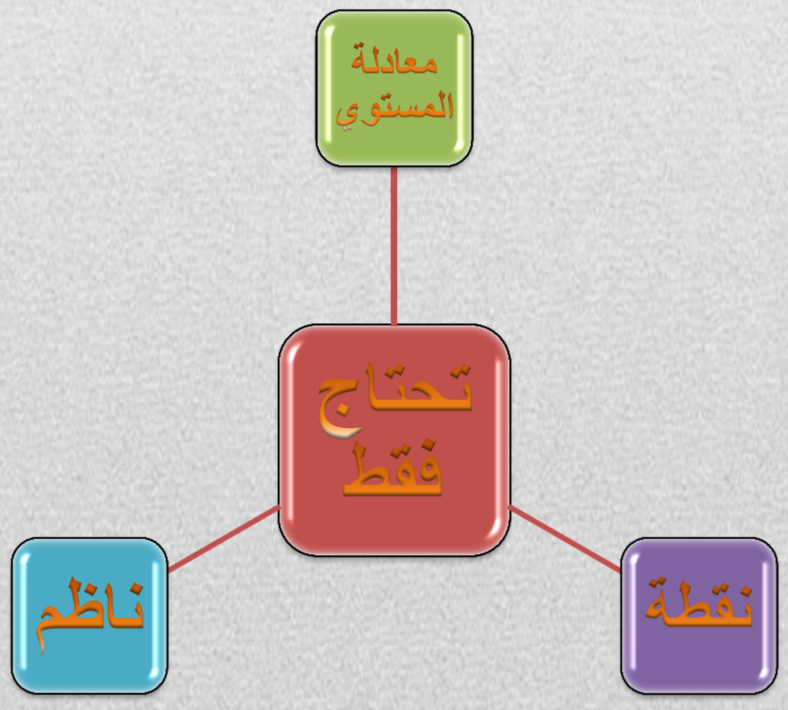
معادلة المستوي

حالات كتابة معادلة المستوى

♥ معادلة مستوي مار من نقطة معلومة و ناظمه معلوم
♥ معادلة مستوي مار من نقطة معلومة و يوازي شعاعين معلومين
♥ معادلة مستوي مار من نقطتين معلومتين و يعامد مستوي معلوم
♥ معادلة مستوي مار من نقطة معلومة و يعامد مستويين معلومين
♥ معادلة مستوي يمر بثلاث نقاط معلومة
♥ معادلة المستوي المحوري لقطعة مستقيمة
♥ معادلة مستوي يوازي مستقيمين
♥ معادلة مستوي ناتج عن تقاطع مستقيمين
♥ معادلة مستوي مماس لكرة في نقطة
♥ بعض معادلات المستوي الخاصة

بالإضافة لتمرين مع حله لكل حالة .

إعداد : رامز عنيزان



حالات كتابة معادلة المستوي

الصيغة العامة لمعادلة المستوي :

$$\boxed{ax + by + cz + d = 0}$$

حيث $\vec{n}(a, b, c)$ الشعاع الناظم للمستوي السابق .

١- معادلة مستوي مار من نقطة $A(x_0, y_0, z_0)$ معلومة وناظمه معلوم.

طريقة الحل : نعوض احداثيات النقطة $A(x_0, y_0, z_0)$ والناظم في العلاقة التالية :

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

❖ مثال : اكتب معادلة المستوي المار بالنقطة $(A(\sqrt{2}, -2, 5))$ ويقبل $(\vec{n}(2, -3, -1))$ شعاعاً ناظماً

الحل :

$$a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A) = 0$$

$$2(x - \sqrt{2}) + (-3)(y - (-2)) + (-1)(z - 5) = 0$$

بالإصلاح ينتج المعادلة النهائية:

$$2x - 3y - z - 2\sqrt{2} - 1 = 0$$

ملاحظة : المستويات المتوازية تملك نفس الناظم.

❖ مثال : اكتب معادلة للمستوى Q المار بالنقطة $A(1, 0, 1)$ موازياً المستوى

$$P: 2x - y + 3z - 4 = 0$$

الحل :

المستويين متوازيين بالتالي لهما نفس الناظم $\vec{n}_Q(2, -1, 3)$ ويمر من النقطة $A(1, 0, 1)$

إذاً

$$a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A) = 0$$

$$2(x - 1) + (-1)(y - 0) + (3)(z - 1) = 0$$

بالإصلاح ينتج المعادلة النهائية:

$$2x - y + 3z - 5 = 0$$

٢- معادلة مستوي يمر من نقطة $A(x_0, y_0, z_0)$ ويوازي شعاعين معلومين $\vec{v}, \vec{u}$

طريقة الحل:

- نثبت أن الشعاعين غير مرتبطين خطياً
- نوجد الناظم $\vec{n}(a, b, c)$ من خلال $\begin{Bmatrix} \vec{n}.\vec{u}=0 \\ \vec{n}.\vec{v}=0 \end{Bmatrix}$
- فينتج لدينا معادلتين بثلاث مجاهيل بإعطاء أحد المجاهيل قيمة اختيارية غير الصفر بالحل المشترك نحصل على الناظم
- ثم نتابع كما في الحالة الاولى

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

ملاحظة: ممكن ان تأتي الحالة السابقة بأحد الشكلين الآتيين :

أ- يمر من نقطتين معلومتين A, B ويعامد مستوي معلوم Q فيكون عندها $\overrightarrow{AB}, \vec{n}_Q$ هما الشعاعين الموازيان للمستوي المطلوب والنقطة المعلومة إحدى النقطتين ب- يمر من نقطة معلومة A ويعامد مستويين معلومين S, Q فيكون عندها $\vec{n}_S, \vec{n}_Q$ هما الشعاعين الموازيان للمستوي المطلوب والنقطة A هي النقطة المعلومة

❖**مثال** : اكتب معادلة المستوى المار بالنقطة $A(-2, -1, 4)$ والموازى للشعاعين

$$\vec{u} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 5\vec{k} \text{ و } \vec{v} = -2\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$$

الحل :

الشعاعان $\vec{u}, \vec{v}$ غير مرتبطان خطيا لأن احدها لا ينتج عن الآخر بضربه بعدد.

بفرض $\vec{n}(a, b, c)$ شعاعً ناظماً للمستوي عندها يحقق :

$$\vec{n}.\vec{u} = 0 \Rightarrow \boxed{2a + 4b - 5c = 0}$$

$$\vec{n}.\vec{v} = 0 \Rightarrow \boxed{-2a - 2b + 6c = 0}$$

بجمع المعادلتين تنتج المعادلة:

$$\boxed{2b + c = 0}$$

بإعطاء قيمة $\boxed{b=1}$ عندها يكون $\boxed{c=-2}$ بالتعويض بالمعادلة الأولى :

$$2a+4(1)-5(-2)=0 \Rightarrow \boxed{a=-7}$$

إذاً الناظم $\vec{n}(-7,1,-2)$ والنقطة $A(-2,-1,4)$

ومنه معادلة المستوي تُعطى بالشكل :

$$a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A)=0$$

$$-7\big(x-(-2)\big)+1\big(y-(-1)\big)+(-2)(z-4)=0$$

بالإصلاح ينتج المعادلة النهائية:

$$7x-y+2z+5=0$$

❖مثال : اكتب معادلة المستوي Q المار بالنقطتين $A(1,2,3)\,,B(-1,3,2)$ والعمودي على المستوي $P: x+y+2z-3=0$

الحل :

بفرض $\vec{n}_Q(a,b,c)$ شعاعاً ناظماً للمستوي Q ولدينا $\vec{n}_P(1,1,2)$ و بحساب $\overrightarrow{AB}(-2,1,-1)$ عندها :

الشعاعان $\overrightarrow{AB}\,,\vec{n}_P$ غير مرتبطان خطيا لأن احدهما لا ينتج عن الآخر بضربه بعدد ، بالتالي:

$$\vec{n}_Q.\overrightarrow{AB}=0 \Rightarrow \boxed{-2a+b-c=0}$$

$$\vec{n}_Q.\vec{n}_P=0 \Rightarrow \boxed{a+b+2c=0}$$

بطرح المعادلة الثانية من الاولى تنتج المعادلة :

$$3a+3c=0 \Rightarrow \boxed{a=-c}$$

بإعطاء قيمة $\boxed{c=1}$ عندها يكون $\boxed{a=-1}$ بالتعويض بالمعادلة الثانية :

$$-1+b+2(1)=0 \Rightarrow \boxed{b=-1}$$

إذاً الناظم $\vec{n}_Q(-1,-1,1)$ والنقطة $A(1,2,3)$

ومنه معادلة المستوي تُعطى بالشكل :

$$a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A)=0$$

$$-1(x-1)-1(y-2)+1(z-3)=0$$

بالإصلاح ينتج المعادلة النهائية:

$$x + y - z = 0$$

❖مثال : اكتب معادلة S المستوي المار بالنقطة $A(2,5,-2)$ والعمودي على المستويين
$Q: x + y + 2z + 1 = 0$ و $P: x + 3y - z - 5 = 0$

الحل :

بفرض $\vec{n}_S(a,b,c)$ شعاعاً ناظماً للمستوي S ولدينا $\vec{n}_Q(1,1,2)$ وأيضاً $\vec{n}_P(1,3,-1)$ عندها :

الشعاعان $\vec{n}_P$, $\vec{n}_Q$ غير مرتبطان خطيا لأن احدهما لا ينتج عن الآخر بضربه بعدد ، بالتالي:

$$\vec{n}_S.\vec{n}_P = 0 \Rightarrow \boxed{a + 3b - c = 0}$$

$$\vec{n}_S.\vec{n}_Q = 0 \Rightarrow \boxed{a + b + 2c = 0}$$

بطرح المعادلة الأولى من الثانية تنتج المعادلة :

$$2b - 3c = 0 \Rightarrow \boxed{b = \frac{3}{2}c}$$

بإعطاء قيمة $\boxed{c = 2}$ عندها يكون $\boxed{b = 3}$ بالتعويض بالمعادلة الثانية :

$$a + 3 + 2(2) = 0 \Rightarrow \boxed{a = -7}$$

إذاً الناظم $\vec{n}_Q(-7,3,2)$ والنقطة $A(2,5,-2)$

ومنه معادلة المستوي تُعطى بالشكل :

$$a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A) = 0$$

$$-7(x - 2) + 3(y - 5) + 2\big(z - (-2)\big) = 0$$

ينتج المعادلة النهائية:

$$S: -7x + 3y + 2 + 3 = 0$$

٣- معادلة مستوي يمر بثلاث نقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة .

طرق الحل :

- الطريقة الأولى :
  - نشكل شعاعي التوجيه $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ ونثبت انهما غير مرتبطان خطياً

- نوجد الناظم $\vec{n}(a,b,c)$ من خلال $\begin{cases}\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0\\ \vec{n}.\overrightarrow{AC}=0\end{cases}$
- فينتج لدينا معادلتين بثلاث مجاهيل بإعطاء أحد المجاهيل قيمة اختيارية غير الصفر بالحل المشترك نحصل على الناظم
- ثم نتابع كما في الحالة الاولى

$$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$$

- **الطريقة الثانية** : حسب قانون الارتباط الخطي علماً أن $M(x,y,z)$ فيتحقق :

$$\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$$

- **الطريقة الثالثة** : نعوض النقاط الثلاثة في معادلة المستوي فينتج ثلاث معادلات بأربع مجاهيل بإعطاء احدها قيمة اختيارية عدا الصفر ثمّ بالحل المشترك نحصل على المجاهيل الثلاثة الباقية أو كتابة معادلة المستوي بدلالة d والاختصار عندها نحصل على معادلة المستوي

مثال : اكتب معادلة المستوي المار بالنقاط $A(0,1,0)$ و $B(-1,1,0)$ و $C(1,2,1)$

الحل بالطرق الثلاثة :

لدينا $\overrightarrow{AB}(-1,0,0)$ و $\overrightarrow{AC}(1,1,1)$

وهما شعاعين غير مرتبطان خطياً لأن أحدها لا ينتج عن الآخر بضربه بعدد حقيقي وبالتالي يعرفان مستوي (ABC).

الطريقة الأولى :

بفرض $\vec{n}(a,b,c)$ شعاعاً ناظماً على المستوي (ABC) عندها يحقق :

$$\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0 \Rightarrow \boxed{a=0}$$

$$\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0 \Rightarrow \boxed{a+b+c=0}$$

بتعويض المعادلة الأولى بالمعادلة الثانية :

$$0+b+c=0 \Rightarrow \boxed{b=-c}$$

بإعطاء قيمة $\boxed{b=1}$ عندها يكون $\boxed{c=-1}$

إذاً الناظم $\vec{n}(0,1,-1)$ والنقطة $A(0,1,0)$

ومنه معادلة المستوي تُعطى بالشكل :

$$a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A)=0$$

$$0(x-0)+1(y-1)+(-1)(z-0)=0$$

ينتج المعادلة النهائية:

$$y-z-1=0$$

الطريقة الثانية :

بفرض $M(x,y,z)$ نقطة من المستوي ABC

عندئذ يوجد عددين حقيقين α و β يحققان $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$

وبالتالي :

$$\begin{bmatrix} x \\ y-1 \\ z \end{bmatrix}=\alpha\begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}+\beta\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ومنه :

$$\begin{cases} x=-\alpha+\beta \dots (1) \\ y=\beta+1 \dots (2) \\ z=\beta \dots (3) \end{cases}$$

بطرح (3) من (2) نجد $y-z-1=0$ وهي معادلة المستوي ABC المطلوبة .

الطريقة الثالثة :

تعطى معادلة المستوي ABC بالعلاقة :

$$ax+by+cz+d=0 \dots *$$

نعوض احداثيات النقاط A,B,C فيها :

$$\begin{cases} b+d=0 \Rightarrow b=-d \dots (1) \\ -a+b+d=0 \dots (2) \\ a+2b+c+d=0 \dots (3) \end{cases}$$

نعوض (1) في (2) فنجد $\boxed{a=0}$

نعوض $a=0$ و $b=-d$ في (3) فنجد $-2d+c+c=0$ ومنه :

$$c=d$$

نعوض في (*) : $-dy + dz + d = 0$ ولأن $d \neq 0$ نجد المعادلة المطلوبة :

$$y - z - 1 = 0$$

٤- معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

طريقة الحل :

الناظم هو $\overrightarrow{AB}$ والنقطة هي N حيث تكون منتصف AB

احداثيات المنتصف : $N\left(\frac{x_A+x_B}{2}, \frac{y_A+y_B}{2}, \frac{z_A+z_B}{2}\right)$ ونعود للحالة الاولى :

$$a(x - x_N) + b(y - y_N) + c(z - z_N) = 0$$

❖ مثال : اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ حيث $A(1,5,1)$ و $B(3,3,3)$

الحل :

نحسب احداثيات منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$

$$\left(\frac{1+3}{2}, \frac{5+3}{2}, \frac{1+3}{2}\right) = (2,4,2)$$

بفرض $\vec{n}(a,b,c)$ شعاعاً ناظماً للمستوي .

وبحساب $\overrightarrow{AB}(2,-2,2)$ عندها حصلنا على ناظم المستوي $\vec{n}(2,-2,2)$.

ومنه معادلة المستوي تُعطى بالشكل :

$$a(x - x_N) + b(y - y_N) + c(z - z_N) = 0$$

$$2(x-2) + (-2)(y-4) + 2(z-2) = 0$$

ينتج المعادلة النهائية:

$$x - y + z = 0$$

٥- معادلة مستوي يوازي مستقيمين عَلمت المعادلات الوسيطية لهما .

طريقة الحل :

- نوجد احداثيات النقطة A من المعادلات الوسيطية للمستقيم الأول .
- نوجد احداثيات النقطة B من المعادلات الوسيطية للمستقيم الثاني .
- نشكل الشعاع $\overrightarrow{AB}$

- نأخذ شعاع توجيه احد المستقيمين ليكن $\vec{u}$
- نوجد الناظم $\vec{n}(a,b,c)$ من خلال $\begin{cases} \vec{n}.\vec{u}=0 \\ \vec{n}.\overrightarrow{AB}=0 \end{cases}$
- فينتج لدينا معادلتين بثلاث مجاهيل بإعطاء أحد المجاهيل قيمة اختيارية غير الصفر بالحل المشترك نحصل على الناظم
- ثم نتابع كما في الحالة الاولى

$$a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A)=0$$

❖مثال :

لنعرف المستقيمين d و d' وفق :

$$d=\begin{cases} x=2t+1 \\ y=t+2 \quad t\in R \\ z=t-1 \end{cases}$$

$$d'=\begin{cases} x=4s-1 \\ y=2s+1 \quad s\in R \\ z=2s \end{cases}$$

والمطلوب :

برهن ان المستقيمان d و d' متوازيان ،ثم اكتب معادلة المستوي المحدد لهما.

الحل :

بفرض أن :

- $\vec{u}(2,1,1)$ شعاع توجيه المستقيم d
- $\vec{v}(4,2,2)$ شعاع توجيه المستقيم d'

عندها يتحقق أن : $\vec{u}=\frac{1}{2}\vec{v}$

بالتالي الشعاعان مرتبطان خطياً فالمستقيمان متوازيان .

المعادلات الوسيطية للمستقيم d نجد أن :

$A(1,2,-1)$ تنتمي للمستقيم d

$B(-1,1,0)$ تنتمي للمستقيم d'

فينتج الشعاع $\overrightarrow{AB}(-2,-1,1)$

بفرض $\vec{n}(a,b,c)$ شعاعاً ناظما للمستوي عندها يتحقق :

$$\vec{n}.\overrightarrow{AB} = 0 \Rightarrow -2a - b + c = 0$$

$$\vec{n}.\vec{u} = 0 \Rightarrow 2a + b + c = 0$$

بجمع المعادلتين نجد أن $\boxed{c = 0}$ نعوض بالمعادلة الثانية :

$$2a + b = 0$$

نجعل $\boxed{b = 2}$ عندها بالتعويض بالمعادلة السابقة نجد أنَّ $\boxed{a = -1}$

ومنه الشعاع الناظم للمستوي هو $\vec{n}(-1,2,0)$ والنقطة $A(1,2,-1)$ من المستوي عندها تكتب معادلة المستوي بالشكل :

$$a(x - x_A) + b(y - y_A) + c(z - z_A) = 0$$

بتعويض الشعاع الناظم والنقطة في المعادلة السابقة :

$$-1(x-1) + 2(y-2) + 0(z-(-1)) = 0$$

$$-x + 1 + 2y - 4 = 0$$

فتكون معادلة المستوي المطلوبة هي :

$$\boxed{-x + 2y - 3 = 0}$$

٦- معادلة مستوي لتقاطع مستقيمين عُلمت المعادلات الوسيطية لهما .

طريقة الحل :

- نعين نقطة تقاطع المستقيمين $A(x_0, y_0, z_0)$ أو بتعيين نقطة من احد معادلتي المستقيمين
- نعين شعاعي توجيه المستقيمين $\vec{u}\,,\vec{v}$
- نوجد الناظم $\vec{n}(a,b,c)$ من خلال $\begin{Bmatrix} \vec{n}.\vec{u}=0 \\ \vec{n}.\vec{v}=0 \end{Bmatrix}$
- فينتج لدينا معادلتين بثلاث مجاهيل بإعطاء أحد المجاهيل قيمة اختيارية غير الصفر بالحل المشترك نحصل على الناظم
- ثم نتابع كما في الحالة الاولى

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

❖**مثال :**

لنعرف المستقيمين المتقاطعين d و d' وفق :

$$d = \begin{cases} x = t + 3 \\ y = -1 \\ z = -2t + 1 \end{cases} \quad t \in R$$

$$d' = \begin{cases} x = 2s + 3 \\ y = s - 3 \\ z = -3s - 1 \end{cases} \quad s \in R$$

بفرض A نقطة تقاطع المستقيمين يُطلب تعيينها اكتب معادلة المستوي المار بالمستقيمين .

الحل :

لتعيين A نحل المعادلات الوسيطية حل مشترك :

$$t + 3 = 2s + 3 \Rightarrow t = 2s$$

$$-1 = s - 3 \Rightarrow \boxed{s = 2}$$

$$-2t + 1 = -3s - 1$$

بتعويض العلاقة الثانية بالأولى ينتج $\boxed{t = 4}$

نعوض القيم بالمعادلة الثالثة :

$$-2(4) + 1 = -3(2) - 1$$

$$-8 + 1 = -6 - 1$$

$$-7 = -7$$

إذاً d و d' متقاطعين بنقطة A توافق $(s = 2 , t = 4)$ نعوض في d :

$$\begin{cases} x = 4 + 3 = 7 \\ y = -1 \\ z = -2(4) + 1 = -7 \end{cases}$$

إذاً نقطة التقاطع هي :

$$A(7, -1, -7)$$

من المعادلات الوسيطية للمستقيمين نجد أنّ :

و $\vec{u}(1,0,-2)$ شعاعا توجيه المستقيمين d', d على التتالي .

بفرض $\vec{n}(a,b,c)$ شعاعاً ناظماً على المستوي الذي يحوي $d\,, d'$ عندها يتحقق :

$$\vec{n}.\vec{u}=0 \Rightarrow a-2c=0 \Rightarrow a=2c$$

$$\vec{n}.\vec{v}=0 \Rightarrow 2a+b-3c=0$$

من المعادلة الاولى نجعل $\boxed{c=1}$ عندها نجد أنّ $\boxed{a=2}$ نعوض بالمعادلة الثانية :

$$2(2)+b-3(1)=0 \Rightarrow \boxed{b=-1}$$

ومنه الشعاع الناظم للمستوي هو $\vec{n}(2,-1,1)$ والنقطة $A(7,-1,-7)$ تنتمي له عندها نجد :

$$a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A)=0$$

بتعويض الشعاع الناظم والنقطة في المعادلة السابقة :

$$2(x-7)+(-1)(y-(-1))+(1)(z-(-7))=0$$

بالإصلاح نجد أن معادلة المستوي تكتب :

$$2x-y+z-8=0$$

٧- معادلة مستوي يمس كرة في نقطة معلومة .

طريقة الحل :

- الناظم هو الشعاع المار من نقطة التماس ومركز الكرة .
- النقطة هي نقطة التماس عندها نعود للحالة الأولى .

❖ مثال :

لتكن لدينا الكرة S التي معادلتها $S: x^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$ اكتب معادلة المستوي المماس للكرة في النقطة $A(1,1,0)$

الحل :

نوجد مركز الكرة $M(0,-2,-1)$ ونقطة التماس فرضاً هي $A(1,1,0)$ إذاً الشعاع الناظم للمستوي:

$$\overrightarrow{AM}(1,3,1)$$

عندها معادلة المستوي تعطى وفق العلاقة :

$$a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A)=0$$

$$1(x-1)+3(y-1)+1(z-0)=0$$

بالإصلاح تعطى معادلة المستوي :

$$x + 3y + z - 4 + 0$$

٨- بعض معادلات المستوي الخاصة :

الحالة	المعادلة	الناظم	المستوي الخاص
$d = 0$	$ax + by + cz = 0$	$\vec{n}(a, b, c)$	يمر من مبدأ الاحداثيات
$a = 0$	$by + cz + d = 0$	$\vec{n}(0, b, c)$	يوازي المحور OX
$b = 0$	$ax + cz + d = 0$	$\vec{n}(a, 0, c)$	يوازي المحور OY
$c = 0$	$ax + by + d = 0$	$\vec{n}(a, b, 0)$	يوازي المحور OZ
$a = b = 0$	$cz + d = 0$	$\vec{n}(0, 0, c)$	يوازي المستوي OXY
$a = c = 0$	$by + d = 0$	$\vec{n}(0, b, 0)$	يوازي المستوي OXZ
$b = c = 0$	$ax + d = 0$	$\vec{n}(a, 0, 0)$	يوازي المستوي OYZ

أمثلة غير محلولة

مثال١ : أوجد معادلة المستوي المار من النقطة $A(0, 1, 1)$ ويقبل $\vec{n}(1, -1, 1)$ شعاعاً ناظماً.

مثال٢: أوجد معادلة المستوي المار من النقطة $A(1, -1, 2)$ ويقبل $\vec{n}(2, 1, -1)$ شعاعاً ناظماً.

مثال٣: أوجد معادلة المستوي المار من النقطة $A(1, 0, 5)$ ويقبل $\vec{n}(1, -1, 0)$ شعاعاً ناظماً.

مثال٤:أوجد معادلة المستوي المار بالنقطة $A(0, 1, 1)$ ويوازي المستوي $2x - 2y + 2z + 5 = 0$

مثال٥:أوجد معادلة المستوي المار بالنقطة $A(3, -2, 1)$ ويوازي المستوي $2x + y - z + 1 = 0$

مثال٦: أثبت أن النقاط $C(0, -1, -1)$ $B(1, 1, 0)$ $A(0, 1, 1)$ تعين مستوي، ثم جد معادلته.

مثال٧: أثبت أن النقاط $C(3, 2, 0)$ $B(1, 2, 1)$ $A(2, 0, 3)$ تعين مستوي، ثم جد معادلته.

مثال٨: أثبت أن النقاط $C(0, 1, 1)$ $B(2, 1, 2)$ $A(1, 0, 0)$ تعين مستوي، ثم جد معادلته.

مثال٩: أثبت أن النقاط $C(4, 3, 5)$ $B(10, 4, 3)$ $A(1, 5, 4)$ تعين مستوي، ثم جد معادلته.

مثال١٠: أثبت أن النقاط $C(0, 3, 1)$ $B(1, 2, -1)$ $A(-1, 0, 1)$ تعين مستوي، ثم جد معادلته.

مثال١١: اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ حيث $B(3, 4, 4)$ $A(1, -2, 2)$

مثال١٢: اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ حيث $B(-2, 3, 2)$ $A(2, 1, 0)$

الحلول

١- $x - y + z = 0$

٢- $2x + y - z + 1 = 0$

٣- $x - y - 1 = 0$

٤- $x - y + z = 0$
٥- $2x + y - z - 3 = 0$
٦- $x - y + z = 0$
٧- $2x + 5y + 4z - 16 = 0$
٨- $x + 3y - 2z - 1 = 0$
٩- $x + 4y + 5z - 41 = 0$
١٠- $3x - y + 2z + 1 = 0$
١١- $x + 3y + z - 8 = 0$
١٢- $2x - y - z + 3 = 0$

انتهى