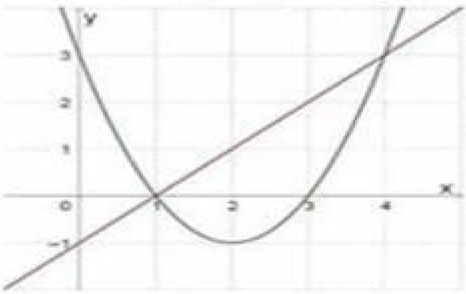
اختبار الوحدة الأولى / الجزء الأول – الرياضيات / الصف الثاني الثانوي العلمي

السؤال الأول :

في الشكل المرسوم جانباً المستقيم Δ يقطع C الخط البياني للتابع $f(x)$ المعرف على R



١) اكتب معادلة المستقيم Δ

٢) ادرس اطراد التابع $f(x)$

٣) أوجد مجموعة حلول المتراجحة $f(x) < 0$

٤) أوجد مجموعة حلول المتراجحة $f(x) > x - 1$

السؤال الثاني: أوجد مجموعة تعريف التوابع التالية

$$f(x) = \frac{2x+3}{x-1} \quad ، \quad g(x) = \frac{4}{x^2+x+6} \quad ، \quad h(x) = \sqrt{x^2+x+3}$$

السؤال الثالث : بفرض C هو الخط البياني للتابع $f(x) = \sqrt{x}$

ارسم C ثم ارسم الخطان البيانيان لكل من التابعين $g(x) = \sqrt{x-1}$ و $h(x) = \sqrt{x} - 1$

السؤال الرابع : اعتمد على اطراد التوابع المألوفة واستخدم تركيب تابعين حتى تستنتج اطراد التابع التالي :

$g(x) = x^2 + 2x + 1$ على المجال $[0, +\infty[$

السؤال الخامس : عيّن D_f للتابع $f(x) = tanx$ ، ثم أثبت أنه فردي واستنتج الصفة التناظرية لخطه البياني

السؤال السادس : لدينا التابع $f(x) = \frac{x^2-5x+1}{x+1}$ المعرف على $R\backslash\{-1\}$

أوجد الأعداد a, b, c التي تحقق $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

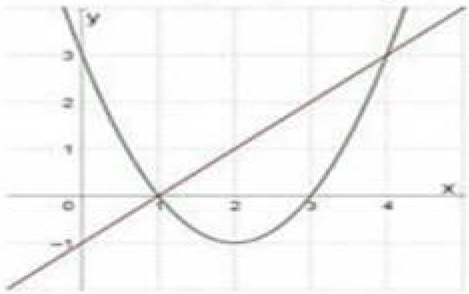
السؤال السابع : لدينا التابع $f(x) = x^3 + 3x^2$ المعرف على R خطه البياني C و النقطة $A(-1, 2)$

أثبت أن النقطة A هي مركز تناظر للخط C

مع تحيات المدرس سام علي حمدان

مدرس في ثانويات ومعاهد الدريكيش

في الشكل المرسوم جانباً المستقيم Δ يقطع C الخط البياني للتابع $f(x)$ المعرف على R



١) اكتب معادلة المستقيم Δ

٢) ادرس اطراد التابع $f(x)$

٣) أوجد مجموعة حلول المتراجحة $f(x) < 0$

٤) أوجد مجموعة حلول المتراجحة $f(x) > x - 1$

١) تعطى معادلة المستقيم بالشكل $y = mx + p$ والمستقيم يمر بالنقطتين $A(1,0), B(0,-1)$

نعوض احداثيات B في المعادلة فنجد أن $p = -1$ ونعوض قيمة p و احداثيات A في المعادلة فنجد $m = 1$

وبالتالي معادلة المستقيم $\Delta: y = x - 1$

٢) $f(x)$ متناقص تماماً على المجال $]-\infty, 2]$ ومتزايد تماماً على المجال $[2, +\infty[$

٣) الخط البياني للتابع يقع تحت محور الفواصل عندما $x \in]1,3[$

وبالتالي مجموعة حلول المتراجحة $f(x) < 0$ هي $S =]1,3[$

٤) الخط البياني يقع فوق المستقيم Δ عندما $x \in]-\infty, 1[\cup]4, +\infty[$

وبالتالي مجموعة حلول المتراجحة $f(x) > x - 1$ هي $S =]-\infty, 1[\cup]4, +\infty[$

السؤال الثاني: أوجد مجموعة تعريف التوابع التالية

$f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ ، $g(x) = \frac{4}{x^2+x+6}$ ، $h(x) = \sqrt{x^2 + x + 3}$

$f(x)$ تابع كسري معرف على جميع القيم الحقيقية باستثناء القيمة التي تعدم المقام ومنه : $D_f = R \setminus \{1\}$

$g(x)$ تابع كسري معرف على جميع القيم الحقيقية باستثناء القيمة التي تعدم المقام

نحل المعادلة $x^2 + x + 6 = 0$ فنجد أن $\Delta = -23 < 0$ فالمعادلة مستحيلة الحل وبالتالي : $D_g = R$

$h(x)$ تابع جذري معرف عندما : $x^2 + x + 3 \geq 0$

نستخدم المميز Δ لمعرفة اشارة المقدار $(x^2 + x + 3)$ فنجد أن : $\Delta = -11 < 0$

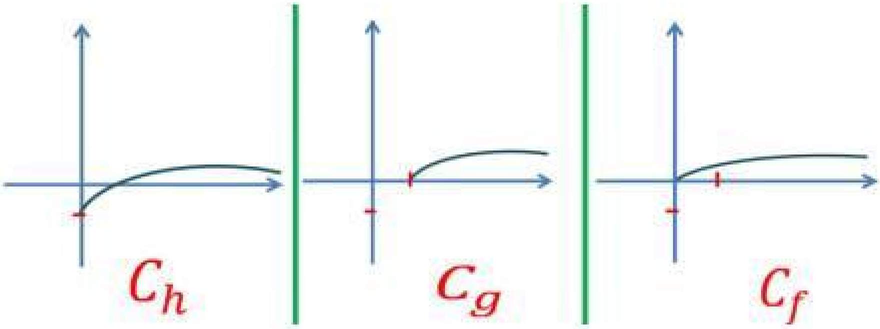
وبالتالي اشارة المقدار $(x^2 + x + 3)$ موجبة دائماً أياً كانت $x \in R$ ، يعطي : $D_h = R$

السؤال الثالث : بفرض C هو الخط البياني للتابع $f(x) = \sqrt{x}$

ارسم C ثم ارسم الخطان البيانيان لكل من التابعين $g(x) = \sqrt{x - 1}$ و $h(x) = \sqrt{x} - 1$

$f(x)$ تابع مرجعي رسمه معلوم ولدينا $g(x) = f(x - 1)$ و $h(x) = f(x) - 1$

بالتالي C_g ناتج عن C_f بانسحاب الشعاع $\vec{u} = (1,0)$ و C_h ناتج عن C_f بانسحاب الشعاع $\vec{v} = (0,-1)$



السؤال الرابع : اعتمد على اطراد التوابع المألوفة واستخدم تركيب تابعين حتى تستنتج اطراد التابع التالي :

$g(x) = x^2 + 2x + 1$ على المجال $[0, +\infty[$

نعلم أن التابع المرجعي $k(x) = x$ معرف على R هو متزايد تماماً على المجال $[0, +\infty[$

وبالتالي فإن التابع $h(x) = x + 1$ معرف على R هو متزايد تماماً على المجال $[0, +\infty[$

ونعلم أيضاً أن التابع المرجعي $f(x) = x^2$ معرف على R هو متزايد تماماً على المجال $[0, +\infty[$

التابع $f(h(x))$ معرف على R وبالتالي هو متزايد تماماً على المجال $[0, +\infty[$

حيث : $f(h(x)) = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ منه : $f(h(x)) = g(x)$

بالتالي $g(x)$ متزايد تماماً على المجال $[0, +\infty[$ حيث $g(x)$ معرف على R

السؤال الخامس : عيّن D_f للتابع $f(x) = tanx$ ، ثم أثبت أنه فردي واستنتج الصفة التناظرية لخطه البياني

نعلم أن $cosx = 0$ عندما $x = \frac{\pi}{2}(2k-1)\,; k\epsilon z$ ومنه $D_f = R\backslash\{\frac{\pi}{2}(2k-1); k\epsilon z\}$

بديهياً أياً كانت $x \in R\backslash\{\frac{\pi}{2}(2k-1)\}$ فإن $-x \in R\backslash\{\frac{\pi}{2}(2k-1)\}$ باعتبار $k\epsilon z$ فالشرط الأول محقق

لدينا : $f(-x) = \frac{\sin(-x)}{\cos(-x)} = \frac{-sinx}{cosx} = -tanx$ ومنه : $f(-x) = -f(x)$ فالشرط الثاني محقق

وبالتالي $f(x)$ تابع فردي والخط البياني له متناظر بالنسبة للمبدأ $o(0.0)$

السؤال السادس : لدينا التابع $f(x) = \frac{x^2-5x+1}{x+1}$ المعرف على $R\backslash\{-1\}$

أوجد الأعداد a, b, c التي تحقق $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$

$$\begin{array}{r|l} & x-6 \\ \hline x+1 & x^2-5x+1 \\ & \mp x^2 \mp x \\ \hline & -6x+1 \\ & \pm 6x \pm 6 \\ \hline & 7 \end{array}$$

$$f(x) = x - 6 + \frac{7}{x+1}$$

من القسمة نجد أن $a = 1\ ,b = -6\ ,c = 7$

يمكن حلها بطريقة ثانية : عن طريق توحيد المقامات

$$f(x) = \frac{ax(x+1)+b(x+1)+c}{x+1} = \frac{ax^2+ax+bx+b+c}{x+1} = \frac{ax^2+x(a+b)+b+c}{x+1}$$

بالمقارنة مع $f(x) = \frac{x^2-5x+1}{x+1}$

نجد أن $a = 1$ و $a+b = -5 \Rightarrow 1+b = -5 \Rightarrow b = -6$

و نجد أيضا $c+b = 1 \Rightarrow c-6 = 1 \Rightarrow c = 7$

السؤال السابع : لدينا التابع $f(x) = x^3 + 3x^2$ المعرف على R خطه البياني C و النقطة $A(-1,2)$

أثبت أن النقطة A هي مركز تناظر للخط C

نجد من احداثيات $A(-1,2)$ أن : $a = -1, b = 2$

$a-h = -1-h \in R \Rightarrow -h \in R$ و $a+h = -1+h \in R \Rightarrow +h \in R$ فالشرط الأول محقق

لدينا $f(a-h) = f(-1-h) = (-1-h)^3 + 3(-1-h)^2$

يعطي : $f(-1-h) = (-1-h)^2(-1-h+3) = (1+h)^2(2-h)$

$$f(-1-h) = (h^2+2h+1)(2-h) = 2h^2 - h^3 + 4h - 2h^2 + 2 - h = -h^3 + 3h + 2$$

منه : $f(-1-h) == -h^3 + 3h + 2 \ ....(1)$

ولدينا : $f(a+h) = f(-1+h) = (-1+h)^3 + 3(-1+h)^2$

يعطي : $f(-1+h) = (-1+h)^2(-1+h+3) = (h^2-2h+1)(h+2)$

منه : $f(-1+h) = h^3 + 2h^2 - 2h^2 - 4h + h + 2 = h^3 - 3h + 2 \ ....(2)$

بالجمع بين (1) و (2) نجد أن : $f(-1-h) + f(-1+h) = 4$

بالتالي : $f(a-h) + f(a+h) = 2b$ فالشرط الثاني محقق ومنه A هي مركز تناظر للخط C

مع تحيات المدرس سام علي حمدان

مدرس في ثانويات ومعاهد الدريكيش