$$ax^2+bx+c=0$$

1) $\Delta=b^2-4ac$ $\qquad x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

2) $\dfrac{\Delta}{4}=\left(\dfrac{b}{2}\right)^2-ac$ $\qquad x_{1,2}=\dfrac{\dfrac{-b}{2}\pm\sqrt{\dfrac{\Delta}{4}}}{2a}$

3) $x_1\cdot x_2=c$ $\qquad x_1+x_2=-b$

4) $a+b+c=0$ $\qquad x_1=1,\quad x_2=\dfrac{c}{a}$

قوانين الرياضيات

أ. غشام 2023

قدرات وتحصيلي Ghasham_22

تحصيلي Ghasham22

قدرات Ghasham23

للانضمام لقنوات أ. غشام اضغط على أيقونة القناة التي تريد أن تنضم إليها

سناب شات

قروب أ.غشام للتحصيلي

قناة التجميعات والاختبار المقنن

قناة الكويزات

قناة التحصيلي أ. غشام

قناة القدرات أ. غشام

أ. غشام قدرات وتحصيلي

قناة أ. غشام يوتيوب

العبارات المنطقية

▪عبارة الوصل $(p \wedge q)$: عبارة مركبة تربط عبارتين بأداة الربط " و "

▪عبارة الفصل $(p \vee q)$: عبارة مركبة تربط عبارتين بأداة الربط " أو "

▪ العبارة الشرطية $(p \rightarrow q)$: عبارة تكتب على الصورة إذا كان ..... فإن.....

قيم الصواب للعبارات

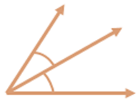
p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	F	T	T
F	F	F	F	T

▪ العبارات الشرطية المرتبطة :

العبارة الشرطية	العكس	المعكوس	المعاكس الايجابي
$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$

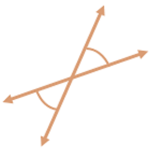
▪الزاويتان المتتامتان : مجموع قياسيهما 90°

▪الزاويتان المتجاورتان : لهما الرأس نفسه ، وبينهما ضلع مشترك ، وعلى جهتي الضلع المشترك



▪الزاويتان المتكاملتان : مجموع قياسيهما 180°

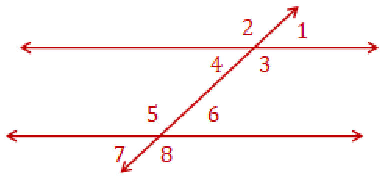
▪الزاويتان المتقابلتان بالرأس : لهما الرأس نفسه ، وكل ضلع من أحدهما هو امتداد لضلع من الأخرى ، ومتطابقتان



التوازي والتعامد

▪ إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين فإن

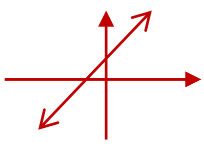
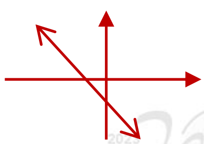
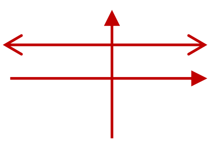
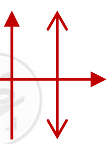
- كل زاويتين متناظرتين متطابقتين
- كل زاويتين متبادلتين داخليا أو خارجياً متطابقتين
- كل زاويتين متحالفتين متكاملتين



زاويتان متناظرتان	زاويتان متبادلتان داخليًا	زاويتان متبادلتان خارجياً	زاويتان متحالفتان
$\angle 1, \angle 6$	$\angle 3, \angle 5$	$\angle 2, \angle 8$	$\angle 3, \angle 6$
داخلية وخارجية في جهة واحدة من القاطع	داخليتان في جهتين من القاطع	خارجيتان في جهتين من القاطع	داخليتان أو خارجيتان في جهة واحدة من القاطع

▪ ميل المستقيم الذي يحوي النقطتين $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ هو نسبة الإرتفاع الرأسي إلى المسافة الأفقية

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

الميل موجب	الميل سالب	الميل يساوي صفر	الميل غير معروف
			

▪ يتوازى المستقيمان ⟸ الميل نفسه$(m_1 = m_2)$

▪ يتعامد المستقيمان ⟸ حاصل ضرب ميليهما $= -1$

▪ معادلة الخط المستقيم :

▪ صيغة الميل والمقطع الصادي
$y = mx + b$
حيث:- m الميل، b المقطع الصادي

▪ صيغة الميل ونقطة
$y - y_1 = m(x - x_1)$
حيث:- m الميل، (x_1, y_1) أي نقطة على المستقيم

▪ المستقيم الرأسي $x = a$
▪ المستقيم الأفقي $y = b$
حيث a مقطع المحور x له
b مقطع المحور y له

▪ صيغ البعد :

▪ البعد بين نقطتين $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

▪ منتصف قطعة مستقيم
$$M = \left(\frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$$

تطابق المثلثات والعلاقات في مثلث

▪ نظرية فيثاغورس : في مثلث قائم الزاوية ، مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين الأخرين

▪ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية $180°$
▪ قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين البعيدتين .

▪ مسلمات تطابق المثلثات

SSSبثلاثة أضلاع
SASبضلع-زاوية-ضلع
ASAبزاوية-ضلع- زاوية
AASبزاوية-زاوية-ضلع

▪ نظريات متباينة المثلث :

● مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أطول من الضلع الثالث
● الضلع الأكبر في مثلث يقابل الزاوية التي لها أكبر قياس
● قياس الزاوية الخارجية لمثلث أكبر من قياس أي من الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها

الأشكال الرباعية

▪ مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب = $(n-2) \times 180$ حيث n هي عدد الأضلاع

▪ قياس زاوية داخلية في المضلع المنتظم = $\frac{(n-2)\times180}{n}$
▪ في مضلع منتظم عدد أضلاعه n ، قياس الزاوية الخارجية فيه = $\frac{360}{n}$

▪ مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع محدب (زاوية واحدة عند كل رأس) يساوي $360°$

عدد الأضلاع = $\frac{360+\theta}{180}$
حيث θ مجموع قياسات الزوايا الداخلية

عدد الأضلاع = $\frac{360}{180-\theta}$
حيث θ قياس زاوية داخلية لمضلع منتظم

▪ خصائص شبه المنحرف المتطابق الساقين :-

▪ القطران متطابقان
▪ زاويتا كل قاعدة متطابقتان

النسبة والتشابه

▪ مفهوم أساسي : التناسب

إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftarrow a.d = c.b$

▪ مقياس الرسم = $\frac{\text{المسافة على الرسم}}{\text{المسافة الحقيقية}}$

▪التغيرالطردي : $y = kx$ ويكون $\frac{y_1}{x_1} = \frac{y_2}{x_2}$

▪التغيرالمشترك : إذا كانت (y تتغير طردياً مع $x \cdot z$) فإن

$y = kx \cdot z$ ويكون $\frac{y_1}{x_1 \cdot z_1} = \frac{y_2}{x_2 \cdot z_2}$

▪ في التمدد

معامل التمدد × الطول في الأصل =الطول في الصورة

$\frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}}$ = معامل التمدد

▪التغيرالعكسي: $y \cdot x = k$ ويكون $y_1 \cdot x_1 = y_2 \cdot x_2$

▪التغيرالمركب : لتكن (y تتغير طردياً مع x وعكسياً مع z) إذاً

$y \cdot z = kx$ ويكون $\frac{y_1 \cdot z_1}{x_1} = \frac{y_2 \cdot z_2}{x_2}$

▪ إذا تشابه مثلثين فإن

▪ النسبة بين محيطيهما تساوي النسبة بين أضلاعهما المتناظرة

▪ النسبة بين مساحتيهما تساوي مربع النسبة بين الأضلاع المتناظرة

▪ حالات تشابه مثلثين:-

(SSS).	(SAS)	(AA)
إذا تناسبت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين.	إذا تناسب ضلعين وتطابقت الزاوية المحصورة	إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر

التحويلات الهندسية والتماثل

▪ الدوران :

الدوران	النقطة	الصورة
90°زاوية	(x , y)	$(-y , x)$
180°زاوية	(x , y)	$(-x , -y)$
270°زاوية	(x , y)	$(y , -x)$

270° يساوي دوران بزاوية -90°

90° يساوي دوران بزاوية -270°

180° يساوي دوران بزاوية -180°

▪ تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين هو دوران زاويته ضعف الزاوية التي بين المستقيمين

▪ الانعكاسات في المستوى :-

الانعكاس	النقطة	صورتها
حول محورx	(a , b)	$(a , -b)$
حول محورy	(a , b)	$(-a , b)$
حول نقطة الأصل	(a , b)	$(-a , -b)$
حول المستقيم $y = x$	(a , b)	(b , a)

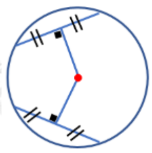
نبدل الاحداثيات

▪ تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين هو انسحاب ومقداره ضعف المسافة بين المستقيمين المتوازيين .

الدائرة

▪ الوتران المتطابقين في دائرة:
- لهما البعد نفسه عن المركز
- يتطابق قوساها

▪ إذا عامد نصف القطر وترا في دائرة فإنه ينصف الوتر وينصف قوسه أيضاً



▪ محيط الدائرة $C = 2\,\pi r$ أو $C = \pi d$
حيث r نصف القطر ، d هي القطر

طول القوس: $L = r \cdot \theta \Leftarrow \dfrac{L}{2\pi r} = \dfrac{x^{\circ}}{360^{\circ}}$

قياس الزاوية المركزية في مضلع منتظم $= \dfrac{360^{\circ}}{\text{عدد الأضلاع}}$

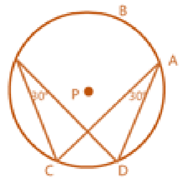
L طول القوس — r نصف قطر الدائرة
x° قياس الزاوية — θ قياس الزاوية بالراديان

▪ معادلة دائرة مركزها $(h\,,k)$ ونصف قطرها r هي
$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

▪ إيجاد نقطة المنتصف M بين نقطتين:
$$M = \left(\frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$$

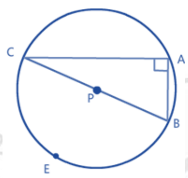
الزوايا المحيطية : هي زاوية رأسها على الدائرة , وضلعيها وتران في الدائرة , وقياسها = نصف قياس القوس المقابل لها

الزوايتان المحيطيتان المرسومتان في قوس واحد متطابقتان



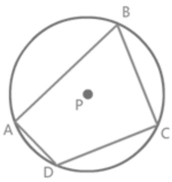
$m\widehat{CD} = 60^{\circ}$

الزاويةالمحيطية المرسومة على القطر قائمة.



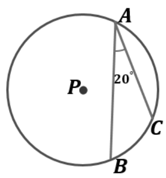
$m\widehat{BEC} = 180^{\circ}$

في الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين متكاملتان



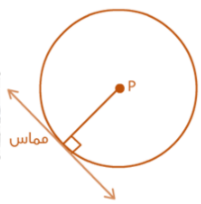
$m\angle B + m\angle D = 180^{\circ}$

زوايا محيطية



$m\angle\widehat{CB} = 40$

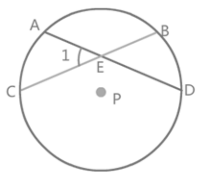
المماس لدائرة عمودي على نصف القطر المار بنقطة التماس



تقاطع وترين في دائرة

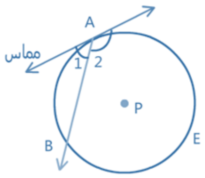
$m\angle 1 = \frac{1}{2}(\widehat{AC} + \widehat{BD})$

$AE \cdot ED = BE \cdot EC$



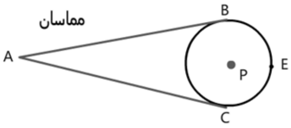
تقاطع مماس وقاطع في دائرة(زاوية مماسية)

$m\angle 1 = \frac{1}{2}\angle\widehat{AB}$



المماسان المرسومان لدائرة من نقطة خارجها متطابقان.

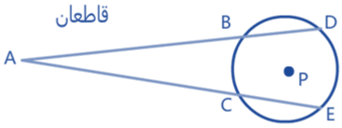
AB =AC



تقاطع مماسين خارج الدائرة

$m\angle A = \frac{1}{2}(m\angle\widehat{BEC} - m\angle\widehat{BC})$

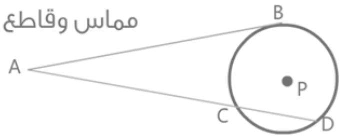
تقاطع وترين خارج الدائرة



$m\angle A = \frac{1}{2}(m\angle\widehat{DE} - m\angle\widehat{BC})$

$AB \cdot AD = AC \cdot AE$

تقاطع مماس وقاطع خارج الدائرة



$m\angle A = \frac{1}{2}[m\angle\widehat{DB} - m\angle\widehat{BC}]$

$AB^2 = AC \cdot AD$

المتتابعات والمتسلسلات

▪ **المتتابعة الحسابية**

▪ أساس المتتابعة : $d = \frac{a_n - a_1}{n-1}$, $d = a_n - a_{n-1}$

▪ الحد النوني $a_n = a_1 + (n-1)d$

حيث: a_1 الحدالأول, d أساس المتتابعة , n عدد الحدود

▪ المجموع $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ أو

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

▪ **نظرية ذات الحدين :**

$$(a+b)^n = c_0^n a^n \cdot b^0 + c_1^n a^{n-1} \cdot b^1 + c_2^n a^{n-2} \cdot b^2 + \dots\dots\dots\dots\dots + c_n^n a^0 \cdot b^n$$

▪ **المتتابعة الهندسية**

▪ الحد النوني $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$ حيث

a_1 الحدالأول, r أساس المتتابعة , n عدد الحدود

▪ أساس المتتابعة : $r = \sqrt[n-1]{\frac{a_n}{a_1}}$, $r = \frac{a_n}{a_{n-1}}$,

مع مراعاة الإشارة

▪ المجموع $S_n = \frac{a_1 - a_1 \cdot r^n}{1-r}$ أو $S_n = \frac{a_1 - a_n \cdot r^1}{1-r}$

▪ مجموع حدود المتسلسلة الهندسية غير المنتهية يرمزله بالرمز S حيث $|r| < 1$

$S = \frac{a_1}{1-r}$ وإذاكان $|r| \geq 1$ فتكون متباعدة ولا يوجد مجموع

حساب المثلثات

▪ إذا كانت θ زاوية حادة في مثلث قائم فإن :

$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ $\quad \csc\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$ $\quad \tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ $\quad \cot\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$

$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ $\quad \sec\theta = \frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$

▪ تحويل قياس الزوايا :

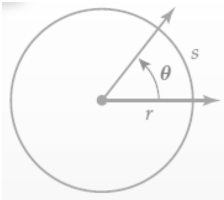
▪ للتحويل من درجات إلى راديان , نضرب في $\frac{\pi \text{ راديان}}{180^\circ}$

▪ للتحويل من راديان إلى درجات, نضرب في $\frac{180^\circ}{\pi \text{راديان}}$

▪ طول القوس من الدائرة (S) , المقابل لزاوية مركزية قياسها (θ) يساوي

$S = r \cdot \theta$

حيث (θ) بالراديان



▪ مساحة المثلث :

يساوي نصف حاصل ضرب طولي أي ضلعين متجاورين في جيب الزاوية بينهما

المساحة = $\frac{1}{2}ab \cdot \sin C$

▪ قانون الجيوب :

يستعمل إذاأعطي ضلعين وزاوية غير محصورة أو زاويتين وضلع غير محصور

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

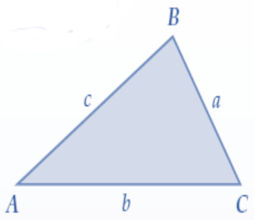
▪ قانون جيوب التمام :

يستعمل إذا أعطي ضلعين وزاوية محصورة

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cos B$$

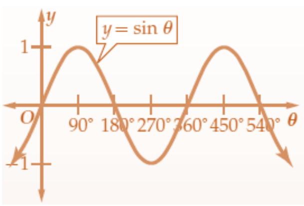
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cos C$$

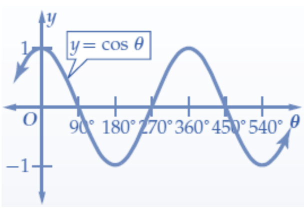
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cos A$$

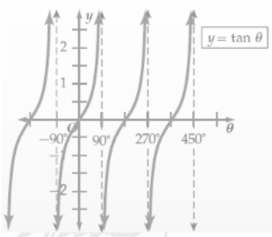


▪ تمثيل الدوال المثلثية بيانياً في المستوى الإحداثي :

الدالة	$y = a \cdot \sin b\theta$	$y = a \cdot \cos b\theta$	$y = a \cdot \tan b\theta$
السعة	$\|a\|$	$\|a\|$	ليس لها سعة
طول الدورة	$\frac{360^\circ}{b}$	$\frac{360^\circ}{b}$	$\frac{180^\circ}{b}$
	$y = \sin\theta$	$y = \cos\theta$	$y = \tan\theta$







المتطابقات المثلثية

المتطابقات النسبية :		$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$	$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
متطابقات المقلوب :	$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$ $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$	$\sin\theta = \frac{1}{\csc\theta}$ $\csc\theta = \frac{1}{\sin\theta}$	$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$ $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$
متطابقات فيثاغورس	$1 + \cot^2\theta = \csc^2\theta$	$1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$	$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$
متطابقات الزاويتين المتتامتين	$\tan(90 - \theta) = \cot\theta$	$\cos(90 - \theta) = \sin\theta$	$\sin(90 - \theta) = \cos\theta$
متطابقات الدوال الزوجية والفردية	$\tan(-\theta) = -\tan\theta$	$\cos(-\theta) = \cos\theta$	$\sin(-\theta) = -\sin\theta$

متطابقات المجموع والفرق

$\sin(A+B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B$	$\cos(A+B) = \cos A\cos B - \sin A\sin B$
$\sin(A-B) = \sin A\cos B - \cos A\sin B$	$\cos(A-B) = \cos A\cos B + \sin A\sin B$
$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A\tan B}$	$\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A\tan B}$

متطابقات ضعف الزاوية

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$	$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$ $\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$ $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$	$\tan(2\theta) = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$	$\tan(2\theta) = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta}$

متطابقات نصف الزاوية

$\cos\frac{\theta}{2} = \mp\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}$	$\sin\frac{\theta}{2} = \mp\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}$	$\tan\frac{\theta}{2} = \mp\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$	$\tan\frac{\theta}{2} = \frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}}$

حل المعادلات المثلثية

المعادلة	$\sin\theta = a$	$\cos\theta = a$	$\tan\theta = a$
الحلول	$\theta, 180 - \theta$	$\theta, -\theta$	$\theta, 180 + \theta$
الحل العام	$\theta + 360n \quad , n \in Z$		$\theta + \pi n \quad , n \in Z$

الاحتمال

▪ فضاء العينة : هو مجموعة جميع النواتج الممكنة في تجربة مبدأ العد

▪ يستخدم في التجارب ذات مرحلتين أو أكثر مثل :

▪ الأحتمال باستعمال التباديل والتوافيق

▪التباديل : هو تنظيم لمجموعة عناصر يكون فيها الترتيب مهم

▪المضروب($n!$)

$$n! = n(n-1)(n-2)\ldots\ldots\ldots\ldots 2\times 1$$

$$0! = 1$$

▪ عدد التباديل الخطية لمجموعة من العناصرالمختلفة عددها n يساوي $n!$

▪يرمزلعدد تباديل n من العناصر المختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز $_{n}p_{r}$ ، $_{n}p_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$

▪التباديل مع التكرار :عدد التباديل المختلفة لِـ n من العناصر يتكرر فيها عنصر r_1 من المرات و عنصرآخر r_2 من المرات...

$$\frac{n!}{r_1!\times r_2!\times\ldots\times r_k}$$

▪التباديل الدائرية : عدد التباديل المختلفة لِـ n من العناصر مرتبة على دائرة دون نقطة مرجع $\frac{n!}{n} = (n-1)!$

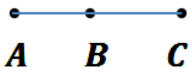
▪ إذا رتبت العناصر التي عددها n بالنسبة لنقطة مرجع نعاملها كتباديل خطية وعددها $n!$

$$n! = n\times(n-1)\times\ldots..\times 2\times 1$$

▪التوافيق : هو تنظيم لمجموعة من العناصر يكون فيها الترتيب غير مهم

▪ يرمزلعدد توافيق n من العناصرالمختلفة مأخوذة r في كل مرة بالرمز $_{n}C_{r}$ ، $_{n}C_{r} = \frac{n!}{(n-r)!\cdot r!} = \frac{_{n}p_{r}}{r!}$

▪الإحتمال الهندسي



$p(BC) = \frac{BC \text{ طول القطعة}}{AC \text{ طول القطعة}}$

$p(B) = \frac{B \text{مساحةالمنطقة}}{A \text{مساحةالمنطقة}}$

الحوادث المستقلة و الحوادث غير المستقلة

▪الحوادث المستقلة : وقوع الأولى لايؤثر على احتمال وقوع الثانية مثل:رمي قطعة نقد ثم إدارة قرص مؤشر

احتمال وقوع حادثتين مستقلتين

$$p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B) = P(A \text{ و} B)$$

▪ الحوادث غير المستقلة : وقوع الأولى يؤثر على احتمال وقوع الثانية مثل: سحب كرة من كيس ثم سحب كرة ثانية $p(A) = p(A/B)$

احتمال وقوع حادثتين غير مستقلتين

$$p(A\cap B) = p(A)\cdot p(B/A) = P(A \text{ و} B)$$

▪ الاحتمالات المشروطة : إحتمال وقوع الحادثة B بشرط وقوع A مسبقا $p(B/A) = \frac{p(A\cap B)}{p(A)}$

ويكون لحادثتين غير مستقلتين.

الحوادث المتنافية و الحوادث غير المتنافية

▪ الحوادث المتنافية : لا يمكن وقوعها في الوقت نفسه

$$p(A\cup B) = p(A) + p(B) = P(A \text{ أو} B)$$

▪الحوادث غير المتنافية : يوجد بينها نواتج مشتركة

$$p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B)$$

▪ الحادثة المتممة : $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$

الاحتمال والإحصاء

- **التحليل الإحصائي و مقاييس النزعة المركزية**

المتوسط : قسمة مجموع القيم على عددها

يستخدم : عندما لا يوجد قيم متطرفة

الوسيط : القيمة التي تتوسط البيانات بعد ترتيبها تصاعدياً

يستخدم : عندما يوجد قيم متطرفة ولا توجد فراغات كبيرة في المنتصف

المنوال : القيم التي تظهر أكثر من غيرها

هامش الخطأ في المعاينة بالقيمة $\mp\frac{1}{\sqrt{n}}$

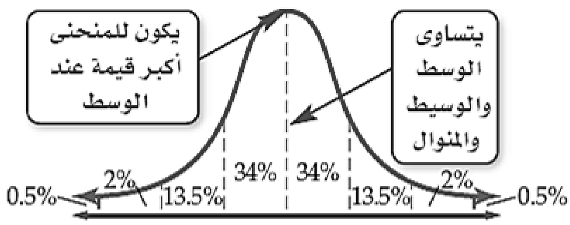
▪ **توزيع ذات الحدين وتحقق :**

- يعاد إجراء التجربة لعدد محدد n من المحاولات المستقلة
- لكل محاولة نتيجتان متوقعتان : نجاح S , فشل F
- احتمال النجاح $P(S)$ أو P

واحتمال الفشل $P(F)$ أو q , $P = 1 - q$

- يمثل المتغير العشوائي X عدد مرات النجاح في n من المحاولات

▪ **القانون التجريبي** : يصف التوزيع الطبيعي الذي متوسطه μ وانحرافه σ بالتالي



▪ **قانونا الإنحراف المعياري**

عينة عدد قيمها (حجمها) n

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \overline{x})^2}{n-1}}$$

مجتمع عدد قيمه (حجمه) n

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k - \mu)^2}{n}}$$

▪ **التوزيع الإحتمالي المنفصل** : يجب أن يحقق شرطين

① $0 \le P(X) \le 1$ ② $\sum P(X) = 1$

▪ **صيغة احتمال ذات الحدين :**

احتمال النجاح في x مرة من n من المحاولات المستقلة

في تجربة ذات الحدين هو :

$$P(x) = C_x^n p^x q^{n-x} = \frac{n!}{(n-x)!\,x!} p^x q^{n-x}$$

▪ **المتوسط والتباين والانحراف المعياري لتوزيع ذات الحدين :**

المتوسط $\mu = np$

التباين $\sigma^2 = npq$

والانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{npq}$

▪ **تقريب توزيع ذات الحدين إلى التوزيع الطبيعي**

$np \ge 5 \, , nq \ge 5$

يمكن تقريب توزيع ذات الحدين إلى توزيع طبيعي

بمتوسط $\overline{x} = np$ وانحراف معياري $\sigma = \sqrt{npq}$

القطوع المخروطية

▪ القطوع المكافئة :-

الصورة القياسية ⇐ $(y-k)^2 = 4c(x-h)$

إشارة c موجبة

الإتجاه : افقي

الرأس:

$(h\,,k)$

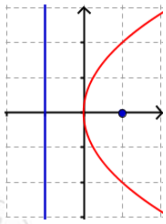
البؤرة:

$(h+c\,,k)$

الدليل:

$x = h - c$

$|4c|$ طول الوتر البؤري



إشارة c سالبة

الإتجاه : أفقي

الرأس: $(h\,,k)$

البؤرة:

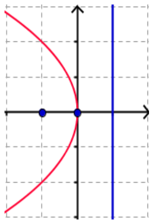
$(h+c\,,k)$

الدليل:

$x = h - c$

محور التماثل

$y = k$



الصورة القياسية ⇐ $(x-h)^2 = 4c(y-k)$

إشارة c موجبة

الإتجاه : راسي

الرأس:

$(h\,,k)$

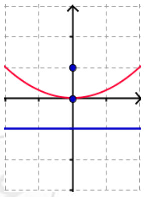
البؤرة:

$(h\,,k+c)$

الدليل:

$y = k - c$

محور التماثل $x = h$



إشارة c سالبة

الإتجاه : راسي

الرأس:

$(h\,,k)$

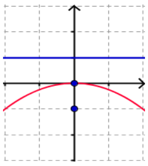
البؤرة:

$(h\,,k+c)$

الدليل:

$y = k - c$

محور التماثل $x = h$



معادلة الدائرة التي مركزها (h,k) ونصف قطرها r

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

▪ معادلة المماس عند النقطة (x_1,y_1) هي

$(y-y_1) = m(x-x_1)$ حيث $m = f'(x_1)$

القطوع الناقصة :-

الإتجاه : اخترنا المحور الأكبر أفقي (سيني)

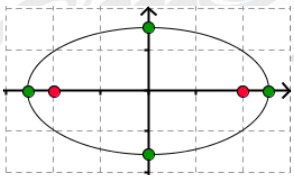
الصورة القياسية :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

$2a$ طول المحور الأكبر

$2b$ طول المحور الاصغر

$2c$ والبعد البؤري



الرأسان	البؤرتان	الرأسان المرافقان
$(h\mp a\,,k)$	$(h\mp c\,,k)$	$(h\,,k\mp b)$

$c^2 = a^2 - b^2$

الإختلاف المركزي $e = \frac{c}{a}$

القطوع الزائدة :-

الإتجاه : اخترنا حالة المحور القاطع رأسي (صادي)

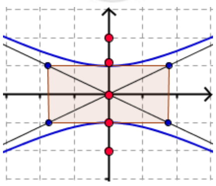
الصورة القياسية :

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

$2a$ طول المحور القاطع

$2b$ طول المحور غيرالمرافق

$2c$ والبعد البؤري



الرأسان	البؤرتان	الرأسان المرافقان
$(h\,,k\mp a)$	$(h\,,k\mp c)$	$(h\mp b\,,k)$

خطوط التقارب ⇐ $(y-k) = \mp\frac{a}{b}(x-h)$

$c^2 = a^2 + b^2$

نوع القطع المخروطي	الشرط	
قطع مكافئ	$A\cdot C = 0$	$B = 0$
قطع ناقص	$A\cdot C > 0$	$B = 0, A \neq C$
دائرة	$A\cdot C > 0$	$B = 0, A = C$
قطع زائد	$AC < 0$	$B = 0$

تحديد أنواع القطوع المخروطية

▪ الصورة القياسية لمعادلات القطوع المخروطية

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

نوع القطع المخروطي	المميز
قطع مكافئ	$B^2 - 4AC = 0$
قطع ناقص	$B^2 - 4AC < 0\,, B \neq 0\,, A \neq C$
دائرة	$B^2 - 4AC < 0\,, B = 0\,, A = C$
قطع زائد	$B^2 - 4AC > 0$

كثيرات الحدود و دوالها

▪ **القانون العام لحل المعادلة التربيعية**

هو : $ax^2+bx+c=0$ ، $a\neq 0$

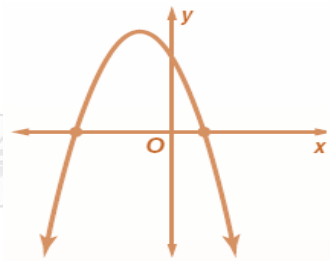
$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

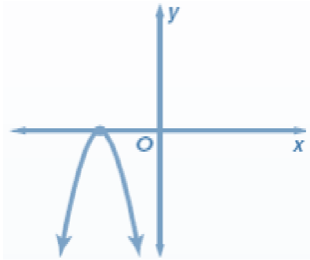
المميز

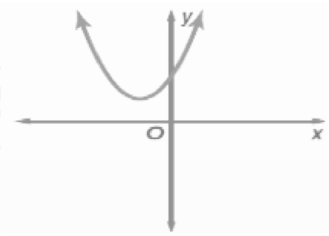
$$\Delta = b^2-4ac$$

▪ يمكن استعمال المميز لتحديدعدد ونوع جذور المعادلة التربيعية

$b^2-4ac>0$	$b^2-4ac=0$	$b^2-4ac<0$
يوجد جذران حقيقيان	يوجد جذر حقيقي واحد	يوجد جذران مركبان







▪ إذا كان r_1, r_2 جذري المعادلة

$$ax^2+bx+c=0$$

$$r_1+r_2=-\frac{b}{a}$$

$$, r_1\cdot r_2=\frac{c}{a}$$

▪ أصفار الدوال (نقاط التقاطع مع محور x)

▪ فيمكن كتابة المعادلة بالصورة :

$$x^2-(r_1+r_2)x+r_1\cdot r_2=0$$

▪ **خصائص الأسس**

ضرب القوى

$$x^a\cdot x^b=x^{a+b}$$

قوة القوة

$$(x^a)^b=x^{a\cdot b}$$

قوة ناتج الضرب

$$(xy)^a=x^a\cdot y^a$$

القوة الصفرية

$$x^0=1\,, x\neq 0$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-a}=\left(\frac{y}{x}\right)^a=\frac{y^a}{x^a}$$

قسمة القوى

$$\frac{x^a}{x^b}=x^{a-b}$$

الأس السالب

$$x^{-a}=\frac{1}{x^a}, \frac{1}{x^{-a}}=x^a$$

قوة ناتج القسمة

$$\left(\frac{x}{y}\right)^a=\frac{x^a}{y^a}$$

▪ **تحليل كثيرات الحدود**

مجموع مكعبين

$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$

الفرق بين مكعبين

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

الفرق بين مربعين

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$$

المربع الكامل

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$$

$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

▪ **نظرية الباقي :**

باقي قسمة كثيرة الحدود $P(x)$ على $(x-r)$ هو $P(r)$

▪ **نظرية العوامل :**

يكون $(x-r)$ عامل من عوامل كثيرة الحدود $P(x)$ إذا وفقط إذا كان $P(r)=0$

▪ **قانون ديكارت للإشارات :**

▪ عدد الأصفار الحقيقية الموجبة للدالة $P(x)$ هو عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود $P(x)$ أو أقل بعدد زوجي

▪ عدد الأصفار الحقيقية السالبة للدالة $P(x)$ هو عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود $P(-x)$ أو أقل منه بعدد زوجي

الأعدادالتخيلية

▪ وتعرف الوحدة التخيلية i على أنها الجذر التربيعي الأساسي للعدد -1 أو $i=\sqrt{-1}$

▪ **قوى الوحدة التخيلية i**

$$i^1=i\ ,\quad i^2=-1\ ,\quad i^3=-i\ ,\quad i^4=+1$$

$$(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2$$

الدوال الرئيسة (الأم)

الدالة الثابتة	الدالةالمحايدة	الدالةالتربيعية	الدالة التكعيبية
$c \in R$, $f(x) = c$	$f(x) = x$	$f(x) = x^2$	$f(x) = x^3$
دالة الجذر التربيعي	**دالة المقلوب**	**الدالة القيمة الطلقة**	**الدالة الدرجية**
$f(x) = \sqrt{x}$	$f(x) = \frac{1}{x}$	$f(x) = \|x\|$	$f(x) = [x]$

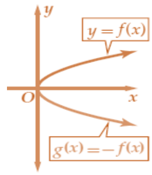
▪متوسط معدل تغير الدالة $f(x)$ في الفترة $[x_1, x_2]$ هو :

$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

الإنعكاس حول محوري الإحداثيات

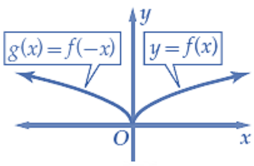
الإنعكاس حول محور x

$g(x) = -f(x)$



الإنعكاس حول محور y

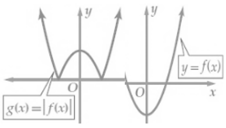
$g(x) = f(-x)$



التحويلات على دوال القيمة المطلقة

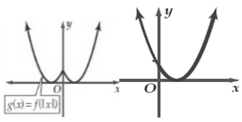
$g(x) = |f(x)|$

انعكاس أي جزء تحت محور x ليصبح فوقه



$g(x) = f(|x|)$

يحذف الجزءيسار y ويضع مكانه صورة الجزء الواقع يمين y بالإنعكاس حول y



▪ خطوط التقارب للدوال الكسرية : في أبسط شكل $y = \frac{h(x)}{g(x)}$

▪ يوجد خط تقارب رأسي عندما $g(x) = 0, h(x) \neq 0$

▪ إذا كانت درجة البسط تساوي درجة المقام فإن خط التقارب الأفقي هو (المعامل الرئيسي للمقام)/(المعامل الرئيسي للبسط) $= y$

▪ إذا كانت درجة البسط أقل من درجة المقام فإن خط التقارب الأفقي هو $y = 0$

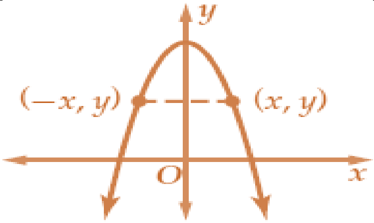
الدوال

تناظر الدوال

▪ الدالة الزوجية

متماثلة حول محور y

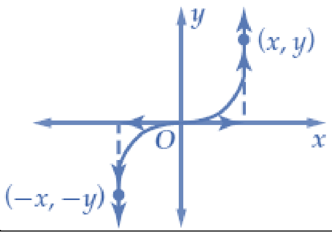
$f(-x) = f(x)$



▪ الدالة الفردية

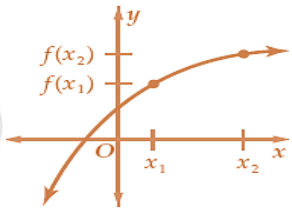
متماثلة حول نقطة الأصل

$f(-x) = -f(x)$

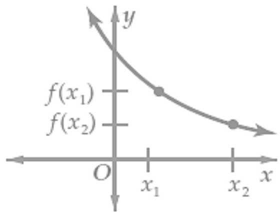


▪ حالات الدالة:

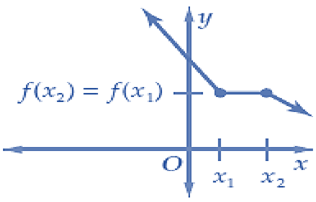
متزايدة



متناقصة



ثابتة



▪ مجالالدالةالجذر التربيعي $\sqrt{h(x)}$ هو $h(x) \geq 0$

▪ يوجد للدالة f دالة عكسية f^{-1} إذا وفقط إذا كانت f متباينة

▪ الاتصال :

تكون الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = c$ إذا تحقق :

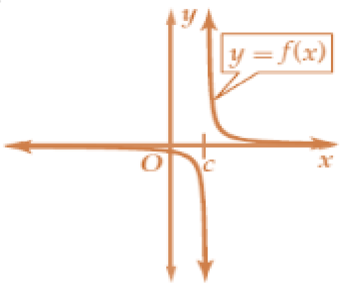
▪$f(c)$ موجودة

▪$\lim_{x \to c} f(x)$ موجودة

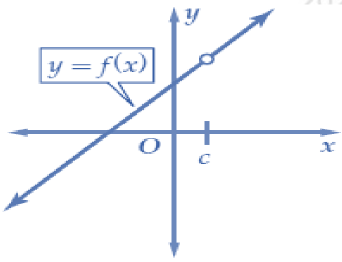
▪$\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$

▪ أنواع عدم الاتصال

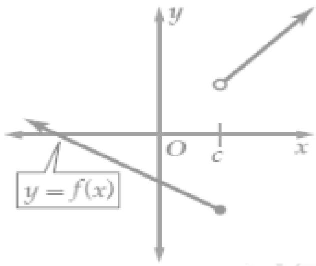
▪ عدم اتصال لا نهائي وتظهر قيمة الدالة على الصورة $\frac{c}{0}$



▪ نقطي (قابل للإزالة) تظهر قيمة الدالة بالشكل $\frac{0}{0}$



▪ عدم اتصال قفزي وتظهر قيمتين مختلفتين عند نقطة عدم الإتصال



الدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية

- **الدالة الأسية**
  - لتكن $a \neq 0\ , b > 0\ , b \neq 1$
  - الدالة الأسية $y = a \cdot b^{x}$
  - مجال الدالة الأسية هو R ومداها هو R^{+}
  - خط التقارب للدالة الأسية $y = b^{x} + c$ هو $y = c$

- **الدالة اللوغارتمية**
  - لتكن $x > 0\ , b > 0\ , b \neq 1$
  - الدالة اللوغارتمية $y = \log_b x$
  - الصورة الأسية $x = b^{y}$
  - مجال الدالةاللوغارتمية هو R^{+} ومداها هو R

- خصائص اللوغارتمات الأساسية
  - لوغارتم الواحد $\log_b 1 = 0$
  - لوغارتم عدد لنفس الأساس $\log_b b = 1$
  - لوغارتم قوة لنفس الأساس $\log_b b^{x} = x$
  - قوة لوغارتم لنفس الأساس $b^{\log_b x} = x$

- خط التقارب للدالة اللوغارتمية $y = \log_b x$ هو $x = 0$
  - $\log_b x \cdot y = \log_b x + \log_b y$
  - $\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$
  - $\log_b x^{n} = n \cdot \log_b x$
  - $\log_b x = \frac{\log x}{\log b} = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

- خاصية المساواة
  - $\log_b x = \log_b y \iff x = y$

- اللوغارتم العشري : هو اللوغارتم الذي أساسه العدد 10
- اللوغارتم الطبيعي : وأساسه العدد النيبري e

ويكتب $\log_e x$ أو $\ln x$

- مجال الدالة الوغاريتمية $y = \log_b \Leftarrow f(x)$ هو مجموعة

حل المتباينة $f(x) > 0$ ومداها هو R

الأعداد القطبية

▪ إذاكان n عددًا صحيحًا , فإنه يمكن تمثيل النقطة بالإحداثيات (r, θ)

$(-r, \theta + (2n+1)180)$ ، $(r, \theta + 360n)$

▪ تحويل الإحداثيات القطبية إلى ديكارتية :

إذا كانت $P(r.\theta)$ ، فإن الإحداثيات الديكارتية للنقطة P :

أي أن $x = r\cos\theta , y = r\sin\theta$

$(x, y) = (r\cos\theta ، r\sin\theta)$

▪ القيمة المطلقة للعدد المركب $z = a + bi$ هي :

$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$

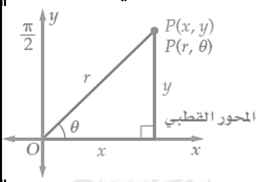
▪ المسافة بين النقطتين في المستوى القطبي هي :

$$P_1P_2 = \sqrt{{r_1}^2 + {r_2}^2 - 2r_1r_2\cos(\theta_1 - \theta_2)}$$

▪ تحويل الإحداثيات الديكارتية إلى قطبية :

إذا كانت $P(x, y)$ فإن الإحداثيات القطبية للنقطة P هي $P(r, \theta)$

حيث : $r = \sqrt{x^2 + y^2}$



$$\theta = \begin{cases} tan^{-1}\frac{y}{x} & , x > 0 \\ tan^{-1}\frac{y}{x} + 180 & , x < 0 \end{cases}$$

أما إذا كانت $a = 0$ فإن :

$\theta = \frac{\pi}{2}$ عندما $b > 0$ $\theta = -\frac{\pi}{2}$ عندما $b < 0$

▪ ضرب وقسمة الأعداد المركبة على الصورة القطبية :

$$z_1z_2 = r_1r_2(\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2))$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\theta_1 - \theta_2) + i\sin(\theta_1 - \theta_2))$$

▪ الجذور النونية : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$$r^{\frac{1}{n}}\left(\cos\frac{\theta + 2k\pi}{n} + i\sin\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)$$

حيث $k = 0, 1, 2, \dots\dots, (n-1)$

▪ الصورة القطبية للعدد المركب $z = a + bi$ هي :

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ حيث

▪ نظرية دي موافر

$z^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$

المتجهات

▪ اتجاه المتجه : يحدد اتجاه المتجه باستعمال

1/الإتجاه الأفقي ويبدأ من نقطة الأصل مع محور x الموجب وعكس عقارب الساعة مثل (30° مع الأفقي)

2/الإتجاه الربعي وزاويته φ فاي ، $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ شرق أو غرب الخط الرأسي مثل ($E\ 30^\circ\ S$)

3/الإتجاه الحقيقي ويبدأ الشمال مع عقارب الساعة ويقاس بثلاثة أرقام مثل 025^0

▪ إذا كان لدينا المتجه $\overrightarrow{AB}$ الذي بدايته $A(x_1, y_1)$ ونهايته $B(x_2, y_2)$ فإن

▪ الصورة الإحداثية للمتجه هي

$$\overrightarrow{AB} = B - A = \langle x_2 - x_1, y_2 - y_1 \rangle$$

▪ متجه الوحدة u في إتجاه متجه v هو المتجه على طول المتجه

$|u| = 1$ حيث $u = \frac{v}{|v|} = \frac{1}{|v|} v$

▪ إذا كان المتجه v في الصورة الإحداثية $v = \langle a , b \rangle$ فإن

طول المتجه $|v| = \sqrt{a^2 + b^2}$

كتابة المتجه باستعمال متجهي الوحدة i , j هي :

$$v = ai + bj$$

لإيجاد زاوية اتجاه المتجه مع الإتجاه الموجب لمحور x

$$\theta = \begin{cases} \tan^{-1}\frac{y}{x} & , x > 0 \\ \tan^{-1}\frac{y}{x} + 180 & , x < 0 \end{cases}$$

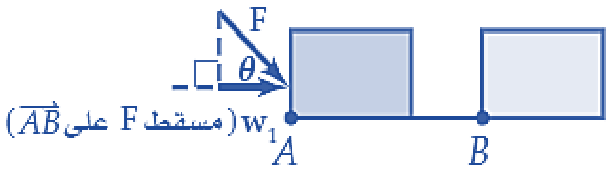
▪ إذا كانت θ هي الزاوية بين متجهين غير الصفريين u , v

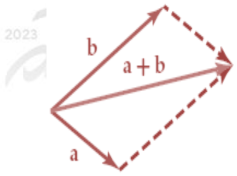
/1 $\cos\theta = \frac{v \bullet u}{|u| \times |v|}$

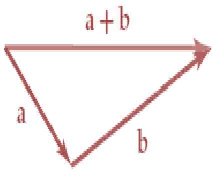
/2 $u \bullet v = |u| \times |v| \cos\theta$

▪ الشغل= القوة المؤثرة × المسافة التي تحركها الجسم

$$w = |w_1| \bullet |\overrightarrow{AB}|$$

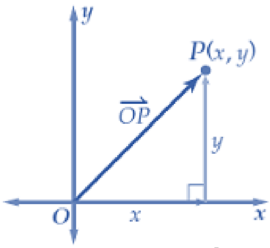






▪ إذا ضرب متجه في عدد سالب فإنه يعكس اتجاهه , فمثلا

$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$$



▪ مركبتي متجه :

1/ المركبة الرأسية $|y| = r\sin\theta$

2/المركبة الأفقية $|x| = r\cos\theta$

▪ طول المتجه هو

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

الضرب الداخلي للمتجهين

$$a \bullet b = a_1 b_1 + a_2 b_2$$

▪ يكون المتجهين متعامدين , إذا وفقط إذا كان $a \bullet b = 0$

▪ وتعطى نقطة المنتصف M لـ $\overrightarrow{AB}$ بالقانون

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$$

$a \times b$ ويكون عمودي على المستوى الذي يحوي المتجهين .

▪ الضرب الإتجاهي للمتجهين a, b هو $a \times b =$

▪ مساحة سطح متوازي الأضلاع الذي a, b ضلعان متجاوران فيه :

$$|a \times b| = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

▪ حجم متوازي السطوح هو :

$$c \bullet (a \times b) = \begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

النهايات والإشتقاق

▪تكون نهاية $f(x)$ عندما تقترب x من c موجودة إذا وفقط إذا كانت النهايتان من اليمين واليسار موجودتين ومتساويتين أي

$$\lim_{x\to c^+} f(x) = \lim_{x\to c^-} f(x) = L$$

ويكون $\lim_{x\to c} f(x) = L$

▪ نهاية دالة المقلوب عند موجب أو سالب ما لا نهاية هي الصفر

أي $\lim_{x\to\infty} \frac{1}{x}=0$

▪ نهاية الدوال الكسرية عند موجب أو سالب ما لا نهاية هو نهاية أكبر قوة في البسط و أكبر قوة في المقام

$$\lim_{x\to\infty} \frac{a_nx^n+\cdots+a_1x+a_0}{b_mx^m+\cdots+b_1x+b_0}=\lim_{x\to\infty}\frac{a_nx^n}{b_mx^m}$$

حساب النهايات عند مالانهاية

▪إذا كان n عدد صحيح موجب فإن

▪ $\lim_{x\to\infty} x^n = \infty$

▪ $\lim_{x\to-\infty} x^n = \infty$ إذا كان n عدد زوجي

▪ $\lim_{x\to-\infty} x^n = -\infty$ إذا كان n عدد فردي

▪ نهاية دالة كثيرة حدود

هي $f(x) = a_nx^n + \cdots + a_1x + a_0$

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} a_nx^n$$

نأخذ النهاية للحد الذي له الأس الأكبر

▪ السرعة المتوسطة :

في الفترة الزمنية من a إلى b

$$v_{avg} = \frac{\text{التغير في المسافة}}{\text{التغير في الزمن}} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

▪ السرعة المتجهة اللحظية :

$$v(t) = \lim_{h\to0}\frac{f(t+h)-f(t)}{h} = f\,`(t)$$

المشتقات والتكامل

▪ يرمز لمشتقة $y = f(x)$ بالرموز $\frac{dy}{dx}$, $f'(x)$, y'

▪ مشتقة الضرب

$$\frac{d}{dx}\left(f(x)\cdot g(x)\right) = f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)$$

▪ مشتقة القسمة

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$m = \lim_{h\to0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = f\,`(x)$$

▪إذا كانت $v(t)$ تمثل دالة السرعة المتجهة اللحظية فإن دالة المسافة $s(t)$ عند الزمن t هي $s(t) = \int v(t)\,dt$

▪ الشغل اللازم لشد نابض مسافة ما (a متر) , من موضعه الطبيعي بالتكامل $\int_0^a cx\,dx$ حيث c عدد ثابت