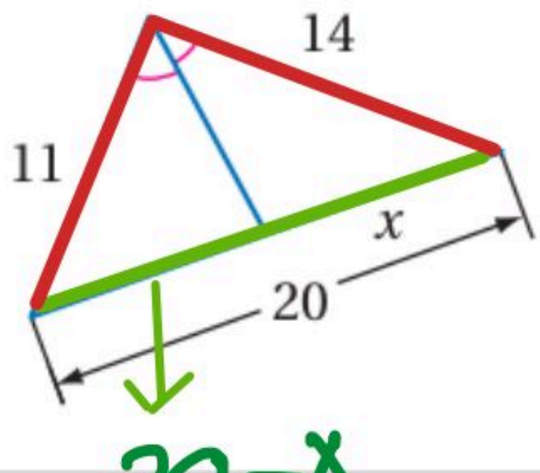
$+14x \qquad +14x$

$$25x = 280$$

$$x = \frac{280}{25}$$

$$x = 11.2$$

(3B



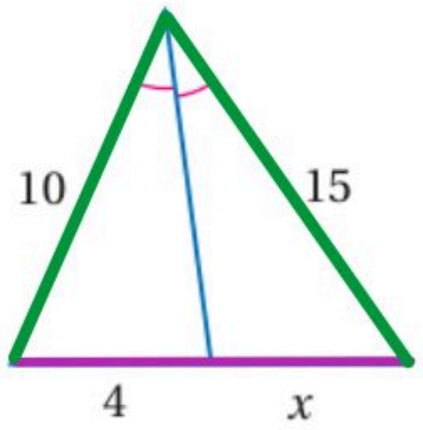
$$\frac{4}{x} = \frac{10}{15}$$

$$10x = (4)(15)$$

$$\frac{10x}{10} = \frac{60}{10}$$

$$x = 6$$

(4



3-1

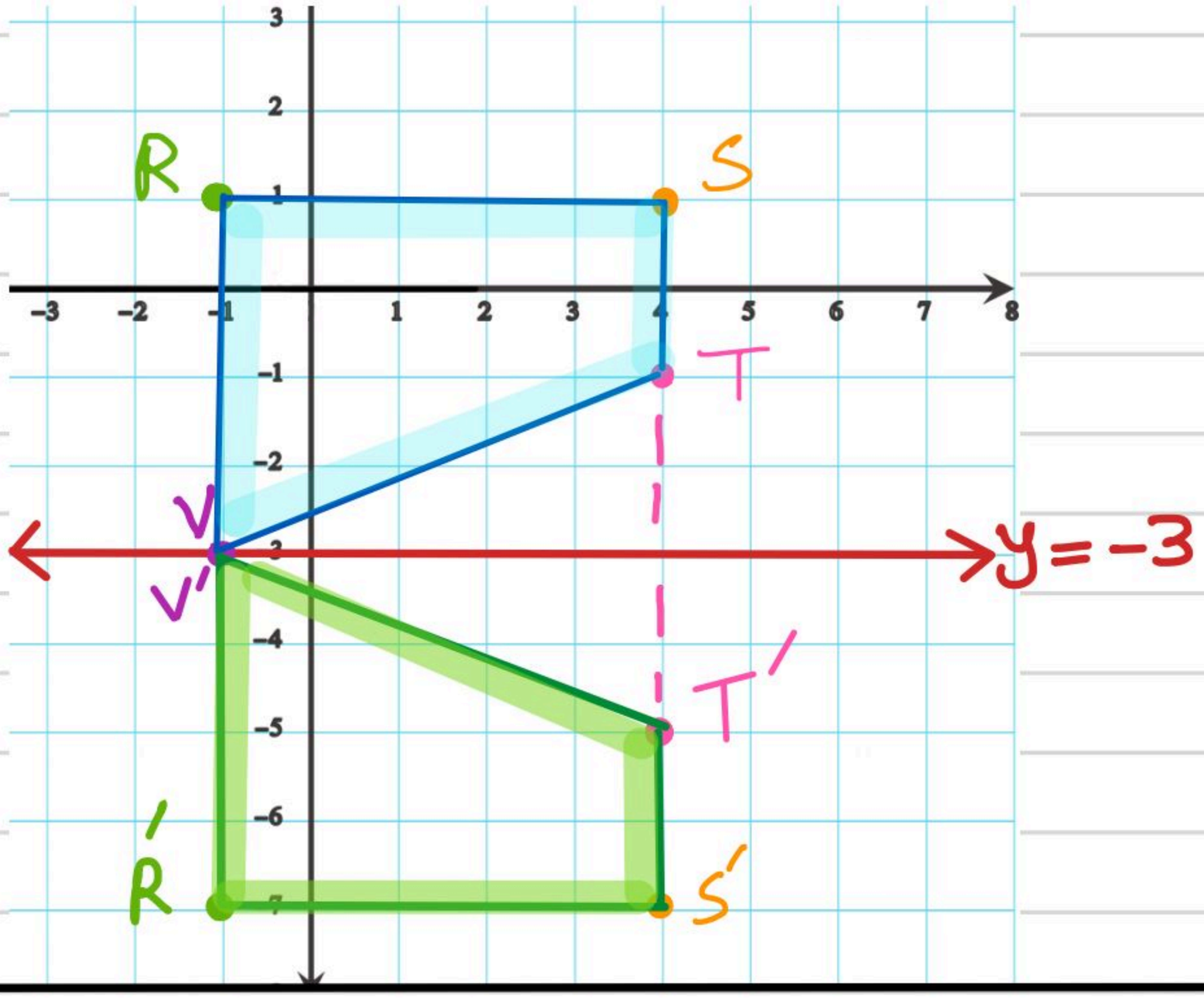
الانعكاس
Reflection

رسم صورة بالانعكاس حول مستقيم أفقى أو مستقيم رأسى

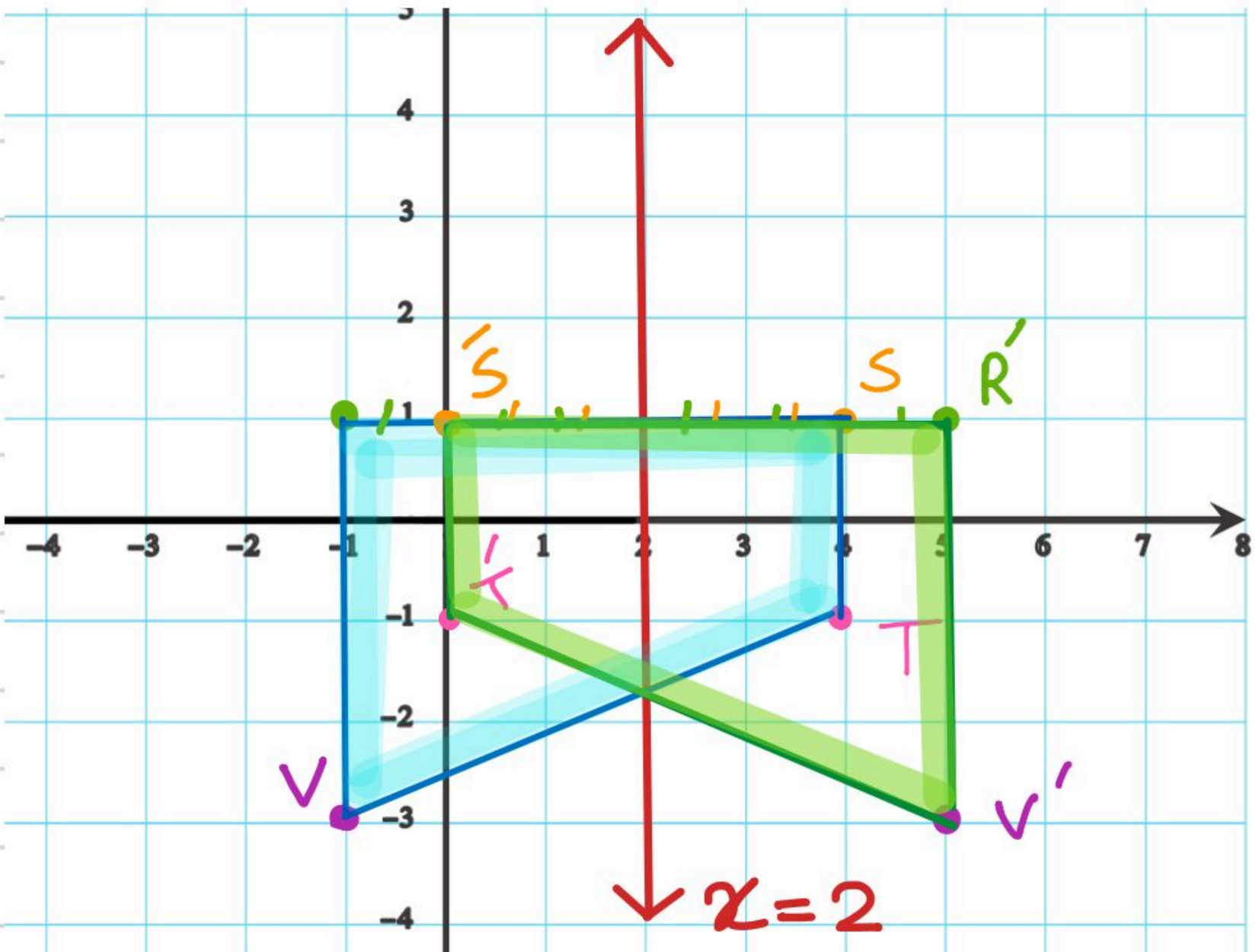
تحقق من فهمك

مثِّل بيانيًّا شبه المنحرف $RSTV$، الذي إحداثيات رؤوسه هي $V(-1, -3)$ $T(4, -1)$ $S(4, 1)$ $R(-1, 1)$،
وارسم صورته بالانعكاس حول المستقيم المُعطَى فى كلٍّ ممّا يأتى:

$y = -3$ (3A



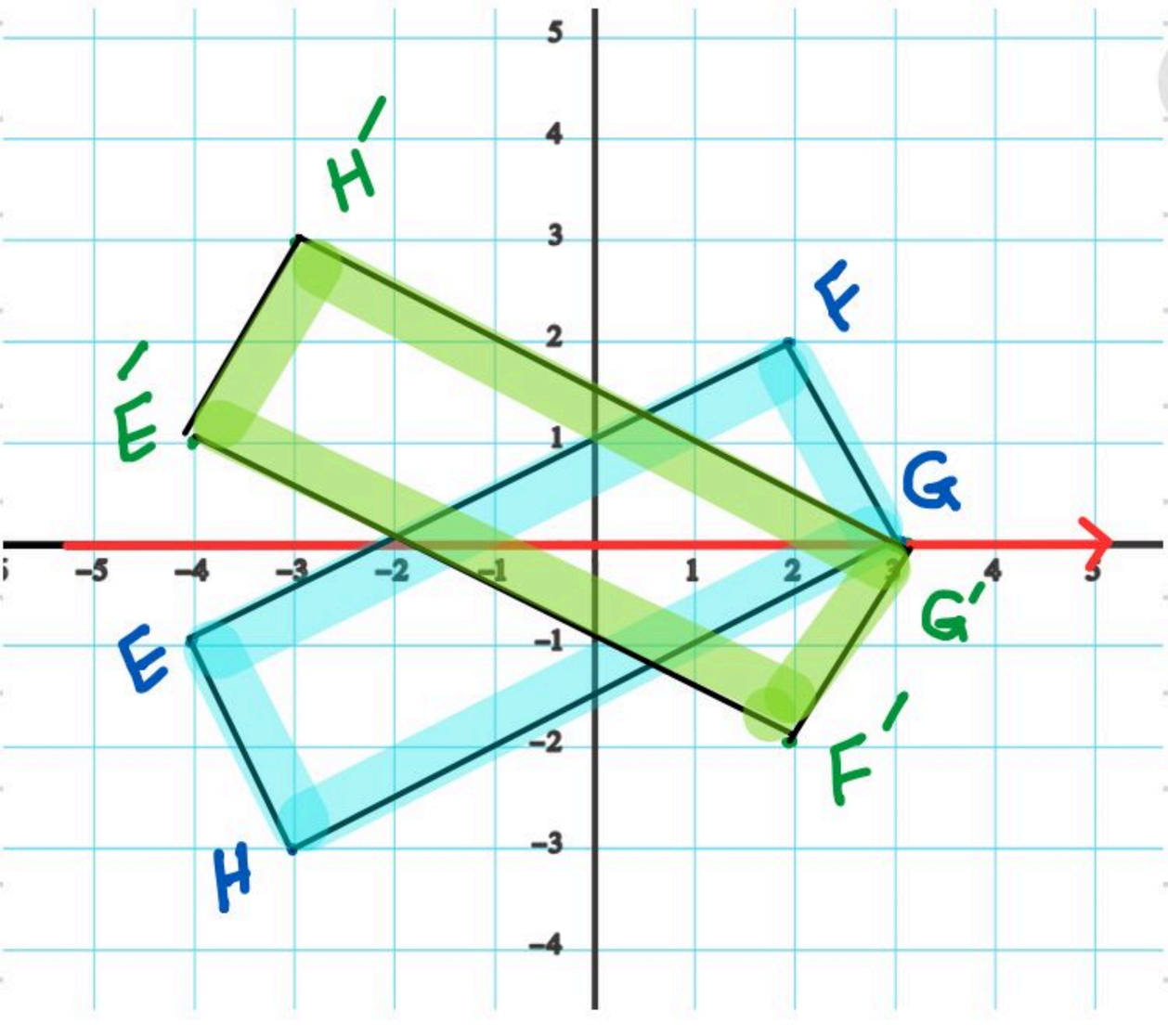
$x = 2$ (3B



رسم صورة بالانعكاس حول المحور x أو المحور y

تحقق من فهمك

4A) المستطيل الذي إحداثيات رؤوسه: $E(-4,-1), F(2,2), G(3,0), H(-3,-3)$ بالانعكاس حول المحور x.



$(x, y) \xrightarrow{\text{حول } x} (x, -y)$

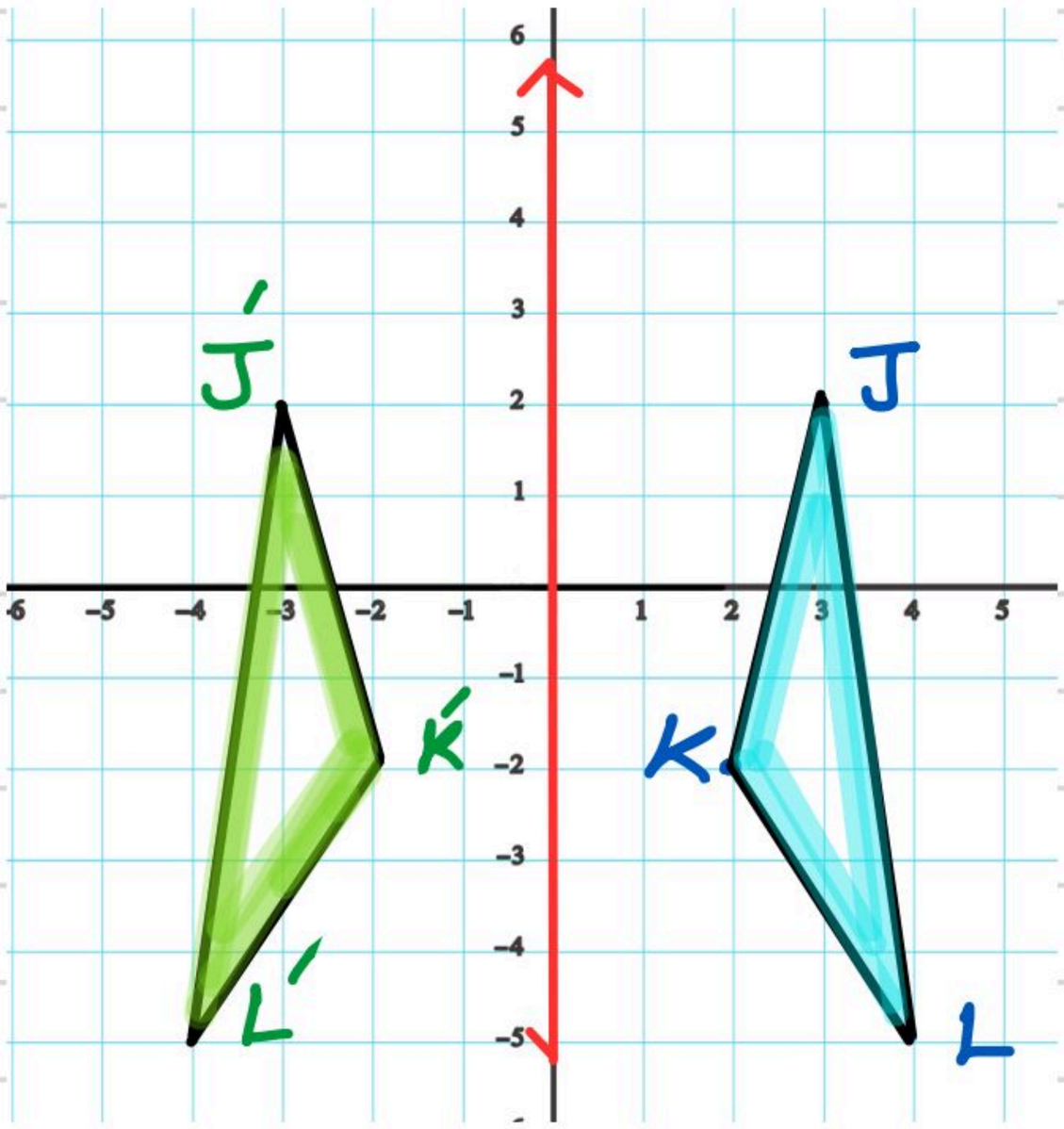
$E(-4,-1) \longrightarrow E'(-4,1)$

$F(2,2) \longrightarrow F'(2,-2)$

$G(3,0) \longrightarrow G'(3,0)$

$H(-3,-3) \longrightarrow H'(-3,3)$

4B) $\triangle JKL$ الذي إحداثيات رؤوسه: $J(3,2), K(2,-2), L(4,-5)$ بالانعكاس حول المحور y.



$(x, y) \xrightarrow{\text{حول } y} (-x, y)$

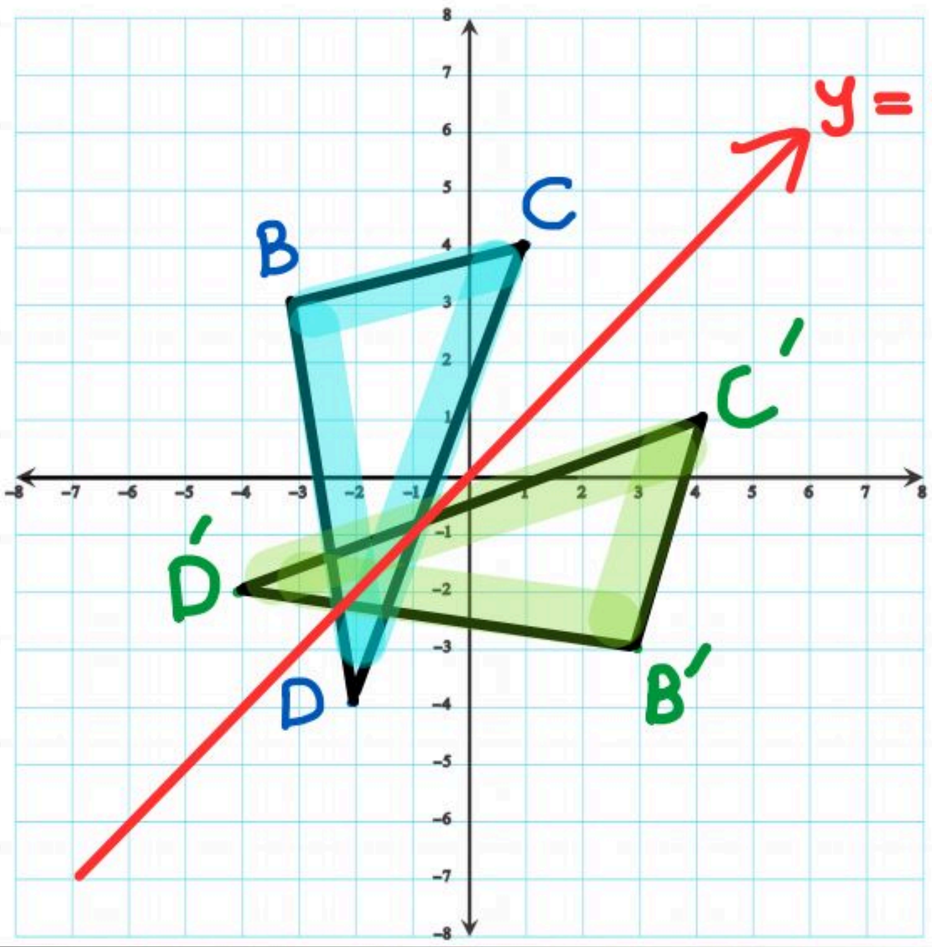
$J(3,2) \longrightarrow J'(-3,2)$

$K(2,-2) \longrightarrow K'(-2,-2)$

$L(4,-5) \longrightarrow L'(-4,-5)$

رسم صورة شكل بالانعكاس حول المستقيم $y = x$

5) مثِّل بيانيًّا $\triangle BCD$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $B(-3, 3), C(1, 4), D(-2, -4)$،
ثم ارسم صورته بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.



$(x, y) \longrightarrow (y, x)$

$B(-3, 3) \longrightarrow B'(3, -3)$

$C(1, 4) \longrightarrow C'(4, 1)$

$D(-2, -4) \longrightarrow D'(-4, -2)$

تأكد

مثِّل كل شكل مما يأتي بيانيًّا، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد.

7) $\triangle XYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $X(0, 4), Y(-3, 4), Z(-4, -1)$
بالانعكاس حول المحور y .

$X(0, 4) \xrightarrow{\text{حول محور } y} X'(0, 4)$

$Y(-3, 4) \longrightarrow Y'(3, 4)$

$Z(-4, -1) \longrightarrow Z'(4, -1)$

8) $\square QRST$ الذي إحداثيات رؤوسه: $Q(-1, 4), R(4, 4), S(3, 1), T(-2, 1)$
بالانعكاس حول المحور x .

$Q(-1, 4) \xrightarrow{\text{حول محور } x} Q'(-1, -4)$

$S(3, 1) \longrightarrow S'(3, -1)$

$R(4, 4) \longrightarrow R'(4, -4)$

$T(-2, 1) \longrightarrow T'(-2, -1)$

9) الشكل الرباعي الذي إحداثيات رؤوسه: $J(-3, 1), K(-1, 3), L(1, 3), M(-3, -1)$
بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.

$J(-3, 1) \xrightarrow{\text{حول } y = x} J'(1, -3)$

$L(1, 3) \longrightarrow L'(3, 1)$

$K(-1, 3) \longrightarrow K'(3, -1)$

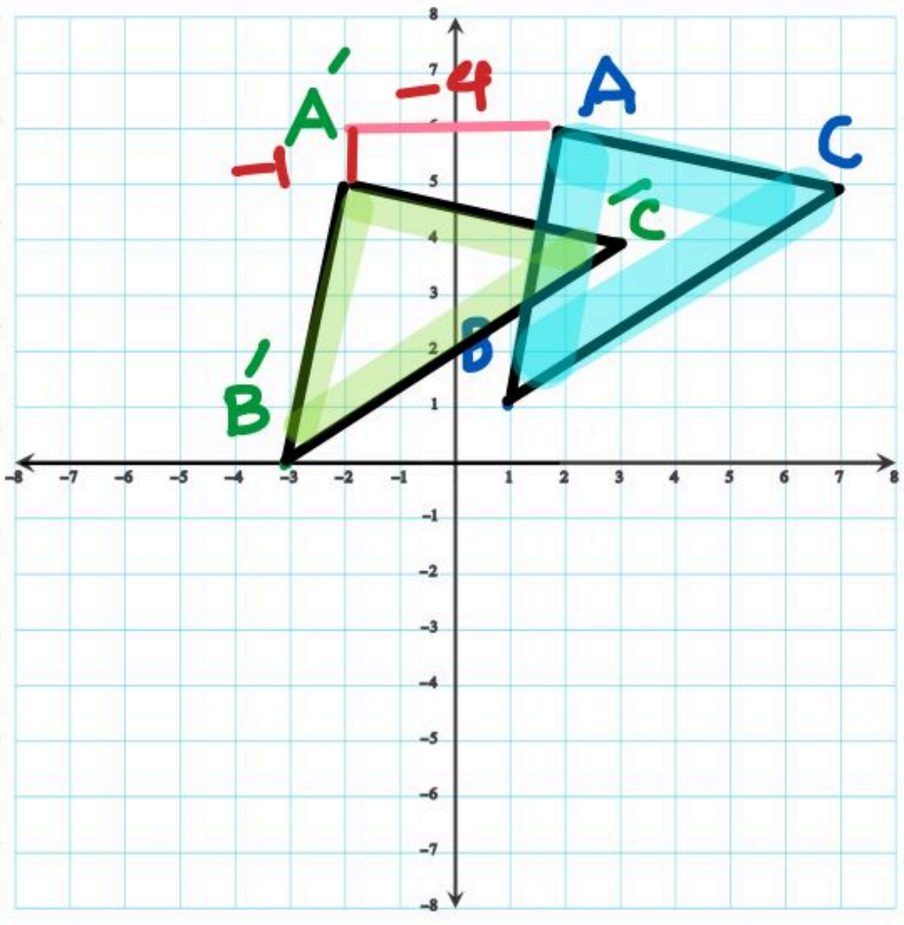
$M(-3, -1) \longrightarrow M'(-1, -3)$

3-2 الإزاحة (الانسحاب) Translation

الإزاحة في المستوى الإحداثي

تحقق من فهمك

2A) $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(2, 6), B(1, 1), C(7, 5)$، أُزيح وفق القاعدة



$$(x, y) \rightarrow (x-4, y-1)$$

$A(2,6) \rightarrow A'(2-4, 6-1) = A'(-2, 5)$

$B(1,1) \rightarrow B'(1-4, 1-1) = B'(-3, 0)$

$C(7,5) \rightarrow C'(7-4, 5-1) = C'(3, 4)$

2B) الشكل الرباعي $QRST$ الذي إحداثيات رؤوسه: $Q(-8, -2), R(-9, -5), S(-4, -7), T(-4, -2)$، أُزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x+7, y+1)$

$Q(-8,-2) \rightarrow Q'(-8+7, -2+1) = Q'(-1, -1)$

$R(-9,-5) \rightarrow R'(-9+7, -5+1) = R'(-2, -4)$

$S(-4,-7) \rightarrow S'(-4+7, -7+1) = S'(3, -6)$

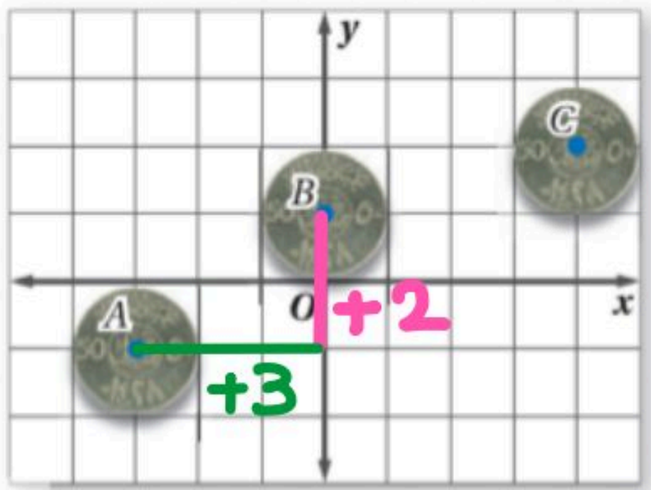
$T(-4,-2) \rightarrow T'(-4+7, -2+1) = T'(3, -1)$

وصف الإزاحة

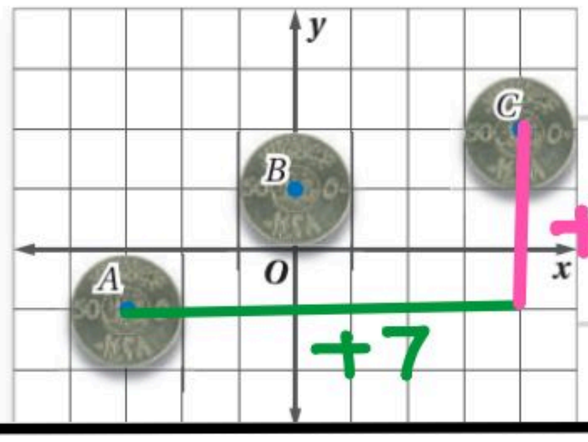
تحقق من فهمك

3) نقود: تمَّ تصوير حركة قطعة نقود في مواقع مختلفة على المستوى الإحداثي.

A) صِفْ حركة القطعة عند انتقالها من الموقع A إلى الموقع B لفظيًّا.



$(x+3, y+2)$



B) صِفْ حركة القطعة عند انتقالها من الموقع A إلى الموقع C باستعمال قاعدة الإزاحة.

$(x + 7, y + 3)$

---

4) شبه المنحرف $JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه: $J(2, 4), K(1, 1), L(5, 1), M(4, 4)$، أُزيح وفق القاعدة

$$(x, y) \rightarrow (x + 7, y + 1)$$

$J(2, 4) \rightarrow J'(2+7, 4+1) = J'(9, 5)$

$K(1, 1) \rightarrow K'(1+7, 1+1) = K'(8, 2)$

$L(5, 1) \rightarrow L'(5+7, 1+1) = L'(12, 2)$

$M(4, 4) \rightarrow M(4+7, 4+1) = M'(11, 5)$

---

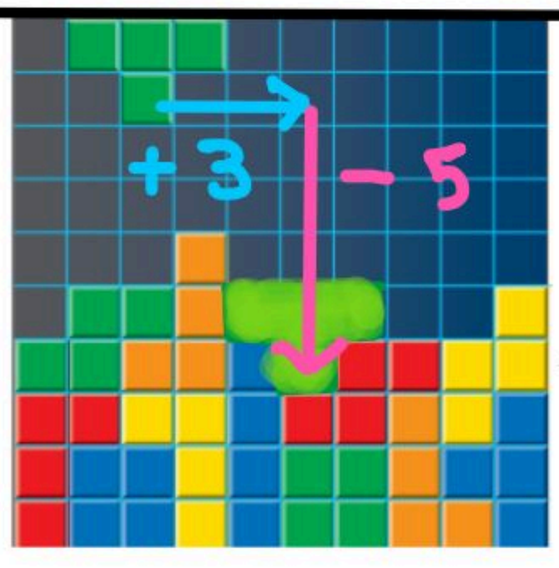
5) $\triangle DFG$ الذي إحداثيات رؤوسه: $D(-8, 8), F(-10, 4), G(-7, 6)$، أُزيح وفق القاعدة

$$(x, y) \rightarrow (x + 5, y - 2)$$

$D(-8, 8) \rightarrow D'(-3, 6)$

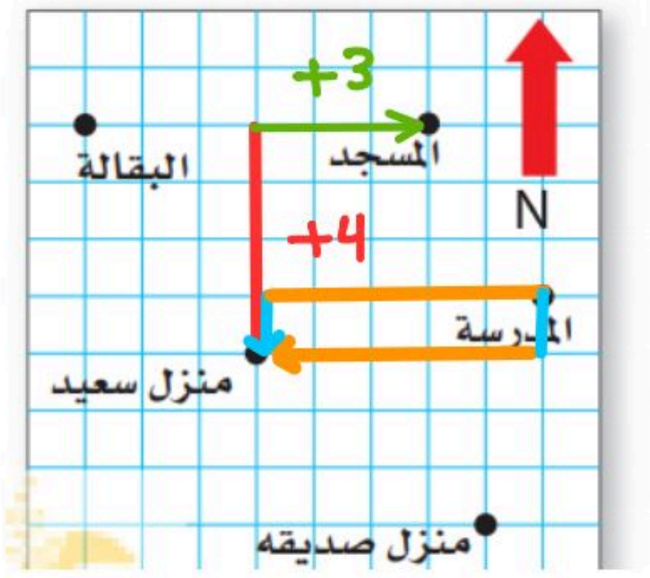
$F(-10, 4) \rightarrow F'(-5, 2)$

$G(-7, 6) \rightarrow G'(-2, 4)$



7) ألعاب فيديو: إن هدف اللعبة المجاورة هو تحريك القطع الملونة إلى اليمين أو اليسار، عندما تنزل من أعلى الشاشة لملء كل صف دون ترك فراغاتٍ فيه. إذا كان الموقع الابتدائي للقطعة في أعلى الشاشة (x, y)، فاكتب قاعدةً لوصف الانسحاب الذي يملأ الصف المشار إليه بالسهم.

$(x + 3, y - 5)$



14) مواقع: تبين الشبكة المجاورة بعض المواقع في الحي الذي يقطنه سعيد.

a) إذا غادر سعيد منزله، وانتقل 4 وحدات إلى الشمال و 3 وحدات إلى الشرق، فأين يصل؟ **المسجد**

b) صِف لفظيًّا إزاحتين تنقلان سعيد من المدرسة إلى منزله.

5 وحدات إلى غرب ثم وحدة إلى الجنوب

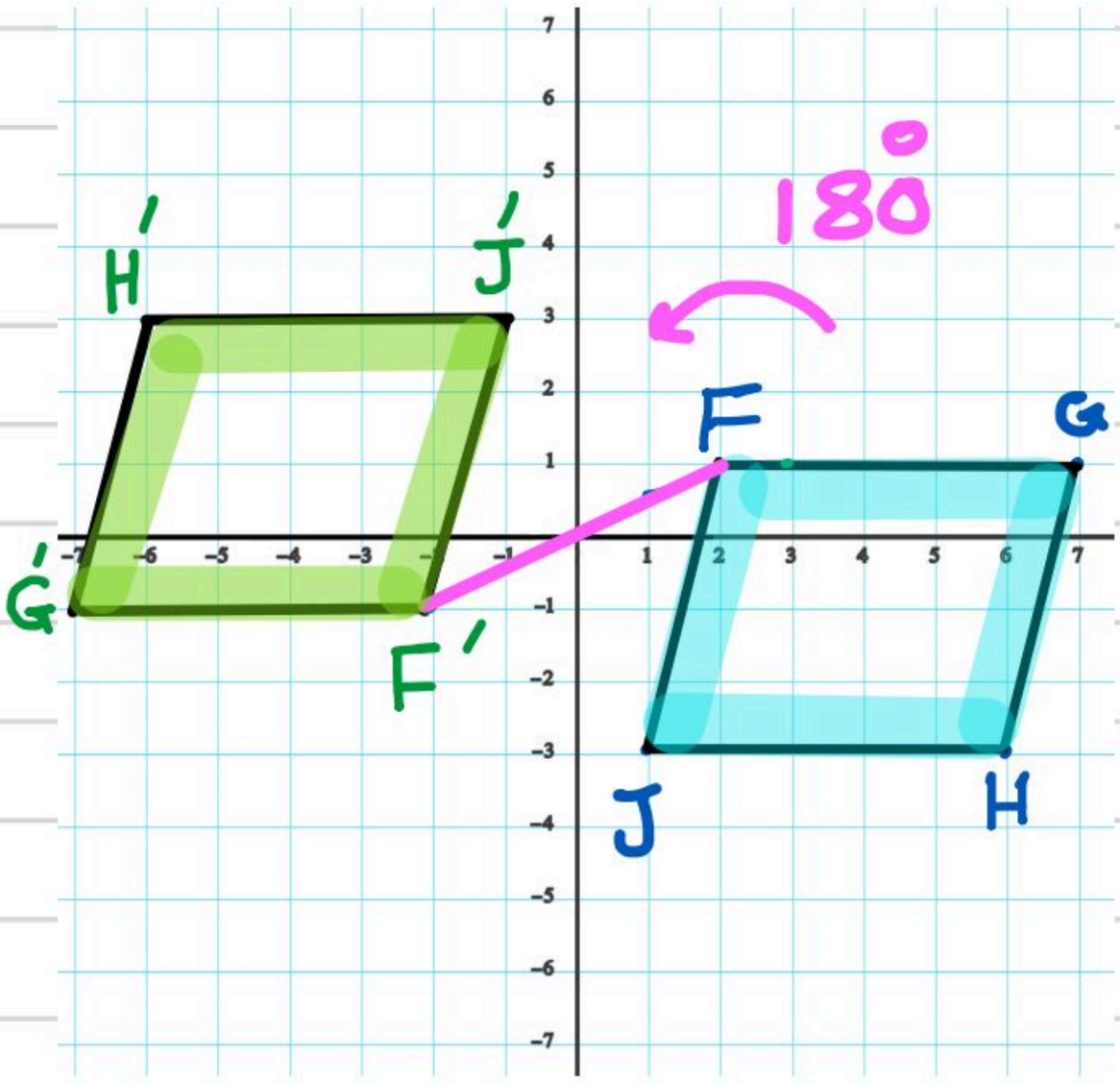
أو وحدة إلى الجنوب ثم 5 وحدات إلى غرب

3-3 الدوران
Rotations

رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي:

تحقق من فهمك

2) إحداثيات رؤوس متوازي الأضلاع $FGHJ$ هي: $F(2, 1), G(7, 1), H(6, -3), J(1, -3)$.
مثِّل بيانيًّا $FGHJ$ وصورته الناتجة عن دوران بزاوية $180°$ حول نقطة الأصل.



$(x, y) \xrightarrow[180]{\text{دوران بزاوية}} (-x, -y)$

$F(2, 1) \longrightarrow F'(-2, -1)$

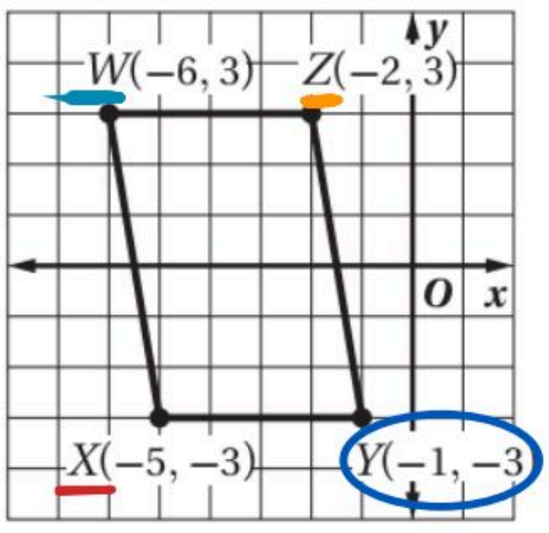
$G(7, 1) \longrightarrow G'(-7, -1)$

$H(6, -3) \longrightarrow H'(-6, 3)$

$J(1, -3) \longrightarrow J'(-1, 3)$

تحقق من فهمك

3) تمّ تدوير متوازي الأضلاع $WXYZ$ في الشكل المجاور بزاوية $180°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، أيُّ الأشكال الآتية يمثل صورة متوازي الأضلاع الناتجة عن الدوران؟

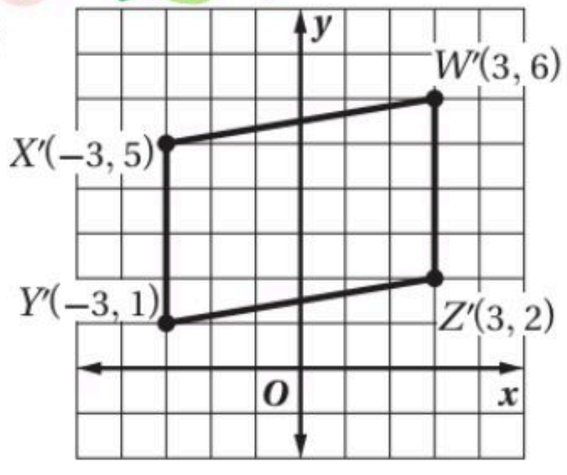


$(x, y) \xrightarrow[180]{\text{دوران بزاوية}} (-x, -y)$

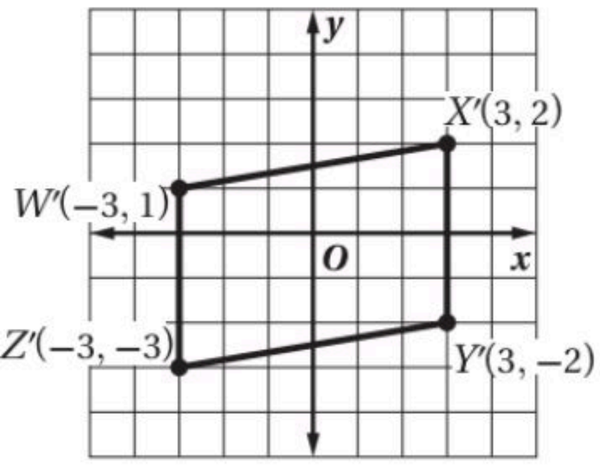
$Y(-1, -3) \longrightarrow (+1, +3)$

تغير إشارات x و y

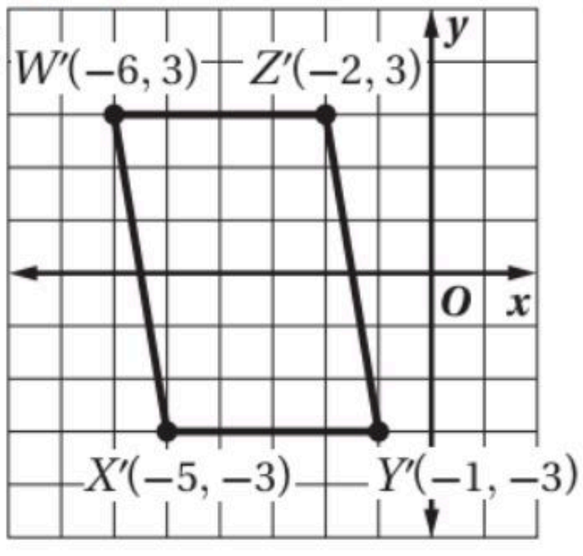
A



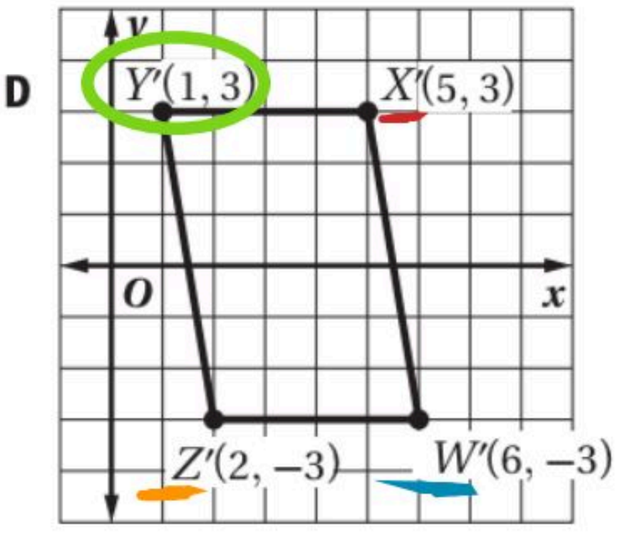
B



C



D



تأكد

3) إحداثيات رؤوس المثلث DFG هي: $D(-2, 6)$, $F(2, 8)$, $G(2, 3)$ ، مثّل بيانيًّا $\triangle DFG$ وصورته الناتجة عن دوران بزاوية $270°$ حول نقطة الأصل .

$(x, y) \xrightarrow{\text{دوران بزاوية } 270} (y, -x)$ نبدل ونغير إشارة x

$D(-2,6) \longrightarrow D(6, +2)$

$F(2,8) \longrightarrow F(8, -2)$

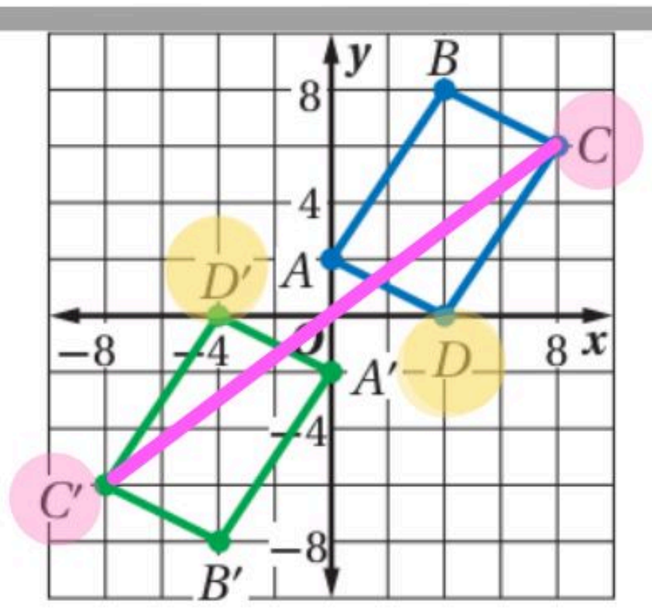
$G(2,3) \longrightarrow G'(3, -2)$

4) **اختيار من متعدد:** الشكل المجاور يبيّن الشكل الرباعي $ABCD$ وصورته $A'B'C'D'$ الناتجة عن دوران حول نقطة الأصل.

ما قياس زاوية الدوران؟

A $90°$ **C** $270°$

B $180°$ **D** $360°$



$C(8, 6) \longrightarrow C'(-8, -6)$

8) المعين $WXYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه: $W(-3, 4), X(0, 7), Y(3, 4), Z(0, 1)$ ، $90°$

$(x, y) \longrightarrow (-y, x)$ نبدل ونغير إشارة y

$W(-3,4) \longrightarrow W'(-4,-3)$

$X(0,7) \longrightarrow X'(-7,0)$

$Y(3,4) \longrightarrow Y'(-4,3)$

$Z(0,1) \longrightarrow Z'(-1,0)$

9) $\triangle FGH$ الذي إحداثيات رؤوسه: $F(2, 4), G(5, 6), H(7, 2)$ ، $180°$

$F(2,4) \longrightarrow F'(-2,-4)$

$G(5,6) \longrightarrow G'(-5,-6)$

$H(7,2) \longrightarrow H'(-7,-2)$

10) متوازي الأضلاع $MPQV$ الذي إحداثيات رؤوسه: $M(-6, 3), P(-2, 3), Q(-3, -2), V(-7, -2)$ ، $270°$

$M(-6,3) \longrightarrow M'(3,6)$

$P(-2,3) \longrightarrow P'(3,2)$

$Q(-3,-2) \longrightarrow Q'(-2,3)$

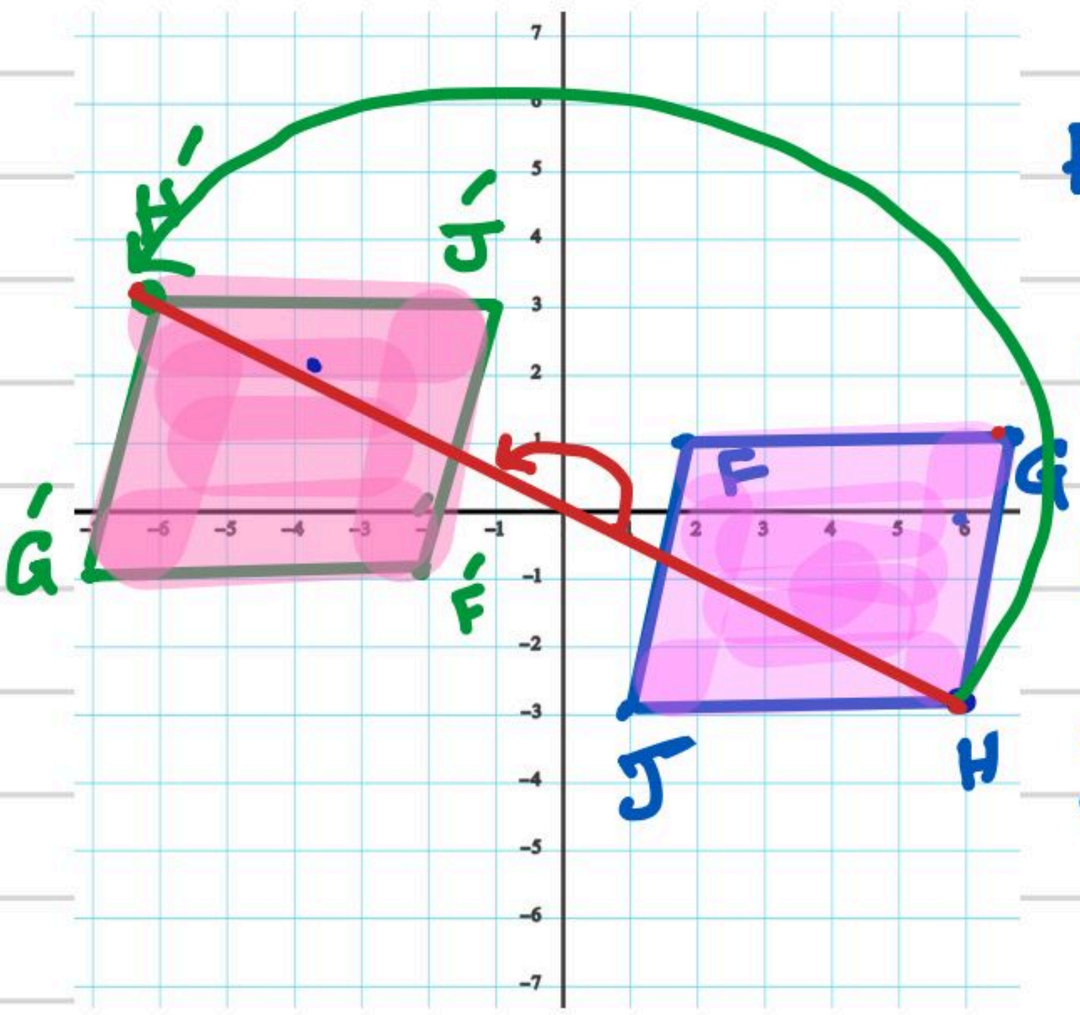
$V(-7,-2) \longrightarrow V'(-2,7)$

3-3 الدوران
Rotations

رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي

تحقق من فهمك

2) إحداثيات رؤوس متوازي الأضلاع $FGHJ$ هي: $F(2, 1), G(7, 1), H(6, -3), J(1, -3)$.
مثِّل بيانيًّا $FGHJ$ وصورته الناتجة عن دوران بزاوية $180°$ حول نقطة الأصل.



$F(2,1) \rightarrow F'(-2,-1)$

$G(7,1) \rightarrow G'(-7,-1)$

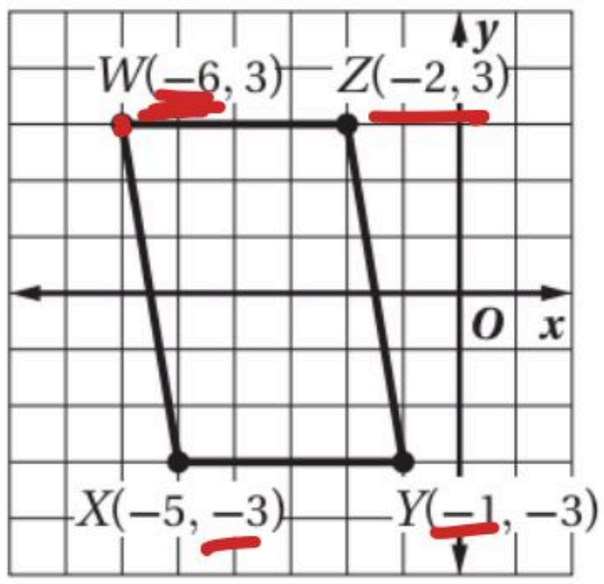
$H(6,-3) \rightarrow H'(-6,+3)$

$J(1,-3) \rightarrow J'(-1,+3)$

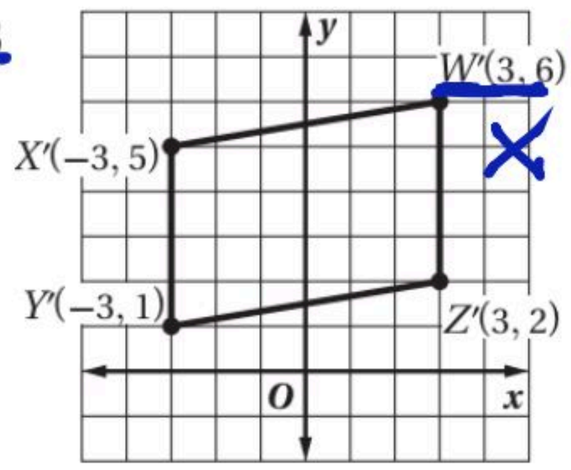
تحقق من فهمك

3) تمّ تدوير متوازي الأضلاع $WXYZ$ في الشكل المجاور بزاوية $180°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، أيُّ الأشكال الآتية يمثل صورة متوازي الأضلاع الناتجة عن الدوران؟

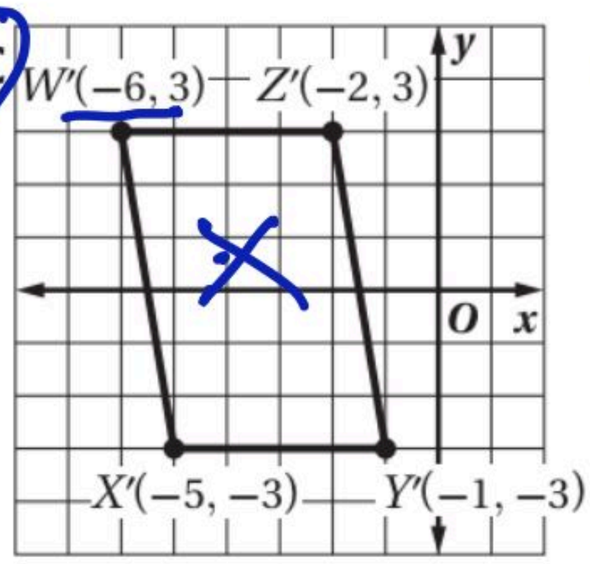
$W(-6,3) \rightarrow W'(+6,-3)$



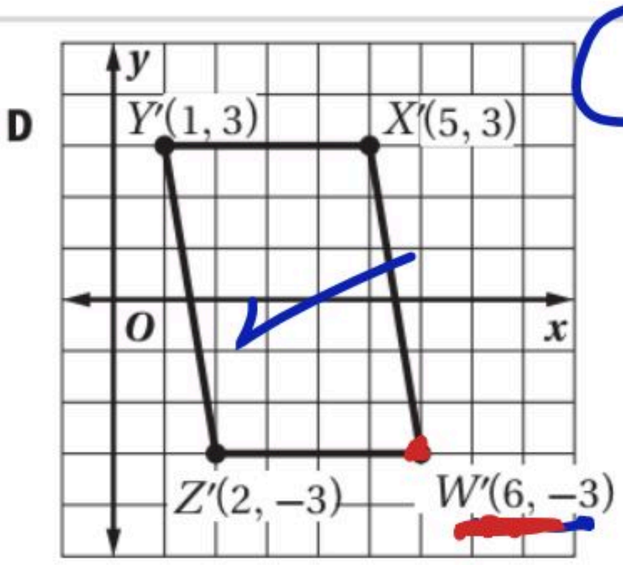
A



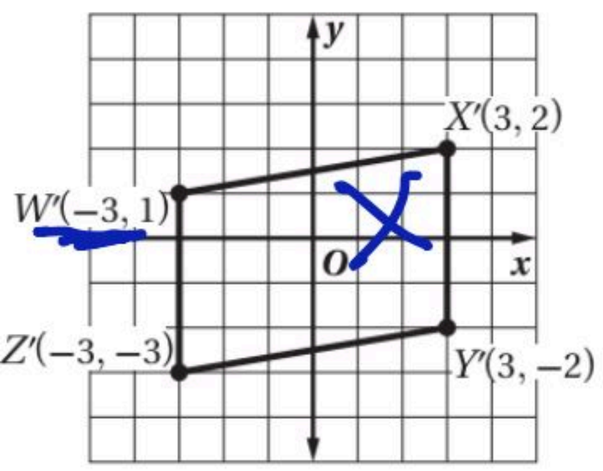
B

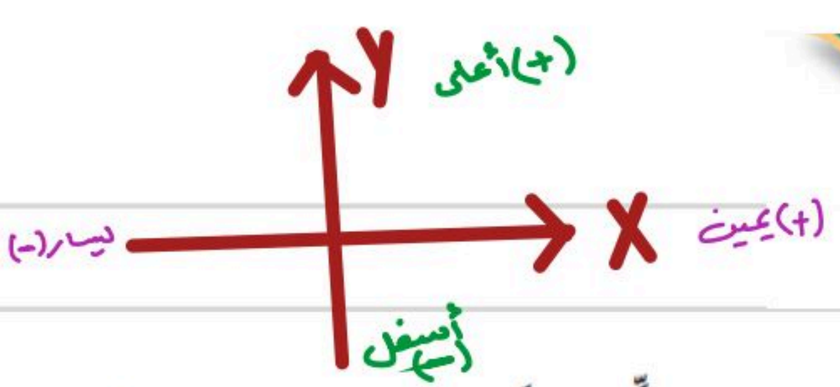


C



D





3-4 تركيب التحويلات الهندسية
Composition of Transformations

تحقق من فهمك

إحداثيات رؤوس المثلث PQR هي: $P(1, 1), Q(2, 5), R(4, 2)$، مثِّل بيانيًّا $\triangle PQR$ وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدّد في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

1A) إزاحة مقدارها وحدتين إلى اليسار،
ثم انعكاس حول المحور x.

$P(1,1) \xrightarrow[\text{يسار } (x)]{-2} P'(1-2, 1) = P'(-1, 1) \xrightarrow[\text{حول } x]{\text{انعكاس}} P''(-1, -1)$

$Q(2,5) \longrightarrow Q'(2-2, 5) = Q'(0, 5) \longrightarrow Q''(0, -5)$

$R(4,2) \longrightarrow R'(4-2, 2) = R'(2, 2) \longrightarrow R''(2, -2)$

1B) إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى أسفل
و3 وحدات إلى اليسار، ثم
انعكاس حول المستقيم $y = x$.

$P(1,1) \xrightarrow[\text{أسفل } f(-3)]{\text{يسار } (x)(-3)} P'(-2, -2) \xrightarrow[y=x]{\text{انعكاس}} P''(-2, -2)$

$Q(2,5) \longrightarrow Q'(-1, 2) \longrightarrow Q''(2, -1)$

$R(4,2) \longrightarrow R'(1, -1) \longrightarrow R''(-1, 1)$

إحداثيات رؤوس المثلث CDE هي: $C(-5, -1), D(-2, -5), E(-1, -1)$، مثِّل بيانيًّا $\triangle CDE$ وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المركّب المحدّد في كلٍّ من السؤالين الآتيين :

1) إزاحة مقدارها 4 وحدات إلى اليمين،
ثم انعكاس حول المحور x

$C(-5,-1) \xrightarrow[\text{يمين } (x)]{+4} C'(-1, -1) \xrightarrow[\text{حول } x]{\text{انعكاس}} C''(-1, +1)$

$D(-2,-5) \longrightarrow D'(2, -5) \longrightarrow D''(2, +5)$

$E(-1,-1) \longrightarrow E'(3, -1) \longrightarrow E''(3, +1)$

2) إزاحة مقدارها 6 وحدات إلى أعلى،
ثم انعكاس حول المحور y

$C(-5,-1) \xrightarrow[\text{يمين } 6+]{\text{إزاحة}} C'(+1,-1) \xrightarrow[\text{حول } y]{\text{انعكاس}} C''(-1,-1)$

$D(-2,-5) \longrightarrow D'(4,-5) \longrightarrow D''(-4,-5)$

$E(-1,-1) \longrightarrow E'(5,-1) \longrightarrow E''(-5,-1)$

تحقق من فهمك

إحداثيات رؤوس المثلث ABC هي: $A(-6,-2), B(-5,-5), C(-2,-1)$، مثِّل بيانيًّا $\triangle ABC$ وصورته الناتجة عن تركيب التحويلين الهندسيين بالترتيب المحدّد في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

2A) إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليمين
ووحدة واحدة إلى أسفل، ثم
انعكاس حول المحور y.

$A(-6,-2) \xrightarrow[\text{أسفل } 1-]{\text{يمين } 3+} A'(-3,-3) \xrightarrow[\text{حول } y]{\text{انعكاس}} A(-3,3$

$B(-5,5) \longrightarrow B'(-2,+4) \longrightarrow B''(2,-4)$

$C(-2,-1) \longrightarrow C'(1,-2) \longrightarrow C''(-1,-2)$

2B) دوران بزاوية $180°$ حول نقطة الأصل،
ثم إزاحة مقدارها وحدتين إلى اليسار
و4 وحدات إلى أعلى.

$A(-6,-2) \xrightarrow[180°]{\text{دوران}} A'(6,2) \xrightarrow[(+4) \text{ أعلى}]{\text{يسار } (-2)} A''(4,6)$

$B(-5,-5) \longrightarrow B'(5,5) \longrightarrow B''(3,9)$

$C(-2,-1) \longrightarrow C'(2,1) \longrightarrow C''(0,5)$

3) إحداثيات طرفَي $\overline{JK}$ هما $J(2,5), K(6,5)$، مثِّل بيانيًّا $\overline{JK}$ وصورتها الناتجة عن انعكاس حول المحور x،
ثم دوران بزاوية $90°$ حول نقطة الأصل.

$J(2,5) \xrightarrow[x]{\text{انعكاس}} J'(2,-5) \xrightarrow[90°]{\text{دوران}} J''(5,2)$

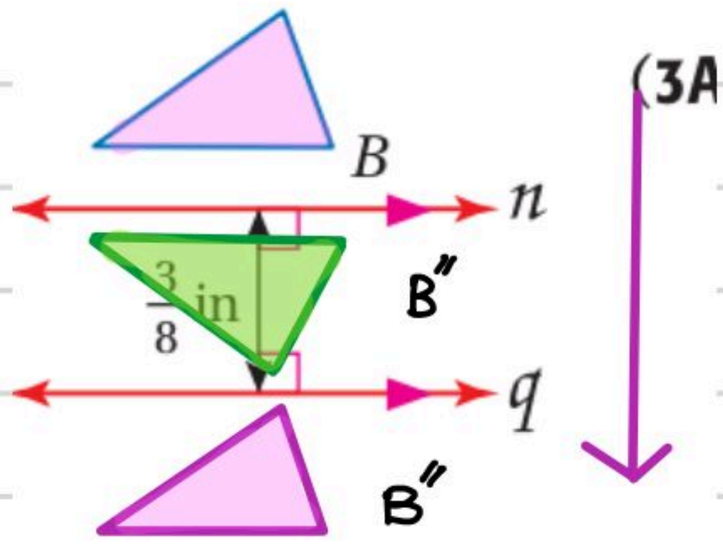
$K(6,5) \longrightarrow K'(6,-5) \longrightarrow K''(5,6)$

تركيب انعكاسين:

تحقق من فهمك

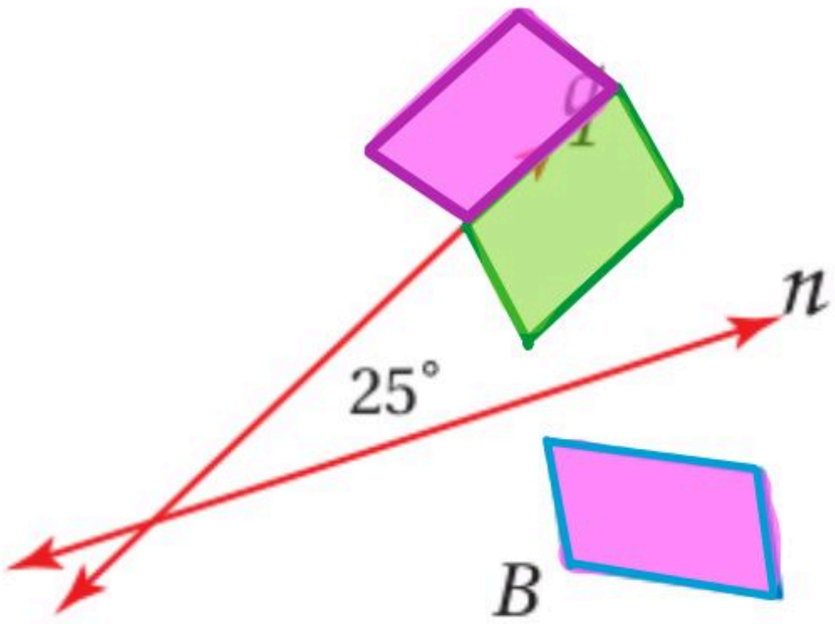
ارسم صورة الشكل B الناتجة عن انعكاس حول المستقيم n ثم حول المستقيم q، ثم صِفْ تحويلًا هندسيًّا واحدًا ينقل B إلى B'' .

(3A



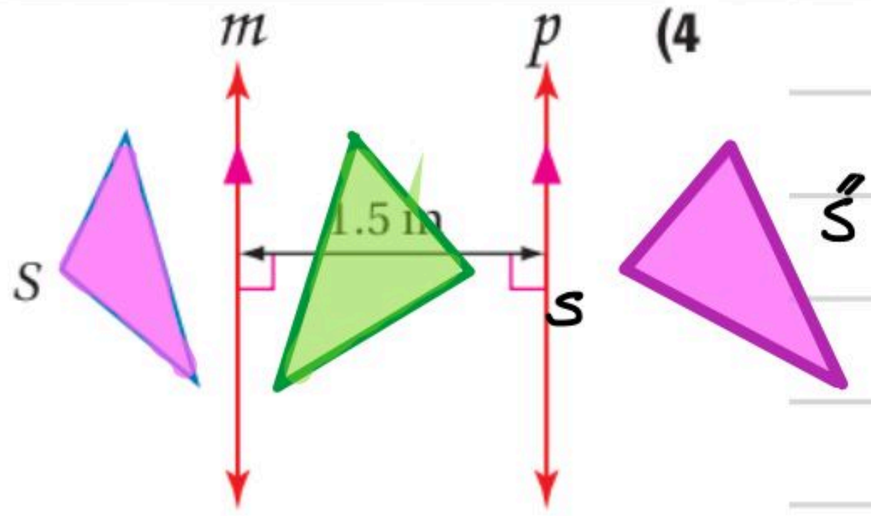
إزاحة إلى أسفل بمقدار $\frac{3}{4}$ in

(3B



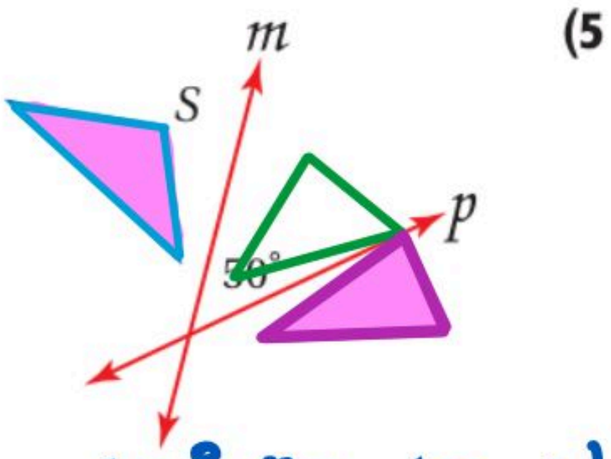
دوران بزاوية 50° حول نقطة تقاطع المستقيمين

(4



إزاحة إلى يمين بمقدار 3in

(5



دوران بزاوية 150° حول نقطة تقاطع المستقيمين

وصف التحويلات الهندسية

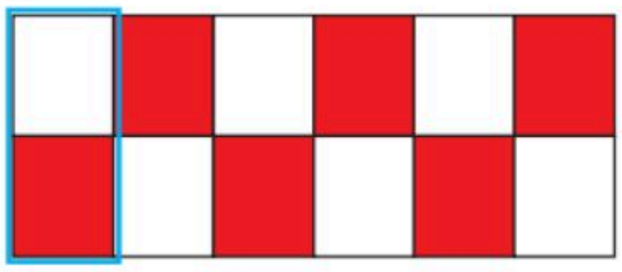
تحقق من فهمك

4) **سجاد:** صِفْ تحويلًا هندسيًّا مركبًا يمكن استعماله لتكوين النمط في كل مِمَّا يأتي:

(A

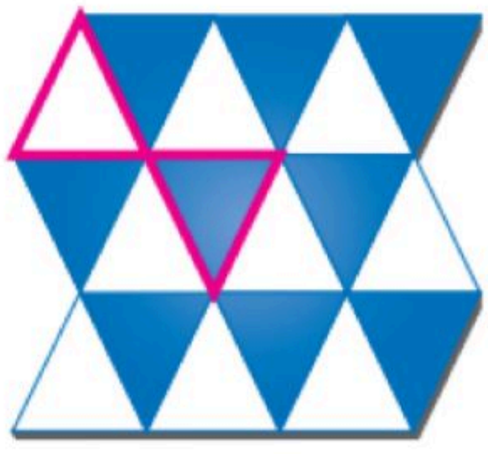
إنعكاس وإزاحة

(B



إنعكاس وإزاحة

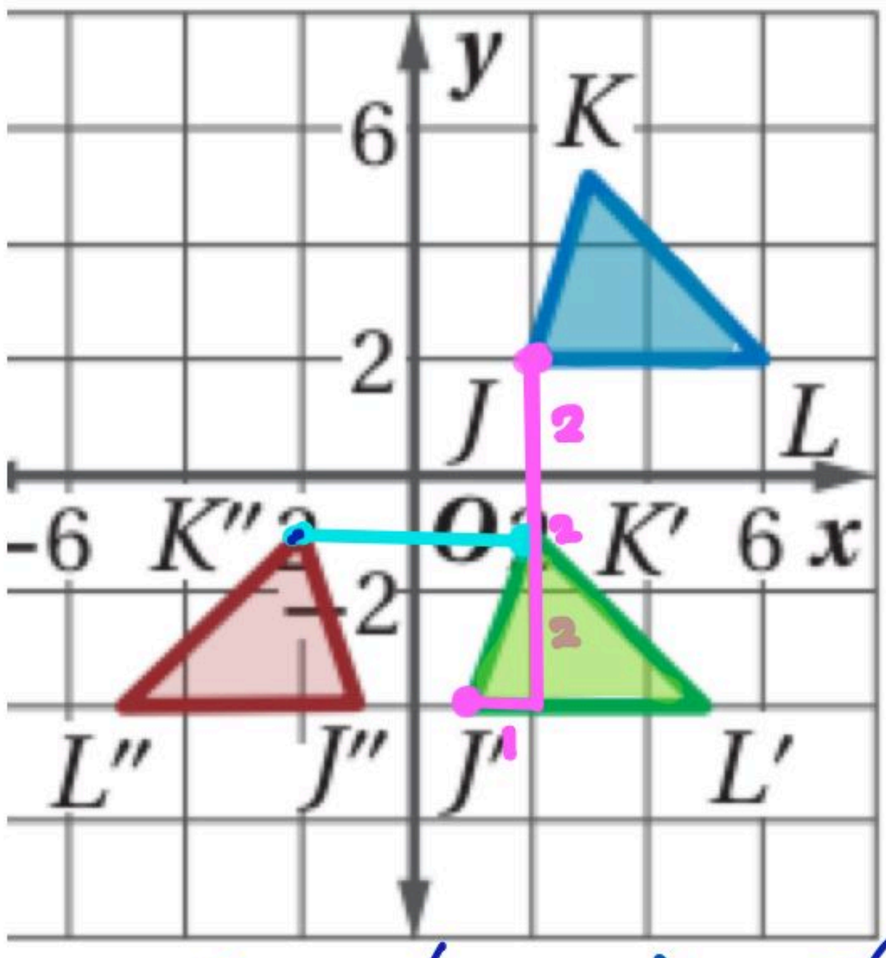
6) **أنماط البلاط:** صنع راشدٌ نمطًا من بلاطٍ على شكل مثلث متطابق الضلعين، صِفِ التحويل الهندسي المركّب الذي يمكن استعماله لتكوين هذا النمط.



إنعكاس وإزاحة

صِفِ التحويل الهندسي المركب الذي ينقل الشكل الأزرق إلى البني في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(24

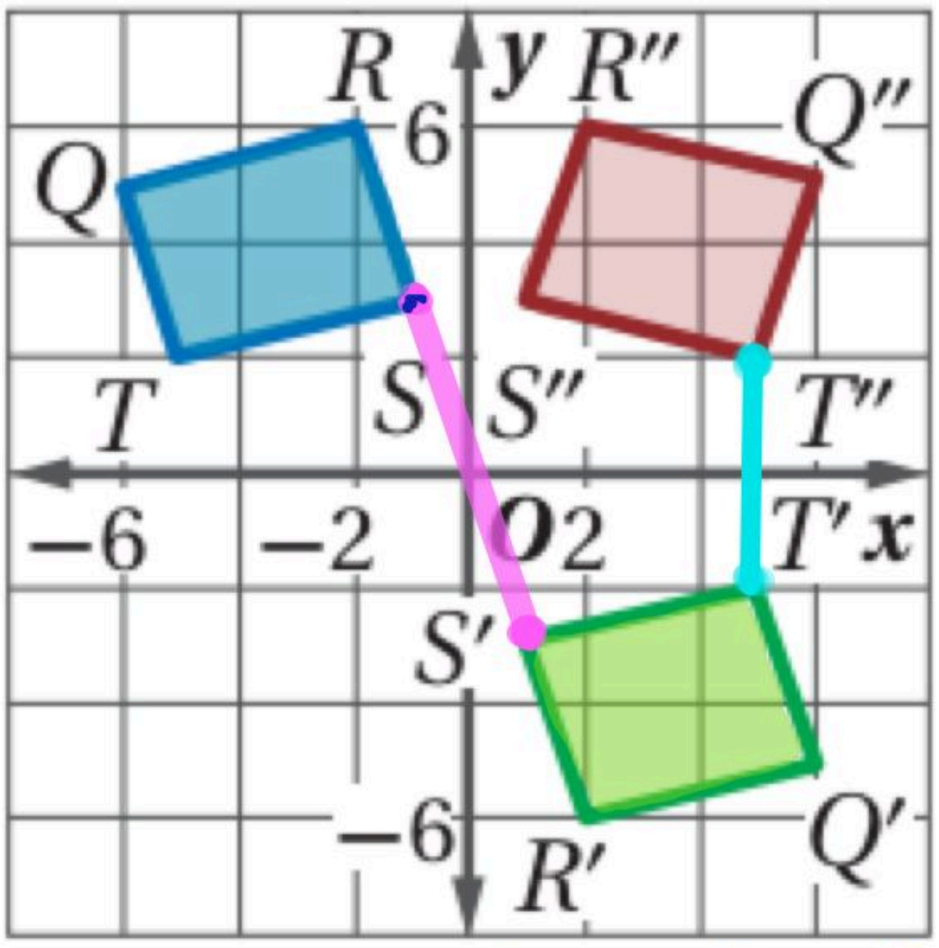


J(2,2) → J'(1,-4) → J''(-1,-4)

١/ إزاحة بمقدار 6 وحدات إلى الأسفل ووحدة إلى اليسار

٢/ إنعكاس حول محور y

(25



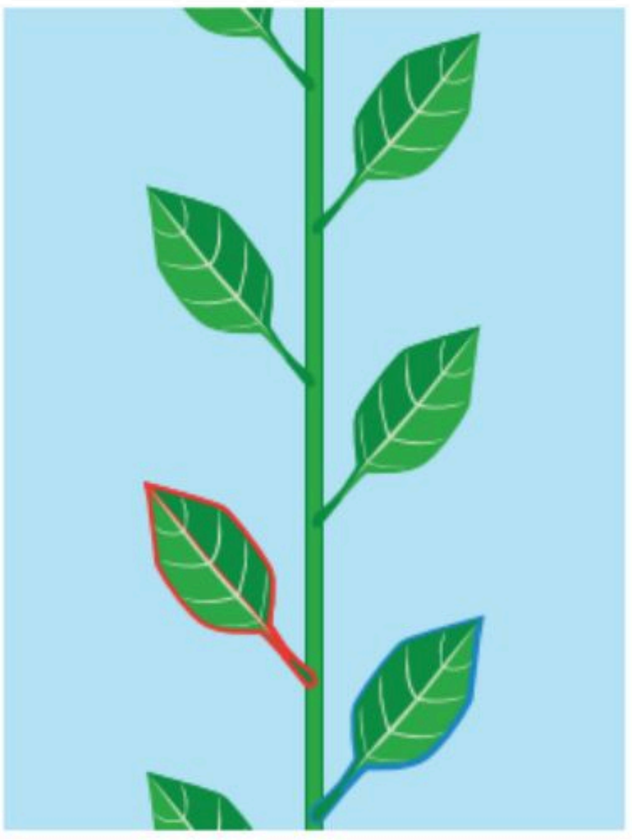
(-6,2) → (6,-2) → (6,2)

١/ دوران بزاوية 180 حول نقطة الأصل

٢/ إنعكاس حول محور X

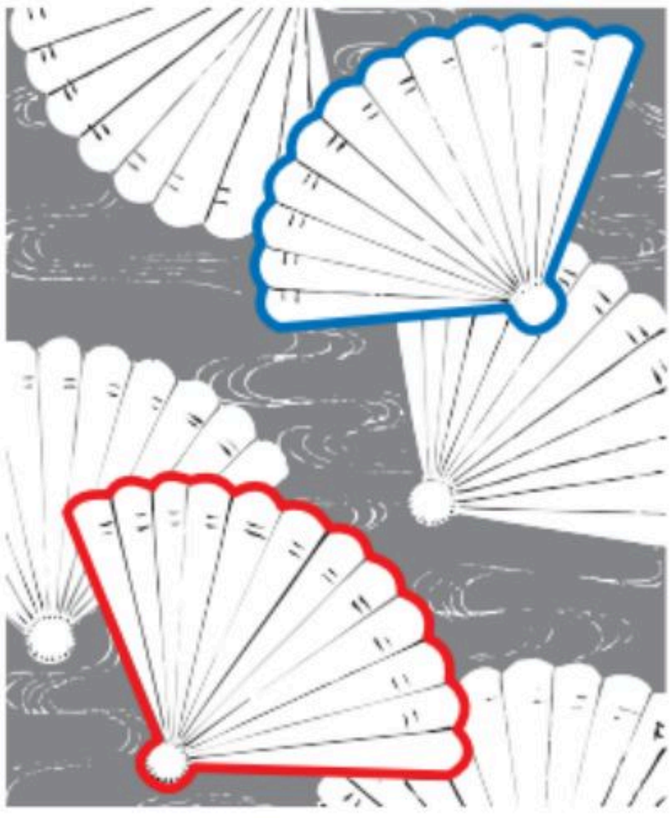
صِفْ تحويلًا هندسيًّا مركبًا يمكن استعماله لتكوين نمط الأقمشة في كلٍّ ممَّا يأتي:

(13



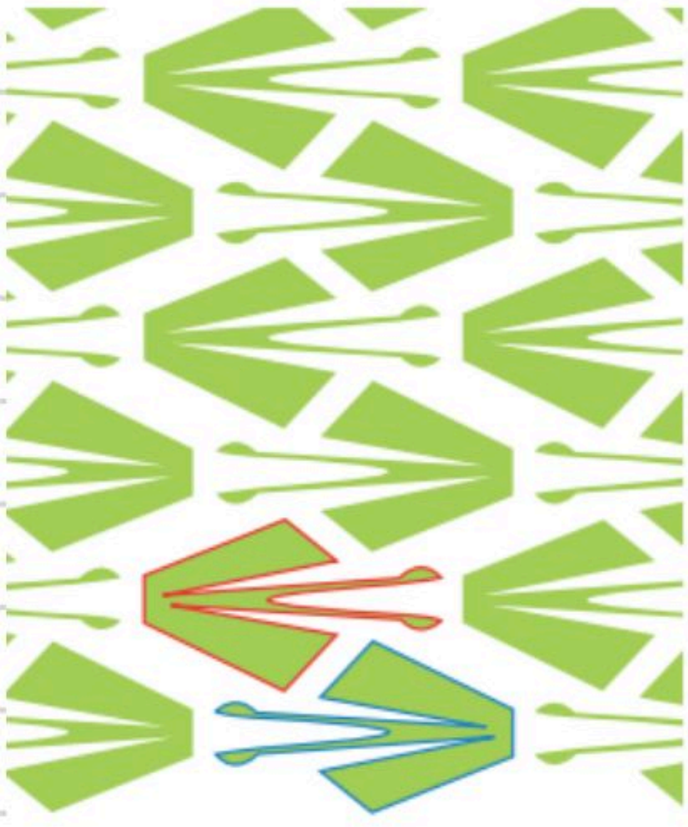
إزاحة ثم إنعكاس

(14



إنعكاس ثم إزاحة

(15



إزاحة ثم إنعكاس

3-5 التماثل Symmetry

تعيين محاور التماثل

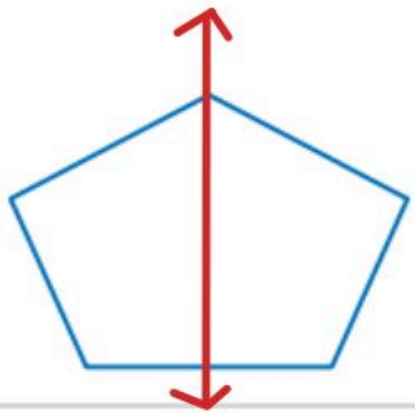
مثلث متطابق الضلعين (محور تماثل واحد)

تحقق من فهمك

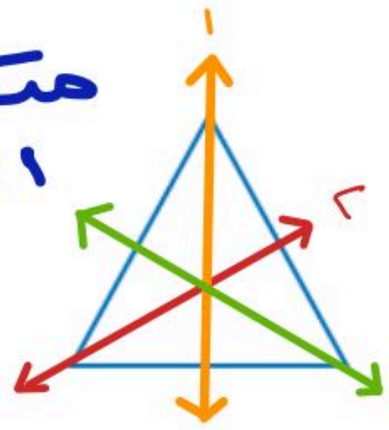
بيِّن ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك فارسم محاور التماثل جميعها، وحدّد عددها في كلٍّ ممَّا يأتي:

1A)

ليس له محور تماثل

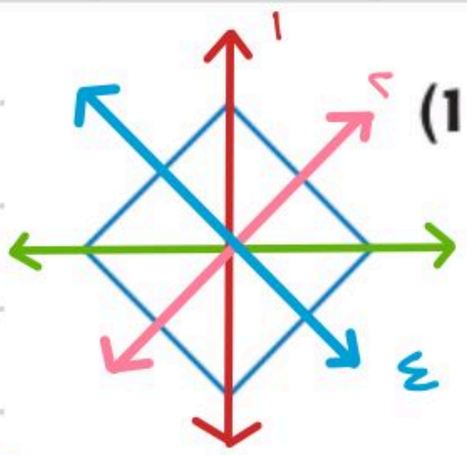
1B) 

نعم، محور تماثل واحد

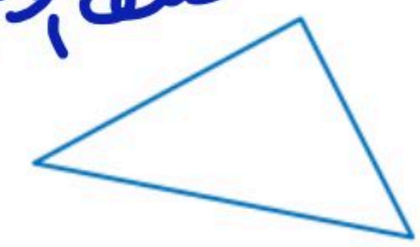
1C) 

متطابق الأضلاع

نعم، 3 محاور تماثل

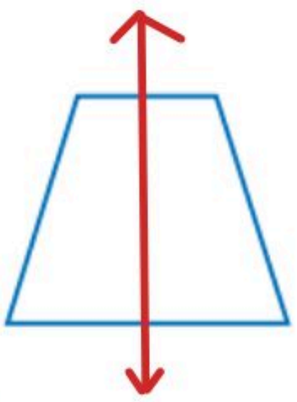
1) 

نعم، 4 محاور تماثل

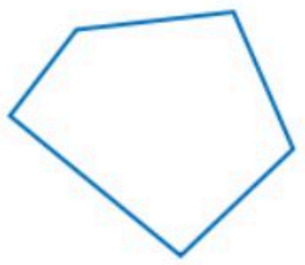
2) 

مختلف الأضلاع

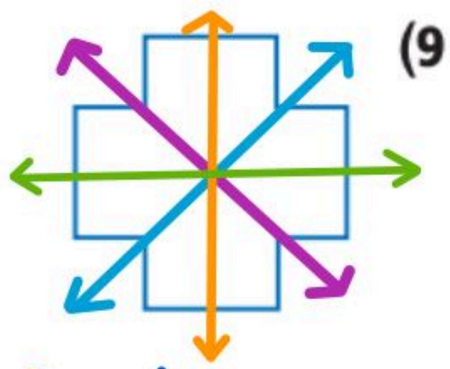
ليس له محور تماثل

3) 

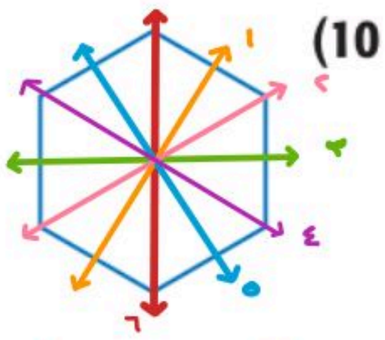
نعم، محور تماثل واحد

8) 

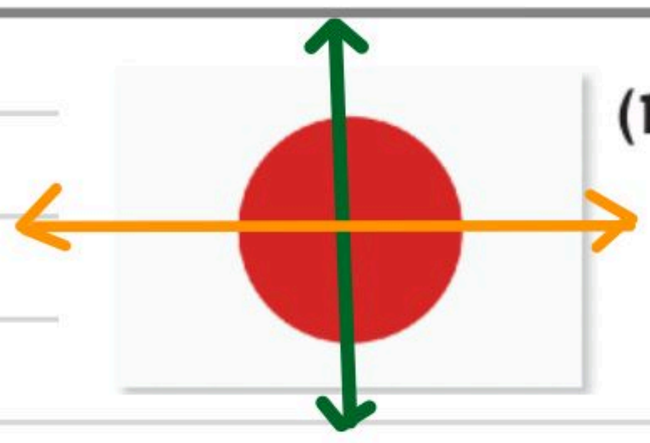
ليس له محور تماثل

9) 

نعم، 4 محاور تماثل

10) 

نعم، 6 محاور تماثل

11) 

نعم، محورين تماثل

12)

ليس له محور تماثل

13)

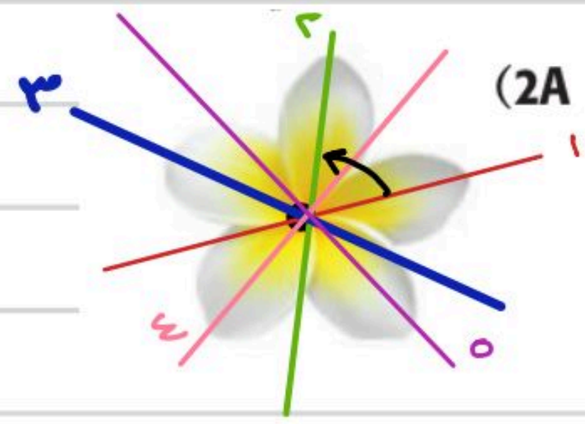
نعم، محور تماثل واحد

تعيين التماثل الدوراني

تحقق من فهمك

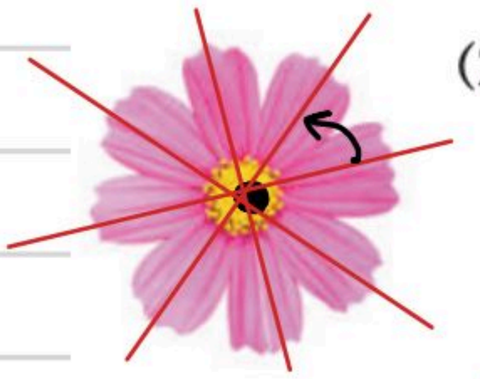
أزهار: بيِّن ما إذا كان يبدو لصورة الزهرة تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعيّن مركز التماثل، وحدّد رتبته ومقداره في كلٍّ ممَّا يأتي:

(2A



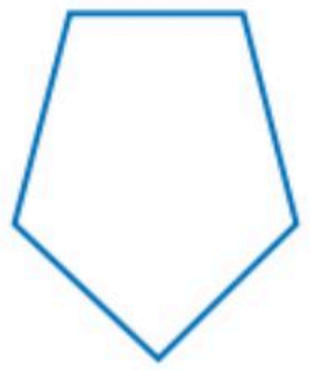
نعم، له تماثل دوراني
الرتبة = 5
مقدار التماثل = $\frac{360}{5} = 72^\circ$

(2B



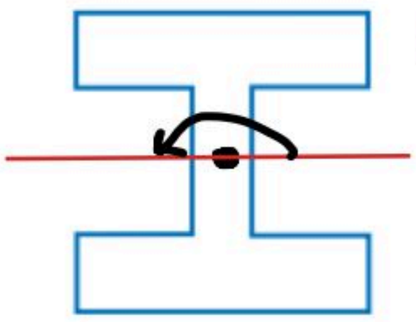
نعم، له تماثل دوراني
الرتبة = 8
مقدار التماثل = $\frac{360}{8} = 45^\circ$

(4



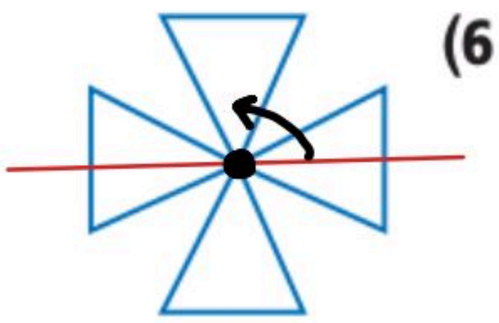
ليس له تماثل دوراني

(5



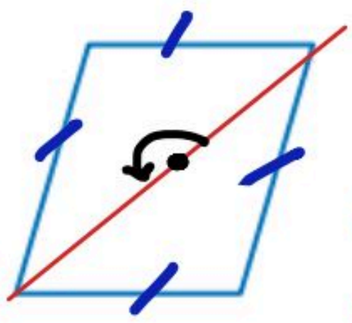
نعم، له تماثل دوراني
الرتبة = 2
مقدار التماثل
$= \frac{360}{2} = 180^\circ$

(6



نعم، له تماثل دوراني
الرتبة = 4
مقدار التماثل = $\frac{360}{4} = 90^\circ$

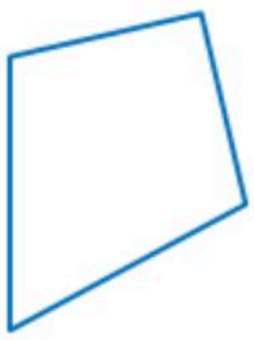
(14



متوازي الأضلاع

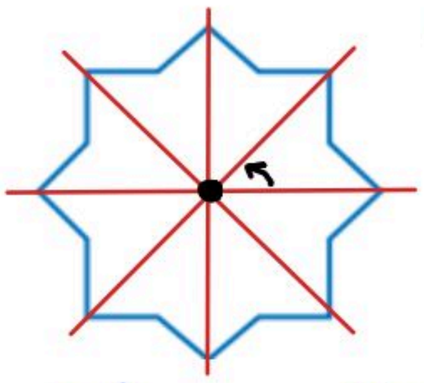
نعم، له تماثل دوراني
الرتبة = 2
مقدار التماثل
$= \frac{360}{2} = 180^\circ$

(15



لا
الأضلاع مختلفة

(16



نعم، له تماثل دوراني
الرتبة = 8
مقدار التماثل = $\frac{360}{8} = 45^\circ$

التماثل في الأشكال الثلاثية الأبعاد

تحقق من فهمك

بيِّن ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى، أو متماثلًا حول محور، أو كلاهما، أو غير ذلك في كلٍّ ممَّا يأتي:

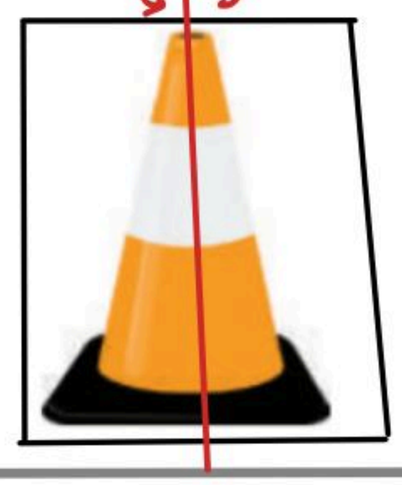
(3A

كلاهما

(3B

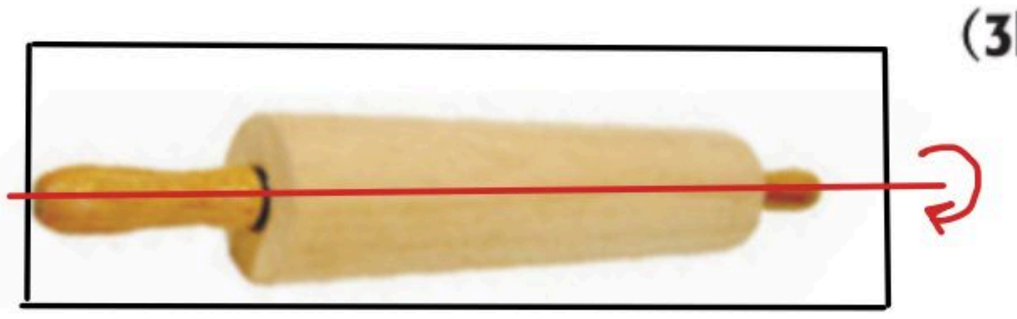
غير ذلك

(3C



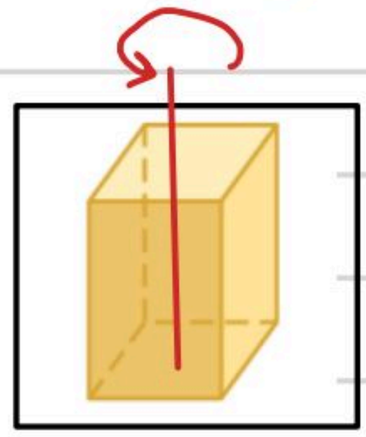
كلاهما

(3D



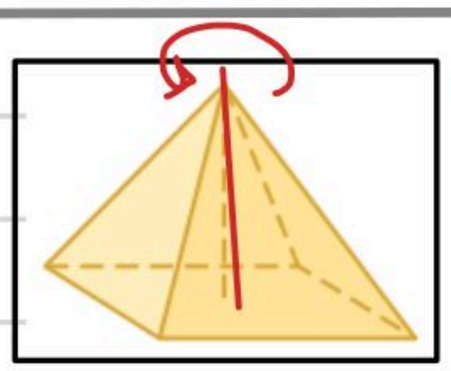
كلاهما

7) بيِّن ما إذا كان الشكل المجاور متماثلًا حول مستوى أو حول محور أو كلاهما أو غير ذلك.



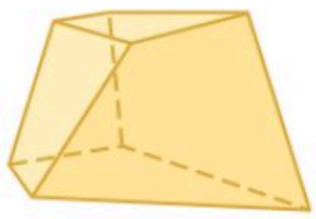
كلاهما

(20



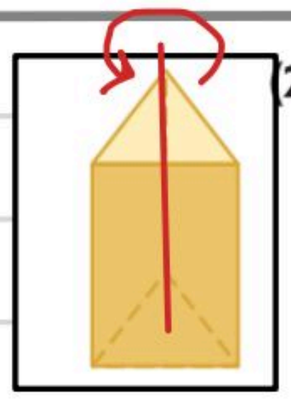
كلاهما

(21



غير ذلك

(22



كلاهما

عبوات: حدّد عدد مستويات التماثل الأفقية، ومستويات التماثل الرأسية لكلٍّ من العلب الآتية:

حول محور

حول مستوى

(24

لا يوجد مستويات تماثل أفقية
وهناك عدد لانهائي من التماثل الرأسية

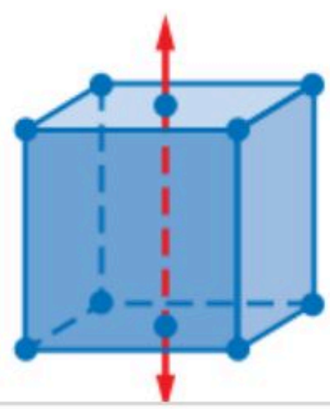
25)

لايوجد مستويات تماثل أفقية
وهناك عدد لانهائي من المستويات الرأسية

---

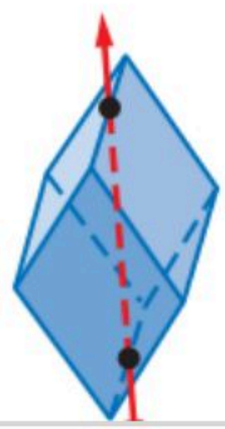
١ حدِّد ما إذا كانت البلورة متماثلةً حول مستوى أو متماثلة حول محور في كلٍّ ممَّا يأتي:

32) مكعب



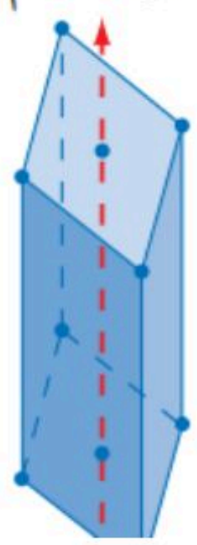
متماثل حول مستوى وحول محور

33) مجسم ذو ستة أوجه كل منها معين



متماثل حول محور وحول مستوى

34) منشور قائم قاعدته معين



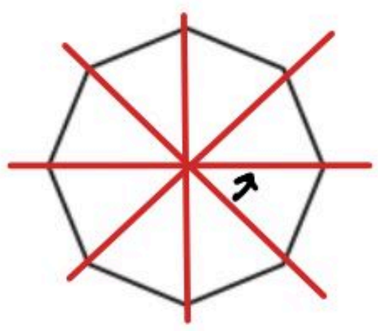
متماثل حول محور وحول مستوى

---

40) **إجابة قصيرة:** ما عدد محاور التماثل التي يمكن رسمها في صورة علم مملكة البحرين؟

محور تماثل واحد

41) ما رتبة التماثل للشكل الآتي؟



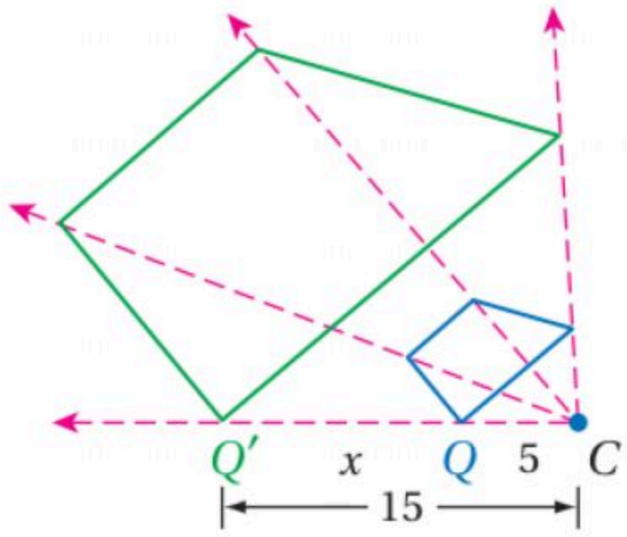
الرتبة = 8

مقدار التماثل = $\frac{360}{8} = 45^\circ$

إيجاد معامل مقياس التمدد

تحقق من فهمك

2) حدِّد ما إذا كان التمدد من الشكل Q إلى Q' تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامل مقياس التمدد، وقيمة x.



١/ تكبير

٢/ $K = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}} = \frac{15}{5} = 3$

٣/ قيمة x :- $15 - 5 = 10$

---

3) حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل B إلى الشكل B' تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامله وقيمة x.

١/ تكبير

٢/ $K = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

٣/ قيمة x :- $8 - 6 = 2$

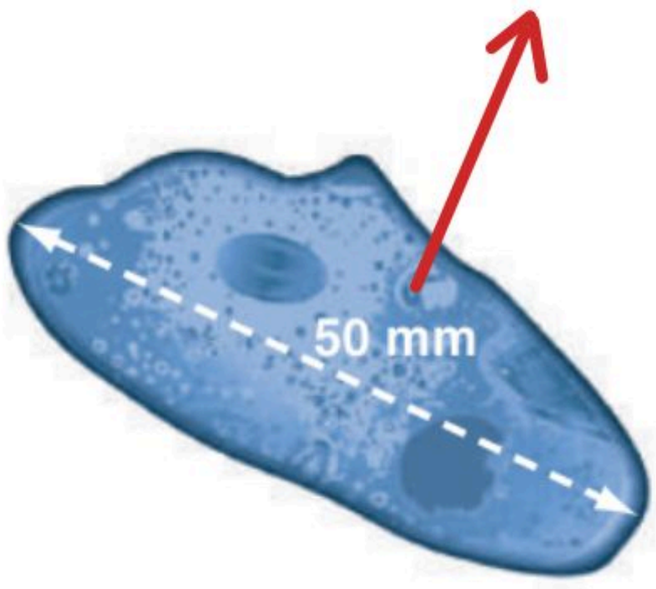
---

4) أحياء: طول مخلوق حيٍّ دقيق وحيد الخلية 200 ميكرون، ويظهر طوله تحت المجهر 50 mm، إذا كان 1000 ميكرون = 1 mm، فما قوة التكبير (معامل مقياس التمدد) المُستعملة؟ وضّح إجابتك.

1 mm = 1000

50 m = 50(1000)

= 50000



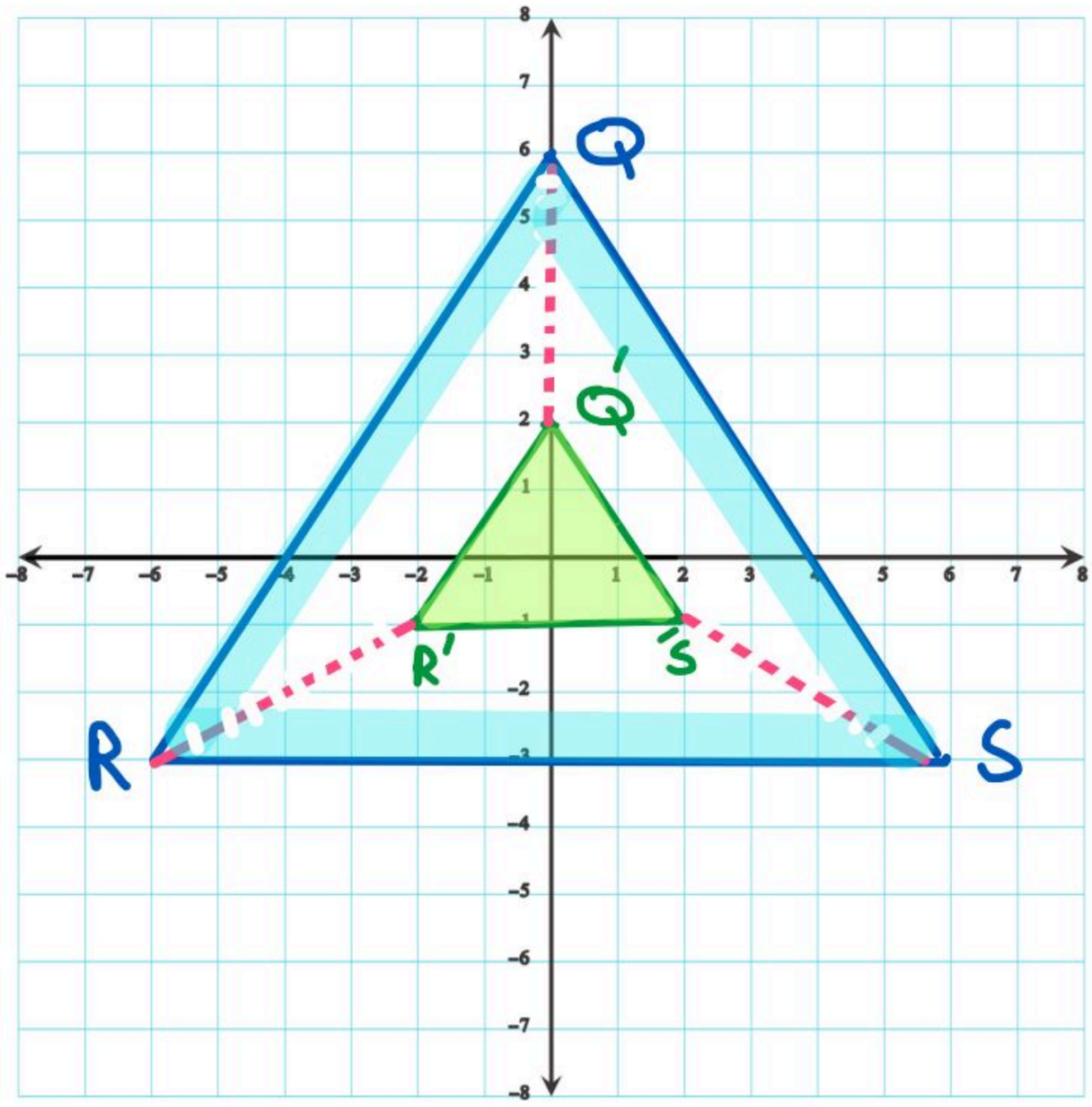
$K = \frac{\text{طوله تحت المجهر}}{\text{طوله الحقيقي}} = \frac{50\ mm}{200\ \text{ميكرون}}$

$= \frac{50000}{200} = 250$

التمدد في المستوى الإحداثي

مثِّل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانيًّا، ثم مثِّل صورته الناتجة عن تمددٍ مركزه نقطة الأصل، ومعامله العدد k المحدد في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(3A $k=\frac{1}{3}$ ؛ $Q(0, 6), R(-6, -3), S(6, -3)$



$Q(0,6) \rightarrow Q'(0\times\frac{1}{3}, 6\times\frac{1}{3})$

$Q'(0, 2)$

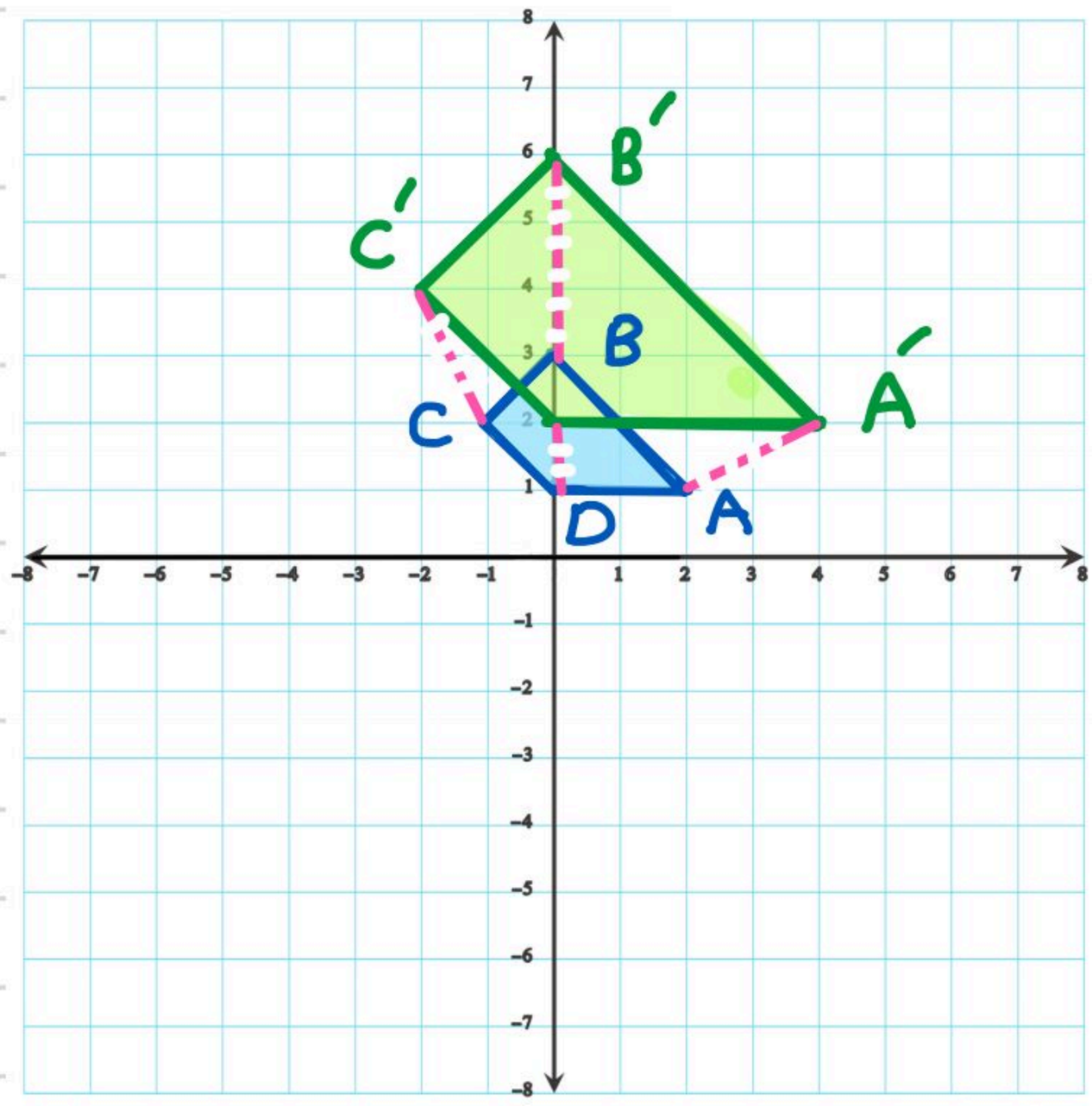
$R(-6,-3) \rightarrow R'(-6\times\frac{1}{3}, -3\times\frac{1}{3})$

$R'(-2,-1)$

$S(6,-3) \rightarrow S'(6\times\frac{1}{3}, -3\times\frac{1}{3})$

$S'(2,-1)$

(3B $k=2$ ؛ $A(2, 1), B(0, 3), C(-1, 2), D(0, 1)$



$A(2, 1) \rightarrow A'(2\times2, 1\times2)$

$A'(4, 2)$

$B(0,3) \rightarrow B'(0,6)$

$C(-1,2) \rightarrow C'(-2,4)$

$D(0,1) \rightarrow D'(0, 2)$

$\frac{3}{2}$ = $k = 1.5$ ؛ $W(0, 0), X(6, 6), Y(6, 0)$ **(5**

$W(0,0) \rightarrow W'(0 \times 1.5, 0 \times 1.5) = W'(0,0)$

$X(6,6) \rightarrow X'(6 \times 1.5, 6 \times \frac{3}{2}) = X'(9,9)$

$Y(6,0) \rightarrow Y'(6 \times \frac{3}{2}, 0 \times 1.5) = Y'(9,0)$

$k = \frac{1}{2}$ ؛ $Q(-4, 4), R(-4, -4), S(4, -4), T(4, 4)$ **(6**

(÷2 ÷2)

$Q(-4,4) \rightarrow Q'(-4 \times \frac{1}{2}, 4 \times \frac{1}{2}) = Q'(-2,2)$

$R(-4,-4) \rightarrow R'(-2,-2)$

$S(4,-4) \rightarrow S'(2,-2)$

$T(4,4) \rightarrow T'(2,2)$

$k = 2$ ؛ $A(-1, 4), B(2, 4), C(3, 2), D(-2, 2)$ **(7**

(2 2) (2 2) (2 2) (2 2)

$A(-1,4) \rightarrow A'(-1 \times 2, 4 \times 2) = A'(-2,8)$

$B(2,4) \rightarrow B'(4,8)$

$C(3,2) \rightarrow C'(6,4)$

$D(-2,2) \rightarrow D'(-4,4)$

1) إحداثيات النقطة N هي $(-3, 4)$، ما إحداثيات صورتها الناتجة عن الانعكاس حول المحور y ؟

نغير إشارة x

A $N'(-3, 4)$

B $N'(-4, 3)$

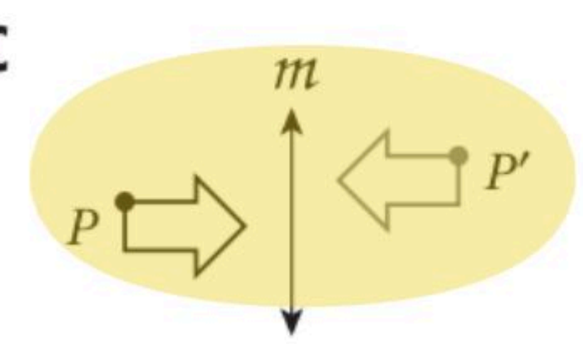
C $N'(4, 3)$

D $N'(-4, -3)$

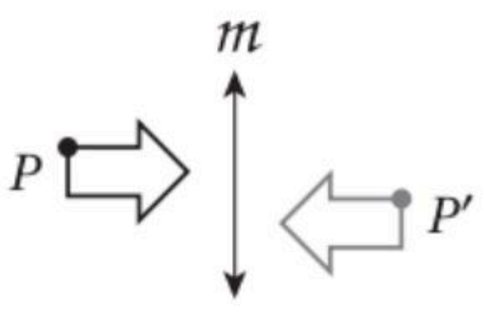
---

2) أيُّ الأشكال الآتية يبيّن نتيجة انعكاس الشكل p حول المستقيم m ثم إزاحة إلى أعلى؟

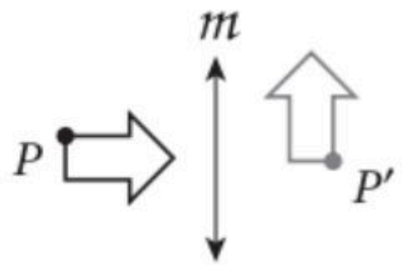
A



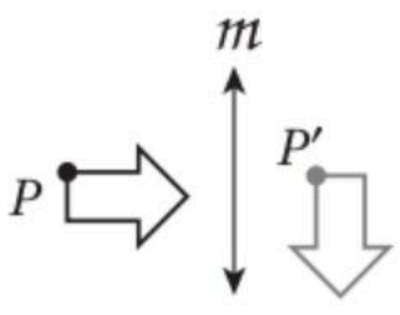
B



C



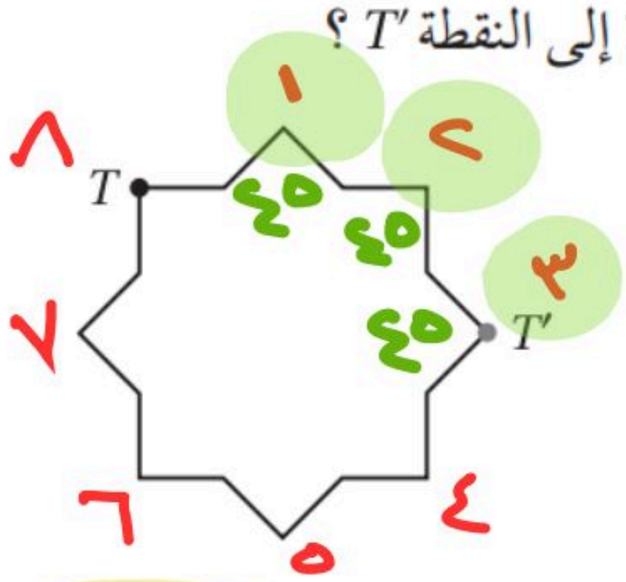
D



---

3) ما الزاوية التي تم تدوير الشكل الآتي بها حول مركز تماثله حتى تنتقل النقطة T إلى النقطة T' ؟

$$\frac{٣٦٠}{٨} = ٤٥$$



A $90°$

B $120°$

C $135°$

D $225°$

---

33) ما صورة النقطة $A(4, 1)$ الناتجة عن انعكاس حول المستقيم $y = x$ ؟

نبدل بين x و y

A $(1, -4)$

B $(1, 4)$

C $(-1, 4)$

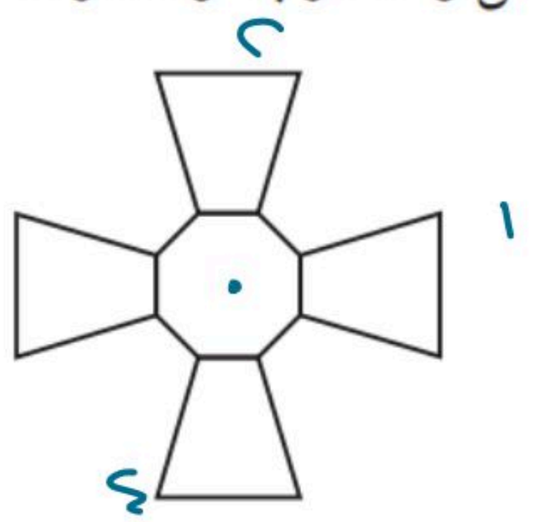
D $(-1, -4)$

8) بيّن ما إذا كان للشكل الآتي تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعيّن مركز التماثل وحدد رتبته ومقداره .

نعم

الرتبة = ٤

مقداره = $\frac{٣٦٠}{٤} = ٩٠^\circ$



---

32) ما معامل مقياس التمدد من الشكل $PQRS$ إلى الشكل $WXYZ$؟

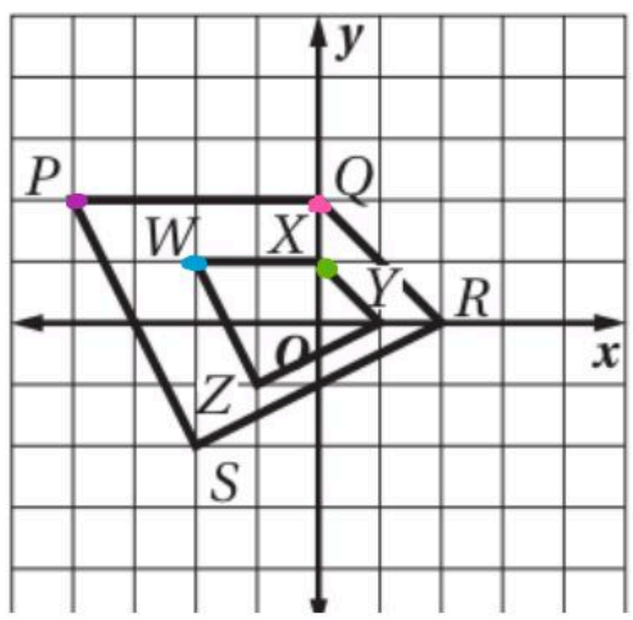
$\frac{P}{W} = \frac{(-4,2)}{(-2,1)}$

بالقسمة

(2)

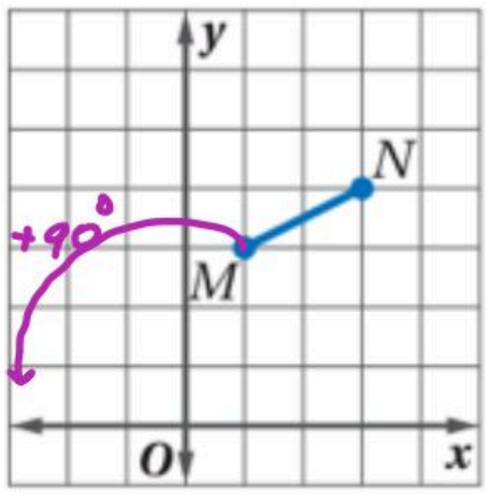
$\frac{P}{X} = \frac{2}{1}$

بالقسمة 2 =



---

13) اختيار من متعدد: ما صورة النقطة M الناتجة عن الدوران بزاوية $90°$ حول نقطة الأصل؟ (الدرس 3-3)



$(-3, 1)$ **A**　　$(-3, -1)$ **B**

$(-1, -3)$ **C**　　$(3, 1)$ **D**

بدل وعكس واشارة لا

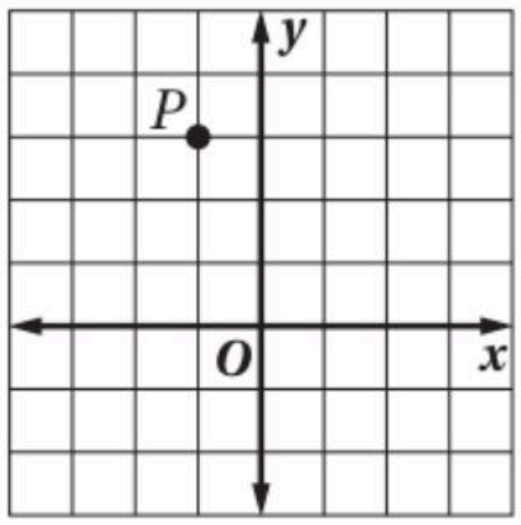
M(1,3)

$\Rightarrow M'(-3, 1)$

---

24) أوجد صورة النقطة P الناتجة عن الإزاحة:

$.(x, y) \rightarrow (x + 3, y + 1)$



+3 +1

P(-1, 3)

P'(2, 4)

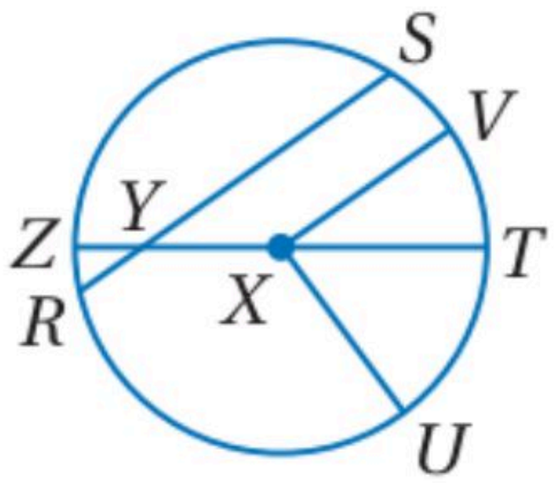
$(2, -4)$ **C**　　$(0, 6)$ **A**

$(2, 4)$ **D**　　$(0, 3)$ **B**

4-1 الدائرة ومحيطها
Circle and Circumference

تعيين القطع المستقيمة في الدائرة

تحقق من فهمك



1) سمِّ الدائرة، ونصف قطر، ووترًا، وقطرًا فيها.

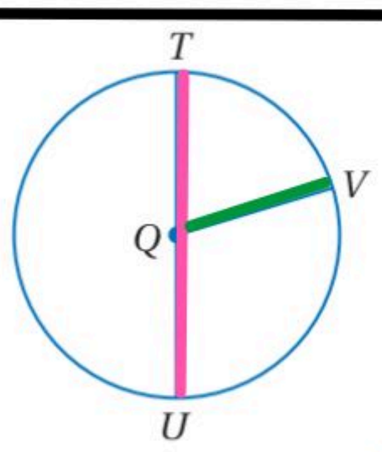
اسم الدائرة :- ⊙X

نصف القطر:- ZX , TX , VX , UX

الوتر:- ZT , RS

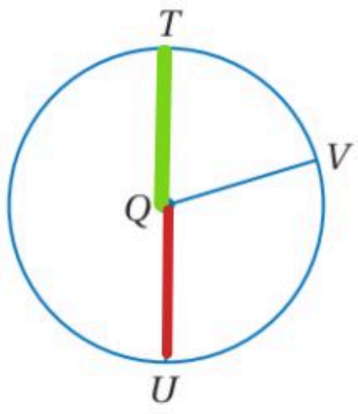
القطر:- ZT

العلاقة بين القطر ونصف القطر



2A) إذا كان $TU = 14$ ft، فأوجد نصف قطر ⊙Q؟

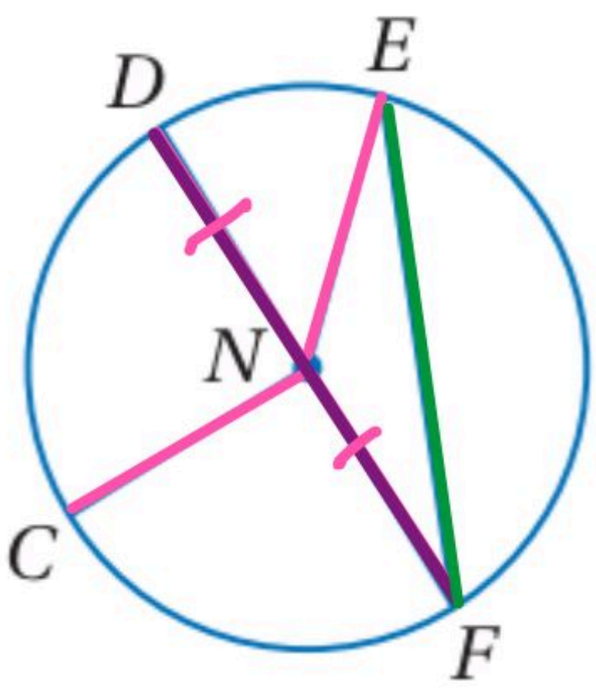
نصف القطر $= \frac{14}{2} = 7$ ft



2B) إذا كان $QT = 11$ m، فأوجد QU.

$QU = 11$ m

استعمل الدائرة في الشكل المجاور؛ للإجابة عن الأسئلة الآتية:



1) سمِّ هذه الدائرة. ⊙N

2) عيّن كلًّا ممّا يأتي:

a) وترًا NE , ND , NC , NF

b) قطرًا DF

c) نصف قطر EF , DF

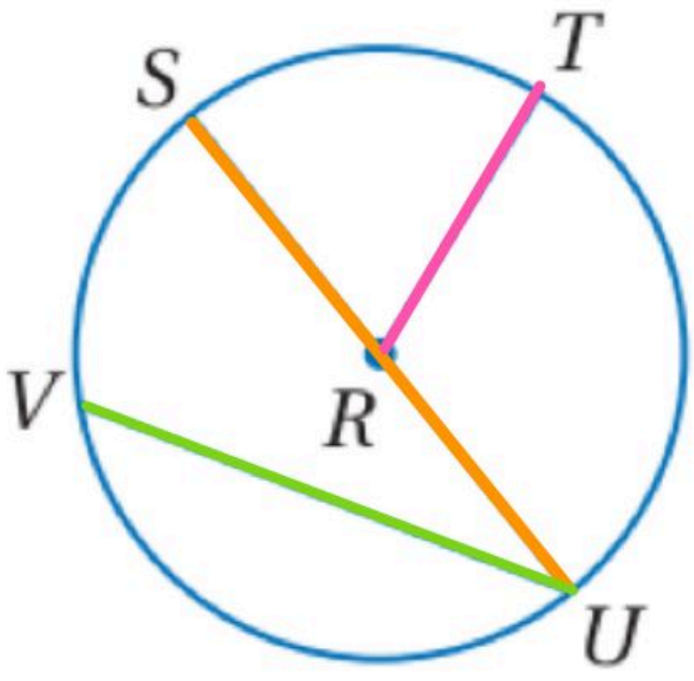
3) إذا كان $CN = 8$ cm، فأوجد DN.

$DN = 8$ (نصف القطر)

4) إذا كان $EN = 13$ ft، فما قطر الدائرة؟

القطر $= 13 \times 2 = 26$

عُد إلى ⊙R في الشكل المجاور؛ للإجابة عن الأسئلة الآتية.



10) ما مركز الدائرة؟ ⊙R

11) عيّن وترًا يكون قطرًا. SU

12) هل $\overline{VU}$ نصف قطر؟ برِّر إجابتك.

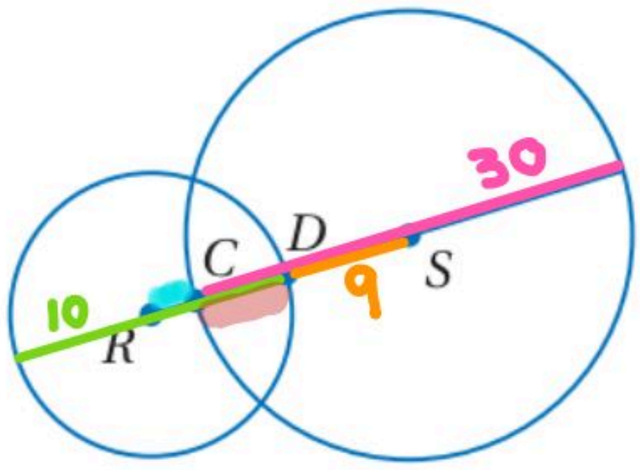
لا ، لأنه وتر يقع طرفاه على محيط الدائرة

13) إذا كان $SU = 16.2$ cm، فأوجد RT؟

نصف القطر $RT = \frac{16.2}{2} = 8.1$

إيجاد قياسات في دائرتين متقاطعتين

في الشكل المجاور قطر ⊙S يساوي 30 وحدةً، وقطر ⊙R يساوي 20 وحدةً، و DS يساوي 9 وحداتٍ، أوجد CD.



C 6 D 9 S

→ 15 ←

R 4 C 6 D

→ 10 ←

تحقق من فهمك

3) استعمل الشكل أعلاه لإيجاد RC.

نصف قطر ⊙S = 15

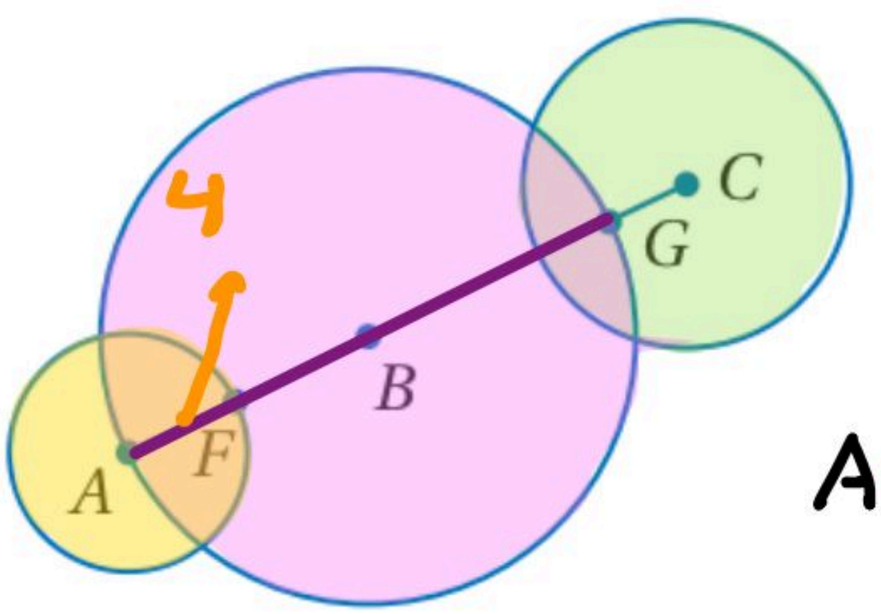
نصف قطر ⊙R = 10

طول CD = 15 − 9 = 6

طول RC = 10 − 6 = 4

قطر كلٍّ من ⊙C, ⊙B, ⊙A يساوي 11 cm, 18 cm, 8 cm على الترتيب.

أوجد كلًّا من القياسين الآتيين:



نصف قطر ⊙C = 5.5

نصف قطر ⊙B = 9

نصف قطر ⊙A = 4

A 4 F G

18

18 − 4 = 14

FG (5

A 4 F B

9

9 − 4 = 5

FB (6

إيجاد محيط الدائرة

تحقق من فهمك

أوجد محيط كلٍّ من الدائرتين الآتيتين مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ.

4A) نصف القطر يساوي 2.5 cm

$$C = 2\pi r = 2\pi(2.5) = 5\pi = 5(3.14) = 15.71 \text{ cm}$$

4B) القطر يساوي 16 ft

$$C = \pi d = \pi(16) = 16\pi = 16(3.14) = 50.27 \text{ ft}$$

إيجاد القطر ونصف القطر

تحقق من فهمك

5) إذا كان محيط دائرة يساوي 77.8 cm، فأوجد قطر الدائرة ونصف قطرها مقرّبين إلى أقرب جزء من مئة.

$C = \pi d$

$77.8 = \pi d$

$d = \frac{77.8}{\pi}$

$d = 24.77$ cm

$r = 12.38$ cm

$C = 2\pi r$

$77.8 = 2\pi r$

$r = \frac{77.8}{2\pi}$

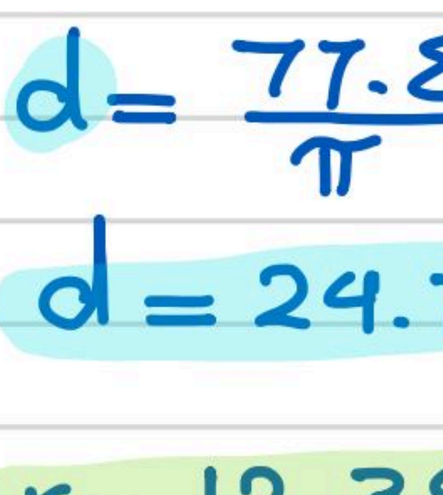
$r = \frac{77.8}{6.28}$

$r = 12.38$ cm

$d = 24.77$ cm

أوجد القيمة الدقيقة لمحيط الدائرة في كلَ ممَّا يأتي:

6A) إذا كانت تحيط بمثلثٍ قائم الزاوية طولا ساقيه 7 m, 3 m



١/ لإيجاد القطر نوجد الوتر باستخدام نظرية فيثاغورس :-

$$\text{القطر} = \sqrt{3^2+7^2} = \sqrt{9+49} = \sqrt{58}$$

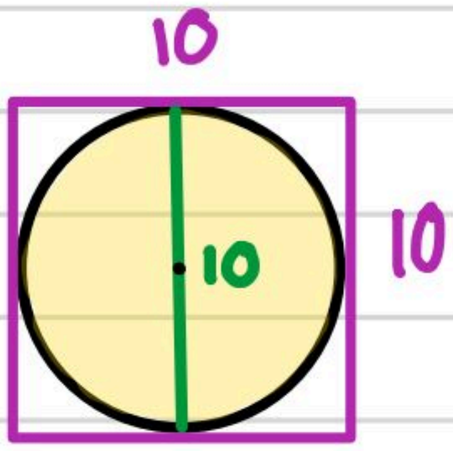
٢/ المحيط :-

$$C = 2\pi r = \sqrt{58}\,\pi = 23.9 \text{ m}$$

6B) إذا كانت مُحاطَة بمربعٍ طول ضلعه 10 ft

المربع وداخله دائرة

طول ضلع المربع = 10 ft



قطر الدائرة = طول ضلع المربع

قطر الدائرة = 10 ، نصف القطر = 5

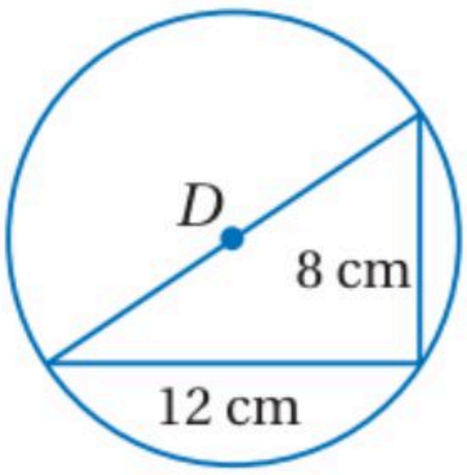
١/ المحيط =

أو ② $C = \pi d = 10\pi = 31.4\ ft$

$C = 2\pi C = 2\pi(5) = 10\pi = 31.4\ ft$

---

9) إجابة قصيرة: المثلث القائم الزاوية في الشكل المجاور مُحاط بالدائرة D، أوجد القيمة الدقيقة لمحيط $\odot D$.



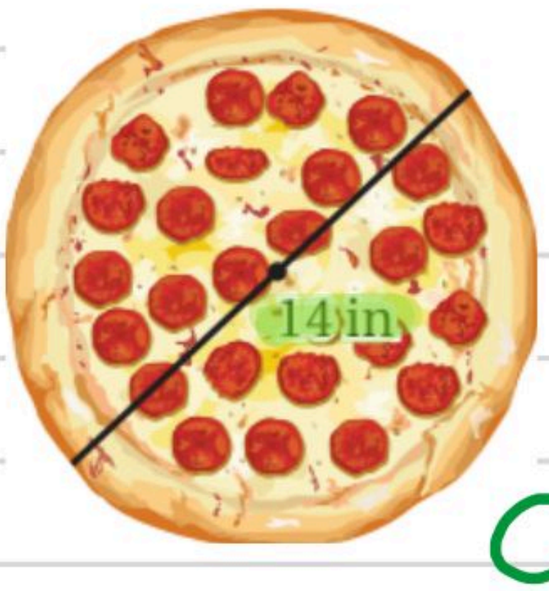
١/ القطر = $\sqrt{8^2+12^2} = \sqrt{64+144} = 4\sqrt{13}$

٢/ المحيط = $C = 2\pi r = 4\sqrt{13}\,\pi = 4\pi\sqrt{3}$

$= 45.3$ Cm

---

18) بيتزا: أوجد نصف قطر قرص البيتزا ومحيطها في الشكل المجاور، مقرّبًا الإجابة إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم ذلك.



١/ نصف القطر = 7 in

٢/ المحيط = $C = 2\pi r = 14\pi = 43.96$ in

---

19) دراجات: قطر إطار دراجة يساوي 26 in، أوجد نصف قطر الإطار ومحيطه، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم ذلك.

١/ نصف القطر = 13 in

٢/ المحيط = $C = 2\pi r = 26\pi = 81.7$ in

4-2 قياس الزوايا والأقواس
Measuring Angles and Arcs

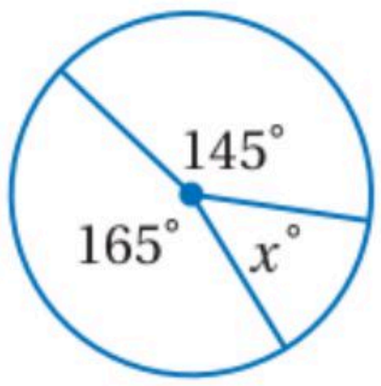
إيجاد قياس الزاوية المركزية

مجموع قياسات الزوايا المركزية = 360°

تحقق من فهمك

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

(1A



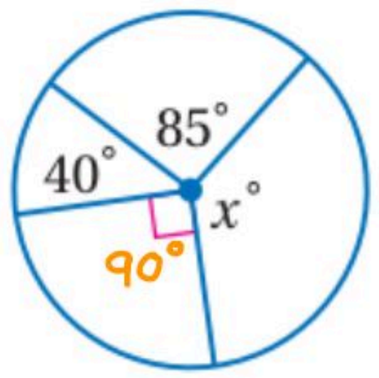
$x + 145^\circ + 165^\circ = 360^\circ$

$x + 310 = 360^\circ$

$-310 \quad -360$

$x = 50$

(1B



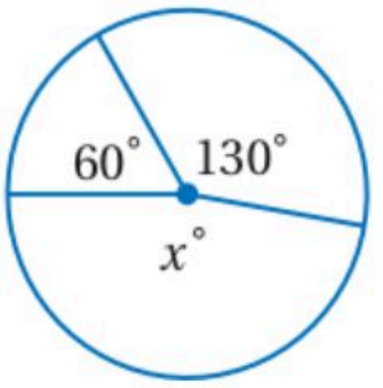
$x + 90^\circ + 40 + 85^\circ = 360^\circ$

$x + 215 = 360^\circ$

$-215 \quad -215$

$x = 145^\circ$

(1



$x + 60^\circ + 130^\circ = 360^\circ$

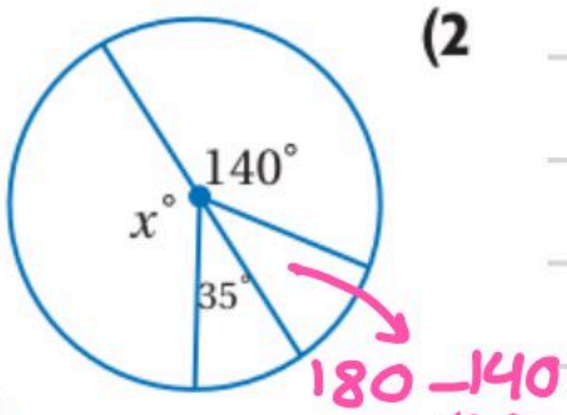
$x + 190 = 360$

$-190 \quad -190$

$x = 170$

قياس زاوية المركزية لنصف الدائرة = 180°

(2



$x + 140 + 40 + 35 = 360$

$x + 215 = 360^\circ$

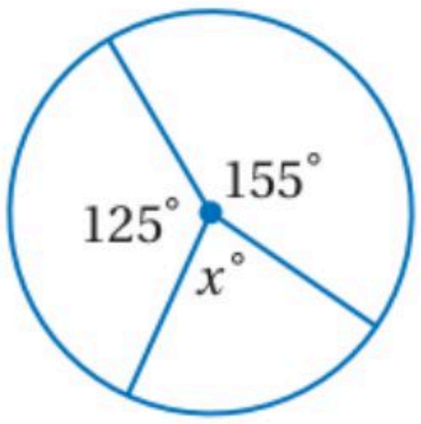
$x = 145^\circ$

أو

$x + 35 = 180 \qquad x = 180 - 35$

$x = 145^\circ$

(12



$x + 155^\circ + 125^\circ = 360^\circ$

$x + 280 = 360^\circ$

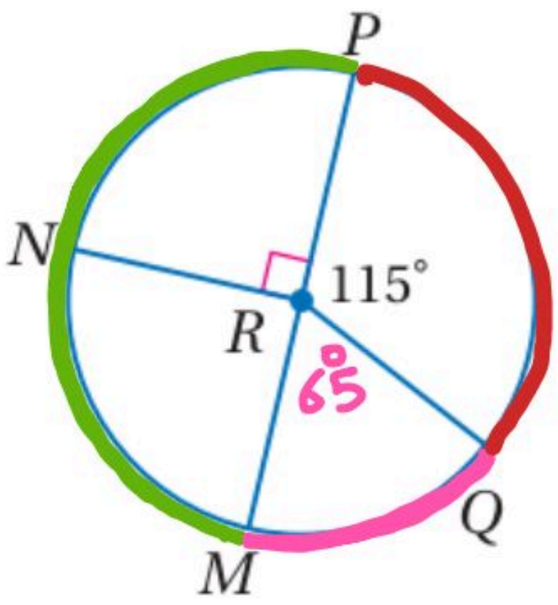
$-280 \quad -280$

$x = 80$

تصنيف الأقواس وإيجاد قياساتها

تحقق من فهمك

$\overline{PM}$ قطر في $\odot R$، حدّد ما إذا كان كلٌّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



(2A $\overset{\frown}{MQ}$

قوس أصغر

$180° - 115° = 65°$

(2B MNP

نصف دائرة = 180

(2C $\overset{\frown}{MNQ}$

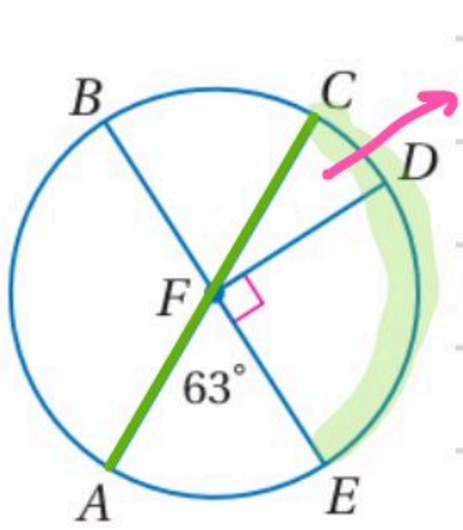
$180 + 115° = 295°$

أو

$360° - 65° = 295°$

إيجاد قياس القوس باستعمال مسلمة جمع الأقواس

أوجد كلًّا من القياسات الآتية في $\odot F$:



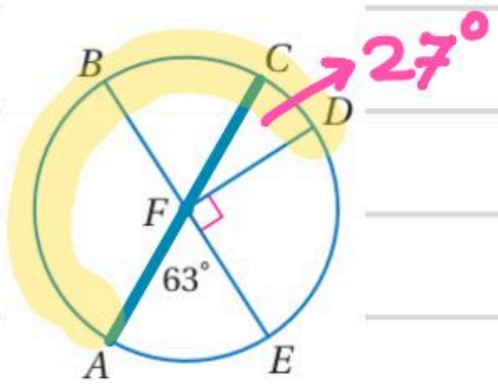
$CD = 180 - (90 + 63) = 27°$

$90 - 63 = 27°$

$\overset{\frown}{CE} = 180 - 63 = 117°$

(3A $m\overset{\frown}{CE}$

أو $\overset{\frown}{CD} + \overset{\frown}{DE} = 27 + 90° = 117°$



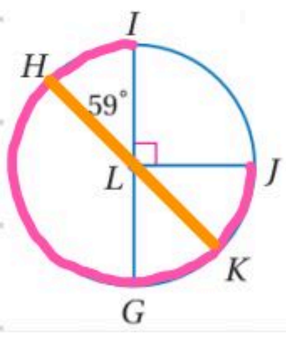
(4B $m\overset{\frown}{ABD}$

$\overset{\frown}{ABC} + \overset{\frown}{CD} = 180 + 27 = 207°$

أو $= 360 - (90 + 63)$

$= 360 - 153 = 207°$

$\overline{HK}, \overline{IG}$ قطران في $\odot L$، حدّد ما إذا كان كلّ قوس فيما يأتي قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



(3 $\overset{\frown}{IHJ}$

قوس أكبر

$360° - 90° = 270°$

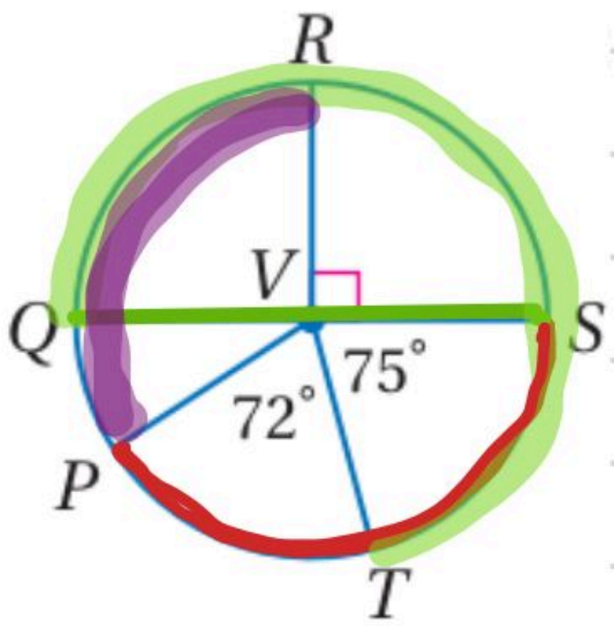
(4 $\overset{\frown}{HI}$

قوس أصغر = 59°

(5 $\overset{\frown}{HGK}$

نصف دائرة = 180°

$\overline{QS}$ قطر فى $\odot V$، أوجد كلًّا من القياسات الآتية:



$72 + 75 = 147$

$\widehat{mSTP}$ (7

$180^\circ + 75^\circ = 255$

$\widehat{mQRT}$ (8

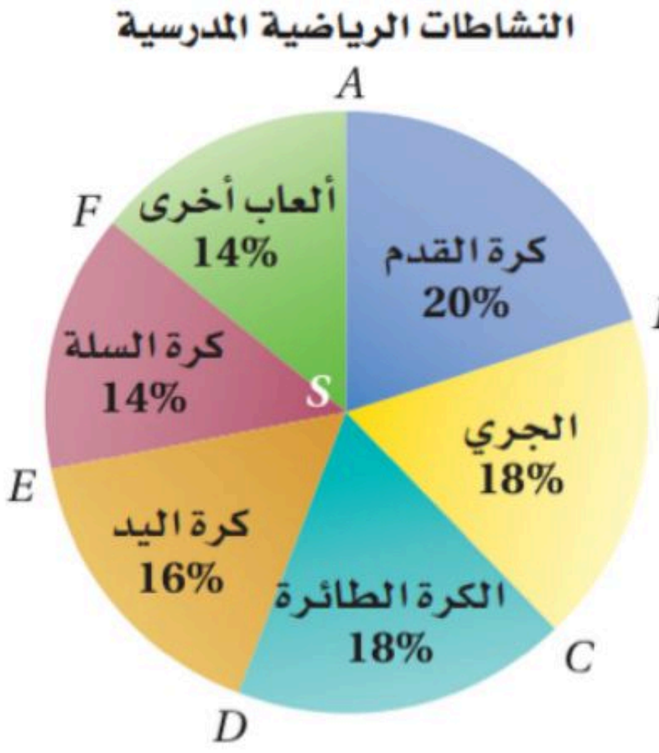
$360^\circ - (90^\circ + 75^\circ + 72^\circ)$

$\widehat{mPQR}$ (9

$= 360^\circ - 237 = 123^\circ$

إيجاد قياس القوس من القطاعات الدائرية

استعمل التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور، لإيجاد كلٍّ من القياسات الآتية:



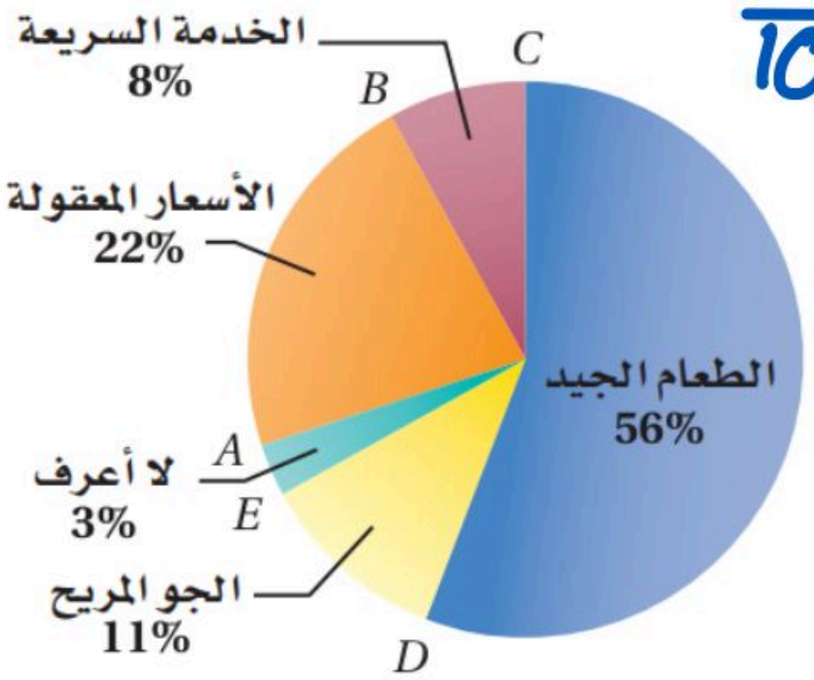
$\frac{14}{100} \times 360 = 50.4^\circ$

$\widehat{mEF}$ (3A

$\frac{14}{100} \times 360 = 50.4^\circ$

$\widehat{mFA}$ (3B

6) **مطاعم:** يعرض الشكل المجاور نتائج استطلاع حول ما يطلبه روَّاد المطاعم.



a) أوجد $\widehat{mAB}$

$\frac{22}{100} \times 360 = 79.2^\circ$

b) أوجد $\widehat{mBC}$.

$\frac{8}{100} \times 360 = 28.8$

c) صف نوع قوس قطاع الطعام الجيد.

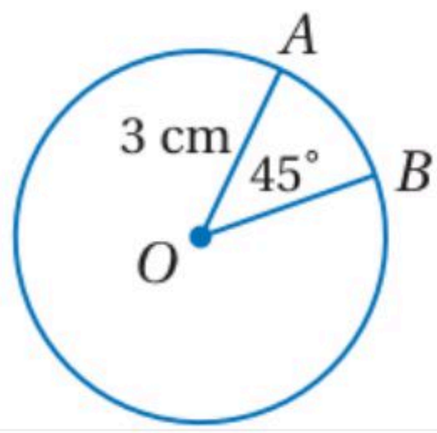
قوس أكبر

إيجاد طول القوس

أوجد طول $\overset{\frown}{AB}$ في كلٍّ ممَّا يأتي مقرّبًا إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ:

$$\ell = \frac{\text{الزاوية} \times \text{المحيط}}{360} \qquad \frac{\ell}{2\pi r} = \frac{x}{360}$$

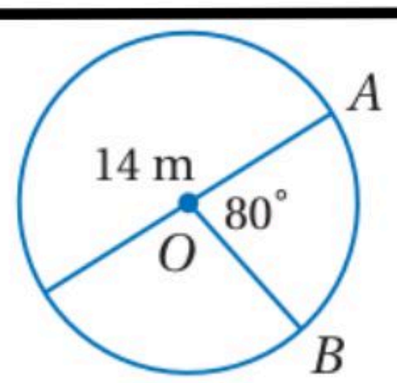
(5A



$$\frac{\ell}{2\pi(3)} = \frac{45^\circ}{360}$$

$$\ell = \frac{6\pi(45)}{360} = \frac{270\pi}{360} = 2.36 \text{ ft}$$

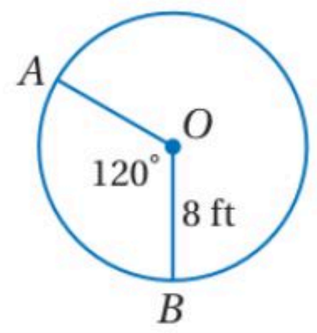
(5B



$$\ell = \frac{80^\circ \times 14\pi}{360} = \frac{112\pi}{360}$$

$$= 9.77 \text{ m}$$

(5C



$$\ell = \frac{120 \times 2(8)\pi}{360}$$

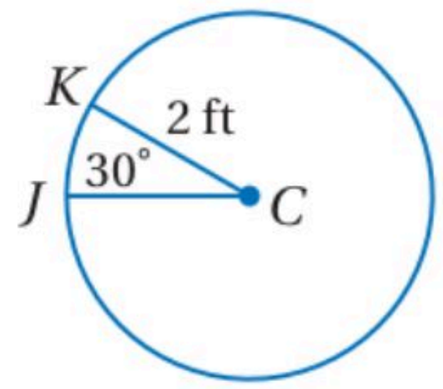
$$\frac{1920\pi}{360} = 16.76 \text{ ft}$$

أوجد طول $\overset{\frown}{JK}$ مقرّبًا إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

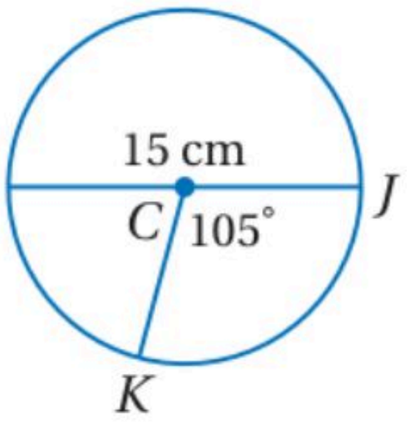
$$\ell = \frac{30 \times 2(2)\pi}{360} = \frac{120\pi}{360}$$

$$\frac{\pi}{3} = 1.05 \text{ ft}$$

(10



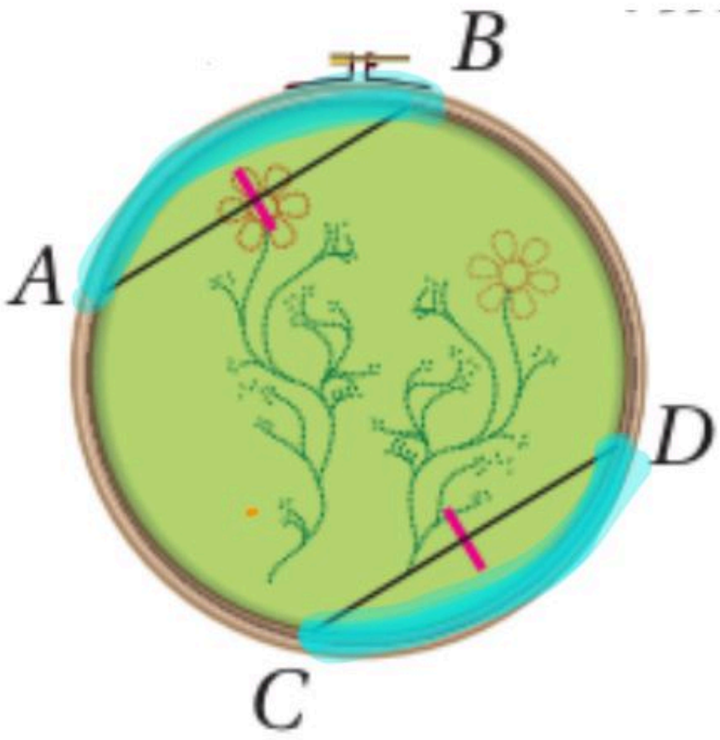
(11



$$\ell = \frac{105 \times 15\pi}{360}$$

$$= \frac{1575\pi}{360} = 13.74 \text{ cm}$$

4-3 الأقواس والأوتار
Arcs and Chords



استعمال الأوتار المتطابقة لإيجاد قياس القوس

تحقق من فهمك

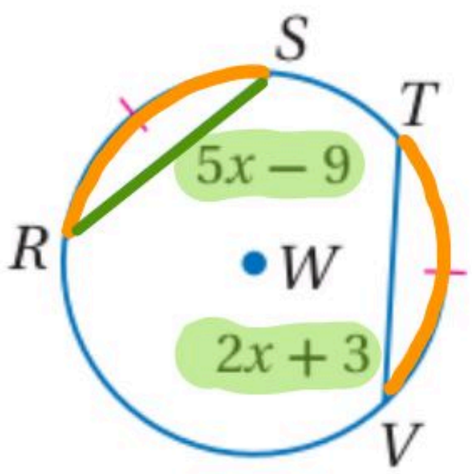
1) إذا كان $m\widehat{AB} = 78°$ في الشكل أعلاه، فأوجد $m\widehat{CD}$.

الوتران متطابقان ⇐ القوسان متطابقان

$m\widehat{AB} = m\widehat{CD}$

$m\widehat{CD} = 78°$

استعمال الأقواس المتطابقة لإيجاد أطوال الأوتار



تحقق من فهمك

2) في $\odot W$ ، إذا كان $\widehat{RS} \cong \widehat{TV}$، فأوجد RS.

القوسان متطابقان ⇐ الوتران متطابقان

$5x - 9 = 2x + 3$

$-2x \quad -2x$

$3x - 9 = 3$

$+9 \quad +9$

$3x = 12$

$x = 4$

$RS = 5(4) - 9 = 20 - 9 = 11$

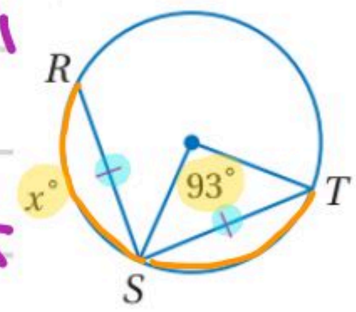
$RS = 11$

جبر: أوجد قيمة x في كلٍّ ممَّا يأتي:

(1

١/ قياس $\widehat{ST}$ = الزاوية المركزية

$\widehat{ST} = 93°$



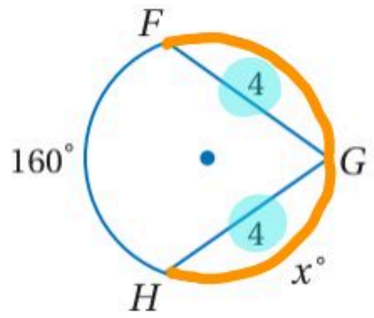
٢/ القوسان متطابقان

$x = 93°$

(2

الوتران متطابقان

$\widehat{FG} = x$



$x + x + 160 = 360$

$2x + 160 = 360$

$-160 \quad -160$

$\frac{2x}{2} = \frac{200}{2}$

$x = 100$

(3

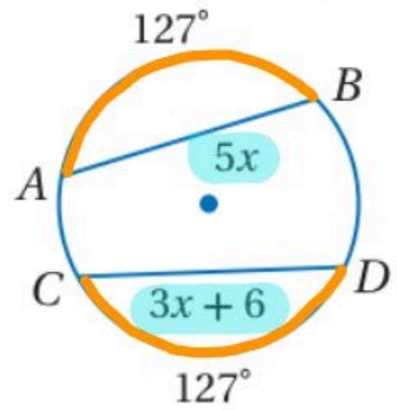
$AB = CD$

$5x = 3x + 6$

$-3x \quad -3x$

$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$

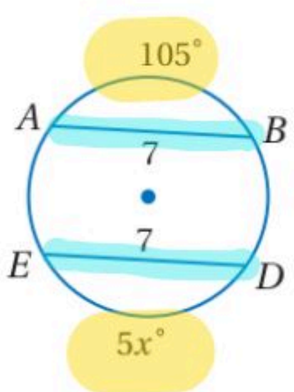
$x = 3$



(7

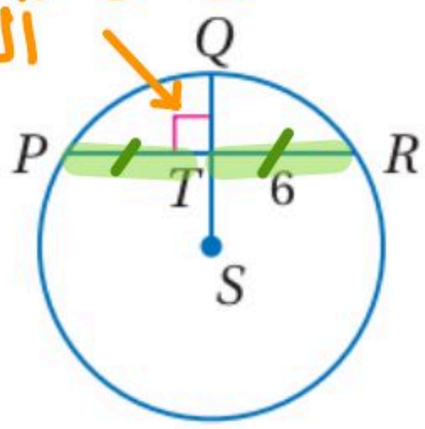
$\frac{5x}{5} = \frac{105}{5}$

$x = 21$



استعمال نصف القطر العمودي على الوتر

نصف القطر عمودي على الوتر



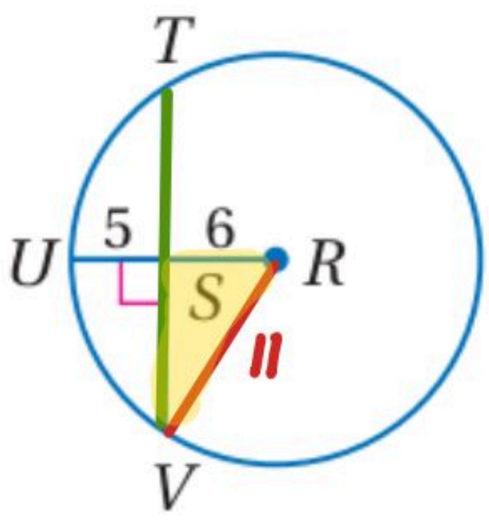
تحقق من فهمك

3) أوجد PR في $\odot S$.

طول PR = 2(6) = 12 وحدة

تحقق من فهمك

4) أوجد TV في $\odot R$ مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.



نصف القطر = 5+6 = 11

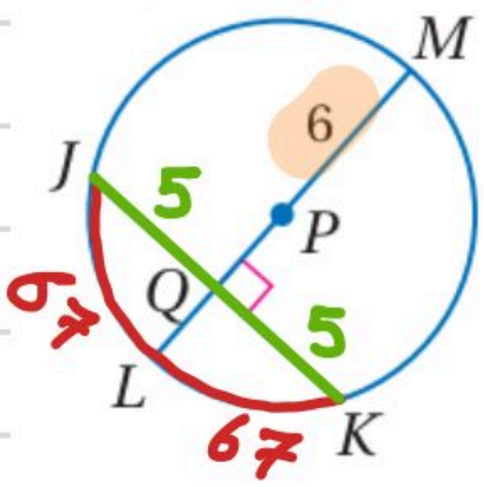
$\sqrt{11^2 - 6^2}$

$= \sqrt{121 - 36}$

$= \sqrt{85}$

$TV = 2\sqrt{85} = \sqrt{4 \times 85} = \sqrt{340}$ طول TV

في $\odot P$ ، إذا كان: $m\widehat{JLK} = 134°$ ، $JK = 10$ ، فأوجد القياسات الآتية، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك.

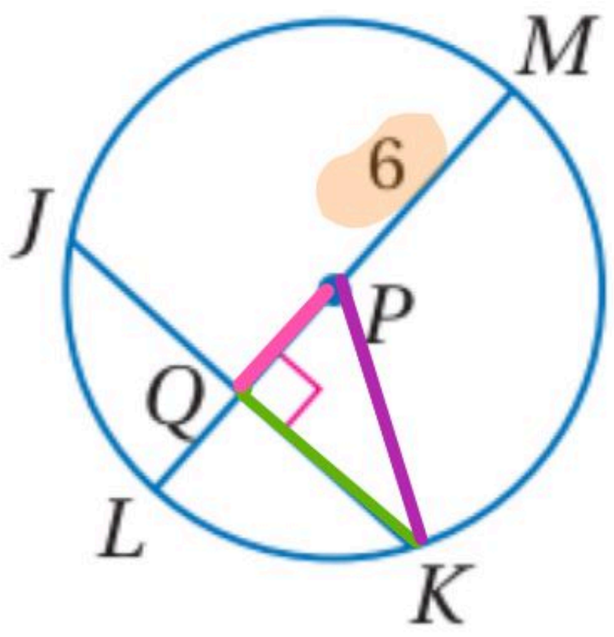


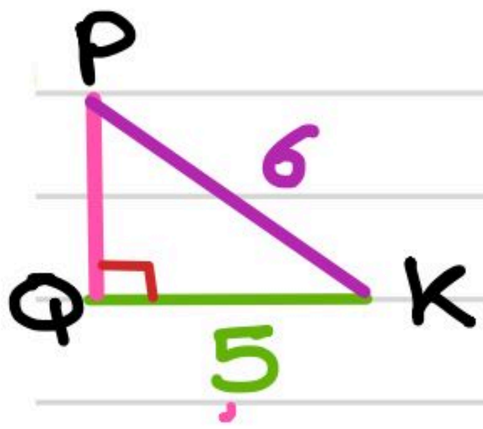
4) $m\widehat{JL}$

القطر LM عمودي على الوتر JK فإنه ينصف ذلك الوتر وينصف قوسه

$m\widehat{JL} = 67°$

5) PQ





$PQ = \sqrt{6^2 - 5^2}$

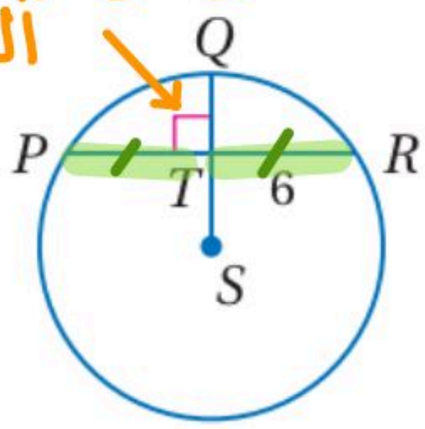
$= \sqrt{36 - 25}$

$= \sqrt{11}$

$= 3.32$

استعمال نصف القطر العمودي على الوتر

نصف القطر عمودي على الوتر



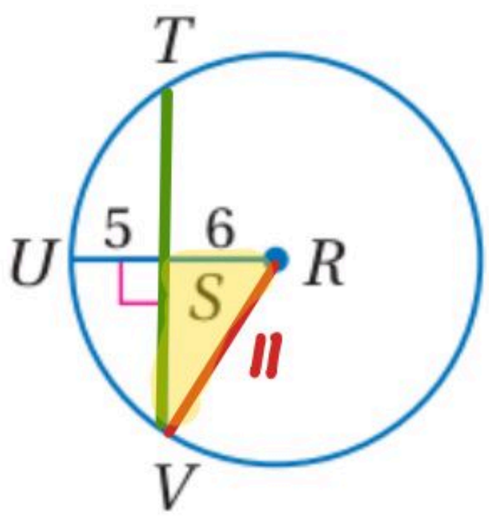
تحقق من فهمك

3) أوجد PR في $\odot S$.

طول PR = 2(6) = 12 وحدة

تحقق من فهمك

4) أوجد TV في $\odot R$ مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.



نصف القطر = 5+6 = 11

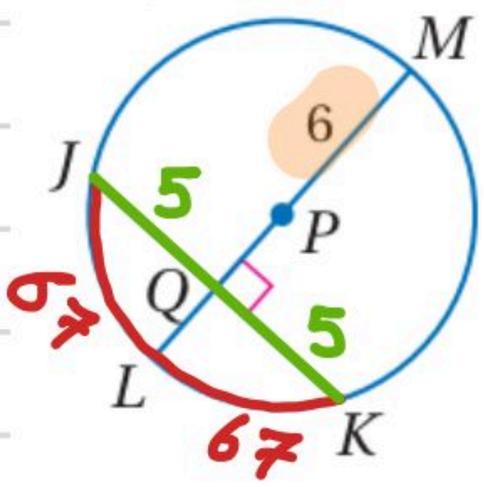
$\sqrt{11^2 - 6^2}$

$= \sqrt{121 - 36}$

$= \sqrt{85}$

$TV = 2\sqrt{85} = \sqrt{4 \times 85} = \sqrt{340}$ طول TV

في $\odot P$ ، إذا كان: $m\widehat{JLK} = 134°$ ، $JK = 10$ ، فأوجد القياسات الآتية، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك.

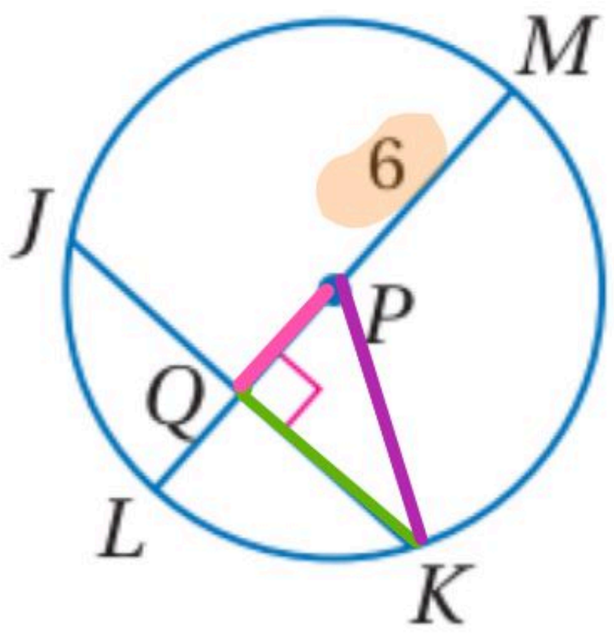


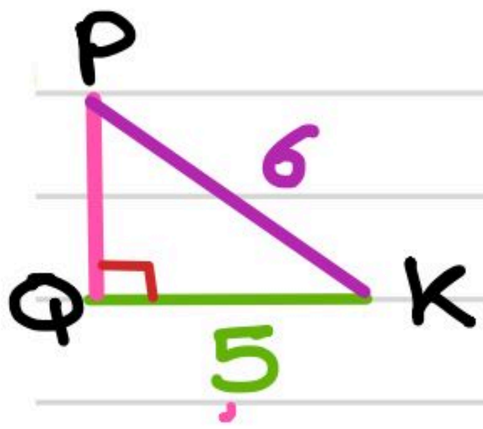
4) $m\widehat{JL}$

القطر LM عمودي على الوتر JK فإنه ينصف ذلك الوتر وينصف قوسه

$m\widehat{JL} = 67°$

5) PQ





$PQ = \sqrt{6^2 - 5^2}$

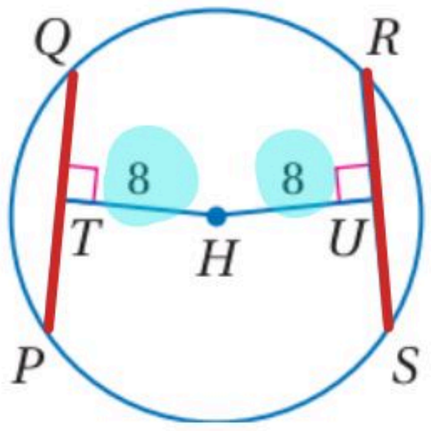
$= \sqrt{36 - 25}$

$= \sqrt{11}$

$= 3.32$

الأوتار المتساوية البُعد عن المركز

تحقق من فهمك



5) في $\odot H$ إذا كان: $RS = 14$, $PQ = 3x - 4$، فأوجد قيمة x

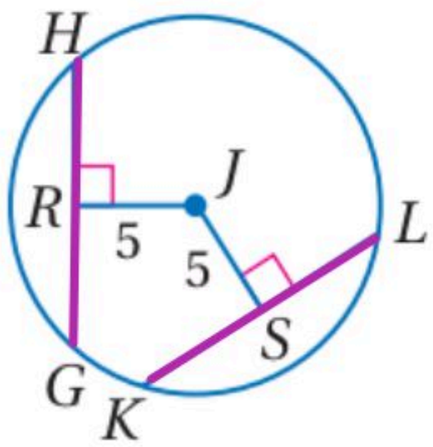
$3x - 4 = 14$

$+4 \quad +4$

$3x = 18$

$3 \quad 3$

$x = 6$



6) في $\odot J$، إذا كان: $KL = 4x + 1$, $GH = 9$، فأوجد قيمة x.

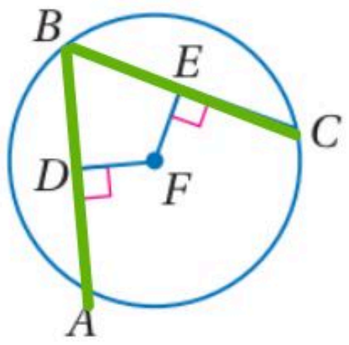
$4x + 1 = 9$

$-1 \quad -1$

$4x = 8$

$4 \quad 4$

$x = 2$



18) جبر: في $\odot F$، إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{BC}$، $DF = 3x - 7$, $FE = x + 9$، فأوجد قيمة x.

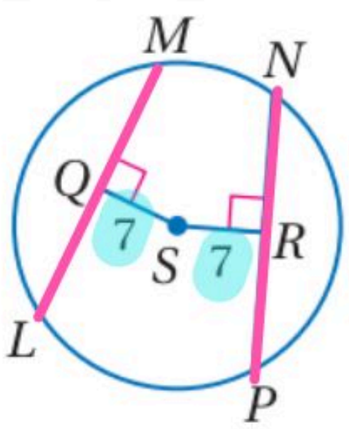
$3x - 7 = x + 9$

$-x \quad -x$

$2x - 7 = 9$

$+7 \quad +7$

$\frac{2x}{2} = \frac{16}{2}$ $\quad x = 8$



19) جبر: في $\odot S$، إذا كان: $PN = 4x$, $LM = 16$، فأوجد قيمة x.

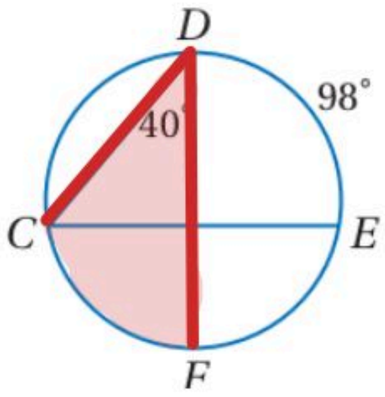
$\frac{4x}{4} = \frac{16}{4}$

$x = 4$

4-4 الزوايا المحيطية
Inscribed Angles

استعمال الزوايا المحيطية لإيجاد قياسات

أوجد القياسات الآتية مستعملًا الشكل المجاور



$m\overset{\frown}{CF}$ (1A

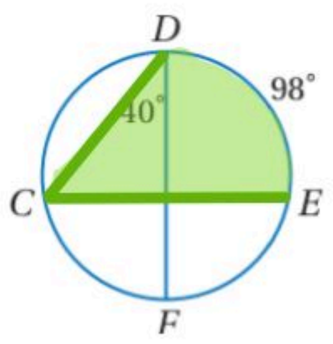
قياس القوس = 2 × الزاوية المحيطية

$m\overset{\frown}{CF} = 2 \times 40 = 80°$

$m\angle C$ (1B

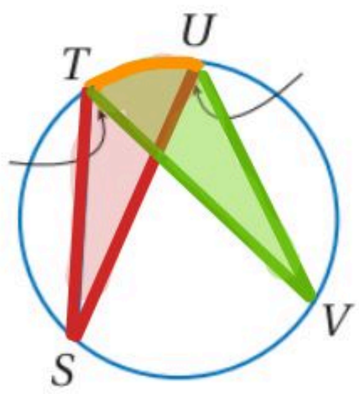
الزاوية المحيطية = $\frac{1}{2}$ قياس القوس

$m\angle C = \frac{1}{2} \times 98 = 49°$



تحقق من فهمك

2) إذا كان $m\angle V = (x + 16)°$ و $m\angle S = (3x)°$، فأوجد $m\angle S$ مستعملًا الشكل أعلاه.



$\angle S \cong \angle V$ تقابلان $\overline{TU}$

$3x = x + 16$

$-x \quad -x$

$\frac{2x}{2} = \frac{16}{2}$

$x = 8$

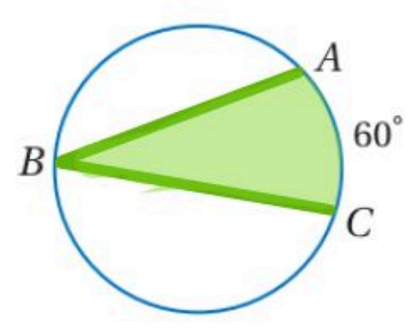
$m\angle S = 3x = 3(8)$ $\quad m\angle S = 24$

أوجد كل قياس ممّا يأتي:

$m\angle B$ (1

زاوية محيطية = $\frac{1}{2}$ قياس القوس

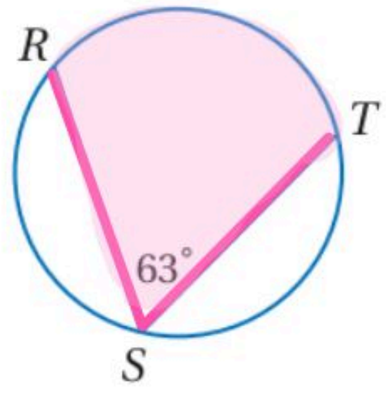
$= \frac{1}{2} \times 60 = 30°$



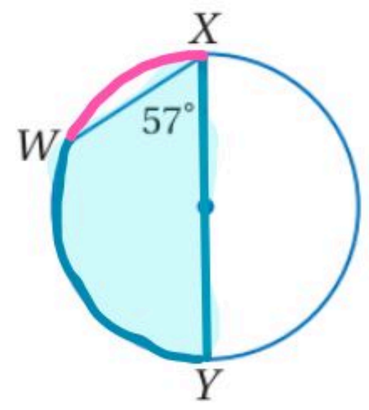
$m\overset{\frown}{RT}$ (2

قياس القوس = 2 × الزاوية المحيطية

$m\overset{\frown}{RT} = 2 \times 63° = 126°$



3) $m\widehat{WX}$



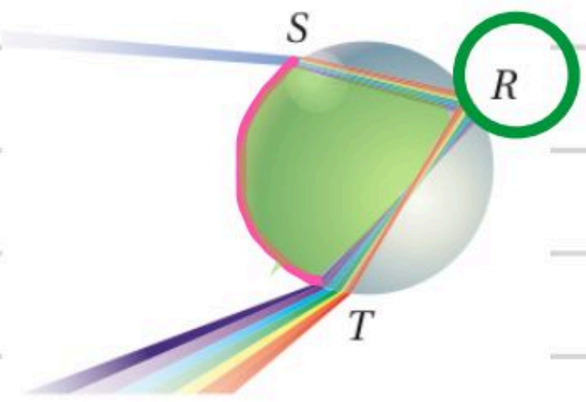
$\widehat{WY} = 2 \times 57^\circ = 114^\circ$

قياس نصف الدائرة $= 180^\circ$

$\widehat{WX} = 180 - 114 = 66$

---

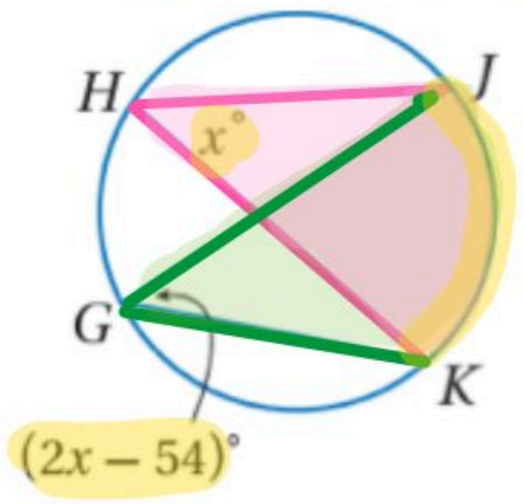
4) **علوم:** يُبيّن الشكل المجاور انكسار أشعة الضوء في قطرة مطر لإنتاج ألوان الطيف، فإذا كان $m\widehat{ST} = 144^\circ$، فأوجد $m\angle R$؟



$m\angle R = \frac{1}{2}(\widehat{ST})$

$= \frac{1}{2}(144) = 72^\circ$

جبر: أوجد كلًّا من القياسين الآتيين:



$m\angle H$ (5

$2x - 54 = x$

$-x \quad -x$

$x - 54 = 0$

$+54 \quad +54$

$x = 54$

$m\angle H = 54^\circ$

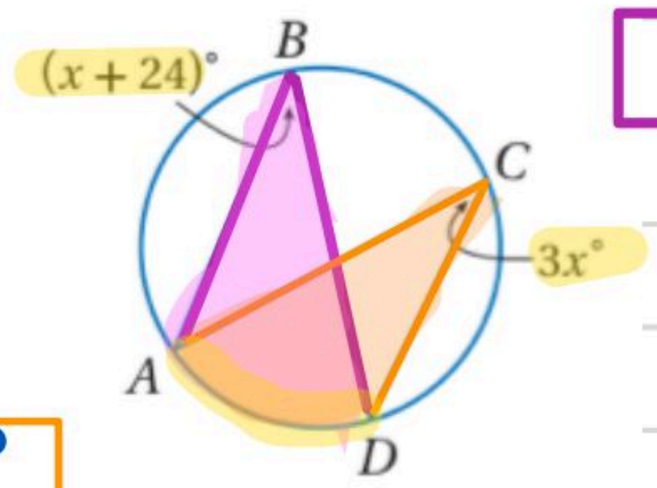
$3x = x + 24$

$-x \quad -x$

$\frac{2x}{2} = \frac{24}{2}$

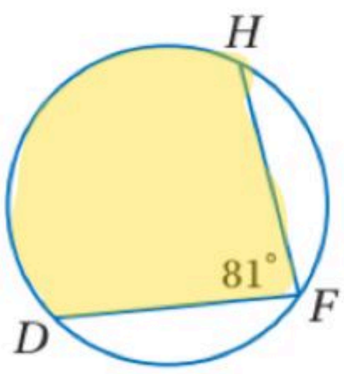
$x = 12$

$m\angle B = 24 + 12 = 36^\circ$



$m\angle B$ (6

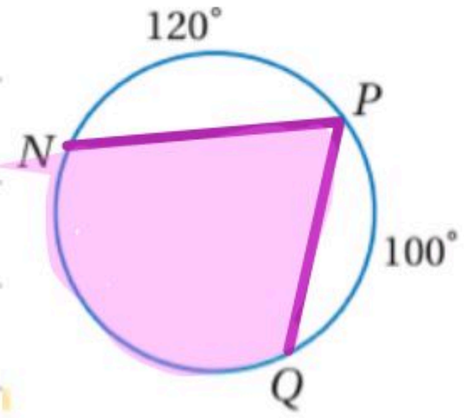
$m\widehat{DH}$ (11



$= 2 \times 81$

$= 162^\circ$

$m\angle P$ (13



قياس القوس NP $= 360 - (120 + 100)$

$= 360 - 220 = 140$

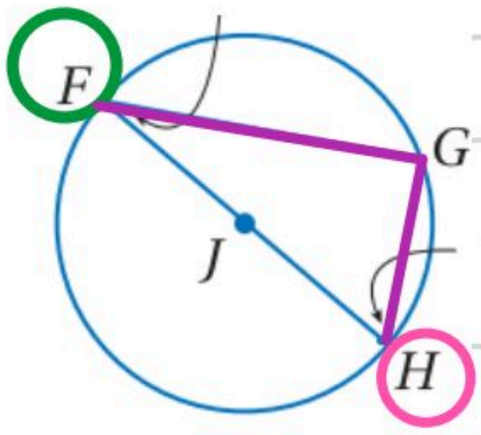
$m\angle P$ هـ

$m\angle P = \frac{1}{2}(140) = 70^\circ$

إيجاد قياسات زوايا المثلث المحاط بدائرة

تحقق من فهمك

4) إذا كان $m\angle H = (17x - 8)^\circ$ ، $m\angle F = (7x + 2)^\circ$ فأوجد قيمة x مستعملًا الشكل أعلاه.



١/ قياس الزاوية G = $\frac{1}{2}$ قياس نصف الدائرة

$m\angle G = \frac{1}{2}(180) = 90^\circ$

٢/ مجموع الزاويتين F و H = 90°

$(7x+2) + (17x-8) = 90^\circ$

$24x - 6 = 90^\circ$

$+6 \quad +6$

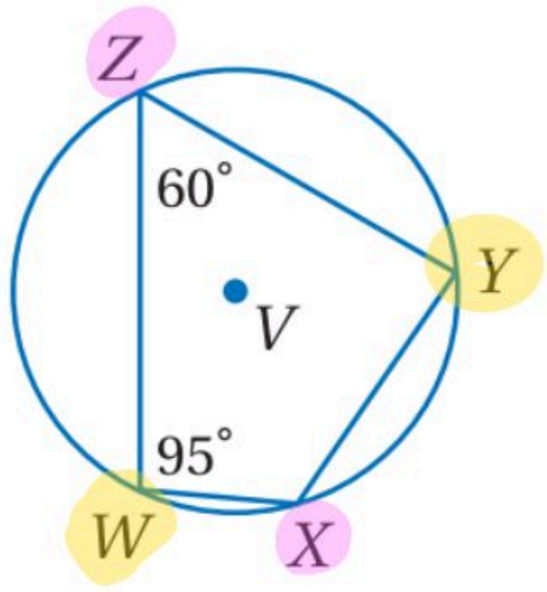
$\frac{24x}{24} = \frac{96}{24}$

$x = 4$

تحقق من فهمك

إيجاد قياسات الزوايا

5) المضلع $WXYZ$ شكل رباعي محاط بِـ $\odot V$ ، أوجد $m\angle X, m\angle Y$.



$m\angle Y = 180 - 95 = 85^\circ$

$m\angle X = 180 - 60 = 120^\circ$

مجموع الزاويتين R و P = 90°

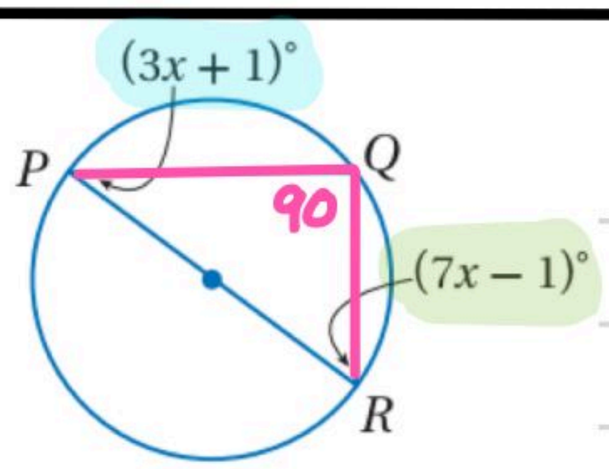
$7x - 1 + 3x + 1 = 90^\circ$

$10x = 90$

$x = 9$

$m\angle R = 7(9) - 1 = 62^\circ$

8) $m\angle R$



$m\angle M = 90^\circ$

مجموع الزاويتين = 90°

$(2x-5) + (2x-5) = 90$

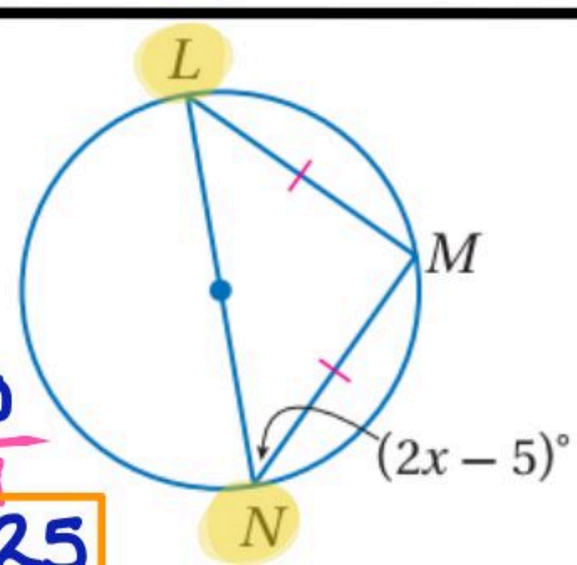
$4x - 10 = 90$

$+10 \quad +10$

$\frac{4x}{4} = \frac{100}{4}$

$x = 25$

9) x



مجموع الزاويتين = 90°

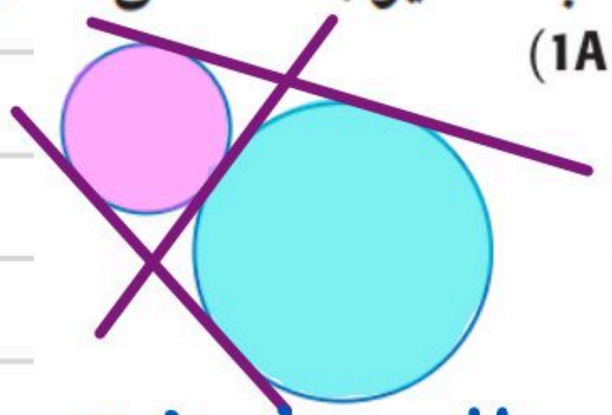
4-5 المماسات
Tangents

تحديد المماسات المشتركة

تحقق من فهمك

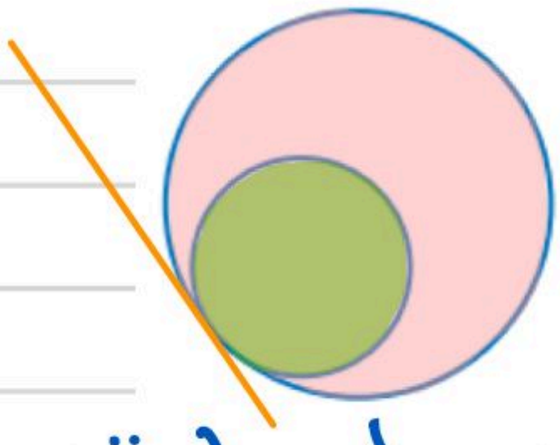
ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلٍّ ممَّا يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".

1A)



عدد المماسات = 3

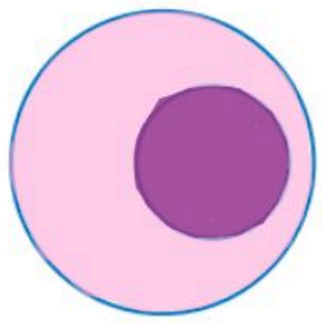
1B)



عدد المماسات = 1

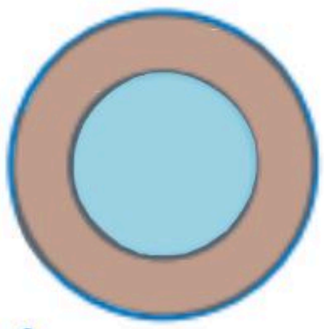
تأكد

1)



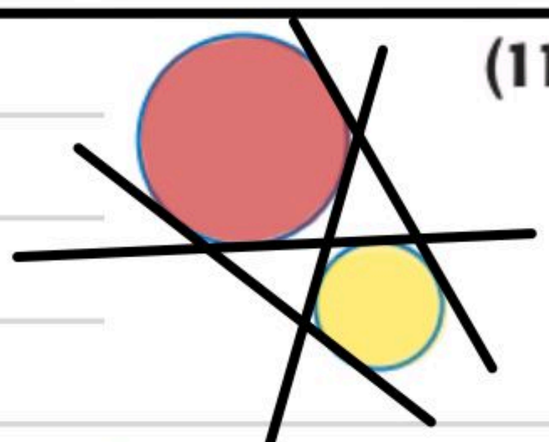
لايوجد مماسات مشتركة

10)



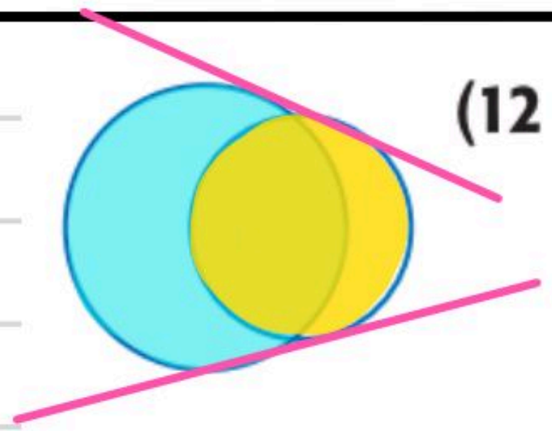
لايوجد مماسات مشتركة

11)



عدد المماسات = 4

12)

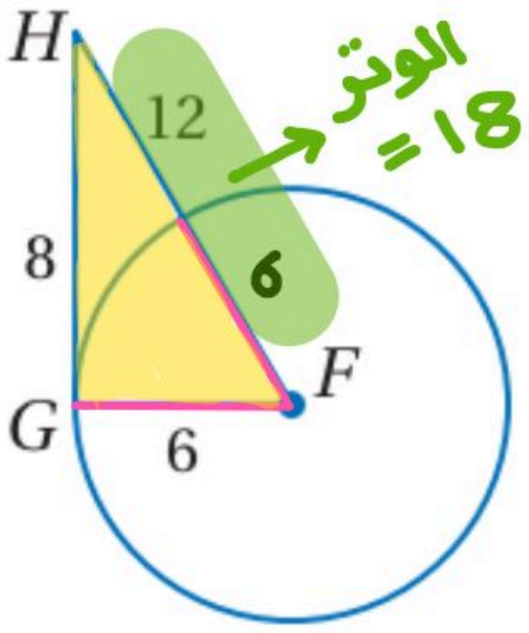


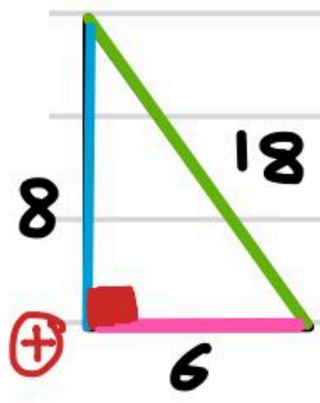
عدد المماسات = 2

تحديد المماس

تحقق من فهمك

2) حدّد ما إذا كان $\overline{GH}$ مماسًّا لِـ $\odot F$ أم لا، برّر إجابتك





$18^2 = 8^2 + 6^2$

$243 = 64 + 36$

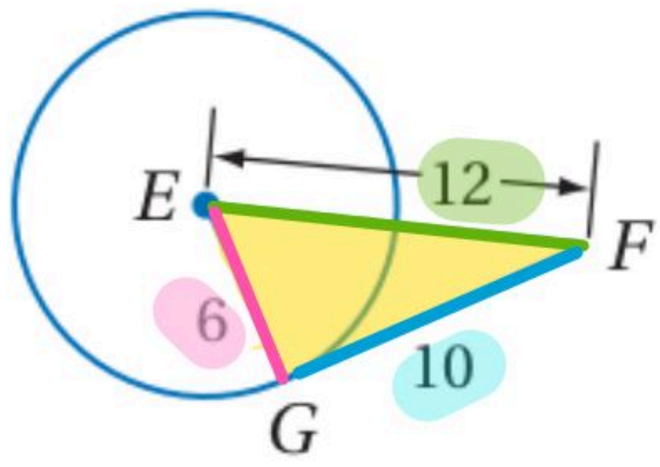
$243 \neq 100$

المثلث ليس قائم الزاوية

$\overline{GH}$ ليس مماساً للدائرة F

حدّد ما إذا كانت $\overline{FG}$ في كلٍّ من الشكلين الآتيين مماسًّا للدائرة E أم لا، وبرّر إجابتك.

(2



$12^2 = 10^2 + 6^2$

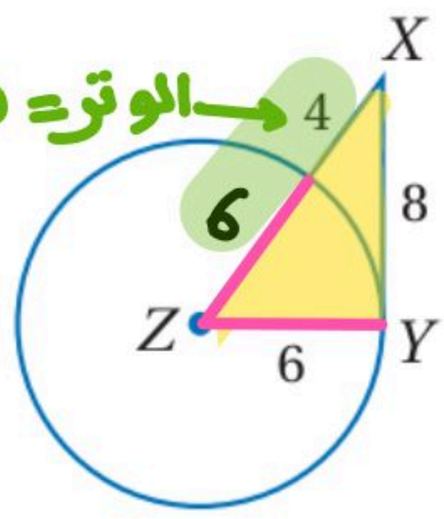
$144 = 100 + 36$

$144 \neq 136$

المثلث ليس قائم الزاوية

GF ليس مماساً للدائرة E

(14



$10^2 = 8^2 + 6^2$

$100 = 64 + 36$

$100 = 100$

المثلث قائم الزاوية

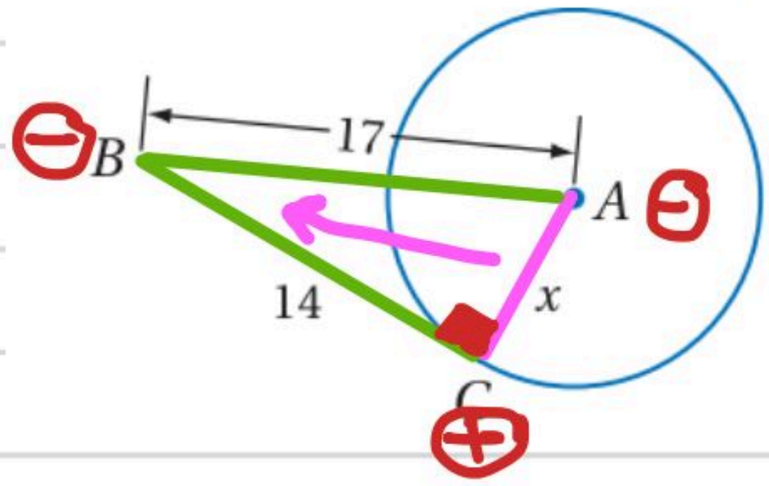
XY مماساً للدائرة Z

استعمال المماس لإيجاد القيم المجهولة

تحقق من فهمك

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين مفترضًا أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماسًّا للدائرة، هي مماسٌّ فعلًا.

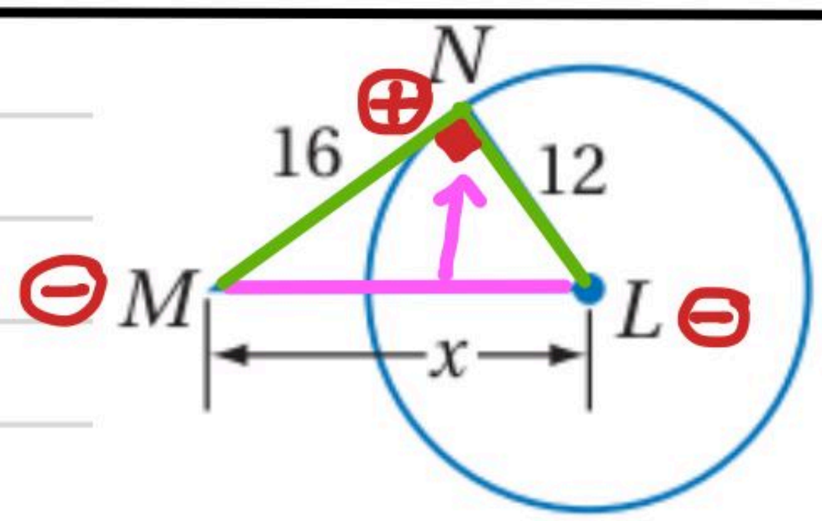
(3A



$x = \sqrt{17^2 - 14^2}$

$= \sqrt{289 - 196} = \sqrt{93}$

(4



$x = \sqrt{16^2 + 12^2}$

$= \sqrt{256 + 144} = \sqrt{400} = 20$

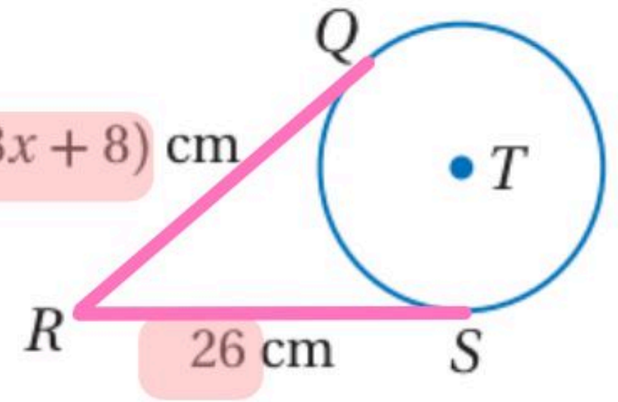
استعمال المماسات المتطابقة لإيجاد قياسات

تحقق من فهمك

جبر: أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين، مفترضًا أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماسًّا للدائرة هي مماسٌّ فعلًا.

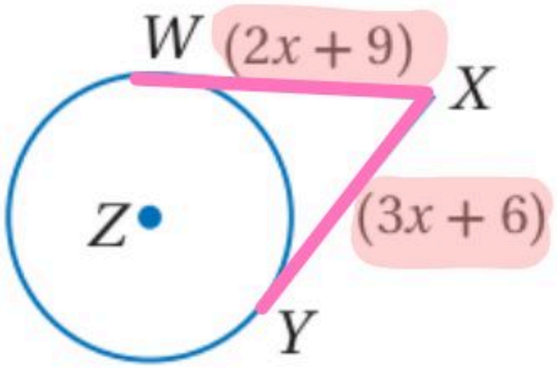
المماسان المرسومان من نقطة خارج الدائرة متطابقان

(4A



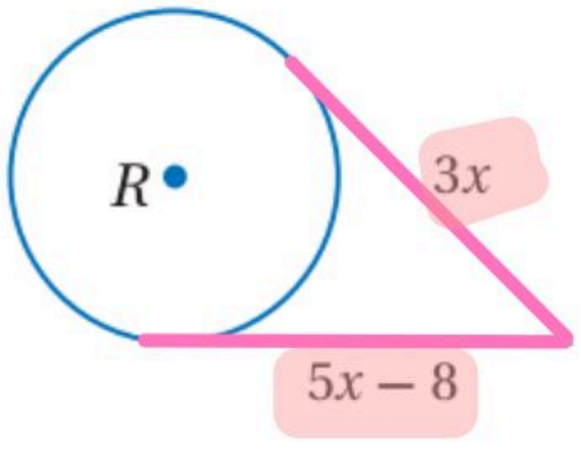
$$3x + 8 = 26$$
$$-8 \quad -8$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$$
$$x = 6$$

(4B



$$3x + 6 = 2x + 9$$
$$-2x \quad -2x$$
$$x + 6 = 9$$
$$-6 \quad -6$$
$$x = 3$$

(6

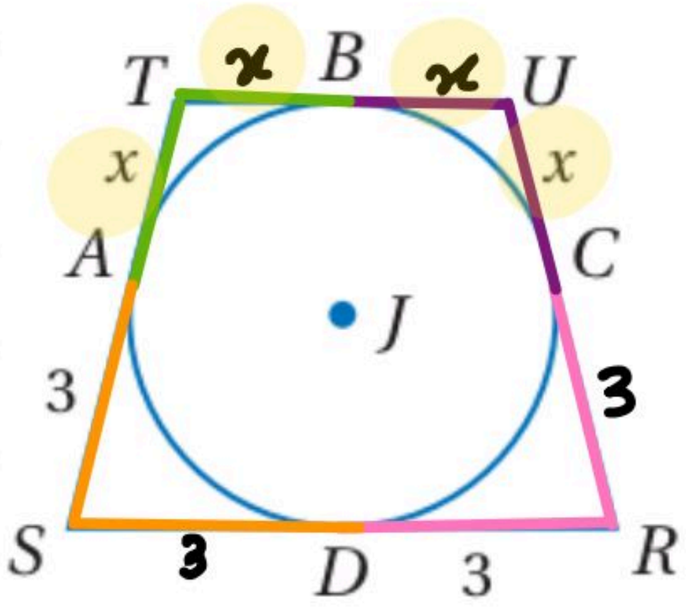


$$5x - 8 = 3x$$
$$-3x \quad -3x$$
$$2x - 8 = 0$$
$$+8 \quad +8$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$
$$x = 4$$

تحقق من فهمك

5) الشكل الرباعي $RSTU$ محيط بالدائرة J، إذا كان محيطه 18 وحدة، فأوجد قيمة x.

مجموع الأضلاع = 18 وحدة



$x+x+x+x+3+3+3+3=18$

$4x+12=18$

$-12 \quad -12$

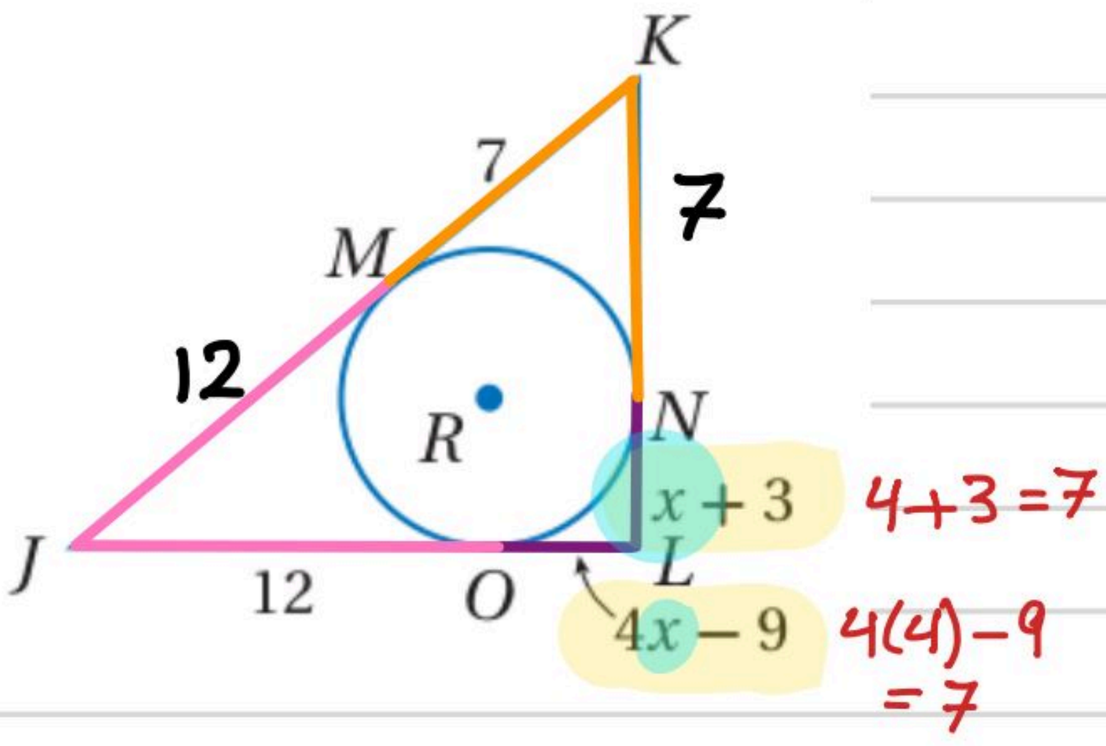
$\frac{4x}{4}=\frac{6}{4}$

$x=\frac{3}{2}=1.5$

---

8) جبر: المثلث JKL يُحيط بالدائرة R.

a) أوجد قيمة x.



$4x-9=x+3$

$-x \quad -x$

$3x-9=3$

$+9 \quad +9$

$\frac{3x}{3}=\frac{12}{3}$

$x=4$

b) أوجد محيط $\triangle JKL$.

المحيط $= 12+12+7+7+7+7$

$= 24+28=52$

4-6 القاطع والمماس وقياسات الزوايا
Secant, Tangent, and Angle Measures

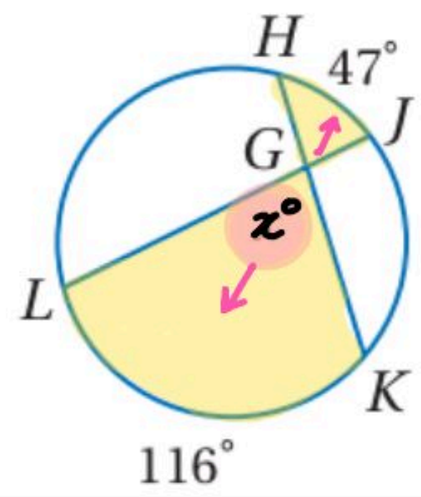
استعمال القاطعين أو الوترين المتقاطعين

داخل الدائرة = $\frac{1}{2}$ (مجموع القوسين)

تحقق من فهمك أوجد قيمة x في كلٍّ من الأشكال الآتية

نجمع الزاويتين ونقسم على 2

(1A



$x = \frac{1}{2}(116^\circ + 47^\circ)$

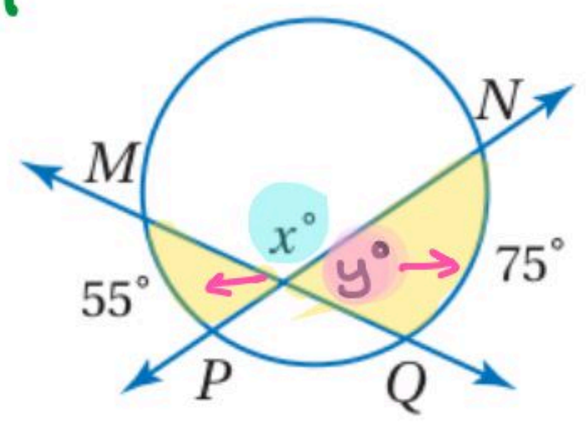
$= \frac{1}{2}(163^\circ) = 81.5^\circ$

١/ إيجاد y :-

$y = \frac{1}{2}(55^\circ + 75^\circ)$

$= \frac{1}{2}(130^\circ) = 65^\circ$

(1B



٢/ إيجاد x :-

x , y زاويتان متكاملتان

$x = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$

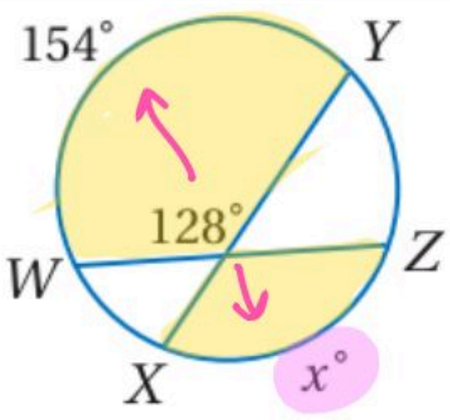
$2 \times 128^\circ = \frac{1}{2}(x + 154^\circ) \times 2$

$256^\circ = x + 154^\circ$

$-154 \qquad -154$

$x = 102^\circ$

(1C



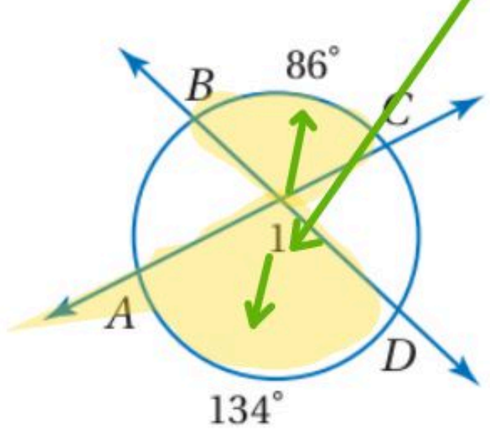
أوجد كلًّا من القياسات الآتية، مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلًا.

(1 $m\angle 1$

$m\angle 1 = \frac{1}{2}(86^\circ + 134^\circ)$

$= \frac{1}{2}(220^\circ)$

$m\angle 1 = 110^\circ$



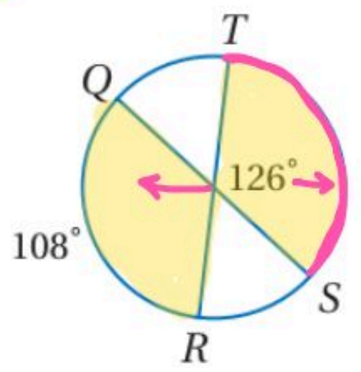
$m\widehat{TS}$ (2

$2 \times 126^\circ = \frac{1}{2}(m\widehat{TS} + 108^\circ) \times 2$

$252^\circ = m\widehat{TS} + 108^\circ$

$-108 \quad -108$

$m\widehat{TS} = 144^\circ$

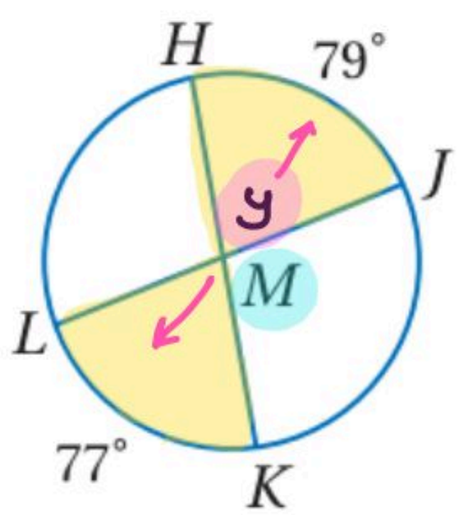


$m\angle JMK$ (9

١/ إيجاد y :-

$y = \frac{1}{2}(77^\circ + 79^\circ)$

$= \frac{1}{2}(156^\circ) = 78^\circ$



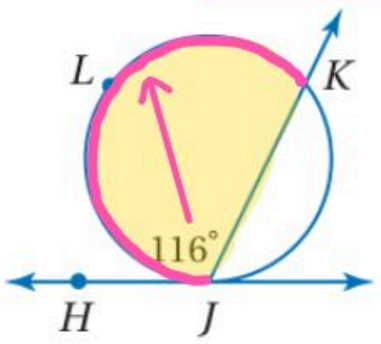
٢/ إيجاد M :-

$M = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$

استعمال القاطع والمماس المتقاطعين على الدائرة

الزاوية المماسية = $\frac{1}{2}$ (قياس القوس)

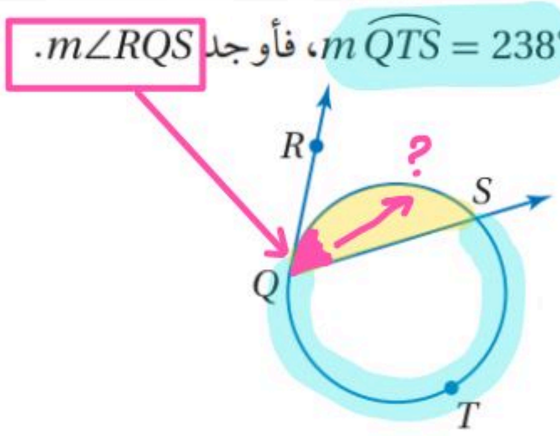
2A) أوجد $m\widehat{JLK}$.



$116^\circ = \frac{1}{2}(m\widehat{JLK})$

$m\widehat{JLK} = 116^\circ \times 2 = 232^\circ$

2B) إذا كان: $m\widehat{QTS} = 238^\circ$، فأوجد $m\angle RQS$.



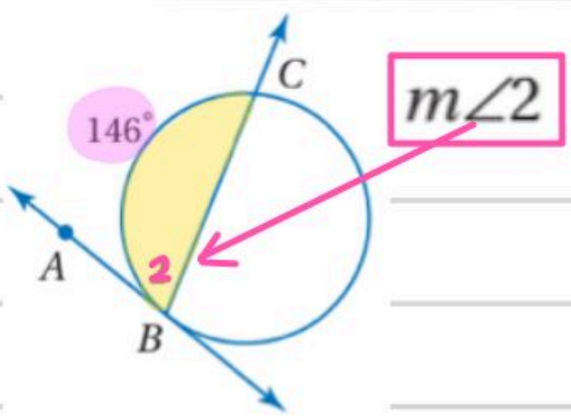
الصغير $m\widehat{QS} = 360^\circ - 238^\circ$

$= 122^\circ$

$m\angle RQS = \frac{1}{2}(122^\circ) = 61^\circ$

$m\angle 2 = \frac{1}{2}$ (القوس BC)

$= \frac{1}{2}(146^\circ) = 73^\circ$



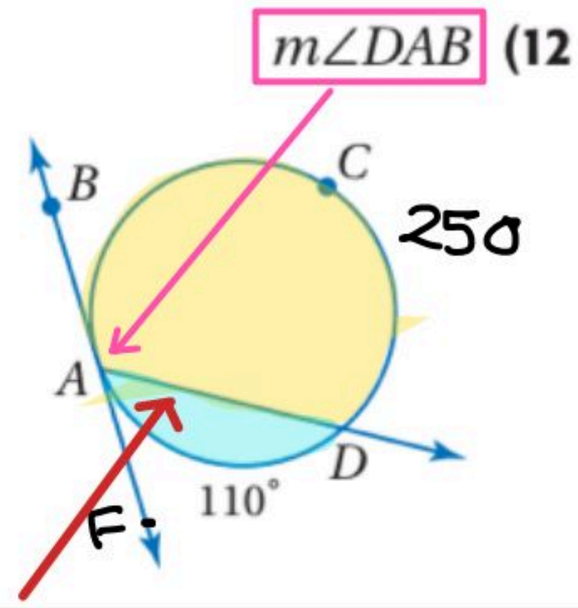
(3

١/ إيجاد القوس الكبير $\overset{\frown}{ACD}$

$= 360^\circ - 110^\circ = 250^\circ$

٢/ ايجاد الزاوية المطلوبة :-

$m\angle DAB = \frac{1}{2}(250^\circ) = 125^\circ$



طريقة أخرى :-

١- إيجاد الزاوية $m\angle DAF$

$m\angle DAF = \frac{1}{2}(110^\circ) = 55^\circ$

٢/ الزاوية المطلوبة :-

$m\angle DAB = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$

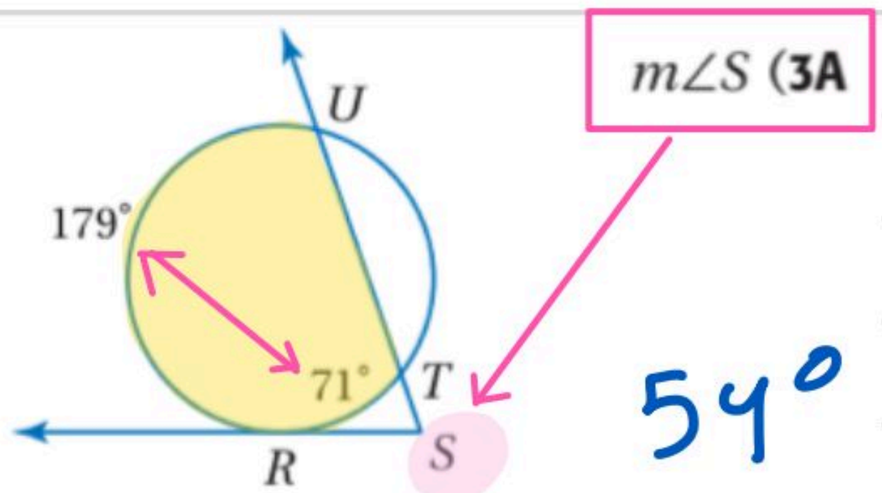
استعمال المماسات والقواطع التي تتقاطع خارج الدائرة

القوس الكبير - الصغير

نطرح الزاويتين ونقسم على 2

$m\angle S = \frac{1}{2}(179^\circ - 71^\circ)$

$= \frac{1}{2}(108^\circ) = 54^\circ$



$y = \frac{1}{2}$ (القوس الأصغر - القوس الأكبر)

$2 \times 68^\circ = \frac{1}{2}(224^\circ - m\overset{\frown}{XZ}) \times 2$

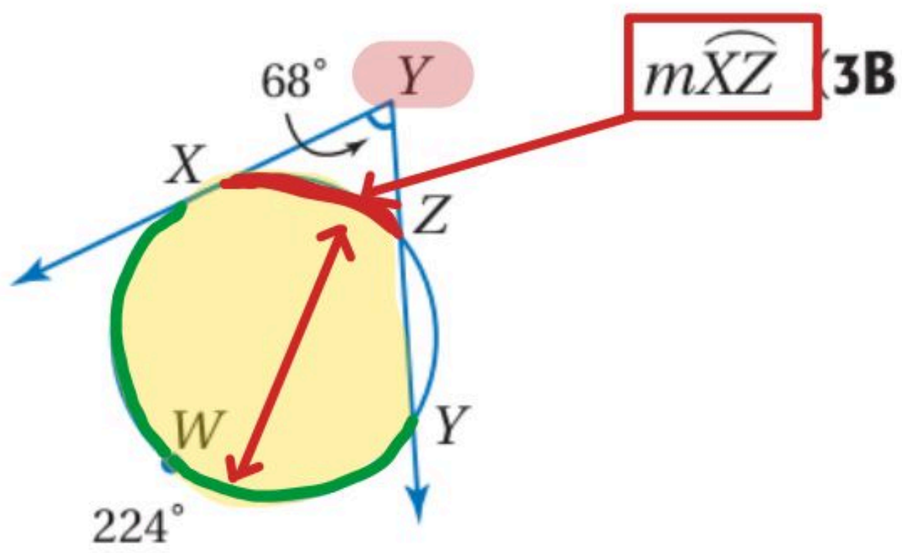
$136^\circ = 224^\circ - m\overset{\frown}{XZ}$

$-224 \quad -224$

$-88^\circ = -m\overset{\frown}{XZ}$

$-1 \quad -1$

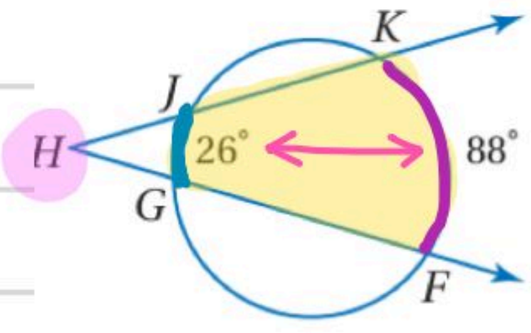
$m\overset{\frown}{XZ} = 88^\circ$



$m\angle H = \frac{1}{2}$ (الكبير - الصغير)

$= \frac{1}{2}(88^\circ - 26^\circ)$

$= \frac{1}{2}(62^\circ) = 31$



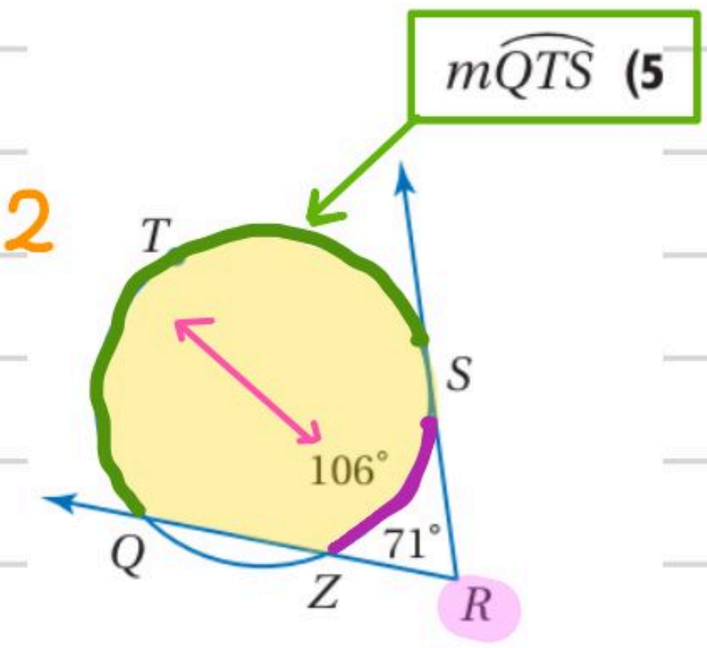
$$m\angle R = \frac{1}{2}(\text{الكبير} - \text{الصغير})$$

$$2 \times 71^\circ = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{mQTS} - 106^\circ) \times 2$$

$$142^\circ = \overset{\frown}{mQTS} - 106^\circ$$

$+106 \qquad +106$

$$\overset{\frown}{mQTS} = 248^\circ$$



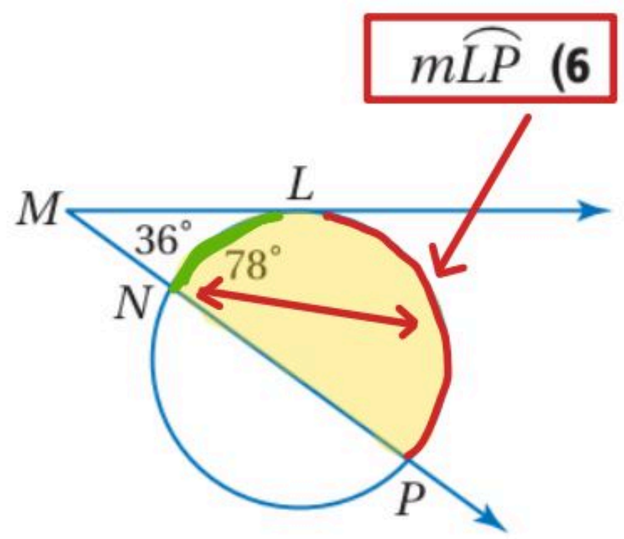
$$m\angle M = \frac{1}{2}(\text{الصغير} - \text{الكبير})$$

$$2 \times 36^\circ = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{mLP} - 78^\circ) \times 2$$

$$72^\circ = \overset{\frown}{mLP} - 78^\circ$$

$+78 \qquad +78$

$$\overset{\frown}{mLP} = 150^\circ$$



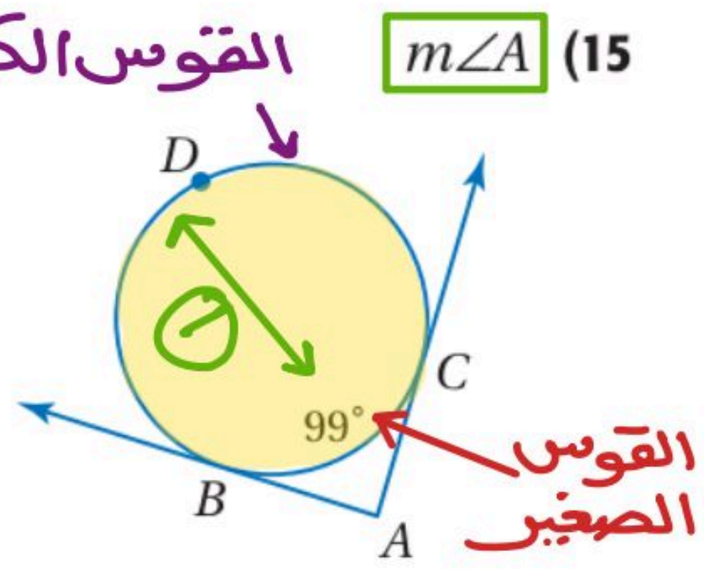
١/ إيجاد القوس الكبير:-

$360^\circ - 99^\circ = 261^\circ$

٢/ إيجاد الزاوية A :-

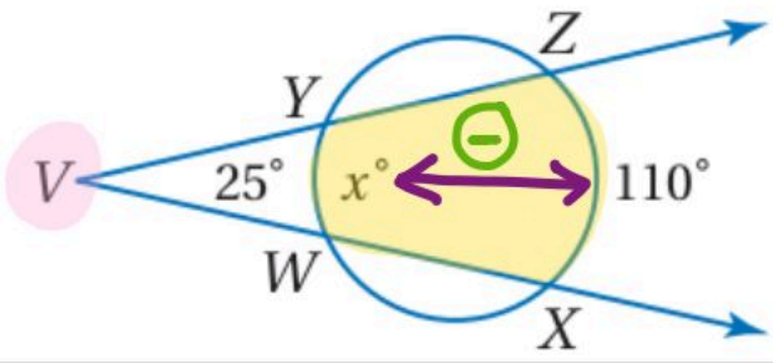
$$m\angle A = \frac{1}{2}(261^\circ - 99^\circ)$$

$$= \frac{1}{2}(162^\circ) = 81^\circ$$



تحقق من فهمك

4) أوجد قيمة x في الشكل المجاور.



$$2 \times 25^\circ = \frac{1}{2}(110^\circ - x) \times 2$$

$$50^\circ = 110^\circ - x$$

$-110 \qquad -110$

$$\frac{-x}{-1} = \frac{-60^\circ}{-1}$$

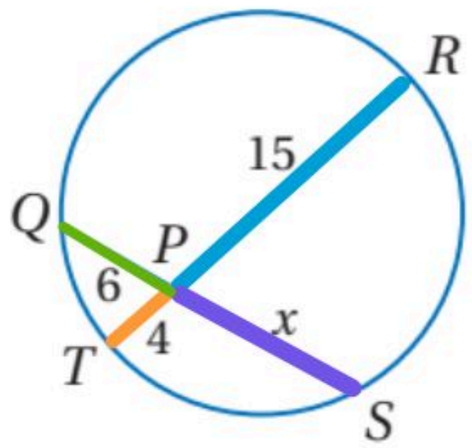
$$x = 60^\circ$$

4-7 قطع مستقيمة خاصة في الدائرة
Special Segments in a Circle

استعمال تقاطع الوترين

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين :

(1A

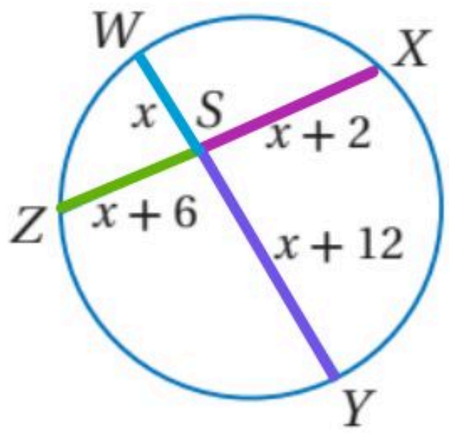


$x(6) = (4)(15)$

$\frac{6x}{6} = \frac{60}{6}$

$x = 10$

(1B



$x(x+12) = (x+2)(x+6)$

$x^2 + 12x = x^2 + 6x + 2x + 12$

$x^2 + 12x = x^2 + 8x + 12$

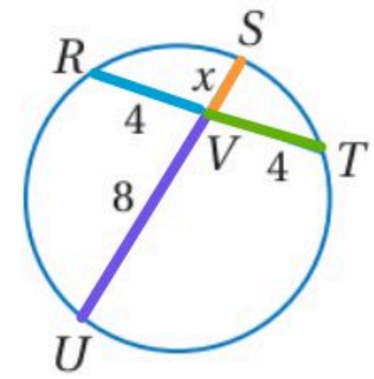
$12x - 8x = 12$

$\frac{4x}{4} = \frac{12}{4}$

$x = 3$

(1

2

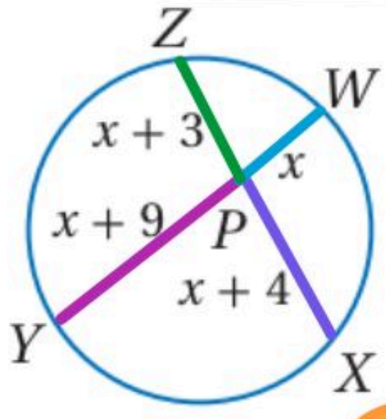


$x(8) = (4)(4)$

$\frac{8x}{8} = \frac{16}{8}$

$x = 2$

(2



$x(x+9) = (x+3)(x+4)$

$x^2 + 9x = x^2 + 4x + 3x + 12$

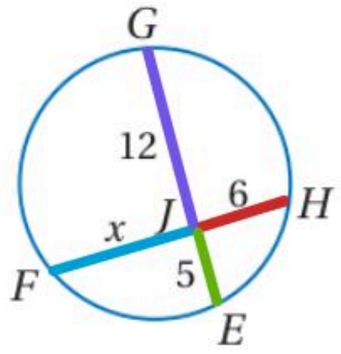
$x^2 + 9x = x^2 + 7x + 12$

$9x - 7x = 12$

$\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$

$x = 6$

(6



$x(6) = (5)(12)$

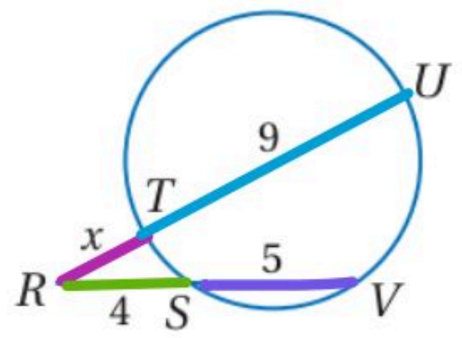
$\frac{6x}{6} = \frac{60}{6}$

$x = 10$

استعمال تقاطع القاطعين

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

(3A



$x(x+9) = 4(4+5)$

$x^2 + 9x = 4 \times 9$

$x^2 + 9x - 36 = 0$

معادلة من الدرجة الثانية نستخدم طريقة التحليل لحل المعادلة

نبحث عن عددين حاصل ضربهما 36- وجمعهما 9

$(x-3)(x+12) = 0$

$x - 3 = 0$ أو $x + 12 = 0$

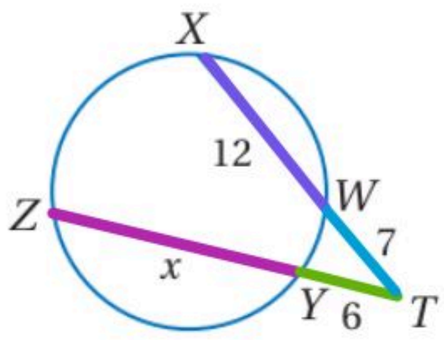
$+3 \quad -12$

$x = 3$

$x = -12$

السالب مرفوض

(3B



$(6)(6+x) = (7)(7+12)$

$36 + 6x = 7(19)$

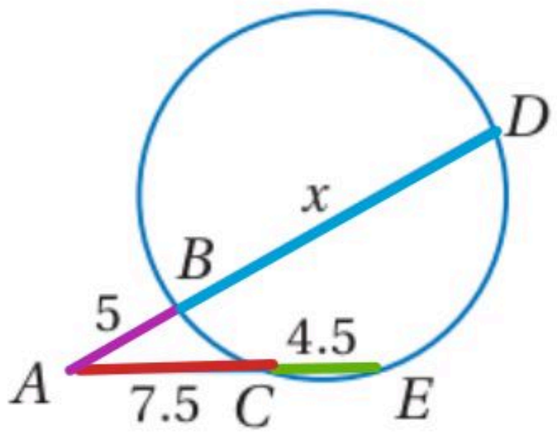
$36 + 6x = 133$

$-36 \quad -36$

$\frac{6x}{6} = \frac{97}{6}$

$x = \frac{97}{6} = 16\frac{1}{6}$

(4



$5(5+x) = 7.5(7.5+4.5)$

$25 + 5x = 7.5(12)$

$25 + 5x = 90$

$-25 \quad -25$

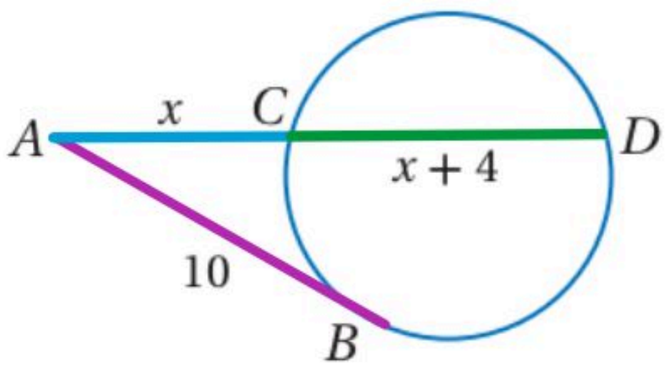
$\frac{5x}{5} = \frac{65}{5}$

$x = 13$

استعمال المماس والقاطع

تحقق من فهمك

4) $\overline{AB}$ مماس للدائرة في الشكل المجاور، أوجد قيمة x مقربًا إجابتك إلى أقرب عُشرٍ.



$$(x)(x + x + 4) = 10^2$$

$$x(2x + 4) = 100$$

$$2x^2 + 4x - 100 = 0 \quad \div 2$$

$$x^2 + 2x - 50 = 0$$

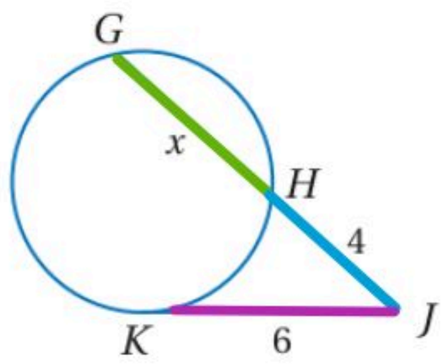
معادلة من الدرجة الثانية وحلها باستخدام القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4(1)(-50)}}{2(1)} = \frac{-2 + \sqrt{4 + 200}}{2}$$

$$x = \frac{-2 + \sqrt{204}}{2} = 8.1$$

(3



$$4(4 + x) = 6^2$$

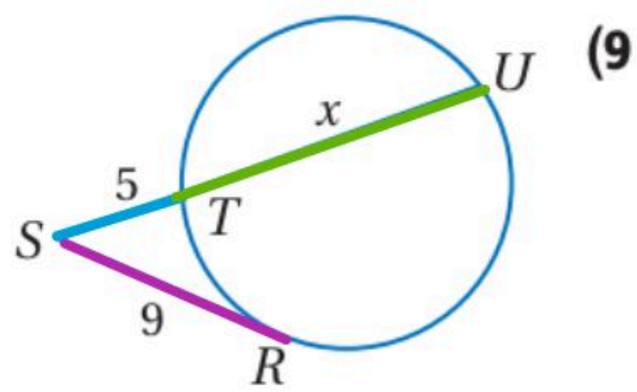
$$16 + 4x = 36$$

$$-16 \qquad -16$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{20}{4}$$

$$x = 5$$

(9



$$5(5 + x) = 9^2$$

$$25 + 5x = 81$$

$$-25 \qquad -25$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{56}{5}$$

$$x = 11.2$$

4-8 معادلة الدائرة Equation of Circle

كتابة معادلة الدائرة باستعمال المركز ونصف القطر

اكتب معادلة الدائرة في كل ممَّا يأتي:

تحقق من فهمك

1A) مركزها نقطة الأصل، ونصف قطرها $\sqrt{10}$

المركز = $(0,0)$

$x^2+y^2=r^2$

$x^2+y^2=(\sqrt{10})^2$

$x^2+y^2=10$

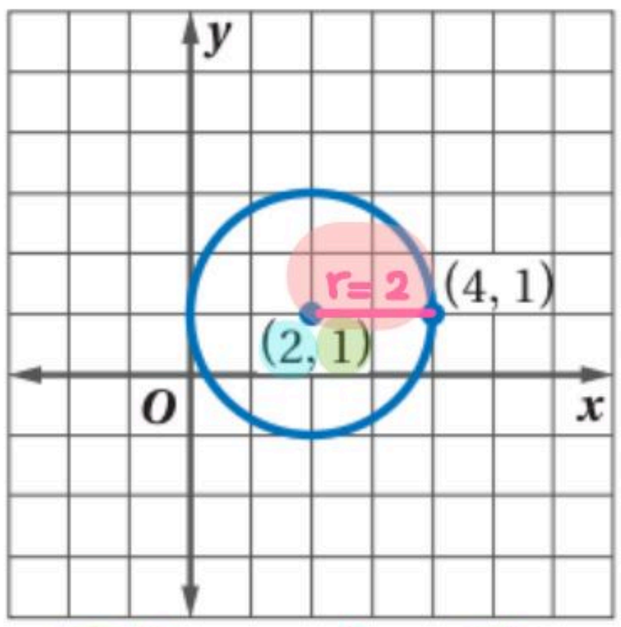
1B) مركزها النقطة $(4,-1)$، وقطرها 8 ← $r=4$

$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

$(x-4)^2+(y-(-1))^2=4^2$

$(x-4)^2+(y+1)^2=16$

5)



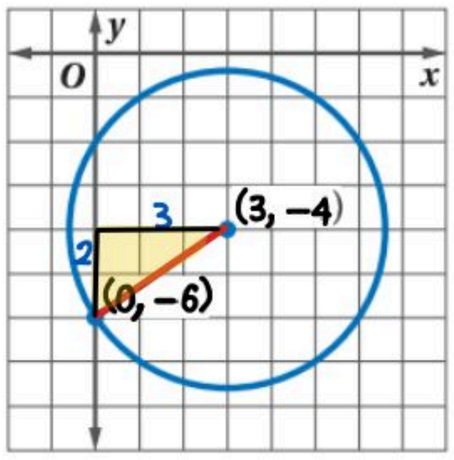
المركز = $(h,k)=(2,1)$

$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

$(y-2)^2+(y-1)^2=2^2$

$(y-2)^2+(y-1)^2=4$

6)



لإيجاد r :- نستخدم نظرية فيثاغورس :-

$r^2=2^2+3^2$

$=4+9$

$r^2=13$

المركز = $(h,k)=(3,-4)$

$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

$(y-3)^2+(y-(-4))^2=13$

$(y-3)^2+(y+4)^2=13$

1) مركزها $(9,0)$، ونصف قطرها 5

$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

$(x-9)^2+(y-0)^2=5^2$

$(x-9)^2+y^2=25$

2) مركزها $(3,1)$، وقطرها 14 ← $r=7$

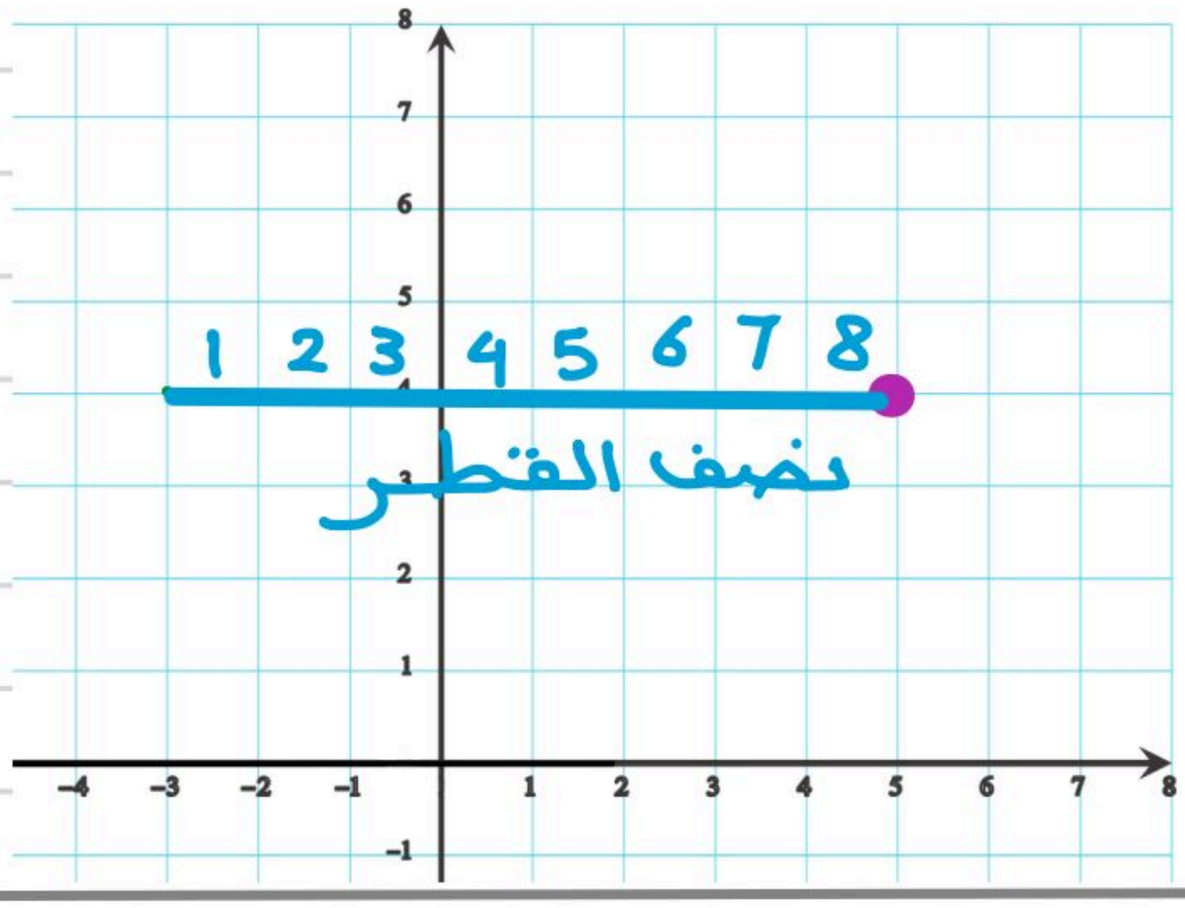
$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

$(x-3)^2+(y-1)^2=7^2$

$(x-3)^2+(y-1)^2=49$

كتابة معادلة الدائرة باستعمال مركزها ونقطة عليها

2A) مركزها $(5, 4)$، وتمر بالنقطة $(-3, 4)$.



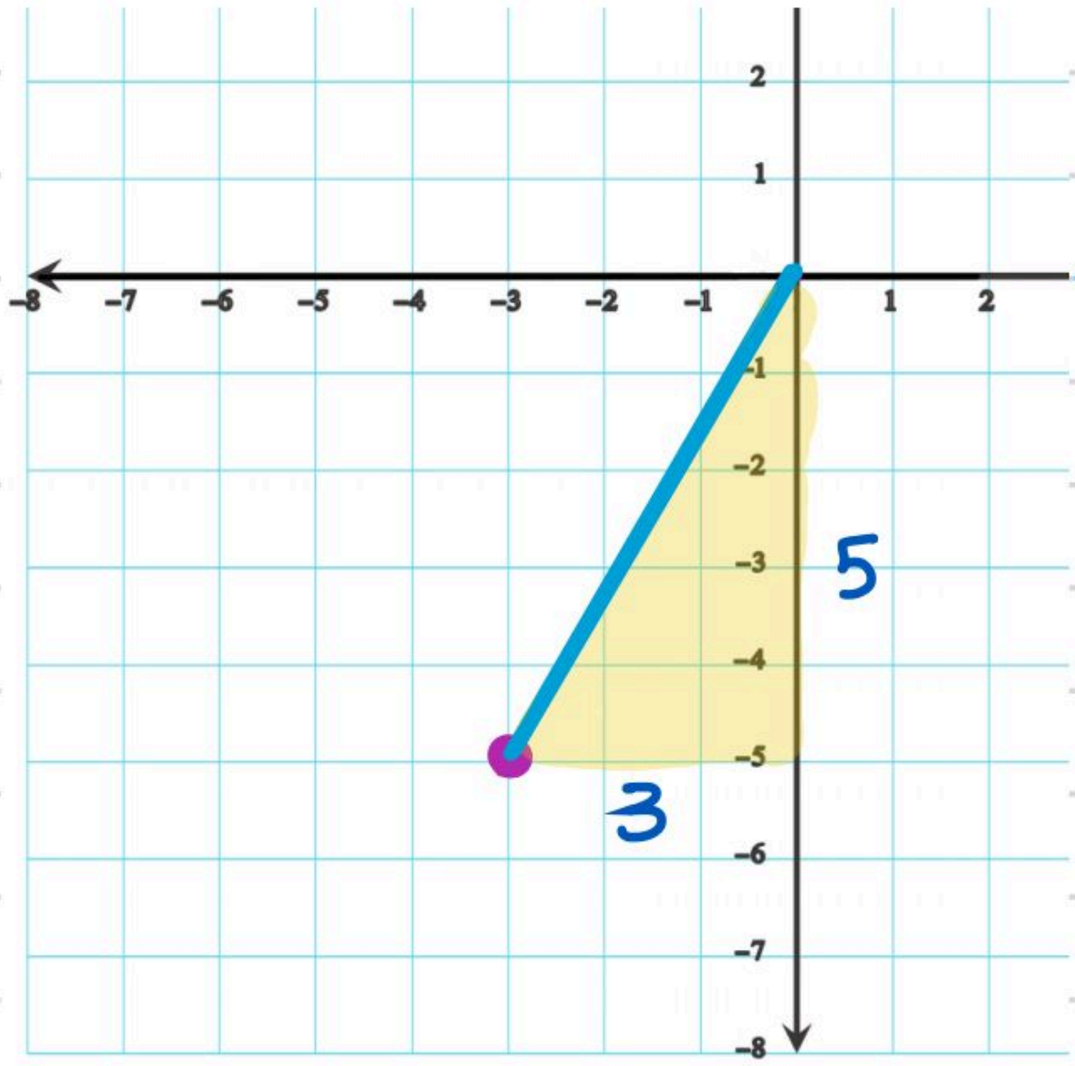
نصف القطر $r = 8$

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

$$(x-5)^2+(y-4)^2=8^2$$

$$(x-5)^2+(y-4)^2=64$$

2B) مركزها $(-5, -3)$، وتمر بالنقطة $(0, 0)$.



لإيجاد نصف القطر باستخدام نظرية فيثاغورس:-

$$r^2 = 3^2 + 5^2$$

$$= 9 + 25 \qquad r^2 = 34$$

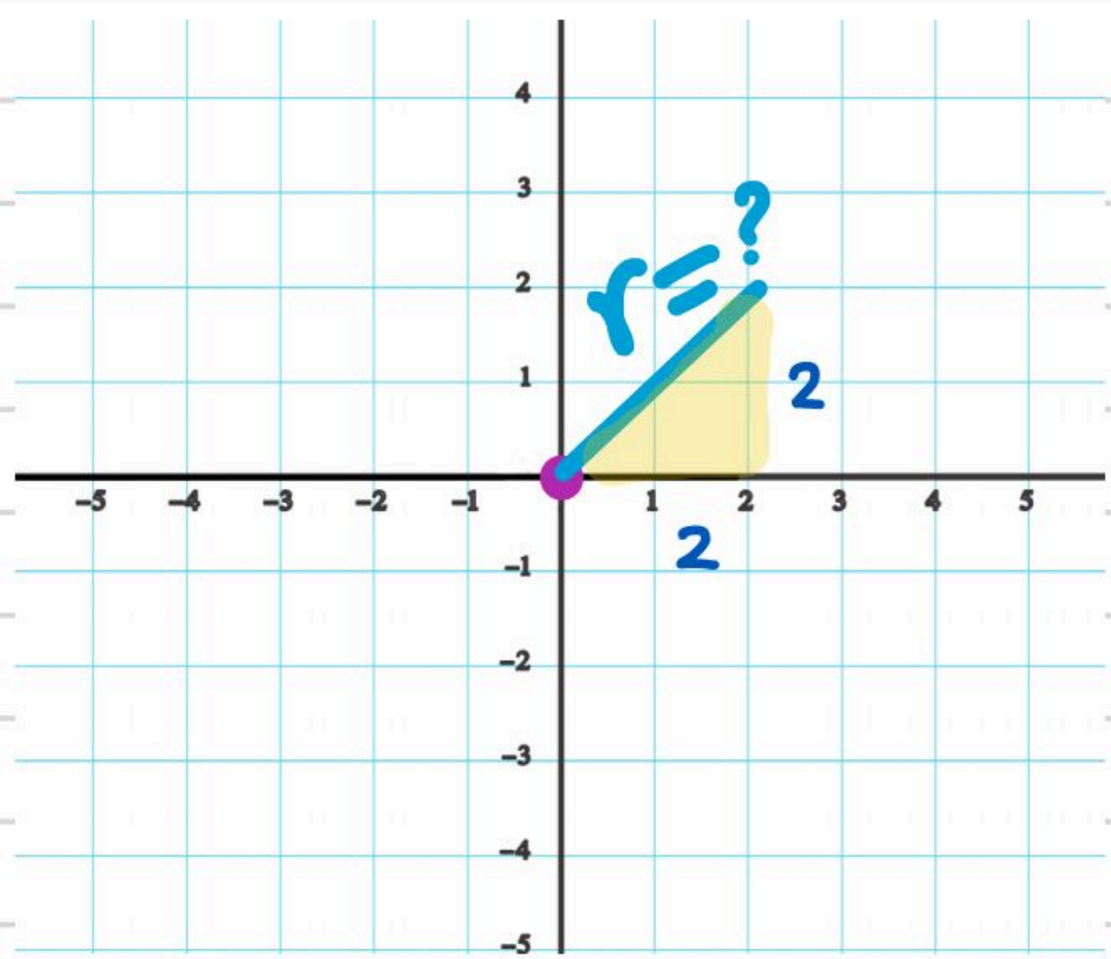
$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

$$(x-(-3))^2+(y-(-5))^2=34$$

$$(x+3)^2+(y+5)^2=34$$

---

3) مركزها نقطة الأصل، وتمر بالنقطة $(2, 2)$.



لإيجاد نصف القطر باستخدام نظرية فيثاغورس:-

$$r^2 = 2^2 + 2^2$$

$$= 4 + 4 \qquad r^2 = 8$$

$$x^2+y^2=r^2$$

$$x^2+y^2=16$$

كتابة معادلة الدائرة باستعمال مركزها ونقطة عليها

(5, 4)
(-3, 4)

2A) مركزها $(5, 4)$، وتمر بالنقطة $(-3, 4)$.

١/ نوجد نصف القطر باستخدام قانون المسافة :-

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5+3)^2 + (4-4)^2} = \sqrt{8^2}$$

٢/ معادلة الدائرة :-

$r^2 = 64$
$(h, k) = (5, 4)$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = r^2$$
$$(x-5)^2 + (y-4)^2 = 64$$

2B) مركزها $(-5, -3)$، وتمر بالنقطة $(0, 0)$.

١/ نوجد نصف القطر باستخدام قانون المسافة

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (-3-0)^2 + (-5-0)^2 = 9+25 = 34$$

٢/ معادلة الدائرة :-

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$(h, k) = (-3, 5)$
$r^2 = 34$

$$(x-(-3))^2 + (y-(-5))^2 = 34$$
$$(x+3)^2 + (y+5)^2 = 34$$

(2, 2)
(0, 0)

3) مركزها نقطة الأصل، وتمر بالنقطة $(2, 2)$.

١/ نوجد نصف القطر باستخدام قانون المسافة :-

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = (2-0)^2 + (2-0)^2 = 4+4 = 8$$

٢/ معادلة الدائرة :-

المركز (0, 0)

$r^2 = 8$

$$x^2 + y^2 = r^2$$
$$x^2 + y^2 = 8$$

تمثيل الدائرة بيانيًّا

أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المعطاة معادلتها في كلٍّ مما يأتي،

(3A $x^2 + y^2 = 4$

المركز = (٠،٠)

نصف القطر = 2

$r = \sqrt{4} = 2$

(3B $(x+4)^2 + (y-7)^2 = 25$

$h = -4$ $k = 7$

$r = \sqrt{25} = 5$

المركز = $(-4, 7)$

نصف القطر = 5

(7 $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 16$

$h = +3$ $k = -2$

$r = \sqrt{16} = 4$

المركز = $(3, -4)$

نصف القطر = 4

(8 $x^2 + (y+1)^2 = 4$

$h = 0$ $k = -1$

$r = \sqrt{4} = 2$

المركز = $(0, -1)$ و

نصف القطر = 2

(9 $(x+3)^2 + y^2 - 9 = 0$

$(x+3)^2 + y^2 = 9$

$h = -3$ $k = 0$

$r = \sqrt{9} = 3$

المركز $(-3, 0)$ و

نصف القطر = 3