

إبدأ من هنا

طريقك
الأفضل للاختيار

القدرات العامة

- القسم الكمي -

- طبعة 1432 هـ -



..(تناسب طردي)..

في كثير من المواقف الحياتية تلاحظ أن هناك علاقة بين كميتين وتلاحظ أيضاً أن **الزيادة** في إحدى الكميتين يتبعها **زيادة** في الكمية الأخرى بالنسبة نفسها ، أو **النقصان** في إحدى الكميتين يتبعها **نقصان** في الكمية الأخرى بالنسبة نفسها .
العلاقة هي :-

$$\begin{array}{ccc} \text{ب} & \text{أ} & \\ & \swarrow \searrow & \\ & \text{د} & \text{ج} \end{array}$$

إذاً $\text{أ} \times \text{د} = \text{ب} \times \text{ج}$

مثل سرعة السيارة والمسافة المقطوعة في وحدة الزمن :-
فإنه إذا **زادت** سرعة السيارة بنسبة معينة فإن المسافة المقطوعة **تزداد** بنفس النسبة . نسمي التناسب الناتج تناسباً طردياً .

مثال (١) : اشترى حمد ٥ أقلام بـ ٤٥ ريال ، فإذا اشترى أقلاماً ودفع ٨١ ريال فإن عدد الأقلام التي اشتراها ؟

الحل :-

$$\begin{array}{ccc} ٤٥ \text{ ريال} & ٥ \text{ أقلام} & \\ & \swarrow \searrow & \\ ٨١ \text{ ريال} & \text{س أقلام} & \end{array}$$

(زاد عدد الريالات إذا لازم عدد الأقلام أكثر من ٥ أقلام)

نوع التناسب طردي

$$\text{س} \times ٤٥ = ٥ \times ٨١$$

$$\text{س} = \frac{٥ \times ٨١}{٤٥} = ٩ \text{ أقلام}$$





مثال (٢) : طول سعيد ٥ أقدام وطول ظله في لحظة ما ٣,٧٥ قدماً إذا كان عند سعيد بيت للطيور مبني على ارتفاع ٢٠ قدماً . جد طول ظل بيت الطيور في اللحظة التي قاس سعيد طول ظله فيها ؟

الحل :-

| | |
|--------------|------------|
| الطول الأصلي | طول الظل |
| ٥ أقدام | ٣,٧٥ قدماً |
| ٢٠ قدماً | س قدماً |

(كلما زاد الطول الأصلي زاد طول الظل - نوع التناسب طردي)

$$٣,٧٥ \times ٢٠ = س \times ٥$$

$$س = \frac{٣,٧٥ \times ٢٠}{٥} = ١٥ \text{ قدماً}$$

مثال (٣) : تقطع سيارة مسافة ٢٠٠ كم في ٢,٥ ساعة . كم تقطع في ٦ ساعات إذا سارت بالسرعة نفسها ؟

الحل :-

| | |
|--------|----------|
| ٢٠٠ كم | ٢,٥ ساعة |
| س كم | ٦ ساعات |

(زاد عدد الساعات أكيد راح نقطع مسافة أطول / نوع التناسب طردي)

$$٢٠٠ \times ٦ = س \times ٢,٥$$

$$س = \frac{٢٠٠ \times ٦}{٢,٥} = ٤٨٠ \text{ كم}$$

مثال (٤) : يبيع تاجر ٢٠ جهاز حاسوب بمبلغ ٦٠٠٠ ريال . كم جهاز باع إذا قبض ١٠٥٠٠ ريال ؟

الحل :-

| | |
|---------|------------|
| ٢٠ جهاز | ٦٠٠٠ ريال |
| س جهاز | ١٠٥٠٠ ريال |

(زاد عدد الريالات إذا لازم عدد الأجهزة أكثر من ٢٠ جهاز - نوع

تناسب طردي)





$$20 \times 10500 = 6000 \times \text{س}$$
$$\text{س} = \frac{20 \times 10500}{6000} = 35 \text{ جهاز}$$

مثال (٥) : إذا كان ثمن ١٠ دفاتر يساوي ١٢ ريال . فكم يبلغ ثمن ١٥ دفترًا من النوع نفسه ؟

الحل :-

| | | |
|---------|---|----------|
| ١٢ ريال | ← | ١٠ دفاتر |
| س ريال | ← | ١٥ دفتر |

(كلما زاد عدد الدفاتر زاد الثمن - نوع التناسب طردي)

$$12 \times 10 = \text{س} \times 15$$

$$\text{س} = \frac{12 \times 10}{15} = 18 \text{ ريال}$$

مثال (٦) : يقف رجل طوله ١,٨ متراً بجانب عمود كهرباء إذا كان طول ظل الرجل على الأرض يساوي ١,٢ وطول ظل العمود على الأرض يساوي ٩,٦ متراً . فكم يبلغ ارتفاع العمود ؟

الحل :-

| | | |
|-----------|---|--------------|
| طول الظل | | الطول الأصلي |
| ١,٢ متراً | ← | ١,٨ متر |
| ٩,٦ متراً | ← | س متر |

إذاً

$$9,6 \times 1,8 = 1,2 \times \text{س}$$

$$\text{س} = \frac{9,6 \times 1,8}{1,2} = 14,4 \text{ متراً}$$

مثال (٧) : يستطيع سامي قراءة ١٠ صفحات من كتاب النخبة في الرياضيات خلال ١٥ دقيقة ففي كم دقيقة سيتمكن من قراءة ٦ صفحات من هذا الكتاب بنفس السرعة ؟

الحل :-





عدد الصفحات

الزمن

١٥

١٠

س

٦

إذاً

$$\text{س} = \frac{10 \times 6}{15} = 9 \text{ دقائق}$$

مثال (٨) : إذا كانت تكلفة ٥ صناديق تفتح ١٢٠ ريال . فكم تكون

تكلفة ٧ صناديق من التفتح ؟

الحل :-

١٢٠ ريال

٥ صناديق

س ريال

٧ صناديق

إذاً

$$\text{تكلفة الصناديق} = \frac{120 \times 7}{5} = 168 \text{ ريال}$$

مثال (٩) : في أحد المطابع يطبع ١٥ عامل ١٠٠٠ كتاب في اليوم

الواحد فإذا نقص عدد العمال إلى ١٢ عامل . فكم كتاب يتم طبعه

في اليوم ؟

الحل :-

١٠٠٠ كتاب

١٥ عامل

س كتاب

١٢ عامل

إذاً

$$\text{س} = \frac{1000 \times 12}{15} = 800 \text{ كتاب}$$





مثال (١٠) : إذا كان ثمن ٩ حقائب ٧٢٠ ريال . فكم ريالاً ثمن ٣

حقائب ؟

الحل :-

٧٢٠ ريال ٩ حقائب

٣ حقائب س ريال

إذاً

$$\text{س} = \frac{٧٢٠ \times ٣}{٩} = ٢٤٠ \text{ ريال}$$

مننديات يزيد التعليمية





(..(التناسب العكسي)..(

في كثير من المواقف الحياتية تلاحظ أن هناك علاقة بين كميتين وتلاحظ أيضاً أن **الزيادة** في إحدى الكميتين يتبعها **نقصان** في الكمية الأخرى بالنسبة نفسها ، أو **النقصان** في إحدى الكميتين يتبعها **زيادة** في الكمية الأخرى بالنسبة نفسها .
العلاقة هي :-

$$\begin{array}{ccc} \text{أ} & \longleftarrow & \text{ب} \\ \text{ج} & \longleftarrow & \text{د} \end{array} \quad \text{إذا} \quad \text{أ} \times \text{ب} = \text{ج} \times \text{د}$$

مثل سرعة السيارة والزمن اللازم لقطع مسافة معينة :-
فإنه إذا **زادت** سرعة السيارة بنسبة معينة فإن الزمن اللازم لقطع المسافة **ينقص** بالنسبة نفسها . نسمي التناسب الناتج تناسباً عكسياً .

مثال (١) : ينهي ٥٦ عاملاً مشروعاً خلال ٣ أيام . كم عاملاً يستطيعون إنهاء المشروع في يومين ؟

الحل :-

٥٦ عامل ← ٣ أيام

س عامل ← ٢ يوم

(قللت عدد الأيام لازم أزود عدد العمال - نوع التناسب عكسي)

إذاً

$$٣ \times ٥٦ = ٢ \times \text{س}$$

$$\text{س} = \frac{٣ \times ٥٦}{٢} = ٨٤ \text{ عاملاً}$$



مثال (٢) : يحتاج ١٠ عمال ١٢ يوماً لحضر بئر لجمع الماء . ما عدد الأيام التي يحتاجها ١٥ عاملاً لحضر البئر بنفسه ؟

الحل :-

١٠ عمال ← ١٢ يوم

١٥ عامل ← س يوم

(زدنا في عدد العمال إذا أنقل في عدد الأيام - تناسب عكسي)

إذاً

$$١٠ \times ١٢ = ١٥ \times س$$

$$س = \frac{١٠ \times ١٢}{١٥} = ٨ \text{ أيام}$$

مثال (٣) : إذا كانت كمية العلف في مزرعة للدواجن تكفي ١٠٠٠ دجاجة لمدة ٦٠ يوماً . وإذا زاد عدد الدجاج في المزرعة إلى ٣٠٠٠ دجاجة بعد كم يوم تنفذ كمية العلف الموجودة في المزرعة ؟

الحل :-

١٠٠٠ دجاجة ← ٦٠ يوماً

٣٠٠٠ دجاجة ← س يوماً

(زاد عدد الدجاج تنفذ كمية العلف بوقت أسرع - تناسب عكسي)

إذاً

$$٦٠ \times ١٠٠٠ = ٣٠٠٠ \times س$$

$$س = \frac{٦٠ \times ١٠٠٠}{٣٠٠٠} = ٢٠ \text{ يوم}$$

مثال (٤) : تملأ ٤ صنابير متشابهة بركت ماء في ١٨ ساعة . فكم صنوبراً نحتاج لملئها في ساعتين ؟

الحل :-

٤ صنابير ← ١٨ ساعة

س صنوبراً ← ٢ ساعة

(قللنا عدد الساعات إذا نرود عدد الصنابير - تناسب عكسي)



إذاً

$$س \times 2 = 18 \times 4$$

$$س = \frac{18 \times 4}{2} = 36 \text{ صنبوراً}$$

مثال (5) : وزع أحد المحسنين في أحد أيام الجمعة مبلغاً من المال على 24 محتاجاً . فكان نصيب الواحد منهم 30 ريال . وفي يوم جمعة آخر وزع المبلغ نفسه على 18 محتاجاً . كم نصيب كل منهم ؟

الحل :-

$$24 \text{ محتاجاً} \leftarrow 30 \text{ ريال}$$

$$18 \text{ محتاج} \leftarrow س \text{ ريال}$$

(نصيب المحتاج سيزداد لأن عددهم قل - تناسب عكسي)

إذاً

$$18 \times س = 30 \times 24$$

$$س = \frac{30 \times 24}{18} = 40 \text{ ريال}$$

مثال (6) : يستطيع 18 عاملاً جني محصول معين في 24 ساعة . ما عدد العمال الذين يستطيعون جني المحصول نفسه في 8 ساعات ؟

الحل :-

$$18 \text{ عامل} \leftarrow 24 \text{ ساعة}$$

$$س \text{ عامل} \leftarrow 8 \text{ ساعات}$$

(قللنا عدد الساعات لازم نزيد عدد العمال - تناسب عكسي)

إذاً

$$س \times 8 = 24 \times 18$$

$$س = \frac{24 \times 18}{8} = 54 \text{ عامل}$$



مثال (٧) : أخذ ٦ عمال لعمل سجادة يدوية ٣٠ يوم فكم يلزم عدد
من العمال لعمل نفس السجادة في ٢٠ يوم ؟

الحل :-

| عدد العمال | عدد الأيام |
|------------|------------|
| ٦ | ٣٠ |
| س | ٢٠ |

(قللنا عدد الأيام إذا نرود عدد العمال - تناسب عكسي)

إذاً

$$٣٠ \times ٦ = ٢٠ \times س$$

$$س = \frac{٣٠ \times ٦}{٢٠} = ٩ \text{ عمال}$$

مثال (٨) : ينجز ٤٠ عامل عملاً محدداً خلال ٣٥ يوم فإذا زاد عدد
العمال بمقدار ١٠ فكم عدد الأيام التي يمكن إنهاء العمل نفسه

فيها ؟

الحل :-

| | |
|---------|--------|
| ٤٠ عامل | ٣٥ يوم |
| ٥٠ عامل | س يوم |

(زاد عدد العمال يقل عدد الأيام - تناسب عكسي)

إذاً

$$٣٥ \times ٤٠ = ٥٠ \times س$$

$$س = \frac{٣٥ \times ٤٠}{٥٠} = ٢٨ \text{ يوم}$$



مثال (٩) : قطع قطار مسافة بين مدينتين في ٤٥ ساعة ، عندما كانت سرعته ١٠٠ كم في الساعة . فكم يجب أن يكون سرعة قطار آخر ليقطع المسافة نفسها في ٣٠ ساعة ؟

الحل :-

(كلما زادت السرعة قل الزمن وكلما قلت السرعة زاد الزمن - تناسب عكسي)

إذاً

٤٥ ساعة ← ١٠٠ كم

٣٠ ساعة ← س كم

إذاً

$$س = \frac{١٠٠ \times ٤٥}{٣٠} = ١٥٠ \text{ كم / ساعة}$$

مثال (١٠) : في معسكر صيفي يستهلك ٥٠ مشاركاً خزان الماء في ١٢ يوماً ، فإذا زاد عدد المشاركين ١٠ آخرين فكم يوماً سيدوم هذا الخزان ؟

الحل :-

٥٠ مشاركاً ← ١٢ يوماً

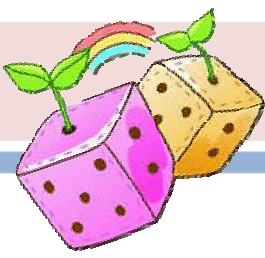
٦٠ مشاركاً ← س يوم

(إذا زاد عدد المشاركين ستقل أيام استهلاك الماء في الخزان - نوع

التناسب عكسي)

$$١٢ \times ٥٠ = ٦٠ \times س$$

$$س = \frac{١٢ \times ٥٠}{٦٠} = ١٠ \text{ أيام}$$



)..(الضرب التبادلي)..(

مثال (١) : إذا كانت ثلاث قطط تستغرق ثلاث دقائق في قتل ثلاثة فئران ، فكم دقيقة تستغرق مئة قططة في قتل مئة فأر ؟

الحل :-

| دقائق | فئران | قطط |
|-------|-------|-----|
| ٣ | ٣ | ٣ |
| س | ١٠٠ | ١٠٠ |

إذاً

$$٣ \times ١٠٠ \times ٣ = س \times ٣ \times ١٠٠$$
$$س = \frac{٣ \times ١٠٠ \times ٣}{٣ \times ١٠٠} = ٣ \text{ دقائق}$$

مثال (٢) : يقطع ثلاث عمال ٣ ألواح خشبية إلى قطع متساوية في ٣ دقائق ، كم لوحاً يقطعها ٩ عمال في ٤ ساعات ؟

الحل :-

نحول من ساعة إلى دقيقة

$$٤ \times ٦٠ = ٢٤٠ \text{ دقيقة}$$

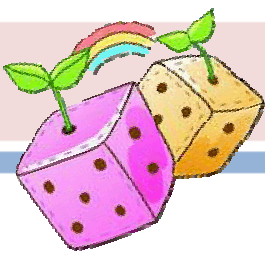
إذاً

| دقائق | ألواح | عمال |
|-------|-------|------|
| ٣ | ٣ | ٣ |
| ٢٤٠ | س | ٩ |

إذاً

$$٢٤٠ \times ٣ \times ٩ = ٣ \times س \times ٩$$
$$س = \frac{٢٤٠ \times ٣ \times ٩}{٣ \times ٩} = ٧٢٠ \text{ لوحاً}$$





مثال (٣) : خمسة عمال ينتجون ٥ صناديق في ٥ دقائق ، كم صندوقاً ينتج ١٠ عمال في ١٠ ساعات ؟

الحل :-

نحول من ساعة إلى دقيقة

$$١٠ \times ٦٠ = ٦٠٠ \text{ دقيقة}$$

ومنها

| دقائق | صناديق | عمال |
|-------|--------|------|
| ٥ | ٥ | ٥ |
| ٦٠٠ | س | ١٠ |

إذاً

$$٦٠٠ \times ٥ \times ١٠ = ٥ \times س \times ٥$$

$$س = \frac{٦٠٠ \times ٥ \times ١٠}{٥ \times ٥} = ١٢٠٠ \text{ صندوق}$$

مثال (٤) : ٤ بقرات تنتج ٤ علب حليب في ٤ أيام ، ٨ بقرات تنتج ٨ علب حليب في كم يوم ؟

الحل :-

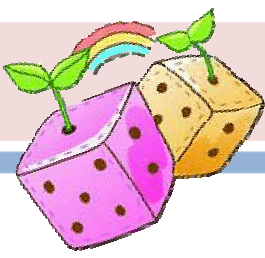
| أيام | حليب | بقرات |
|------|------|-------|
| ٤ | ٤ | ٤ |
| س | ٨ | ٨ |

إذاً

$$٤ \times ٨ \times ٤ = س \times ٤ \times ٨$$

$$س = \frac{٤ \times ٨ \times ٤}{٤ \times ٨} = ٤ \text{ أيام}$$





مثال (٥) : ٤ طبّاخون يصنعون ١٢ كيكه في ٥ ساعات ، كم طبّاخ سنحتاج من أجل صناعة ٦٠ كيكه في ١٠ ساعات ؟

الحل :-

| ساعة | كيكه | طبّاخ |
|------|------|-------|
| ٥ | ١٢ | ٤ |
| ١٠ | ٦٠ | س |

إذاً

$$٥ \times ٦٠ \times ٤ = ١٠ \times ١٢ \times س$$

$$١٠ = \frac{٥ \times ٦٠ \times ٤}{١٠ \times ١٢} = س$$

مثال (٦) : إذا كان ٦ أولاد يمكنهم رسم ٦ لوحات في ٦ أيام وكان ٤ فتيات يمكنهم رسم ٤ لوحات في ٤ أيام ، فكم عدد اللوحات التي يمكن رسمها في ١٢ يوماً بمساعدة ١٢ ولد و ١٢ فتاه ؟

الحل :-

| الأيام | لوحات | الأولاد |
|--------|-------|---------|
| ٦ | ٦ | ٦ |
| ١٢ | س | ١٢ |

إذاً

$$١٢ \times ٦ \times ١٢ = ٦ \times س \times ٦$$

$$س = \frac{١٢ \times ٦ \times ١٢}{٦ \times ٦} = ٢٤ \text{ لوحه}$$

وبالمثل :-

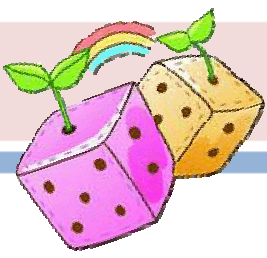
| الأيام | لوحات | الفتيات |
|--------|-------|---------|
| ٤ | ٤ | ٤ |
| ١٢ | س | ١٢ |

إذاً

$$١٢ \times ٤ \times ١٢ = ٤ \times س \times ٤$$

$$س = \frac{١٢ \times ٤ \times ١٢}{٤ \times ٤} = ٣٦$$





ومنها ٢٤ لوحه + ٣٦ لوحه = ٦٠ لوحه

مثال (٧) : ٦٠ عاملاً ينهون ٢٥ % من العمل في ٢٥ يوم ، إذا أردنا إنجاز

العمل في ٧٥ يوم فكم عاملاً يجب أن نضيف ؟

الحل :-

| عامل | العمل | يوم |
|------|-------|-----|
| ٦٠ | % ٢٥ | ٢٥ |
| س | % ١٠٠ | ٧٥ |

إذاً

$$٢٥ \times \% ١٠٠ \times ٦٠ = ٧٥ \times \% ٢٥ \times س$$

$$س = \frac{٢٥ \times \% ١٠٠ \times ٦٠}{٧٥ \times \% ٢٥} = ٨٠ \text{ عامل}$$

ومنها

$$\text{يجب أن نضيف} = ٦٠ - ٨٠ = ٢٠ \text{ عامل}$$

مثال (٨) : ٦٠ عامل استطاعوا بناء $\frac{1}{3}$ جدار في ٢٠ يوم ، فكم يلزم من

العمال لإنهاء باقي الجدار في ٣٠ يوم ؟

الحل :-

| عدد العمال | الجدار | اليوم |
|------------|---------------|-------|
| ٦٠ | $\frac{1}{3}$ | ٢٠ |
| س | $\frac{2}{3}$ | ٣٠ |

إذاً

$$٢٠ \times \frac{2}{3} \times ٦٠ = ٣٠ \times \frac{1}{3} \times س$$

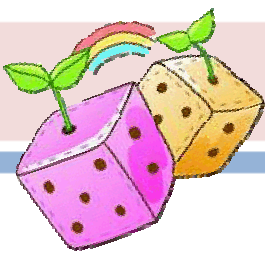
بضرب المعادلتين في ٣ لـ التخلص من المقامات

$$٢٠ \times ٢ \times ٦٠ = ٣٠ \times س$$

$$س = \frac{٢٠ \times ٢ \times ٦٠}{٣٠}$$

$$س = ٨٠$$





مثال (٩) : تعاقد شخص مع مقاول على أن يبني له ملحق خلال ٧٥ يوم
فأحضر المقاول ٦٠ عاملاً ، بعد مرور ٢٥ يوماً رأى المقاول أن العمال لم ينجزوا
سوا ربع الملحق ، فكم عاملاً يجب زيادته لإنهاء بناء الملحق خلال الوقت
المتبقي ؟

الحل :-

| الأيام | الانجاز | العمال |
|--------|---------------|--------|
| ٢٥ | $\frac{1}{4}$ | ٦٠ |
| ٥٠ | $\frac{3}{4}$ | ٦٠ + س |

إذاً

$$٥٠ \times \frac{1}{4} \times (٦٠ + س) = ٢٥ \times \frac{3}{4} \times ٦٠$$

بالضرب في ٤ لـ التخلص من المقام

$$٥٠ (٦٠ + س) = ٤٥٠٠$$

بالقسمة على ٥٠

$$٦٠ + س = ٩٠$$

$$٦٠ - ٩٠ = س$$

$$س = ٣٠$$

إذاً

يتطلب زيادة ٣٠ عامل

مثال (١٠) : ثلاث أولاد يكتبون ثلاث صفحات خلال ثلاث دقائق فكم دقيقة
يستطيع ولد واحد أن يكتب صفحة واحدة إذا علمت إنهم متساوون في سرعة
الكتابة ؟

الحل :-

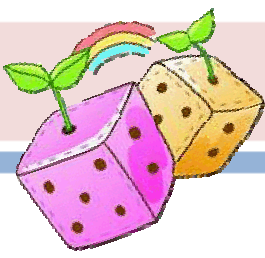
| عدد الأوقات | عدد الصفحات | عدد الأولاد |
|-------------|-------------|-------------|
| ٣ | ٣ | ٣ |
| س | ١ | ١ |

إذاً

$$٣ \times ١ \times ٣ = س \times ٣ \times ١$$

$$س = ٣ دقائق$$





مثال (١١) : قطع شخص مسافة ٢٤٠ كم في ١٢ يوماً وكان يسير بمعدل ٨ ساعات يومياً ، كم يوماً يحتاج لقطع المسافة نفسها إذا سار بمعدل ٦ ساعات يومياً ؟

الحل :-

نوع التناسب عكسي ويمكن الحل باستخدام فكرة الضرب التبادلي

| المسافة | يوم | ساعات |
|---------|-----|-------|
| ٢٤٠ | ١٢ | ٨ |
| ٢٤٠ | س | ٦ |

إذاً

$$٦ \times س \times ٢٤٠ = ٨ \times ١٢ \times ٢٤٠$$

$$س = \frac{٨ \times ١٢ \times ٢٤٠}{٦ \times ٢٤٠}$$

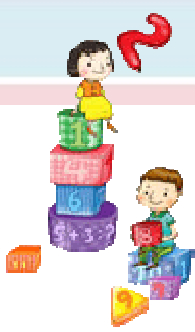
$$س = ١٦ \text{ يوم}$$

ملاحظة :

دائماً العمود الأول مخصص لـ **الفاعل** : عمال ، أولاد ، بنات ، قطط ، طباط ، ...
دائماً العمود الثاني مخصص لـ **المفعول (المنتج والمستهلك)** : ألواح ، صناديق ، جدار ، حليب ، ...
دائماً العمود الثالث مخصص لـ **الزمن** :- يوم ، ساعة ، دقيقة ، شهر ، سنت ، ...



إبدأ من هنا مع منتديات يزيد التعليمية - قسم القدرات العامة



معنى النسبة المئوية :-

النسبة $\frac{٧٥}{١٠٠}$ تسمى نسبة مئوية ، لأن حدها الثاني ١٠٠ وتكتب على الصورة

٧٥ % (وتقرأ : ٧٥ في المائة)

وعلى ذلك فإن $٧٥ \% = \frac{٧٥}{١٠٠} = ٠,٧٥$

مثال (١) : اكتب كلاً من النسبة المئوية الآتية على صورة عدد كسري ؟

(أ) ١٥ %

$$\text{الحل : } ١٥ \% = \frac{١٥}{١٠٠} = \frac{٣}{٢٠}$$

(ب) ٢٥ %

$$\text{الحل : } ٢٥ \% = \frac{٢٥}{١٠٠} = \frac{١}{٤}$$

مثال (٢) : حول كلاً من الكسور العادية الآتية إلى نسبة مئوية ؟

(أ) $\frac{٤}{٥}$

$$\text{الحل : } \frac{٤}{٥} = \frac{١٠٠ \times \frac{٤}{٥}}{١٠٠} = \frac{٨٠}{١٠٠} = ٨٠ \%$$

(ب) $\frac{١٣}{٢٥}$

$$\text{الحل : } \frac{١٣}{٢٥} = \frac{١٠٠ \times \frac{١٣}{٢٥}}{١٠٠} = \frac{٥٢}{١٠٠} = ٥٢ \%$$

مثال (٣) : حول كلاً من الكسور العشرية إلى نسبة مئوية :

(أ) ٠,٠٣

$$\text{الحل : } ٠,٠٣ = \frac{١٠٠ \times ٠,٠٣}{١٠٠} = \frac{٣}{١٠٠} = ٣ \%$$

(ب) ٠,٥٤

$$\text{الحل : } ٠,٥٤ = \frac{١٠٠ \times ٠,٥٤}{١٠٠} = \frac{٥٤}{١٠٠} = ٥٤ \%$$

مثال (٤) : حول كلاً من النسب المئوية إلى كسر عشري :

(أ) ٤٥ %

$$\text{الحل : } ٤٥ \% = \frac{٤٥}{١٠٠} = ٠,٤٥$$

(ب) ٦,٥ %

$$\text{الحل : } ٦,٥ \% = \frac{٦,٥}{١٠٠} = ٠,٠٦٥$$





مثال (١) : إذا كان ٤ % من عدد ما يساوي ٤٨ ، فما العدد ؟

الحل :-

نفرض العدد = س

إذاً

$$٤٨ = س \times ٤\%$$

$$٤٨ = س \times \frac{٤}{١٠٠}$$

بضرب المعادلة في ١٠٠

$$١٠٠ \times ٤٨ = س \times ٤$$

بالقسمة على ٤

$$س = \frac{١٠٠ \times ٤٨}{٤} = ١٢٠٠$$

مثال (٢) : إذا كان ٢٥ % من ثمن كتاب يساوي ٢٠ ريالاً . فإن ٥ % من

ثمنه يساوي ؟

الحل :-

$$٢٠ = ٢٥\% \times \text{ثمن كتاب}$$

$$٢٠ = \frac{٢٥}{١٠٠} \times \text{ثمن كتاب}$$

بضرب المعادلة في ١٠٠

$$١٠٠ \times ٢٠ = ٢٥ \times \text{ثمن كتاب}$$

بالقسمة على ٢٥

$$\text{ثمن كتاب} = \frac{١٠٠ \times ٢٠}{٢٥} = ٨٠ \text{ ريال}$$

المطلوب ٥ % من ثمن الكتاب ؟

$$٥\% \times ٨٠ = ٨٠ \times \frac{٥}{١٠٠} = ٤ \text{ ريال}$$

$$٢٠ \text{ ريال} \leftarrow ٢٥\%$$

بقسمة الطرفين على ٥

$$٤ \text{ ريال} \leftarrow ٥\%$$





مثال (٣) : ما قيمة ٥ % من العدد ٠,٠٢ ؟

الحل :-

$$\frac{1}{1000} = \frac{10}{10000} = \frac{2}{100} \times \frac{5}{100} = 0,02 \times \frac{5}{100} = 0,02 \times 5\%$$

مثال (٤) : إذا كانت ١٢ % = $\frac{3}{س}$ ، فإن قيمة س تساوي ؟

الحل :-

$$\frac{3}{س} = \frac{12}{100}$$

حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

$$3 \times 100 = س \times 12$$

$$س = \frac{3 \times 100}{12} = 25$$

مثال (٥) : إذا كانت قيمة س % من ص تساوي ٤٠ فما قيمة ص ؟

الحل :-

$$س \% \times ص = 40$$

$$40 = ص \times \frac{س}{100}$$

بالضرب في ١٠٠

$$100 \times 40 = ص \times س$$

بالقسمة على س

$$ص = \frac{4000}{س}$$





مثال (٦) : إذا كان $\frac{1}{3}$ عدد يساوي ٢٥ % من العدد ١٢ . فما هو هذا

العدد ؟

الحل :-

نفرض العدد = س

$$12 \times 25\% = س \times \frac{1}{3}$$

$$12 \times \frac{25}{100} = س \times \frac{1}{3}$$

$$\frac{12 \times 25}{100} = \frac{س}{3}$$

$$\frac{س}{3} = 9 \leftarrow$$

مثال (٧) : ٥ % س تساوي ١٠ % من ص فما هي نسبة العدد س إلى العدد

ص ؟

الحل :-

$$5\% س = 10\% ص$$

$$\frac{5}{100} س = \frac{10}{100} ص$$

$$5 س = 10 ص$$

إذاً

$$\frac{س}{ص} = \frac{10}{5}$$

$$\frac{س}{ص} = 2$$





مثال (٨) : $\frac{1}{4}$ % من ١٠٠٠ =

الحل :-

$$1000 \times \left(\frac{1}{100} \times \frac{1}{4} \right) = 1000 \times \left(100 \div \frac{1}{4} \right) = 1000 \times \frac{1}{100}$$

$$2,5 = \frac{5}{2} = \frac{10}{4} = \frac{1000}{400} = 1000 \times \frac{1}{400}$$

مثال (٩) : إذا كان ١٥ % من ثمن كتاب هو ١٥ ريال فكم ثمن هذا

الكتاب ؟

الحل :-

$$15 = 15\% \times \text{ثمن كتاب}$$

$$15 = \frac{15}{100} \times \text{ثمن كتاب}$$

بالضرب في ١٠٠

$$15 \times 100 = \text{ثمن كتاب} \times 15$$

بالقسمة على ١٥

$$\text{ثمن كتاب} = \frac{100 \times 15}{15} = 100 \text{ ريال}$$

مثال (١٠) : إذا كانت س % من ص تساوي ١٠ فإن قيمة ص ؟

الحل :-

$$10 = \text{س} \times \text{ص}$$

$$10 = \frac{\text{س}}{100} \times \text{ص}$$

$$100 \times 10 = \text{س} \times \text{ص}$$

$$1000 = \text{س} \times \text{ص}$$

$$\frac{1000}{\text{س}} = \text{ص}$$





قاعدة النسبة المئوية

قاعدة (١) :-

$$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \text{النسبة المئوية}$$

قاعدة (٢) :-

العدد الناتج بعد الزيادة ، العدد الأصلي ، نسبة الزيادة أ %

$$\text{العدد الناتج} = \frac{\text{العدد الأصلي} \times (100 + \text{أ})}{100}$$

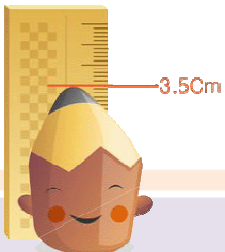
$$\text{نسبة الزيادة} = \frac{\text{العدد الناتج} - \text{العدد الأصلي}}{\text{العدد الأصلي}} \times 100$$

قاعدة (٣) :-

العدد الناتج بعد النقصان ، العدد الأصلي ، نسبة النقصان أ %

$$\text{العدد الناتج} = \frac{\text{العدد الأصلي} \times (100 - \text{أ})}{100}$$

$$\text{نسبة النقصان} = \frac{\text{العدد الأصلي} - \text{العدد الناتج}}{\text{العدد الأصلي}} \times 100$$





قاعدة (٤) :-

المكسب أو الخسارة ينسبان دائماً لثمن الشراء و المصاريف
 المكسب = ثمن البيع - (ثمن الشراء و المصاريف)
 الخسارة = (ثمن الشراء و المصاريف) - ثمن البيع

كيفية استخدام الجدول :

(همسة : أتبع الألوان من فضلك)

مثال ١ : نترض أن المكسب ١٥ % و ثمن الشراء ١٦٤٠ ريال

إذاً

| ثمن البيع | المكسب | ثمن الشراء |
|---------------------|---------|------------|
| $\% 115 = \% 100 +$ | $\% 15$ | $\% 100$ |
| ص | س | ١٦٤٠ |

الحل :-

لايجاد المكسب أي لايجاد الـ س ؟

$$\% 15 \times 1640 = \% 100 \times \text{س}$$

لايجاد ثمن البيع أي لايجاد الـ ص ؟

$$\% 115 \times 1640 = \% 100 \times \text{ص}$$

مثال ٢ : نترض أن الخسارة ١٨ % و ثمن الشراء ٣٠٠٠ ريال

إذاً

| ثمن البيع | الخسارة | ثمن الشراء |
|--------------------|---------|------------|
| $\% 82 = \% 100 -$ | $\% 18$ | $\% 100$ |
| ص | س | ٣٠٠٠ |

الحل :-

لايجاد الخسارة أي لايجاد الـ س ؟

$$\% 18 \times 3000 = \% 100 \times \text{س}$$

لايجاد ثمن البيع أي لايجاد الـ ص ؟

$$\% 82 \times 3000 = \% 100 \times \text{ص}$$





أمثلة على النسبة المئوية :-

مثال (١) : مدرسة بها ٨٠ طالب في الصف الأول الثانوي نجح منها ٦٠ طالب فأوجد نسبة النجاح ؟

الحل (١) :-

عدد الطلاب = العدد الكلي = ٨٠ طالب

عدد الطلاب الناجحين = الجزء = ٦٠ طالب

إذاً

$$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \text{النسبة المئوية}$$

$$\frac{\text{س}}{١٠٠} = \frac{٦٠}{٨٠}$$

$$١٠٠ \times ٦٠ = ٨٠ \times \text{س}$$

$$\text{س} = \frac{١٠٠ \times ٦٠}{٨٠} = ٧٥\%$$

الحل (٢) :-

٨٠ طالب ← ١٠٠% بالقسمة على ٨

١٠ طالب ← $\frac{١٠٠\%}{٨}$ بالضرب في ٦

٦٠ طالب ← $٦ \times \frac{١٠٠\%}{٨} = ٧٥\%$

الحل (٣) :-

الرسوب

١٠٠ - س

٢٠ طالب

=

النجاح

س

٦٠ طالب

-

عدد الطلاب

١٠٠%

٨٠ طالب

إذاً

$$٦٠ \times ١٠٠\% = ٨٠ \times \text{س}$$

$$\text{س} = \frac{٦٠ \times ١٠٠\%}{٨٠} = ٧٥\%$$





مثال (٢) : في الصف الأول الثانوي عدد الناجحين ٦٠ طالب وكانت نسبة النجاح ٧٥ ٪ فما عدد الطلاب ؟
الحل (١) :-

$$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \text{النسبة المئوية}$$

$$\frac{٧٥}{١٠٠} = \frac{٦٠}{\text{الكل}}$$

$$١٠٠ \times ٦٠ = ٧٥ \times \text{الكل}$$

$$\text{الكل} = \frac{١٠٠ \times ٦٠}{٧٥} = ٨٠ \text{ طالب}$$

الحل (٢) :-

| | | |
|-------------------|---|-------|
| ٦٠ طالب | ← | ٧٥ ٪ |
| (بالقسمة على ٣) | | |
| ٢٠ طالب | ← | ٢٥ ٪ |
| (بالضرب في ٤) | | |
| ٨٠ طالب | ← | ١٠٠ ٪ |

الحل (٣) :-

| | | |
|------------|--------|--------|
| عدد الطلاب | النجاح | الرسوب |
| ١٠٠ ٪ | ٧٥ ٪ | ٢٥ ٪ |
| س | ٦٠ | ص |
| إذاً | | |

$$\text{س} \times ٧٥ ٪ = ٦٠ \times ١٠٠ ٪$$

$$\text{س} = \frac{٦٠ \times ١٠٠ ٪}{٧٥ ٪} = ٨٠ \text{ طالب}$$





مثال (٣) : اشترى محمد سيارة ثم باعها فكان ثمن البيع ٢٢٠٠٠ ريال وكانت نسبة ربحه ١٠ ٪ فما قيمة السعر الذي اشترى به السيارة ؟

الحل (١) :-

$$٪١١٠ = ٪١٠ + ٪١٠٠$$

$$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \text{النسبة المئوية} \quad \leftarrow \quad \frac{٪١١٠}{٪١٠٠} = \frac{٢٢٠٠٠}{\text{س}}$$

$$\text{س} \times ٪١٠٠ = ٪١١٠ \times ٢٢٠٠٠$$

$$\text{س} = \frac{٪١٠٠ \times ٢٢٠٠٠}{٪١١٠} = ٢٠٠٠٠ \text{ ريال}$$

الحل (٢) :-

$$٪١١٠ = ٪١٠ + ٪١٠٠$$

$$٪١١٠ \leftarrow ٢٢٠٠٠ \text{ ريال (بالقسمة على ١١)}$$

$$٪١٠ \leftarrow ٢٠٠٠ \text{ ريال (بالضرب في ١٠)}$$

$$٪١٠٠ \leftarrow ٢٠٠٠٠ \text{ ريال}$$

الحل (٣) :-

| ثمن البيع | الربح | ثمن الشراء |
|-----------|-------|------------|
| ٪١١٠ | ٪١٠ | ٪١٠٠ |
| ٢٢٠٠٠ | | س |

إذاً

$$٢٢٠٠٠ \times ٪١٠٠ = ٪١١٠ \times \text{س}$$

$$\text{س} = \frac{٪١٠٠ \times ٢٢٠٠٠}{٪١١٠} = ٢٠٠٠٠ \text{ ريال}$$





الحل (٤) :-

نضرب أن ثمن الشراء = س

$$س + (س \times \frac{10}{100}) = ٢٢٠٠٠$$

$$س + \frac{س}{10} = ٢٢٠٠٠$$

بالمضرب في ١٠ ل التخلص من المقام

$$١٠س + س = ٢٢٠٠٠٠$$

$$١١س = ٢٢٠٠٠٠$$

بالقسمة على ١١

$$س = \frac{٢٢٠٠٠٠}{11}$$

$$س = ٢٠٠٠٠ \text{ ريال}$$

الحل (٥) :-

المائة يوجد بها ١٠ أجزاء من العشرة (النسبة المئوية) + جزء الربح ١٠%

إذا عدد الأجزاء = ١١

$$\text{تقسم } \frac{٢٢٠٠٠}{11} = ٢٠٠٠ \text{ وهذا يمثل قيمة الجزء الواحد (وهو الربح)}$$

$$\text{إذا سعر السيارة} = ٢٢٠٠٠ - ٢٠٠٠ = ٢٠٠٠٠ \text{ ريال}$$

مثال (٤) : حصل عبد الرحمن على ٧٥ درجة في مادة اللغة العربية في الفصل الدراسي الأول من هذا العام ، وحصل على ٨٤ درجة في نفس المادة في الفصل الدراسي الثاني ، فما نسبة تحسن درجته ؟

الحل (١) :-

$$\text{نسبة التحسن} = \frac{\text{مقدار الزيادة}}{\text{الدرجة الأولى}} \times ١٠٠ \%$$

$$\text{مقدار الزيادة} = ٧٥ - ٨٤ = ٩ \text{ درجات}$$

$$\text{إذا نسبة التحسن} = \frac{٩}{٧٥} \times ١٠٠ \% = \frac{٩٠٠}{٧٥} \% = ١٢ \%$$





الحل (٢) :-

الفصل الأول التحسن الفصل الثاني

١٠٠ % س ص
٧٥ ٩ = ٧٥ - ٨٤ ٨٤

إذاً

$$٩ \times \% ١٠٠ = ٧٥ \times س$$

$$س = \frac{٩ \times \% ١٠٠}{٧٥} = \% ١٢$$

مثال (٥) : عند زيادة العدد ٤٠ بمقدار ٢٥ % ، ما هو العدد الناتج ؟

الحل (١) :-

$$\text{العدد الناتج} = \frac{١٠٠ + أ}{١٠٠} \times \text{العدد الأصلي}$$

$$٥٠ = ٤٠ \times \frac{٢٥ + ١٠٠}{١٠٠} =$$

الحل (٢) :-

العدد الأصلي الزيادة العدد الناتج

١٠٠ % ٢٥ % ١٢٥ %
٤٠ س

إذاً

$$س \times \% ١٠٠ = \% ١٢٥ \times ٤٠$$

$$س = \frac{\% ١٢٥ \times ٤٠}{\% ١٠٠} = ٥٠$$

الحل (٣) :-

$$\% ١٢٥ = \% ٢٥ + \% ١٠٠$$

١٠٠ % ٤٠ (بالقسمة على ١٠٠)

١ % ٠,٤ (بالضرب في ١٢٥)

١٢٥ % ٥٠





مثال (٦) : بعد زيادة ٥ % يكون عدد السكان ٥٩٣٤٦ ، فكم عدد السكان ؟

الحل (١) :-

$$\text{العدد الناتج} = \frac{100 + أ}{100} \times \text{العدد الأصلي}$$

$$٥٩٣٤٦ = \left(\frac{٥ + 100}{100} \right) \times \text{العدد الأصلي}$$

$$\text{العدد الأصلي} = \frac{100 \times ٥٩٣٤٦}{105} = ٥٦٥٢٠$$

الحل (٢) :-

| قبل الزيادة | الزيادة | بعد الزيادة |
|-------------|---------|-------------|
| % ١٠٠ | % ٥ | % ١٠٥ |
| س | | ٥٩٣٤٦ |

إذا

$$\text{س} \times \% ١٠٥ = ٥٩٣٤٦ \times \% ١٠٠$$

$$\text{س} = \frac{٥٩٣٤٦ \times \% ١٠٠}{\% ١٠٥} = ٥٦٥٢٠$$

الحل (٣) :-

$$\% ١٠٥ = \% ٥ + \% ١٠٠$$

$$\% ١٠٥ \leftarrow ٥٩٣٤٦ \text{ (بالقسمة على ١٠٥)}$$

$$\% ١ \leftarrow \frac{٥٩٣٤٦}{105} \text{ (بالضرب في ١٠٠)}$$

$$\% ١٠٠ \leftarrow ٥٦٥٢٠ = \frac{٥٩٣٤٦}{105} \times \% ١٠٠$$

الحل (٤) :-

$$\% ١٠٥ = \% ٥ + \% ١٠٠$$

الجزء = النسبة المئوية
الكل

$$\frac{\% ١٠٥}{\% ١٠٠} = \frac{٥٩٣٤٦}{\text{س}}$$

$$\text{س} \times \% ١٠٥ = ٥٩٣٤٦ \times \% ١٠٠$$

$$\text{س} = \frac{٥٩٣٤٦ \times \% ١٠٠}{\% ١٠٥} = ٥٦٥٢٠$$





مثال (٧) : عند نقصان العدد ٥٠ بمقدار ٢٥ % ، ما هو العدد الناتج ؟

الحل (١) :-

$$\text{العدد الناتج} = \frac{١٠٠ - ٢٥}{١٠٠} \times \text{العدد الأصلي} = ٥٠ \times \frac{٢٥ - ١٠٠}{١٠٠} = ٣٧,٥$$

الحل (٢) :-

| قبل النقصان | النقص | بعد النقصان |
|-------------|-------|-------------|
| % ١٠٠ | % ٢٥ | % ٧٥ |
| ٥٠ | | س |

إذاً

$$\text{س} \times \% ١٠٠ = \% ٧٥ \times ٥٠$$

$$\text{س} = \frac{\% ٧٥ \times ٥٠}{\% ١٠٠} = ٣٧,٥$$

الحل (٣) :-

$$\% ٧٥ = \% ٢٥ - \% ١٠٠$$

الجزء = النسبة المئوية
الكل

$$\frac{\text{س}}{٥٠} = \frac{\% ٧٥}{\% ١٠٠} \leftarrow \text{س} \times \% ١٠٠ = \% ٧٥ \times ٥٠$$

$$\text{س} = \frac{\% ٧٥ \times ٥٠}{\% ١٠٠} \leftarrow \text{س} = ٣٧,٥$$

الحل (٤) :-

$$\% ١٠٠ \leftarrow ٥٠ \text{ (بالقسمة على ٤)}$$

$$\% ٢٥ \leftarrow ١٢,٥$$

إذاً

$$\text{العدد الناتج} = ١٢,٥ - ٥٠ = ٣٧,٥$$





مثال (٨) : انخفض الدخل الأسبوعي لأحد المحلات التجارية من ٢٨٠٠ ريال إلى ٢٤٦٤ ريال . أوجد النسبة المئوية للنقص في الدخل ؟

الحل (١) :-

$$\text{نسبة النقصان} = \frac{\text{العدد الأصلي} - \text{العدد الناتج}}{\text{العدد الأصلي}} \times 100$$

$$\text{نسبة النقص} = \frac{2800 - 2464}{2800} \times 100 = 12\%$$

الحل (٢) :-

| بعد الانخفاض | الانخفاض | قبل الانخفاض |
|--------------|-------------------|--------------|
| ص | س | % ١٠٠ |
| ٢٤٦٤ | ٣٣٦ = ٢٤٦٤ - ٢٨٠٠ | ٢٨٠٠ |

إذاً

$$336 \times \%100 = 2800 \times \text{س}$$

$$\text{س} = \frac{336 \times \%100}{2800} = 12\%$$

الحل (٣) :-

| | |
|------|-------|
| ٢٨٠٠ | % ١٠٠ |
| ٢٤٦٤ | % س |

إذاً

نوع التناسب طردي

$$2464 \times \%100 = 2800 \times \text{س}$$

$$\text{س} = \frac{2464 \times \%100}{2800} = 88\%$$

ومنها

$$\text{نسبة الانخفاض} = \%100 - \%88 = 12\%$$





مثال (٩) : اشترى عبد الله جهاز تلفزيون مخفضاً بنسبة ١٥ % عن ثمنه الأصلي حيث دفع ٣٥٧٠ ريالاً . فكم ريالاً كان الثمن الأصلي للجهاز ؟

الحل (١) :-

الثمن بعد التخفيض = (الثمن الأصلي) × (١ - نسبة التخفيض)

$$٣٥٧٠ = \text{الثمن الأصلي} \times (١ - \frac{١٥}{١٠٠})$$

$$٣٥٧٠ = \text{الثمن الأصلي} \times (٠,٨٥)$$

إذاً

$$\frac{٣٥٧٠}{٠,٨٥} = \text{الثمن الأصلي}$$

$$\text{الثمن الأصلي} = \frac{١٠٠ \times ٣٥٧٠}{٨٥} = ٤٢٠٠ \text{ ريال}$$

الحل (٢) :-

| | | |
|------------------|---------|-------------|
| بعد التخفيض | التخفيض | قبل التخفيض |
| %٨٥ = %١٥ - %١٠٠ | % ١٥ | % ١٠٠ |
| ٣٥٧٠ | | س |

إذاً

$$٣٥٧٠ \times \% ١٠٠ = \% ٨٥ \times \text{س}$$

$$\text{س} = \frac{٣٥٧٠ \times \% ١٠٠}{\% ٨٥} = ٤٢٠٠ \text{ ريال}$$

الحل (٣) :-

$$\% ٨٥ \leftarrow ٣٥٧٠ \text{ (بالقسمة على ٨٥)}$$

$$\% ١ \leftarrow \frac{٣٥٧٠}{٨٥} \text{ (بالضرب في ١٠٠)}$$

$$\% ١٠٠ \leftarrow ٤٢٠٠ = \frac{٣٥٧٠}{٨٥} \times ١٠٠ \text{ ريال}$$

الحل (٤) :-

$$\% ٨٥ = \% ١٥ - \% ١٠٠$$

$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \text{النسبة المئوية}$

$$\frac{\% ٨٥}{\% ١٠٠} = \frac{٣٥٧٠}{\text{الكل}}$$

$$\text{الكل} = \frac{٣٥٧٠ \times \% ١٠٠}{\% ٨٥} = ٤٢٠٠ \text{ ريال}$$





مثال (١٠) : قام زيد بتسليم كامل دخل بقالة والده عدداً ٨ % من المبلغ الذي يمثل مصروفه . فإذا كان مصروفه ١٦٠ ريالاً ، فما المبلغ الذي سلمه لوالده ؟

الحل (١) :-

| المبلغ الأصلي | مصروفه | المبلغ الذي سلمه لوالده |
|---------------|--------|-------------------------|
| % ١٠٠ | % ٨ | % ٩٢ = % ٨ - % ١٠٠ |
| س | ١٦٠ | ص |

$$\begin{aligned} \text{ص} \times \% ٨ &= \% ٩٢ \times ١٦٠ \\ \text{ص} &= \frac{\% ٩٢ \times ١٦٠}{\% ٨} = ١٨٤٠ \text{ ريالاً} \end{aligned}$$

الحل (٢) :-

| | | |
|------|---|----------------------------|
| % ٨ | ← | ١٦٠ ريال (بالقسمة على ٨) |
| % ١ | ← | ٢٠ ريال (بالضرب في ٩٢) |
| % ٩٢ | ← | ١٨٤٠ ريال |

الحل (٣) :-

$$\% ٩٢ = \% ٨ - \% ١٠٠$$

$$\frac{\text{مصروفه}}{\text{المبلغ الكلي}} = \text{النسبة المئوية}$$

$$\frac{\% ٨}{\% ١٠٠} = \frac{١٦٠}{\text{المبلغ الكلي}}$$

$$\text{س} = \frac{\% ١٠٠ \times ١٦٠}{\% ٨} = ٢٠٠٠ \text{ ريال}$$

$$\text{المبلغ الذي سلمه لوالده} = ١٦٠ - ٢٠٠٠ = ١٨٤٠ \text{ ريال}$$





..(مقياس الرسم)..

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$$

مع مراعاة تحويل الطولين إلى وحدة واحدة

مثال (١) : المسافة بين بلدين ٣٥ كيلو متراً ، فإذا كانت المسافة بين البلدين على الخريطة ٥ سنتيمترات . أوجد مقياس الرسم الذي رُسمت به هذه الخريطة ؟

الحل :-

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$$

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{٥}{١٠٠ \times ١٠٠٠ \times ٣٥} = \frac{١}{٧٠٠٠٠٠}$$

$$\text{مقياس الرسم} = ١ : ٧٠٠٠٠٠$$

مثال (٢) : إذا كانت المسافة بين بلدين ٢٥٦ كيلو متراً . فكم تبلغ هذه المسافة بالسنتيمترات على مصور جغرافي إذا كان مقياس الرسم ١ : ٤٠٠٠٠٠ ؟

الحل :-

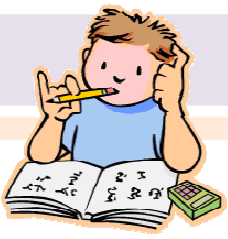
$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$$

$$\text{الطول في الرسم} = \text{الطول الحقيقي} \times \text{مقياس الرسم}$$

$$\text{الطول في الرسم} = ٢٥٦ \times ١٠٠ \times ١٠٠٠ \times \frac{١}{٤٠٠٠٠٠}$$

$$\text{الطول في الرسم} = ٦٤ \text{ سنتيمتراً}$$





مثال (٣) : رسمت خريطة بمقياس رسم ١ : ٢٠٠٠٠٠ ، وكانت المسافة بين الميدان و الحديقة على هذه الخريطة ٣,٦ سم . أوجد المسافة الحقيقية بينهما بالكيلو مترات ؟

الحل :-

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{الطول في الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}}$$

إذاً

$$\text{الطول الحقيقي} = \text{الطول في الرسم} \div \text{مقياس الرسم}$$

$$\text{الطول الحقيقي} = \frac{1}{200000} \div 3,6 = 200000 \times 3,6 \text{ سم}$$

$$\text{الطول الحقيقي} = \frac{200000 \times 3,6}{100 \times 1000} = 7,2 \text{ كيلو متر}$$





(.. فكرة الميراث)..

استخدام فكره الميراث في الحل :-

مثال (١) : سبيكة معدنية تتكون من الحديد والنجاس بنسبة ٣ : ٨ وزناً ، فإذا كان وزن السبيكة ٣٣٠ جراماً ، فكم وزن النجاس فيها بالجرامات ؟

الحل :-

الحديد : النجاس

٣ : ٨

مجموع الأجزاء = ٣ + ٨ = ١١

وزن النجاس = $330 \times \left(\frac{8}{11}\right) = 240$ جرام

مثال (٢) : لدى رجل خمسة صناديق من التفاح إذا علمت أن في كل صندوق ١٢ تفاحة منها ٨ صالحة للأكل والتفاح المتبقي فاسد . فكم عدد التفاح الفاسد في الصناديق الخمسة ؟

الحل :-

العدد الكلي للتفاح = ١٢ × ٥ = ٦٠ تفاحة

التفاح الصالح : التفاح الفاسد

٨ : ٤

مجموع الأجزاء = ٤ + ٨ = ١٢

عدد التفاح الفاسد = $60 \times \left(\frac{4}{12}\right) = 20$ تفاحة





مثال (٣) : طريق طوله ١٠٠ كيلو متر وقاموا بتخطيطه بحيث يكون كل خط طوله ٨ متر والمسافة بين الخطين ٢ متر . إذا كانت تكلفت تخطيط المتر الواحد تساوي نصف ريال . فكم يكلف هذا الطريق من ريال للقيام بتخطيطه ؟

الحل :-

نحول من كيلو متر إلى متر

$$\text{إذاً طول الطريق} = 100 \times 1000 = 100000 \text{ متر}$$

طول الخط : المسافة بين الخطين

$$8 : 2$$

$$\text{مجموع الأجزاء} = 8 + 2 = 10$$

$$\text{طول الخط} = \left(\frac{8}{10}\right) \times 100000 = 80000 \text{ متر}$$

$$\text{تكلفة الطريق لـ تخطيطه} = \frac{1}{2} \times 80000 = 40000 \text{ ريال}$$

مثال (٤) : مدرسة ثانوية للبنين قُسم طلابها إلى مجموعات بحيث تحتوي كل مجموعة على طلاب من القسم العلمي و القسم النظري بنسبة ٦ : ٥ فإذا كان عدد طلاب المدرسة ٤٤٠ طالباً . فكم عدد طلاب العلمي ؟

الحل :-

القسم العلمي : القسم النظري

$$6 : 5$$

$$\text{مجموع الأجزاء} = 6 + 5 = 11$$

$$\text{عدد طلاب العلمي} = \left(\frac{6}{11}\right) \times 440 = 240 \text{ طالب}$$





مثال (٥) : إذا كانت النسبة بين زوايا مثلث هي ١ : ٣ : ٥ فما قياس أصغر زواياه ؟

الحل :-

الزاوية الأولى : الزاوية الثانية : الزاوية الثالثة

$$١ : ٣ : ٥$$

$$\text{مجموع الأجزاء} = ١ + ٣ + ٥ = ٩$$

$$\text{قياس أصغر زاوية} = \left(\frac{١}{٩} \right) \times ١٨٠ = ٢٠ \text{ درجة}$$

مثال (٦) : وزع أبو يوسف مبلغاً من المال على ابنتيه بنسبة ٧ : ١ على كرم من المال حصلت المحظوظة إذا علمنا أن التعيسة قد حصلت على ٧٠٠ دينار ؟

الحل :-

المحظوظة : التعيسة

$$٧ : ١$$

$$\text{مجموع الأجزاء} = ٧ + ١ = ٨$$

$$\text{نصيب التعيسة} = \frac{١}{٨} \times \text{المبلغ الكلي} = ٧٠٠ \text{ دينار}$$

$$\text{المبلغ الكلي} = ٧٠٠ \times ٨ = ٥٦٠٠ \text{ دينار}$$

إذاً

$$\text{نصيب المحظوظة} = \frac{٧}{٨} \times ٥٦٠٠ = ٤٩٠٠ \text{ دينار}$$





مثال (٧) : ثلاث آبار للبتروال تنتج ١٧٦٠٠ برميل يومياً ، فإذا كان ما تنتجه البئر الأولى $\frac{3}{4}$ ما تنتجه البئر الثانية ، وما تنتجه البئر الثالثة $\frac{3}{5}$ ما تنتجه البئر الأولى . فكم إنتاج البئر الثالث ؟

الحل :-

لا يمكن استكمال الحل والأعداد في أولاً مختلفة ؟!!

$$5 \times \text{نضرب السطر الأول في } 5$$

$$3 \times \text{نضرب السطر الثاني في } 3$$

لماذا ؟ لكي نوحّد الأعداد في أولاً

الأول : الثاني : الثالث

$$3 : 4 :$$

$$5 : 3 :$$

$$15 : 20 :$$

$$9 : 15 :$$

$$9 : 20 : 15$$

إذاً

$$\text{مجموع الأجزاء} = 9 + 20 + 15 = 44$$

$$\text{إنتاج البئر الثالث} = \left(\frac{9}{44}\right) \times 17600 = 3600 \text{ برميل}$$

مثال (٨) : قسم مبلغ ٣٤٠٠ ريال بين ثلاثة أشخاص ، بحيث تكون نسبة نصيب الأول إلى نصيب الثاني ٨ : ٥ ، ونصيب الثالث نصف نصيب الأول . فما نصيب الثاني ؟

الحل :-

نصيب الأول : نصيب الثاني : نصيب الثالث

$$8 : 5 :$$

$$\text{مجموع الأجزاء} = 8 + 5 + 4 = 17$$

$$\text{قيمة الجزء} = \frac{3400}{17} = 200 \text{ ريال}$$

$$\text{نصيب الثاني} = 200 \times 5 = 1000 \text{ ريال}$$





مثال (٩) : قطار به ٨٢٠ راكباً ، فإذا كان عدد ركاب الدرجة الأولى $\frac{3}{4}$ عدد ركاب الدرجة الثانية ، وعدد ركاب الدرجة الثانية $\frac{3}{5}$ عدد ركاب الدرجة الثالثة . فكم عدد ركاب الدرجة الثالثة ؟

الحل :-

عدد ركاب الدرجة الأولى : الثانية : الثالثة

$$3 \times \quad : \quad 4 \quad : \quad 3$$

$$4 \times \quad 5 \quad : \quad 3 \quad :$$

$$: \quad 12 \quad : \quad 9$$

$$20 \quad : \quad 12 \quad :$$

$$20 \quad : \quad 12 \quad : \quad 9$$

$$\text{مجموع الأجزاء} = 20 + 12 + 9 = 41$$

$$\text{قيمة الجزء} = \frac{820}{41} = 20$$

$$\text{عدد ركاب الدرجة الثالثة} = 20 \times 20 = 400 \text{ راكب}$$

مثال (١٠) : قطعة أرض مثلثة الشكل النسبة بين أطوالها ٥ : ١٢ : ١٣ ، فإذا كان محيط قطعة الأرض ٤٢٠ متراً . فأوجد أطوال أضلاعها ؟

الحل :-

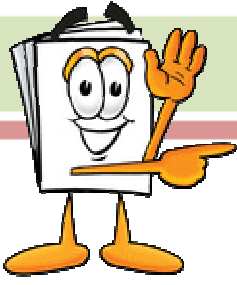
$$\text{مجموع القيم} = 5 + 12 + 13 = 30$$

$$\text{قيمة الجزء} = \frac{420}{30} = 14 \text{ متراً}$$

$$\text{بضرب الـ 14 في النسب } 5 : 12 : 13$$

$$\text{أطوال أضلاع قطعة الأرض} = 70 \text{ متراً ، } 168 \text{ متراً ، } 182 \text{ متراً}$$





**مسائل متنوعة على التناسب
((قدرة العامل + الصنبور))**

قاعدة (١) :

$$\text{مدة إنجاز العمل كله} = \frac{\text{حاصل ضرب العددين}}{\text{مجموع العددين}}$$

قاعدة (٢) :

$$\text{ما ينجز خلال يوم أو ساعة} = \frac{\text{مجموع العددين}}{\text{حاصل ضربهما}}$$

$$\text{مدة إنجاز العمل كله} = \frac{1}{\text{ما ينجز خلال يوم أو ساعة}}$$

قاعدة (٣) :

$$\frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_1} = \frac{1}{z}$$

حيث z زمن ((مدة انجاز العمل سوياً))

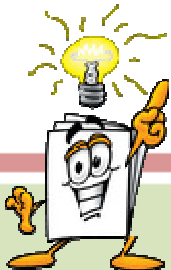
حيث z_1 زمن الشخص الأول بمفرده

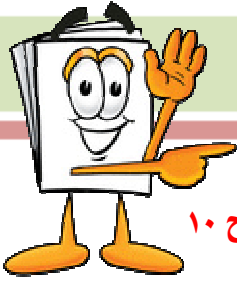
حيث z_2 زمن الشخص الثاني بمفرده

قاعدة (٤) :

$$\text{زمن التعبئة} = \frac{\text{حاصل الضرب}}{\text{حاصل الجمع}}$$

$$\text{زمن التفريغ} = \frac{\text{حاصل الضرب}}{\text{حاصل الطرح}}$$





مثال (١) : يستغرق سالم ٨ ساعات لحرث حقل والده بينما يستغرق صالح ١٠ ساعات لحرث الحقل نفسه ، إذا عمل الاثنان معاً في حرث الحقل . فكم يستغرقان من الوقت ؟

الحل (١) :-

$$\text{الزمن} = \frac{\text{حاصل ضرب العددين}}{\text{مجموع العددين}} = \frac{١٠ \times ٨}{١٠ + ٨} = \frac{٨٠}{١٨} = \frac{٤}{٩} \text{ ساعة}$$

الحل (٢) :-

$$\frac{١}{٨٠} = \frac{١}{١٠} + \frac{١}{٨} = \frac{١}{٢ز} + \frac{١}{١ز} = \frac{١}{ز}$$

إذاً

$$ز = \frac{٨٠}{٩} = \frac{٤}{٩} \text{ ساعة}$$

مثال (٢) : إذا كان الصنبور الأول يملأ الحوض في ٢ ساعة و كان الصنبور الثاني يملأ الحوض في ٣ ساعات و كان الصنبور الثالث يملأ الحوض في ٦ ساعات . فما المدة الزمنية (بالدقائق) اللازمة لملئ هذا الحوض عند فتح الصنابير الثلاثة معاً ؟

الحل :-

الصنبور الأول يملأ $\frac{١}{٢}$ الحوض في ساعة واحدة

الصنبور الثاني يملأ $\frac{١}{٣}$ الحوض في ساعة واحدة

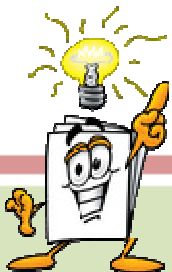
الصنبور الثالث يملأ $\frac{١}{٦}$ الحوض في ساعة واحدة

بما أن الصنابير كلها مفتوحة معاً في نفس الوقت

$$\text{مقدار الماء في الحوض في ساعة} = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٣} + \frac{١}{٦} = \frac{٦}{٦} = ١$$

أي أن الحوض يمتلأ بعد ساعة واحدة

نحول من ساعة إلى دقيقة = $٦٠ \times ١ = ٦٠$ دقيقة





مثال (٣) : يستطيع أحمد أن يدهن البيت في ٣ ساعات و عادل يدهن البيت في ساعتين ، إذا قاما بدهن البيت معاً . فكم ساعة يستغرقان في دهن البيت ؟

الحل (١) :-

$$\text{ما ينجز خلال ساعة} = \frac{\text{حاصل ضرب العددين}}{\text{مجموع العددين}} = \frac{2 \times 3}{2 + 3} = \frac{6}{5} = 1,2 = \text{ساعة و } 12 \text{ دقيقة}$$

همسة : ١,٢ ساعة = ١ ساعة و ٠,٢ من الساعة = ١ ساعة و (٠,٢ × ٦٠ = ١٢ دقيقة)

الحل (٢) :-

أحمد يدهن في ساعة ← $\frac{1}{3}$ الجدار
عادل يدهن في ساعة ← $\frac{1}{4}$ الجدار
الاثنان معاً في ساعة = $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ من الجدار
ومنها

الاثنان معاً في ١ ساعة ← $\frac{5}{6}$ من الجدار
الاثنان معاً في ١ ساعة ← $\frac{1}{6}$ من الجدار

نوع التناسب طردي

$$\begin{aligned} \text{س} \times \frac{5}{6} &= \frac{1}{6} \times 1 \\ \text{س} &= \frac{1 \times 6}{5} \\ \text{س} &= 1,2 \end{aligned}$$

س = ١ ساعة و ٠,٢ من الساعة

س = ١ ساعة و (٠,٢ × ٦٠ = ١٢ دقيقة)

س = ١ ساعة و ١٢ دقيقة

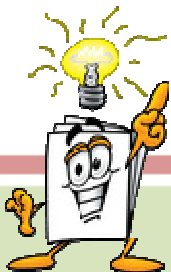
مثال (٤) : ينهي راشد عمل معين خلال ٤٠ ساعة و تنهي شهد نفس العمل خلال ٦٠ ساعة . إذا عملاً معاً فكم سينهون من العمل خلال ١٠ ساعات ؟

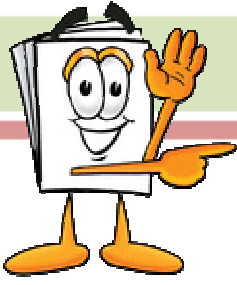
الحل (١) :-

في خلال ١٠ ساعات سينهي راشد ما مقداره = $\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$ من العمل

في خلال ١٠ ساعات ستنتهي شهد ما مقداره = $\frac{10}{60} = \frac{1}{6}$ من العمل
إذاً

$$\text{معاً سينهيان} = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12} \text{ من العمل}$$





الحل (٢) :-

إذا عملاً معاً لمدة ساعة سينهون $\frac{1}{60} + \frac{1}{40} = \frac{1}{24}$ من العمل
وبالتالي سينهون العمل كاملاً في ٢٤ ساعة
ومنها

سينهون في ١٠ ساعات ما مقداره $\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$ من العمل

الحل (٣) :-

الزمن = $\frac{\text{حاصل ضرب العددين}}{\text{مجموع العددين}} = \frac{60 \times 40}{60 + 40} = 24$ ساعة
إذاً

في ٢٤ ساعة ← إنجاز العمل بالكامل $\frac{1}{24}$
في ١٠ ساعات ← إنجاز $\frac{10}{24}$ من العمل
نوع التناسب طردي

س = $\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$ من العمل

مثال (٥) : ٣ عمال يبنون جدار في ٣ أيام ، أنضم إليهم عامل رابع وأصبح قدرتهم
إنهاء الجدار خلال يومين . ما هي قدرة العامل الرابع ؟

الحل :-

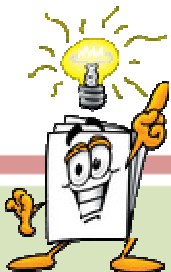
العمال الثلاثة يبنون $\frac{1}{3}$ جدار في اليوم
العمال الأربعة يبنون $\frac{1}{2}$ جدار في اليوم
إذاً

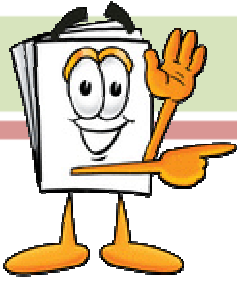
العامل الرابع يبني $\frac{1}{6} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$ جدار في اليوم

مثال (٦) : عاملان بمحل الدهان ، العامل الأول يدهن المنزل في ٦ ساعات والآخر
يدهن نفس المنزل في ٨ ساعات ، عملاً معاً لمدة ساعتين ثم ترك العامل الأول
زميلته يعمل بمفرده . كم يستغرق العامل الثاني لإكمال العمل ؟

الحل :-

العامل الأول ينهي في ساعتين $\frac{2}{6}$ من العمل أي ينهي $\frac{1}{3}$
العامل الثاني ينهي في ساعتين $\frac{2}{8}$ من العمل أي ينهي $\frac{1}{4}$
الاثنان معاً في ساعتين $\frac{2}{12} = \frac{1}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ من العمل ويتبقى $\frac{5}{12}$
الثاني في ١ ساعة ينهي $\frac{1}{8}$
ففي ٥ ساعة ينهي $\frac{5}{8}$





إذاً

$$\frac{1}{8} \times 1 = \frac{1}{12} \times 3$$

$$\frac{1}{8} \times 1 = \frac{1}{12} \times 3$$

$$\frac{1}{3} = 3$$

$$3 = 3 \text{ ساعات و } \frac{1}{3} \text{ الساعة}$$

$$3 = 3 \text{ ساعات و } \frac{1}{3} \times 60 \text{ دقيقة}$$

$$3 = 3 \text{ ساعات و } 20 \text{ دقيقة}$$

مثال (٧) : يحتاج عاملان إلى ١٥ يوم من العمل لبناء سور حول حديقة منزلية فإذا عملاً معاً لمدة ٦ أيام ثم توقف الأول و أستمر الثاني في العمل بمضردة فإنه يحتاج إلى ٣٠ يوماً آخر لإتمام بناء السور . فكيف يوماً يحتاج العامل الثاني لبناء السور بمضردة ؟

الحل :-

العاملان في ٦ أيام ينهون $\frac{6}{15}$ من العمل

العامل الثاني في ٣٠ يوم ينهي بمضرده $\frac{9}{15}$ من العمل

إذاً

ينهي $\frac{9}{15}$ من العمل في ٣٠ يوم

ينهي $\frac{15}{15}$ من العمل في ٣٠ يوم

نوع التناسب طردي

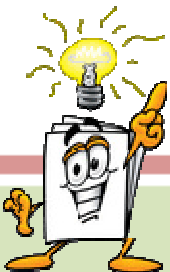
إذاً

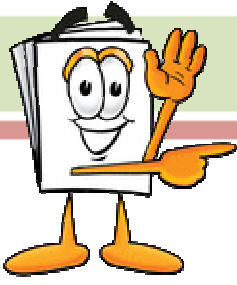
$$\frac{15}{15} \times 30 = \frac{9}{15} \times 30$$

ومنها

$$30 = \frac{9 \times 30}{15} = 50 \text{ يوم}$$

مثال (٨) : ينجز عمرو وزياد عمل في ١٠ أيام ، و ينجز عمر و محمد العمل نفسه في ١٢ يوم كما ينجز زياد و محمد العمل نفسه في ١٥ يوم . إذا عمل الثلاثة جميعاً ففي كم يوم ينجز العمل ؟





الحل :-

$$\frac{1}{ز} + \frac{1}{زا} = \frac{1}{ز}$$

حيث ز (مدة انجاز العمل سوياً) ، زا (زمن الشخص الأول) ، ز٢ (زمن الشخص الثاني)
ومنها

ع = زمن الشخص الأول بمفرده (عمر)

ز = زمن الشخص الثاني بمفرده (زياد)

م = زمن الشخص الثالث بمفرده (محمد)

إذاً

$$\frac{1}{١٠} = \frac{1}{ز} + \frac{1}{ع}$$

$$\frac{1}{١٢} = \frac{1}{م} + \frac{1}{ع}$$

$$\frac{1}{١٥} = \frac{1}{م} + \frac{1}{ز}$$

بجمع المعادلات

$$\frac{1}{٤} = \left(\frac{1}{م} + \frac{1}{ز} + \frac{1}{ع} \right) ٢$$

ومنها

$$\frac{1}{٨} = \frac{1}{م} + \frac{1}{ز} + \frac{1}{ع}$$

إذاً

يحتاجون ٨ أيام

مثال (٩) : يمكن ملء حوض بالماء بثلاث طرق أولاً : إذا فتحنا الصنبور الأول فقط فإنه يملأه خلال ٣ ساعات . وإذا فتحنا الصنبور الثاني فقط فإنه يملأه خلال ٤ ساعات . وإذا فتحنا الصنبور الثالث فقط فإنه يملأه خلال ٥ ساعات . كم ساعة تلتزم لكي نملأ الحوض عند فتح الصنابير الثلاثة معاً ؟

الحل :-

الصنبور الأول يملأ الحوض في $\frac{1}{٣}$ ساعة

الصنبور الثاني يملأ الحوض في $\frac{1}{٤}$ ساعة

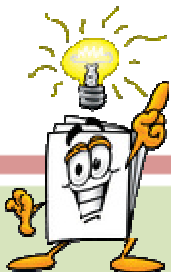
الصنبور الثالث يملأ الحوض في $\frac{1}{٥}$ ساعة

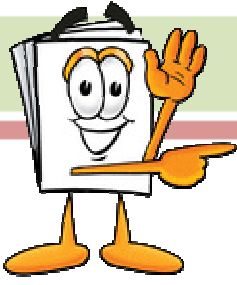
$$\text{الثلاثة معاً في ساعة} = \frac{1}{٣} + \frac{1}{٤} + \frac{1}{٥} = \frac{١٢ + ١٥ + ٢٠}{٦٠} = \frac{٤٧}{٦٠} \text{ من الحوض}$$

ومنها

١ ساعة ← من الحوض $\frac{٤٧}{٦٠}$

٣ ساعة ← من الحوض $\frac{٦٠}{٦٠}$





إذاً

$$\text{س} \times \frac{47}{60} = 1 \times \frac{60}{60}$$

$$\text{س} = \frac{60}{47}$$

$$\text{س} = 1,27 \text{ ساعة}$$

مثال (١٠) : عصام تمكن من غسيل و تلميع سيارته في ٣ ساعات بينما أخوه سعد تمكن من عمل ذلك في ساعتين . إذا عملاً معاً كم من الوقت يلزمهم ؟

الحل :-

عصام يغسل $\frac{1}{3}$ السيارة في ساعة

سعد يغسل $\frac{1}{2}$ السيارة في ساعة

الاثنان معاً $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ = السيارة في ساعة

إذاً

في ١ ساعة $\frac{5}{6}$ السيارة
في ٣ ساعات $\frac{1}{2}$ السيارة

ومنها

$$\text{س} \times \frac{5}{6} = 1 \times \frac{6}{6}$$

$$\text{س} = \frac{6}{5}$$

س = ١ ساعة و $\frac{1}{5}$ من الساعة

س = ١ ساعة و ($\frac{1}{5} \times 60$) دقيقة

س = ١ ساعة و ١٢ دقيقة

مثال (١١) : خزان ماء فارغ تصب فيه حنفيتان الأولى تملؤه لوحدها في ٤ ساعات و الثانية تملؤه في ٣ ساعات ، فتحنا معاً علماً بأن يوجد بأسفله حنفيّة تفرغه في ساعتين . بعد كم ساعة يمتلئ الخزان و الحنفيات الثلاث مفتوحة ؟

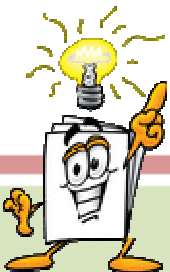
الحل :-

$$\text{في الساعة الواحدة يكون في الخزان} = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{6 - 4 + 3}{12} = \frac{5}{12} \text{ من الخزان}$$

في ١ ساعة $\frac{5}{12}$ من الخزان
في ٣ ساعات $\frac{12}{12}$ من الخزان

نوع التناسب طردي

$$\text{س} \times \frac{5}{12} = 1 \times \frac{12}{12} \text{ ومنها س} = \text{يمتلئ الخزان في ١٢ ساعة}$$





مثال (١٢) : حنفيتان الأولى تملأ الحوض في ٦ ساعات و الثانية تملأ الحوض في ٣ ساعات فتحتا معاً فإن الحوض يمتلئ في ؟

الحل :-

في الساعة الواحدة تملأ الحنفيتان
الحوض $\frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$
ومنها

في ١ ساعة الحوض $\frac{1}{3}$
في س ساعة الحوض $\frac{2}{3}$
إذاً

$$\frac{2}{3} \times 1 = \frac{1}{3} \times س$$
$$س = ٢$$

فإن الحوض يمتلئ في ساعتين

مثال (١٣) : إذا كان عدد عمال دهان يساوي س ، ويقومون بدهن ص منزلاً في ع يوم ، كم منزلاً يستطيع خمسة عمال دهنه في يومين ؟ إذا كان يعملون بنفس السرعة .

الحل :-

ممکن حل السؤال باستخدام فكرة الضرب التبادلي لأننا تكلمنا هنا عن ثلاثة أشياء .

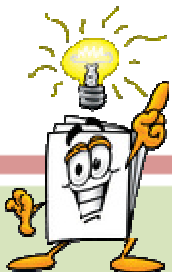
| عدد العمال | عدد المنازل | عدد الأيام |
|------------|-------------|------------|
| س | ص | ع |
| ٥ | كم منزلاً | ٢ |

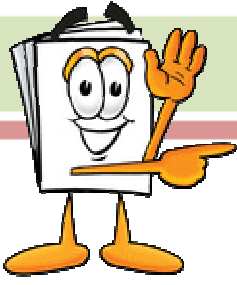
ومنها

$$س \times كم منزلاً \times ع = ٥ \times ص \times ٢$$

$$س \times ع \times كم منزلاً = ١٠ \times ص$$

$$كم منزلاً = \frac{١٠ \times ص}{س \times ع}$$





مثال (١٤) : صنوبر ماء يملأ خزاناً في ساعة ونصف ، وصنوبراً آخر يملأ الخزان نفسه في ٤٥ دقيقة . فكم ساعة يستغرق ملء الخزان إذا فتح الصنوبران معاً ؟

الحل :-

ساعة ونصف = ٩٠ دقيقة

إذاً

$$\frac{1}{٣٠} = \frac{٢}{٩٠} = \frac{٢+١}{٩٠} = \frac{١}{٤٥} + \frac{١}{٩٠}$$

ومنها

$$\begin{array}{l} ١ \text{ دقيقة} \\ \swarrow \searrow \\ \frac{1}{٣٠} \quad \frac{1}{٣٠} \\ \searrow \swarrow \\ ٣ \text{ دقيقة} \end{array}$$

نوع التناسب طردي

$$\frac{٢}{٣٠} \times ١ = \frac{١}{٣٠} \times \text{س}$$

س = ٢٠ دقيقة

نحول من دقيقة إلى ساعة

س = ٢٠ دقيقة

س = $\frac{١}{٣}$ ساعة

مثال (١٥) : إذا كانت حنفية تملأ خزان سعة ٢٤ م^٣ في ساعتين ، وحنفية أخرى تملأ الخزان نفسه في أربع ساعات . فإذا فتحت الحنفتين معاً فكم متراً مكعباً تملأ الحنفية الأخرى من الخزان ؟

الحل :-

ز = الزمن الكلي لملء الخزان

$$\frac{٣}{٤} = \frac{١}{٤} + \frac{١}{٣} = \frac{١}{ز}$$

ومنها

$$\begin{array}{l} ١ \text{ ساعة} \\ \swarrow \searrow \\ \frac{٣}{٤} \text{ الخزان} \quad \frac{٣}{٤} \text{ الخزان} \\ \searrow \swarrow \\ ٣ \text{ ساعة} \end{array}$$

إذاً

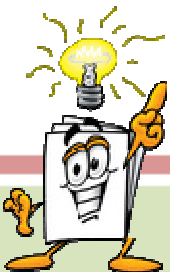
$$\frac{٤}{٤} \times ١ = \frac{٣}{٤} \times \text{س}$$

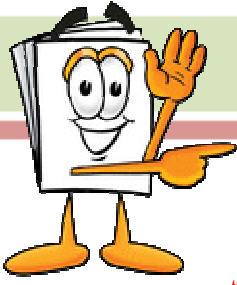
س = $\frac{٤}{٣}$

الزمن لملء الخزان عند فتح الحنفتين $\frac{٤}{٣}$ ساعة

معدل الملء في الساعة للحنفية الثانية = $\frac{٢٤}{٤} = ٦$ م^٣ في الساعة

عندها تكون الحنفية الأخرى قد ملأت = $٦ \times \frac{٤}{٣} = ٨$ م^٣





مثال (١٦) : صنبور ماء يملأ خزان في ٤ ساعات ، وفي أسفل الخزان يوجد فتحة للتفريغ ، تصرف الخزان كاملاً في ساعة . لو فتحنا الصنبور والفتحة معاً (وكان الخزان ممتلئاً) فكم يحتاج الخزان من الوقت ليصرف تماماً ؟

الحل :-

$$\text{زمن التفريغ} = \frac{\text{حاصل الضرب}}{\text{حاصل الطرح}}$$

$$\text{زمن التفريغ} = \frac{60 \times 240}{60 - 240} = \frac{14400}{180} = 80 \text{ دقيقة}$$

مثال (١٧) : صنبوران للمياه الأول يملأ الخزان في ساعة و الثاني يملؤه بعد ثلث ساعة . فكم من الوقت يملئانه معاً إذا فتحا في آن واحد في الخزان ؟

الحل :-

$$\frac{1}{15} = \frac{4}{60} = \frac{3+1}{60} = \frac{1}{20} + \frac{1}{60}$$

إذاً

$$\begin{array}{l} 1 \text{ ساعة} \\ 3 \text{ ساعة} \\ \hline 15 \\ \hline 15 \\ \hline 15 \end{array}$$

ومنها س = ١٥ دقيقة

مثال (١٨) : ينهي ٤ خبراء عمل معين خلال ١٤ يوم في حين أن ٣ عمال ينهون نفس العمل خلال ٣٥ يوم . خلال كم من الزمن ينهي الخبراء و العمال نفس العمل لو عملاً معاً ؟

الحل :-

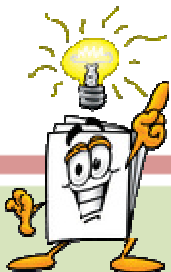
٤ خبراء يستغرقون ١٤ يوم إذا يستطيعون عمل $\frac{1}{14}$ خلال اليوم
٣ عمال يستغرقون ٣٥ يوم إذا يستطيعون عمل $\frac{1}{35}$ خلال اليوم
وبالتالي الخبراء والعمال إنجاز عمل خلال يوم واحد مقداره $\frac{1}{14} + \frac{1}{35} = \frac{1}{10}$
ومنها

$$\begin{array}{l} 1 \text{ يوم} \\ 3 \text{ يوم} \\ \hline 10 \\ \hline 10 \\ \hline 10 \end{array}$$

إذاً

$$\text{س} \times \frac{1}{10} = 1 \times \frac{1}{10}$$

س = ١٠ أيام





مثال (١٩) : رجل يستطيع إنجاز عمل خلال ٩ أيام ويستطيع ابنه إنجاز نفس العمل خلال ١٦ يوم إذا كان قد بدأ العمل معاً سوياً وبعد ٤ أيام ترك الابن العمل وظل الأب يعمل وحيداً . كم عدد الأيام التي يحتاجها الأب لإنجاز ما بقي من العمل ؟

الحل :-

$$\text{ما أنجزه الابن} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 25\%$$

الابن أنجز ربع مقدار عمل والده

$$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \text{النسبة المئوية}$$

$$\frac{25}{100} = \frac{\text{س}}{9}$$

$$\text{س} = \frac{25 \times 9}{100} = 2,25$$

في الأربعة أيام عمل الابن مع الأب = $2,25 + 4 = 6,25$

عدد الأيام التي يحتاجها الأب لإنجاز العمل = $6,25 - 9 = 2,75$ يوم

حل آخر :

الأب ينجز في اليوم $\frac{1}{9}$ من العمل ، الابن ينجز في اليوم $\frac{1}{16}$ من العمل

الاثنان معاً في اليوم ينجزان = $\frac{1}{9} + \frac{1}{16} = \frac{25}{144}$ من العمل

إذاً في ٤ أيام = $\frac{25}{144} \times 4 = \frac{25}{36}$ من العمل

يتبقى من العمل $\frac{11}{36}$

ومنها الأب ينجز في اليوم $\frac{1}{9}$ من العمل ، ويتبقى كم يوم لينجز $\frac{11}{36}$ من العمل

نضرب عدد الأيام التي يحتاجها الأب لإنجاز ما بقي من العمل = س

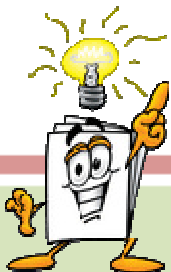
$$1 \text{ يوم} \leftarrow \frac{1}{9}$$

$$\text{س يوم} \leftarrow \frac{11}{36}$$

إذاً

$$\text{س} \times \frac{1}{9} = 1 \times \frac{11}{36}$$

$$\text{س} = 2,75 \text{ يوم}$$





مثال (٢٠) : ٣ عمال ينجزون بناء حائط بـ ٣ ساعات انضم عامل رابع وأنجزوا الحائط بـ ساعتين بكم ساعة ينهي العامل الرابع الحائط لوحدة ؟

الحل :-

٣ عمال ينجزون $\frac{1}{3}$ بناء الحائط خلال ساعة

العامل الرابع ينجز $\frac{1}{4}$ بناء الحائط خلال ساعة

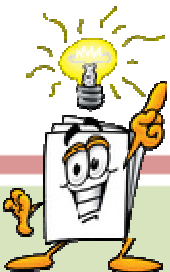
أنجزوا معاً $\frac{1}{4}$ بناء الحائط خلال ساعة

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$$

إذاً

ن = ٦ ساعات





..(المتوسط الحسابي - الوسيط - المنوال)..

القوانين :-

$$١) \text{ الوسط الحسابي للأعداد} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد الأعداد}}$$

٢) الوسط الحسابي لعينة من الأرقام تمثل متابعته حسابية :-

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{أصغر عدد} + \text{أكبر عدد}}{٢}$$

٣) إيجاد مجموع القيم باستخدام الوسط الحسابي :

$$\text{مجموع القيم} = \text{الوسط الحسابي} \times \text{عدد القيم}$$

٤) إيجاد العدد الناقص باستخدام الوسط الحسابي :

$$\text{العدد الناقص} = (\text{الوسط الحسابي} \times \text{عدد القيم}) - \text{مجموع القيم المعطاة}$$

٥) الوسيط :

الوسيط هو القيمة المتوسطة في الترتيب بعد ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً .

٦) المنوال :

المنوال هو القيمة الأكثر شيوعاً .





مثال (١) : أوجد الوسط الحسابي للأعداد الآتية : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥

الحل :-

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددتها}} = \frac{٥ + ٤ + ٣ + ٢ + ١}{٥} = ٣$$

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{أصغر قيمة} + \text{أكبر قيمة}}{٢} = \frac{٥ + ١}{٢} = ٣$$

مثال (٢) : الوسط الحسابي للأعداد ٧ ، ٨ ، س ، يساوي ٩ فما قيمة س ؟

الحل :-

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددتها}} = \frac{٧ + ٨ + س}{٣} = ٩$$

$$٢٧ = ١٥ + س$$

$$س = ٢٧ - ١٥$$

$$س = ١٢$$

مثال (٣) : ما هو الوسط الحسابي للمقدارين ٨ س - ٣ ، ٦ س + ٥ ؟

الحل :-

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{٨ س - ٣ + ٦ س + ٥}{٢} = \frac{١٤ س + ٢}{٢} = \frac{(١٤س + ٢)٢}{٢} = ٧ س + ١$$

مثال (٤) : ما هو الوسط الحسابي للأعداد الصحيحة الواقعة بين ٢ ، ١٢

الحل :-

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددتها}} = \frac{٣ + ٤ + ٥ + ٦ + ٧ + ٨ + ٩ + ١٠ + ١١}{٩} = \frac{٦٣}{٩} = ٧$$

حل آخر : بما أن المتتالية حسابية

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{أصغر قيمة} + \text{أكبر قيمة}}{٢} = \frac{١١ + ٣}{٢} = ٧$$





مثال (٥) : إذا كان المتوسط الحسابي للكميات $(٣+٢)$ ، $(٥+١)$ ، $(٣-١)$ هو $\frac{٥}{٣}$ فما قيمة المتوسط الحسابي للعدد ٥ ص ؟

الحل :-

$$\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددتها}} = \text{المتوسط الحسابي}$$

$$\text{ص} = \frac{(٣+٢) + (٥+١) + (٣-١)}{٣}$$

$$\text{ص} = \frac{٩}{٣} = ٣ \text{ ومنها } ٥ \text{ ص} = ٣ \times ٥ = ١٥ \text{ وبالمثل } \frac{٥}{٣} \text{ ص} = ٣ \times \frac{٥}{٣} = ٥$$

$$\text{إذاً المطلوب المتوسط الحسابي للعدد } ٥ \text{ ص} = \frac{٥ + ١٥}{٢} = ١٠$$

مثال (٦) : إذا كان متوسط أعمار ٥ أشخاص يساوي ٢٥ عاماً فإذا أخذنا أحدهم صار المتوسط ٢٧ عاماً . فكم عمر الشخص الخامس ؟

الحل :-

$$\frac{\text{مجموع أعمار ٥ أشخاص}}{\text{عددهم}} = \text{متوسط أعمار ٥ أشخاص}$$

$$٢٥ = \frac{\text{مجموع أعمار ٥ أشخاص}}{٥} \leftarrow \text{مجموع أعمار ٥ أشخاص} = ٥ \times ٢٥ = ١٢٥$$

$$\frac{\text{مجموع أعمار ٤ أشخاص}}{\text{عددهم}} = \text{متوسط أعمار ٤ أشخاص}$$

$$٢٧ = \frac{\text{مجموع أعمار ٤ أشخاص}}{٤} \leftarrow \text{مجموع أعمار ٤ أشخاص} = ٤ \times ٢٧ = ١٠٨$$

إذاً

$$\text{عمر الشخص الخامس} = ١٢٥ - ١٠٨ = ١٧ \text{ سنة}$$





مثال (٧) : إذا كان الوسط الحسابي لخمس أعداد متتالية يساوي ١٠ فإن العدد الأكبر يساوي ؟

الحل :-

من جملة أعداد متتالية نفرض الأعداد س، (س+١)، (س+٢)، (س+٣)، (س+٤)

$$\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددتها}} = \text{المتوسط الحسابي}$$

$$\frac{س + س + ١ + س + ٢ + س + ٣ + س + ٤}{٥} = ١٠$$

$$١٠ + س = ٥٠$$

$$١٠ - ٥٠ = س$$

$$٤٠ = س$$

$$٨ = س \quad \text{إذاً العدد الأكبر} = س + ٤ = ٨ + ٤ = ١٢$$

مثال (٨) : المتوسط الحسابي لأربع أعداد هو ٢٠٥ عندما استبدل أحد هذه الأعداد بالعدد ٩٩ أصبح المتوسط الحسابي ٢٠٠ أوجد العدد الذي تم استبداله ؟

الحل :-

$$\frac{س + ١ + س + ٢ + س + ٣ + س + ٤}{٤} = \text{المتوسط الحسابي لأربع أعداد}$$

$$٨٢٠ = ٤ \times ٢٠٥ = س + ١ + س + ٢ + س + ٣ + س + ٤ \leftarrow \frac{س + ١ + س + ٢ + س + ٣ + س + ٤}{٤} = ٢٠٥$$

$$٨٠٠ = ٤ \times ٢٠٠ = س + ١ + س + ٢ + س + ٣ + س + ٤ + ٩٩ \leftarrow \frac{س + ١ + س + ٢ + س + ٣ + س + ٤ + ٩٩}{٤} = ٢٠٠$$

$$٧٠١ = ٩٩ - ٨٠٠ = س + ٣ + س + ٤$$

العدد الذي تم استبداله + مجموع ثلاثة أعداد = مجموع أربعة أعداد

$$٨٢٠ = ٧٠١ + \text{العدد الذي تم استبداله}$$

$$٧٠١ - ٨٢٠ = \text{العدد الذي تم استبداله}$$

$$١١٩ = \text{العدد الذي تم استبداله}$$





مثال (٩) : $٣٠ = ب + ٣$ ، $١٠ = ب + ٥$ ، $٣٠ = ب + ٥$

الوسط الحسابي للعددين أ ، ب هو :-

الحل :-

$$١٠ = ب + ٥$$

$$٣٠ = ب + ٥$$

بالجمع _____

$$٤٠ = ب + ٨ \quad (\text{بالقسمة على } ٨)$$

$$٥ = ب + ٥$$

$$٢,٥ = \frac{٥}{٢} = \frac{ب + ٥}{٢} = ب$$

مثال (١٠) : الوسط الحسابي للأعداد ٥ ، ٩ ، ٤ ، س هو ٨ فإن قيمته س هو :

الحل :-

$$\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددتها}} = \text{الوسط الحسابي}$$

$$٣٢ = ١٨ + س \quad \leftarrow \quad ٣٢ = ٥ + ٩ + ٤ + س \quad \leftarrow \quad \frac{٥+٩+٤+س}{٤} = ٨$$

$$١٤ = س \quad \leftarrow \quad ١٨ - ٣٢ = س$$

مثال (١١) : الوسط الحسابي بين الوسيط والمنوال للأعداد

٩٠، ٦٠، ٣٠، ٢٠، ٩٠، ١٠، ٥٠

الحل :-

لايجاد الوسيط نرتب الأعداد تصاعدياً ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ٥٠ ، ٦٠ ، ٩٠ ، ٩٠

ثم نأخذ الرقم الذي في المنتصف إذاً الوسيط = ٥٠

المنوال = الرقم الأكثر تكراراً = ٩٠

$$٧٠ = \frac{٩٠ + ٥٠}{٢} = \frac{\text{المنوال} + \text{الوسيط}}{٢}$$





مثال (١٢) : الوسط الحسابي بين ٢^{١٠} ، ٢^{٢٠} هو :

الحل :-

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{٢^{١٠} + ٢^{٢٠}}{٢} = \frac{٢ \times ٢^{١٠} + ٢ \times ٢^{١٩}}{٢} = \frac{٢^{١٠} + ٢^{١٩}}{٢}$$

مثال (١٣) : لديك أ ، ب ، ج ، د أعداد مرتبة ترتيباً تصاعدياً إذا كان

المتوسط = ٤ والوسيط = ٣ فأحسب مجموع (أ + د) ؟

الحل :-

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$$

$$\frac{أ + ب + ج + د}{٤} = ٤ \quad \leftarrow \quad أ + ب + ج + د = ١٦$$

وبالمثل :

$$\frac{ب + ج}{٢} = \text{الوسيط}$$

$$\frac{ب + ج}{٢} = ٣ \quad \leftarrow \quad ب + ج = ٦$$

إذاً

$$أ + (ب + ج) + د = ١٦$$

$$أ + ٦ + د = ١٦$$

$$أ + د = ١٦ - ٦$$

$$أ + د = ١٠$$

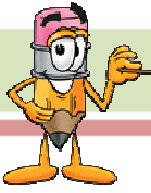
مثال (١٤) : ما هو الوسط الحسابي لمضاعفات العشرة للأعداد

من ١٠ إلى ١٩٠

الحل :-

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{أصغر عدد} + \text{أكبر عدد}}{٢} = \frac{١٠ + ١٩٠}{٢} = ١٠٠$$





..(عدد المستطيلات)..

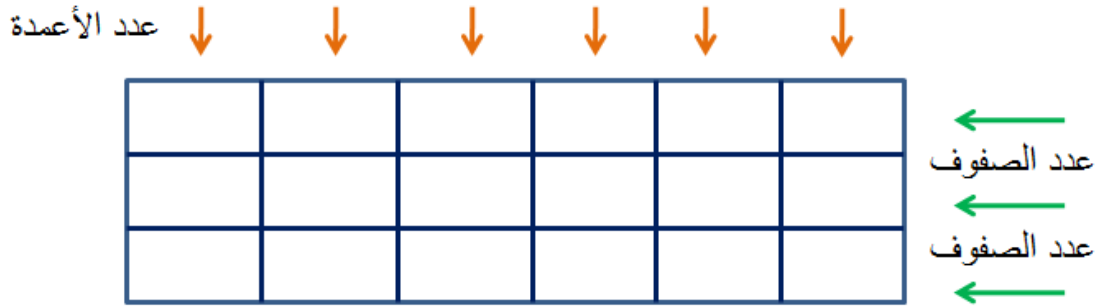
عدد المستطيلات الناشئة من تقسيم مستطيل إلى مستطيلات صغيرة يعطى بالقانون التالي :-

$$\text{عدد المستطيلات} = \frac{م(م+1) \times ن(ن+1)}{4}$$

حيث :

م عدد الصفوف ، ن عدد الأعمدة

مثال (١) : كم عدد المستطيلات في الشكل الآتي :-



الحل (١) :-

$$م = \text{عدد الصفوف} = ٣$$

$$ن = \text{عدد الأعمدة} = ٦$$

$$\text{عدد المستطيلات} = \frac{م(م+1) \times ن(ن+1)}{4}$$

$$\text{عدد المستطيلات} = \frac{٣ \times ٦ \times ٤ \times ٧}{4} = \frac{(١+٦) ٦ \times (١+٣) ٣}{4} = ١٢٦$$

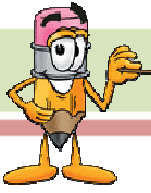
الحل (٢) :-

$$٢١ = ٦ + ٥ + ٤ + ٣ + ٢ + ١$$



$$\text{عدد المستطيلات} = ٢١ \times ٦ = ١٢٦$$





مثال (٢) : كم عدد المستطيلات في الشكل الآتي :-



الحل (١) :-

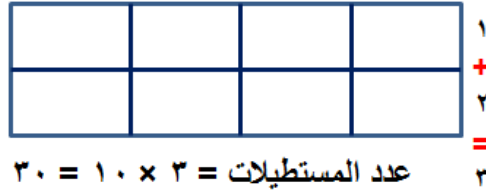
عدد الصفوف = م = ٢

عدد الأعمدة = ن = ٤

$$\text{عدد المستطيلات} = \frac{(1+2) \times (1+4) \times 2}{4} = \frac{5 \times 4 \times 2}{4} = 10$$

الحل (٢) :-

$$10 = 4 + 3 + 2 + 1$$



مثال (٣) : كم عدد المستطيلات في الشكل الآتي :-



الحل (١) :-

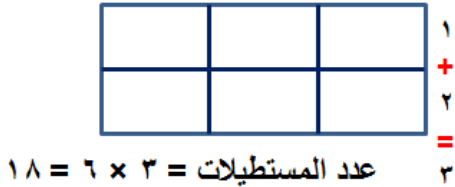
عدد الصفوف = م = ٢

عدد الأعمدة = ن = ٣

$$\text{عدد المستطيلات} = \frac{4 \times 3 \times 2}{4} = 18$$

الحل (٢) :-

$$6 = 3 + 2 + 1$$





..(عدد المربعات)..

قاعدة :-

عدد المربعات الناشئة من تقسيم مربع طول ضلعه ن يعطى بالقانون التالي :-

$$\sum_{r=1}^n r^2 \text{ حيث } r = 1, 2, 3, \dots, n$$

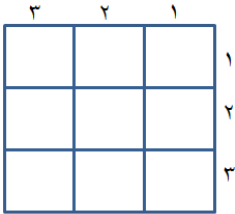
مثال (١) : كم عدد المربعات في الشكل الآتي :-

الحل :-

$$\text{عدد المربعات} = 1^2 + 2^2 + 3^2$$

$$\text{عدد المربعات} = 1 + 4 + 9$$

$$\text{عدد المربعات} = 14 \text{ مربع}$$



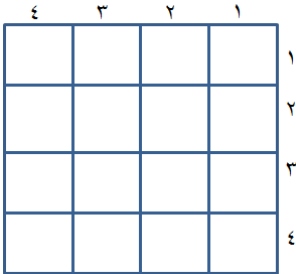
مثال (٢) : كم عدد المربعات في الشكل الآتي :-

الحل :-

$$\text{عدد المربعات} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$$

$$\text{عدد المربعات} = 1 + 4 + 9 + 16$$

$$\text{عدد المربعات} = 30 \text{ مربع}$$



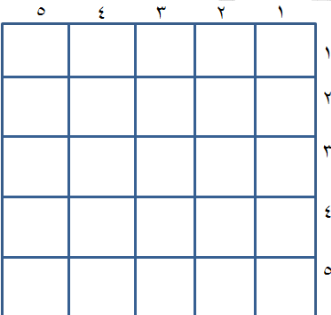
مثال (٣) : كم عدد المربعات في الشكل الآتي :-

الحل :-

$$\text{عدد المربعات} = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$$

$$\text{عدد المربعات} = 1 + 4 + 9 + 16 + 25$$

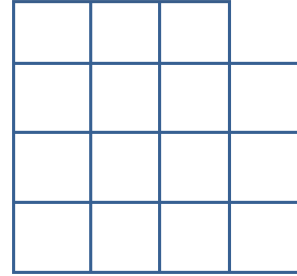
$$\text{عدد المربعات} = 55 \text{ مربع}$$





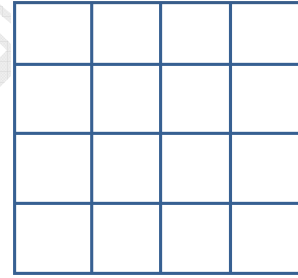
(.. أفكار إضافية)..

مثال (٤) : كم عدد المربعات في الشكل الآتي :-



الحل :-

أكمل الشكل هكذا

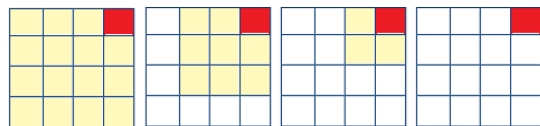
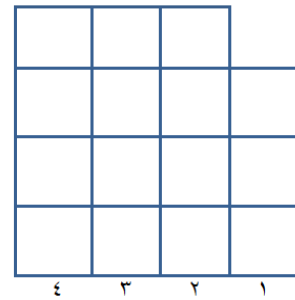


وأحسب عدد المربعات ، هكذا

$$\text{عدد المربعات} = 2(1) + 2(2) + 2(3) + 2(4) = 30$$

ثم أسحب (أطرح) منه ٤ هكذا

طرح ٤ ← →



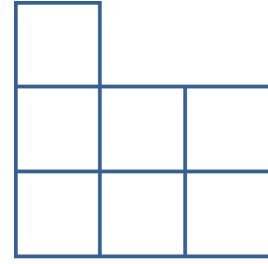
لماذا ٤ ؟ لاحظ المربع فقدناه ٤ مرات . كما في الشكل
إذاً

$$\text{عدد المربعات} = 30 - 4 = 26 \text{ مربع}$$



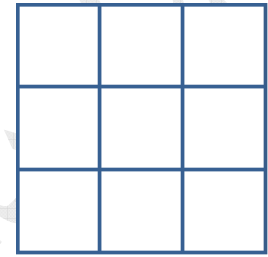


مثال (٥) : كم عدد المربعات في الشكل الآتي :-



الحل :-

أكمل الشكل هكذا



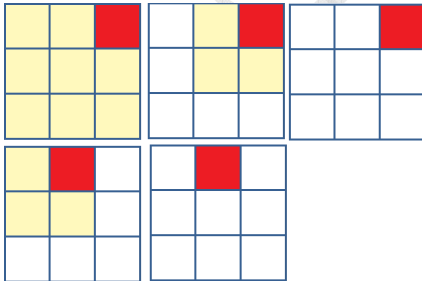
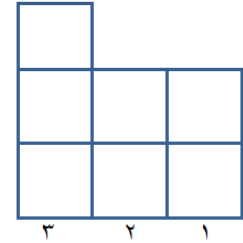
وأحسب عدد المربعات هكذا

$$\text{عدد المربعات} = 2(1) + 2(2) + 2(3) = 14 \text{ مربع}$$

ثم أسحب (أطر) منه ٣ ثم أسحب (أطر) منه ٢ هكذا

← أطر ٢ →

← أطر ٣ →



لماذا ٣ ؟ لاحظ المربع فقدناه ٣ مرات . كما في الشكل

لماذا ٢ ؟ لاحظ المربع فقدناه مرتين . كما في الشكل

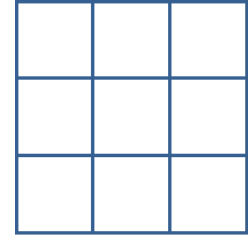
إذاً

$$\text{عدد المربعات} = 14 - 3 - 2 = 9 \text{ مربعات}$$





مثال (٦) : المربع أدناه يتكون من ٩ مربعات متماثلة ، فكم عدد المستطيلات المختلفة (غير مربعات) التي يمكن تشكيلها داخله ؟



الحل :-

$$\text{عدد المستطيلات (والمربعات)} = \frac{(1+2+3) \times (1+2+3) \times 3}{4} = \frac{4 \times 3 \times 4 \times 3}{4} = 36$$

$$\text{عدد المربعات} = 1^2(1) + 2^2(2) + 3^2(3) = 14$$

إذاً

$$\text{عدد المستطيلات (غير المربعات)} = 36 - 14 = 22 \text{ مستطيل}$$

يزيد التعليمية





)..(عدد المثلثات)..(

إذا كان n عدد زوجي فإن عدد المثلثات :-

$$\text{ج ن} = \frac{2n^2 + 5n + 2}{8}$$

إذا كان n عدد فردي فإن عدد المثلثات :-

$$\text{ج ن} = \frac{2n^2 + 5n + 1}{8}$$

بشكل عام مهما تكون قيمة n زوجية أم فردية فإن عدد المثلثات :-

$$\text{ج ن} = \frac{4n^3 + 10n^2 + 4n - 1}{16}$$

مثال (١) : ما هو عدد المثلثات في هذا المثلث المتطابق الأضلاع ؟

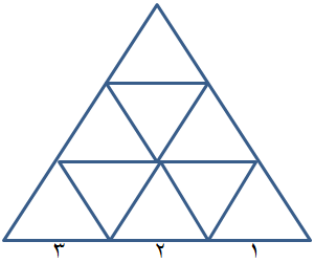
الحل :-

$n = 3$ عدد فردي إذاً

$$\text{ج ن} = \frac{2n^2 + 5n + 1}{8}$$

$$\text{ج ن} = \frac{2(3)^2 + 5(3) + 1}{8}$$

$$\text{ج ن} = \frac{104}{8} = 13 \text{ مثلث}$$





مثال (٢) : ما هو عدد المثلثات في هذا المثلث المتطابق الأضلاع ؟

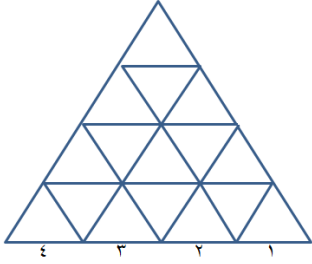
الحل :-

ن = ٤ عدد زوجي إذاً

$$\text{ج د} = \frac{٢ ن^٢ + ٥ ن + ٢}{٨}$$

$$\text{ج د} = \frac{٢ (٤)^٢ + ٥ (٤) + ٢}{٨}$$

$$\text{ج د} = \frac{٢١٦}{٨} = ٢٧ \text{ مثلث}$$



مثال (٣) : ما هو عدد المثلثات في هذا المثلث المتطابق الأضلاع ؟

الحل (١) :-

ن = ٥ عدد فردي إذاً

$$\text{ج ن} = \frac{٤ ن^٣ + ١٠ ن^٢ + ٤ ن - ١}{١٦}$$

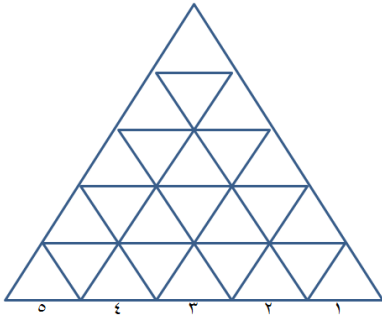
$$\text{ج ه} = \frac{٤ (٥)^٣ + ١٠ (٥)^٢ + ٤ (٥) - ١}{١٦}$$

$$\text{ج ه} = \frac{٧٦٨}{١٦} = ٤٨ \text{ مثلث}$$

الحل (٢) :-

$$\text{ج د} = \frac{٢ ن^٢ + ٥ ن + ١}{٨}$$

$$\text{ج د} = \frac{٢ (٥)^٢ + ٥ (٥) + ١}{٨} = \frac{٣٨٤}{٨} = ٤٨ \text{ مثلث}$$





(..(قوانين الأسس والجذور)..)

الأسس :-

(١) $a^m \times a^n = a^{(m+n)}$ حيث $a \neq 0$ صفر

في حالة الضرب أجمع الأسس بشرط الأساسات تكون متساوية

مثال :-

$5^2 \times 5^7 = 5^9$

(٢) $\frac{a^m}{a^n} = a^{(m-n)}$ حيث $a \neq 0$ صفر

مثال :-

$\frac{5^7}{5^3} = 5^{(7-3)} = 5^4$

(٣) $(a^m)^n = a^{(m \times n)}$ حيث $a \neq 0$ صفر

مثال :-

$(5^2)^6 = 5^{(2 \times 6)} = 5^6$

(٤) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ حيث $b \neq 0$ صفر

مثال :-

$\left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5}$

(٥) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

مثال :-

$(s \times v)^5 = s^5 \times v^5$

(٦) $a^0 = 1$ بشرط $a \neq 0$ صفر

مثال :-

$5^0 = 1$

ملاحظة :- في المعادلات الأسية :-

- (١) إذا تساوت الأساسات ← تتساوى الأسس
(٢) إذا تساوت الأسس ← تتساوى الأساسات





مثال : حل المعادلة $س^{2+} - 2 = س^{10} - 2$

الحل :-

$$س^{2+} = س^{10}$$

$$10 = 2 + م$$

$$2 - 10 = م$$

$$8 = م$$

الجدور :-

(١) لا تجمع ولا تطرح إلا الجذور المتشابهة :-

مثال : $\sqrt[3]{11} = \sqrt[3]{(4 + 2 + 5)} = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{5}$

(٢) $\sqrt[2]{6} + \sqrt[3]{5}$ لا يمكن جمعها

(٣) $\sqrt[3]{س \times ص} = \sqrt[3]{س} \times \sqrt[3]{ص}$ حيث $س \leq ص \leq صفر$

مثال : $\sqrt[6]{15} = \sqrt[3]{3} \times \sqrt[2]{5}$

(٤) $\sqrt[3]{\frac{س}{ص}} = \sqrt[3]{س} \div \sqrt[3]{ص}$ حيث $س \leq صفر$ ، $ص < صفر$

(٥) $\sqrt[3]{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt[3]{أ}}{\sqrt[3]{ب}}$

مثال :- حول إلى الصورة الجذرية $س^{\frac{2}{3}}$

الحل :- $\sqrt[3]{س^2}$

مثال :- حول إلى الصورة الأسية $\sqrt[2]{س^5}$

الحل :- $س^{\frac{5}{2}}$





)..(عامل مشترك)..(

مثال (١) : حلل بإخراج العامل المشترك

$$د (س) = ٨س^٢ + ١٢س^٤ + ٤س^٢$$

الحل :-

$$د (س) = ٤س^٢ \times ٢ + ٤س^٢ \times ٣س^٢ + ٤س^٢ \times ١ = ٤س^٢ (٢ + ٣س^٢ + ١)$$

$$د (س) = ٤س^٢ (٣س^٢ + ٣س^٠ + ١)$$

$$د (س) = ٤س^٢ (٣س^٢ + ٣س^٠ + ١)$$

مثال (٢) : حلل بإخراج العامل المشترك

$$٢س + ١٤ص = ٠$$

الحل :-

$$٢س + ١٤ص = ٠$$

$$٢(س + ٧ص) = ٠$$

مثال (٣) : حلل بإخراج العامل المشترك

$$د (أ) = ١٠أ^٤ + ٥أ^٣$$

الحل :-

$$د (س) = ٥أ^٣ (٢أ + ١)$$

$$د (س) = ٥أ^٣ (٢أ + ١)$$

$$د (س) = ٥أ^٣ (٢أ + ١)$$

مثال (٤) : حلل بإخراج العامل المشترك

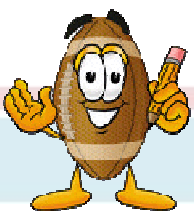
$$٣٢س^٣ص + ١٦س^٢ص + ٨سص = ٠$$

الحل :-

$$٨سص (٤س^٢ + ٢س + ١) = ٠$$

$$٨سص (٤س^٢ + ٢س + ١) = ٠$$

$$٨سص (٤س^٢ + ٢س + ١) = ٠$$





تحليل الحدودية الثلاثية - تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما
تحليل مربع كامل - تحليل الفرق بين مربعين
التحليل بأخذ العامل المشترك - المتراجحة

نتذكر بعض المتطابقات الأساسية :-

(١) مربع مجموع حدين :-

$$(أ + ب)^2 = أ^2 + ٢أب + ب^2$$

(٢) مربع الفرق بين حدين :-

$$(أ - ب)^2 = أ^2 - ٢أب + ب^2$$

مثال :-

$$(س + ٣)^2 = س^2 + ٢ \times ٣ \times س + ٣^2 = س^2 + ٦س + ٩$$

$$(٣) (أ + ب)^2 = أ^2 + ٢أب + ب^2$$

مثال :-

$$(س + ٢)^2 = س^2 + ٢ \times ٣ \times س + ٣^2 = س^2 + ٦س + ٩ + ٨$$

$$(٤) (أ - ب)^2 = أ^2 - ٢أب + ب^2$$

مثال :-

$$(س - ٢)^2 = س^2 - ٢ \times ٦ \times س + ١٢ = س^2 - ١٢س + ٨$$

(٥) الفرق بين مربعين :-

$$أ^2 - ب^2 = (أ - ب)(أ + ب)$$

مثال :-

$$س^2 - ٢٥ = (س - ٥)(س + ٥)$$

(٦) تحليل الفرق بين مكعبين :-

$$أ^3 - ب^3 = (أ - ب)(أ^2 + أب + ب^2)$$

مثال :-

$$س^3 - ٨ = (س - ٢)(س^2 + ٢س + ٤)$$

(٧) تحليل مجموع مكعبين :-

$$أ^3 + ب^3 = (أ + ب)(أ^2 - أب + ب^2)$$





مثال :-

$$س^2 + 27 = (س + 3) (س^2 - 3س + 9)$$

(٨) التحليل بأخذ العامل المشترك :-

مثال :-

$$س^2 + 2س = س(س + 2) = س(س + 2)$$

مثال :-

$$٦س^2 + ٤س = ٢(٣س^2 + ٢س) = ٢س(٣س + ٢)$$

(٩) إذا كانت المعادلة تشتمل على ثلاث حدود تتبع الخطوات الآتية :-

(أ) نستخرج عامل مشترك إن وجد

(ب) نحل المعادلة بطريقة التحليل أو إكمال المربع أو القانون العام

$$\text{حيث القانون العام } س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤أج}}{٢أ}$$

(ج) المميز = $ب^2 - ٤أج$

إذا كان المميز < صفر

نوع الجذرين ← جذران حقيقيان مختلفان

إذا كان المميز = صفر

نوع الجذرين ← جذران حقيقيان متساويان

إذا كان المميز > صفر

نوع الجذرين ← لا يوجد للمعادلة جذور حقيقية

(١٠) تحليل الحدودية الثلاثية :-

تتحلل الحدودية الثلاثية التي على الصورة $س^2 + ب س + ج$ إلى حاصل ضرب

عاملين :-

$$س^2 + ب س + ج = (س + م) (س + ن)$$

حيث :-

$$ب = م + ن ، ج = م \times ن$$

مثال :-

$$\text{حلل الحدودية } س^2 + ٥س + ٦$$

الحل :-

بفرض أن :-





$$س^2 + 5س + 6 = (س + م) (س + ن) \text{ إذا}$$

$$م + ن = 5 ، م \times ن = 6$$

إذا

م ، ن عددان مجموعهما 5 وناتج ضربيهما 6
وحيث أن ناتج ضرب العددين موجب فهما موجبان معاً أو سالبان معاً .
وحيث إن مجموعهما موجب فهما بالقطع موجبان :-

إذا

$$م = 2 ، ن = 3$$

وتكون :-

$$س^2 + 5س + 6 = (س + 2) (س + 3)$$

مثال :-

$$\text{حلل الحدودية } س^2 - 7س + 10$$

الحل :-

$$س^2 - 7س + 10 = (س + م) (س + ن)$$

$$\text{معامل } س = -7 = م + ن$$

$$\text{الحد المطلق } = 10 = م \times ن$$

إذا

م ، ن موجبان معاً أو سالبان معاً
ولكن مجموعهما سالب لذلك فهما سالبان معاً .

مجموع العاملين :-

$$11 - = (10 -) + (1 -)$$

$$7 - = (5 -) + (2 -)$$

عوامل العدد 10 :-

$$10 - ، 1 -$$

$$5 - ، 2 -$$

إذا

العددان هما 2 - ، 5 - وتكون :-

$$س^2 - 7س + 10 = (س - 2) (س - 5)$$

(11) تكوين معادلة إذا علم جذريها :-

المعادلة التي جذريها م ، ن هي :-

$$س^2 - (م + ن)س + (م \times ن) = 0$$





مثال :- كون المعادلة التي جذريها ٣ ، ٤

الحل :-

$$س^٢ - (٤ + ٣)س + (٤ × ٣) = ٠$$

$$س^٢ - ٧س + ١٢ = ٠$$

(١٢) **تنقلب المتراجحة في الحالات الآتية :-**

إذا ضربت طرفي المتراجحة في عدد سالب أو قسمت على سالب

مثال :-

$$٢ < ٥ \quad \longleftarrow \quad ١ - x \quad \longleftarrow \quad ٥ - > ٢$$

إذا انقلبت طرفي المتراجحة

مثال :-

$$٢ < ٥ \quad \longleftarrow \quad \text{نقلب الطرفين} \quad \longleftarrow \quad \frac{١}{٥} > \frac{١}{٢}$$

إذا ربعنا أعداد سالبة

مثال :-

$$٥ - > ٢ \quad \text{نربع الطرفين} \quad ٢٥ < ٤$$





..(المضاعف المشترك الأصغر)..

المضاعف المشترك الأصغر بين عددين أو أكثر ، هو أصغر عدد يقبل القسمة على هذه الأعداد ويرمز له بالرمز (م . م . أ)

مثال (١) : جد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد ٨ ، ٩ ، ١٢ ،

الحل :-

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$3 \times 2 \times 2 = 12$$

أكبر تكرار للعامل ٢ هو $2 \times 2 \times 2$

أكبر تكرار للعامل ٣ هو 3×3

إذاً

$$\text{المضاعف المشترك الأصغر} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$$

مثال (٢) : جد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد ١٨ ، ٢٤ ، ٣٢ ،

الحل :-

$$3 \times 3 \times 2 = 18$$

$$3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

أكبر تكرار للعامل ٢ هو $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

أكبر تكرار للعامل ٣ هو 3×3

إذاً

$$\text{المضاعف المشترك الأصغر} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 288$$





مثال (٣) : جد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد ٢٠ ، ٥٥ ، ٦٣ ،

الحل :-

$$5 \times 2 \times 2 = 20$$

$$11 \times 5 = 55$$

$$7 \times 3 \times 3 = 63$$

أكبر تكرار للعامل ٢ هو 2×2

أكبر تكرار للعامل ٣ هو 3×3

أكبر تكرار للعامل ٥ هو ٥

أكبر تكرار للعامل ٧ هو ٧

أكبر تكرار للعامل ١١ هو ١١

إذاً

$$المضاعف المشترك الأصغر = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 13860$$

مثال (٤) : جد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد ٢٠ ، ٣٥ ، ٥٥ ، ٤٠ ،

الحل :-

$$5 \times 2 \times 2 = 20$$

$$5 \times 7 = 35$$

$$11 \times 5 = 55$$

$$5 \times 2 \times 2 \times 2 = 40$$

أكبر تكرار للعامل ٢ هو $2 \times 2 \times 2$

أكبر تكرار للعامل ٥ هو ٥

أكبر تكرار للعامل ٧ هو ٧

أكبر تكرار للعامل ١١ هو ١١

إذاً

$$المضاعف المشترك الأصغر = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 \times 11 = 3080$$





)..(القاسم المشترك الأكبر)..(

القاسم المشترك الأكبر لعددين أو أكثر هو أكبر عدد تقبل هذه الأعداد القسمة عليه بدون باق ، ويرمز له اختصاراً بالرمز: ق . م . أ

مثال (١) : جد القاسم المشترك الأكبر للأعداد ١٨ ، ٢٧ ، ٤٥ ،

الحل :-

قواسم ١٨ هي ١، ٢، ٣، ٦، ٩، ١٨،

قواسم ٢٧ هي ١، ٣، ٩، ٢٧،

قواسم ٤٥ هي ١، ٣، ٥، ٩، ١٥، ٤٥،

ومنها

القواسم المشتركة هي ١، ٣، ٩،

إذاً

القاسم المشترك الأكبر = ٩

مثال (٢) : جد القاسم المشترك الأكبر للأعداد ٢٨ ، ٢٤ ،

الحل :-

قواسم ٢٤ هي ١، ٢، ٣، ٤، ٦، ٨، ١٢، ٢٤،

قواسم ٢٨ هي ١، ٢، ٤، ٧، ١٤، ٢٨،

ومنها

القواسم المشتركة هي ١، ٢، ٤،

أكبر قاسم مشترك = ٤





مثال (٣) : جد القاسم المشترك الأكبر للأعداد ٢٠ ، ٣٦ ، ٤٨ ،

الحل :-

$$5 \times 2 \times 2 = 20$$

$$3 \times 3 \times 2 \times 2 = 36$$

$$3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 48$$

العامل المشترك هو ٢

أصغر تكرار للعامل ٢ هو 2×2

إذاً

$$\text{القاسم المشترك الأكبر} = 2 \times 2 = 4$$

مثال (٤) : جد القاسم المشترك الأكبر للأعداد ١٨٠ ، ٢٤٠ ،

الحل :-

$$5 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 180$$

$$5 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 240$$

العوامل المشتركة هي : ٢ ، ٣ ، ٥

أصغر تكرار للعامل ٢ هو 2×2

أصغر تكرار للعامل ٣ هو ٣

أصغر تكرار للعامل ٥ هو ٥

إذاً

$$\text{القاسم المشترك الأكبر} = 5 \times 3 \times 2 \times 2 = 60$$





..(لترتيب العمليات بدون أقواس)..

تتبع الخطوات الآتية :-

أولاً : في البداية تجرى العمليات داخل الأقواس

ثانياً : ثم تجرى عمليات الضرب و القسمة من اليمين إلى اليسار

ثالثاً : ثم تجرى عمليات الجمع والطرح من اليمين إلى اليسار

مثال (١) : $5 \times 4 - 3 \div 12 + 8 \times 5$

الحل :-

تجرى عملية ضرب (8×5) ، ثم عملية قسمة ($3 \div 12$) ثم عملية

ضرب (5×4)

$$20 - 4 + 40 =$$

تجرى عملية جمع ($4 + 40$)

$$20 - 44 =$$

تجرى عملية طرح ٢٠ من ٤٤

$$24 =$$

مثال (٢) : $4 \times 8 \div 64 - 120$

الحل :-

اقسم $8 \div 64$

$$4 \times 8 - 120 =$$

اضرب 4×8

$$32 - 120 =$$

$$88 =$$



مثال (٣) : $١٢٠ - ٦٤ \div (٤ \times ٨)$

الحل :-

اضرب (٤×٨)

$$٣٢ \div ٦٤ - ١٢٠ =$$

أقسم $(٣٢ \div ٦٤)$

$$٢ - ١٢٠ =$$

اطرح ٢ من ١٢٠

$$١١٨ =$$

مثال (٤) : $٤ \times ٨ \div (٦٤ - ١٢٠)$

الحل :-

اطرح ٦٤ من ١٢٠

$$٤ \times ٨ \div ٥٦ =$$

اقسم $٨ \div ٥٦$

$$٤ \times ٧ =$$

اضرب ٤×٧

$$٢٨ =$$

مثال (٥) : $٥ \times ٢٤ + ١٠ \div (٤٣ + ١٥٧)$

الحل :-

تجربى عملية جمع $٤٣ + ١٥٧$

$$٥ \times ٢٤ + ١٠ \div ٢٠٠ =$$

تجربى عملية القسمة $(١٠ \div ٢٠٠)$ ثم تجربى عملية الضرب (٥×٢٤)

$$(٥ \times ٢٤) + (١٠ \div ٢٠٠) =$$

$$١٢٠ + ٢٠ =$$

تجربى عملية جمع $١٢٠ + ٢٠$

$$١٤٠ =$$





..(كيفية إيجاد أكبر كسر أو أصغر كسر)..

طرق مقارنة الكسور :-

- ١ (تحويلها إلى عددين عشريين
- ٢ (توحيد مقاماتها ويتم ذلك بطريقتين :-
- أ (إيجاد المضاعف المشترك الأصغر للمقامات
- ب (الضرب التبادلي (المقص)

مثال (١) : قارن بين الكسرين $\frac{2}{5}$ ، $\frac{3}{8}$

الحل (١) :-

بتوحيد المقامات

$$\frac{15}{40} = \frac{5 \times 3}{5 \times 8}$$

$$\frac{16}{40} = \frac{8 \times 2}{8 \times 5}$$

المقامات موحده ، أقرن البسط بالبسط $16 > 15$

إذاً

$$\frac{2}{5} > \frac{3}{8}$$

الحل (٢) :-

$$\frac{2}{5} \quad \frac{3}{8}$$

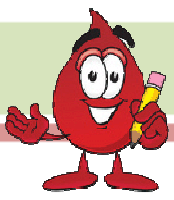
$$2 \times 8 \quad 5 \times 3$$

$$16 > 15$$

إذاً

$$\frac{2}{5} > \frac{3}{8}$$





مثال (٢) : قارن بين الكسرين $\frac{7}{8}$ ، $\frac{6}{7}$

الحل (١) :-

بتوحيد المقامات :-

$$\frac{49}{56} = \frac{7 \times 7}{7 \times 8}$$

$$\frac{48}{56} = \frac{8 \times 6}{8 \times 7}$$

المقامات موحده ، أقارن البسط ب البسط $48 < 49$

إذاً

$$\frac{6}{7} < \frac{7}{8}$$

الحل (٢) :-

$$\frac{6}{7} < \frac{7}{8}$$

$$6 \times 8 \quad 7 \times 7$$

$$48 < 49$$

إذاً

$$\frac{6}{7} < \frac{7}{8}$$

مثال (٣) : أي الكسور التالية أكبر من $\frac{1}{2}$ ؟

(أ) $\frac{13}{26}$ (ب) $\frac{16}{26}$

(ج) $\frac{17}{36}$ (د) $\frac{1}{26}$

الحل (١) :-

راح أستبعد (أ) لأن نصف المقام أي نصف الـ ٢٦ = ١٣ ونحن نريد أكبر من ١٣ أي

أكبر من نصف المقام

راح أستبعد (ج) لأن نصف المقام أي نصف الـ ٣٦ = ١٨ والبسط (١٧) أقل من ١٨

راح أستبعد (د) لأن نصف المقام أي نصف الـ ٢٦ = ١٣ والبسط (١) أقل من ١٣

الحل (ب) لأن نصف المقام أي نصف الـ ٢٦ = ١٣ والبسط (١٦) أكبر من ١٣





الحل (٢) :-

باستخدام فكره الضرب التبادلي (المقص) ، راح أقارن كل كسر بالنصف

كذا :-

راح أستبعد (أ) لأن :-

$$\frac{1}{2} \quad \frac{13}{26}$$

$$1 \times 26 \quad 2 \times 13$$

$$26 = 26$$

إذاً

$$\frac{1}{2} = \frac{13}{26}$$

راح أستبعد (ج) لأن :-

$$\frac{1}{2} \quad \frac{17}{36}$$

$$1 \times 36 \quad 2 \times 17$$

$$36 > 34$$

$$\frac{1}{2} > \frac{17}{36}$$

راح أستبعد (د) لأن :-

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{26}$$

$$1 \times 26 \quad 2 \times 1$$

$$26 > 2$$

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{26}$$

الحل (ب) لأن :-

$$\frac{1}{2} \quad \frac{16}{26}$$

$$1 \times 26 \quad 2 \times 16$$

$$26 < 32$$

$$\frac{1}{2} < \frac{16}{26}$$





مثال (٤) : أي الكسور الآتية هو أكبر قيمة :-

(أ) $\frac{1}{5}$ (ب) $\frac{2}{20}$

(ج) $\frac{3}{25}$ (د) $\frac{4}{100}$

الحل (١) :-

أقارن كل كسرين ببعض والكسر الأكبر راح أقارنه بالكسر جديد كذا

راح أقارن (أ) ب (ب)

$\frac{2}{20}$ $\frac{1}{5}$

2×5 20×1

$10 < 20$

((الآن راح أقارن الكسر الأكبر الكسر $\frac{1}{5}$ ب (ج))) $\frac{2}{20} < \frac{1}{5}$

راح أقارن (أ) ب (ج)

$\frac{3}{25}$ $\frac{1}{5}$

3×5 25×1

$15 < 25$

((الآن راح أقارن الكسر الأكبر الكسر $\frac{1}{5}$ ب (د))) $\frac{3}{25} < \frac{1}{5}$

راح أقارن (أ) ب (د)

$\frac{4}{100}$ $\frac{1}{5}$

4×5 100×1

$20 < 100$

((إذا الكسر $\frac{1}{5}$ أكبر قيمة)) $\frac{4}{100} < \frac{1}{5}$

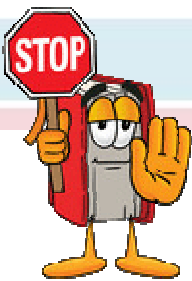
الحل (٢) :- بتوحيد المقامات

$\frac{10}{100} = \frac{5 \times 2}{5 \times 20}$ ، $\frac{20}{100} = \frac{20 \times 1}{20 \times 5}$

المقامات موحد راح أقارن البسط بالبسط .. $\frac{4}{100}$ ، $\frac{12}{100} = \frac{4 \times 3}{4 \times 25}$

أكبر بسط راح يكون أكبر كسر ..





..(الكسور والأعداد العشرية)..

(١) تبسيط الكسور :-

لتبسيط الكسر لأبسط صورة قم بالتحليل ثم حذف العوامل المشتركة للبسط والمقام .

مثال : بسط $\frac{28}{36}$ لأبسط صورة

الحل :-

$$\frac{7}{9} = \frac{7 \times 4}{9 \times 4} = \frac{28}{36}$$

(٢) جمع وطرح الكسور :-

لجمع أو طرح الكسور قم أولاً بإيجاد المقام المشترك ثم قم بجمع أو طرح البسط .

مثال : أوجد ناتج $\frac{3}{10} + \frac{2}{15}$

الحل :-

$$\frac{13}{30} = \frac{9}{30} + \frac{4}{30} = \frac{3}{10} + \frac{2}{15}$$

(٣) ضرب الكسور :-

لضرب الكسور نضرب البسط مع البسط و المقام مع المقام

مثال : أوجد ناتج $\frac{5}{8} \times \frac{3}{4}$

الحل :-

$$\frac{15}{32} = \frac{5 \times 3}{8 \times 4} = \frac{5}{8} \times \frac{3}{4}$$

(٤) قسمة الكسور :-

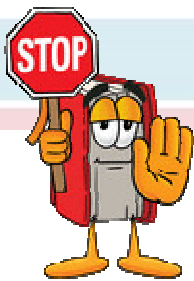
لقسمة الكسور نحول القسمة إلى ضرب وذلك بقلب الكسر الثاني ثم ضرب الكسرين .

مثال : أوجد ناتج $\frac{5}{8} \div \frac{3}{4}$

الحل :-

$$\frac{24}{20} = \frac{5}{8} \times \frac{4}{3} = \frac{5}{8} \div \frac{3}{4}$$





(٥) تحويل الأعداد الكسرية إلى كسور و العكس :-

لتحويل العدد الكسري إلى كسر

نضرب العدد الكلي بالمقام ثم نضيفه إلى البسط و الناتج سيكون بسط جديد مع نفس المقام .

مثال : حول العدد الكسري $\frac{1}{3}$ إلى كسر

الحل :-

$$\frac{22}{3} = \frac{1 + 7 \times 3}{3} = 7 \frac{1}{3}$$

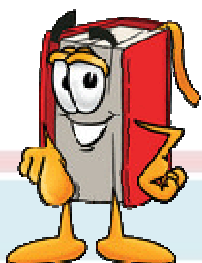
لتحويل الكسر إلى عدد كسري

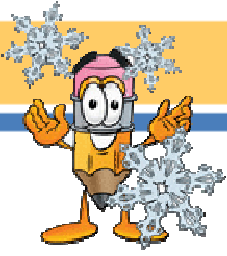
نقسم البسط على المقام وناتج خارج القسمة هو العدد الكلي وباقي القسمة يكون البسط الجديد مع نفس المقام .

مثال : حول الكسر $\frac{108}{5}$ إلى عدد كسري

الحل :-

$$21 \frac{3}{5} = \frac{108}{5}$$





..(عمليات على الكسور)..

- (١) عند جمع الكسور العشرية نلتزم بجمع الأجزاء من النوع نفسه ، الأجزاء من مائة ثم الأجزاء من عشرة ... الخ ، وهكذا بالنسبة لعملية الطرح .
(٢) قد نحتاج إلى إعادة التسمية عند جمع أو طرح الكسور في صورتها العشرية ، ويتم ذلك كما في خوارزميتي جمع وطرح الأعداد الطبيعية .

مثال (١) : أوجد ناتج كل مما يأتي :-

$$\begin{array}{r} 3,75 \\ + 105,60 \\ \hline 109,35 \end{array}$$

$$(أ) = 105,6 + 3,75$$

الحل :-

نضيف صفر عند الـ ٦ عشان نجعل العددين من نفس النوع ((جزء من مئة))

$$109,35 = 105,60 + 3,75$$

$$(ب) = 15,49 - 24,205$$

الحل :-

$$\begin{array}{r} 24,205 \\ - 15,490 \\ \hline 8,715 \end{array}$$

نضيف صفر عند الـ ٤٩ عشان نجعل العددين من نفس النوع ((جزء من ألف))

$$(ج) = 15,490 - 24,205$$

$$8,715 = 15,490 - 24,205$$

$$(ج) = 0,4 + 7,65$$

الحل :-

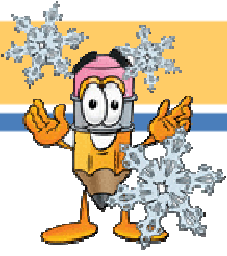
نضيف صفر عند الـ ٤ عشان نجعل العددين من نفس النوع ((جزء من مئة))

$$\begin{array}{r} 7,65 \\ + 0,40 \\ \hline 8,05 \end{array}$$

$$(د) = 0,40 + 7,65$$

$$8,05 = 0,40 + 7,65$$





$$= 6,872 - 10,860 \text{ (د)}$$

الحل :-

نضيف صفر عند الـ 6 عشان نجعل العددين من نفس

النوع ((جزء من ألف))

$$3,988 = 6,872 - 10,860$$

$$\begin{array}{r} 10,860 \\ - 6,872 \\ \hline 3,988 \end{array}$$

$$= 2,6 + 0,107 \text{ (هـ)}$$

الحل :-

نضيف صفرين عند الـ 6 عشان نجعل العددين من نفس

النوع ((جزء من ألف))

$$2,707 = 2,600 + 0,107$$

$$\begin{array}{r} 0,107 \\ + 2,600 \\ \hline 2,707 \end{array}$$

$$= 0,4 - 2,42 \text{ (و)}$$

الحل :-

نضيف صفر عند الـ 4 عشان نجعل العددين من نفس

النوع ((جزء من مئة))

$$2,02 = 0,40 - 2,42$$

$$\begin{array}{r} 2,42 \\ - 0,40 \\ \hline 2,02 \end{array}$$

$$= 8,06 + 12 + 63,1 \text{ (ل)}$$

الحل :-

$$83,16 = 0,06 + 12,00 + 63,10$$

$$\begin{array}{r} 63,10 \\ + 12,00 \\ + 0,806 \\ \hline 83,16 \end{array}$$

$$= 38 + 17,542 - 55,07 \text{ (ع)}$$

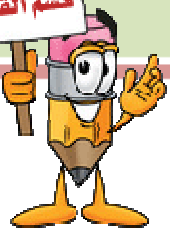
الحل :-

$$37,528 = 17,542 - 55,070$$

$$75,528 = 38,000 + 37,528$$

$$\begin{array}{r} 37,528 \\ + 38,000 \\ \hline 75,528 \end{array} \leftarrow \begin{array}{r} 55,070 \\ - 17,542 \\ \hline 37,528 \end{array}$$





..(تابع العمليات على الكسور)..

(١) عند ضرب الكسور في الصورة العشرية ، نتجاهل الفاصلة ، وهذا يعني ضرب كل كسر في قوة من قوى العشرة ١٠ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ .. الخ ، ثم نضع الفاصلة في الناتج بما يتفق مع قسمة الناتج على ما سبق الضرب فيه من قوى العشرة .

(٢) في القسمة يحول المقسوم عليه إلى عدد صحيح من خلال ضربه في إحدى قوى العدد عشرة وإجراء الشيء نفسه بالنسبة للمقسوم حتى نحافظ على السؤال (خارج القسمة لا يتغير) .

$$\begin{array}{r} 1325 \\ \times 7.5 \\ \hline 6625 \\ + 00000 \\ \hline 927500 \\ 934125 \end{array}$$

مثال (١) : أوجد ناتج كل مما يأتي :-

$$= 7,05 \times 13,25 \quad (أ)$$

الحل :-

$$93,4125 = \frac{934125}{10000} = \frac{705}{100} \times \frac{1325}{100}$$

نضع الفاصلة بعد أربعة أرقام لأن عندنا أربعة أرقام في المقام والقراءة من جهة اليمين

$$\begin{array}{r} 1704 \\ \times 12 \\ \hline 3408 \\ + 17040 \\ \hline 20448 \end{array}$$

$$= 12 \times 17,04 \quad (ب)$$

الحل :-

$$204,48 = \frac{20448}{100} = 12 \times \frac{1704}{100}$$

نضع الفاصلة بعد رقمين ، القراءة من جهة اليمين

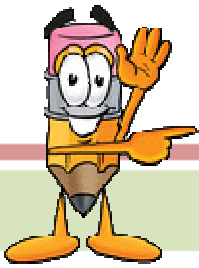
$$\begin{array}{r} 573 \\ \times 9 \\ \hline 5157 \end{array}$$

$$= 0,09 \times 573 \quad (ج)$$

الحل :-

$$51,57 = \frac{5157}{100} = \frac{9}{100} \times 573$$

نضع فاصلة بعد رقمين ، القراءة من جهة اليمين





$$\begin{array}{r}
 581 \\
 \times 9.05 \\
 \hline
 2905 \\
 522900 \\
 \hline
 525805
 \end{array}$$

$$= 9,05 \times 0,581 \text{ (د)}$$

الحل :-

$$5,25805 = \frac{525805}{100000} = \frac{905}{100} \times \frac{581}{1000}$$

نضع الفاصلة بعد 5 أرقام ، القراءة من جهة اليمين

مثال (٢) : أوجد ناتج كل مما يأتي :-

$$= 7,3 \div 61,32 \text{ (أ)}$$

الحل :-

راح أحرك الفاصلة رقم واحد لـ جهة اليمين من المقسوم ورقم واحد من

المقسوم عليه ، ليه ؟! عشان أجعل المقسوم عليه عدد صحيح ، كذا :-

$$\begin{array}{r}
 008,4 \\
 73 \overline{) 613,2} \\
 \underline{584} \\
 292 \\
 \underline{292} \\
 000
 \end{array}$$

$$8,4 = 73 \div 613,2$$

$$= 0,68 \div 4,794 \text{ (ب)}$$

الحل :-

راح أحرك الفاصلة رقمين لـ جهة اليمين من المقسوم ورقميين من المقسوم

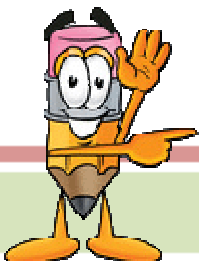
عليه ، ليه ؟! عشان أجعل المقسوم عليه عدد صحيح ، هكذا :-

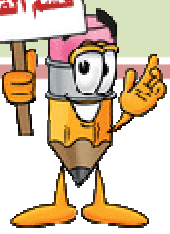
$$\begin{array}{r}
 007,05 \\
 68 \overline{) 479,4} \\
 \underline{476} \\
 340 \\
 \underline{340} \\
 000
 \end{array}$$

$$7,05 = 68 \div 479,4$$

إذا نزلت رقمين في خطوة وحدة

إذا لازم أخط صفر في الناتج





$$\begin{array}{r}
 0.0705 \\
 68 \overline{) 47940} \\
 \underline{476} \\
 340 \\
 \underline{340} \\
 000
 \end{array}$$

$$= 0,68 \div 479,4 \text{ (ج)}$$

الحل :-

$$= 6,8 \div 4794$$

حركنا الفاصلة رقم واحد إلى اليمين

نلاحظ المقسوم أصبح عدد صحيح ولكن

المقسوم عليه ما زال عدد عشري

والمهم عندنا المقسوم عليه وليس المقسوم

كيف نجعل المقسوم عليه عدد صحيح ؟!

$$= 68 \div 47940$$

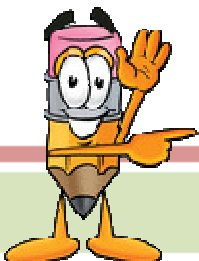
نلاحظ حركنا الفاصلة رقم إلى جهة اليمين

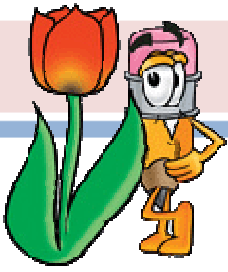
أصبح المقسوم عليه عدد صحيح

ووضعنا له المقسوم صفر

إذاً

$$705 = 68 \div 47940$$





..(تابع العمليات على الكسور)..

(١) عند إجراء العمليات الأساسية على الكسور في صورتها المعتادة والعشرية معاً ، يلزم تحويلها لتصبح جميعها في صورة واحدة ، المعتادة أو العشرية ونفضل في ذلك الطريق الأسهل .

(٢) يحول الكسر من الصورة المعتادة إلى الصورة العشرية بقسمة بسطته على مقامه قسمة مطولتة .

(٣) الإلمام بالصورتين المعتادة والعشرية لعدد من الكسور يريح كثيراً في إجراء العمليات الأساسية على الكسور في صورتها المعتادة والعشرية معاً ، هذه الكسور هي :-

$$٠,١٢٥ = \frac{١}{٨}$$

$$٠,٢٥ = \frac{١}{٤}$$

$$٠,٥ = \frac{١}{٢}$$

$$٠,٦٢٥ = \frac{٥}{٨}$$

$$٠,٣٧٥ = \frac{٣}{٨}$$

$$٠,٧٥ = \frac{٣}{٤}$$

$$٠,٤ = \frac{٢}{٥}$$

$$٠,٢ = \frac{١}{٥}$$

$$٠,٨٧٥ = \frac{٧}{٨}$$

$$٠,٨ = \frac{٤}{٥}$$

$$٠,٦ = \frac{٣}{٥}$$

مثال (١) : أوجد ناتج كل مما يأتي :-

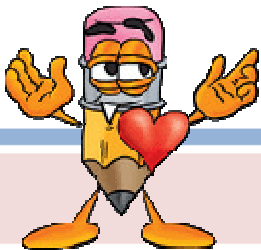
$$= ٨ \frac{٣}{٤} + ٤,٥ (أ)$$

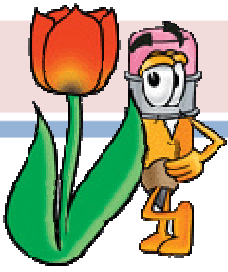
الحل (١) :-

$$١٣,٢٥ = ٨,٧٥ + ٤,٥٠ = ٨,٧٥ + ٤,٥$$

الحل (٢) :-

$$١٣ \frac{١}{٤} = ١٢ \frac{٥}{٤} = ٨ \frac{٣}{٤} + ٤ \frac{٢}{٤} = ٨ \frac{٣}{٤} + ٤ \frac{١}{٢}$$





$$= 9,75 - 25 \frac{2}{5} \text{ (ب)}$$

الحل (١) :-

$$15,65 = 9,75 - 25,40 = 9,75 - 25,4$$

الحل (٢) :-

$$9 \frac{3}{4} - 25 \frac{2}{5}$$

$$9 \frac{15}{20} - 25 \frac{8}{20}$$

$$15 \frac{13}{20} = 9 \frac{15}{20} - 24 \frac{28}{20}$$

$$= 6,4 \times 11 \frac{3}{8} \text{ (ج)}$$

الحل (١) :-

$$72,8 = 72,8000 = 6,4 \times 11,375$$

الحل (٢) :-

$$6 \frac{4}{10} \times 11 \frac{3}{8}$$

$$6 \frac{2}{5} \times 11 \frac{3}{8}$$

$$72 \frac{4}{5} = \frac{364}{5} = \frac{22}{5} \times \frac{91}{8}$$

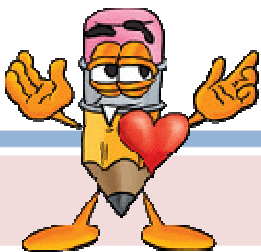
$$= 4 \frac{1}{2} \div 36,45 \text{ (د)}$$

الحل (١) :-

$$8,1 = 45 \div 364,5 = 4,5 \div 36,45$$

الحل (٢) :-

$$8,10 = \frac{810}{100} = \frac{2 \times 405}{100} = \frac{2}{9} \times \frac{3645}{100} = \frac{9}{2} \div \frac{3645}{100} = 4 \frac{1}{2} \div \frac{3645}{100}$$





..(تابع العمليات على الكسور)..

(١) إننا نحتاج إلى توحيد المقامات عند إجراء عمليتي الجمع والطرح على الكسور في صورتها المعتادة ، ونأخذ المقام المشترك مساوياً المضاعف المشترك الأصغر للمقامات الأصلية (م . م . أ) ثم نجري التعديلات اللازمة على البسوط الأصلية . ولكننا لا نحتاج هذا الأمر عند إجراء عمليتي الضرب والقسمة .

(٢) نحتاج تحويل الأعداد الكسرية إلى الصورة الكسرية عند إجراء عمليتي الضرب و القسمة على الكسور . ولكننا لا نحتاج إلى هذا الأمر عند إجراء عمليتي الجمع أو الطرح .

(٣) تحول عملية القسمة على الكسور إلى عملية الضرب ، فخرج قسمة كسر على آخر يساوي ناتج ضرب الأول في مقلوب الثاني .

مثال (١) : أوجد ناتج كل مما يأتي :-

$$(أ) \quad = ١٢ \frac{٢}{٣} + ٢٧ \frac{٣}{٤}$$

الحل :-

م . م . أ للعددين ٤ ، ٣ هو ١٢

إذاً

$$= ١٢ \frac{٢ \times ٤}{٣ \times ٤} + ٢٧ \frac{٣ \times ٣}{٤ \times ٣}$$

$$٤٠ \frac{٥}{١٢} = ٣٩ \frac{١٧}{١٢} = ٣٩ \frac{٨+٩}{١٢} = ١٢ \frac{٨}{١٢} + ٢٧ \frac{٩}{١٢}$$

$$(ب) \quad = ٣٢ \frac{٥}{٧} - ٥٠$$

الحل :-

$$٤٩ \frac{٧}{٧} = ٤٩ + \frac{٧}{٧} = ٤٩ + ١ = ٥٠$$

إذاً

$$١٧ \frac{٢}{٧} = ١٧ \frac{٥-٧}{٧} = ٣٢ \frac{٥}{٧} - ٤٩ \frac{٧}{٧}$$





$$= 3 \frac{4}{7} \times 8 \frac{2}{5} \text{ (ج)}$$

الحل :-

$$30 = \frac{5 \times 5}{7} \times \frac{7 \times 6}{5} = \frac{25}{7} \times \frac{42}{5}$$

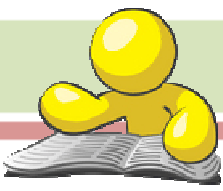
$$= 2 \frac{3}{16} \div 7 \frac{1}{2} \text{ (د)}$$

الحل :-

$$2 \frac{3}{7} = \frac{24}{7} = \frac{8 \times 3}{7 \times 1} = \frac{16}{35} \times \frac{15}{2} = \frac{25}{16} \div \frac{15}{2}$$

منتديات
يزيد
التعليمية





..(تطبيقات حياتية على الكسور)..

مثال (١) : أذخر محمد مبلغ من المال قيمته ص ريال ، اشترى بربعمت كرة قدم وبثلثي الباقي بدله رياضيت . فكيف تبقى معه من مدخراته ؟

الحل :-

قيمة المبلغ الذي أذخره = ص ريال
اشترى ربع المبلغ كرة قدم = $\frac{1}{4}$ ص
الباقي = $\frac{3}{4}$ ص

شرح :

$$\text{ص ريال} = \frac{4}{4} \text{ ص ريال}$$

$$= \frac{1}{4} \text{ ص} + \frac{1}{4} \text{ ص} + \frac{1}{4} \text{ ص} + \frac{1}{4} \text{ ص}$$

وبثلثي الباقي اشترى بدله رياضيت =

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \text{ ص} = \frac{1}{2} \text{ ص}$$

$$\text{تبقى معه} = \frac{3}{4} \text{ ص} - \frac{1}{2} \text{ ص} = \frac{1}{4} \text{ ص}$$

مثال (٢) : أنفق موظف راتبه الشهري كالتالي :-

$\frac{3}{10}$ الراتب إيجار للسكن ، و $\frac{1}{4}$ الراتب للطعام والملابس ، والباقي مصروفات أخرى . فما النسبة المئوية للمصروفات الأخرى ؟

الحل :-

من الكسر $\frac{3}{10}$ نعتبر إن الراتب الشهري $\frac{10}{10}$
ويتم حل السؤال بالرسم كذا :

٣ مربعات من ١٠ مربعات إيجار للسكن ، نصف المربعات للطعام والملابس يعني ٥ مربعات ، الباقي مربعين إذاً

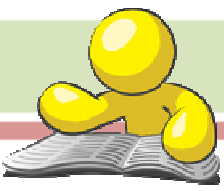
$$\frac{2}{10} = \text{مصروفات أخرى}$$

ومنها
الجزء = النسبة المئوية
الكل

$$\frac{2}{100} = \frac{2}{100} \text{ حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسطين}$$

$$\text{س} \times 10 = 100 \times 2 \text{ ← س} = 20\%$$





مثال (٣) : لدى مزارع حديقتة فواكه زرع $\frac{1}{4}$ مساحتها أشجار برتقال و $\frac{3}{9}$ ما تبقى من مساحتها أشجار رمان و زرع بقية الحديقتة أشجار موز . ما الكسر الذي يمثل مساحة الأرض المزروعة موز من مساحة الحديقتة كلها ؟

الحل :-

نفرض مساحة الحديقتة $\frac{4}{4}$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4}$$

إذاً

مساحة الأرض المزروعة برتقال = $\frac{1}{4}$ إذا الباقي من مساحة الأرض = $\frac{3}{4}$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{9} = \text{مساحة الأرض المزروعة رمان}$$

$$\text{مساحة الأرض المزروعة برتقال و رمان} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \text{ الأرض}$$

إذاً

$$\text{مساحة الأرض المزروعة موز} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ الأرض}$$

مثال (٤) : يقضي محمد $\frac{1}{4}$ يومه في الدراسة و $\frac{1}{3}$ يومه في النوم . فما الكسر الذي يعبر عن الوقت الذي يقضيه في الأعمال الأخرى ؟

الحل :-

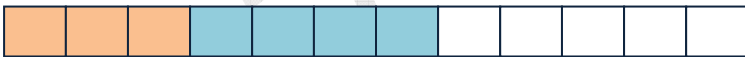
$$12 = (3 \times 4) \text{ مربع لأن } 12 = 3 \times 4$$

$$\frac{1}{4} \text{ يومه في الدراسة} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{1}{3} \text{ يومه في النوم} = \frac{4}{12}$$

إذاً

$$\text{الوقت الذي يقضيه في الأعمال الأخرى} = \frac{5}{12}$$





مثال (٥) : صرف محمد ثلث ما لديه من نقود ثم أعطى صديقتة محمود $\frac{2}{5}$ ما تبقى معه فأى كسر من الكسور التالية يمثل ما تبقى مع محمد ؟

الحل :-

$$\text{صرف محمد } \frac{1}{3} \text{ ما لديه ، وتبقى مع محمد } = \frac{2}{3}$$

$$\text{أعطى محمود } \frac{2}{5} \text{ ما تبقى معه } = \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{15}$$

$$\text{الباقى مع محمد } = 1 - \left(\frac{4}{15} + \frac{1}{3} \right)$$

$$\text{الباقى مع محمد } = 1 - \frac{9}{15}$$

$$\text{الباقى مع محمد } = \frac{2}{5}$$

مثال (٦) : صرف عبد الرحمن $\frac{2}{5}$ ما لديه من نقود ثم أعطى أخيه طلال $\frac{3}{4}$ ما تبقى معه . فأى كسر يمثل ما مع طلال ؟

الحل :-

$$\text{صرف عبد الرحمن } \frac{2}{5} \text{ ما لديه } \leftarrow \text{الباقى معه } = \frac{3}{5}$$

$$\text{أعطى طلال } = \frac{3}{4} \text{ ما تبقى معه } = \frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{20}$$

مثال (٧) : استهلكت سيارة في اليوم الأول $\frac{1}{4}$ كمية الوقود في خزانها ثم استهلكت في اليوم الثاني $\frac{3}{5}$ كمية الوقود المتبقية في هذا الخزان . فما مقدار الكمية المتبقية من الوقود ؟

الحل :-

$$\text{استهلكت في اليوم الأول } = \frac{1}{4} \leftarrow \text{الباقى معه } = \frac{3}{4}$$

$$\text{استهلكت في اليوم الثاني } = \frac{3}{5} \text{ كمية الوقود المتبقية } = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$$

$$\text{المقدار المتبقى } = 1 - \left(\frac{9}{20} + \frac{1}{4} \right)$$

$$\text{المقدار المتبقى } = 1 - \frac{14}{20} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$





مثال (٨) : لدى رجل ٧٥٠ ريالاً ، أعطى ابنه الأول $\frac{2}{5}$ المبلغ ، ثم أعطى ابنه الثاني $\frac{1}{4}$ المبلغ المتبقي . فكم ريالاً بقي معه ؟

- الحل :-

$$\text{ما أخذه الابن الأول} = \frac{2}{5} \times 750 = 300 \text{ ريال}$$

$$\text{المتبقي من المبلغ} = 750 - 300 = 450 \text{ ريال}$$

$$\text{نصيب الولد الثاني} = \frac{1}{4} \times 450 = 112.5 \text{ ريال}$$

إذاً

$$\text{الباقى} = 750 - (300 + 112.5) = 337.5 \text{ ريال}$$

مثال (٩) : تقاسم ثلاث شبان جائزة اختار الأول $\frac{2}{5}$ الجائزة ، والثاني ثلثها ، والثالث ١٢٠ ريال . فإن قيمة الجائزة ؟

- الحل :-

$$\text{نفرض قيمة الجائزة} = \text{س}$$

$$\text{نصيب الأول} + \text{نصيب الثاني} + \text{نصيب الثالث} = \text{س}$$

$$\frac{2}{5}\text{س} + \frac{1}{3}\text{س} + 120 = \text{س}$$

نضرب المعادلة في ١٥ لـ التخلص من المقام

$$6\text{س} + 5\text{س} + 1800 = 15\text{س}$$

$$11\text{س} + 1800 = 15\text{س}$$

$$1800 = 15\text{س} - 11\text{س}$$

$$1800 = 4\text{س}$$

بالقسمة على ٤

$$\text{س} = 450$$

مثال (١٠) : في إحدى المدارس الثانوية وفي أحد الأيام $\frac{1}{11}$ من الطلاب غائبون ، وخمس الحاضرين ذهبوا رحلة مدرسية . عدد الباقين ٧٠٤ طالب فإن عدد طلاب المدرسة ؟

- الحل :-





$\frac{11}{12}$ من الطلاب غائبون إذاً $\frac{11}{12}$ من الطلاب حاضرون

$\frac{1}{5}$ الحاضرون ذهبوا رحلة مدرسية إذاً $\frac{4}{5}$ من الحاضرين لم يذهبوا وفضلوا البقاء
نفرض الحاضرين = س

إذاً

$$704 = س \times \frac{4}{5} \quad \leftarrow \quad س = \frac{5 \times 704}{4} = 880$$

إذاً

$$880 \text{ طالب} \quad \leftarrow \quad \frac{11}{12}$$

بالقسمة على 11

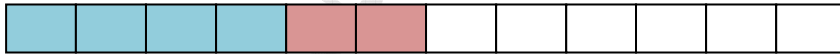
$$80 \text{ طالب} \quad \leftarrow \quad \frac{1}{12}$$

ومنها

$$\text{عدد طلاب المدرسة} = 80 + 880 = 960 \text{ طالب}$$

مثال (11) : **ص**رف **ح**مد في **الأسبوع الأول** $\frac{1}{3}$ الراتب . ثم **ص**رف في **الأسبوع الثاني** من **الشهر** $\frac{1}{4}$ الباقي من الراتب . ما مقدار الجزء المتبقي من الراتب لديه ؟
الحل :-

نفرض أن راتب **ح**مد = 12 جزء . ليه 12 ؟! لأن المقام الأول 3 والمقام الثاني 4
ومنها $12 = 4 \times 3$



صرف **ح**مد في **الأسبوع الأول** **ثلث** الراتب يعني نظلل أربعة مربعات

ثم **ص**رف في **الأسبوع الثاني** **ربع** الباقي يعني نظلل مربعين فقط

$$\text{مقدار الجزء المتبقي} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

مثال (12) : **ص**رف **أ**حمد $\frac{2}{5}$ من ما لديه من نقود ، ثم أعطى $\frac{1}{3}$ الباقي لأخته **ش**يماء ، ثم قسم ما تبقى بين أخوية **م**حمد و **ي**وسف بالتساوي . فأى كسر من الكسور الآتية يمثل ما ناله **ي**وسف من النقود ؟
الحل :-

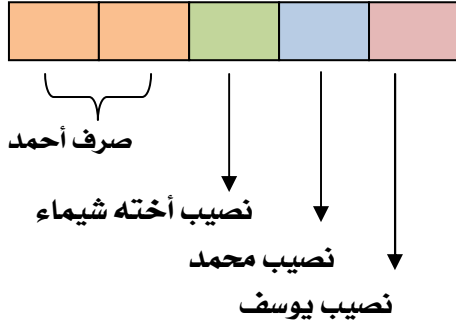
$$\text{صرف أحمد} \frac{2}{5} \text{ ، تبقى معه} = \frac{3}{5}$$





$$\frac{1}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \text{ الباقي} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$



إذاً

$$\frac{1}{5} = \text{نصيب محمد}$$

$$\frac{1}{5} = \text{نصيب يوسف}$$

مثال (١٣) : استهلكت سيارة في اليوم الأول $\frac{1}{3}$ كمية الوقود في خزانها ثم استهلكت في اليوم الثاني $\frac{2}{3}$ كمية الوقود المتبقية في هذا الخزان ، فما مقدار الجزء المتبقي من الوقود ؟

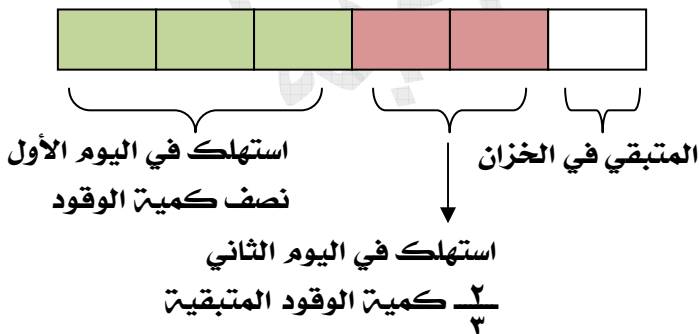
الحل :-

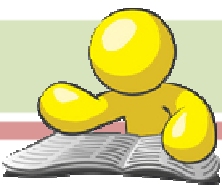
$$\frac{1}{3} = \text{استهلك في اليوم الأول} = \frac{1}{3}$$
$$\frac{1}{3} = \text{المتبقي في الخزان بعد اليوم الأول} = \frac{1}{3} \text{ كمية الوقود}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \text{ما أستهلك في اليوم الثاني}$$

إذاً

$$\frac{1}{6} = \text{المتبقي من الوقود} = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \right)$$





مثال (١٤) : أرض زراعية $\frac{1}{3}$ منها مزروع ذرة و $\frac{1}{4}$ منها مزروع شوفاناً والباقي ٢٠ هكتاراً مزروعة حنطة ، فكم هكتاراً تبلغ مساحة هذا الأرض ؟

الحل :-

نفرض أن مساحة الأرض = س

ومنها

$$س = ٢٠ + س \frac{1}{4} + س \frac{1}{3}$$

نضرب المعادلة في ١٢ لـ التخلص من المقامات

$$٤ س + ٣ س + ٢٤٠ = ١٢ س$$

$$٧ س + ٢٤٠ = ١٢ س$$

$$٢٤٠ = ١٢ س - ٧ س$$

$$٢٤٠ = ٥ س$$

بالقسمة على ٥

$$س = ٤٨$$

إذاً

مساحة الأرض = ٤٨ هكتار

مثال (١٥) : صرف محمد $\frac{1}{3}$ ما لديه من نقود ، ثم أعطى صديقتة سعود $\frac{2}{5}$ ما تبقى معه . فأى كسر من الكسور التالية يمثل ما تبقى مع محمد ؟

$$أ) \frac{4}{15} ، ب) \frac{1}{3} ، ج) \frac{18}{45} ، د) \frac{27}{45}$$

الحل :-

صرف محمد $\frac{1}{3}$ إذاً تبقى معه $\frac{2}{3}$ من النقود

$$\text{أعطى صديقتة سعود } \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{15} \text{ من النقود}$$

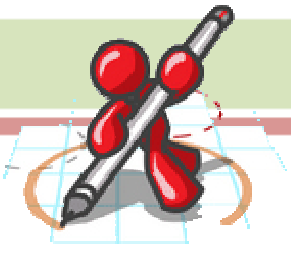
إذاً

$$\text{تبقى مع محمد} = \frac{4}{15} - \frac{2}{3} = \frac{6}{15}$$

نلاحظ أن الإجابة ليست من ضمن الخيارات ؟؟؟

$$\text{ولكن } \frac{18}{45} = \frac{3 \times 6}{3 \times 15} \text{ إذاً الإجابة (ج)}$$





سؤال من العضو 18-0000ab

تمرين (١) :-

$$= \frac{9,6}{1,2} \times 1,8$$

الحل :-

$$\frac{72}{5} = 8 \times \frac{9}{5} = \frac{24 \times 4}{3 \times 4} \times \frac{9 \times 2}{5 \times 2} = \frac{96}{12} \times \frac{18}{10} = \frac{96}{12} \times 1,8$$

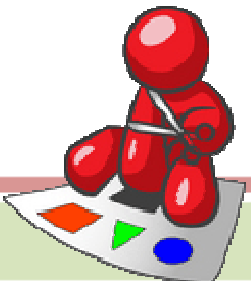
تمرين (٢) :-

$$\frac{200}{2,5} \times 6$$

الحل :-

$$480 = 80 \times 6 = \frac{400 \times 5}{5 \times 5} \times 6 = \frac{2000}{25} \times 6$$

منتديات
يزيد
التعليمية





)..(شرح طريقة القسمة المطولة بالتفصيل)..(

$$\begin{array}{r} \times 21331, 25 \\ \hline 4 \overline{) 85325} \\ \underline{8} \\ 05 \\ \underline{04} \\ 13 \\ \underline{12} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 00 \\ 05 \\ \underline{04} \\ 10 \\ \underline{08} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 00 \end{array}$$

مثال : $85325 \div 4 = 21331, 25$

٨ تقسيم ٤ يصير لأن ٨ أكبر من ٤ فيها ٢

$$8 = 4 \times 2$$

$$8 - 8 = \text{صفر}$$

أنزل الـ ٥

٥ تقسيم ٤ يصير لأن ٥ أكبر من ٤ فيها ١

$$5 = 4 \times 1$$

$$5 - 4 = 1$$

أنزل الـ ٣

١٣ تقسيم ٤ يصير لأن ١٣ أكبر من ٤ فيها ٣

$$13 = 4 \times 3$$

$$13 - 12 = 1$$

أنزل الـ ٢

١٢ تقسيم ٤ يصير لأن ١٢ أكبر من ٤ فيها ٣

$$12 = 4 \times 3$$

$$12 - 12 = \text{صفر}$$

أنزل الـ ٥

٥ تقسيم ٤ يصير لأن ٥ أكبر من ٤ فيها ١

$$5 = 4 \times 1$$

$$5 - 4 = 1$$

ما عندي رقم عشان أنزلت ، أضع فاصله في الناتج وأنزل صفر

من حقي أنزل صفر في كل خطوه ما دام وضعت فاصله في الناتج

صار الحين ١٠

١٠ تقسيم ٤ يصير لأن ١٠ أكبر من ٤ فيها ٢

$$10 = 4 \times 2$$

$$10 - 8 = 2$$

أنزل صفر

٢٠ تقسيم ٤ يصير لأن ٢٠ أكبر من ٤ فيها ٥

$$20 = 4 \times 5$$

$$20 - 20 = \text{صفر}$$





مثال (٢) : $14421 \div 3 = 4807$

١ تقسيم ٣ ما يصير لأن ١ أصغر من ٣
أخذ رقمين مع بعض

١٤ تقسيم ٣ يصير لأن ١٤ أكبر من ٣

$$12 = 3 \times 4$$

$$2 = 14 - 12$$

أنزل الـ ٤

٢٤ تقسيم ٣ يصير لأن ٢٤ أكبر من ٣

$$24 = 3 \times 8$$

$$0 = 24 - 24$$

أنزل الـ ٢

٢ تقسيم ٣ ما يصير لأن ٢ أصغر من ٣

أنزل الـ ١

نزلت رقمين في خطوه واحده

إذاً

لازم أحط صفر في الناتج

$$21 = 3 \times 7$$

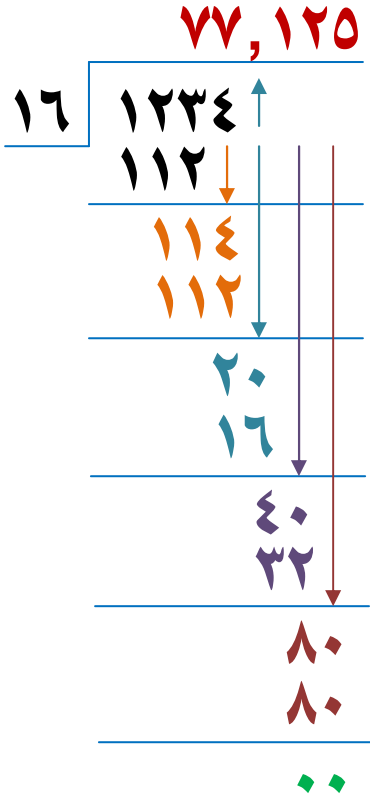
$$0 = 21 - 21$$

$$\begin{array}{r} 4807 \\ 3 \overline{) 14421} \\ \underline{12} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \\ \underline{00} \\ 00 \end{array}$$





مثال (٣) : $1234 \div 16 = 77, 125$



١ تقسيم ١٦ ما يصير لأن ١ أصغر من ١٦
أخذ رقمين مع بعض

١٢ تقسيم ١٦ ما يصير لأن ١٢ أصغر من ١٦
أخذ ثلاثة أرقام مع بعض

١٢٣ تقسيم ١٦ يصير لأن ١٢٣ أكبر من ١٦
أخفي أحاد ١٢٣ مع أحاد ١٦

١٢ تقسيم ١ فيها ٩

$144 = 16 \times 9$ ما يصير لأن أكبر من ١٢٣

$128 = 16 \times 8$ ما يصير لأن أكبر من ١٢٣

$112 = 16 \times 7$ يصير لأن أصغر من ١٢٣

إذاً $112 = 16 \times 7$

$11 = 112 - 123$

أنزل الـ ٤

١١٤ تقسيم ١٦ يصير لأن أكبر من ١٦

أخفي أحاد ١١٤ مع أحاد ١٦ ومنها ١١ تقسيم ١ فيها ٩

٩ ما يصير لأن $144 = 16 \times 9$ أكبر من ١١٤ وبالمثل ٨ ما يصير

$112 = 16 \times 7$ يصير لأن أصغر من ١١٤

إذاً $112 = 16 \times 7$

$2 = 112 - 114$

أحط فاصلة وأنزل صفر (من حقي في كل خطوه أنزل صفر)

٢٠ تقسيم ١٦ يصير لأن ٢٠ أكبر من ١٦ فيها ١

$16 = 16 \times 1$

$4 = 16 - 20$

أنزل الـ صفر

٤٠ تقسيم ١٦ يصير لأن ٤٠ أكبر من ١٦ فيها ٢

$32 = 16 \times 2$

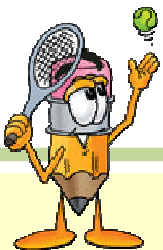
$8 = 32 - 40$

أنزل الـ صفر

٨٠ تقسيم ١٦ يصير لأن أكبر من ١٦ فيها ٥

$80 = 16 \times 5$

$80 - 80 =$ صفر





..(باقي قسمتة)..

مثال (١) : إذا كان باقي قسمتة س على ٧ يساوي ٣ ، فما باقي قسمتة

٣ س على ٧ يساوي ؟

الحل :-

نترض س = الباقي

إذاً

س = ٣

ومنها

٣ س = ٣ × ٣ = ٩

باقي قسمتة ٩ على ٧ = ٢ وهو المطلوب

مثال (٢) : إذا كان باقي قسمتة س على ٤ يساوي ٢ ، فما باقي قسمتة

٥ س على ٤ يساوي ؟

الحل :-

نترض س = الباقي

إذاً

س = ٢

ومنها

٥ س = ٤ × ٢ = ٨

باقي قسمتة ٨ على ٤ = ٢ وهو المطلوب

مثال (٣) : إذا كان باقي قسمتة س على ٦ يساوي ٤ ، فما باقي قسمتة

٧ س على ٦ يساوي ؟

الحل :-

نترض س = الباقي

إذاً

س = ٤

ومنها

٧ س = ٦ × ٤ = ٢٤

باقي قسمتة ٢٤ على ٦ = ٤ وهو المطلوب





مثال (٤) : إذا كان باقي قسمة ٨ على ٥ يساوي ٥ ، فما باقي قسمة

٣ على ٨ يساوي ؟

الحل :-

نترض س = الباقي

إذاً

س = ٥

ومنها

$$١٥ = ٥ \times ٣ = ٣$$

باقي قسمة ١٥ على ٨ = ٧ وهو المطلوب

مثال (٥) : إذا كان باقي قسمة ن على ٩ يساوي ٥ فإن باقي قسمة

٣ ن على ٩ يساوي ؟

الحل :-

نترض ن = الباقي

إذاً

ن = ٥

ومنها

$$١٥ = ٥ \times ٣ = ٣$$

باقي قسمة ١٥ على ٩ = ٦ وهو المطلوب





..(الحساب والجبر)..

• تذكر أن :-

- الأعداد الطبيعية ط = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ... }
- الأعداد الكليّة ك = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ... }
- الأعداد الصحيحة ص = { ... ، ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، ... }
- الأعداد النسبيّة ن = { $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب \exists ص ، ب \neq صفر }
- الأعداد غير النسبيّة ن⁻ = الجذور المركبة مثل $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{٧}$ ، ...
- الأعداد الحقيقيّة ح = ن \cup ن⁻

• الأعداد الزوجية والفرديّة والأوليّة :-

العدد الزوجي هو الذي أحادة يقبل القسمة على ٢

مثال : (٢٠) ، (٣٢٤) ، (٣٢٥٦) ، ...

العدد الفردي هو الذي أحادة لا يقبل القسمة على ٢

مثال : (١١) ، (٨١٣) ، (٤١٦٧) ، ...

أي عدد يقبل القسمة على نفسه والواحد فقط يسمى عدد أولي

مثال : { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ... } (همسة : الواحد ليس أولي)

• قاعدة الإشارات :-

جمع وطرح الأعداد الصحيحة :-

لكي نجمع عددين أحدهما موجب والآخر سالب نتجاهل إشارتي العددين ثم نوجد الفرق بينهما وبالتالي نلحق النتيجة بإشارة العدد الأكبر .

مثال : $٩ + (-١٢) = -٣$

وجدنا الفرق وأخذنا إشارة ١٢

تبسيط عملية الطرح بتحويلها إلى عملية جمع .

مثال : $-٣ - (-٤) = -٣ + ٤ = ١$

ضرب وقسمة الأعداد :-

في الضرب والقسمة إذا اتفقت الإشارتين يكون الناتج عدد موجب وإذا اختلفت الإشارتين يكون الناتج عدد سالب .

مثال :-

$(-٢) \times (-٤) = ٨$

$(-٦) \div (-٣) = ٢$





..(ملاحظات على الأعداد)..

١ (قابلية القسمة على ٢)

يقبل عدد ما القسمة على ٢ إذا كان أحاده صفراً أو عدداً زوجياً

٢ (قابلية القسمة على ٣)

يقبل عدد ما القسمة على ٣ إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٣

٣ (قابلية القسمة على ٤)

يقبل عدد ما القسمة على ٤ إذا كان العدد المكون من الأحاد والعشرات يقبل القسمة على ٤

٤ (قابلية القسمة على ٥)

يقبل عدد ما القسمة على ٥ إذا كان أحاده (٠ أو ٥)

٥ (قابلية القسمة على ٦)

يقبل عدد ما القسمة على ٦ إذا كان يقبل القسمة على (٢ و ٣ معا)

٦ (قابلية القسمة على ٨)

يقبل عدد ما القسمة على ٨ إذا كان (الأحاد + ٢ × العشرات + ٤ × المئات) يقبل القسمة على ٨

٧ (قابلية القسمة على ٩)

يقبل عدد ما القسمة على ٩ إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٩

٨ (قابلية القسمة على ١٠)

يقبل عدد ما القسمة على ١٠ إذا كان أحاده صفراً





٩) قابلية القسمة على ١١

يقبل عدد ما القسمة على ١١ إذا كان

الفرق بين مجموع المنازل الفردية ومجموع المنازل الزوجية (٠ أو يقبل القسمة على ١١)

مثال: ١٢٩٦٨٤٥

$$١١ = (\text{مجموع المراتب الزوجية} = ١٢ = ٢ + ٦ + ٤) - (\text{مجموع المراتب الفردية} = ٢٣ = ١ + ٩ + ٨ + ٥)$$

أو يمكن طرح كل منزلتين متتاليتين وجمع الناتج

$$١١ = (٠ - ١) + (٢ - ٩) + (٦ - ٨) + (٤ - ٥)$$

مننديات يزيد التعليمية





..(تابع ملاحظات على الأعداد)..

قابلية القسمة على ٧ :-

أي عدد مهما كان عدد مراتبه (منازل له آحاد ، عشرات ، مئات ، ألوف ،)
نأخذ الآحاد ونسميه ب ثم نأخذ العدد المتبقي ونسميه ح
أي عدد مهما كان عدد مراتبه يكتب على الشكل: ب + ١٠ ح

أي عدد ب + ١٠ ح

نأخذ ٢ × ب - ح

نأخذ ٢ × ب - ح

نأخذ ٢ × ب - ح

----- نجمع الأعداد السابقة الأربع

نجد ٧ × ب + ٧ ح وهذا يقبل القسمة على ٧

إذن إذا كان (٢ × ب - ح) يقبل القسمة على ٧ فإن العدد المطلوب يقبل القسمة
على ٧

مثال (١) : ١٠٥

ب = ٥ ، ج = ١٠ ، ٢ × ب - ح = ٠ وهو من مضاعفات ٧ فالعدد ١٠٥ يقبل القسمة
على ٧

مثال (٢) : ٨٧٥

يقبل القسمة على ٧ لأن ب = ٥ ، ح = ٨٧ و ٢ × ب - ح = ٧٧ يقبل القسمة على ٧
((نهمل الإشارة السالبة))

مثال (٣) : ٥٧٨٢

يقبل القسمة على ٧ تطبق القاعدة ذاتها مرتين متتاليتين :

الأولى: ٤ - ٥٧٨ - = ٥٧٤ نطبق القاعدة على العدد الناتج دون النظر للإشارة أي
| العدد |

الثانية: ٨ - ٥٧ - = ٤٩ وهو يقبل القسمة على ٧ إذن ٥٧٨٢ يقبل القسمة على ٧

مثال (٤) : هل ٣٠٥٢٧ يقبل القسمة على ٧

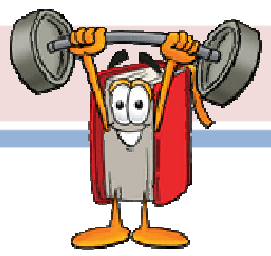
تطبق القاعدة على التالي

$$١ (٣٠٥٢ - ١٤ = ٣٠٣٨)$$

$$٢ (٣٠٣ - ١٦ = ٢٨٧)$$

$$٣ (٢٨ - ١٤ = ١٤) وهو من مضاعفات العدد ٧$$





..(الجبر - الجزء الأول)..

مثال (١) : إذا كانت $E = 16$ فإن $E^2 + \sqrt{E} =$

الحل :-

$$260 = E^2 + \sqrt{E} = 16^2 + \sqrt{16}$$

مثال (٢) : $(10 \times 3) + (10 \times 4) + (10 \times 5) =$

الحل :-

$$504030 = 500000 + 4000 + 30$$

مثال (٣) : للمعادلة $S^2 + 6S + ج =$ صفر جذر مكرر عندما $ج = ؟$

الحل :-

من كلمة (جذر مكرر) إذا المميز = صفر

$$ب^2 - 4أج = صفر$$

$$أ = ١ ، ب = ٦ ، ج = ج$$

$$٠ = (٦) - 4 \times 1 \times ج$$

$$٠ = ٣٦ - 4ج$$

$$٣٦ = 4ج$$

$$٩ = ج$$

مثال (٤) : $٥س^٢ \times ٦س^٢ =$

الحل :-

إذا الأساسات متشابهة في حالة الضرب أجمع الأسس

$$٣٠س^٥ = (٦ \times ٥) \times (س^٢ \times س^٢) = ٣٠س^{(٢+٢)}$$

مثال (٥) : ما العدد الذي إذا أضيف إليه مربعة كان الناتج ١٢ ؟

الحل :-

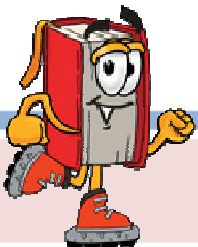
نضرب العدد = $س$ ، مربعة $س^٢$

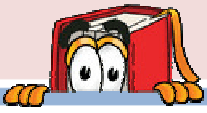
$$س + س^٢ = ١٢$$

$$س^٢ + س - ١٢ = ٠$$

$$٠ = (س - ٣) (س + ٤)$$

$$س = ٣ ، س = -٤$$





مثال (٦) : $\frac{س^٢ - ص^٢}{س - ص} = ؟$

الحل :-
 $(س + ص) = \frac{(س - ص)(س + ص)}{س - ص} = \frac{س^٢ - ص^٢}{س - ص}$

مثال (٧) : إذا كان $\frac{١٦}{٣٢} = \frac{٤}{(١ + ص) ٢}$ فإن قيمة ص تساوي ؟

الحل :-

$$٣٢ \times ٤ = (١ + ص) ١٦ \times ٢$$

$$\frac{٣٢ \times ٤}{١٦ \times ٢} = (١ + ص)$$

$$٤ = ١ + ص$$

$$١ - ٤ = ص$$

$$٣ = ص$$

مثال (٨) : $\frac{١}{٢} س^٢ \times ٦ س^٣ = ؟$

الحل :-

$$\frac{١}{٢} س^٢ \times ٦ س^٣ = ٣ س^٥ = (٣-٢) س^٣ = ٣ س^١ = ٣ س$$

مثال (٩) : ما هو ثلث العدد $٣^٥$ ؟

الحل :-

$$٣^٥ = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times \frac{١}{٣} = ٣^٤ \times \frac{١}{٣}$$

مثال (١٠) : إذا كان $٤ + س^٢ < ٨ - س$ فإن $٨ + س - س^٢$ ؟

الحل :-

$$٨ + س - س^٢ < ٨ - س + ٤ + س^٢$$

$$٨ + س - ١٦ < ٠$$

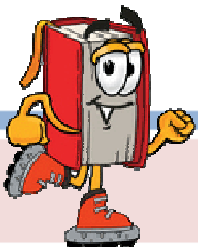
$$٨ < ١٦ - س$$

بالقسمة على ٨

$$٢ < س$$

مثال (١١) : $\frac{٤^٢ - ٥^٢}{٤} = ؟$

الحل :-





نأخذ ٢ عامل مشترك من البسط

$$\xi = \frac{1 \times 16}{\xi} = \frac{(1-2)^2}{\xi}$$

مثال (١٢) : إذا كان $\frac{1}{\xi} = \frac{2}{5}$ فإن ص ؟

الحل :-

حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسطين

$$2 \times \xi = 1 \times 5$$

$$8 = 5$$

$$1 \frac{3}{5} = \frac{8}{5} = \text{ص}$$

مثال (١٣) : ما خانة الآحاد للعدد $84 = 7 \times 1 \times 2 \times 6$ إذا الآحاد = ؟

الحل :-

خانة الآحاد في حاصل ضرب $84 = 7 \times 1 \times 2 \times 6$ إذا الآحاد = ؟

مثال (١٤) : إذا كان $18 = \frac{1}{س} + \frac{2}{س} + \frac{3}{س}$ فإن قيمة س تساوي ؟

الحل :-

المقامات موحده إذا أجمع البسط

$$18 = \frac{1+2+3}{س}$$

$$18 = \frac{6}{س}$$

$$6 = 18س$$

$$\frac{1}{3} = \frac{6}{18} = س$$

مثال (١٥) : القيمة العددية لكثيرة الحدود ق (س) = $2س + 5$

عندما س = -٣ هي :

الحل :-

$$ق (س) = 2س + 5$$

$$١ - = 5 + 6 - = 5 + (3 -) 2 = (3 -) ق$$

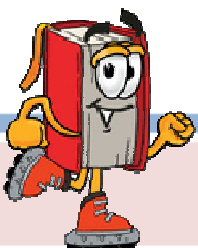
مثال (١٦) : إذا كان $1 > \frac{1}{1-س}$ فإن س = ؟

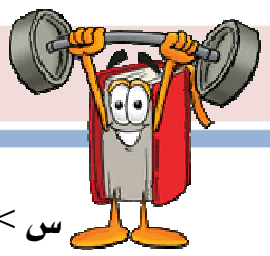
(أ) ٢ (ب) ٣

(ج) ١ (د) صفر

الحل :-

$$س - 1 < 1$$





$$س < 1 + 1$$

$$س < 2 \text{ ومنها } س = 3 \text{ الحل (ب)}$$

مثال (١٧) : المعادلة التي جذريها ٣ ، ٥ هي :-

الحل :-

$$٠ = (س - ٥) (س - ٣)$$

$$س^2 - ٥س - ٣س + ١٥ = ٠$$

$$س^2 - ٨س + ١٥ = ٠$$

مثال (١٨) : أقرب عدد للمقدار $3 + \sqrt{1 + 23}$ هو :-

الحل :-

$$١ = {}^{\circ}(1) = \text{بالتقريب } {}^{\circ}(1,002)$$

$$3 + \sqrt{1 + 23}$$

$$3 + \sqrt{24}$$

$$\sqrt{24} = \text{بالتقريب } \sqrt{25} = 5$$

$$8 = 5 + 3$$

مثال (١٩) : أي الإجابات التالية أقرب للكسر $\frac{0,503 \times 98,27}{2,01}$

$$(أ) ٢٥ (ب) ٧٥$$

$$(ج) ٥٠ (د) ١٠٠$$

الحل :-

$$98,27 = \text{بالتقريب } 98$$

$$0,503 = \text{بالتقريب } 0,5$$

$$2,01 = \text{بالتقريب } 2$$

إذاً

$$25 = \frac{0,5 \times 98}{2} = \frac{5 \times 98}{10 \times 2} = 24,5 \text{ بالتقريب } 25 \text{ إذاً الحل : (أ)}$$

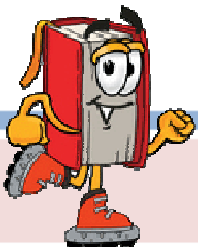
مثال (٢٠) : إذا كان $3 = \left(\frac{1}{3}\right)^{2-n}$ فإن قيمته ن =

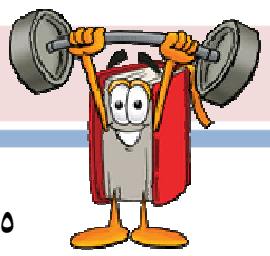
الحل :-

نتخلص من العدد الصحيح ٣ كذا :-

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2-n} = \frac{1}{3 \times 81}$$

بما أن الأساسات متساوية إذاً تساوي الأسس ببعض $\left(\frac{1}{3}\right)^{2-n} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\circ}$





$$5 = n - 2 \text{ ومنها } n = 8$$

مثال (٢١) : إذا كانت $2^{-s} = 1$ فإن قيمة $s = ?$

الحل :-

$$\text{بما أن } 2^{-s} = 1$$

إذاً

$2^{-s} = 2^0$ نلاحظ أن الأسس متساوية إذاً تساوي الأسس بعضها

$$s - 5 = 0$$

$$s = 5$$

مثال (٢٢) : إذا كان $\frac{16(2-s)}{64} = \frac{3-s}{4}$ فإن قيمة $s = ?$

الحل :-

حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسطين

$$64(3-s) = 16 \times 4(2-s)$$

$$3-9 = 3-s$$

$$s+9 = 2+s$$

$$s = 12$$

$$s = 4$$

همسة: $64 = 16 \times 4$

مثال (٢٣) : إذا كانت ٣ ، ٤ هما جذرا المعادلة $s^2 + bs + c = 0$ صفّر فإن

حاصل جمع $b + c = ?$

الحل :-

$$\text{بما أن } 3, 4 \text{ جذور المعادلة إذاً } (s-3)(s-4) = 0$$

$$s^2 - 3s + 12 = 0$$

$$s^2 - 7s + 12 = 0 \text{ يكافئ } s^2 + bs + c = 0$$

$$\text{ومنها } b = -7, c = 12$$

$$\text{إذاً } b + c = -7 + 12 = 5$$

مثال (٢٤) : أي الأعداد التالية يقبل القسمة على ٦ بدون باق ؟

(د) ١٤٥٣

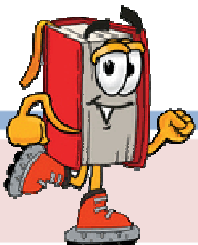
(ج) ١٢١٦

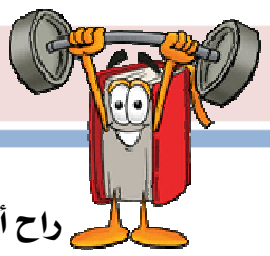
(ب) ١٢٥٤

(أ) ١٥٣٢

الحل :-

يقبل عدد ما القسمة على ٦ إذا كان يقبل القسمة على (٢ و ٣ معاً)





راح أستبعد (د) لأن أحاده ٣ غير موجود في جدول ضرب ٢
راح أستبعد (ج) ، (أ) لأن عند القسمة على ٣ يوجد باقي
الحل (ب) لأن ١٢٥٤ يقبل القسمة على ٢ و ٣ بدون باقي

مثال (٢٥) : أي الأعداد التالية يقبل القسمة على ٩ بدون باق ؟

(أ) ٤٣٢١ (ب) ٥٣٢١ (ج) ٦٣٢١ (د) ٣٣٢١

الحل :-

يقبل عدد ما القسمة على ٩ إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٩
راح أستبعد (أ) لأن مجموع أرقامه (١٠ = ٤ + ٣ + ٢ + ١) لا يقبل القسمة على ٩
راح أستبعد (ب) لأن مجموع أرقامه (١١ = ٥ + ٣ + ٢ + ١) لا يقبل القسمة على ٩
راح أستبعد (ج) لأن مجموع أرقامه (١٢ = ٦ + ٣ + ٢ + ١) لا يقبل القسمة على ٩
الحل (د) لأن مجموع أرقامه (٩ = ٣ + ٣ + ٢ + ١) يقبل القسمة على ٩

مثال (٢٦) : حل المعادلة $٤ + ١٠ = ٢ \times ٢^{-س}$ هو س = ؟

الحل :-

$$٤ + ١٠ = (١ + ١) \times ٢^{-س}$$

$$١٤ = ٢ \times ٢^{-س}$$

$$٧ = ٢^{-س}$$

$$٧ = ٢ \times ٢^{-س}$$

إذا الأساسات متساوية في حالة الضرب أجمع الأسس

$$٧ = (١ + ٢٠) \times ٢^{-س}$$

نلاحظ هنا الأساس يساوي الأساس إذاً الأس يساوي الأس

$$٧ = ١ + ٢٠$$

$$س = ٢ + ٢١$$

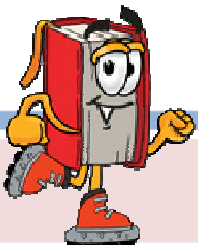
$$س = ٢٣$$

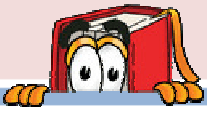
مثال (٢٧) : ناتج المقدار $٥\sqrt{٥} + ٤٥\sqrt{٥} - ٢٠\sqrt{٥}$ ؟

الحل :-

$$٥\sqrt{٥} - ٢٠\sqrt{٥} + ٤٥\sqrt{٥}$$

$$٥\sqrt{٦} = ٥\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٣} + ٥\sqrt{٥}$$





مثال (٢٨) : ناتج (-٣) $^4 = ؟$

الحل :

$$81 = 3 - \times 3 - \times 3 - \times 3 - = ^4 (3 -)$$

مثال (٢٩) : ناتج $^4 3 = ؟$

الحل :-

$$81 - = (3 \times 3 \times 3 \times 3) - = ^4 3 -$$

مثال (٣٠) : أي الأعداد التالية لا يعتبر قاسماً للعدد ٤٢ ؟

(أ) ٦ (ب) ٢١ (ج) ٧ (د) ٤

الحل :-

القاسم هو العدد الذي يقبل القسمة بدون باق

$$7 = 6 \div 42 \text{ لأن } 6 = 7$$

$$2 = 21 \div 42 \text{ لأن } 21 = 2$$

$$6 = 7 \div 42 \text{ لأن } 6 = 7$$

$$\text{الحل (د) لأن } 42 \div 4 = 10 \text{ والباقي } 2$$

مثال (٣١) : المضاعف المشترك الأصغر للعددين ٤ ، ٦ يساوي :-

(أ) ٢٠ (ب) ٢٤ (ج) ١٢ (د) ١٦

الحل :-

$$2 \times 2 = 4$$

$$3 \times 2 = 6$$

أكبر تكرار للعامل ٢ هو 2×2

أكبر تكرار للعامل ٣ هو ٣

إذاً

$$\text{المضاعف المشترك الأصغر} = 2 \times 2 \times 3 = 12 \text{ إذاً الحل : (ج) ١٢}$$

مثال (٣٢) : ناتج $1000 - 0,0001 = ؟$

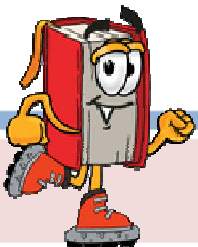
الحل :-

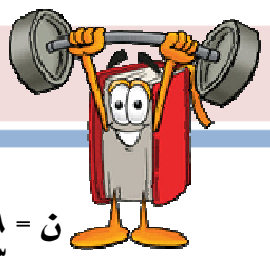
$$999,9999 = 1000 - 0,0001$$

مثال (٣٣) : إذا كان $\frac{5}{9} = \frac{ن}{9}$ فإن $\frac{3}{9} = ؟$

الحل :-

$$\begin{array}{r} 1000,0000 \\ - 0,0001 \\ \hline 999,9999 \end{array}$$





حل آخر: بضرب المعادلة $\frac{ن}{9} = 5$ في 3
 $15 = 5 \times 3 = \frac{ن^3}{9}$

ن = 5 × 9 = 45
إذا $\frac{ن^3}{9} = \frac{5 \times 9 \times 3}{9} = 15$

مثال (٣٤) : إذا كان $ن < ٤$ فما أقل قيمة عددية فيما يلي :-

(أ) $\frac{١+ن}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{ن}$ (ج) $٤ ن$ (د) $\frac{٤}{١+ن}$

الحل :-

بما أن $ن < ٤$ إذاً نرض $ن = ٥$ ونعوض في الخيارات الموجودة ونحدد الاختيار

الأقل قيمة ..

(أ) $\frac{١+ن}{٤} = \frac{١+٥}{٤} = \frac{٦}{٤}$

(ب) $\frac{٤}{ن} = \frac{٤}{٥}$

(ج) $٤ ن = ٤ \times ٥ = ٢٠$

(د) $\frac{٤}{١+ن} = \frac{٤}{١+٥} = \frac{٤}{٦}$

راح أستبعد (أ) ، (ج) لأن البسط أكبر من المقام

وأعمل مقارنه بين (ب) ، (د) بتوحيد المقامات

$\frac{٢٤}{٣٠} = \frac{٦ \times ٤}{٦ \times ٥} = \frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٢٠}{٣٠} = \frac{٥ \times ٤}{٥ \times ٦} = \frac{٤}{٦}$

إذاً (د) الأقل قيمة

مثال (٣٥) : ناتج العملية $\sqrt[٣]{٢٧} \times \sqrt[٣]{٦٤}$ يساوي ؟

الحل :-

$٣ = \sqrt[٣]{٣ \times ٣ \times ٣} = \sqrt[٣]{٢٧}$

$٤ = \sqrt[٣]{٢ \times ٢ \times ٢} = \sqrt[٣]{٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢} = \sqrt[٣]{٦٤}$

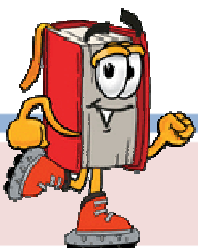
ناتج العملية $١٢ = ٤ \times ٣ = \sqrt[٣]{٦٤} \times \sqrt[٣]{٢٧}$

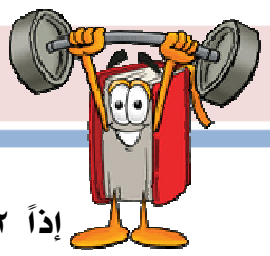
مثال (٣٦) : إذا كان $س = ص$

$٢ س + ٣ ص = ٢٠$ فما قيمة $١٠ س$ ؟

الحل :-

بما أن $س = ص$





$$\text{إذا } 2 \text{ ص} + 3 \text{ ص} = 20$$

$$5 \text{ ص} = 20 \text{ ومنها } 4 =$$

$$\text{إذا } 10 \text{ ص} = 4 =$$

$$\text{إذا } 10 \text{ ص} = 4 \times 10 = 40$$

مثال (٢٧) : أوجد قيمة $\frac{\text{س} + \text{ص}}{\frac{1}{\text{س}} + \frac{1}{\text{ص}}}$ حيث $\text{س} = 3$ ، $\text{ص} = 5$ ؟

الحل (١) :-

$$15 = \frac{15}{8} \times 8 = \frac{8}{15} \div 8 = \frac{8}{15} = \frac{5+3}{\frac{1}{5} + \frac{1}{3}}$$

الحل (٢) :-

$$15 = 5 \times 3 = \text{ص} \times \text{س} = \frac{\text{س} \times \text{ص}}{\text{ص} + \text{س}} \times (\text{ص} + \text{س}) = \frac{\text{س} + \text{ص}}{\text{س} \times \text{ص}} \div (\text{ص} + \text{س}) = \frac{\text{س} + \text{ص}}{\frac{\text{ص} + \text{س}}{\text{س} \times \text{ص}}} = \frac{1}{\frac{1}{\text{ص}} + \frac{1}{\text{س}}}$$

مثال (٢٨) : أي من الأعداد التالية غير نسبي ؟

(أ) $\sqrt{169}$ (ب) $\sqrt{50}$ (ج) $\sqrt{32} \times \sqrt{2}$ (د) $\sqrt{\frac{18}{2}}$

الحل :-

العدد الغير نسبي هو $\sqrt{50}$ لأن عند وضعه في أبسط صورة يكون

$$\sqrt{50} = \sqrt{2 \times 25}$$

مثال (٢٩) : $\sqrt{5}$ % من المقدار $\sqrt{5}$ =

الحل :-

$$0,25 = \frac{5 \times 5}{100} = \sqrt{5} \times \frac{\sqrt{5}}{100}$$

مثال (٤٠) : $5^{100} - 5^{99} = 5^{\text{س}} \times 4$ فإن $\text{س} =$ ؟

الحل :-

$$15 \times 99 = 100$$

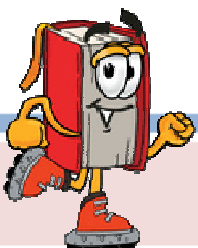
نأخذ عامل مشترك 5^{99}

$$4 \times 5^{\text{س}} = (1 - 15)^{99} 5$$

$$4 \times 5^{\text{س}} = 4 \times 5^{99}$$

$$5 = 5^{99}$$

$$99 = \text{س}$$





..(الجبر - الجزء الثاني)..

مثال (١) : بسط $\frac{س^٢ ص + ص^٢ س}{س^٢ ص + ص^٢ س}$

الحل :-

نأخذ عامل مشترك من البسط

$$س ص = \frac{(س^٢ ص + ص^٢ س)}{س^٢ ص + ص^٢ س}$$

مثال (٢) : $\sqrt{٦٠} \times \sqrt{١٥}$

الحل :-

$$\sqrt{٥ \times ٢ \times ٢ \times ٣} \times \sqrt{٥ \times ٣}$$

$$٣٠ = ٥ \times ٢ \times ٣ = ٥ \times ٥ \times ٢ \times ٢ \times ٣ \times ٣$$

مثال (٣) : إذا كان $٤^٣ \times ١٦ = ٤^٢ \times ٤^{١٠}$

الحل :-

$$٤^{(٢ \times ٢)} \times ٤^{(٤ \times ٢)} = ٤^{(٢ \times ٢)} \times ٤^{(٢ \times ١٠)}$$

$$٤^٢ \times ٤^٨ = ٤^٢ \times ٤^{٢٠}$$

في حالة الضرب إذا الأساسات متساوية أجمع الأسس

$$٢ = (٨ + س٢) ٢$$

الأساسات متساوية إذا الأساس متساوية

$$٣٢ = ٨ + س٢$$

$$٨ - ٣٢ = س٢$$

$$٢٤ = س٢$$

$$١٢ = س$$

التحليل

| | |
|----|-----|
| ٥ | ٢٥٥ |
| ٣ | ٥١ |
| ١٧ | ١٧ |
| | ١ |

مثال (٤) : أكبر عامل أولي للعدد ٢٥٥ هو

الحل :-

العوامل الأولية هي ٥ ، ٣ ، ١٧

أكبر عامل أولي هو العدد ١٧





مثال (٥) : س ÷ س % من العدد أ يساوي ؟

الحل :-

$$س ÷ (س % أ) =$$

$$س ÷ \frac{س أ}{١٠٠} = \frac{١٠٠}{س أ} \times س = \frac{١٠٠}{س أ} \times س$$

مثال (٦) : س + ٢ ص = أ ، س - ٢ ص = ب أي العبارات التالية تكافئ س ص

(أ) $\frac{أ ب}{٢}$ (ب) $\frac{أ + ب}{٢}$ (ج) $\frac{أ - ب}{٤}$ (د) $\frac{أ - ٢ ب}{٨}$

الحل :-

$$س + ٢ ص = أ$$

$$س - ٢ ص = ب$$

بالجمع

$$س + أ = ٢ ص + ٢ ص$$

$$س = \frac{أ + ب}{٢}$$

وبالمثل :-

$$س + ٢ ص = أ$$

$$س - ٢ ص = ب$$

بالطرح

$$٤ ص = أ - ب$$

$$ص = \frac{أ - ب}{٤}$$

إذاً

$$س ص = \left(\frac{أ - ب}{٤} \right) \times \left(\frac{أ + ب}{٢} \right) = \frac{أ - ب}{٨}$$

مثال (٧) : إذا كان ٥ (٣ س - ٧) = ١٠ فإن ٣ س - ٨ = ؟

الحل :-

$$٥ (٣ س - ٧) = ١٠ \text{ بالقسمة على } ٥$$

$$٣ س - ٧ = ٢ \text{ بإضافة } ١ \text{ للطرفين}$$





$$3 \text{ س } - 7 = 1 - 2 = 1$$

$$3 \text{ س } - 8 = 1$$

$$\text{مثال (٨) : } (7^9 \times 7^8) = 10$$

الحل :-

$$10^7 = 10^{(8+9)} = 10^{17}$$

$$\text{مثال (٩) : إذا كان } 5 \text{ س } + 13 = 31 \text{ فإن } \sqrt{5 \text{ س } + 31} \text{ يساوي}$$

الحل :-

بإضافة 31 للطرفين

$$5 \text{ س } + 31 = 31 + 13 = 44$$

$$5 \text{ س } = 44 - 31 = 13$$

$$5 \text{ س } + 31 = 13 + 31 = 44$$

$$49 = 31 + 5 \text{ س }$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$\sqrt{49} = \sqrt{31 + 5 \text{ س}}$$

$$7 = \sqrt{31 + 5 \text{ س}}$$

$$\text{مثال (١٠) : عدد الأعداد الصحيحة المحصورة بين - ط ، } \sqrt{2} \text{ هو :}$$

الحل :-

أي بين - 14 ، 3 ، 41 ، 1 هي :-

$$\{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

خمسة أعداد

$$\text{مثال (١١) : ما العدد الذي إذا ضربته في } \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5} \right) \text{ كان الناتج } \frac{7}{10}$$

الحل :-

$$\frac{7}{10} = \left(\frac{15 + 8}{20} \right) \times \text{س}$$

$$7 \times 2 = (7 -) \times \text{س}$$

$$\text{س} = 2$$





مثال (١٢) : $(\frac{1}{i} + أ)^2 = ١٠٠$ فإن $\frac{1}{٢i} + أ = ؟$

الحل :-

$$١٠٠ = \frac{1}{٢i} + أ \times \frac{1}{i} \times ٢ + أ^2$$

$$٢ - ١٠٠ = \frac{1}{٢i} + أ^2$$

$$٩٨ = \frac{1}{٢i} + أ^2$$

مثال (١٣) : س - ٤ = ١١ فإن س - ٨ = ؟

الحل :-

$$س - ٤ = ١١$$

بإضافة ٤ للطرفين

$$س - ٤ = ٤ - ١١$$

$$س = ٨ - ٧$$

مثال (١٤) : ما العدد الذي إذا قسم على $(\frac{١}{٣} + \frac{٥}{٦})$ كان الناتج $\frac{٣}{٢}$

كان الناتج - $\frac{٣}{٢}$

الحل :-

$$س \div \frac{٥+٢}{٦} = \frac{٣}{٢}$$

$$س \div \frac{٧}{٦} = \frac{٣}{٢}$$

$$س \div \frac{١}{٣} = \frac{٣}{٢}$$

$$س \times ٣ = \frac{٣}{٢}$$

$$س = \frac{1}{٢}$$





مثال (١٥) : $٦٤ = ٢^{٦-ا}$ فإن قيمة $ا$ تساوي

الحل :-

$$٦٤ = ٢^{٦-ا}$$

$$٦٤ = ٢٢$$

الأساسات متساوية إذا الأس يساوي الأس

$$٦-ا = ٦$$

$$٦+٦ = ا$$

$$١٢ = ا$$

مثال (١٦) : $ا-ب = ٧$ ، $ا+ب = ١٣$ فإن $ا-ب = ٢$ يساوي

الحل :-

$$٩١ = ١٣ \times ٧ = (ا+ب)(ا-ب) = (٢-ب)$$

مثال (١٧) : إذا كان $ا = ٧$ ، $ب = ٣$ فإن $\frac{ا}{ب} =$

الحل :-

$$\frac{ا}{ب} = \frac{٧}{٣} ، \frac{ب}{ا} = \frac{٣}{٧}$$

$$ا \div ب = \frac{ا}{ب} = \frac{٧}{٣} \times \frac{٣}{٧} = \frac{٧}{٣} \div \frac{٣}{٧} = \frac{٩}{٤٩}$$

مثال (١٨) : $٢س - ٥ = ٩٨$ فإن $٢س + ٥ = ؟$

الحل :-

بإضافة ١٠ للطرفين

$$١٠ + ٩٨ = ١٠ + ٢س - ٥$$

$$١٠٨ = ٥ + ٢س$$

مثال (١٩) : $١٢٨ = ٢س$ فإن $س = ؟$

الحل :-

$$١٢٨ = ٢س$$

$$٦٤ = س$$

$$٤٩ = ٧ \times ٧ = س \times س = س^٢$$





مثال (٢٠) : إذا كان العدد $\sqrt{0,78}$ أي القيمة التالية أقل من العدد أ ؟

(أ) $\sqrt{5}$ (ب) $أ^2$ (ج) $\frac{1}{أ}$ (د) $أ^2$

الحل :-

$أ^2$ أقل من أ

لأن $أ > ١$

مثال (٢١) : إذا كان $\frac{5}{8}$ عدد ٢٤ يكافئ $\frac{15}{٧}$ لعدد س فإن قيمة س هي :-

الحل :-

$$س \times \frac{15}{7} = 24 \times \frac{5}{8}$$

بالضرب في ٥٦ لـ التخلص من المقامات

$$س \times 15 \times 8 = 24 \times 5 \times 7$$

$$س = \frac{24 \times 5 \times 7}{15 \times 8}$$

مثال (٢٢) : إذا كان $٢^{٢+س} = ٣٢ = ٣^{٢+س}$ فإن ٣ يساوي ؟

الحل :-

$$٥٢ = ٢^{٢+س}$$

$$٥ = ٣ + س$$

$$٣ - ٥ = س$$

$$٢ = س$$

ومنها

$$٨١ = ٣^{٢+٢} = ٣^{٤}$$

مثال (٢٣) : مجموع العددين $\frac{2}{3} + \frac{3}{5}$ هو ؟

الحل :-

$$٧ \frac{٤}{15} = \frac{109}{15} = \frac{69 + 40}{15} = \frac{23}{5} + \frac{1}{3}$$

مثال (٢٤) : $٣٦ = ٢ص + ٢س$ ، $٦٤ = (ص + س)$ فإن $ص \times س$ تساوي

الحل :-

$$٦٤ = (ص + س)$$

$$٦٤ = ٢ص + ٢س$$





$$٣٦ + ٢ \text{ س ص} = ٦٤$$

$$٣٦ - ٦٤ = \text{س ص}$$

$$٢٨ = \text{س ص}$$

$$\text{س ص} = ١٤$$

مثال (٢٥) : إذا كان $\frac{٣٤,٥٦ \times ٧,٨٩}{\text{س}} = ٣,٤٥٦ \times ٧٨,٩$ فإن قيمة س ؟

الحل :-

$$\text{س} = \frac{٣٤٥٦ \times ٧٨٩}{٣٤,٥٦ \times ٧,٨٩} = \frac{٣,٤٥٦ \times ٧٨,٩}{٣٤,٥٦ \times ٧,٨٩} = ١$$

نلاحظ في البسط الفاصلة بعد أربعة أرقام وبالمثل للمقام إذاً ممكن نحذف الفواصل

مثال (٢٦) : إذا كان س = ٩٩٤ فإن س^٢ + ١٢ س + ٣٦ يساوي ؟

الحل :-

$$\text{س}^٢ + ١٢ \text{ س} + ٣٦ = (٦ + \text{س})^٢ = (٦ + ٩٩٤)^٢ = (١٠٠٠)^٢ = ١٠٠٠٠٠٠$$

مثال (٢٧) : إذا كان أ ، ب عدداً موجبان أ^٢ - ب^٢ = ٢١ ، أ^٢ + ب^٢ = ٢٩ فإن حاصل ضرب أ ب يساوي

الحل :-

$$\text{أ}^٢ - \text{ب}^٢ = ٢١$$

$$\text{أ}^٢ + \text{ب}^٢ = ٢٩$$

بالجمع

$$٢ \text{ أ}^٢ = ٥٠$$

$$\text{أ}^٢ = ٢٥$$

أ = ٥ الإشارة السالبة مرفوضة

نعوض عن أ في (أ^٢ + ب^٢ = ٢٩)

$$٢٩ = \text{ب}^٢ + ٢٥$$

ب^٢ = ٤ الإشارة السالبة مرفوضة

$$\text{ب} = ٢$$

$$\text{ومنها أ} \times \text{ب} = ١٠ = ٢ \times ٥$$





مثال (٢٨) : إذا كان $\frac{4}{س} + \frac{3}{5} = \frac{10}{س}$ فإن قيمة س تساوي

الحل :-

$$\frac{4}{س} = \frac{4}{س} - \frac{10}{س}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4}{س}$$

$$5 \times 4 = 4 \times س$$

$$5 \times 4 = 4 \times س$$

$$10 = س$$

مثال (٢٩) : معادلة من الدرجة الثانية التي مجموع جذريها ٧ وحاصل

ضربها ١٢ هي :-

الحل :-

$$س^2 - (م + ن)س + (م \times ن) = صفر$$

$$س^2 - (٧)س + (١٢) = صفر$$

مثال (٣٠) : $\sqrt{5+5+5+5+5}$

الحل :-

$$5 = \sqrt{25}$$

مثال (٣١) : المعادلة : $س^2 + ٦س + ٥ = ٠$

أ) مجموع جذريها ٦ وحاصل ضربها ٥

ب) مجموع جذريها -٦ وحاصل ضربها ٥

ج) مجموع جذريها ٥ وحاصل ضربها ٦

د) مجموع جذريها -٥ وحاصل ضربها ٦

الحل :-

$$س^2 - (مجموع جذريها)س + (حاصل ضربها) = صفر$$

$$س^2 - (٦-)س + (٥) = صفر$$

$$س^2 + ٦س + ٥ = صفر$$

إذاً

الحل : (ب)





مثال (٢٢) : عندما $أ = ١١٧$ ، $ب = ١١٨$ فإن $\frac{أ - ب}{أ + ب}$ هو :-

الحل :-

$$١ - = ١١٨ - ١١٧ = ب - أ = \frac{(ب + أ) (ب - أ)}{ب + أ}$$

مثال (٢٣) : إذا كانت $س = ٩٩٩٩$ فإن قيمة المقدار $\frac{س^٤ - س^٢}{(س٢ + ١)(س٢ - ٣)}$ ؟

الحل :-

$$٣٣٣٣ = \frac{٩٩٩٩}{٣} = \frac{س}{٣} = \frac{(١ + س٢)(١ - س٢) س}{(١ - س٢) \times ٣ \times (١ + س٢)} = \frac{س(١ - س٢)}{(١ - س٢)(١ + س٢)}$$

مثال (٣٤) : $س = \frac{٢}{٣}$ فإن قيمة المقدار $\frac{٣}{٣ - (١ - س٢)}$ هي :-

الحل :-

$$\frac{١}{٩} = \frac{١}{٢٧} \times ٣ = ٣ \left(\frac{١}{٣} \right) = ٣ \left(١ - \frac{٤}{٣} \right) = ٣ \left(١ - \frac{٢}{٣} \times ٢ \right) = ٣(١ - س٢)$$

مثال (٢٥) : إجابة العملية التالية :-

$$\frac{٥}{٢٥} \times \frac{٥}{٢٠} \times \frac{٥}{١٥} \times \frac{٥}{١٠} \times \frac{٥}{٥}$$

الحل :-

$$\frac{١}{١٢٠} = \frac{١}{٥} \times \frac{١}{٤} \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٢} \times ١$$

مثال (٣٦) : $\frac{٨}{٩}$ عدد نسبي يزيد عن $\frac{٤}{٥}$ العدد بمقدار $٣, ٠$ فإن العدد هو :-

الحل :-

$$\frac{٣}{١٠} = س - \frac{٤}{٥} = س - \frac{٨}{٩}$$

$$\frac{٣}{١٠} = س - \frac{٤٠}{٤٥}$$

$$\frac{٣}{١٠} = س - \frac{٤}{٤٥}$$

$$\frac{٢٧}{٨} = \frac{٣ \times ٤٥}{١٠ \times ٤} = س$$

مثال (٢٧) : إذا كان $س$ ، $ص$ عددين صحيحين بحيث $س^٢ = ص^٢$ فأى من القيم التالية لا يمكن أن يكون قيمة $ل$ ص ؟

(د) ١٦

(ج) ٨

(ب) ١

(أ) -١





الحل :-

$$س^2 = ص^2$$

نأخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$$س = \sqrt[3]{ص^2}$$

إذاً يمكن أن نأخذ (- ١) ، (١) ، (٨)

ولكن لا يمكن أن نأخذ ١٦

لأن

$$س = \sqrt[3]{(١٦)^2} = \sqrt[3]{٢٥٦} \neq ص$$

مثال (٣٨) : أحسب $١^9 + ٩^1 =$

الحل :-

$$١ = ٩^١$$

$$٩ = ١^٩$$

إذاً

$$١٠ = ٩ + ١$$

مثال (٣٩) : ما العدد الذي إذا قسمناه على ٢ أو ٥ كان بدون باقي وإذا قسمناه

على ٧ كان الباقي ٣ ؟

(أ) ١٨ (ب) ٨٠ (ج) ٣٠ (د) ١٤٣

الحل :-

٨٠ يقبل القسمة على ٢ لأنه عدد زوجي

٨٠ يقبل القسمة على ٥ لأن أحادها صفر

$$٨٠ \div ٧ = ١١ \text{ والباقي } ٣$$

مثال (٤٠) : أوجد $١^{٦٥} + ١^{٦٥} =$

الحل :-

$$١ = ١^{٦٥}$$

$$١ = ١^{٦٥}$$

إذاً

$$٢ = ١ + ١$$





..(تطبيقات جبرية متنوعة)..

مثال (١) : إذا كان أربعة أمثال عدد = ٨ ، فكم يساوي ثلاث أمثاله ؟

الحل :-

نفرض العدد = س

أربعة أمثال عدد = ٤ س

ثلاث أمثاله = ٣ س

من جملة : إذا كان أربعة أمثال عدد = ٨

٤ س = ٨

بالقسمة على ٤

س = ٢

أوجد ثلاث أمثاله ؟

٣ س = ٢ × ٣ = ٦

مثال (٢) : إذا طرحنا الرقم ٨ من حاصل ضرب (٨ × س) فكان الناتج ٤٨ فإن

قيمة س = ؟

الحل :-

٤٨ = ٨ - (٨ × س)

٤٨ = ٨ - ٨ س

٨ + ٤٨ = ٨ س

٥٦ = ٨ س

بالقسمة على ٨

س = ٧

مثال (٣) : عددان نسبيان الفرق بينهما $\frac{1}{4}$ ، إذا كان العدد الأصغر فيهما يساوي

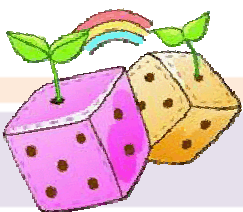
ربع فإن العدد الأكبر يساوي ؟

الحل :-

نفرض العدد الأكبر = س ، العدد الأصغر = $\frac{1}{4}$ معطاة

من جملة : الفرق بينهما $\frac{1}{4}$

س - $\frac{1}{4}$ = $\frac{1}{4}$ ← س = $\frac{1}{4}$ + $\frac{1}{4}$ = $\frac{2}{4}$





مثال (٤) : ما العدد الذي إذا أضيف إليته مربعة كان الناتج ١٢ ؟

الحل :-

نضرب العدد = س إذا مربعة = س^٢

ومنها

$$س + س^٢ = ١٢$$

$$س^٢ + س - ١٢ = ٠$$

$$٠ = (س + ٤) (س - ٣)$$

$$س = -٤ \text{ أو } س = ٣$$

$$س = ٣$$

مثال (٥) : ما هو ثلث العدد ٣^٥ ؟

الحل :-

$$٣^٤ = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ = ٣ \times ٣ \times ٣ \times ٣ \times \frac{١}{٣} = ٣^٥ \times \frac{١}{٣}$$

مثال (٦) : إذا أضيف عدد إلى ضعفه وطرح من مجموعها ٥ كان الناتج ٧ . فما

هذا العدد ؟

الحل :-

نضرب العدد = س

ضعفه = ٢ س

إذاً

$$س + ٢ س - ٥ = ٧$$

$$٣ س - ٥ = ٧$$

$$٣ س = ١٢$$

$$س = ٤$$

بالقسمة على ٣

$$س = ٤$$

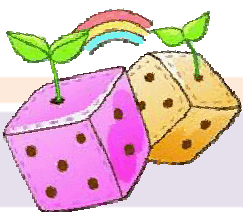
مثال (٧) : عدد مكون من رقمين فإذا كان حاصل ضرب رقمية ١٢ ، والفرق بين

مكعبيهما ٣٧ . فما هذا العدد ؟

الحل :-

ممکن الحل بالتجربة .. نبحت عن عددين حاصل ضربيهما ١٢

$$١٢ = ١ \times ١٢، ١٢ = ٤ \times ٣، ١٢ = ٦ \times ٢$$





نبدأ بتجربة ($12 = 2 \times 6$)

من جملة الفرق بين مكعبيهما = 37

$$6^3 - 2^3 = 216 - 8 = 208 \quad \text{إذا راح أستبعد 2، 6}$$

نبدأ بتجربة ($12 = 3 \times 4$)

من جملة الفرق بين مكعبيهما = 37

$$4^3 - 3^3 = 64 - 27 = 37$$

مثال (8) : إذا كان ثلث عدد مضافاً إلى نصفه يساوي 10 . فإن هذا العدد يساوي؟

الحل :-

نرض العدد = س

$$10 = \frac{1}{3}س + \frac{1}{2}س$$

بتوحيد المقامات

$$10 = س \frac{5}{6}$$

$$س = \frac{6}{5} \times 10$$

$$س = 12$$

مثال (9) : إذا طرح العدد 2 من حاصل الضرب ($5 \times س$) وكان الناتج يساوي 23

فإن قيمة س تساوي ؟

الحل :-

$$23 = 2 - (5 \times س)$$

$$س = 23 + 2$$

$$س = 25$$

بالقسمة على 5

$$س = 5$$

مثال (10) : إذا كانت قيمة 0,7 من عدد يساوي 140 . فما قيمة هذا العدد ؟

الحل :-

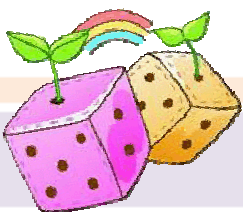
نرض العدد = س

$$140 = س \times 0,7$$

$$140 = س \times \frac{7}{10} \quad \leftarrow \text{بالضرب في 10 لـ التخلص من المقام}$$

$$س = \frac{1400}{7} \quad \leftarrow \text{بالقسمة على 7}$$

$$س = 200$$





مثال (١١) : إذا كان ٥ أمثال مجموع عددين متتالين هو ١٠٥ فإن العدد الأكبر هو ؟

الحل :-

نفرض العددين المتتالين = س ، (س + ١)

$$١٠٥ = [(س + ١) + س] \times ٥$$

بالقسمة على ٥

$$٢١ = (س + ١) + س$$

$$٢١ = ١ + س + ٢$$

$$١ - ٢١ = س + ٢$$

$$٢٠ = س + ٢$$

بالقسمة على ٢

$$١٠ = س$$

إذاً

العدد الأول = س = ١٠

العدد الثاني = س + ١ = ١٠ + ١ = ١١

مثال (١٢) : ما هو العدد الذي يتكون من رقمين بحيث حاصل ضرب رقمية ٨ ومجموع مربعيهما ٢٠ ؟

(د) ١٨

(ج) ٨١

(ب) ٢٤

(أ) ٤٥

الحل :-

$$\left. \begin{array}{l} ٨ = ٢ \times ٤ \\ ٢٠ = ٤ + ١٦ = ٢٢ + ٢٤ \end{array} \right\} \text{ بالتجربة الحل ٢٤ لأن}$$

مثال (١٣) : إذا جمعنا ٧ على عدد ما ثم قسمنا الناتج على خمسة فكان الناتج مساوياً لضعف العدد مطروح منه ٤ . فما هذا العدد ؟

الحل :-

نفرض العدد س

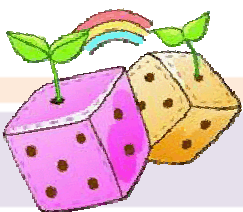
إذا جمعنا ٧ على عدد ما = س + ٧

ثم قسمنا الناتج على خمسة = $\frac{س + ٧}{٥}$

كان الناتج مساوياً لـ ضعف العدد مطروح منه ٤

$$\frac{س + ٧}{٥} = ٢س - ٤$$

بالضرب في ٥ لـ التخلص من المقام





$$٢٠ - س = ١٠ + س$$

$$٢٠ + ٧ = ١٠ - س$$

$$٢٧ = ٩ - س$$

بالقسمة على ٩

$$٣ = س$$

مثال (١٤) : إذا كان قيمة ٣,٠ من عدد يساوي ٢,٠ فإن ٥ أضعاف العدد يساوي ؟

الحل :-

نضرب العدد = س

$$٠,٣ = س \times ٠,٢$$

$$\frac{٣}{١٠} = س \times \frac{٢}{١٠}$$

بالضرب في ١٠ لـ التخلص من المقامات

$$٣ = س \times ٢$$

$$\frac{٣}{٢} = س$$

المطلوب :

$$٥ \text{ أضعاف العدد} = ٥ \times س = \frac{٣}{٢} \times ٥ = \frac{١٥}{٢}$$

مثال (١٥) : عدنان مجموعهم ٥٠ والفرق بينهم ٣٠ فإن العددين هما ؟

الحل :-

نضرب العدد الأول = س ، العدد الثاني = ص

$$٥٠ = س + ص$$

$$٣٠ = س - ص$$

بالجمع _____

$$٨٠ = ٢س$$

بالقسمة على ٢

$$٤٠ = س$$

نعوض عن س في (س + ص = ٥٠) لإيجاد قيمة ص

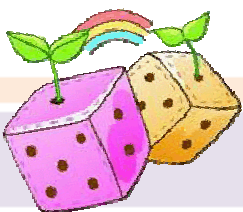
$$٥٠ = ٤٠ + ص$$

$$٤٠ - ٥٠ = ص$$

$$١٠ = ص$$

إذاً

$$١٠ ، ٤٠ = العددين هما$$





مثال (١٦) : عدد ٨ أمثاله ٢٤ فإن خمس أمثاله يساوي ؟

الحل :-

نفرض العدد = س

$$٢٤ = ٨ س$$

$$٣ = س$$

إذاً

$$١٥ = ٣ \times ٥ = س \times ٥$$

مثال (١٧) : مجموع ثلاث أعداد فردية متتالية ٣٣ ، أكبر هذه الأعداد هو :

الحل :-

نفرض الأعداد : س ، س + ٢ ، س + ٤

$$٣٣ = (س + ٤) + (س + ٢) + س$$

$$٣٣ = ٦ + س$$

$$٦ - ٣٣ = س$$

$$٢٧ = س$$

بالقسمة على ٣

$$٩ = س$$

الأعداد : ٩ ، ١١ ، ١٣

أكبرها ١٣

مثال (١٨) : ثلاثة أعداد متتالية مجموعها أقل من ٧٥ وأكبر عدد فيها هو :

(د) ٢٧

(ج) ٢٣

(ب) ٢٥

(أ) ٢٤

الحل :-

$$٧٥ > (س + ١) + (س + ٢) + س$$

$$٧٥ > ٣ + س$$

$$٣ - ٧٥ > س$$

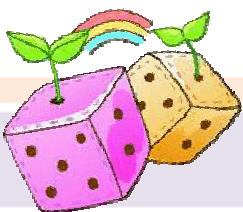
$$٧٢ > س$$

بالقسمة على ٣

$$٢٤ > س$$

الأعداد : ٢٣ ، ٢٤ ، ٢٥

يكون أكبر عدد فيها = ٢٥





مثال (١٩) : خمس ما يملك راشد ٦٠ ريال فإن نصف ثلث ما يملكه ؟

الحل :-

$\frac{1}{5} \times$ ما يملكه راشد = ٦٠
بالضرب في ٥ لـ التخلص من المقام
إذاً

ما يملكه راشد = 5×60

ما يملكه راشد = ٣٠٠ ريال

ومنها

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \text{ما يملكه} = 300 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = 50 \text{ ريال}$$

مثال (٢٠) : حاصل ضرب ثلاثة أعداد صحيحة موجبة ٣٠٠ أحدها خمسة فإن أقل مجموع للعددين الآخرين هو ؟

الحل :-

$$300 = ع \times ص \times س$$

$$300 = ع \times ص \times 5$$

$$60 = ع \times ص$$

تحليل العدد ٦٠ إلى عوامله :-

$$60 = 1 \times 60 \text{ مجموعها} = 1 + 60 = 61$$

$$30 = 2 \times 30 \text{ مجموعها} = 2 + 30 = 32$$

$$20 = 3 \times 20 \text{ مجموعها} = 3 + 20 = 23$$

$$15 = 4 \times 15 \text{ مجموعها} = 4 + 15 = 19$$

$$10 = 6 \times 10 \text{ مجموعها} = 6 + 10 = 16$$

$$12 = 5 \times 12 \text{ مجموعها} = 5 + 12 = 17$$

إذاً

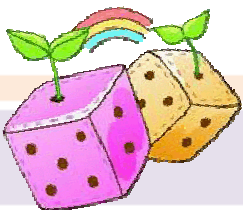
أقل مجموع للعددين هو ١٦

مثال (٢١) : إذا كان $\frac{5}{8}$ عدد ٢٤ يكافئ $\frac{15}{7}$ عدد س فإن قيمة س ؟

الحل :-

$$س \times \frac{15}{7} = 24 \times \frac{5}{8}$$

$$س \times \frac{15}{7} = 15 \quad \leftarrow س = 7$$





مثال (٢٢) : عددان حاصل ضربهما ٩٠٠ ومجموعهما يزيد عن الفرق بينهما ٣٠
فإن أكبر هذين العددين هما ؟

الحل :-

نضرب العدد الأول = س ، العدد الثاني = ص

من جملة : مجموعهما يزيد عن الفرق بينهما بـ ٣٠

$$٣٠ = (س + ص) - (س - ص)$$

$$٣٠ = ص + س - ص + س$$

$$٣٠ = ٢ص$$

$$ص = ١٥$$

من جملة : عددان حاصل ضربهما ٩٠٠

$$٩٠٠ = ص \times س$$

$$٩٠٠ = ١٥ \times س$$

$$س = ٦٠$$

مثال (٢٣) : ربع ما يملك عمر ٦ ريالات . فما مقدار نصف ثلث ما يملك عمر ؟

الحل :-

$$\frac{١}{٤} \times \text{ما يملك عمر} = ٦ \text{ ريالات}$$

إذاً

$$\text{ما يملك عمر} = ٢٤ \text{ ريال}$$

ومنها

$$\frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} \times ٢٤ = ٤ \text{ ريالات}$$

مثال (٢٤) : أربعة أمثال عدد مضاف إليته - ٧ يقل ٨ عن مجموع العدد و ١٦ فإن
العدد هو ؟

الحل :-

نضرب العدد س

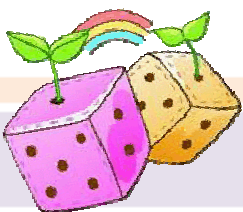
$$٤س + (٧ -) = ٨ - ١٦ + س$$

$$٤س - ٧ = ٨ + س$$

$$٤س - ٧ = ٨ + س$$

$$٣س = ١٥$$

$$س = ٥$$





مثال (٢٥) : ما هو العدد الذي إذا ضرب في العدد الذي يليه كان حاصل ضرب

العددين = حاصل جمع العددين + ١٩ ؟

الحل :-

تفرض العدد الأول = س ، العدد الثاني = س + ١

من جملة حاصل ضرب العددين = س (س + ١)

من جملة حاصل جمع العددين + ١٩ = س + س + ١ + ١٩

إذاً

$$س (س + ١) = ٢٠ + س$$

$$س^٢ + س = ٢٠ + س$$

$$س^٢ = ٢٠$$

$$س = ٥$$

ومنها

$$س = ٥$$

$$س = ٤$$

مثال (٢٦) : لدينا ستة أعداد صحيحة متتالية فإذا كان مجموع الثلاثة الأولى

منها (٢٧) . فما مجموع الثلاثة الأخيرة منها ؟

الحل :-

نفرض الثلاثة الأعداد الأولى = س ، (س + ١) ، (س + ٢)

من جملة مجموع الثلاثة الأولى منها ٢٧

$$س + (س + ١) + (س + ٢) = ٢٧$$

$$٣س + ٣ = ٢٧$$

$$٣س = ٢٤$$

$$س = ٨$$

إذاً

الثلاثة أعداد الأولى = ٨ ، ٩ ، ١٠

الثلاثة أعداد الأخيرة = ١١ ، ١٢ ، ١٣

$$مجموع الثلاثة الأخيرة = ١١ + ١٢ + ١٣ = ٣٦$$

مثال (٢٧) : ما العدد المكون من خانتين إذا جمعتهما كان الناتج ١٢ ، وإذا

عكست موقعي خائتيه يفقد ١٨ من قيمته ؟





٨٤ (د)

٧٥ (ج)

٥٧ (ب)

٤٨ (أ)

الحل :-

بتجربة الخيارات

$$١٢ = ٥ + ٧ = \text{العدد} = \text{خانتتي العدد}$$

$$١٨ = ٥٧ - ٧٥ = ١٨ \text{ يفقد الخانتين يفقد}$$

مثال (٢٨) : عدد يتكون من رقمين حاصل ضرب رقمية يساوي ٦ والفرق بين

مربعيهما يساوي ٥ فما هو هذا العدد ؟

١٦ (د)

٢٣ (ج)

٣١ (ب)

٦١ (أ)

الحل :-

بتجربة الخيارات

$$٦ = ٢ \times ٣ = \text{حاصل ضرب الرقمين}$$

$$٥ = ٤ - ٩ = ٢ - ٣ = \text{الفرق بين مربعيهما}$$

مثال (٢٩) : ما العدد الذي إذا جمع عدده أصبح ٨ وإذا طرح العدد الأول من

العدد الثاني يساوي ٢ ؟

٦٤ (د)

٥٣ (ج)

٣٥ (ب)

٤٦ (أ)

الحل :-

بتجربة الخيارات

$$٨ = ٥ + ٣ \leftarrow \text{جمع عدده أصبح ٨}$$

$$٢ = ٣ - ٥ \leftarrow \text{طرح العدد الأول من العدد الثاني يساوي ٢}$$

مثال (٣٠) : إذا طرح العدد ٩ من حاصل الضرب (٩ × ص) وكان الناتج يساوي ٧٢

فإن قيمة ص تساوي ؟

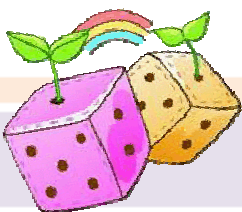
الحل :-

$$٧٢ = ٩ - (٩ \times \text{ص})$$

$$٩ + ٧٢ = \text{ص} \times ٩$$

$$٨١ = \text{ص} \times ٩$$

$$\text{ص} = ٩$$





مثال (٣١) : إذا كانت قيمة ٠,٤ من عدد يساوي ٠,٢ فإن ٦ أضعاف هذا العدد تساوي ؟

الحل :-

$$٠,٤ \times \text{العدد} = ٠,٢$$

$$٤ \times \text{العدد} = ٢$$

$$\frac{١}{٢} = \text{العدد}$$

إذاً

$$٦ \times \text{العدد} = \frac{١}{٢} \times ٦ = ٣$$

مثال (٣٢) : إذا كان ضعف مجموع ثلاثة أعداد متتالية يساوي ١٢ ، فما العدد الأكبر منها ؟

الحل :-

ثلاثة أعداد متتالية = س ، (س + ١) ، (س + ٢)

من جملة ضعف مجموع ثلاثة أعداد متتالية يساوي ١٢

$$١٢ = [(س + ٢) + (س + ١) + س] \times ٢$$

$$١٢ = [٣ + ٢س] \times ٢$$

$$١٢ = ٦ + ٤س$$

$$٦ = ٤س$$

$$١ = ٤س$$

الأعداد هي : ١ ، ٢ ، ٣

العدد الأكبر = ٣

مثال (٣٣) : إذا طرحنا ٥ من عدد ما ، ثم قسمنا الباقي على ٤ فكان الناتج مساوياً لثمان العدد ١٣٦ . فما العدد ؟

الحل :-

نحرض العدد = س

إذا طرحنا ٥ من عدد ما = س - ٥

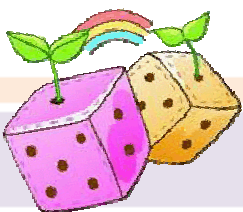
ثم قسمنا الباقي على ٤ = $\frac{س - ٥}{٤}$

$$\text{ثمان العدد } ١٣٦ = ١٣٦ \times \frac{١}{٨} = ١٧$$

إذاً

من جملة كان الناتج مساوياً لثمان العدد ١٣٦

$$١٧ = \frac{س - ٥}{٤}$$





$$\text{س} - 5 = 17 \times 4$$

$$\text{س} - 5 = 68$$

$$\text{س} = 68 + 5 \leftarrow \text{س} = 73$$

مثال (٣٤) : إذا كان العدد ١٦ يمثل ثلثي عدد ما ، فما هذا العدد ؟

الحل :-

$$\frac{2}{3} \times \text{العدد} = 16 \quad ((\text{نروض العدد} = \text{س}))$$

بالضرب في ٣ لـ التخلص من المقام

$$2 \times 16 = \text{س}$$

$$\frac{2 \times 16}{2} = \text{س}$$

$$24 = \text{س}$$

مثال (٣٥) : كم ربعاً في الكسر $\frac{12}{5}$ ؟

الحل :-

$$9,6 = \frac{4}{1} \times \frac{12}{5} = \frac{1}{4} \div \frac{12}{5}$$

أي ٩ أرباع و ٦ أجزاء من الربع

مثال (٣٦) : عددان مجموعهما ١٢ وحاصل ضربيهما يساوي ٤ أوجد مجموع مقلوب

العددين ؟

الشرح :-

نروض العدد الأول = س ، العدد الثاني = ص

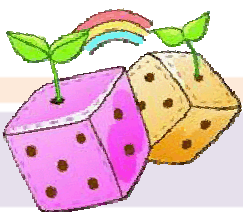
$$12 = \text{س} + \text{ص} \leftarrow \text{عددان مجموعهما ١٢}$$

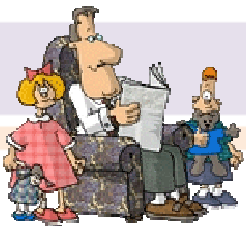
$$4 = \text{س} \times \text{ص} \leftarrow \text{حاصل ضربيهما ٤}$$

$$\frac{1}{\text{ص}} + \frac{1}{\text{س}} : \text{المطلوب}$$

الحل :-

$$3 = \frac{12}{4} = \frac{\text{س} + \text{ص}}{\text{س} \times \text{ص}}$$





..(الأعمار)..

الجمل الرياضيتة - تطبيقات حياتيتة على حل المعادلتة من الدرجتة الأولى

مثال (١) : إذا كان عمر فهد بعد ٨ سنوات يساوي ثلاثتة أضعاف عمره منذ ٤ سنوات . فما عمره الآن ؟

الشرح :-

نفرض عمر فهد الآن = س

عمره بعد ٨ سنوات = س + ٨

عمره منذ ٤ سنوات = س - ٤

الحل :-

عمره بعد ٨ سنوات = ثلاثتة أضعاف (عمره منذ ٤ سنوات)

$$س + ٨ = ٣ (س - ٤)$$

$$س + ٨ = ٣س - ١٢$$

$$٨ + ١٢ = ٣س - س$$

$$٢٠ = ٢س$$

$$س = ١٠$$

إذاً عمر فهد الآن = ١٠ سنوات

مثال (٢) : إذا كان عمر خالد يكبر عمر أخيه حسان الآن بـ ٧ سنوات . فبكم سنتة يكبره بعد ٣ سنوات ؟

الحل :-

يبقى فرق العمر ثابت مهما مرت الأعوام

إذاً أيضاً بعد ٣ سنوات عمر خالد يكبر عمر أخيه حسان بـ ٧ سنوات

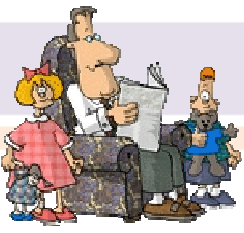
مثال (٣) : إذا كان عمر أحمد ٣ أضعاف عمر ابنه . بعد عشر سنوات يصبح عمر الابن ٢٠ سنه ، فما عمر أحمد الآن ؟

الحل :-

نفرض عمر أحمد = س ، عمر ابنه = ص

من جملة : عمر أحمد ٣ أضعاف عمر ابنه ← س = ٣ ص





إذا عمر الابن ← ص = $\frac{س}{3}$

بعد عشر سنوات يصبح عمر ابنه ٢٠ سنة = $\frac{س}{3} + ١٠ = ٢٠$

$$١٠ - ٢٠ = \frac{س}{3}$$

$$١٠ = \frac{س}{3}$$

بالمضرب في ٣

$$٣٠ = س$$

إذا

عمر أحمد الآن ٣٠ سنة

مثال (٤) : إذا كان عمر خالد بعد ١٠ سنوات يساوي ضعف عمره منذ ٢٠ سنة . فما عمر خالد الآن ؟

الشرح :-

نفرض عمر خالد = س

عمر خالد بعد ١٠ سنوات = س + ١٠

منذ ٢٠ سنة = س - ٢٠

الحل :-

عمر خالد بعد ١٠ سنوات = ضعف عمره منذ ٢٠ سنة

$$(س + ١٠) \times ٢ = (س - ٢٠)$$

$$٢س + ٢٠ = ١٠ + ٢س - ٤٠$$

$$١٠ + ٤٠ = ٢س - ٢س$$

$$٥٠ = س$$

إذا

عمر خالد الآن = ٥٠ سنة

مثال (٥) : إذا كان خالد الآن يكبر محمود بـ ٢٠ عاماً فبكم عاماً يكبره بعد عشرة أعوام ؟

الحل :-

إذا كان خالد الآن يكبر محمود بـ ٢٠ عاماً فبعد عشرة أعوام أيضاً يكبره بـ ٢٠ عاماً .





مثال (٦) : عمر ليلى الآن أكبر من عمر أخيها أحمد بمقدار ٩ سنوات . وبعد سنتين من الآن يصبح عمر أحمد نصف عمر ليلى . أوجد عمر كل منهما الآن ؟

الشرح :-

نفرض عمر أحمد الآن = س

فيكون عمر ليلى الآن = س + ٩

عمر أحمد بعد سنتين من الآن = س + ٢

عمر ليلى بعد سنتين من الآن = س + ٩ + ٢ = س + ١١

الحل :-

من جملة بعد سنتين من الآن يصبح عمر أحمد نصف عمر ليلى

$$(س + ٢) = \frac{١}{٢} (س + ١١)$$

بالضرب في ٢ لـ التخلص من المقام

$$٢(س + ٢) = س + ١١$$

$$٢س + ٤ = س + ١١$$

$$٢س - س = ١١ - ٤$$

$$س = ٧$$

إذاً

عمر أحمد = س = ٧ سنوات

عمر ليلى = س + ٩ = ٧ + ٩ = ١٦ سنة

مثال (٧) : عمر هبة الآن ثلاثة أمثال عمر أختها دينا ، وبعد أربع سنوات يصبح عمر دينا نصف عمر هبة . أوجد عمر كل منهما الآن ؟

الشرح :-

نفرض عمر هبة الآن = س ، عمر أختها دينا الآن = ص

بعد أربع سنوات عمر هبة = س + ٤

بعد أربع سنوات عمر دينا = ص + ٤

الحل :-

عمر هبة الآن ثلاثة أمثال عمر أختها دينا

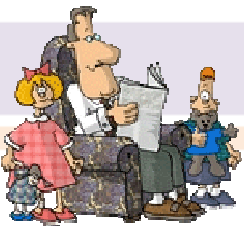
$$س = ٣ص$$

بعد أربع سنوات يصبح عمر دينا نصف عمر هبة

$$ص + ٤ = \frac{١}{٢} (س + ٤)$$

بالضرب في ٢ لـ التخلص من المقام





$$2(ص + ٤) = ص + ٤$$

$$٢ص + ٨ = ص + ٤$$

نعوض عن ص بـ ٣ ص كذا :

$$٢ص + ٨ = ٣ + ٤$$

$$٨ - ٤ = ٣ - ٢ص$$

$$٤ = ص$$

إذاً

عمر دينا = ص = ٤ سنوات

عمر هبة = ص = ٣ = ٤ × ٣ = ١٢ سنتاً

مثال (٨) : عمر ياسر الآن ضعف عمر أخيه زياد ، إذا كان ربع عمر ياسر يزيد

على ثلاث عمر زياد بمقدار ٣ سنوات . أوجد عمر ياسر ؟

الحل :-

نفرض عمر ياسر = ص ، عمر زياد = ص

عمر ياسر ضعف عمر زياد ← ص = ٢ص

ربع عمر ياسر يزيد على ثلاث عمر زياد بمقدار ٣ ← ص = ١/٣ص - ١/٤ص = ٣

بالضرب في ١٢ لـ التخلص من المقام

$$٣ص - ٤ص = ٣ × ١٢$$

$$٣ص - ٤ص = ٣٦$$

نعوض عن ص بـ ٣٦ ص كذا

$$٣(٣٦) - ٤(٣٦) = ٣٦$$

$$٦ص - ٤ص = ٣٦$$

$$٢ص = ٣٦$$

$$ص = ١٨$$

إذاً

عمر ياسر = ٢ص = ١٨ × ٢ = ٣٦ سنتاً

مثال (٩) : منذ عشر سنوات كان عمر الأب ٥ أضعاف عمر الابن والآن عمر الأب

ضعف عمر الابن + ٨ سنوات كم عمر الأب ؟

الحل :-

نفرض عمر الأب = ص ، عمر الابن = ص

منذ عشر سنوات ← عمر الأب = ص - ١٠ ، عمر الابن = ص - ١٠





من جملة: منذ عشر سنوات كان عمر الأب ٥ أضعاف عمر الابن

$$\text{س} - ١٠ = ٥ (\text{ص} - ١٠)$$

من جملة: والآن عمر الأب ضعف عمر الابن + ٨ سنوات

$$\text{س} = ٢ \text{ص} + ٨$$

نعوض المعادلة الثانية في الأولى كذا :-

$$(٢ \text{ص} + ٨) - ١٠ = ٥ (\text{ص} - ١٠)$$

$$٢ \text{ص} - ٢ = ٥ \text{ص} - ٥٠$$

$$- ٢ = ٥٠ + ٢ \text{ص} - ٥ \text{ص}$$

$$٤٨ = ٣ \text{ص}$$

$$\text{ص} = ١٦$$

لايجاد عمر الأب = س

$$\text{س} = ٢ (١٦) + ٨ = ٣٢ + ٨ = ٤٠ \text{ سنت}$$

مثال (١٠) : عمر فهد الآن هو ضعف عمر فيصل ، ولكن قبل ست سنوات كان

عمر فهد أربع أضعاف عمر فيصل ، فكم عمر فهد الآن ؟

الحل :-

نترض عمر فهد الآن = س ، عمر فيصل الآن = ص

قبل ست سنوات ← عمر فهد = س - ٦ ، عمر فيصل = ص - ٦

من جملة: عمر فهد الآن هو ضعف عمر فيصل

$$\text{س} = ٢ \text{ص}$$

من جملة: قبل ست سنوات كان عمر فهد أربع أضعاف عمر فيصل

$$\text{س} - ٦ = ٤ (\text{ص} - ٦)$$

$$\text{س} - ٦ = ٤ \text{ص} - ٢٤$$

نعوض عن س ب ٢ ص كذا :

$$٢ \text{ص} - ٦ = ٤ \text{ص} - ٢٤$$

$$- ٦ = ٢٤ + ٢ \text{ص} - ٤ \text{ص}$$

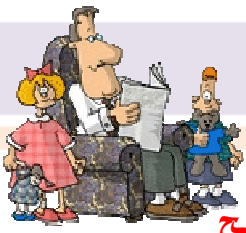
$$١٨ = ٢ \text{ص}$$

$$\text{ص} = ٩$$

إذاً

$$\text{عمر فهد الآن} = ٢ \text{ص} = ٩ \times ٢ = ١٨ \text{ سنت}$$





مثال (١١) : رجل عمره الآن ثلاثة أضعاف عمر ابنه . وبعد ٢٠ سنة يصبح
عمر الابن ٣٥ سنة . كم عمر الرجل الآن ؟

الحل :-

نفرض عمر الرجل الآن = س ، عمر ابنه = ص

بعد ٢٠ سنة ← عمر الرجل = س + ٢٠ ، عمر ابنه = ص + ٢٠

من جملة : رجل عمره الآن ثلاثة أضعاف عمر ابنه

س = ٣ ص

من جملة : بعد ٢٠ سنة يصبح عمر الابن ٣٥ سنة

ص + ٢٠ = ٣٥

ص = ٣٥ - ٢٠

ص = ١٥ سنة

إذاً

عمر الرجل = ٣ ص = ٣ × ١٥ = ٤٥ سنة

مثال (١٢) : عمر علي ٤ أضعاف عمر محمد ، وعمر محمد ٣ أضعاف عمر خالد ،

فكم عمر محمد إذا كان مجموع أعمارهم ٣٢ ؟

الحل (١) :-

نفرض عمر علي = س ، عمر محمد = ص ، عمر خالد = ع

من جملة : عمر علي ٤ أضعاف عمر محمد

س = ٤ ص

من جملة : عمر محمد ٣ أضعاف عمر خالد

ص = ٣ ع

من جملة : مجموع أعمارهم ٣٢

س + ص + ع = ٣٢

المطلوب عمر محمد ؟ راح نجعل المعادلة الأخيرة بدلالة ص كذا :-

٤ ص + ص + ع = ٣٢

٥ ص = ٣٢ - ع

بضرب المعادلة في ٣ لـ التخلص من المقام

١٥ ص + ٣ ع = ٩٦

١٦ ص = ٩٦ - ٣ ع

ص = ٦ سنوات





الحل (٢) :-

نفرض عمر خالد = س

عمر محمد = ٣ س

عمر علي = ٤ × ٣ س = ١٢ س

مجموع الأعمار = ٣٢

س + ٣ س + ١٢ س = ٣٢

١٦ س = ٣٢

س = ٢

إذاً

عمر محمد = ٣ س = ٢ × ٣ = ٦ سنوات

مثال (١٣) : عمر بشري الآن ثلاثة أضعاف عمر أخيها ناصر ولكن قبل خمس سنوات كان عمرها خمسة أضعاف عمر ناصر فإن عمرها الآن يساوي ؟

الحل (١) :-

نفرض عمر ناصر = س ← قبل خمس سنوات كان عمر ناصر = س - ٥

نفرض عمر بشري = ٣ س ← قبل خمس سنوات عمر بشري = ٣ س - ٥

من جملة : قبل خمس سنوات كان عمرها خمسة أضعاف عمر ناصر

٣ س - ٥ = ٥ (س - ٥)

٣ س - ٥ = ٥ - ٢٥

- ٢٥ + ٥ = ٣ س

٢٠ = ٢ س

س = ١٠

إذاً

عمر بشري الآن = ٣ س = ١٠ × ٣ = ٣٠ سنة

الحل (٢) :

نفرض عمر بشري الآن = س ، نفرض عمر أخيها ناصر الآن = ص

قبل خمس سنوات ← عمر بشري = س - ٥ ، عمر أخيها ناصر = ص - ٥

من جملة : عمر بشري الآن ثلاثة أضعاف عمر أخيها ناصر

س = ٣ ص

من جملة : قبل خمس سنوات كان عمرها خمسة أضعاف عمر ناصر

س - ٥ = ٥ (ص - ٥)

س - ٥ = ٥ - ٥ ص





نعوض عن س ب ٣ ص كذا :-

$$٣ \text{ ص} - ٥ = ٥ - ٥ \text{ ص} - ٢٥$$

$$٢٥ - ٥ = ٥ - ٣ \text{ ص}$$

$$٢٠ = ٢ \text{ ص}$$

$$١٠ = \text{ص}$$

إذاً

$$\text{عمر بشري الآن} = ٣ \text{ ص} = ٣ \times ١٠ = ٣٠ \text{ سنت}$$

مثال (١٤) : عام ١٩٩٠ م عمر ماجد ثلاثاً أضعاف عمر أخته شهد وفي عام

١٩٩٤ م أصبح عمره ضعف عمر أخته . كم يصبح عمر ماجد عام ٢٠٠٠ م ؟

الحل :-

نحرض عام ١٩٩٠ م ← عمر شهد = س ، عمر ماجد = ٣ س

عام ١٩٩٤ م (بعد أربع سنوات) ← عمر شهد = س + ٤ ، عمر ماجد = ٣ س + ٤

من جملة : عام ١٩٩٤ م أصبح عمره ضعف عمر أخته

$$٣ \text{ س} + ٤ = ٤ + (\text{س} + ٤)$$

$$٣ \text{ س} + ٤ = ٤ + ٢ \text{ س} + ٨$$

$$٣ \text{ س} - ٨ = ٢ \text{ س} + ٨$$

$$\text{س} = ٤$$

$$\text{عمر ماجد عام ١٩٩٠ م} = ٣ \text{ س} = ٣ \times ٤ = ١٢ \text{ سنت}$$

$$\text{عمر ماجد عام ٢٠٠٠ م} = ١٠ + ١٢ = ٢٢ \text{ سنت}$$

مثال (١٥) : عمر خالد وابنه ٧٨ سنة والفرق بين عمريهما ١٨ سنة فإن عمر

خالد؟

الحل :-

نحرض عمر خالد = س ، وعمر ابنه = ص

من جملة : عمر خالد وابنه ٧٨ سنة ← س + ص = ٧٨

من جملة : الفرق بين عمريهما ١٨ سنة ← س - ص = ١٨

بجمع المعادلتين

$$٩٦ = ٢ \text{ س}$$

$$\text{س} = ٤٨$$

إذاً

$$\text{عمر خالد} = ٤٨ \text{ سنت}$$





مثال (١٦) : عمر أب الآن ثلاثة أضعاف عمر ابنه وبعد ١٠ سنوات يصبح
عمر الابن ٢٠ سنة فإن عمر الابن الآن ؟

الحل :-

$$\text{عمر الابن الآن} = 10 - 20 = 10 \text{ سنوات}$$

$$\text{عمر الأب الآن} = 3 \text{ أضعاف عمر الابن} = 10 \times 3 = 30 \text{ سنة}$$

مثال (١٧) : مجموع عمر أب وابنته ٧٨ سنة و الفرق بينهما ١٨ سنة فإن عمر الأب
بعد خمس سنوات يصبح ؟

الحل :-

نفرض عمر الأب = س ، وعمر ابنته = ص

$$\text{من جملة : مجموع عمر أب وابنته ٧٨ سنة} \leftarrow \text{س} + \text{ص} = 78$$

$$\text{من جملة : الفرق بينهما ١٨ سنة} \leftarrow \text{س} - \text{ص} = 18$$

بجمع المعادلتين

$$2 \text{ س} = 96$$

$$\text{س} = 48$$

$$\text{عمر الأب الآن} = 48 \text{ سنة}$$

$$\text{عمر الأب بعد خمس سنوات} = 48 + 5 = 53 \text{ سنة}$$

مثال (١٨) : عمر محمد نصف عمر خالد و عمر سعيد ثلاثة أضعاف عمر خالد
فإن النسبة بين عمر محمد إلى عمر سعيد هي ؟

الحل :-

نفرض عمر خالد س سنة

$$\text{عمر محمد} = \frac{1}{2} \text{ س}$$

$$\text{عمر سعيد} = 3 \text{ س}$$

إذاً

$$\frac{\text{عمر محمد}}{\text{عمر سعيد}} = \frac{1}{2} \text{ س} \div 3 \text{ س} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

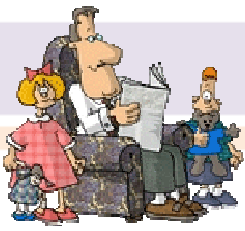
مثال (١٩) : الفرق بين عمر أبو وعمر ابنته الآن ٢٥ سنة ، بعد ٨ سنوات يصبح $\frac{1}{7}$
عمر الأب مساوياً لـ $\frac{1}{7}$ عمر الابن . فما عمر كل منهما الآن ؟

الحل :-

نفرض عمر الأب الآن = س

$$\text{نفرض عمر الابن يكون س} - 25$$





عمر الأب بعد ٨ سنوات = س + ٨

عمر الابن بعد ٨ سنوات = س - ٢٥ + ٨ = س - ١٧

من جملة: بعد ٨ سنوات يصبح $\frac{1}{4}$ عمر الأب مساوياً لـ $\frac{1}{4}$ عمر الابن

$$\frac{1}{4}(س + ٨) = \frac{1}{4}(س - ١٧)$$

بالضرب في ١٤ لـ التخلص من المقام

$$٢(س + ٨) = ٧(س - ١٧)$$

$$٢س + ١٦ = ٧س - ١١٩$$

$$١٦ + ١١٩ = ٧س - ٢س$$

$$١٣٥ = ٥س$$

$$س = ٢٧ \text{ سنت}$$

$$\text{عمر الأب} = ٢٧ \text{ سنت}$$

$$\text{عمر الابن} = ٢٧ - ٢٥ = ٢ \text{ سنت}$$

مثال (٢٠) : قبل ١٨ سنة من الآن كان عمر محمد ضعف عمر ماجد وبعد ٩ سنوات من الآن يصبح عمر محمد $\frac{5}{4}$ عمر ماجد . ما هو عمر كلا منهما الآن ؟

الحل :-

نفرض عمر محمد = س ، عمر ماجد = ص

$$\text{عمر محمد قبل ١٨ سنة} = س - ١٨ ، \text{عمر ماجد قبل ١٨ سنة} = ص - ١٨$$

$$\text{عمر محمد بعد ٩ سنوات} = س + ٩ ، \text{عمر ماجد بعد ٩ سنوات} = ص + ٩$$

من جملة: قبل ١٨ سنة من الآن كان عمر محمد **ضعف** عمر ماجد

$$س - ١٨ = ٢(ص - ١٨)$$

$$س - ١٨ = ٢ص - ٣٦$$

$$س - ٢ص = -١٨ \quad ((\text{المعادلة ١}))$$

من جملة: وبعد ٩ سنوات من الآن يصبح عمر محمد $\frac{5}{4}$ عمر ماجد

$$س + ٩ = \frac{5}{4}(ص + ٩)$$

$$٤س + ٣٦ = ٥ص + ٤٥$$

$$٤س - ٥ص = ٩ \quad ((\text{المعادلة ٢}))$$

بضرب المعادلة (١) في -٤ ثم بجمع المعادلتين

$$ص = ٢٧ \text{ سنت}$$

نعوض عن ص في المعادلة (١) لإيجاد قيمة س

$$س = ٣٦ \text{ سنت}$$

إذاً عمر محمد = ٣٦ سنة ، عمر ماجد = ٢٧ سنة





..(المسافة - السرعة - الزمن)..

قوانين الحركة بالنسبة لجسم واحد :-

$$\text{المسافة} = \text{السرعة} \times \text{الزمن}$$

$$\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \text{السرعة}$$

$$\frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \text{الزمن}$$

حركة جسمين في اتجاهين متعاكسين :-

$$ف = (٢٤ + ١٤) \times ن$$

$$ن = \frac{ف}{٢٤ + ١٤}$$

$$\frac{ف}{ن} = ٢٤ + ١٤$$

حركة جسمين في اتجاه واحد :-

$$ف = (٢٤ - ١٤) \times ن$$

$$ن = \frac{ف}{٢٤ - ١٤}$$

$$\frac{ف}{ن} = ٢٤ - ١٤$$





مثال (١) : يحاول رجل أن يقطع بالدراجة مسافة ١٥٠ ميل بين مدينتين أ ، ب ،
بسرعة ٥ ميل / ساعة ويحاول رجل آخر قطع مسافة ١٥٠ ميل بسرعة ٣ ميل /
ساعة فإذا انطلقا معاً من أ إلى ب فبعد كم ساعة من وصول الأول يستطيع الثاني
أن يلحق به في المدينة ب ؟

الحل :-

$$\text{زمن الأول} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{١٥٠}{٥} = ٣٠ \text{ ساعة}$$

$$\text{زمن الثاني} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{١٥٠}{٣} = ٥٠ \text{ ساعة}$$

$$\text{الزمن المطلوب} = ٥٠ - ٣٠ = ٢٠ \text{ ساعة}$$

مثال (٢) : تنطلق سيارتان من نقطة واحدة وفي نفس الوقت بالاتجاه نفسه فإذا
كانت سرعة السيارة الأولى ٨٠ كلم / ساعة وسرعة السيارة الثانية ٦٠ كلم /
ساعة فما المسافة بين السيارتين بعد ساعة من انطلاقهما ؟

الحل :-

$$\text{المسافة} = (٢٤ - ١٤) \times ن$$

$$\text{المسافة} = ١ \times (٦٠ - ٨٠)$$

$$\text{المسافة} = ١ \times ٢٠$$

$$\text{المسافة} = ٢٠ \text{ كلم}$$

مثال (٣) : انطلقت سيارتان من نقطة واحدة في نفس الوقت باتجاهين
متعاكسين فإذا كانت سرعة السيارة الأولى ٥٠ كلم / ساعة وسرعة السيارة
الثانية ٧٠ كلم / ساعة بعد كم ساعة تصبح المسافة بينهما ٢٤٠ كلم ؟

الحل :-

$$\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{(٢٤ + ١٤)}$$

$$\text{الزمن} = \frac{٢٤٠}{٥٠ + ٧٠} = ٢ \text{ ساعة}$$





مثال (٤) : انطلقت سيارتان من المدينة (أ) إلى المدينة (ب) في نفس الوقت فإذا كانت السيارة الأولى تسير بسرعة ١٢٠ كم / س والثانية بسرعة ١٠٠ كم / س . فكم دقيقة تكون فارق الزمن في الوصول بينهما علماً بأن المسافة بين المدينتين ٤٨٠ كم ؟

الحل :-

$$\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \text{السرعة}$$

$$\text{الزمن الذي استغرقته السيارة الأولى في الوصول} = \frac{٤٨٠}{١٢٠} = ٤ \text{ ساعات}$$

$$\text{الزمن الذي استغرقته السيارة الثانية في الوصول} = \frac{٤٨٠}{١٠٠} = ٤,٨ \text{ ساعة}$$

$$\text{الفرق} = ٤,٨ - ٤ = ٠,٨ \text{ ساعة}$$

نحول من ساعة إلى دقيقة

$$\text{الساعة} = ٦٠ \text{ دقيقة}$$

إذاً

$$\text{الفرق} = ٠,٨ \times ٦٠ = ٦٠ \times \frac{٨}{١٠} = ٤٨ \text{ دقيقة}$$

مثال (٤) : انطلقت سيارتان من المدينة (أ) في نفس الوقت وباتجاهين متعاكسين فإذا كانت سرعة السيارة الأولى ٨٠ كم / س وسرعة السيارة الثانية ١٠٠ كم / س ، بعد كم ساعة تصبح المسافة بينهما ١٨٠ كم ؟

الحل :-

$$\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \text{السرعة}$$

$$\text{الزمن} = \frac{١٨٠}{١٠٠ + ٨٠} = ١ \text{ ساعة}$$

مثال (٥) : ما سرعة راكب دراجة يقطع في ١٥ ساعة نفس المسافة التي يقطعها راكب دراجة آخر في ١٢ ساعة عندما يسير بسرعة ٥ كلم / س ؟

الحل :-

$$\text{المسافة التي يقطعها راكب الدراجة الآخر} = \text{السرعة} \times \text{الزمن} = ٥ \times ١٢ = ٦٠ \text{ كلم}$$

$$\text{سرعة الراكب الأول} = \text{المسافة} \div \text{الزمن} = ٦٠ \div ١٥ = ٤ \text{ كلم / س}$$





مثال (٦) : تنطلق سيارتان في اتجاهين متعاكسين في نفس الوقت فإذا كانت سرعة السيارة الأولى ٩٥ كلم / س ، وسرعة السيارة الثانية ٧٥ كلم / س . فما المسافة بين السيارتين (بالكيلو متر) بعد ساعة من انطلاقهما ؟

الحل :-

$$\text{المسافة بين السيارتين} = (١٤ + ٢٤) \times \text{الزمن}$$

$$\text{المسافة بين السيارتين} = (٧٥ + ٩٥) \times ١$$

$$\text{المسافة بين السيارتين} = ١٧٠ \times ١$$

$$\text{المسافة بين السيارتين} = ١٧٠ \text{ كلم}$$

مثال (٧) : سيارة تسير بسرعة ١٢٠ كم / ساعة ذهاباً ثم تعود لتقطع المسافة نفسها ولكن بسرعة ٨٠ كم / ساعة . فما متوسط سرعة رحلتها هذه السيارة ذهاباً وإياباً ؟

الحل :-

$$\text{السرعة المتوسطة ذهاباً وإياباً} = \frac{٢ \times \text{حاصل ضرب السرعتين}}{\text{مجموع السرعتين}}$$

$$\text{السرعة المتوسطة ذهاباً وإياباً} = \frac{٨٠ \times ١٢٠ \times ٢}{٨٠ + ١٢٠} = \frac{٨٠ \times ١٢٠ \times ٢}{٢٠٠} = ٩٦ \text{ كم/ساعة}$$

مثال (٨) : جسم يتحرك بسرعة ٣٦ كلم/ساعة كم عدد الأمتار التي يقطعها في الثانية ؟

الحل :-

أحول من كم إلى متر بالضرب في ١٠٠٠

وأحول من ساعة إلى ثانية بالضرب في ٦٠ × ٦٠

$$\text{عدد الأمتار في الثانية} = \frac{٣٦ \text{ كلم}}{\text{ساعة}} = \frac{١٠٠٠ \times ٣٦}{٦٠ \times ٦٠} = ١٠ \text{ متر}$$

مثال (٩) : تقطع سيارة نصف طريق طوله ١٠٠ كم بسرعة ١٠٠ كم / ساعة وتقطع بقية الطريق بسرعة ٦٠ كم / ساعة ، فكم دقيقة تستغرق لقطع الطريق كله ؟

الحل :-

$$\text{الزمن الذي تقطع فيه السيارة الأولى نصف الطريق} = \frac{\text{ف}}{\text{ع}} = \frac{٥٠}{١٠٠} = \frac{١}{٢} \text{ ساعة}$$

$$\text{الزمن الذي تقطع فيه السيارة الثانية نصف الطريق} = \frac{\text{ف}}{\text{ع}} = \frac{٥٠}{٦٠} = \frac{٥}{٦} \text{ ساعة}$$





$$\frac{16}{12} = \frac{10+6}{12} = \frac{5}{6} + \frac{1}{2} = \text{كله}$$

$$\text{إذا الزمن بالدقائق} = 60 \times \frac{16}{12} = 80 \text{ دقيقة}$$

مثال (١٠) : يسوق مازن سيارته من المدينة إلى الكليية بسرعة ٦٠ كم / ساعة وعند العودة تكون فترة الازدحام يسوق سيارته بسرعة ٤٠ كم / ساعة إذا كان أثناء عودته يتأخر ساعة كاملة عن ذهابه فإن عدد الكيلومترات التي سارها ؟

الحل :-

نرض المسافة بين البيت والكليية س كم

$$\text{زمن الذهاب} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{س}{60}$$

$$\text{زمن العودة} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{س}{40}$$

$$\left(\text{بالضرب في } 120 \text{ لـ التخلص من المقام } \right) \quad \frac{س}{60} = 1 - \frac{س}{40}$$

$$3س - 120 = 2س$$

$$3س - 2س = 120$$

$$س = 120$$

إذاً

$$\text{المسافة التي سارها} = 2س = 2 \times 120 = 240 \text{ كم}$$

مثال (١١) : راكبا دراجة نارية الأول يسوق ٢٤٠ كم بسرعة ٨٠ كم / ساعة والثاني يسوق ١٢٠ كم بسرعة ٦٠ كم / ساعة فإن سرعة الدراجة للمسافة التي قطعها هي ؟

الحل :-

$$\text{الزمن الذي يستغرقه السائق الأول} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{240}{80} = 3 \text{ ساعات}$$

$$\text{الزمن الذي يستغرقه السائق الثاني} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{120}{60} = 2 \text{ ساعة}$$





$$\begin{aligned} \text{المسافة الكلية} &= 120 + 240 = 360 \text{ كم} \\ \text{الزمن الكلي} &= 2 + 3 = 5 \text{ ساعات} \end{aligned}$$

$$\text{السرعة} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{360}{5} = 72 \text{ كم / ساعة}$$

مثال (١٢) : سائق سيارة يسير بسرعة ١٢٠ كم / ساعة ليصل بعد ساعتين إذا وصل بعد ٣ ساعات فإن سرعته كانت ؟

الحل :-

$$\text{المسافة} = \text{السرعة} \times \text{الزمن} = 120 \times 2 = 240 \text{ كم}$$

$$\text{السرعة} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{240}{3} = 80 \text{ كم / ساعة}$$

مثال (١٣) : تقطع سيارة مسافة ٢٠٠ كم ذهاباً في ٣ ساعات ، وشم تعود لتقطع المسافة نفسها في ساعتين فما متوسط السرعة لرحلتها هذه السيارة ذهاباً وإياباً ؟

الحل :-

$$\text{السرعة} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{200 + 200}{2 + 3} = \frac{400}{5} = 80 \text{ كم / ساعة}$$

مثال (١٤) : انطلق عادل صباحاً بدراجته الهوائية من بيته إلى عمله بسرعة ١٥ كيلو متر في الساعة ، وفي المساء عاد عادل من عمله إلى بيته ماشياً على قدميه بسرعة ٣ كيلو متر في الساعة . فإذا كانت المسافة من البيت إلى العمل تساوي ١٥ كيلو متر ، فما متوسط (معدل) سرعة عادل ذهاباً وإياباً ؟

الحل :-

عندما انطلق بالدراجة :-

$$\text{الزمن} = 1 = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{15}{15}$$

عندما رجع ماشياً :-

$$\text{الزمن} = 2 = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{15}{3}$$

$$\text{السرعة المتوسطة} = \frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلي}} = \frac{15 + 15}{5 + 1} = \frac{30}{6} = 5 \text{ كم / ساعة}$$





مثال (١٥) : انطلقت سيارتان في نفس الوقت وبنفس الاتجاه وكانت سرعتي الأولى ١٠٠ كلم / ساعة ، وسرعتي الثانية ١١٠ كلم / الساعة . بعد كم ساعة تصبح المسافة بينهما ٢٠ كلم ؟

الحل :-

حركة جسمين في اتجاه واحد

$$\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{١٤ - ٢٤} = \frac{٢٠}{١٠٠ - ١١٠} = \frac{٢٠}{١٠} = ٢ \text{ ساعة}$$

قوانين السرعة المتوسطة

السرعة المتوسطة (ذهاباً وإياباً) = $\frac{\text{المسافة الإجمالية (ذهاباً وإياباً)}}{\text{الزمن الإجمالي (ذهاباً وإياباً)}}$

السرعة المتوسطة = $\frac{٢ \times \text{حاصل ضرب السرعتين}}{\text{مجموع السرعتين}}$

$$\frac{٢}{\text{ع المتوسطة}} = \frac{١}{\text{ع الإياب}} + \frac{١}{\text{ع الذهاب}}$$





مثال (١) : يقطع رجل مسافة ١٢٠٠ م في ٣٠ دقيقة ويقطعها ابنه في ٢٠ دقيقة فإذا أنطلق الأب لقطع هذه المسافة وأنطلق الابن وراءه بعد ٥ دقائق من انطلاق الأب فعند نهاية أي متر يلحق الابن بأبيه ؟

الحل :-

$$\text{سرعة الأب} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{1200}{30} = 40 \text{ متر / الدقيقة}$$

$$\text{سرعة الابن} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{1200}{20} = 60 \text{ متر / الدقيقة}$$

خلال ٥ دقائق يقطع الأب = السرعة × الزمن = ٤٠ × ٥ = ٢٠٠ متر

الزمن الذي يلتقيان فيه ن دقيقة بعد انطلاق الابن

$$200 + (\text{سرعة الأب} \times \text{الزمن ن}) = \text{سرعة الابن} \times \text{الزمن ن}$$

$$200 + 40 \times \text{ن} = 60 \times \text{ن}$$

$$200 = 60 \times \text{ن} - 40 \times \text{ن}$$

$$200 = 20 \times \text{ن}$$

بالقسمة على ٢٠

$$\text{ن} = 10 \text{ دقائق}$$

عندها قطع الأب والابن ٦٠٠ متر

مثال (٢) : يسير محمد من بيته للمدرسة بسيارته بسرعة ٦٠ كلم / ساعة وفي العودة يسير بسرعة ٤٠ كلم / ساعة . فما متوسط سرعته في الذهاب والعودة ؟

الحل (١) :-

$$\frac{1}{\text{ع ذهاباً}} + \frac{1}{\text{ع إياباً}} = \frac{2}{\text{ع المتوسطة}}$$

$$\frac{1}{60} + \frac{1}{40} = \frac{2}{\text{ع المتوسطة}}$$

$$((\text{حاصل ضرب الطرفين} = \text{حاصل ضرب الوسطين})) \quad \frac{2}{\text{ع المتوسطة}} = \frac{100}{2400}$$

$$2 \times 2400 = \text{ع المتوسطة} \times 100$$

$$\text{ع المتوسطة} = 48 \text{ كم / ساعة}$$





الحل (٢) :-

$$\text{السرعة المتوسطة} = \frac{2 \times \text{حاصل ضرب السرعتين}}{\text{مجموع السرعتين}} = \frac{2 \times 60 \times 40}{40 + 60} = 48 \text{ كم/ساعة}$$

مثال (٣) : قطار يسير من محطة معينة إلى محطة أخرى معينة في ٧ ساعات وفي طريق العودة يزيد سرعته ١٢ كم / ساعة لقطع المسافة في ٥ ساعات ، فكم كانت المسافة التي قطعها ؟

الحل :-

في الذهاب :

$$\text{نفرض السرعة} = \text{س} ، \text{الزمن} = ٧ \text{ ساعات}$$

$$\text{المسافة} = \text{السرعة} \times \text{الزمن} = \text{س} \times ٧ = ٧ \text{ س}$$

في العودة :

$$\text{نفرض السرعة} = \text{س} + ١٢ ، \text{الزمن} = ٥ \text{ ساعات}$$

$$\text{المسافة} = \text{السرعة} \times \text{الزمن} = (\text{س} + ١٢) \times ٥ = ٥ \text{ س} + ٦٠$$

نلاحظ أن المسافة ثابتة بين المحطتين

إذاً

المسافة في الذهاب = المسافة في العودة

$$٧ \text{ س} + ٥ = ٥ \text{ س} + ٦٠$$

$$٧ \text{ س} - ٥ \text{ س} = ٦٠ - ٥$$

$$٢ \text{ س} = ٦٠$$

$$\text{س} = ٣٠$$

ومنها السرعة = س = ٣٠ كم / ساعة

$$\text{إذاً المسافة ذهاباً} = \text{السرعة} \times \text{الزمن} = ٣٠ \times ٧ = ٢١٠ \text{ كم}$$

$$\text{المسافة التي قطعها القطار ذهاباً وعودة} = ٢١٠ + ٢١٠ = ٤٢٠ \text{ كم}$$

مثال (٤) : سار محمد ١٠ م شمالاً ثم ٩ م إلى الغرب ثم ٦ م إلى الجنوب ، وأخيراً ٦ م إلى الشرق ، فكم المسافة بينه وبين نقطة الانطلاق ؟

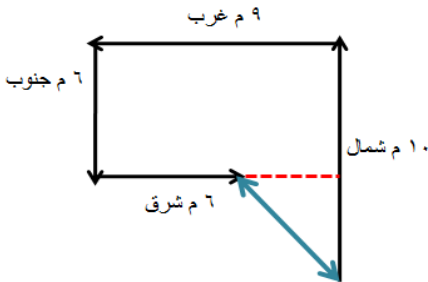
الحل :-

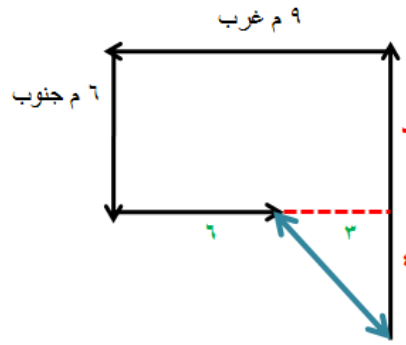
باستخدام نص نظرية فيثاغورث

$$٣^2 + ٤^2 = (\text{الوتر})^2$$

$$٩ + ١٦ = (\text{الوتر})^2$$

$$٢٥ = (\text{الوتر})^2 \text{ ومنها الوتر} = \text{جذر } ٢٥ = ٥$$





التوضيح من خلال الشكل :

مثال (٥) : سافر عبد الله مسافة ٢٠٠ متر إلى مدينة الرياض ثم أكمل المسير ، فقطع مسافة ثلاثة أضعاف الأولى . فكم مجموع المسافة التي قطعها ؟

الحل :-

$$\text{مجموع المسافة التي قطعها} = 200 + 3 \times (200) = 600 + 200 = 800 \text{ متر}$$

مثال (٦) : انطلقت سيارتان باتجاه واحد من مكان واحد وفي اللحظة نفسها إلى مدينة المجمعة فكانت سرعة الأولى ٣٠ كم / ساعة وسرعة الثانية ٤٥ كم / ساعة . كم تكون المسافة بينهما بعد مضي ٣ ساعات ؟

الحل :-

$$\text{المسافة} = (24 - 14) \times \text{الزمن}$$

$$\text{المسافة} = 3 \times (30 - 45)$$

$$\text{المسافة} = 3 \times 15$$

$$\text{المسافة} = 45 \text{ كم}$$

مثال (٧) : تبلغ المسافة بين الجبيل وبريده ٨٦٤ كم ، انطلقت شاحنة من الجبيل بسرعة ٤٨ كم / ساعة متجهة نحو بريده وفي الوقت نفسه انطلقت شاحنة أخرى من بريده بسرعة ٦٠ كم / ساعة متجهة نحو الجبيل . على أي بعد من الجبيل تلتقي الشاحنتان ؟

الحل :-

$$\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة الكلية}} = \frac{864}{60 + 48} = \frac{f}{24 + 14}$$

$$\text{البعد عن الجبيل} = 8 \times 48 = 384 \text{ كم}$$





مثال (٨) : قطع قطار مسافة ٢٤٠ كلم بسرعة ٨٠ كلم / ساعة فوصل متأخراً عن موعده بمقدار ساعة ، فما السرعة التي يجب أن يسير بها القطار ليصل في موعده دون تأخير ؟

الحل :-

$$\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{٢٤٠}{٨٠} = ٣ \text{ ساعات}$$

ليقطع المسافة في ساعتين

$$\text{يجب أن يسير بسرعة} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{٢٤٠}{٢} = ١٢٠ \text{ كم/س}$$

مثال (٩) : أنطلق محمد من قريته إلى القرية المجاورة ، راكباً حصانه بسرعة ٦ كلم / ساعة وبعد ساعة ونصف ترحل من على حصانه وسار ماشياً بسرعة ٣ كلم / ساعة فوصل القرية بعد ساعتين ونصف من المشي . فما المسافة بين القريتين ؟

الحل :-

$$\text{المسافة الأولى} = \text{السرعة} \times \text{الزمن} = ٦ \times \frac{٣}{٢} = ٩ \text{ كلم}$$

$$\text{المسافة الثانية} = \text{السرعة} \times \text{الزمن} = ٣ \times \frac{٥}{٢} = ٧,٥ \text{ كلم}$$

$$\text{المسافة الكلية} = \text{المسافة الأولى} + \text{المسافة الثانية}$$

$$٧,٥ + ٩ = \text{المسافة الكلية}$$

$$\text{المسافة الكلية} = ١٦,٥ \text{ كلم}$$

همسة : ساعة ونصف = $\frac{٣}{٢}$ ، ساعتين ونصف = $\frac{٥}{٢}$

مثال (١٠) : المسافة بين الرياض والإحساء ٣٦٠ كم وقد قطعها القطار في ٢٤٠ دقيقة . أوجد السرعة للقطار في كم / ساعة ؟

الحل :-

$$\text{الساعة} = ٦٠ \text{ دقيقة} \leftarrow \text{إذا } ٢٤٠ \text{ دقيقة} = \frac{٢٤٠}{٦٠} = ٤ \text{ ساعات}$$

$$\text{السرعة} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{٣٦٠}{٤} = ٩٠ \text{ كم / ساعة}$$





مثال (١١) : انطلقت سيارتان الأولى بسرعة ١٠٠ كلم / ساعة والأخرى بسرعة ١٢٠ كلم / ساعة . بعد كم ساعة يصبح الفارق بينهما ٢٠ كلم ؟

الحل :-

بما ان حركة الجسمين في اتجاه واحد

إذاً

$$\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{٢٤ - ١٤} = \frac{٢٠}{١٠٠ - ١٢٠} = \frac{٢٠}{٢٠} = ١ \text{ ساعة}$$

مثال (١٢) : تحرك شخصان من مكان واحد باتجاهين متعاكسين فإذا سار الأول بسرعة ٦ كلم / ساعة والثاني بسرعة ٥ كلم / ساعة فإن المسافة بينهما بعد ساعتين هي :

الحل :-

$$\text{المسافة} = (٢٤ + ١٤) \times \text{ن}$$

$$\text{المسافة} = ٢ \times (٥ + ٦)$$

$$\text{المسافة} = ٢ \times ١١$$

$$\text{المسافة} = ٢٢ \text{ كلم}$$

مثال (١٣) : انطلقت سيارة من المدينة (أ) بسرعة ٦٠ كلم / ساعة وفي اللحظة نفسها انطلقت سيارة أخرى من المدينة (ب) باتجاه معاكس بسرعة ٨٠ كلم / ساعة فإذا كانت المسافة بين المدينتين (أ) و (ب) = ١٤٠٠ كلم فإن السيارتان تلتقيان على بعد من (أ)

الحل :-

$$\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{٢٤ + ١٤} = \frac{١٤٠٠}{٨٠ + ٦٠} = ١٠ \text{ ساعات}$$

ومنها نضرب الزمن = ١٠ في السرعة = ٦٠ لأن طلب على بعد من (أ)

لو طلب على بعد من (ب) نضرب الزمن = ١٠ في السرعة = ٨٠

إذاً

تلتقيان على بعد = ٦٠ × ١٠ = ٦٠٠ كلم من (أ)





مثال (١٤) : رجل لديه موعد ويريد الوصول الساعة السادسة تماماً إذا كانت سرعته ١٥ كم / ساعة فإنه سيصل قبل الموعد ب ساعة وإذا كانت سرعته ١٠ كم / ساعة فإنه يصل بعد الموعد ب ساعة . ما هي السرعة المناسبة للوصول على الموعد ؟

الحل :-

نفرض الزمن = ن

قبل الموعد ب ساعة = ن - ١

بعد الموعد ب ساعة = ن + ١

ومنها

المسافة قبل الموعد :

$$\text{المسافة} = \text{السرعة} \times \text{الزمن} = ١٥ \times (ن - ١) = ١٥ن - ١٥$$

المسافة بعد الموعد :

$$\text{المسافة} = \text{السرعة} \times \text{الزمن} = ١٠ \times (ن + ١) = ١٠ن + ١٠$$

بما أن المسافة ثابتة

إذاً

$$١٥ن - ١٥ = ١٠ن + ١٠$$

$$١٥ن - ١٠ن = ١٠ + ١٥$$

$$٥ن = ٢٥$$

$$ن = ٥$$

إذاً

الزمن = ٥ ساعات

نعوض عن الزمن = ٥ في المسافة لإيجاد القيمة

$$\text{المسافة} = ١٥ن - ١٥ = ١٥ - (٥ \times ١٥) = ١٥ - ٧٥ = -٦٠ \text{ كم}$$

$$\text{السرعة المناسبة} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{٦٠}{٥} = ١٢ \text{ كم / ساعة}$$





مثال (١٥) : سرعة خالد أكبر ٤ مرات من سرعة محمد فإذا علمت إن خالد قطع مسافة ١٠٠٠ كم خلال ٥ ساعات ، كم من الوقت سيحتاج محمد لقطع ٢٠٠ كم؟

الحل :

نفرض سرعة محمد = س

فإن سرعة خالد = ٤ س

ومنها

$$\text{سرعة خالد} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$$

$$٤ س = \frac{١٠٠٠}{٥}$$

$$٤ س \times ٥ = ١٠٠٠$$

$$٢٠ س = ١٠٠٠$$

$$س = \frac{١٠٠٠}{٢٠} = ٥٠ \text{ كم / ساعة}$$

إذاً

$$\text{سرعة محمد} = س = ٥٠ \text{ كم / ساعة}$$

لايجاد الزمن الذي قطعه محمد

$$\text{سرعة محمد} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$$

$$٥٠ = \frac{٢٠٠}{\text{الزمن}}$$

$$\text{الزمن} = \frac{٢٠٠}{٥٠}$$

$$\text{الزمن} = ٤ \text{ ساعات}$$





مثال (١٦) : تحركت سيارة في خط مستقيم بسرعة ٤٥ كم / ساعة لمدة ساعتين ونصف ثم زادت من سرعتها فتحركت بسرعة ٧٠ كم / ساعة لمدة ساعتين أخريين . فما هي المسافة الكلية التي قطعتها السيارة ؟
الحل :-

$$\text{المسافة الأولى} = \text{السرعة} \times \text{الزمن} = ٤٥ \times ٢,٥ = ١١٢,٥ \text{ كم}$$

$$\text{المسافة الثانية} = \text{السرعة} \times \text{الزمن} = ٧٠ \times ٢ = ١٤٠ \text{ كم}$$

$$\text{المسافة الكلية} = ١٤٠ + ١١٢,٥ = ٢٥٢,٥ \text{ كم}$$

مثال (١٧) : رجل يقود سيارته بسرعة ٦٠ كم / ساعة ويقطع هذه المسافة بزمن مقداره أقل ب ساعة كاملة مما لو كانت سرعته ٥٠ كم / ساعة . فما هي المسافة التي يقطعها الرجل ؟
الحل :-

نفرض الزمن = ن

$$\text{عند السرعة ٦٠ كم / ساعة} \leftarrow \text{المسافة} = ٦٠ \times \text{ن}$$

$$\text{عند السرعة ٥٠ كم / ساعة} \leftarrow \text{المسافة} = ٥٠ \times (\text{ن} + ١)$$

إذاً

$$٦٠ \times \text{ن} = ٥٠ \times (\text{ن} + ١)$$

$$٦٠ \times \text{ن} = ٥٠ \times \text{ن} + ٥٠$$

$$٦٠ \times \text{ن} - ٥٠ \times \text{ن} = ٥٠$$

$$١٠ \times \text{ن} = ٥٠$$

$$\text{ن} = ٥$$

ومنها

$$\text{المسافة} = \text{السرعة} \times \text{الزمن}$$

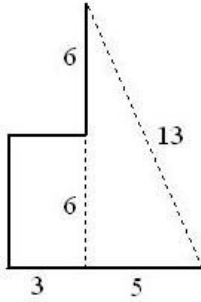
$$\text{المسافة} = ٦٠ \times ٥$$

$$\text{المسافة} = ٣٠٠ \text{ كم}$$





مثال (١٨) : قاد رجل سيارته ٨ كم غرباً ، ثم ٦ كم شمالاً ثم ٣ كم شرقاً ، ثم ٦ كم شمالاً . أوجد أقصر مسافة بين نقطة النهاية التي وصل لها الرجل ونقطة البداية ؟



الحل :-

من نص نظرية فيثاغورث ومن خلال الشكل

$$(أقصر مسافة)^2 = (١٢)^2 + (٨)^2$$

$$٢٥ + ١٤٤ = (أقصر مسافة)^2$$

$$١٦٩ = (أقصر مسافة)^2$$

$$١٣ = أقصر مسافة$$

مثال (١٩) : عندما يسير طارق بسرعة ٨ م / ث فإنه يصل بعد خروج القطار بـ ١٠ ثواني وعندما يسير طارق بسرعة ١٠ م / ث فإنه يصل قبل خروج القطار بـ ١٠ ثواني . ما هو بعد طارق عن القطار ؟

الحل :-

نفرض الزمن = ن

بعد خروج القطار بـ ١٠ ثواني ← الزمن = ن + ١٠

قبل خروج القطار بـ ١٠ ثواني ← الزمن = ن - ١٠

إذاً

المسافة = السرعة × الزمن

المسافة بعد خروج القطار = ٨ × (ن + ١٠)

المسافة قبل خروج القطار = ١٠ × (ن - ١٠)

علماً بأن المسافة ثابتة

إذاً

$$٨ (ن + ١٠) = ١٠ (ن - ١٠)$$

$$٨ ن + ٨٠ = ١٠ ن - ١٠٠$$

$$٨ ن - ١٠ ن = ١٠٠ - ٨٠$$

$$٢ ن = ٢٠$$

$$ن = ١٠$$

ومنها

$$المسافة = ٨ × (ن + ١٠) = ٨ × (١٠ + ١٠) = ١٦٠ م$$





حل آخر :-

نفرض إن المسافة بين طارق والقطار = س

$$\text{زمن الذهاب الأول} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{س}{٨} ، \text{ زمن الذهاب الثاني} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} = \frac{س}{١٠}$$

الفرق بين الزمنين = ٢٠ ثانية

$$\frac{س}{١٠} = ٢٠ - \frac{س}{٨}$$

بالضرب في ٨٠ لـ التخلص من المقامات

$$١٠ س - ١٦٠٠ = ٨ س$$

$$١٠ س - ٨ س = ١٦٠٠$$

$$٢ س = ١٦٠٠$$

$$٨٠٠ = س \quad \text{إذاً المسافة بين طارق والقطار} = ٨٠٠ \text{ متر}$$

مثال (٢٠) : تطير طائرة بسرعة ٨٠٠ كلم / الساعة في الثلث الأول من رحلتها
فما متوسط سرعتها لبقية الرحلة إذا كان متوسط سرعتها خلال الرحلة كاملة
كان ٧٠٠ كلم / الساعة ؟

الحل :-

في الثلث الأول السرعة ٨٠٠ كلم / الساعة

في الثلث الثاني السرعة س كلم / الساعة

في الثلث الثالث السرعة س كلم / الساعة

المطلوب متوسط سرعتها لبقية الرحلة يعني في الثلث الثاني والثلث الثالث

علماً بأن متوسط سرعة الرحلة = ٧٠٠ كلم / الساعة

إذاً

$$\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددتها}} = \text{المتوسط الحسابي}$$

$$\frac{٨٠٠ + س + س}{٣} = ٧٠٠$$

$$٨٠٠ + ٢ س = ٣ \times ٧٠٠$$

$$٢ س = ٢١٠٠ - ٨٠٠$$

$$٢ س = ١٣٠٠$$

$$س = ٦٥٠$$

إذاً

$$\text{متوسط سرعتها لبقية الرحلة} = \frac{س + س}{٢} = \frac{٦٥٠ + ٦٥٠}{٢} = \frac{١٣٠٠}{٢} = ٦٥٠$$





(..(المتتاليات)..)

في المتتاليات يجب عمل مقارنه بين كل حد والحد الذي يليه مباشرة ب إجراء العمليات الأربعة (طرح - جمع - ضرب - قسمة)

مثال (١) : ما هو الحد السادس للمتوالية : ٩ ، ٠,٩ ، ٠,٠٩ ، ... ، ... ؟

الشرح :-

نلاحظ هنا تم إجراء عملية القسمة ..

بقسمة كل حد على ١٠ هكذا ..

الحد الثاني عبارة عن قسمة الحد الأول على ١٠

الحد الثالث عبارة عن قسمة الحد الثاني على ١٠

الحد الرابع عبارة عن قسمة الحد الثالث على ١٠

الحل :-

الحد الأول = ٩

الحد الثاني = $\frac{٩}{١٠} = ٠,٩$

الحد الثالث = $\frac{٠,٩}{١٠} = ٠,٠٩$

الحد الرابع = $\frac{٠,٠٩}{١٠} = ٠,٠٠٩$

الحد الخامس = $\frac{٠,٠٠٩}{١٠} = ٠,٠٠٠٩$

الحد السادس = $\frac{٠,٠٠٠٩}{١٠} = ٠,٠٠٠٠٩$

مثال (٢) : ما العدد الذي يجب وضعه في فراغ تسلسل الأعداد الآتية :-

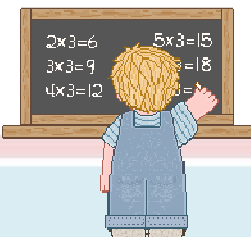
١١ ، ٨ ، ١٣ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٦ ، ...

الشرح :-

تم استخدام عملية الجمع .. ونلاحظ ان المتتالية بقاعدتين كذا

القاعدة الأولى : ١١ ، ١٣ ، ١٥ كل مره أجمع ٢

القاعدة الثانية : ٨ ، ١٢ ، ١٦ كل مره أجمع ٤





الحل :-

$$\dots ، (٤ + ١٦) ، (٢ + ١٥) ، (٤ + ١٢) ، (٢ + ١٣) ، (٤ + ٨) ، (٢ + ١١) ، ٨ ، ١١$$
$$\dots ، ٢٠ ، ١٧ ، ١٦ ، ١٥ ، ١٢ ، ١٣ ، ٨ ، ١١$$

مثال (٣) : ما العدد الذي يجب وضعه في فراغ تسلسل الأعداد الآتية :-

$$\dots ، ٧ ، ١٧ ، ٩ ، ١٥ ، ١١ ، ١٣$$

الشرح :-

راح نستخدم هنا عملية الجمع والطرح ، نلاحظ هنا عندنا قاعدتين

القاعدة الأولى : ١٧ ، ١٥ ، ١٣ كل مره أجمع ٢

القاعدة الثانية : ٧ ، ٩ ، ١١ كل مره أطرح ٢

الحل :-

$$\dots ، (٢ - ٧) ، (٢ + ١٧) ، (٢ - ٩) ، (٢ + ١٥) ، (٢ - ١١) ، (٢ + ١٣) ، ١١ ، ١٣$$
$$\dots ، (٢ + ١٩)$$
$$\dots ، ٥ ، ١٩ ، ٧ ، ١٧ ، ٩ ، ١٥ ، ١١ ، ١٣$$

مثال (٤) : أكمل : ٩ ، ١ ، ١١ ، ٥ ، ١٣ ، ٩ ، ...

الشرح :-

راح نستخدم هنا عملية الجمع مرتين .. عندنا قاعدتين

القاعدة الأولى : ١٣ ، ١١ ، ٩ كل مره أجمع ٢

القاعدة الثانية : ٩ ، ٥ ، ١ كل مره أجمع ٤

الحل :-

$$\dots ، (٤ + ٩) ، (٢ + ١٣) ، (٤ + ٥) ، (٢ + ١١) ، (٤ + ١) ، (٢ + ٩) ، ١ ، ٩$$
$$\dots ، ١٣ ، ١٥ ، ٩ ، ١٣ ، ٥ ، ١١ ، ١ ، ٩$$

مثال (٥) : لديك المتتالية $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{1}{7}$ ، ... الحد السادس هو

الشرح :-

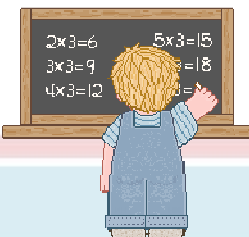
نلاحظ العدد الصحيح عبارة عن أعداد فردية ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ، ...

ونلاحظ أن المقام متغير ويتسلسل معين ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ...

ونلاحظ أن البسط عبارة عن عدد ثابت ١ ، ١ ، ١ ، ١ ، ...

الحل :-

$$\dots ، \frac{1}{13} ، \frac{1}{11} ، \frac{1}{9} ، \frac{1}{7} ، \frac{1}{5} ، \frac{1}{3}$$





إذا

$$\frac{1}{\sqrt[3]{13}} = \text{الحد السادس}$$

مثال (٦) : أوجد الحد الخامس في المتتابعة (٣ ، ٥ ، ٩ ، ١٧ ، ...)

الحل (١) :-

راح أستخدم فكرة الأسس

$$3$$

$$5 = 1(2) + 3$$

$$9 = 2(2) + 5$$

$$17 = 3(2) + 9$$

$$33 = 4(2) + 17$$

الحل (٢) :-

$$3$$

$$5 = 2 + 3$$

$$9 = 4 + 5$$

$$17 = 8 + 9$$

$$33 = 16 + 17$$

مثال (٧) : ما هو العدد الذي يجب وضعه في فراغ تسلسل الأعداد التالية :-

٣ ، ٧ ، ١٦ ، ٣٥ ، ٧٤ ، ١٥٣ ، ٣١٢ ، ...

الحل :-

راح أستخدم عمليتين هنا الضرب والجمع كذا :-

$$3$$

$$7 = 1 + (2 \times 3)$$

$$16 = 2 + (2 \times 7)$$

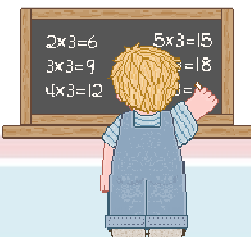
$$35 = 3 + (2 \times 16)$$

$$74 = 4 + (2 \times 35)$$

$$153 = 5 + (2 \times 74)$$

$$312 = 6 + (2 \times 153)$$

$$631 = 7 + (2 \times 312)$$





مثال (٨) : ما العدد الذي يجب وضعه في فراغ تسلسل الأعداد التالية :-

٨٨ ، ١٦٨ ، ٢٤٨ ، ٣٢٨ ، ...

الحل :-

لو طرحنا كل عدد من العدد الذي يسبقه مباشرة نلاحظ الناتج عدد ثابت = ٨٠

$$٨٨ = ٨٠ + ٨$$

$$١٦٨ = ٨٠ + ٨٨$$

$$٢٤٨ = ٨٠ + ١٦٨$$

$$٣٢٨ = ٨٠ + ٢٤٨$$

$$٤٠٨ = ٨٠ + ٣٢٨$$

مثال (٩) : ما هو العدد الذي يجب وضعه في فراغ تسلسل الأعداد التالية :-

٣ ، ٥ ، ١٥ ، ١٧ ، ٥١ ، ...

الحل :-

$$٣ = (١ \times ٢) + ١$$

$$٥ = ٢ + ٣$$

$$١٥ = (٥ \times ٢) + ٥$$

$$١٧ = ٢ + ١٥$$

$$٥١ = (١٧ \times ٢) + ١٧$$

$$٥٣ = ٢ + ٥١$$

مثال (١٠) : ما هو العدد الذي يجب وضعه في فراغ تسلسل الأعداد التالية :-

١٥ ، ٢٢٥ ، ١٦ ، ٢٥٦ ، ١٧ ، ...

الحل :-

$$١٥ = ١ + ١٤$$

$$٢٢٥ = ١٥ \times ١٥$$

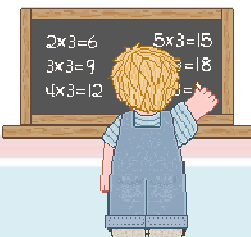
$$١٦ = ١ + ١٥$$

$$٢٥٦ = ١٦ \times ١٦$$

$$١٧ = ١ + ١٦$$

$$٢٨٩ = ١٧ \times ١٧$$

$$١٨ = ١ + ١٧$$





مثال (١١) : ما هو الحد السادس في المتتابعة :-

٤ ، ٨ ، ١٧ ، ٣٣ ، ٥٨ ، ...

الحل :-

$$٤ = ٢(١) + ٣$$

$$٨ = ٢(٢) + ٤$$

$$١٧ = ٢(٣) + ٨$$

$$٣٣ = ٢(٤) + ١٧$$

$$٥٨ = ٢(٥) + ٣٣$$

$$٩٤ = ٢(٦) + ٥٨$$

مثال (١٢) : أكمل المتتابعة التالية :-

٣ ، ١٢ ، ٢١ ، ٣٠ ،

الحل :-

٣

$$١٢ = ٩ + ٣$$

$$٢١ = ٩ + ١٢$$

$$٣٠ = ٩ + ٢١$$

$$٣٩ = ٩ + ٣٠$$

مثال (١٣) : أكمل المتتابعة التالية : (٣ ، ٩ ، ٤ ، ٨ ، ٥ ، ٧ ، ...)

الحل :-

$$٣ = ١ + ٢$$

$$٩ = ١ - ١٠$$

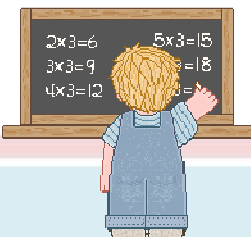
$$٤ = ١ + ٣$$

$$٨ = ١ - ٩$$

$$٥ = ١ + ٤$$

$$٧ = ١ - ٨$$

$$٦ = ١ + ٥$$





مثال (١٤) : ما هو الحد الناقص في المتتابعة : ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ...

الحل :-

نلاحظ أنها متتابعة الأعداد الفردية

١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ، ١٣ ، ١٥ ، ١٧ ، ...

مثال (١٥) : ما العددان اللذان يجب وضعهما في فراغ سلسلت الأعداد التالية :-

٢ ، ٥ ، ١٣ ، ٣٦ ، ١٠٤ ، ، ...

الحل :-

$$٥ = ١ - ٦ = ١ - ٢ \times ٣$$

$$١٣ = ٢ - ١٥ = ٢ - ٥ \times ٣$$

$$٣٦ = ٣ - ٣٩ = ٣ - ١٣ \times ٣$$

$$١٠٤ = ٤ - ١٠٨ = ٤ - ٣٦ \times ٣$$

$$٣٠٧ = ٥ - ٣١٢ = ٥ - ١٠٤ \times ٣$$

$$٩١٥ = ٦ - ٩٢١ = ٦ - ٣٠٧ \times ٣$$

مثال (١٦) : الحد الثامن في المتتابعة التالية : (١ ، ٤ ، ٩ ، ١٦ ،)

الحل :-

$$١ = ٢(١)$$

$$٤ = ٢(٢)$$

$$٩ = ٢(٣)$$

$$١٦ = ٢(٤)$$

$$٢٥ = ٢(٥)$$

$$٣٦ = ٢(٦)$$

$$٤٩ = ٢(٧)$$

$$٦٤ = ٢(٨)$$

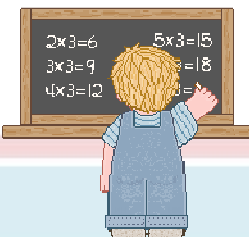
مثال (١٧) : أوجد الحد التالي : (٣ ، ٩ ، ١٥ ، ٢١ ، ٢٧ ،)

الحل :-

$$٣$$

$$٩ = ٦ + ٣$$

$$١٥ = ٦ + ٩$$





إبدأ من هنا مع منتديات يزد التعليمية - قسم القدرات العامة

$$21 = 6 + 15$$

$$27 = 6 + 21$$

$$33 = 6 + 27$$

مثال (١٨) : أكمل المتتالية الآتية : (٣ ، ٧ ، ١٥ ، ٣١ ، ٦٣ ، ...)

الحل :-

$$3 = 2 + 1$$

$$7 = 4 + 3$$

$$15 = 8 + 7$$

$$31 = 16 + 15$$

$$63 = 32 + 31$$

$$127 = 64 + 63$$

مثال (١٩) : أكمل المتتالية الآتية : (١ ، ٢ ، ٦ ، ٤٢ ، ١٨٠٦ ، ...)

الحل :-

$$2 = 1 + 1$$

$$6 = 2 + 4$$

$$42 = 6 + 36$$

$$1806 = 42 + 1764$$

$$3276442 = 1806 + 3095836$$

مثال (٢٠) : أوجد س في المتسلسلة التالية : (٢ ، ٣ ، ٦ ، ١٥ ، ٤٢ ، س)

الحل :-

$$2$$

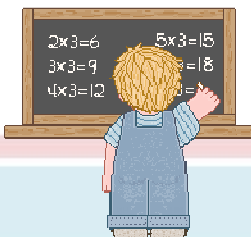
$$3 = 1(2) + 2$$

$$6 = 1(3) + 3$$

$$15 = 2(3) + 6$$

$$42 = 3(3) + 15$$

$$123 = 4(3) + 42$$





مثال (٢١) : أوجد الرقم الناقص في المتتابعة التالية :-

١١ ، ٢٢ ، ٣٧ ، ٥٦ ، ...

الحل :-

$$١١$$

$$٢٢ = ١١ + ١١$$

$$٣٧ = ١٥ + ٢٢$$

$$٥٦ = ١٩ + ٣٧$$

$$٧٩ = ٢٣ + ٥٦$$

حيث (١١ ، ١٥ ، ١٩ ، ٢٣) بين كل عدد وآخر أربعته

مثال (٢٢) : أكمل السلسلة التالية بنضس التسلسل للأعداد :-

٢ ، ٥ ، ١١ ، ١٣ ، ٢٠ ، ٢١ ،

الحل :

راح أقسم المتتابعة إلى قاعدتين كذا :-

$$١١ = ٩ + ٢$$

$$١٣ = ٨ + ٥$$

$$٢٠ = ٩ + ١١$$

$$٢١ = ٨ + ١٣$$

$$٢٩ = ٩ + ٢٠$$

$$٢٩ = ٨ + ٢١$$

مثال (٢٣) : ما العدد الذي يجب وضعه في فراغ سلسلة الأعداد الآتية :-

٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٢ ، ١٦ ،

الحل :-

$$٣$$

$$٤$$

$$٦ = ٣ + ٣$$

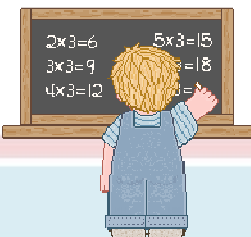
$$٨ = ٤ + ٤$$

$$١٢ = ٦ + ٦$$

$$١٦ = ٨ + ٨$$

$$٢٤ = ١٢ + ١٢$$

$$٣٢ = ١٦ + ١٦$$





مثال (٢٤) : أوجد الرقم الناقص في المتتابعة التالية :-

الحل :-

$$٣ \text{ يقابله } ٩ (٩ = ٣ \times ٣)$$

$$٥ \text{ يقابله } ٢٥ (٢٥ = ٥ \times ٥)$$

$$٨ \text{ يقابله } ٦٤ (٦٤ = ٨ \times ٨)$$

إذاً

$$٦٤ = ٩$$



مثال (٢٥) : أوجد الرقم الناقص في المتتابعة التالية :-

الحل :-

$$٤٠ = ٣٨ + ٢$$

$$٤٠ = ١٣ + ٢٧$$

$$٤٠ = ٢٩ + ١١$$

$$٤٠ = ٢٢ + ١٨$$

إذاً

$$٢٢ = ٩$$



مثال (٢٦) : أوجد الرقم الناقص في المتتابعة التالية :-

الحل :-

٣

$$٧ = (٤) + ٣$$

$$١٦ = (٥ + ٤) + ٧$$

$$٣٥ = (١٠ + ٩) + ١٦$$

$$٧٤ = (٢٠ + ١٩) + ٣٥$$

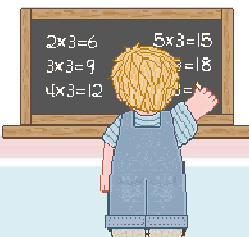
$$١٥٣ = (٤٠ + ٣٩) + ٧٤$$

$$٣١٢ = (٨٠ + ٧٩) + ١٥٣$$

$$٦٣١ = (١٦٠ + ١٥٩) + ٣١٢$$

إذاً

$$٦٣١ = ٩$$





إبدأ من هنا مع منتديات يزيد التعليمية - قسم القدرات العامة

مثال (٢٧) : أوجد الرقم الناقص في المتتابعة التالية :-

الحل :-

٤

$$٦ = ٢ + ٤$$

$$١٠ = ٤ + ٦$$

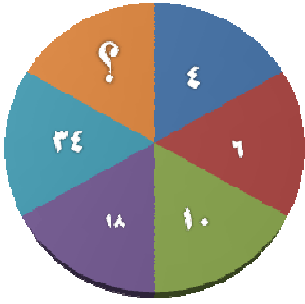
$$١٨ = ٨ + ١٠$$

$$٣٤ = ١٦ + ١٨$$

$$٦٦ = ٣٢ + ٣٤$$

إذاً

$$٦٦ = ؟$$



مثال (٢٨) : أوجد الرقم الناقص في المتتابعة التالية :-

الحل :-

٥

$$٩ = ٤ + ٥$$

$$١٦ = (٣ + ٤) + ٩$$

$$٢٩ = (٦ + ٧) + ١٦$$

$$٥٤ = (١٢ + ١٣) + ٢٩$$

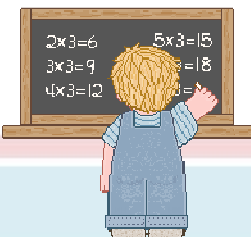
$$١٠٣ = (٢٤ + ٢٥) + ٥٤$$

$$٢٠٠ = (٤٨ + ٤٩) + ١٠٣$$

$$٣٩٣ = (٩٦ + ٩٧) + ٢٠٠$$

إذاً

$$٣٩٣ = ؟$$





..(الساعة)..

قاعدة :-

$$\text{قياس الزاوية} = (\text{عدد الساعات} \times 30) - (\text{عدد الدقائق} \times \frac{11}{4})$$

قاعدة :-

$$1 \text{ ساعة} = 360 \text{ درجة}$$

$$\text{علماً بأن الساعة} = 60 \text{ دقيقة}$$

إذاً

$$60 \text{ دقيقة} = 360 \text{ درجة}$$

$$\text{بالقسمة على } 60$$

$$1 \text{ دقيقة} = 6 \text{ درجات}$$

قاعدة :-

إذا تحرك عقرب الدقائق 60 دقيقة فإن عقرب الساعات يتحرك 30 درجة

مثال (١) : إذا كانت الساعة التاسعة وخمس دقائق فما الزاوية التي يصنعها عقرب الساعات مع عقرب الدقائق ؟

الحل :-

$$\text{الزاوية} = (\text{عدد الساعات} \times 30) - (\text{عدد الدقائق} \times \frac{11}{4})$$

$$\text{الزاوية} = (30 \times 9) - (5 \times \frac{11}{4})$$

$$\text{الزاوية} = 270 - 27,5$$

$$\text{الزاوية} = 242,5$$

$$\text{الزاوية الكبرى} = 242,5$$

$$\text{الزاوية الصغرى} = 360 - 242,5 = 117,5$$

مثال (٢) : إذا تحرك عقرب الدقائق 25 دقيقة فكم الزاوية التي يصنعها ؟

الحل :-

قاعدة :-

$$1 \text{ دقيقة} = 6 \text{ درجات}$$

$$\text{بالضرب في } 25$$

$$25 \text{ دقيقة} = (25 \times 6) \text{ درجة}$$





٢٥ دقيقة = ١٥٠ درجة

مثال (٣) : إذا كانت الزاوية التي يصنعها عقرب الدقائق مع الرأسي تساوي ١٢٠ درجة . فكيف دقيقة تحرك ؟

الحل (١) :-

قاعدة :-

١ دقيقة = ٦ درجات

بالقسمة على ٦

$\frac{1}{6}$ دقيقة = ١ درجة

بالضرب في ١٢٠

$\frac{1}{6} \times 120 = 20$ دقيقة = ١٢٠ درجة
إذاً

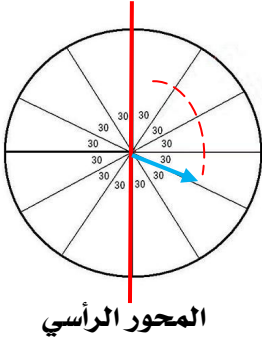
٢٠ دقيقة = ١٢٠ درجة

الحل (٢) :-

١ دقيقة = ٦ درجات

بالضرب في ٢٠

٢٠ دقيقة = ١٢٠ درجة



المحور الرأسي

مثال (٤) : إذا كانت الساعة الثانية و النصف فكيف الزاوية الصغرى بين عقرب الساعات وعقرب الدقائق ؟

الحل :-

عدد الساعات = ٢ أي عدد الساعات = ١٢ + ٢ = ١٤ لكي نبتعد عن الإشارة السالبة

عدد الدقائق = ٣٠

إذاً

تعويض مباشر بالقانون

الزاوية = (عدد الساعات \times ٣٠) - (عدد الدقائق \times $\frac{11}{4}$)

الزاوية = (٣٠ \times ١٤) - (٣٠ \times $\frac{11}{4}$)

الزاوية = ٤٢٠ - ١٦٥

الزاوية = ٢٥٥

ومنها

الزاوية الكبرى = ٢٥٥ درجة

الزاوية الصغرى = ٣٦٠ - ٢٥٥ = ١٠٥ درجة





مثال (٥) : إذا تحرك عقرب الساعات من الساعة الثالثة إلى الساعة الخامسة والنصف . فكم الزاوية التي يتحركها عقرب الدقائق ؟

الحل :-

من الساعة الثالثة إلى الساعة الرابعة = ٣٦٠ درجة
من الساعة الرابعة إلى الساعة الخامسة = ٣٦٠ درجة
من الساعة الخامسة إلى الساعة والنصف = ١٨٠ درجة
ومنها

$$٩٠٠ = ١٨٠ + ٣٦٠ + ٣٦٠$$

مثال (٦) : إذا تحرك عقرب الدقائق بزاوية مقدارها ٧٥٠ درجة . فكم ساعة يتحركها عقرب الساعات ؟

الحل :-

قاعدة

$$١ ساعة = ٣٦٠ درجة$$

$$١ ساعة = ٣٦٠ درجة$$

بالجمع

$$٢ ساعة = ٧٢٠ درجة$$

$$\text{الباقى} = ٧٥٠ - ٧٢٠ = ٣٠ درجة$$

$$٣٠ درجة تعادل كم دقيقة ؟$$

$$١ دقيقة = ٦ درجات$$

$$\text{بالضرب في } ٥$$

$$٥ دقائق = ٣٠ درجة$$

إذاً يتحرك عقرب الساعات = ساعتين و ٥ دقائق

مثال (٧) : ساعة حائط تقدم ٦ دقائق كل ساعة إذا ضبطت حسب الوقت الصحيح عند الساعة التاسعة صباحاً فما الوقت الذي يشير إليه عقرب الساعة الخاطئة عندما يكون الوقت الصحيح ٣٠ : ٧ مساءً ؟

الحل :-

$$\text{من الساعة } ٩ \text{ صباحاً إلى } ٩ \text{ مساءً} = ١٢ \text{ ساعة}$$

$$\text{أنزل ساعتين تصبح الساعة } ٧ \text{ مساءً} = ١٠ \text{ ساعات}$$

وعندنا معلومة في الـ مثال ((كل ساعة تتقدم ٦ دقائق))

$$\text{إذاً } ٦ \times ١٠ = ٦٠ \text{ دقيقة (يعني ساعة)}$$





والنصف ساعة = ٣ دقائق

((لأن كل ساعة تتقدم ٦ دقائق إذاً نصف ساعة تتقدم ٣ دقائق))

إذاً

تتقدم ١ ساعة و ٣ دقائق

الوقت الذي يشير إليه عقرب الساعة = ٣٠ : ٧ : ٠٣ : ١ = ٣٣ : ٨

مثال (٨) : إذا تحرك عقرب الدقائق ٢٠ دقيقة . فكم قياس الزاوية التي

يصنعها مع المحور الرأسي ؟

الحل :-

قاعدة :-

١ دقيقة = ٦ درجات

بالضرب في ٢٠

٢٠ دقيقة = ١٢٠ درجة

مثال (٩) : إذا كانت الزاوية التي يصنعها عقرب الدقائق مع المحور الرأسي ١٤٠

درجة . فكم دقيقة تحرك ؟

الحل :-

قاعدة :-

١ دقيقة = ٦ درجات

بالقسمة على ٦

$\frac{1}{6}$ دقيقة = ١ درجة

بالضرب في ١٤٠

$\frac{1}{6} \times ١٤٠$ دقيقة = ١٤٠ درجة

٢٣,٣٣ دقيقة = ١٤٠ درجة

مثال (١٠) : إذا كانت الساعة ١٢ و ٢٢ دقيقة . فما قياس الزاوية بين عقرب

الدقائق و عقرب الساعات ؟

الحل :-

قياس الزاوية = (عدد الساعات \times ٣٠) - (عدد الدقائق \times $\frac{11}{4}$)

قياس الزاوية = (٣٠ \times ١٢) - ($\frac{11}{4}$ \times ٢٢)

قياس الزاوية = ٣٦٠ - ١٢١ = ٢٣٩ درجة

الزاوية الكبرى = ٢٣٩ درجة ، الزاوية الصغرى = ٣٦٠ - ٢٣٩ = ١٢١ درجة





مثال (١١) : إذا كانت الساعة الواحدة و النصف . فما هي الزاوية التي يصنعها عقرب الساعات مع المحور الرأسي ؟

الحل :-

$$\text{قياس الزاوية} = (\text{عدد الساعات} \times ٣٠) - (\text{عدد الدقائق} \times \frac{١١}{٤})$$

$$\text{قياس الزاوية} = (٣٠ \times ١٣) - (\frac{١١}{٤} \times ٣٠)$$

$$\text{قياس الزاوية} = ٣٩٠ - ١٦٥$$

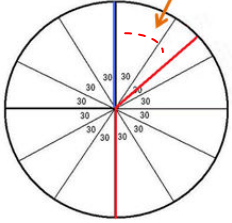
$$\text{قياس الزاوية} = ٢٢٥ \text{ درجة}$$

$$\text{الزاوية الكبرى} = ٢٢٥ \text{ درجة}$$

$$\text{الزاوية الصغرى} = ٣٦٠ - ٢٢٥ = ١٣٥ \text{ درجة}$$

الزاوية التي يصنعها عقرب الساعات مع المحور الرأسي = $١٨٠ - ١٣٥ = ٤٥$ درجة

المطلوب



$$\text{همسة : الساعة الواحدة} = ١٢ + ١ = ١٣$$

مثال (١٢) : إذا كانت الساعة الواحدة و النصف . فما هي الزاوية بين عقرب الساعات و عقرب الدقائق ؟

الحل :-

$$\text{قياس الزاوية} = (\text{عدد الساعات} \times ٣٠) - (\text{عدد الدقائق} \times \frac{١١}{٤})$$

$$\text{قياس الزاوية} = (٣٠ \times ١٣) - (\frac{١١}{٤} \times ٣٠)$$

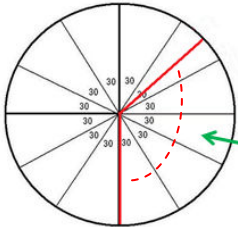
$$\text{قياس الزاوية} = ٣٩٠ - ١٦٥$$

$$\text{قياس الزاوية} = ٢٢٥ \text{ درجة}$$

$$\text{الزاوية الكبرى} = ٢٢٥ \text{ درجة}$$

$$\text{الزاوية الصغرى} = ٣٦٠ - ٢٢٥ = ١٣٥ \text{ درجة}$$

المطلوب



مثال (١٣) : الزاوية التي يتحركها عقرب الساعات إذا تحرك عقرب الدقائق ٤٠ دقيقة ؟

الحل :-

قاعدة :-

إذا تحرك عقرب الدقائق ٦٠ دقيقة فإن عقرب الساعات يتحرك ٣٠ درجة أي بمقدار النصف .

إذاً

$$\text{عقرب الساعات تحرك} = ٤٠ \div ٢ = ٢٠ \text{ درجة}$$





مثال (١٤) : عدد الدقائق التي يتحركها عقرب الدقائق عندما يتحرك عقرب الساعات بزاوية ٤٠ درجة ؟

الحل :-

قاعدة :-

إذا تحرك عقرب الدقائق ٦٠ دقيقة فإن عقرب الساعات يتحرك ٣٠ درجة
أي عقرب الدقائق ضعف عقرب الساعات
إذاً

$$\text{عقرب الدقائق تحرك} = ٢ \times ٤٠ = ٨٠ \text{ دقيقة}$$

مثال (١٥) : إذا كانت الساعة ٢ و ٢٦ دقيقة . فكم الزاوية بين عقرب الساعات و عقرب الدقائق ؟

الحل :-

$$\text{قياس الزاوية} = (\text{عدد الساعات} \times ٣٠) - (\text{عدد الدقائق} \times \frac{١١}{٤})$$

$$\text{قياس الزاوية} = (٣٠ \times ١٤) - (\frac{١١}{٤} \times ٢٦)$$

$$\text{قياس الزاوية} = ٤٢٠ - ١٤٣$$

$$\text{قياس الزاوية} = ٢٧٧$$

$$\text{الزاوية الكبرى} = ٢٧٧ \text{ درجة}$$

$$\text{الزاوية الصغرى} = ٣٦٠ - ٢٧٧ = ٨٣ \text{ درجة}$$

مثال (١٦) : إذا كانت الساعة ٤ والنصف . فكم الزاوية التي يصنعها عقرب الساعات مع المحور الرأسي ؟

الحل :-

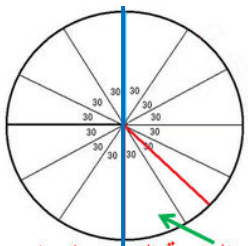
$$\text{قياس الزاوية} = (\text{عدد الساعات} \times ٣٠) - (\text{عدد الدقائق} \times \frac{١١}{٤})$$

$$\text{قياس الزاوية} = (٣٠ \times ١٦) - (\frac{١١}{٤} \times ٣٠)$$

$$\text{قياس الزاوية} = ٤٨٠ - ١٦٥$$

$$\text{قياس الزاوية} = ٣١٥$$

$$\text{الزاوية الصغرى} = ٣٦٠ - ٣١٥ = ٤٥ \text{ درجة}$$



المطلوب : الزاوية التي يصنعها
عقرب الساعات مع المحور الرأسي
((الأقرب للمحور الرأسي))

همسة : من وين جبت الـ ١٦ ؟ الساعة = ٤ الساعة ١٦





مثال (١٧) : إذا كانت الساعة الثانية و ٢٥ دقيقة . فما هي الزاوية التي يصنعها عقرب الدقائق مع الراسي ؟

الحل :-

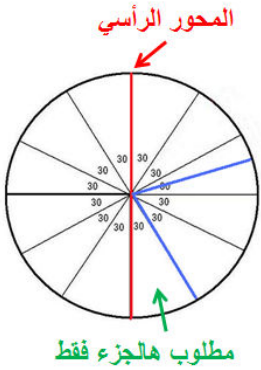
عقرب الدقائق على الـ ٢٥

إذاً الزاوية بين عقرب الدقائق و المحور الراسي = ٣٠ درجة
لأن

١ دقيقة = ٦ درجات

بالضرب في ٥

٥ دقائق = ٣٠ درجة



مثال (١٨) : إذا كانت الساعة الرابعة إلا ثلث . فأوجد قياس الزاوية بين عقرب الساعات و عقرب الدقائق ؟

الحل :-

الساعة الرابعة إلا ثلث = الساعة ٣ و ٤٠ دقيقة

قياس الزاوية = (عقرب الساعات \times ٣٠) - (عقرب الدقائق \times ($\frac{11}{4}$))

قياس الزاوية = (٣٠ \times ١٥) - ($\frac{11}{4}$ \times ٤٠)

قياس الزاوية = ٤٥٠ - ٢٢٠

قياس الزاوية = ٢٣٠ درجة

الزاوية الكبرى = ٢٣٠ درجة

الزاوية الصغرى = ٣٦٠ - ٢٣٠ = ١٣٠ درجة

مثال (١٩) : إذا تحرك عقرب الدقائق ٢٤ دقيقة . فكم الزاوية التي يصنعها ؟

الحل :-

قاعدة :-

١ دقيقة = ٦ درجات

بالضرب في ٢٤

٢٤ دقيقة = ١٤٤ درجة

مثال (٢٠) : إذا تحرك عقرب الدقائق زاوية ١٤٠ درجة فكم دقيقة تحرك ؟

الحل :-

قاعدة :-

١ دقيقة = ٦ درجات





بالقسمة على ٦

$\frac{1}{٦}$ دقيقة = ١ درجة

بالضرب في ١٤٠

$\frac{1}{٦} \times ١٤٠$ دقيقة = ١٤٠ درجة

٢٣,٣٣ دقيقة = ١٤٠ درجة

مثال (٢١) : إذا تحرك عقرب الدقائق ٢٨ دقيقة فإن عقرب الساعات يتحرك

بزاوية ؟

الحل :-

قاعدة :-

إذا تحرك عقرب الدقائق ٦٠ دقيقة فإن عقرب الساعات يتحرك ٣٠ درجة

أي بمقدار النصف .

عقرب الساعات = $٢٨ \div ٢ = ١٤$ درجة

مثال (٢٢) : إذا كانت الساعة ١٢ و ٣٦ دقيقة . فكم قياس الزاوية بين

العقريين ؟

الحل :-

قياس الزاوية = (عدد الساعات $\times ٣٠$) - (عدد الدقائق $\times (\frac{1}{٦})$)

قياس الزاوية = (٣٠×١٢) - ($(\frac{1}{٦}) \times ٣٦$)

قياس الزاوية = $٣٦٠ - ١٩٨$

قياس الزاوية = ١٦٢

الزاوية الصغرى = ١٦٢ درجة

الزاوية الكبرى = $٣٦٠ - ١٦٢ = ١٩٨$ درجة

مثال (٢٣) : إذا كان عقرب الساعات يدور دوره واحدة كل ٦٠ دقيقة . فكم

دورة كاملة يصنعها إذا بدأ الدوران عند الساعة ٤,٣٥ بعد العصر إلى الساعة

٨,٤٠ بعد العشاء ؟

الحل :-

$$\begin{array}{r} ٨,٤٠ \\ - ٤,٣٥ \\ \hline ٤,٠٥ \end{array}$$

إذاً عدد الدورات الكاملة ٤ دورات





مثال (٢٤) : الساعة الآن ٤٥ : ٩ فكم ستكون بعد ٤٣ ساعة ؟

الحل :-

الساعة الآن ٤٥ : ٩ بعد مرور ٤٨ ساعة (يومين) تكون الساعة ٤٥ : ٩

إذاً

بعد مرور ٤٣ ساعة تكون الساعة ٤٥ : ٩ - ٥ = ٤٥ : ٤

٩,٤٥

٥,٠٠

٤,٤٥

همسة : من وين جبت الـ ٥ لأن ٤٨ - ٤٣ = ٥ ساعات

مثال (٢٥) : كم تكون الزاوية بين عقرب الساعات و عقرب الدقائق عندما

تكون الساعة الثانية و الثلث ؟

الحل :-

قياس الزاوية = (عدد الساعات \times ٣٠) - (عدد الدقائق \times $(\frac{11}{4})$)

قياس الزاوية = (٣٠ \times ١٤) - ($(\frac{11}{4})$ \times ٢٠)

قياس الزاوية = ٤٢٠ - ١١٠

قياس الزاوية = ٣١٠ درجة

الزاوية الكبرى = ٣١٠

الزاوية الصغرى = ٣٦٠ - ٣١٠ = ٥٠ درجة

مثال (٢٦) : عندما تشير الساعة إلى التاسعة و الثلث . احسب الزاوية بين عقرب

الساعات و عقرب الدقائق ؟

الحل :-

قياس الزاوية = (عدد الساعات \times ٣٠) - (عدد الدقائق \times $(\frac{11}{4})$)

قياس الزاوية = (٣٠ \times ٩) - ($(\frac{11}{4})$ \times ٢٠)

قياس الزاوية = ٢٧٠ - ١١٠

قياس الزاوية = ١٦٠ درجة

الزاوية الصغرى = ١٦٠ درجة

الزاوية الكبرى = ٣٦٠ - ١٦٠ = ٢٠٠ درجة





سؤال العضو N.Q متى نستخدم 360 ومتى نستخدم 180 وما المقصود بالزاوية الأقرب وما المقصود بالمحور الرأسي؟

مثال (١١) : إذا كانت الساعة الواحدة و النصف . فما هي الزاوية التي يصنعها

عقرب الساعات مع المحور الرأسي ؟

الحل :-

$$\text{قياس الزاوية} = (\text{عدد الساعات} \times 30) - (\text{عدد الدقائق} \times \frac{11}{4})$$

$$\text{قياس الزاوية} = (30 \times 13) - ((\frac{11}{4}) \times 30)$$

$$390 - 165 =$$

$$225 = \text{قياس الزاوية}$$

عندنا الآن زاويتين :- زاوية صغرى و زاوية كبرى

$$\text{الزاوية الكبرى} = 225$$

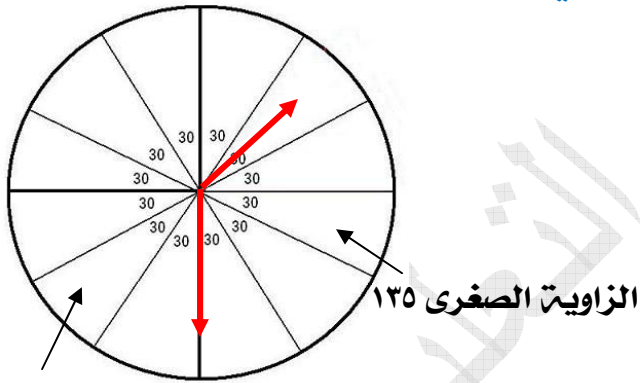
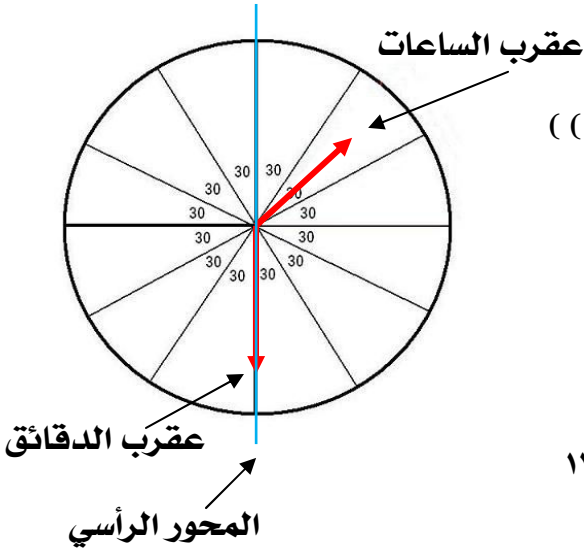
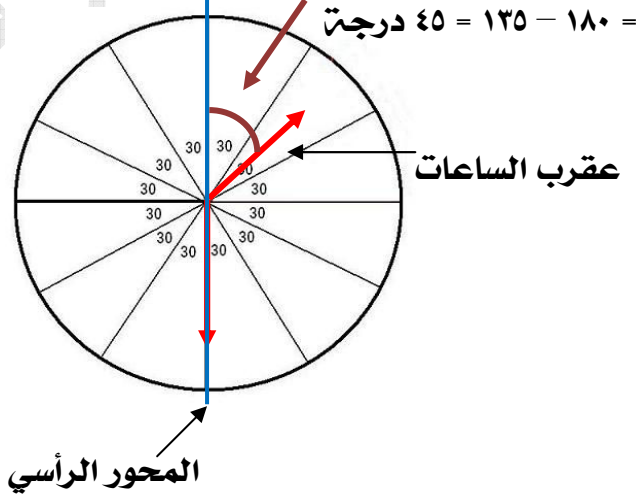
$$\text{الزاوية الصغرى} = \text{قياس الدائرة} - 225 = 360 - 225 = 135$$

المطلوب :-

الزاوية التي يصنعها عقرب الساعات مع المحور الرأسي ؟

نأخذ الزاوية الأقرب لـ المحور الرأسي

$$135 - 180 = 45 \text{ درجة}$$





..(مبدأ العد - تباديل - توافق - احتمالات)..

مبدأ العد :-

إذا كان هناك إجراء معين يتم بـ ١ طريقة ثم يتبعه إجراء معين يتم بـ ٢ طريقة فإن الإجراءين يتم بـ ١ × ٢ طريقة .

الاحتمالات :-

$$\text{احتمال أي حدث منتظم} = \frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فراغ العينة}}$$

التباديل :-

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

التوافق :-

$$C_r^n = \frac{n!}{r! \times (n-r)!}$$

ملاحظة :-

- ١) يقال للحدثان أ ، ب إنهما مستقلان إذا كان $C(n, a) \times C(n, b) = C(n, a \cup b)$
- ٢) $C(n, a) - 1 = C(n, a)$
- ٣) $C(n, a) + C(n, b) = C(n, a \cup b)$
- ٤) في التباديل الترتيب مهم
- ٥) في التوافق الترتيب غير مهم





مثال (١) : تضم قائمة الطعام لأحد المطاعم ثلاثة أنواع من الشوربة وخمسة أنواع من اللحوم بكم طريقة يمكنك اختيار وجبة تتكون من الشوربة واللحم ؟

الحل :-

$$\text{عدد الطرق} = 5 \times 3 = 15 \text{ طريقة}$$

مثال (٢) : يحوي أحد الرفوف في المكتبة ٧ كتب عربية ، ٥ كتب إنجليزية ، ٤ كتب فرنسية . بكم طريقة يستطيع أحد الأشخاص اختيار ثلاثة كتب أحدها بالعربية والثاني بالإنجليزية والثالث بالفرنسية ؟

الحل :-

توجد ٧ إمكانيات لاختيار كتاب باللغة العربية
وتوجد ٥ إمكانيات لاختيار كتاب باللغة الإنجليزية
وتوجد ٤ إمكانيات لاختيار كتاب باللغة الفرنسية
إذاً

$$\text{عدد الطرق الممكنة لاختيار الكتب الثلاثة} = 7 \times 5 \times 4 = 140 \text{ طريقة}$$

مثال (٣) : بكم طريقة يمكن لخمسة أشخاص أن يستخدموا في آن واحد أجهزة الهاتف في دائرة تحتوي ٨ أجهزة ؟

الحل :-

بما أن كل شخص سيستخدم جهازاً إذاً أمام الشخص الأول ٨ إمكانيات ، وأمام الشخص الثاني ٧ إمكانيات ، وأمام الشخص الثالث ٦ إمكانيات ، وأمام الشخص الرابع ٥ إمكانيات ، ويبقى في النهاية أمام الشخص الخامس ٤ إمكانيات .

$$\text{إذاً عدد الطرق الممكنة} = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 6720 \text{ طريقة}$$

مثال (٤) : بكم طريقة يمكننا اختيار كتاب ومجلة وجريدة من بين ثلاثة كتب وثلاث مجلات وثلاث جرائد مختلفة الألوان ؟

الحل (١) :-

$$\text{عدد الطرق الممكنة} = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

الحل (٢) :-

$$3! \times 3! \times 3! = 27 = 3 \times 3 \times 3 \text{ طريقة}$$





مثال (٥) : وعاء يحتوي على ١٠ كرات متماثلة إلا من حيث اللون حيث يحتوي على ٧ كرات زرقاء و ٣ كرات بيضاء . إذا سحبنا كرة عشوائية . فما احتمال أن تكون زرقاء ؟

الحل :-

فضاء الإمكانيات = ١٠

$$7 = \binom{7}{1} = \frac{\text{عدد الطرق الممكنة لاختيار كرة لونها أزرق}}{\text{عدد عناصر الحدث}} = \frac{\text{احتمال ان تكون زرقاء}}{\text{عدد عناصر فراغ العينة}}$$

$$\frac{7}{10} = \text{احتمال ان تكون زرقاء}$$

مثال (٦) : يحتوي صندوق على عدد من الكرات الصفراء والحمراء إذا سحبنا كرة عشوائية من الصندوق فاحتمال أن تكون حمراء هو $\frac{5}{9}$ ، فإذا علمت أن عدد الكرات في الصندوق ٣٦ كرة . فكم كرة صفراء في الصندوق ؟

الحل (١) :-

عندنا معلومة مهمة معطاة ← احتمال أن تكون حمراء هو $\frac{5}{9}$ علماً بأن عدد الكرات في الصندوق ٣٦ كرة إذاً

$$\frac{20}{36} = \frac{4 \times 5}{4 \times 9} = \frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فراغ العينة}} = \text{احتمال أن تكون حمراء}$$

عدد عناصر فضاء العينة = عدد الكرات في

الصندوق = ٣٦

كيف صار ٩؟ يعني حصل اختصار .

لكي نعيد الرقم لـ أصله

نضرب ٩ في ٤ وبالمثل للبسط

إذاً عدد الكرات الحمراء = ٢٠

لإيجاد عدد الكرات الصفراء = ٣٦ - ٢٠ = ١٦

الحل (٢) :-

$$\frac{س}{36} = \frac{5}{9} \leftarrow س = \frac{36 \times 5}{9} = 20$$

ومنها عدد الكرات الصفراء = ٣٦ - ٢٠ = ١٦

مثال (٧) : تقابل ٦ أشخاص في مكان ما ، إذا صافح كل شخص منهما الآخر مرة واحدة فقط ، فكم عدد المصافحات التي تمت ؟

الحل :-

$$15 = \frac{5 \times 6}{1 \times 2} = \binom{6}{2} = \text{عدد المصافحات}$$

ليه ٢ ؟

لأن المصافحة دائماً بين شخصين





مثال (٨) : صندوق يحتوي على ٥٠ كرة متماثلة إلا من حيث اللون .
إذا سحبنا كرة عشوائية فإن احتمال أن تكون صفراء = $\frac{٣}{١٠}$ كم عدد الكرات
غير الصفراء في الصندوق ؟

الحل :-

$$\frac{\text{احتمال أن تكون صفراء}}{\text{عدد عناصر فراغ العينة}} = \frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فراغ العينة}}$$

$$\frac{س}{٥٠} = \frac{٣}{١٠}$$

ومنها

$$١٠ س = ١٥٠$$

$$س = ١٥ \text{ (عدد الكرات الصفراء)}$$

إذاً

$$\text{عدد الكرات الغير صفراء} = ٥٠ - ١٥ = ٣٥$$

مثال (٩) : كم كلمة مكونه من أربعة حروف مختلفة يمكن تكوينها
باستخدام الحروف : أ ، ب ، ج ، د ، هـ ، و

الحل (١) :-

حيث إن كل تبديل للحروف المعطاة يعطي كلمة :

عدد الكلمات الممكن تكوينها = $٦!$ ،

$$٦! = \frac{٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١}{١} = \frac{٦!}{١(٦-٦)} = ٣٦٠$$

الحل (٢) :-

$$\text{عدد الكلمات} = ٦! = ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ = ٣٦٠$$

مثال (١٠) : بكم طريقة يمكن وضع ٨ شمعات ذات ألوان مختلفة في شمعدان
يتسع لثلاث شمعات فقط ؟

الحل (١) :-

عدد الطرق الممكنة = عدد تبديل ٨ شمعات مأخوذة ٣ في كل مرة

$$٣! ٨ = \frac{٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥}{١} = \frac{٨!}{١(٨-٣)} = ٣٣٦$$

الحل (٢) :-

$$\text{عدد الطرق الممكنة} = ٨ \times ٧ \times ٦ = ٣٣٦$$





مثال (١١) : بكم طريقة يمكن اختيار فريق كرة السلة المكون من خمسة لاعبين من بين ١٠ طلاب متميزين في لعبة كرة السلة ؟

الحل :-

عدد الطرق $\binom{10}{5}$ حيث إن الترتيب غير مهم

$$252 = \frac{6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5} = \frac{10 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10}{10 \times 10} = \frac{10}{10 \times 1 (10 - 5)} = \binom{10}{5}$$

مثال (١٢) : عدد طرق اختيار ٥ كتب من ٨ كتب مختلفة ؟

الحل :-

$$56 = \frac{10 \times 6 \times 7 \times 8}{10 \times 1 \times 2 \times 3} = \frac{18}{10 \times 1 \times 2} = \frac{18}{10 \times 1 (10 - 5)} = \binom{8}{5}$$

مثال (١٣) : عدد طرق اختيار ٤ طلاب من بين ١٠ طلاب بحيث يشمل الاختيار طالباً معيناً ؟

الحل :-

من جملة بحيث يشمل الاختيار طالباً معيناً يعني الطالب تم اختياره عنده واسطرت :

$$84 = \frac{19}{13 \times 1 (3 - 9)} = \binom{9}{3}$$

مثال (١٤) : صندوق يحتوي على ٩ كرات بيضاء و ٣ كرات حمراء ، إذا سحبنا كرة بشكل عشوائي ما احتمال أن تكون بيضاء ؟

الحل :-

$$\text{عدد فضاء الإمكانيات} = 3 + 9 = 12$$

$$\text{عدد الكرات البيضاء} = 9$$

$$\text{احتمال أن تكون بيضاء} = \frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فراغ العينة}} = \frac{9}{12} = 0,75$$

مثال (١٥) : صندوق يحتوي على أربع كرات مختلفة اللون : حمراء ، زرقاء ، صفراء ، خضراء ، سحبنا الكرات الأربع عشوائياً من الصندوق ، فإذا كانت أول كرة حمراء ، فما احتمال أن تسحب الكرة الزرقاء قبل الصفراء ؟

الحل :-

نضع قائمة بالحلول المحتملة ، ولنرمز لكل كرة بأول حرف فيها.





فراغ العينته لألوان الكرات المتبقية بعد استبعاد الكرة الحمراء كالتالي :

ز ص خ ، ز خ ص ، ص خ ز ، ص ز خ ، خ ص ز ، ز ص خ

يوجد لدينا ثلاث حالات من الحالات الست التي يكون فيها سحب الكرة الزرقاء قبل الصفراء .

$$\text{إذا احتمال سحب الكرة الزرقاء قبل الصفراء} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

مثال (١٦) : وضع في كيس ٣٠ كرة مرقمة من ١ إلى ٣٠ ، ثم سحب كرة منه

عشوائياً . فما احتمال أن تحمل هذه الكرة رقماً يقبل القسمة على ٤ أو ٦ ؟

الحل (١) :-

$$\text{فضاء الإمكانيات} = \{ ٣٠ ، ٢٩ ، \dots ، ٣ ، ٢ ، ١ \} = ٣٠$$

$$\text{أ} = \text{حادثة أن الرقم يقبل القسمة على ٤} = \{ ٢٨ ، ٢٤ ، ٢٠ ، ١٦ ، ١٢ ، ٨ ، ٤ \} = ٧$$

$$\text{ب} = \text{حادثة أن الرقم يقبل القسمة على ٦} = \{ ٣٠ ، ٢٤ ، ١٨ ، ١٢ ، ٦ \} = ٥$$

$$\text{أ} \cap \text{ب} = \{ ٢٤ ، ١٢ \} = ٢$$

$$\text{أ} \cup \text{ب} = \text{أ} + \text{ب} - (\text{أ} \cap \text{ب}) = ٧ + ٥ - ٢ = ١٠$$

إذاً

احتمال أن تحمل هذه الكرة رقماً يقبل القسمة على ٤ أو ٦

$$= \text{ح} (\text{أ} \cup \text{ب})$$

$$= \text{ح} (\text{أ}) + \text{ح} (\text{ب}) - \text{ح} (\text{أ} \cap \text{ب})$$

$$= \left(\frac{٧}{٣٠} \right) + \left(\frac{٥}{٣٠} \right) - \left(\frac{٢}{٣٠} \right) =$$

$$\frac{١٠}{٣٠} =$$

$$\frac{١}{٣}$$

الحل (٢) :-

$$\text{عدد مضاعفات الرقم ٤} = ٧$$

$$\text{عدد مضاعفات الرقم ٦} = ٥$$

$$\text{عدد الاحتمالات} = ٧ + ٥ = ١٢$$

هناك احتمالان مكرران بسبب وجودهما معاً في مضاعفات العددين وهما ١٢ ، ٢٤

$$\text{وباستبعادهما يكون عدد الاحتمالات} = (٧ + ٥) - ٢ = ١٠$$

$$\text{إذاً احتمال أن يقبل رقم البطاقة القسمة على ٤ أو ٦ هو} \frac{١٠}{٣٠} = \frac{١}{٣}$$





مثال (١٧) : وعاء يحتوي على ١٠ كرات متماثلة إلا من حيث اللون فيه ٦ كرات حمراء و ٤ بيضاء إذا سحبنا كرة عشوائياً فما احتمال أن تكون حمراء؟

الحل :-

فضاء الإمكانيات = ١٠

$$\text{عدد طرق سحب كرة حمراء عشوائياً من بين ٦ كرات حمراء} = \binom{6}{1}$$

$$\text{احتمال أن تكون حمراء} = \frac{6}{10} = 0,6$$

مثال (١٨) : صندوق يحتوي على تفاح وبرتقال إذا سحبنا من الصندوق حبة عشوائياً فاحتمال أن تكون تفاحة يساوي $\frac{2}{3}$ ، فإذا علمت بأن عدد التفاح في هذا الصندوق يساوي ١٢ تفاحة . فكم برتقاله فيه ؟

الحل (١) :-

$$\text{احتمال أن تكون تفاحة} = \frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فراغ العينة}}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{12}{s}$$

حيث س = عدد عناصر فراغ العينة = عدد البرتقال والتفاح في الصندوق

حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

$$s = \frac{2 \times 12}{3}$$

$$s = 18$$

ومنها

$$\text{عدد البرتقال في الصندوق} = 18 - 24 = 6 \text{ برتقالات}$$

الحل (٢) :-

التفاح ثلثين الصندوق وعدده = ١٢

البرتقال راح يكون الثلث الباقي وعدده ٦

مثال (١٩) : صندوق يحتوي على ٣٥ كرة متماثلة إلا من حيث اللون . إذا سحبنا كرة عشوائياً فإن احتمال أن تكون حمراء يساوي $\frac{3}{5}$. كم عدد الكرات غير

الحمراء بالصندوق ؟

الحل :-

$$\text{احتمال أن تكون حمراء} = \frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فراغ العينة}}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{s}{35}$$

حيث س = عدد الكرات الحمراء في الصندوق





حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

$$\frac{3 \times 25}{5} = \text{س}$$

$$\text{س} = 21 \text{ كره حمراء}$$

إذاً

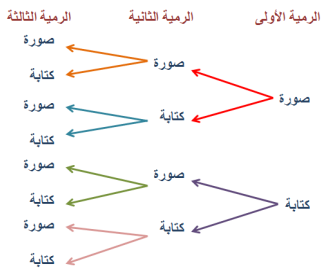
$$\text{عدد الكرات الغير حمراء في الصندوق} = 35 - 21 = 14 \text{ كرة}$$

مثال (٢٠) : عملة نقدية مرسوم على أحد وجوهها صورة (أبو يزيد) وعلى الوجه

الثاني مكتوب أسم (منتديات يزيد التعليمية) رمينا هذه العملة النقدية ثلاث

مرات متتالية . ما هو الاحتمال أن بالرميات الثلاث ستظهر نفس الرسمه ؟

الحل :-



عدد فضاء الإمكانيات = ٨

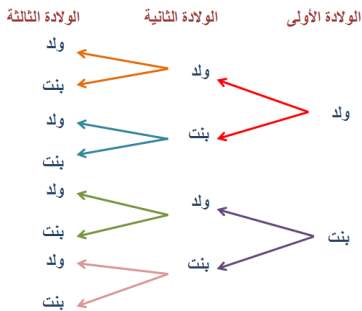
عدد الرميات الثلاث المتشابهة = ٢

$$\text{احتمال أن بالرميات الثلاث ستظهر نفس الرسمه} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

مثال (٢١) : شهد لديها ثلاثة أبناء . ما الاحتمال ان يكونوا الثلاثة من نفس

الجنس ؟

الحل :-



عدد فضاء الإمكانيات = ٨

الولادات الثلاثة من نفس الجنس = ٢

$$\text{احتمال أن يكونوا الثلاثة من نفس الجنس} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

مثال (٢٢) : بكم طريقة يمكن لطالب أن يختار مادتين من بين تسع مواد

اختيارية مختلفة ؟

الحل :-

الترتيب غير مهم إذاً الحل باستخدام التوافق

$$36 = \frac{27 \times 8 \times 9}{1 \times 2 \times 27} = \frac{29}{22 \times 2(2-9)} = \binom{9}{2}$$

مثال (٢٣) : صمم حجر نرد بحيث تحمل ثلاثة أوجه منه الرقم واحد ، والأوجه

الثلاثة الأخرى تحمل الرقم ثلاثة ، فإذا رمى هذا الحجر مرتين متتاليتين ، فإن

احتمال ظهور رقمين متشابهين في الرمييتين يساوي ؟





الحل :-

فضاء العيننة (فراغ العيننة) للحجر المصمم = { ٣، ٣، ٣، ١، ١، ١ }
عندما رمي الحجر المصمم مرتين فضاء العيننة (فراغ العيننة) = { (١، ١) ،

{ (٣، ٣) ، (١، ٣) ، (٣، ١) }

عدد عناصر فضاء العيننة = ٤

حادثة ظهور نفس الشيء في الرمتين = { (٣، ٣) ، (١، ١) }

عدد عناصر الحادثة = ٢

إذاً

$$\text{احتمال ظهور رقمين متشابهين في الرمتين} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

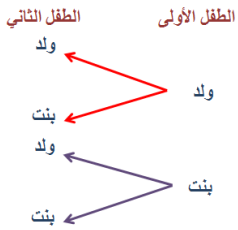
مثال (٢٤) : أنجبت نوره طفلين ، احتمال أن يكون كلا الطفلين ولدين ؟

الحل :-

فضاء الإمكانيات = { (ولد ، ولد) ، (ولد ، بنت) ، (بنت ، ولد) ، (بنت ، بنت) }

ظهور ولدين = { (ولد ، ولد) }

$$\text{احتمال ظهور ولدين} = \frac{1}{4}$$



مثال (٢٥) : على إحدى جهات عملة نقدية مكتوب الرقم صفر وعلى

الجهة الأخرى مكتوب الرقم ١ ، رمينا هذه العملة ٣ مرات وجمعنا الأرقام التي

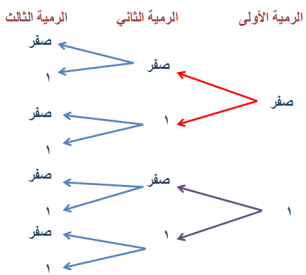
حصلنا عليها . ما الاحتمال أن يكون المجموع هو ٢ ؟

الحل :-

فضاء العيننة = { (١، ١، ٠) ، (٠، ١، ٠) ، (١، ٠، ٠) ، (٠، ٠، ٠) }

{ (١، ١، ١) ، (٠، ١، ١) ، (١، ٠، ١) ، (٠، ٠، ١) }

$$\text{احتمال أن يكون المجموع هو ٢} = \frac{3}{8}$$



مثال (٢٦) : في لغة الفضاء يوجد ٥ أحرف فقط وكل كلمة مكونه من ٣

أحرف مختلفة . ما هو عدد الكلمات في هذه اللغة ؟

الحل :-

كل تبديل للحروف يعطي كلمة ، إذا الترتيب مهم

$$\text{عدد الكلمات في هذه اللغة} = 5^3 = 125 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ كلمة}$$





مثال (٢٧) : استاد له ٧ أبواب فإذا خرج متفرج من أحد الأبواب فإن احتمال خروجه من الباب رقم ٦ هو ؟

الحل :-

عدد مرات الخروج = ١

فضاء العينة = ٧

إذاً

احتمال خروج المتفرج من الباب رقم ٦ = $\frac{1}{7}$

مثال (٢٨) : مصنعان لصناعة المفاتيح الكهربائية ، المصنع الأول ينتج ٧% مفاتيح غير سليمة ، والمصنع الثاني ينتج ١٠% مفاتيح غير سليمة ، إذا كان المصنع الثاني ينتج ثلاثة أمثال ما ينتجه المصنع الأول في أسبوع واحد . اختير مفتاح عشوائياً . فإن احتمال أن يكون المفتاح سليم هو ؟

الحل :-

إنتاج المصنع الأول = س

٩٣% مفاتيح سليمة

٧% مفاتيح تالفة

إنتاج المصنع الثاني = ٣ س

٩٠% مفاتيح سليمة

١٠% مفاتيح تالفة

نحرض إن عدد المفاتيح في المصنع الأول = س = ١٠٠

المفاتيح السليمة = ٩٣ ، التالفة = ٧

وبالمثل :-

نحرض إن عدد المفاتيح في المصنع الثاني = ٣ س = ٣٠٠

المفاتيح السليمة = ٢٧٠ ، التالفة = ٣٠

إذاً

عدد المفاتيح في المصنعين = ٣٠٠ + ١٠٠ = ٤٠٠

عدد المفاتيح السليمة في المصنعين = ٢٧٠ + ٩٣ = ٣٦٣

حادث أن يكون المفتاح سليم = $\binom{363}{1}$

احتمال أن يكون المفتاح سليم = $\frac{363}{400}$





مثال (٢٩) : إناء به ٣٢ كره ملونه من نفس المقاس بعضها أزرق ، بعضها أخضر ، بعضها أحمر والباقي لونه أصفر . فإن كان احتمال سحب كره زرقاء = $\frac{3}{8}$. كم عدد الكرات الزرقاء في الإناء ؟

الحل :-

$$\text{احتمال سحب كره زرقاء} = \frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فراغ العينة}}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{س}{32}$$

حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

$$س = \frac{3 \times 32}{8} = 12$$

إذاً عدد الكرات الزرقاء = ١٢ كره

مثال (٣٠) : أعلن عن احتمال انعقاد امتحان خلال الأسبوع الدراسي القادم . ولم يعين اليوم بالتحديد . فما هو احتمال أن يقع الامتحان نهار الأربعاء ؟

الحل :-

فضاء الإمكانيات = أيام الدراسة خمسة أيام في الأسبوع = ٥

نهار الأربعاء = مره واحده في الأسبوع = ١

$$\text{احتمال أن يقع الامتحان نهار الأربعاء} = \frac{1}{5}$$





..(الوحدات)..

(١) وحدات قياس الزمن :-

السنة = ١٢ شهر

الشهر = ٤ أسابيع

الشهر = ٣٠ يوم

الأسبوع = ٧ أيام

اليوم = ٢٤ ساعة

الساعة = ٦٠ دقيقة

الدقيقة = ٦٠ ثانية

(٢) وحدات قياس الطول :-

١ كيلو متر = ١٠٠٠ متر

١ متر = ١٠ دسم

١ متر = ١٠٠ سم

١ دسم = ١٠ سم

١ سم = ١٠ ملم

(٣) وحدات قياس المساحة :-

١ كيلو متر مربع = ١٠٠٠٠٠٠ متر مربع

١ متر مربع = ١٠٠ دسم مربع

١ متر مربع = ١٠٠٠٠ سم مربع

١ دسم مربع = ١٠٠ سم مربع

١ سم مربع = ١٠٠ ملم مربع





(٤) وحدات قياس الحجم :-

١ كيلو متر مكعب = $1000 \times 1000 \times 1000$ متر مكعب

١ متر مكعب = ١٠٠٠ دسم مكعب

١ متر مكعب = ١٠٠٠٠٠٠ سم مكعب

١ دسم مكعب = ١٠٠٠ سم مكعب

١ سم مكعب = ١٠٠٠ ملو مكعب

(٥) وحدات قياس الوزن :-

١ طن = ١٠٠٠ كيلو غرام

١ كيلو غرام = ١٠٠٠ غرام

١ ملغم = ٠,٠٠١ غرام

(٦) وحدة قياس حجم السائل :-

١ متر مكعب = ١٠٠٠ لتر

١ لتر = ١ دسم مكعب

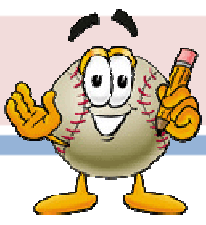
(٧) السنة الكبيسة :-

هي السنة التي تقبل القسمة على ٤ وعدد أيامها ٣٦٦ يوم ويكون فيها فبراير ٢٩ يوم .

(٨) السنة البسيطة :-

هي السنة التي لا تقبل القسمة على ٤ وعدد أيامها ٣٦٥ يوم ويكون فيها فبراير ٢٨ يوم .





)..(خانة الأحاد)..(

مثال (١) : ما هو أحاد العدد 2^{81} ؟

الحل :-

خانة الأحاد لقوى ٢ :-

$$2 = 1^2$$

$$4 = 2^2$$

$$8 = 3^2$$

$$16 = 4^2$$

$$32 = 5^2$$

$$64 = 6^2$$

:

الخ

نلاحظ أن قوى ٢ تتكرر كل ٤ مرات بالصورة

٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦ ، ٣٢ ، ٦٤ ، ١٢٨ ، ٢٥٦ ، ٥١٢ ، ١٠٢٤ ، ... الخ

الفكرة هي قسمة الأس على ٤

ليه ٤ ؟ لأن التكرار كل ٤ مرات

ومنها

$$81 \div 4 = 20 \text{ والباقي } 1$$

إذا كان الباقي ١ فإن خانة الأحاد للنتائج النهائي = ٢

مثال (٢) : ما هو أحاد العدد 3^{62} ؟

الحل :-

خانة الأحاد لقوى ٣ :-

$$3 = 1^3$$

$$9 = 2^3$$

$$27 = 3^3$$

$$81 = 4^3$$

$$243 = 5^3$$

$$729 = 6^3$$

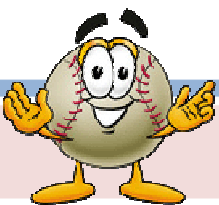
:

الخ

٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦

↓ ↓ ↓ ↓

إذا كان : الباقي ، الباقي ، الباقي ، الباقي
١ ، ٢ ، ٣ ، صفر





إبدأ من هنا مع منتديات يزيد التعليمية - قسم القدرات العامة

نلاحظ أن قوى ٣ تتكرر كل ٤ مرات بالصورة

٣ ، ٩ ، ٧ ، ١ ، ٣ ، ٩ ، ٧ ، ١ ، ... الخ

الفكرة هي قسمة الأس على ٤

ليه ٤ ؟ لأن التكرار كل ٤ مرات

ومنها

$$٦٢ \div ٤ = ١٥ \text{ والباقي } ٢$$

إذا كان الباقي ٢ فإن خانة الآحاد للنتائج النهائي = ٩

مثال (٣) : ما خانة الآحاد في العدد $٣^{٢٠}$ عندما نضاعفه ؟

الحل :-

أي المطلوب آحاد العدد المضاعف لـ $٣^{٢٠}$ وهو $٣^{٢١}$ كذا :-

$$٣^{٢١} = ٣^{٢٠} \times ٣$$

خانة الآحاد لقوى ٣ :-

$$٣^١ = ٣$$

$$٣^٢ = ٩$$

$$٣^٣ = ٢٧$$

$$٣^٤ = ٨١$$

$$٣^٥ = ٢٤٣$$

$$٣^٦ = ٧٢٩$$

:

الخ

نلاحظ أن قوى ٣ تتكرر كل ٤ مرات بالصورة

٣ ، ٩ ، ٧ ، ١ ، ٣ ، ٩ ، ٧ ، ١ ، ... الخ

الفكرة هي قسمة الأس على ٤

ليه ٤ ؟ لأن التكرار كل ٤ مرات

ومنها

$$٣٢١ \div ٤ = ٨٠ \text{ والباقي } ١$$

إذا كان الباقي ١ فإن خانة الآحاد للنتائج النهائي = ٣

٣ ، ٩ ، ٧ ، ١

↓ ↓ ↓ ↓

إذا كان : الباقي ، الباقي ، الباقي ، الباقي

١ ، ٢ ، ٣ ، صفر

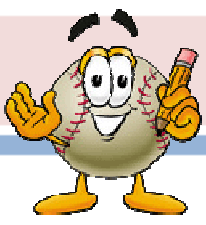
٣ ، ٩ ، ٧ ، ١

↓ ↓ ↓ ↓

إذا كان : الباقي ، الباقي ، الباقي ، الباقي

١ ، ٢ ، ٣ ، صفر





مثال (٤) : ما خانة الآحاد للعدد 255279 ؟

الحل :-

خانة الآحاد لقوى ٣ :-

$$3 = 1^3$$

$$9 = 2^3$$

$$27 = 3^3$$

$$81 = 4^3$$

$$243 = 5^3$$

:

الخ

نلاحظ أن قوى ٣ تتكرر كل ٤ مرات بالصورة : (٣ ، ٩ ، ٢٧ ، ٨١)

الفكرة هي قسمة الأس على ٤ (التكرار)

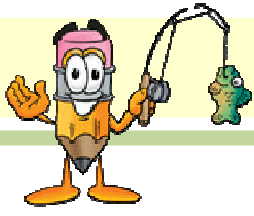
باقي قسمة 255279 على $4 = 3$ (لأن $79 \div 4 = 19$ والباقي ٣)

وال ٣ يقابل في خانة الآحاد للنتائج النهائي = ٧

إذا كان الباقي ٣ فإن خانة الآحاد للنتائج النهائي = ٧

٣ ، ٩ ، ٢٧ ، ٨١
↓ ↓ ↓ ↓
إذا كان : الباقي ، الباقي ، الباقي ، الباقي
١ ، ٢ ، ٣ ، صفر





..(قانون عدد الدورات)..

القانون :-

$$\text{عدد الدورات} = \frac{\text{المسافة}}{\text{محيط العجلة}}$$

عندما تدور عجلة سيارة دورة واحدة فإن المسافة التي تقطعها السيارة =

طول محيط العجلة = ٢ ط نق

وعند دورانها عدة دورات فإن المسافة = ٢ ط نق × عدد الدورات

همسة : حيث نق (للعجلة)

مثال (١) : إذا كان نصف قطر عجلة دراجة ٠,٣٥ متر . فكم عدد دورات

العجلة اللازمة لتقطع مسافة ٢٢٠ متر ؟

الحل :-

$$\text{محيط العجلة} = \text{محيط الدائرة} = ٢ \text{ نق ط} = ٢ \times (٠,٣٥) \times \left(\frac{٢٢}{٧}\right) = ٢,٢$$

$$\text{عدد الدورات} = \frac{\text{المسافة}}{\text{محيط العجلة}}$$

$$\text{عدد الدورات} = \frac{٢٢٠}{٢,٢}$$

عدد الدورات = ١٠٠ دورة

مثال (٢) : أوجد المسافة التي تقطعها سيارة طول قطر عجلتها ٠,٤٩ متر إذا دارت

دورة واحدة ؟

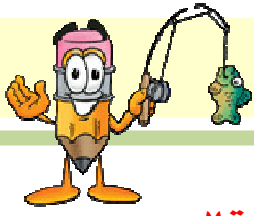
الحل :-

المسافة = عدد الدورات × محيط العجلة

المسافة = ١ × محيط الدائرة

$$\text{المسافة} = ١ \times ٢ \text{ نق ط} = ١ \times ٢ \times \left(\frac{٠,٤٩}{٢}\right) \times \left(\frac{٢٢}{٧}\right) = ١,٥٤ \text{ متر}$$





مثال (٣) : سيارة تمشي بسرعة ٤٤ كم / ساعة ونصف قطر عجلة السيارة ٠,٧ متر . كم عدد الدورات التي دارتها العجلة خلال ساعة واحدة ؟

الحل :-

$$\text{المسافة} = \text{السرعة} \times \text{الزمن} = ٤٤٠٠٠ \times ١ = ٤٤٠٠٠ \text{ متر}$$

$$\text{عدد الدورات} = \frac{\text{المسافة}}{\text{محيط العجلة}}$$

$$\text{عدد الدورات} = \frac{٤٤٠٠٠}{\frac{٢٢}{٧} \times ٠,٧ \times ٢} = ١٠٠٠٠ \text{ دورة في الساعة}$$

مثال (٤) : تقطع عجلة مسافة ٣١,٤ متر في ١٠ دورات . ما هو قطر عجلة أخرى تقطع المسافة نفسها في ١٥ دورة ؟

الحل :-

$$\text{المسافة} = \text{عدد الدورات} \times \text{محيط العجلة}$$

$$٣١,٤ = ١٥ \times \text{نق ط}$$

$$٣,١٤ \times \text{نق} \times ٢ \times ١٥ = ٣١,٤$$

$$\text{نق} = \frac{١}{٣}$$

إذاً

$$\text{القطر} = \text{نق} + \text{نق} = \frac{١}{٣} + \frac{١}{٣} = \frac{٢}{٣}$$

مثال (٥) : أربع عجلات أنصاف أقطارها ٦ م ، ٣ م ، ٢ م ، ٤ م ، فإذا كانت سرعة دوران العجلة الأولى ٦٠ دورة في الدقيقة . فما سرعة دوران العجلة الأخيرة ؟

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (ج) ٩٠ (د) ٤٠

الحل :-

$$\text{نق} = ٦ \Leftarrow \text{سرعة دوران العجلة } ٦٠ \text{ دورة في الدقيقة}$$

$$\text{نق} = ٤ \Leftarrow \text{سرعة دوران العجلة } ٤٠ \text{ دورة في الدقيقة}$$

نوع التناسب عكسي (كلما قل قطر العجلة زادت عدد الدورات في الدقيقة)

$$٦٠ \times ٤ = ٦ \times \text{س}$$

$$\text{س} = \frac{٣٦٠}{٤} = ٩٠$$





..(العدد الدوري)..

مثال (١) : العدد الدوري $٠,٣١٧٥٢$ يتكرر إلى ما لا نهاية ، فأى الأعداد التالية

يمثل العدد الموجود في الخانة رقم ٩٦٨ ؟

أ (١) ب (٣) ج (٥) د (٧)

الحل :-

$$\frac{٩٦٨}{٥} = ١٩٣ \text{ والباقي } ٣$$

إذا العدد في الخانة رقم ٩٦٨ هو ٧

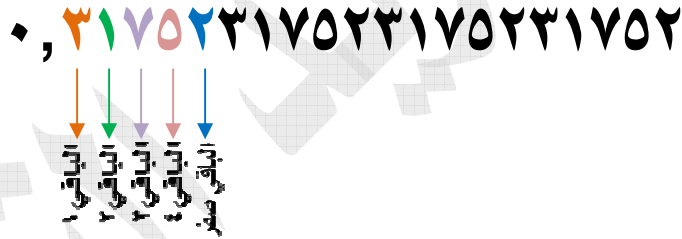
همسة (١) :-

لماذا تقسيم ٥ ؟ لأن عدد الأرقام في العدد الدوري ($٠,٣١٧٥٢$) خمسة أرقام ثم

يتكرر .

همسة (٢) :-

المقصود بالعدد الدوري إن العدد راح يتكرر كذا



إذا كان الرقم الممثل للخانة

يقبل القسمة على ٥ بدون باقى فالعدد في الخانة المطلوبة ٢

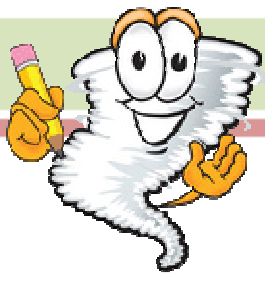
وإذا تبقى ١ فالعدد هو ٣

وإذا تبقى ٢ فالعدد ١

وإذا تبقى ٣ فالعدد ٧

وإذا تبقى ٤ فالعدد ٥





..(تطبيقات من واقع الحياة ١)..

لحساب عدد الصفحات التي يقرأها من كتاب من صفحة ... إلى صفحة ...
نطرح العددين ثم نضيف ١ هكذا (النهاية - البداية + ١)
ويختلف الوضع لو كان بين ..

مثال (١) : في طاوور الصباح عدد الطلاب ٢٠٠ طالب ، سعد كان ترتيبه الخامس والعشرون ومازن كان ترتيبه المئة وخمسة وعشرون فإن عدد الأشخاص المحصورة بين سعد ومازن ؟

الحل :-

$$\begin{aligned} \text{عدد الأشخاص المحصورين بين سعد ومازن} &= \text{النهاية} - \text{البداية} - ١ \\ &= ١٢٥ - ٢٥ - ١ \\ &= ٩٩ \end{aligned}$$

مثال (٢) : إذا كان ترتيب زيد الثالث بين اثني عشر متسابقاً وترتيب عمر الثامن فكر يكون عدد المتسابقين بينهما ؟

الحل :-

$$\text{عدد المتسابقين بينهم} = ٨ - ٣ - ١ = ٤$$

مثال (٣) : طلب أستاذ من تلاميذه قراءة الصفحات من ٢١ إلى نهاية ٦٣ والصفحات من ١٠٩ إلى نهاية ١٦٥ من كتاب الكيمياء . فما مجموع الصفحات التي يجب على التلاميذ قراءتها ؟

الحل :-

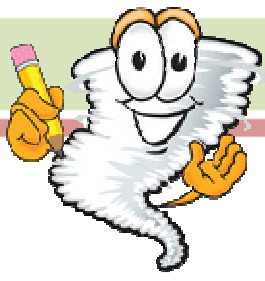
$$\text{مجموع الصفحات} = (١ + ٢١ - ٦٣) + (١ + ١٠٩ - ١٦٥) = ١٠٠ \text{ صفحة}$$

مثال (٤) : حدد مدرس مادة الرياضيات الاختبار من الصفحة ٧ إلى الصفحة ١٣ ومن الصفحة ٢١ إلى الصفحة ٦٥ ، كم عدد صفحات الاختبار ؟

الحل :-

$$\text{عدد صفحات الاختبار} = (١ + ٧ - ١٣) + (١ + ٢١ - ٦٥) = ٥٢ \text{ صفحة}$$





مثال (٥) : لدينا طابور من الشباب ، ترتيب خالد العاشر من بدايته والحادي عشر من نهايته . فكم عدد أفراد هذا الطابور ؟

الحل :-

$$\text{عدد أفراد هذا الطابور} = 11 + 10 - 1 = 20$$

مثال (٦) أجاب طلال في اختبار ما عن الأسئلة من ٢٥ إلى ٧٤ . كم عدد الأسئلة التي أجاب عنها ؟

الحل :-

$$\text{عدد الأسئلة} = 74 - 25 + 1 = 50$$

مثال (٧) : كان ترتيب هيثم الواقف في صف من اليمين السابع ، ومن اليسار الثالث عشر . كم عدد الواقفين في الصف ؟

الحل :-

$$\text{عدد الواقفين في الصف} = 13 + 7 - 1 = 19$$

مثال (٨) : أجاب محمد في اختبار ما عن الأسئلة من ٤٤ إلى ٧٤ ومن ٩٢ إلى ١١٢ كم عدد الأسئلة التي أجاب عنها ؟

الحل :-

دائماً نطرح الرقم الكبير من الرقم الصغير ونضيف واحد

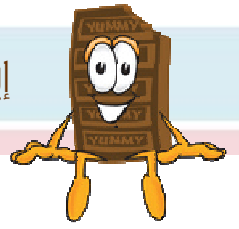
$$\text{عدد الأسئلة التي أجاب عنها} = (74 - 44 + 1) + (112 - 92 + 1) = 31 + 21 = 52$$

مثال (٩) : ترتيب سعد في الفصل الثالث عشر بدءاً من الأول وكان عدد طلاب الفصل ٣٤ ، فكم يكون ترتيبه من الأخير ؟

الحل :-

$$\text{يكون ترتيبه من الأخير} = 34 - 13 + 1 = 22$$





..(تطبيقات من واقع الحياة ٢)..

مثال (١) : في إحدى الكليات ١٣٠ طالباً منهم ٤٠ تخصص رياضيات فقط ، ٦٠ تخصص فيزياء فقط ، ١٠ تخصص رياضيات وفيزياء معاً ، فكم عدد الطلاب الذين ليس لهم علاقة في الرياضيات أو الفيزياء ؟

الحل :-

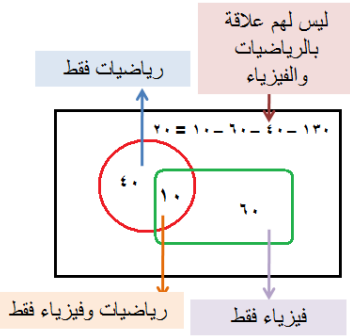
رياضيات فقط ٤٠

فيزياء فقط ٦٠

رياضيات و فيزياء فقط ١٠

المجموع = ٤٠ + ٦٠ + ١٠ = ١١٠

الطلاب الذين ليس لهم علاقة بالرياضيات أو الفيزياء = ١٣٠ - ١١٠ = ٢٠

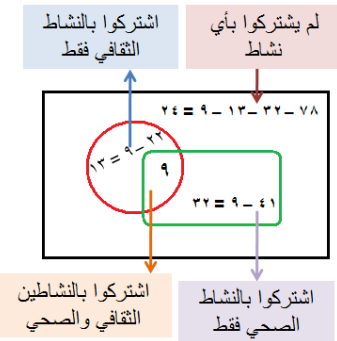


مثال (٢) : صف به ٧٨ طالباً ، اشترك منهم ٤١ طالب بالنشاط الصحي و ٢٢ بالنشاط الثقافي و ٩ طلاب اشتركوا بالنشاطين الثقافي و الصحي . فما عدد الطلاب الذين لم يشتركوا بأي نشاط ؟

الحل :-

عدد الطلاب الذين اشتركوا في النشاطين = ٩ - (٢٢ + ٤١) = ٥٤

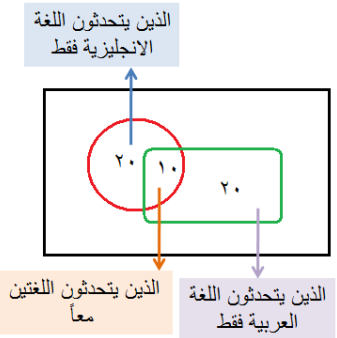
عدد الطلاب الذين لم يشتركوا = ٧٨ - ٥٤ = ٢٤



مثال (٣) : اجتمع ٥٠ طالباً في إحدى مسابقات الرياضيات الدولية ، فإذا كان ٣٠ طالباً يتحدثون اللغة العربية ، و ٢٠ طالباً يتحدثون اللغة الانجليزية . كم عدد الذين يتحدثون اللغتين معاً ؟

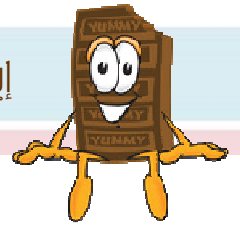
الحل :-

عدد الطلاب الذين يتحدثون اللغتين معاً = ٥٠ - (٣٠ + ٢٠) = ١٠





إبدأ من هنا مع منتديات يزيد التعليمية - قسم القدرات العامة



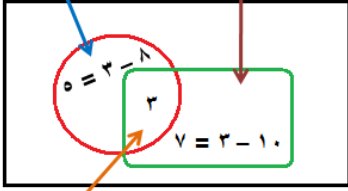
مثال (٤) : شركة يوجد بها ١٥ موظف تم تقسيمهم إلى مجموعتين ، الأولى تحتوي ١٠ موظفين ، الثانية تحتوي ٨ موظفين ، كم عدد الموظفين الموجودين في المجموعتين ؟

الحل :-

عدد الموظفين الموجودين في المجموعتين = $١٥ - (٨ + ١٠) = ٣$

المجموعة الأولى

المجموعة الثانية



الموظفين الموجودين في المجموعتين

منتديات يزيد التعليمية





..(تطبيقات من واقع الحياة ٣)..

مثال (١) : نحن الآن في شهر ربيع ٢ ، ما أسم الشهر الذي نكون فيه بعد ٢٠٠

شهر من الآن ؟

الحل (١) :

$$٢٠٠ \div ١٢ = \text{شهر } ١٦ \text{ والباقي } ٨$$

ربيع الثاني = صفر

جماد الأول = ١

جماد الثاني = ٢

رجب = ٣

شعبان = ٤

رمضان = ٥

شوال = ٦

ذو القعدة = ٧

ذو الحجة = ٨

الحل (٢) بالتفصيل :-

ربيع الثاني = ١

جماد الأول = ٢

جماد الثاني = ٣

رجب = ٤

شعبان = ٥

رمضان = ٦

شوال = ٧

ذو القعدة = ٨

ذو الحجة = ٩

محرم = ١٠

صفر = ١١

ربيع الأول = ١٢

إذا تنتهي السنة في ربيع الأول ..

وكل مضاعفات العدد ١٢ نجده في ربيع الأول

$$٢٠٠ \div ١٢ = ١٦ \text{ والباقي } ٨$$





ومنها ١٢ × ١٦ = ١٩٢ شهر

ربيع الأول = ١٩٢ شهر

ربيع الثاني = ١٩٣ شهر

جماد الأول = ١٩٤ شهر

جماد الثاني = ١٩٥ شهر

رجب = ١٩٦ شهر

شعبان = ١٩٧ شهر

رمضان = ١٩٨ شهر

شوال = ١٩٩ شهر

ذو القعدة = ٢٠٠ شهر

ذو الحجة = بعد ٢٠٠ شهر

مثال (٢) : إذا كان اليوم السبت فبعد ٤٠ يوماً ما هو هذا اليوم ؟

الحل (١) :-

نعلم أن عدد أيام الأسبوع = ٧ أيام

إذاً

$٤٠ \div ٧$ أيام = ٣٥ والباقي ٥

وبالتالي نبدأ بعد ٥ أيام بعد السبت فتكون النتيجة يوم الخميس

السبت (صفر)

الأحد (١)

الاثنين (٢)

الثلاثاء (٣)

الأربعاء (٤)

الخميس (٥)

الحل (٢) بالتفصيل :-

السبت : ١

الأحد : ٢

الاثنين : ٣

الثلاثاء : ٤

الأربعاء : ٥

الخميس : ٦





الجمعة : ٧

مضاعفات العدد ٧ في يوم الجمعة فقط

$$٤٠ \div ٧ = ٥ \text{ والباقي } ٥$$

الجمعة : ٢٥

السبت : ٣٦

الأحد : ٣٧

الاثنين : ٣٨

الثلاثاء : ٣٩

الأربعاء : ٤٠

الخميس : بعد ٤٠ يوم

مثال (٣) : إذا كان اليوم الأربعاء . فبعد ٦٠ يوم سيكون ؟

الحل (١) :

$$٦٠ \div ٧ \text{ أيام} = ٨ \text{ والباقي } ٤$$

الأربعاء = ٠

الخميس = ١

الجمعة = ٢

السبت = ٣

الأحد = ٤

الحل (٢) بالتفصيل :-

الأربعاء = ١

الخميس = ٢

الجمعة = ٣

السبت = ٤

الأحد = ٥

الاثنين = ٦

الثلاثاء = ٧

نهاية الأسبوع عند يوم الثلاثاء ، إذا مضاعفات العدد ٧ في يوم الثلاثاء

$$٦٠ \div ٧ = ٨ \text{ والباقي } ٤ \text{ أيام}$$

$$٨ \times ٧ = ٥٦ \text{ والباقي } ٤ = ٦٠ \text{ أيام}$$

الثلاثاء = ٥٦





الأربعاء = ٥٧

الخميس = ٥٨

الجمعة = ٥٩

السبت = ٦٠

الأحد = بعد ٦٠ يوم

مثال (٤) : نحن الآن في شعبان فماذا يكون الشهر بعد ٥٥٥ شهراً من الآن ؟

الحل :-

$٥٥٥ \div ١٢ = ٤٦$ شهر = ٤٦ والباقي ٣

شعبان = ٠

رمضان = ١

شوال = ٢

ذو القعدة = ٣

مثال (٥) : إذا كان اليوم السبت في اليوم الـ ٤٠ أي يوم ؟

الحل (١) :-

$٤٠ \div ٧ = ٥$ أيام = ٥ والباقي ٥

السبت = ١

الأحد = ٢

الاثنين = ٣

الثلاثاء = ٤

الأربعاء = ٥

الحل (٢) بالتفصيل :-

السبت = ١

الأحد = ٢

الاثنين = ٣

الثلاثاء = ٤

الأربعاء = ٥

الخميس = ٦

الجمعة = ٧

مضاعفات العدد ٧ في يوم الجمعة ($٢٥ = ٧ \times ٥$) والباقي ٥ للوصول لـ ٤٠





الجمعة = ٢٥

السبت = ٢٦

الأحد = ٢٧

الاثنين = ٢٨

الثلاثاء = ٢٩

الأربعاء = ٤٠

مثال (٦) : نحن الآن في شهر شعبان في الشهر ٥٥٥ أي شهر؟

الحل (١) :-

٥٥٥ ÷ ١٢ = شهر = ٤٦ والباقي ٣

شعبان = ١

رمضان = ٢

شوال = ٣

الحل (٢) بالتفصيل :-

شعبان = ١

رمضان = ٢

شوال = ٣

ذو القعدة = ٤

ذو الحجة = ٥

محرم = ٦

صفر = ٧

ربيع الأول = ٨

ربيع الثاني = ٩

جماد الأول = ١٠

جماد الثاني = ١١

رجب = ١٢

مضاعفات العدد ١٢ في شهر رجب (٥٥٥ ÷ ١٢ = ٤٦ والباقي ٣) حيث $٥٥٢ = ١٢ \times ٤٦$

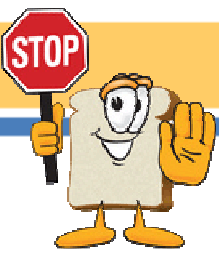
رجب = ٥٥٢ شهر

شعبان = ٥٥٣ شهر

رمضان = ٥٥٤ شهر

شوال = ٥٥٥ شهر





..(تطبيقات من واقع الحياة ٤)..

مثال (١) إذا كان ثمن ثوب وعترتين يساوي ١٥٠ ريال و ثمن ثوبين يساوي ٢٠٠ ريال . فما ثمن الغترة الواحدة ؟

الحل :-

$$\text{ثمن ١ ثوب} + \text{ثمن ٢ غترة} = ١٥٠ \text{ ريال}$$

$$\text{ثمن ٢ ثوب} = ٢٠٠ \text{ ريال}$$

إذاً

$$\text{ثمن ١ ثوب} = ١٠٠ \text{ ريال}$$

ومن هنا

$$١٠٠ \text{ ريال} + \text{ثمن ٢ غترة} = ١٥٠ \text{ ريال}$$

$$\text{ثمن ٢ غترة} = ١٥٠ \text{ ريال} - ١٠٠ \text{ ريال}$$

$$\text{ثمن ٢ غترة} = ٥٠ \text{ ريال}$$

$$\text{ثمن الغترة الواحدة} = ٢٥ \text{ ريال}$$

مثال (٢) : اشترى أحمد ٣ أقلام ومقلمة بقيمة ١٧ ريال ، واشترى محمد ٣ أقلام ودفتر بقيمة ١٣ ريال ، فإذا كان ثمن القلم ٣ ريال ، فما النسبة بين ثمن المقلمة إلى ثمن الدفتر ؟

الحل :-

$$\text{نضرب القلم} = \text{س} ، \text{المقلمة} = \text{ص} ، \text{الدفتر} = \text{ع} ، \text{ثمن القلم} = \text{س} = ٣$$

من جملة : اشترى أحمد ٣ أقلام ومقلمة بقيمة ١٧ ريال

$$٣ \text{ س} + \text{ص} = ١٧$$

$$٣ (٣) + \text{ص} = ١٧$$

$$\text{ص} = ١٧ - ٩$$

$$\text{ص} = ٨$$

من جملة : اشترى محمد ٣ أقلام ودفتر بقيمة ١٣ ريال

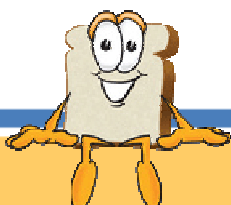
$$٣ \text{ س} + \text{ع} = ١٣$$

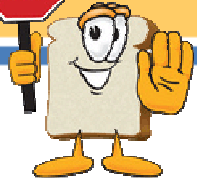
$$٣ (٣) + \text{ع} = ١٣$$

$$\text{ع} = ١٣ - ٩$$

$$\text{ع} = ٤$$

نسبة ثمن المقلمة إلى ثمن الدفتر = ٨ : ٤ بالاختصار = ٢ : ١





مثال (٣) : سعة لتر البنزين ٤٥ هللتها عباً أحمد سيارته بـ ٤٤ ريال خارج المدينة
وكان سعر اللتر في المحطة ٥٥ هللتها فإنه دفع زيادة مبلغ وقدره ؟ همسة : ١ ريال = ١٠٠ هللة
الحل :-

$$\text{عدد اللترات التي عبأها} = \frac{100 \times 44}{55} = 80 \text{ لتر}$$

$$\text{ثمان ٨٠ لتر من البنزين في المدينة} = \frac{45}{100} \times 80 = 36 \text{ ريال}$$

إذاً

$$\text{دفع زيادة} = 44 - 36 = 8 \text{ ريال}$$

مثال (٤) : إذا كان ثمن حذاء وثوبين ٢٥٠ ريال وثمان حذاءين ١٠٠ ريال . فما
ثمان الثوب الواحد ؟

الحل :-

$$\text{ثمان حذاءين} = 100 \text{ ريال}$$

$$\text{ثمان الحذاء الواحد} = 50 \text{ ريال}$$

ومنها

$$\text{ثمان حذاء} + \text{ثمان ثوبين} = 250 \text{ ريال}$$

$$50 \text{ ريال} + \text{ثمان ثوبين} = 250 \text{ ريال}$$

$$\text{ثمان ثوبين} = 200 \text{ ريال}$$

$$\text{ثمان الثوب الواحد} = 100 \text{ ريال}$$

مثال (٥) : من شهر ٣ إلى شهر ١١ ارتفع سعر كيس الأرز بشكل منتظم من ١٥٠
ريالاً إلى ٣١٠ ريالاً . فكم كان سعر كيس الأرز في شهر ٧ ؟

الحل :-

$$\text{مقدار ارتفاع كيس الأرز شهرياً} = \frac{310 - 150}{3 - 11} = \frac{160}{8} = 20 \text{ ريال}$$

$$\text{سعر كيس الأرز في شهر ٧} = \text{هـ} = \text{أ} + ٤ = ٤٤$$

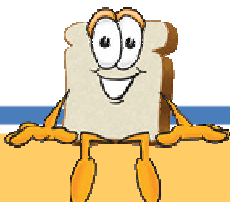
$$\text{سعر كيس الأرز في شهر ٧} = 150 + (20 \times 4) = 230 \text{ ريال}$$

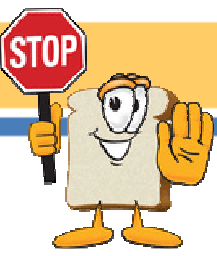
مثال (٦) : إذا كان ثمن قلم ودفترين يساوي ١٤ ريالاً وثمان قلمين يساوي ١٠
ريالات ، فما ثمن الدفتر الواحد ؟

الحل :-

$$\text{ثمان قلمين} = 10 \text{ ريال}$$

$$\text{ثمان قلم} + \text{ثمان دفترين} = 14 \text{ ريال}$$





٥ ريال + ثمن دفتريين = ١٤ ريال

ثمن الدفتريين = ٩ ريالات إذاً ثمن الدفتر الواحد = ٤,٥ ريال

مثال (٧) : إذا كانت تكلفة ٧ أثواب ٥٦٠ ريالاً ، فكم ريالاً تبلغ تكلفة

ثوبين ؟

الحل :-

تكلفة ٧ أثواب = ٥٦٠ ريال

بالقسمة على ٧

تكلفة الثوب الواحد = ٨٠ ريال

بالضرب في ٢

تكلفة الثوبين = ١٦٠ ريال

مثال (٨) : إذا كان ثمن ٥ مجلات وأربع جرائد يبلغ ٥٢ ريالاً ، وثمان ١٠ جرائد

يبليغ ٣٠ ريالاً . فما ثمن المجلة الواحدة ؟

الحل :-

ثمان ١٠ جرائد = ٣٠ ريال

بالقسمة على ١٠

ثمن الجريدة الواحدة = ٣ ريالات

ومنها

ثمن ٥ مجلات + ثمن ٤ جرائد = ٥٢ ريال

ثمن ٥ مجلات + (٣ × ٤) = ٥٢ ريال

ثمن ٥ مجلات = ٥٢ - ١٢

ثمن ٥ مجلات = ٤٠ ريال

بالقسمة على ٥

ثمن المجلة الواحدة = ٨ ريالات

مثال (٩) : إذا كان سعر ٣ آلات حاسبة وقلم = ٩٠ ريال وسعر ٩ آلات حاسبة

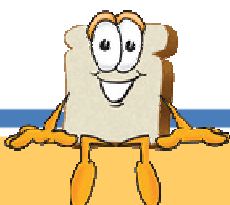
وقلمين = ٢٤٠ ريال ، فأوجد سعر الآلة الواحدة ؟

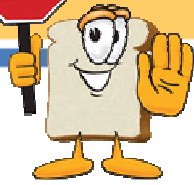
الحل :-

نفرض الآلة الحاسبة = س ، القلم = ص

٣ س + ١ ص = ٩٠

٩ س + ٢ ص = ٢٤٠





بضرب المعادلة الأولى في ٢ -

$$٦٠ - ٢ ص = ١٨٠$$

$$٩ ص + ٢ ص = ٢٤٠$$

بالجمع _____

$$٦٠ = ٣ ص$$

ص = ٢٠ إذا سعر الآلة الواحدة = ٢٠ ريال

نعوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٩٠ = ٣ ص + ٢ ص$$

$$٩٠ = ٣ (٢٠) + ٢ ص$$

$$٩٠ - ٦٠ = ٢ ص$$

ص = ٣٠ إذا سعر القلم الواحد = ٣٠ ريال

مثال (١٠) : ثمن ثوب وفترة ٩٠ ريالاً ، و ثمن ٣ أثواب و فترتين ٢٤٠ ريالاً . ما ثمن

كل من الثوب والفترة ؟

الحل :-

نفرض الثوب = ص ، الفترة = ص

$$٩٠ = ١ ص + ٣ ص$$

$$٢٤٠ = ٢ ص + ٣ ص$$

بضرب المعادلة الأولى في ٢ -

$$١٨٠ - ٢ ص = ١٨٠$$

$$٢٤٠ = ٢ ص + ٣ ص$$

بالجمع _____

$$٦٠ = ٣ ص$$

نعوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٩٠ = ٦٠ + ٣ ص$$

$$٦٠ - ٩٠ = ٣ ص$$

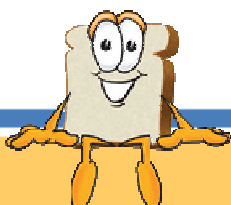
$$٣٠ = ٣ ص$$

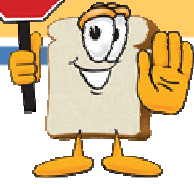
ثمن الثوب = ٦٠ ريال ، ثمن الفترة = ٣٠ ريال

مثال (١١) : اشترى راشد حقيبتين الأولى سعرها ٧٥ ريالاً والثانية سعرها أقل من

الأولى بمبلغ ٥٠ ريالاً . فكم ريالاً دفع ثمناً للحقيبتين ؟

الحل :-





سعر الحقيبة الأولى ٧٥ ريال

سعر الحقيبة الثانية = ٥٠ - ٧٥ = ٢٥ ريال

دفع راشد ثمناً للحقيبتين = ٧٥ + ٢٥ = ١٠٠ ريال

مثال (١٢) : اشترى محمد قاموس بـ ٨٧٠ ريال وجوال ينقص عن قيمة القاموس بـ

٣٠٠ ريال . فكم مجموع المشتريات ؟

الحل :-

قيمة الجوال = ٨٧٠ - ٣٠٠ = ٥٧٠ ريال

مجموع المشتريات = ٨٧٠ + ٥٧٠ = ١٤٤٠ ريال

مثال (١٣) : ثمن ٣ أثواب ٢٤٠ ريالاً . فإن ثمن ٨ أثواب يساوي ؟

الحل :-

ثمن ٣ أثواب = ٢٤٠ ريالاً

بالقسمة على ٣

ثمن الثوب الواحد = ٨٠ ريال

بالضرب في ٨

ثمن ٨ أثواب = ٦٤٠ ريال

مثال (١٤) : إذا كان ثمن خمس برتقالات يساوي ثمن موزتين وثمان موزتين

يساوي ثمن ثلاث تفاحات فإن ثمن عشر برتقالات يساوي ثمن كم تفاحاً ؟

الحل :-

نفرض البرتقال = س ، موز = ص ، تفاح = ع

٥ س = ٢ ص

٢ ص = ٣ ع

بضرب المعادلتين الأولى والثانية في ٢ كذا :-

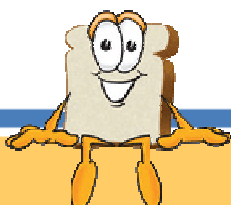
١٠ س = ٤ ص

٤ ص = ٦ ع

إذاً

١٠ س = ٦ ع

ثمن ١٠ برتقالات = ثمن ٦ تفاحات





..(تطبيقات من واقع الحياة ٥)..

مثال (١) : لديك حظيرة كلها بقر إلا اثنتان وكلها ضأن إلا اثنتان وكلها غنم إلا اثنتان . فكم بقرة لديك في الحظيرة ؟

الحل :-

نفرض عدد الحيوانات = س

من جملة : كلها بقر إلا اثنتان = عدد البقر = س - ٢

من جملة : كلها ضأن إلا اثنتان = عدد الضأن = س - ٢

من جملة : كلها غنم إلا اثنتان = عدد الغنم = س - ٢

إذاً

عدد البقر + عدد الضأن + عدد الغنم = عدد الحيوانات في الحظيرة

$$(س - ٢) + (س - ٢) + (س - ٢) = س$$

$$٣س - ٦ = س$$

$$٦ - ٣س = ٦ - س$$

$$٦ - ٢ = ٦ - س$$

$$س = ٣$$

إذاً

$$س = ٣ = ٢ - ٣ = ١ = \text{عدد البقر}$$

مثال (٢) : إذا كانت قارورة يملؤها كأسين ونصف . فكم كأس يملأ ١٠٠ قارورة ؟

الحل :-

١ قارورة ← ٢,٥ كأس

بالضرب في ١٠٠

$$١٠٠ قارورة ← (١٠٠ \times ٢,٥) = ٢٥٠ كأس$$

مثال (٣) : صندوق بداخله ٤ صناديق في كل صندوق منها ٣ صناديق . فما مجموع الصناديق ؟

الحل :-



أسهل طريقة الرسم ثم ب العد

مجموع الصناديق = ١٧ صندوق

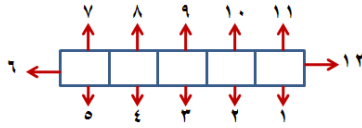




مثال (٤) : خمسة مربعات وضعت بجانب بعض بحيث أصبح محيطها ٧٢ سم . فما

طول ضلع المربع ؟

الحل :-



من خلال الشكل عدد الأضلاع = ١٢

طول ضلع المربع = $\frac{72}{12} = 6$ سم

مثال (٥) : كم عدد الريالات في ٢٠ دولاراً إذا علمت أن كل ٤ دولارات تساوي ١٥

ريالاً ؟

الحل :-

٤ دولارات = ١٥ ريالاً

بالضرب في ٥

٢٠ دولار = ٧٥ ريالاً

مثال (٦) : يستطيع خالد شراء ٦ دفاتر بقيمة (س) من الريالات . فكم سيدفع

لشراء (هـ) من الدفاتر بنفس الثمن ؟

الحل :-

٦ دفاتر = س ريال

بالقسمة على ٦

١ دفتر = $\frac{س}{٦}$ ريال

بالضرب في هـ

هـ دفاتر = $\frac{س \cdot هـ}{٦}$ ريال

مثال (٧) : غرست ٧٢ شجرة في صفوف بحيث يكون عدد الأشجار في كل صف

مساوياً لضعف عدد الصفوف . كم عدد الأشجار في كل صف ؟

الحل :-

من جملة : عدد الأشجار في كل صف مساوياً لضعف عدد الصفوف

عدد الأشجار = ٢ عدد الصفوف

وعندنا عددين ضعف بعض وحاصل ضربهم ٧٢

$$٧٢ = ١٢ \times ٦$$

إذاً

عدد الأشجار = ١٢ لأن ضعف عدد الصفوف





مثال (٨) : قام سعود بتسديد ١٠ ضربات جزاء في ١٥ مباراة كرة قدم ، فأحرز أهدافاً بقدر نصف هذه الضربات ، فكم سيكون عدد أهداف سعود لو أزداد عدد هذه المباريات إلى ٢٤ مباراة واستمر معدل الحصول على ضربات الجزاء والتسديد والإحراز ثابتاً لديه ؟

الحل :-

١٠ ضربات
س ٢٤ مباراة

نوع التناسب طردي

$$س \times ٢٤ = ١٠ \times ١٥$$

$$س = \frac{٢٤ \times ١٠}{١٥} = ١٦ \text{ ضربة}$$

من جملة : أحرز أهدافاً بقدر نصف هذه الضربات

$$\text{عدد الأهداف} = \frac{١}{٢} \times \text{عدد الضربات}$$
$$\text{عدد الأهداف} = \frac{١}{٢} \times ١٦ = ٨ \text{ أهداف}$$

مثال (٩) : يقرأ مروان في الصباح ١٠٠ صفحة بسرعة ٦٠ صفحة / ساعة وفي الظهر يقرأ ١٠٠ صفحة بسرعة ٤٠ صفحة / ساعة فإن معدل ما يقرأ في الساعة الواحدة ؟

الحل :-

$$\text{زمن القراءة في الصباح} = \frac{١٠٠}{٦٠}$$

$$\text{زمن القراءة في المساء} = \frac{١٠٠}{٤٠}$$

$$\frac{٢٥}{٦} = \frac{١٠٠}{٢٤} = \frac{١٠٠}{٤٠} + \frac{١٠٠}{٦٠} = \text{الزمن الكلي للقراءة}$$

$$\text{مجموع الصفحات} = ١٠٠ + ١٠٠ = ٢٠٠ \text{ صفحة}$$

$$\text{معدل الصفحات} = \frac{\text{مجموع الصفحات}}{\text{الزمن الكلي}} = \frac{٢٠٠}{\frac{٢٥}{٦}} = ٢٠٠ \div \frac{٢٥}{٦} = \frac{٦}{٢٥} \times ٢٠٠ = ٤٨ \text{ صفحة / ساعة}$$

مثال (١٠) : يقرأ سامي ٤٥ صفحة / ساعة فكم صفحة يقرأ في ٤٠ دقيقة ؟

الحل :-

٤٥ صفحة
س ٤٠ دقيقة

نوع التناسب طردي

$$س \times ٤٥ = ٦٠ \times ٤٠$$

$$س = \frac{٤٠ \times ٤٥}{٦٠} = ٣٠ \text{ صفحة}$$





مثال (١١) : معدل سعد في خمس اختبارات ٨٥ ومعدل أول ثلاث اختبارات ٨٣ فإن
معدله في الاختبارين الرابع والخامس ؟

شرح القانون :-

$$\text{كلمة معدل} = \text{المتوسط الحسابي}$$
$$\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \text{المتوسط الحسابي}$$

إذاً

$$\text{مجموع القيم} = \text{المتوسط الحسابي} \times \text{عددها}$$

$$\text{مجموع القيم} = \text{المعدل} \times \text{عددها}$$

الحل :-

$$\text{مجموع الاختبارات الخمس} = ٨٥ \times ٥ = ٤٢٥$$

$$\text{مجموع الاختبارات الثلاث} = ٨٣ \times ٣ = ٢٤٩$$

$$\text{مجموع الاختبارين الرابع والخامس} = ٤٢٥ - ٢٤٩ = ١٧٦$$

$$\text{معدله في الاختبارين الرابع والخامس} = \frac{١٧٦}{٢} = ٨٨$$

مثال (١٢) : يتلو طالب خمسة أجزاء من القرآن الكريم خلال $\frac{٥}{٢}$ ساعة . كم
ساعة يلزم لختم القرآن الكريم ؟

الحل :-

$$\begin{array}{l} ٥ أجزاء \\ ٣٠ جزء \end{array} \begin{array}{l} \swarrow \\ \searrow \end{array} \begin{array}{l} \frac{٥}{٢} \text{ ساعة} \\ \text{س ساعة} \end{array}$$

تناسب طردي

$$\text{س} \times ٥ = ٣٠ \times \frac{٥}{٢}$$

بالقسمة على ٥

$$\text{س} = \frac{٥ \times ٣٠}{٢ \times ٥} = ١٥ \text{ ساعة}$$

مثال (١٣) : إذا كان مجموع ما لدى أحمد من الطوابع ١٣٢ طابعاً من فئتي نصف
الريال والريال . وكان عدد طوابع فئة نصف الريال ضعف عدد طوابع فئة الريال
فما عدد الطوابع التي من فئة نصف الريال ؟

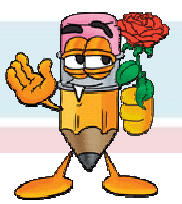
الحل :-

نحرض عدد طوابع فئة نصف الريال = س ، وفئة الريال = ص

من جملة : مجموع ما لدى أحمد من الطوابع ١٣٢ طابعاً من فئتي نصف الريال

والريال





$$س + ص = ١٣٢$$

من جملة: عدد طوابع فئة نصف الريال ضعف عدد طوابع فئة الريال

$$س = ٢ ص \text{ ومنها } س - ٢ ص = ٠$$

إذاً

$$س + ص = ١٣٢$$

$$س - ٢ ص = ٠$$

ب- تغيير إشارة المعادلة الثانية

$$س + ص = ١٣٢$$

$$- س + ٢ ص = ٠$$

بالجمع

$$٣ ص = ١٣٢$$

$$ص = ٤٤$$

نعوض عن ص في المعادلة س = ٢ ص ومنها

$$س = ٢ (٤٤) = ٨٨$$

إذاً

عدد طوابع فئة النصف ريال = ٨٨ طابِعاً

عدد طوابع فئة الريال = ٤٤ طابِعاً

مثال (١٤) : حصل سعد على ٧٥ درجة في مادة اللغة العربية في الفصل الدراسي

الأول من هذا العام ، وحصل على ٨٤ درجة في نفس المادة في الفصل الدراسي

الثاني . فما نسبة تحسن درجته ؟

الحل :-

مقدار الزيادة = ٨٤ - ٧٥ = ٩ درجات

$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \frac{\text{النسبة المئوية}}{١٠٠}$

$$\frac{٩}{٧٥} = \frac{س}{١٠٠}$$

$$س \times ٧٥ = ٩ \times ١٠٠$$

$$س = \frac{٩ \times ١٠٠}{٧٥} = ١٢ \%$$

مثال (١٥) : كمية من سائل حجمها ٤٠ لتراً يتكون من ٣ أجزاء ماء و ٥ أجزاء

خلاً ، إذا أردت تغيير تركيز الخليط لتصبح نسبة متساوية ، فكيف لتراً من الماء

يجب إضافته إلى الخليط الأصلي ؟

الحل :-





ماء : خل

٥ : ٣

مجموع الأجزاء = ٥ + ٣ = ٨

كمية الماء في الخليط = $٤٠ \times \frac{٣}{٨} = ١٥$ لتراً

كمية الخل في الخليط = $٤٠ \times \frac{٥}{٨} = ٢٥$ لتراً

لذلك يجب إضافة = ٢٥ - ١٥ = ١٠ لترات ماء

مثال (١٦) : دخل هيثم في مسابقة القفز الرياضي ، على أن يقفز ١٠ قفزات تزيد كل واحدة منها على المتر ، على أن ينال ٥ نقاط لكل قفزة ناجحة ، ونقطتان لكل قفزة خاسرة ، وفي نهاية المسابقة جمع هيثم ٤١ نقطة ، كم عدد القفزات الخاسرة ؟

الحل :-

نفرض القفزة الناجحة = س ، القفزة الخاسرة = ص

من جملة : على أن يقفز ١٠ قفزات

$$١٠ = ص + س$$

من جملة : على أن ينال ٥ نقاط لكل قفزة ناجحة ونقطتان لكل قفزة خاسرة وفي نهاية المسابقة جمع هيثم ٤١ نقطة

$$٤١ = ص ٢ + س ٥$$

إذاً

$$١٠ = ص + س$$

$$٤١ = ص ٢ + س ٥$$

بضرب المعادلت الأولى في - ٢ كذا :-

$$٢٠ - = ص ٢ - س ١٠$$

$$٤١ = ص ٢ + س ٥$$

بالجمع _____

$$٢١ = س ٣$$

$$٧ = ص$$

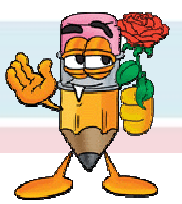
نعوض عن س في المعادلة (س + ص = ١٠)

$$١٠ = ص + ٧$$

$$٣ = ص$$

إذاً عدد القفزات الناجحة = ٧ ، عدد القفزات الخاسرة = ٣





مثال (١٧) : مكينتان للطباعة تدور الأولى ٢٠ دورة في نفس الوقت الذي تدور فيه الثانية ١٤ دورة . فإذا كانت الأولى تطبع ٣٢٠ صفحة . فكم عدد الصفحات التي تطبعها الآلة الثانية في نفس الوقت ؟

الحل :-

٢٠ دوره ← ٣٢٠ صفحة

بالقسمة على ١٠

٢ دورة ← ٣٢ صفحة

بالضرب في ٧

١٤ دورة ← ٢٢٤ صفحة

مثال (١٨) : في استبيان إحصائي مبسط شمل ٤٠ شخصاً وجد أن ١٨ شخصاً يرتدون عقلاً و ٢٤ شخصاً يرتدون مشلحاً . إذا كان ٦ أشخاص لا يرتدون عقلاً أو مشلحاً . فكم عدد الأشخاص الذين يرتدون عقلاً ومشلحاً معاً ؟

الحل :-

نفرض س : عدد الأشخاص الذين يرتدون عقلاً فقط

نفرض ص : عدد الأشخاص الذين يرتدون مشلحاً فقط

نفرض ع : عدد الأشخاص الذين يرتدون عقلاً ومشلحاً معاً

إذاً

$$س + ع = ١٨ \quad \leftarrow \quad س = ١٨ - ع$$

$$ص + ع = ٢٤ \quad \leftarrow \quad ص = ٢٤ - ع$$

ومنها

$$س + ص + ع = ٤٠$$

$$٤٠ = ٦ + ع + (ع - ٢٤) + (ع - ١٨)$$

$$٤٠ = ٤٨ + ع -$$

$$٤٨ - ٤٠ = ع -$$

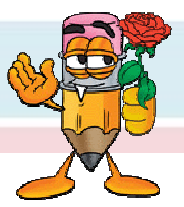
$$٨ = ع -$$

$$٨ = ع$$

حل آخر :

عدد الأشخاص الذين يرتدون عقلاً ومشلحاً معاً = $(١٨ + ٢٤ + ٦) - ٤٠ = ٨$ أشخاص





مثال (١٩) : خلط تاجر نوعين من العسل ليحصل على ٣٠ كيلو غرام ، تكلفت الكيلو غرام الواحد منها ١٨ ريالاً فإذا كانت تكلفت الكيلو غرام الواحد من النوع الأول هي ١٤ ريالاً وتكلفت الكيلو غرام الواحد من النوع الثاني هي ٢٠ ريالاً . فكم كيلو غراماً يلزمه من النوع الثاني ليحصل على الكمية المخلوطة؟

الحل :-

التكلفت الإجمالية للعسل المخلوط = $١٨ \times ٣٠ = ٥٤٠$ ريالاً

نترض وزن النوع الأول = س ، وزن النوع الثاني = ص

من جملة : خلط نوعين من العسل ليحصل على ٣٠ كيلو غرام

$$٣٠ = ص + س$$

من جملة : تكلفت الكيلو غرام الواحد من النوع الأول هي ١٤ ريالاً وتكلفت

الكيلو غرام الواحد من النوع الثاني هي ٢٠ ريالاً

$$٥٤٠ = ٢٠ + ص$$

بحل المعادلتين معاً

$$٣٠ = ص + س$$

$$٥٤٠ = ٢٠ + ص$$

بضرب المعادلة الأولى في - ٢٠

$$٦٠٠ - = ٢٠ - ص$$

$$٥٤٠ = ٢٠ + ص$$

بالجمع

$$٦٠ - = ٦٠ - ص$$

$$١٠ = ص$$

نعوض عن س في المعادلة الأولى لـ إيجاد قيمة ص كذا :-

$$٣٠ = ص + س$$

$$٣٠ = ص + ١٠$$

$$٢٠ = ص$$

إذاً

كمية النوع الأول = ١٠ كيلو غرام

كمية النوع الثاني = ٢٠ كيلو غرام





مثال (٢٠) : عند وضع ٦ لترات من البنزين في خزان الوقود لسيارة معينة نجد أن المؤشر يتحرك من علامة $\frac{1}{4}$ إلى علامة $\frac{5}{8}$. أوجد السعة الإجمالية بالتر لخزان وقود هذه السيارة ؟

الحل :-

النسبة التي امتلأ بها الخزان = $\frac{5}{8} - \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$

٦ لتر $\frac{3}{8}$
س لتر $\frac{8}{8}$

نوع التناسب طردي

$$\frac{8}{8} \times 6 = \frac{3}{8} \times س$$

$$\frac{8 \times 6}{3} = س$$

$$س = ١٦ \text{ لتر}$$





..(تطبيقات من واقع الحياة)..

مثال (١) : إذا كان لديك عدد من علب الصابون والتي حجم كل منها = ٠,٠٦ متر مكعب ، وأردت تخزينها في مستودع سعته ٤٨ متر مكعب . فكم علبة يلزم لملأ المستودع ؟

الحل :-

$$\text{عدد العلب} = \frac{\text{سعة المستودع}}{\text{حجم العلبة}}$$

$$\text{عدد العلب} = \frac{٤٨}{٠,٠٦}$$

$$\text{عدد العلب} = ٨٠٠ \text{ علبة صابون}$$

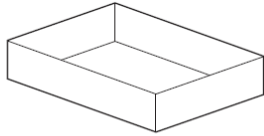
مثال (٢) : الصندوق الظاهر في الشكل لديه أبعاد داخلية ٦ سم ، ٨ سم ، ٤ سم ، أما أبعاد كل طوبه فهو ٣ سم ، ٢ سم ، ١ سم . ما عدد قطع الطوب التي يمكن وضعها داخل الصندوق ؟

الحل :-

$$\text{حجم الصندوق من الداخل} = ٦ \times ٨ \times ٤ = ١٩٢$$

$$\text{حجم الطوب} = ٣ \times ٢ \times ١ = ٦$$

$$\text{عدد الطوب} = ١٩٢ \div ٦ = ٣٢$$



صندوق



طوبه

مثال (٣) : حمام سباحة أبعاده من الداخل ١٢ ، ٦ ، ٢ متراً على الترتيب ، يراد تركيب بلاط من السيراميك لأرضيته وجدرانه من الداخل فإذا كانت البلاطة المستخدمة مستطيلة الشكل وبعدها ٣٠ سم ، ٤٠ سم أوجد عدد البلاط اللازم لتركيب الحمام ؟

الحل :

$$\text{المساحة الكلية} = \text{المساحة الجانبية} + \text{مساحة القاعدة}$$

$$\text{المساحة الكلية} = ٢(١٢ \times ٢) + ٢(٢ \times ٦) + (٦ \times ١٢)$$

$$\text{المساحة الكلية} = ١٤٤ \text{ م}^2 \leftarrow ١٤٤ \times ١٠٠ \times ١٠٠ = ١٤٤٠٠٠٠ \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة البلاط الواحد} = ٣٠ \times ٤٠ = ١٢٠٠ \text{ سم}^2$$

$$\text{عدد البلاط} = ١٢٠٠ \div ١٤٤٠٠٠ = ١٢٠٠ \text{ بلاطة}$$





مثال (٤) : كم يلزم عدد قطع الفسيخاء المربعة الشكل التي طول ضلع كل منها نصف سم لتغطية منطقة مستطيلة طولها متران وعرضها ثلاثة أمتار؟

الحل :

$$\text{مساحة المستطيل} = 200 \times 300 = 60000 \text{ سم}^2$$

$$\text{عدد القطع} = 60000 \div \frac{1}{4} = 4 \times 60000 = 240000 \text{ قطعة}$$

مثال (٥) : صندوق أبعاده الداخلية ٣٠ ، ٢٠ ، ١٠ من السنتيمترات يراد تعبئته بقطع من الصابون كل منها على شكل مكعب طول حرفه ٥ سم . أوجد عدد قطع الصابون التي يمكن أن تعبئ داخل الصندوق ؟

الحل :

$$\text{حجم الصندوق} = 10 \times 20 \times 30 = 6000 \text{ سم}^3$$

$$\text{حجم قطعة الصابون} = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ سم}^3$$

$$\text{عدد القطع} = 6000 \div 125 = 48 \text{ قطعة}$$

مثال (٦) : مكعب من الجبن طول حرفه ١٥ سم ، يراد تقسيمه إلى مكعبات صغيرة طول حرفها ٣ سم لتقديمها ضمن أحد الوجبات . أحسب عدد مكعبات الجبن الصغيرة الناتجة ؟

الحل :

$$\text{عدد المكعبات} = (15 \times 15 \times 15) \div (3 \times 3 \times 3)$$

$$\text{عدد المكعبات} = 5 \times 5 \times 5$$

$$\text{عدد المكعبات} = 125 \text{ قطعة}$$





..(نسبة التشابه)..

نسبة التشابه :

- (١) النسبة بين مساحتي مضلعين متشابهين = مربع النسبة بين طولي أي ضلعين متناظرين فيهما .
- (٢) النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين = النسبة بين أي ضلعين متناظرين بدون التربيع .

مثال (١) : مضلعان متشابهان مساحة الأول = ٢٥ سم^٢ ، مساحة الثاني = ٤٩ سم^٢ ، طول ضلع الأول ٣ سم . فما ارتفاع الضلع المناظر له ؟

الحل :

$$\left(\frac{\text{الضلع الأول}}{\text{الضلع الثاني}} \right)^2 = \frac{\text{مساحة الأول}}{\text{مساحة الثاني}}$$

$$\left(\frac{3}{\text{الضلع الثاني}} \right)^2 = \frac{25}{49}$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين ، ثم حاصل ضرب الطرفين في الوسطين

$$3 \times 7 = \text{الضلع الثاني} \times 5$$

$$5 \div 21 = \text{الضلع الثاني}$$

$$\text{الضلع الثاني} = 4,2 \text{ سم}$$

مثال (٢) : مثلثان متشابهان مساحة الأول ٣٦ سم^٢ ومساحة الثاني ١٤٤ سم^٢ فإن نسبة التشابه ؟

الحل :

$$\left(\frac{\text{الضلع الأول}}{\text{الضلع الثاني}} \right)^2 = \frac{\text{مساحة الأول}}{\text{مساحة الثاني}}$$

$$\left(\text{نسبة التشابه} \right)^2 = \frac{\text{مساحة الأول}}{\text{مساحة الثاني}}$$

$$\left(\text{نسبة التشابه} \right)^2 = \frac{36}{144}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{12} = \sqrt{\frac{36}{144}} = \text{نسبة التشابه}$$





مثال (٣) : نسبة التشابه لمضلعين متشابهين $\frac{2}{3}$ ومساحة الأول ٣٦ سم^٢ ، فما مساحة الثاني؟

الحل :

$$\frac{\text{مساحة الأول}}{\text{مساحة الثاني}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$\frac{36}{9} = \frac{\text{مساحة الثاني}}{1}$$

$$\text{مساحة الثاني} = \frac{36 \times 9}{6} = 81 \text{ سم}^2$$

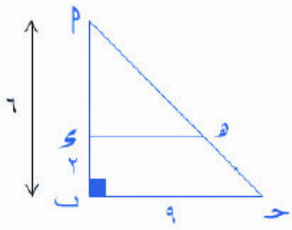
مثال (٤) : في الشكل المقابل، ما نسبة مساحة المثلث الصغير إلى مساحة المثلث الكبير؟

الحل :

$$\frac{\text{مساحة المثلث الصغير}}{\text{مساحة المثلث الكبير}} = \left(\frac{\text{الضلع الصغير}}{\text{الضلع الكبير}}\right)^2$$

$$\frac{\text{مساحة المثلث الصغير}}{\text{مساحة المثلث الكبير}} = \left(\frac{4}{6}\right)^2$$

$$\frac{\text{مساحة المثلث الصغير}}{\text{مساحة المثلث الكبير}} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$



مثال (٥) : المضلعان أ ب ج د هـ ، أ ب ج د هـ متشابهان فيهما أ ب = ٢ سم ، ب ج = ١ سم ، ج د = ٣ سم ، د هـ = ٥ سم ، هـ أ = ٤ سم ، أ ب = ٤ سم ، أحسب محيط المضلع أ ب ج د هـ ؟

الحل :

$$\text{نسبة التشابه} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ ب}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

محيط المضلع أ ب ج د هـ = مجموع أطوال أضلاعه

$$\text{محيط المضلع أ ب ج د هـ} = 2 + 1 + 3 + 5 + 4 = 15 \text{ سم}$$

$$\frac{\text{محيط المضلع الأول}}{\text{محيط المضلع الثاني}} = \text{نسبة التشابه}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{15}{\text{محيط المضلع الثاني}}$$

$$\text{محيط المضلع الثاني} = 2 \times 15 = 30 \text{ سم}$$





مثال (٦) : إذا كانت النسبة بين مساحتي مثلثين متشابهين ٤ : ٩ فإن النسبة بين محيطهما = ؟

الحل :

$$\frac{\text{مساحة المثلث الأول}}{\text{مساحة المثلث الثاني}} = (\text{نسبة التشابه})^2$$

$$\frac{4}{9} = (\text{نسبة التشابه})^2$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$\frac{2}{3} = \text{نسبة التشابه}$$

إذاً

$$\frac{\text{محيط المثلث الأول}}{\text{محيط المثلث الثاني}} = \text{نسبة التشابه}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{\text{محيط المثلث الأول}}{\text{محيط المثلث الثاني}}$$

يزيد التعليمية





..(هندسة الإحداثيات)..

(١) المسافة بين نقطتين :-

المسافة بين نقطتين (س_١ ، ص_١) ، (س_٢ ، ص_٢) تساوي

$$\sqrt{(س_٢ - س_١)^2 + (ص_٢ - ص_١)^2}$$

(٢) منتصف القطعة المستقيمة :-

النقطة المنصفت بين النقطتين (س_١ ، ص_١) ، (س_٢ ، ص_٢) هي :-

$$\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

(٣) إيجاد الميل باستخدام نقطتين :-

ميل المستقيم المار بالنقطتين (س_١ ، ص_١) ، (س_٢ ، ص_٢) هو :-

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

(٤) إيجاد الميل باستخدام معادلة المستقيم :-

ميل المستقيم الذي معادلته ص = أس + ب هو أ

(٥) معادلة المستقيم المار بنقطتين :-

معادلة المستقيم المار بالنقطتين (س_١ ، ص_١) ، (س_٢ ، ص_٢) هي :-

$$\frac{ص - ص_١}{س - س_١} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

$$(ص - ص_١) = (س - س_١) \cdot \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

(٦) يقال عن مستقيمين إنهما متوازيان عندما لا يلتقيان أبداً مهما امتدا

ويلاحظ أن المستقيمين المتوازيين يكون لهما نفس الميل

بمعنى أن : م_١ = م_٢

(٧) يقال عن مستقيمين إنهما متعامدان إذا كانت الزاوية بينهما قائمة (٩٠

درجة) ويلاحظ أن المستقيمين المتعامدين يكون ميل أحدهما مساوياً لمقلوب

ميل الآخر مع عكس الإشارة .

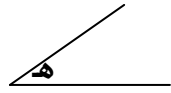
أي أن : م_١ = $\frac{١}{م_٢}$ أو م_٢ = $\frac{١}{م_١}$

أو :-





$$1 = 2 \times 1$$



(٨) الميل بمعلومية زاوية ← م = ظاه

(٩) ملاحظة :-

معادلة محور السينات هي ص = صفر

معادلة محور الصادات هي س = صفر

ميل محور السينات = صفر

ميل محور الصادات = غير معروف

مثال (١) : إذا كانت أ (- ٢ ، ٧) ، ب (١ ، ٣) فأحسب | أ ب | ؟

الحل :-

$$| أ ب | = \sqrt{(س_١ - س_٢)^2 + (ص_١ - ص_٢)^2}$$

$$س_١ = -٢ ، ص_١ = ٧ ، س_٢ = ١ ، ص_٢ = ٣$$

$$| أ ب | = \sqrt{(-٢ - ١)^2 + (٧ - ٣)^2}$$

$$| أ ب | = \sqrt{٩ + ١٦}$$

$$| أ ب | = \sqrt{٢٥}$$

$$| أ ب | = ٥$$

مثال (٢) : إذا كانت أ (٦ ، ٧) ، ب (٥ ، - ١٢) فأوجد إحداثي النقطة

المنصفة للقطعة المستقيمة أ ب ؟

الحل :-

$$س_١ = ٦ ، ص_١ = ٧ ، س_٢ = ٥ ، ص_٢ = -١٢$$

$$\text{النقطة هي } \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$$

$$\text{النقطة هي } \left(\frac{٦ + ٥}{٢} ، \frac{٧ - ١٢}{٢} \right)$$

$$\text{النقطة هي } \left(\frac{١٢}{٢} ، \frac{-٦}{٢} \right)$$

$$\text{النقطة هي } (٦ ، - ٣)$$





مثال (٣) : أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين أ (٢ ، ٢) ، ب (- ١ ، - ٤)

الحل :-

$$١ ص = ٢ ، ٢ = ١ ص ، ٢ = ١ ص ، ١ - = ٢ ص ، ١ - = ٢ ص$$

$$٢ = \frac{١ ص - ٢ ص}{٢ - ١} = \frac{٢ - ٤}{٢ - ١} = \frac{١ ص - ٢ ص}{١ ص - ٢ ص} = \text{ميل المستقيم}$$

مثال (٤) : أوجد ميل المستقيم ٣ ص + ٢ ص = ٤

الحل :-

$$\text{نرتب المعادلة : } ٢ ص = ٤ - ٣ ص$$

بالقسمة على ٢ لـ جعل معامل ص يساوي ١

$$٢ ص = \frac{٤ - ٣ ص}{٢}$$

إذاً

$$\text{الميل} = \frac{٣}{٢}$$

مثال (٥) : أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين أ (٢ ، ٢) ، ب (- ١ ، - ٤)

الحل :-

$$١ ص = ٢ ، ٢ = ١ ص ، ٢ = ١ ص ، ١ - = ٢ ص ، ١ - = ٢ ص$$

معادلة المستقيم :

$$\frac{١ ص - ٢ ص}{١ ص - ٢ ص} = \frac{١ ص - ٢ ص}{١ ص - ٢ ص}$$

$$\frac{٢ - ٤}{٢ - ١} = \frac{٢ - ٤}{٢ - ١}$$

$$\frac{٦ - ٢}{٣ - ٢} = \frac{٢ - ٤}{٢ - ١}$$

$$٢ = \frac{٢ - ٤}{٢ - ١}$$

$$٢ - ٤ = ٢ - ٤ (٢ - ١)$$

$$٤ - ٢ = ٢ - ٤$$

$$٢ - ٤ = ٢ - ٤$$





مثال (٦) : ميل المستقيم الذي يصنع زاوية ٤٥ درجة مع محور السينات الموجب

يساوي :

الحل :-

الميل = ظا هـ

الميل = ظا ٤٥

الميل = ١

مثال (٧) : ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٢ ، ١) ، (٤ ، ٣) هو :

الحل :-

$$\text{س } ١ = ١ ، \text{ص } ١ = ٢ ، \text{س } ٢ = ٣ ، \text{ص } ٢ = ٤$$

$$\text{الميل} = \frac{\text{ص } ٢ - \text{ص } ١}{\text{س } ٢ - \text{س } ١} = \frac{٤ - ٢}{٣ - ٢} = ٢$$

مثال (٨) : منتصف القطعة المستقيمة التي تمر بالنقطتين (٥ ، ٣) ، (٧ ، ١)

يساوي :

الحل :-

$$\text{س } ١ = ٣ ، \text{ص } ١ = ٥ ، \text{س } ٢ = ١ ، \text{ص } ٢ = ٧$$

$$\text{منتصف القطعة} = \left(\frac{\text{س } ١ + \text{س } ٢}{٢} ، \frac{\text{ص } ١ + \text{ص } ٢}{٢} \right)$$

$$\text{منتصف القطعة} = \left(\frac{٣ + ١}{٢} ، \frac{٥ + ٧}{٢} \right)$$

$$\text{منتصف القطعة} = (٢ ، ٦)$$

مثال (٩) : طول القطعة المستقيمة التي تمر بالنقطتين (٢ ، ١) ، (٧ ، ١)

يساوي :

الحل :-

$$\text{طول القطعة المستقيمة} = \sqrt{(\text{س } ٢ - \text{س } ١)^2 + (\text{ص } ٢ - \text{ص } ١)^2}$$

$$\text{س } ١ = ١ ، \text{ص } ١ = ١ ، \text{س } ٢ = ٢ ، \text{ص } ٢ = ٧$$

$$\text{طول القطعة المستقيمة} = \sqrt{(٢ - ١)^2 + (٧ - ١)^2} = \sqrt{٢٥} = ٥$$





مثال (١٠) : معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٠ ، ٠) وميلته = صفر :

الحل :-

المستقيم هو محور السينات ومعادلته ص = صفر

مثال (١١) : معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (٠ ، ٠) وميلته = غير معروف :

الحل :-

المستقيم هو محور الصادات ومعادلته س = صفر

مثال (١٢) : كم طول القطعة المستقيمة التي تمر بالنقطتين

(٣ ، ٢) ، (٦ ، ٦) ؟

الحل :-

$$\begin{aligned} \text{س } ١ = ٢ ، \text{ص } ١ = ٣ ، \text{س } ٢ = ٦ ، \text{ص } ٢ = ٦ \\ \text{طول القطعة المستقيمة} &= \sqrt{(٢ - ٦)^2 + (٣ - ٦)^2} \\ \text{طول القطعة المستقيمة} &= \sqrt{١٦ + ٩} = ٥ \end{aligned}$$

مثال (١٣) : ميل المستقيم العمودي على المستقيم المار بالنقطتين

(٠ ، ٣) ، (١ ، ٠) يساوي :-

الحل :-

$$\begin{aligned} \text{س } ١ = ٣ ، \text{ص } ١ = ٠ ، \text{س } ٢ = ٠ ، \text{ص } ٢ = ١ \\ \text{الميل} &= \frac{\text{ص } ٢ - \text{ص } ١}{\text{س } ٢ - \text{س } ١} = \frac{١ - ٠}{٠ - ٣} = -\frac{١}{٣} \end{aligned}$$

إذاً

$$\text{ميل العمودي} = \frac{١}{٣}$$

مثال (١٤) : مستقيم يمر بالنقطة (٥ ، ٥) وميله = $\frac{٥}{٣}$ فأي من النقاط التالية لا

تقع عليه :-

(أ) (٢ ، ٢ ، ٥) (ب) (١٠ ، ١١) (ج) (٧ ، ٥ ، ٨) (د) (٠ ، ١)

الحل :

$$\text{الحل (أ) لأن } \frac{٢ - ٥}{٢,٥ - ٥} \neq \text{الميل}$$

$$\text{راح أستبعد (ب) لأن } \frac{١٠ - ٥}{١١ - ٥} = \text{الميل}$$





إبدأ من هنا مع منتديات يزيد التعليمية - قسم القدرات العامة

$$\text{راح أستبعد (ج) لأن } \frac{7,5-5}{8-5} = \text{الميل}$$

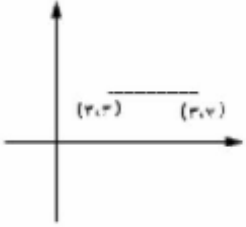
$$\text{راح أستبعد (د) لأن } \frac{-5}{(1-)-5} = \text{الميل}$$

مثال (١٥) : في الشكل المجاور إذا كانت أ (٣ ، ٧) ، ب (٣ ، ٣) فما هو ميل المستقيم أ ب ؟

الحل :-

$$\text{الميل} = \frac{3-3}{7-3} = \text{صفر}$$

ملاحظة : المستقيم يوازي محور السينات إذا ميله = صفر

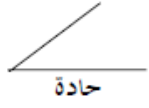


منتديات
يزيد
التعليمية





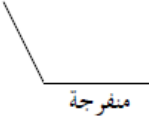
..(المستقيمات والزوايا)..



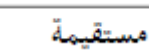
حادّة



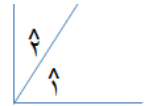
قائمة



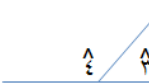
منفرجة



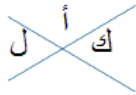
مستقيمة



الزاويتان ١ ، ٢
ممتامتان لأن :
 $90 = 2 + 1$



الزاويتان ٣ ، ٤ متكاملتان
لأن :
 $180 = 4 + 3$



(١) أنواع الزوايا :-

- الزاوية الحادة : هي زاوية قياسها أقل من ٩٠ درجة .
- الزاوية القائمة : هي زاوية قياسها ٩٠ درجة .
- الزاوية المنفرجة : هي زاوية قياسها أكبر من ٩٠ درجة وأقل من ١٨٠ درجة .
- الزاوية المستقيمة : هي زاوية قياسها ١٨٠ درجة .

(٢) الزوايا الممتامة :-

- تكون الزاويتان متتامتين إذا كان مجموعهما ٩٠ درجة .

(٣) الزوايا المتكاملة :-

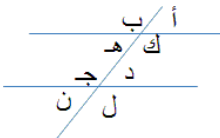
- تكون الزاويتان متكاملتين إذا كان مجموعهما ١٨٠ درجة .

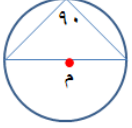
(٤) المستقيمات المتقاطعة :-

- الزوايا المتجاورة متكاملة أي (أ + ل = ١٨٠ درجة)
- الزوايا الرأسية متساوية (تقابل بالرأس) أي (ك = ل)

(٥) المستقيمات المتوازية والمستقيم القاطع لها :-

- المستقيم القاطع لمستقيمين متوازيين يكون أربع زوايا حادة (أ ، د ، هـ ، ن) كلها متساوية . وأربع زوايا منفرجة (ب ، ج ، ك ، ل) كلها متساوية .
- أي زاوية حادة متكاملة مع أي زاوية منفرجة مثلاً أ مع ك متكاملتين .





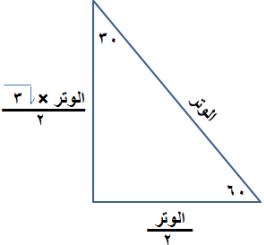
(٦) الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة قائمة .

(٧) في المثلث الثلاثيني الستيني :-

- هو مثلث قائم الزاوية قياس زاويتييه الحادتين ٣٠ درجة ، ٦٠ درجة

- طول الضلع المواجه للزاوية ٣٠ = $\frac{\text{طول الوتر}}{٢}$

- طول الضلع المواجه للزاوية ٦٠ = $٣\sqrt{٣} \times \frac{\text{طول الوتر}}{٢}$



(٨) الزاوية المحيطية = $\frac{١}{٢}$ الزاوية المركزية المشتركة معها في

قوس واحد .



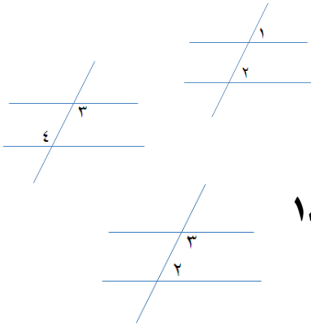
(٩) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن :-

- كل زاويتين متناظرتين متساويتين . (الزاوية ١ = الزاوية ٢)

- كل زاويتين متبادلتين متساويتين . (الزاوية ٣ = الزاوية ٤)

- كل زاويتين داخلتين وفي جهة واحدة من القاطع مجموعهم ١٨٠

درجة . (الزاوية ٣ = الزاوية ٢)



(١٠) حقائق :-

- مجموع زوايا المثلث الداخلي = ١٨٠ درجة .

- مجموع زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠ درجة .

- مجموع زوايا أي مضلع = $(٢ - ن) \times ١٨٠$ حيث ن = عدد الأضلاع

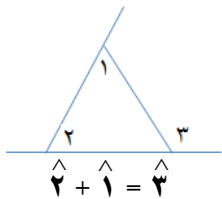
- لحساب الزاوية في مضلع منتظم = $\frac{١٨٠ \times (٢ - ن)}{ن}$

- مجموع أي ضلعين في مثلث أكبر من الضلع الثالث .

- الزاوية الخارجة في مثلث = مجموع الزاويتين الداخليتين ما عدا

المجاور لها .

- المضلع المنتظم (أضلاعه متساوية وزواياه متساوية) .



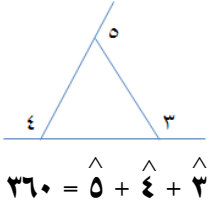


- عدد الأقطار الخارجة من إحدى رؤوس مضلع = (ن - ٣) حيث ن عدد الأضلاع .

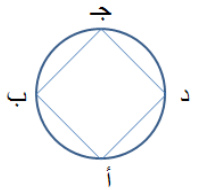
- عدد الأقطار في مضلع = $\frac{ن}{٢} \times (ن - ٣)$

- عدد المثلثات الناتجة من تقسيم مضلع من رأس واحد = (ن - ٢) حيث ن عدد الأضلاع .

- مجموع الزوايا الخارجية للمثلث = ٣٦٠ درجة



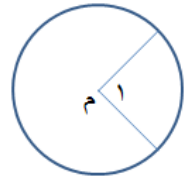
- في الشكل الرباعي الدائري فيه كل زاويتين متقابلتين مجموعهما = ١٨٠ درجة



(١١) الزاوية المركزية في دائرة :-

- هي زاوية رأسها مركز الدائرة .

- كل زاوية مركزية تحدد قوساً على الدائرة وكل قوس على الدائرة محدود بزاوية مركزية .

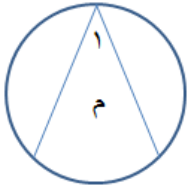


أ هي زاوية مركزية

(١٢) الزاوية المحيطية في دائرة :-

- هي زاوية ضلعها وتران في الدائرة ورأسها يقع على محيط الدائرة .

- قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس .



أ هي زاوية محيطية

(١٣) نظرية فيثاغورث :

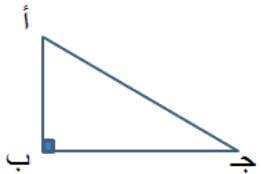
في المثلث القائم الزاوية

$$| أ ج |^2 = | أ ب |^2 + | ب ج |^2$$

الأعداد الشهيرة في نظرية فيثاغورث :-

(٣ ، ٤ ، ٥) ، (٦ ، ٨ ، ١٠) ، (٩ ، ١٢ ، ١٥) ، وهكذا

(٥ ، ١٢ ، ١٣) ، (١٠ ، ٢٤ ، ٢٦) ، (١٥ ، ٣٦ ، ٣٩) ، وهكذا





مثال (١) : في الشكل المجاور أوجد قيمة الزاوية أ ، ك .

الحل :-

من الرسم الزاويتان ك ، ٦٠ رأسيتان (بالتقابل بالرأس) وعليه تكونان متساويتين وبالتالي :

الزاوية ك = ٦٠ درجة

ومن الرسم مجموع الزاويتين ك ، أ = ١٨٠ درجة (متكاملتان)

وعليه : الزاوية أ = ١٨٠ - ٦٠ = ١٢٠ درجة

مثال (٢) : في الشكل المجاور أوجد قيمة هـ ، ك ؟

الحل :-

بما أن الزاوية المعطاة زاوية حادة والزاوية هـ زاوية حادة

فإن الزاوية هـ = ٥٠ درجة

وبما أن الزاويتين هـ ، ك متكاملتان

فإن

الزاوية ك = ١٨٠ - هـ = ١٨٠ - ٥٠ = ١٣٠ درجة

مثال (٣) : في الشكل الموضح أمامك قيمة الزاوية س =

الحل :-

من معلومة سابقة :

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس

إذاً قياس الزاوية س = ٢٥ درجة

مثال (٤) : في الشكل الموضح أمامك :

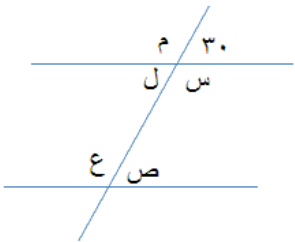
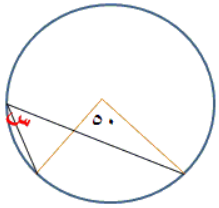
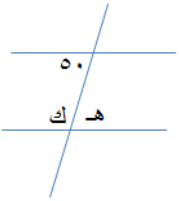
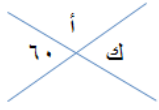
(١) قياس الزاوية س = ١٨٠ - ٣٠ = ١٥٠ (زاويتان متكاملتان)

(٢) قياس الزاوية ص = ٣٠ (زاوية متناظرة)

(٣) قياس الزاوية ع = ١٥٠ (بالتبادل مع س)

(٤) قياس الزاوية ل = ١٨٠ - ١٥٠ = ٣٠ (زاويتان داخليتان مع ع)

(٥) قياس الزاوية م = ١٥٠ (بالتقابل بالرأس مع س)





مثال (٥) : في الشكل الموضح أمامك أوجد قيمة الزاوية س ؟

الحل :

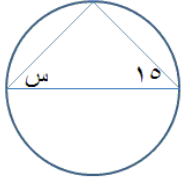
من معلومة سابقة :

الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة قائمة

ومعروف أن مجموع زوايا المثلث = ١٨٠ درجة

إذاً

$$\text{الزاوية س} = 180 - (10 + 90) = 75 \text{ درجة}$$



مثال (٦) : في الشكل الموضح أمامك أوجد قياس الزاوية ج ،

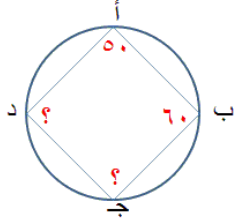
قياس الزاوية د ؟

من معلومة سابقة :-

في الشكل الرباعي الدائري فيه كل زاويتين متقابلتين مجموعهما = ١٨٠ درجة

$$\text{قياس الزاوية ج} = 180 - 50 = 130 \text{ درجة}$$

$$\text{قياس الزاوية د} = 180 - 60 = 120 \text{ درجة}$$

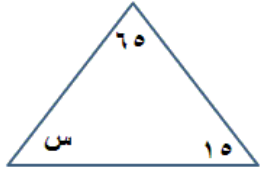


مثال (٧) : في الشكل الموضح أوجد قياس الزاوية س =

الحل :-

مجموع زوايا المثلث = ١٨٠ درجة

$$\text{قياس الزاوية س} = 180 - (10 + 60) = 110 \text{ درجة}$$



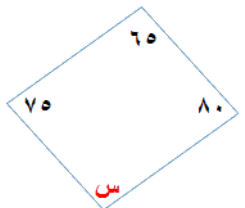
مثال (٨) : في الشكل الموضح أمامك أوجد قياس الزاوية س =

الحل :-

من معلومة سابقة :

مجموع زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠ درجة

$$\text{قياس الزاوية س} = 360 - (70 + 60 + 80) = 150 \text{ درجة}$$



مثال (٩) : مجموع زوايا الشكل الثماني المنتظم = ؟

الحل :-

من معلومة سابقة :

مجموع زوايا أي مضلع = $(ن - ٢) \times ١٨٠$ حيث ن = عدد الأضلاع

عدد أضلاع الشكل الثماني = ن = ٨

$$\text{مجموع الزوايا} = (٢ - ٨) \times ١٨٠$$





$$\text{مجموع الزوايا} = 6 \times 180$$

$$\text{مجموع الزوايا} = 1080 \text{ درجة}$$

مثال (١٠) : في الشكل الموضح أمامك أوجد قياس الزاوية س = ؟

قياس الزاوية أ ؟

الحل :-

$$\text{قياس الزاوية س} = 180 - 30 = 150 \text{ درجة (زاويتان متكاملتان)}$$

$$\text{قياس الزاوية أ} = 180 - (30 + 50) = 100 \text{ درجة (مجموع زوايا المثلث = 180)}$$

التحقق :-

من معلومة سابقة :-

الزاوية الخارجة في مثلث = مجموع الزاويتين الداخليتين ما عدا المجاور لها .

$$\text{الزاوية أ} + \text{الزاوية ب} = \text{الزاوية س}$$

$$150 = (50 + 100)$$

مثال (١١) : عدد الأقطار الخارجة من أحد رؤوس مضلع سداسي منتظم يساوي؟

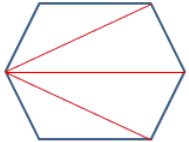
الحل :-

من معلومة سابقة :-

عدد الأقطار الخارجة من إحدى رؤوس مضلع = (ن - ٣) حيث ن عدد الأضلاع .

$$\text{حيث } 6 = \text{ن}$$

$$\text{عدد الأقطار الخارجة} = (6 - 3) = 3$$



مثال (١٢) : عدد أقطار المضلع السداسي المنتظم يساوي؟

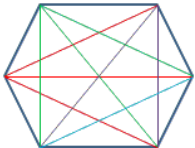
الحل :-

من معلومة سابقة :-

$$\text{عدد الأقطار في مضلع} = \frac{\text{ن}}{2} \times (\text{ن} - ٣) \text{ حيث ن = عدد الأضلاع}$$

$$\text{ومن هنا } 6 = \text{ن}$$

$$\text{عدد الأقطار في المضلع السداسي المنتظم} = \frac{6}{2} \times (6 - ٣) = 9$$





مثال (١٣) : عدد المثلثات الناتجة من تقسيم شكل سداسي منتظم من رأس

واحد ؟

الحل :-

من معلومة سابقة :

عدد المثلثات الناتجة من تقسيم مضلع من رأس واحد = (ن - ٢)

حيث ن عدد الأضلاع = ٦

عدد المثلثات = ٦ - ٢ = ٤

مثال (١٤) : إذا كانت النسبة بين زوايا مثلث هي ٥ : ٣ : ١

فما قياس أصغر زواياه ؟ وما قياس أكبر زواياه ؟

الحل :-

الزاوية الأولى : الزاوية الثانية : الزاوية الثالثة

١ : ٣ : ٥

مجموع الأجزاء = ١ + ٣ + ٥ = ٩

قياس الزاوية الأولى = $180 \times \frac{1}{9} = 20$ درجة

قياس الزاوية الثانية = $180 \times \frac{3}{9} = 60$ درجة

قياس الزاوية الثالثة = $180 \times \frac{5}{9} = 100$ درجة

ومنها

قياس أصغر زواياه = ٢٠ درجة ، قياس أكبر زواياه = ١٠٠ درجة

مثال (١٥) : في المثلث أ ب ج ، قياس الزاوية أ = ٧٠ ، قياس الزاوية ب = ن

أوجد قياس الزاوية ج ؟

الحل :-

مجموع زوايا المثلث = ١٨٠ درجة

الزاوية أ + الزاوية ب + الزاوية ج = ١٨٠ درجة

٧٠ + ن + الزاوية ج = ١٨٠

الزاوية ج = ١٨٠ - ٧٠ - ن

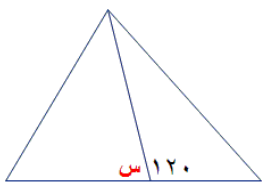
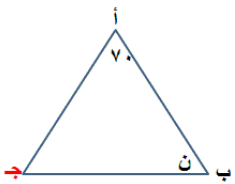
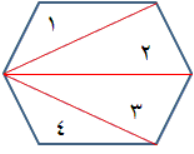
الزاوية ج = ١١٠ - ن

مثال (١٦) : في الشكل المجاور ما قيمة س ؟

الحل :-

١٢٠ + س = ١٨٠ لأنها متكاملتان متجاورتان

س = ١٢٠ - ١٨٠ = ٦٠





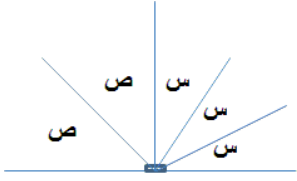
مثال (١٧) : في الشكل المجاور : ما قيمة $2س + ص$

- الحل :

$$3س = 90 \text{ ومنها } 3س = 30$$

$$2ص = 90 \text{ ومنها } 2ص = 45$$

$$\text{قيمة } 2س + ص = 30 + 45 = 105 \text{ درجة}$$



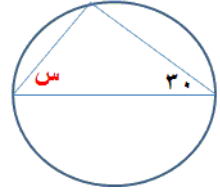
مثال (١٨) : في الشكل الواضح أمامك قيمة الزاوية $س = ؟$

- الحل :

بما أن المثلث المرسوم في نصف الدائرة قائم الزاوية

مجموع زوايا المثلث = 180 درجة

$$\text{قياس الزاوية } 3س = 180 - (30 + 90) = 60 \text{ درجة}$$

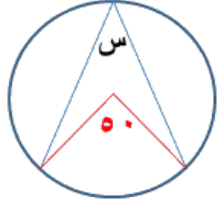


مثال (١٩) : في الشكل الموضح أمامك أوجد قيمة الزاوية $س = ؟$

- الحل :

الزاوية المحيطية = نصف الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس

$$\text{قياس الزاوية } 3س = \frac{50}{2} = 25 \text{ درجة}$$



مثال (٢٠) : في الشكل الموضح أمامك قيمة الزاوية $س = ؟$

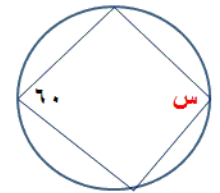
- الحل :

كل زاويتان متقابلتان في الشكل الرباعي الدائري متكاملتان

$$180 = 60 + س$$

$$س = 180 - 60$$

$$س = 120 \text{ درجة}$$



مثال (٢١) : قيمة أي زاوية في الشكل السداسي المنتظم ؟

- الحل :

$$\text{لحساب الزاوية في مضلع منتظم} = \frac{180 \times (2 - ن)}{ن} = \frac{180 \times (2 - 6)}{6} = 120 \text{ درجة}$$

مثال (٢٢) : عدد الأقطار الخارجة من أحد رؤوس ثماني منتظم هو ؟

- الحل :

$$\text{عدد الأقطار} = ن - ٣ = ٨ - ٣ = ٥ \quad \text{حيث } ن = \text{عدد أضلاع المضلع}$$





مثال (٢٣) : عدد الأقطار في المضلع الثماني هو ؟

الحل :-

$$\text{عدد أقطار المضلع} = \frac{ن(ن-٣)}{٢} = \frac{٨(٨-٣)}{٢} = ٢٠$$

حيث ن = عدد أضلاع المضلع

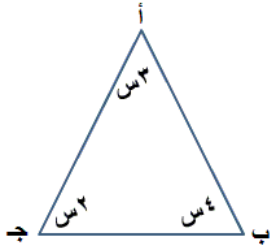
مثال (٢٤) : عدد المثلثات الناتجة من تقسيم مضلع ثماني من أحد رؤوسه إلى

مثلثات هو ؟

الحل :-

$$\text{عدد المثلثات} = ن - ٢ = ٨ - ٢ = ٦$$

$$\text{حيث ن = عدد أضلاع المضلع} = ٨$$



مثال (٢٥) : ما هو قياس الزاوية أ في الشكل المقابل ؟

الحل :-

مجموع زوايا المثلث = ١٨٠ درجة

$$١٨٠ = س١ + س٢ + س٣$$

$$١٨٠ = س١ + ٢٠ + ٤٠$$

$$١٨٠ = س١ + ٦٠$$

إذاً

$$\text{قياس الزاوية أ} = ١٨٠ - ٦٠ = ١٢٠ = ٢٠ \times ٦ = ٢٠ \times ٦ \text{ درجة}$$

مثال (٢٦) : إذا كان الشكل المقابل معين ، أوجد قيمة س ؟

الحل :-

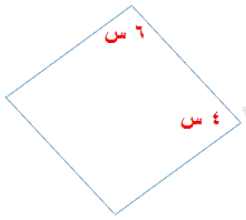
كل زاويتان متقابلتان في الشكل الرباعي (المعين) متطابقتان

مجموع زوايا الشكل الرباعي (المعين) = ٣٦٠ درجة

$$٣٦٠ = س١ + س٢ + س٣ + س٤ = ٢٠ + ٢٠ + س٤ + س٤$$

$$٣٦٠ = ٤٠ + ٢س٤$$

$$٣٢٠ = ٢س٤$$





مثال (٢٧) : في الشكل المقابل قياس الزاوية هـ = $\frac{1}{4}$ س
فإن قيمة الزاوية هـ = ؟

الحل :-

$$س + ١٥٠ + هـ = ١٨٠$$

$$س + ١٥٠ + \frac{س}{٤} = ١٨٠$$

بضرب المعادلة في ٤ لتخلص من المقامات

$$٤س + ٦٠٠ + س = ٧٢٠$$

$$٥س = ٧٢٠ - ٦٠٠$$

$$٥س = ١٢٠$$

$$س = ٢٤$$

ومنها

$$هـ = \frac{1}{4} \times ٢٤ = ٦ \text{ درجات}$$

مثال (٢٨) : عدد أقطار المضلع الخماسي ؟

الحل :-

$$\text{عدد أقطار المضلع} = \frac{ن(ن-٣)}{٢} = \frac{٥(٥-٣)}{٢} = ٥$$

مثال (٢٩) : ما مجموع الزوايا جـ + د في الشكل التالي :-

الحل :-

مجموع زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠ درجة

$$٣٦٠ = د + ج + ب + أ$$

$$٣٦٠ = (د + ج) + ٨٠ + ٦٠$$

$$١٤٠ = د + ج$$

$$٢٢٠ = د + ج$$

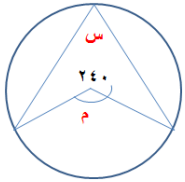
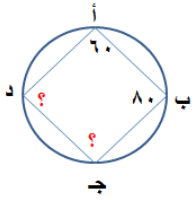
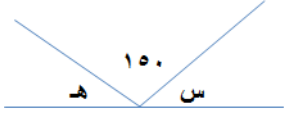
مثال (٣٠) : أوجد قياس الزاوية س ؟

الحل :-

$$\text{الزاوية المنفرجة} = ٣٦٠ - ٢٤٠ = ١٢٠$$

من معلومات سابقة الزاوية المحيطية = نصف الزاوية المركزية
إذاً

$$\text{الزاوية س} = \frac{1}{٢} \times ١٢٠ = ٦٠ \text{ درجة}$$

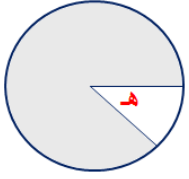




مثال (٣١) : إذا ظللنا ٨٥ % من مساحة الدائرة فإن زاوية القطاع الدائري الغير مظلل ه تساوي ؟

الحل :-

$$\text{مساحة القطاع الدائري الغير مظلل} = 100\% - 85\% = 15\%$$
$$\text{قياس الزاوية ه} = \frac{15}{100} \times 360 = 54 \text{ درجة}$$



مثال (٣٢) : في الشكل أدناه قياس الزاوية س = ؟

الحل :-

من معلومات سابقة :-

مجموع زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠ درجة

$$360 = 90 + 45 + 30 + \text{س}$$

$$\text{س} = 360 - 165$$

$$\text{س} = 195 \text{ درجة}$$



مثال (٣٣) : ما قياس الزاوية أ في المثلث أ ب ج أدناه ؟

الحل :-

مجموع زوايا المثلث = ١٨٠ درجة

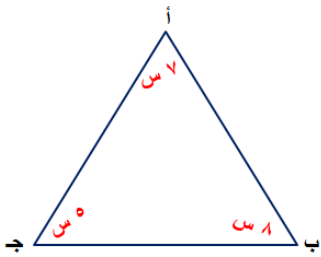
$$180 = \text{س} ٧ + \text{س} ٨ + \text{س} ٥$$

$$180 = \text{س} ٢٠$$

$$\text{س} = 9$$

إذاً

$$\text{قياس الزاوية أ} = 7 = 9 \times 7 = 63 \text{ درجة}$$



مثال (٣٤) : في الشكل أدناه ، المثلثان أ ب ج ، د ه و متطابقان ،

| ب ج | = | ه و | ، فما قياس الزاوية س ؟

الحل :-

إذا كانت الزاوية ه = ٧٠ درجة

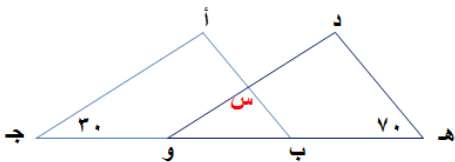
فإن الزاوية ب = ٧٠ درجة

وإذا كانت الزاوية ج = ٣٠ درجة

فإن الزاوية و = ٣٠ درجة

ومن معلومات سابقة : مجموع زوايا المثلث = ١٨٠ درجة

$$\text{إذاً قياس الزاوية س} = 180 - (30 + 70) = 80 \text{ درجة}$$





مثال (٢٥) : ما هي قيمة ص في الشكل التالي :-

الحل :-

الزاوية ص = الزاوية ٢ (بالتقابل بالرأس)
ومن معلومات سابقة زاوية المستقيم = ١٨٠ درجة

$$١٨٠ = ص + ص + ٣٠$$

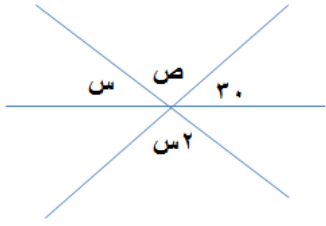
$$١٨٠ = ص + ص + ٣٠$$

$$٣٠ - ١٨٠ = ص$$

$$١٥٠ = ص$$

$$ص = ٥٠ درجة$$

$$إذاً قيمة ص = ٢ = ٥٠ \times ٢ = ١٠٠ درجة$$

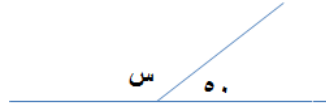


مثال (٣٦) : بناء على الشكل المجاور ما قيمة ص ؟

الحل :-

$$ص = ١٨٠ - ٥٠ = ١٣٠$$

$$قيمة ص = ٣ = ١٣٠ \times ٣ = ٣٩٠ درجة$$



مثال (٣٧) : في الشكل المجاور ، ما قيمة ص - ص ؟

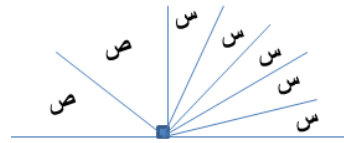
الحل :-

$$ص = ٩٠ ومنها ص = ١٨$$

$$ص = ٩٠ ومنها ص = ٤٥$$

إذاً

$$ص - ص = ٤ - (١٨) = ٤٥ - ٢٧ = ٢٧ درجة$$



مثال (٣٨) : ما قيمة ص في الشكل أدناه ؟

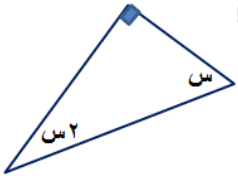
الحل :-

مجموع زوايا المثلث = ١٨٠ درجة

$$ص + ص + ٩٠ = ١٨٠$$

$$ص = ٩٠$$

$$ص = ٣٠$$





مثال (٣٩) : ما مجموع الزوايا س + ص + ل + م في المستطيل أدناه ؟

الحل :-

من المثلث القائم :-

قياس الزاوية ل + قياس الزاوية م = ٩٠ درجة

قياس الزاوية س + قياس الزاوية ص = ٩٠ درجة

إذاً

مجموع الزوايا س + ص + ل + م = ١٨٠ درجة

مثال (٤٠) : في الشكل أدناه ، المستقيم أ ب ⊥ ب د ، أ ب هـ = ٧٠ درجة ، ما

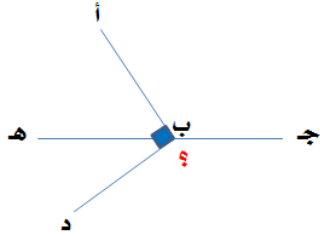
قياس الزاوية ج ب د ؟

الحل :-

بما أن قياس الزاوية أ ب هـ = ٧٠ درجة

إذاً قياس الزاوية هـ ب د = ٧٠ - ٩٠ = ٢٠ درجة

إذاً قياس الزاوية ج ب د = ١٨٠ - ٢٠ = ١٦٠ درجة



مثال (٤١) : في الشكل المقابل ما قيمة س ؟

الحل :-

من نص نظرية فيثاغورث :-

مربع الوتر يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين

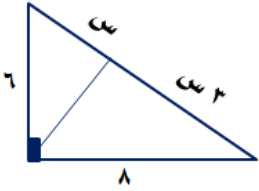
$$٣^2 + ٦^2 = (س + ٨)^2$$

$$٦٤ + ٣٦ = (س + ٨)^2$$

$$١٠٠ = (س + ٨)^2$$

$$١٠ = س + ٨$$

$$س = ٢,٥$$



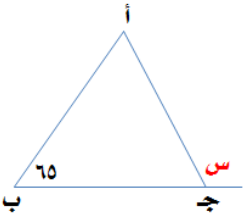
مثال (٤٢) : مثلث فيه | أ ب | = | أ ج | ، أوجد قياس الزاوية س ؟

الحل :-

بما أن المثلث أ ب ج متطابق الضلعين

فإن قياس الزاوية ب = قياس الزاوية ج = ٦٥ درجة

إذاً قياس الزاوية س = ١٨٠ - ٦٥ - ٦٥ = ١١٥ درجة





مثال (٤٣) : في الشكل المقابل ، ما قيمة الزاوية س ؟

الحل :-

من معلومات سابقة :-

الزاوية المحصورة بالوتر والضلع الذي يساوي طوله نصف طول الوتر تساوي ٦٠ درجة

إذا قيمة الزاوية س = ٦٠ درجة

مثال (٤٤) : في الشكل المقابل [أ ب // ج د ، وقياس الزاوية ب أ ه = ٣٠

درجة ، وقياس الزاوية ه ج د = ٥٠ درجة ، كم قياس الزاوية أ ه ج ؟

الحل :-

نرسم خط مستقيم يوازي الشعاعين أ ب ، ج د

الزاوية ب أ ه = الزاوية أ ه و = ٣٠ درجة (بالتبادل)

الزاوية د ج ه = الزاوية و ه ج = ٥٠ درجة (بالتبادل)

قياس الزاوية أ ه ج =

قياس الزاوية أ ه و + قياس الزاوية و ه ج = ٣٠ + ٥٠ = ٨٠ درجة .

مثال (٤٥) : ما قيمة س في الشكل المجاور ؟

الحل :-

من معلومة سابقة :-

تكون الزاويتان متكاملتين إذا كان مجموعهما ١٨٠ درجة .

إذا الزاوية المتكاملة لـ ١٤٠ = ١٨٠ - ١٤٠ = ٤٠ درجة

والزاوية س = ٤٠ درجة بالتبادل

مثال (٤٦) : كم عدد الزوايا الحادة في الشكل المجاور إذا كان قياس الزاوية

أ ب = ٩٠ درجة ؟

الحل :-

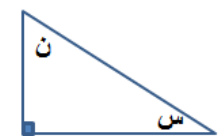
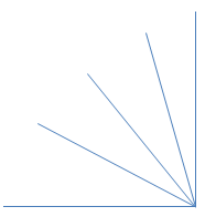
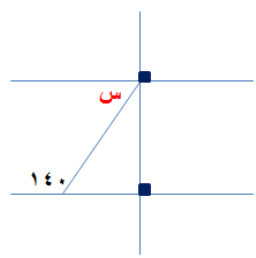
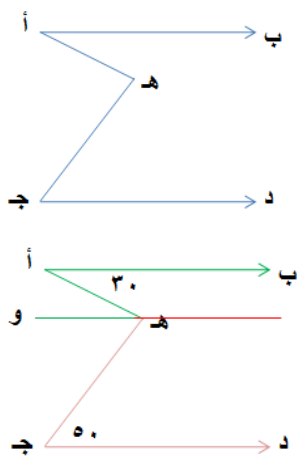
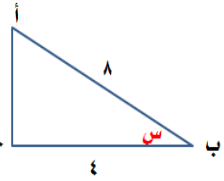
عدد الزوايا الحادة = ٩

مثال (٤٧) : في الشكل المقابل ما قيمة س ؟

الحل :-

س + ن + ٩٠ = ١٨٠

س + ن = ٩٠ ومنها قيمة س = ٩٠ - ن





مثال (٤٨) : في الشكل أعلاه ، إذا علمت أن :-

أ ب // ن ه // ج د ، م ن // ب ج // ه ر

فما قيمة س ؟

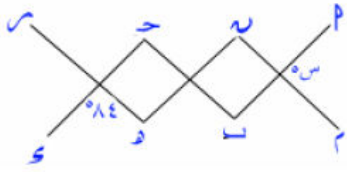
الحل :-

الزاوية س والزاوية ٨٤ متكاملتان

$$١٨٠ = ٨٤ + س$$

$$٨٤ - ١٨٠ = س$$

$$س = ٩٦ \text{ درجة}$$



مثال (٤٩) : في الشكل المقابل ما قيمة س ؟

الحل :-

الزاوية ٧٠ و الزاوية (س + و) زاويتان داخلتان مجموعهما ١٨٠ درجة

$$٧٠ + س + و = ١٨٠$$

$$س + و = ١٨٠ - ٧٠$$

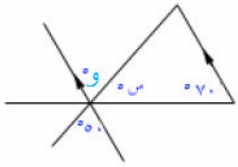
$$س + و = ١١٠$$

الزاوية و = ٥٠ درجة بالتقابل بالرأس

إذاً

$$س + ٥٠ = ١١٠$$

$$س = ٦٠ \text{ درجة}$$



مثال (٥٠) : في الشكل المقابل ، ما مجموع قياس الزاويتين ١ و ٢ ؟

الحل :-

من معلومة سابقة :-

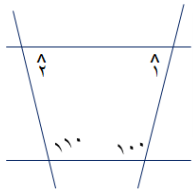
مجموع زوايا الشكل الرباعي = ٣٦٠ درجة .

$$٣٦٠ = ١١٠ + ١٠٠ + ٢ \text{ الزاوية} + ١ \text{ الزاوية}$$

$$٣٦٠ = ٢١٠ + ٢ \text{ الزاوية} + ١ \text{ الزاوية}$$

$$٢١٠ - ٣٦٠ = ٢ \text{ الزاوية} + ١ \text{ الزاوية}$$

$$١٥٠ = ٢ \text{ الزاوية} + ١ \text{ الزاوية}$$





..(المربع - المستطيل - المعين - متوازي الأضلاع)..
 ..(شبهة المنحرف)..



المربع :-

(١) مساحة المربع = $ل^2$

(٢) محيط المربع = $٤ ل$

حيث ل = طول الضلع

(٣) مساحة المربع بمعلومية قطره = $\frac{١}{٢} \times (القطر)^2$

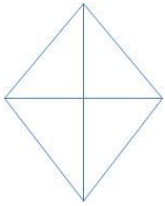
المستطيل :-



(١) مساحة المستطيل = الطول \times العرض

(٢) محيط المستطيل = $٢ (الطول + العرض)$

المعين :-



(١) مساحة المعين بمعلومية قطريته :-

$م = \frac{١}{٢} \times (طول القطر الأول) \times (طول القطر الثاني)$

(٢) مساحة المعين بمعلومية ضلعه والزاوية المحصورة بين الضلعين :-

$م = ل^2 \text{ جاه}$ حيث (ه = الزاوية بين الضلعين)

(٣) محيط المعين = $٤ \times$ طول ضلعه

متوازي الأضلاع :-



(١) مساحة متوازي الأضلاع :-

$م = ق \times ع$ = القاعدة \times الارتفاع

(٢) مساحة متوازي الأضلاع بمعلومية ضلعين متجاورين والزاوية بينهما :-

$م = ل_١ \times ل_٢ \times \text{جاه}$

(٣) محيط متوازي الأضلاع :-

المحيط = $٢ \times (مجموع طول الضلعين المتجاورين)$

شبهة المنحرف :-



(١) مساحة شبهة المنحرف = نصف مجموع القاعدتين المتوازيتين \times الارتفاع

مساحة شبهة المنحرف = $ع \times \frac{ق_١ + ق_٢}{٢}$

(٢) محيط شبهة المنحرف = مجموع أطوال أضلاعه





خصائص المربع :-

- جميع أضلاعه متساوية .
- جميع زواياه قائمة وقطره متعامدان .

خصائص المستطيل :-

- أربع زوايا قائمة .
- الأضلاع المتقابلة متساوية .
- قطره متساويان .

خصائص المعين :-

- جميع أضلاعه متطابقة .
- كل زاويتين متقابلتين متساويتين .
- قطره متعامدان وينصف كل منهما الآخر .

خصائص متوازي الأضلاع :-

- الأضلاع المتقابلة متساوية ومتوازية .
- الزوايا المتقابلة متساوية .
- الزاويتان المتجاورتان مجموعها ١٨٠ درجة .

خصائص شبه المنحرف :-

- هو شكل رباعي له ضلعان فقط متوازيان .

خصائص الشكل الرباعي :-

- هو مضلع مغلق ذو أربعة أضلاع
- مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الرباعي = ٣٦٠ درجة
- محيط الشكل الرباعي = مجموع أطوال أضلاعه الأربعة

خصائص الشكل الرباعي الدائري :-

- هو مضلع رباعي يقع داخل الدائرة بحيث تقع رؤوسه على محيط الدائرة وفيه
- كل زاويتين متقابلتين متكاملتين (مجموعهما = ١٨٠ درجة)





حقائق :-

محيط أي مضلع = مجموع أطوال أضلعه

محيط المضلع المنتظم = طول ضلعه × عدد أضلعه

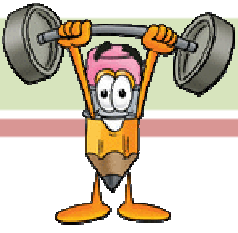
مساحة أي مضلع منتظم = $\frac{ن}{4} ل^2 ظا \frac{هـ}{2}$ حيث (هـ = زاوية المضلع)

المضلع المنتظم : هو مضلع فيه أضلعه متطابقت وزواياه متطابقت

أمثلة على المضلع المنتظم :-

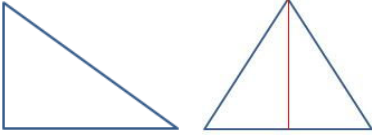
مثلث متساوي الأضلاع - المربع - الخماسي المنتظم - السداسي المنتظم .





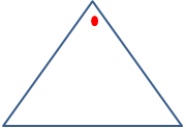
..(المثلث)..

(١) مساحة المثلث بمعلومية قاعدته وارتفاعه :-



$$م = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

(٢) مساحة المثلث بمعلومية ضلعين وزاوية محصورة :-



$$م = \frac{1}{2} \times \text{حاصل ضرب الضلعين} \times \text{جيب الزاوية المحصورة بينهما}$$

$$م = \frac{1}{2} \times \text{حاصل ضرب الضلعين} \times \text{جا هـ} \quad (\text{حيث هـ الزاوية المحصورة بينهما})$$

(٣) مساحة المثلث بمعلومية أطوال أضلاعه الثلاثة :-

$$م = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

حيث :-

$$ح = \text{نصف المحيط} ، \text{أ} = \text{الضلع المقابل للزاوية وهكذا}$$

(٤) مساحة المثلث المتطابق الأضلاع :-

$$م = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ل}^2 \quad \text{حيث ل} = \text{طول الضلع}$$

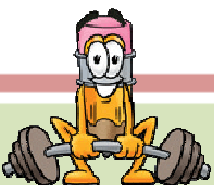
(٥) مساحة المثلث بمعلومية رؤوس المثلث

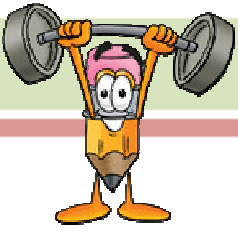
$$\text{المساحة} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}$$

(٦) محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه

(٧) محيط المثلث المتطابق الأضلاع = ٣ × طول ضلعه

(٨) طول الارتفاع في المثلث المتطابق الأضلاع = نصف طول الضلع $\times \sqrt{3}$





(٩) مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ المحيط \times نصف قطر الدائرة الداخلية

(١٠) المثلث المتطابق الضلعان :-

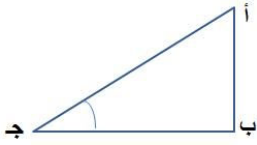
له ضلعان متساويان و تكون الزاويتان المقابلتان للضلعين المتساويين متساويتين .

(١١) المثلث المتطابق الأضلاع :-

تكون جميع أضلاعه متساوية وكذلك جميع زواياه متساوية وكل زاوية تساوي ٦٠ درجة .

(١٢) نظرية فيثاغورث :-

$$\begin{aligned} (\text{الوتر})^2 &= (\text{المقابل})^2 + (\text{المجاور})^2 \\ |أج|^2 &= |أب|^2 + |بج|^2 \end{aligned}$$

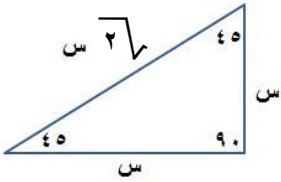


(١٣) في المثلث القائم الزاوية والمتطابق الضلعين :-

يكون قياس زاويتي الحادتين = ٤٥ درجة

طول الوتر = طول أحد ضلعي الزاوية القائمة $\times \sqrt{2}$

$$\text{طول ضلع الزاوية القائمة} = \frac{\text{طول الوتر}}{\sqrt{2}}$$

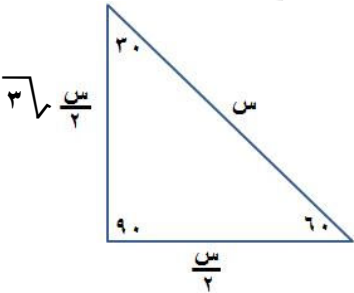


(١٤) المثلث الثلاثيني الستيني :-

هو مثلث قائم الزاوية ، قياس زاويتي الحادتين هما ٣٠ درجة ، ٦٠ درجة ويكون:

$$\frac{\text{طول الضلع المواجه للزاوية } 30}{2} = \text{طول الوتر}$$

$$\text{طول الضلع المواجه للزاوية } 60 = \frac{\text{طول الوتر}}{2} \times \sqrt{3}$$



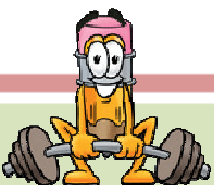
(١٥) حقائق :-

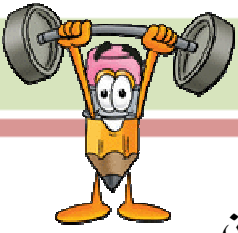
- في أي مثلث يكون مجموع طولي أي ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث

- مجموع قياسات زوايا أي مثلث = ١٨٠ درجة

- إذا تطابقت (تساوت) زاويتان في مثلث ما فإن الضلعين المواجهين لهما يتطابقان

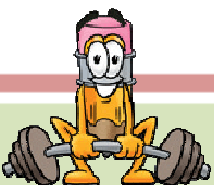
(يتساويان) وبالتالي يكون هذا المثلث متطابق الضلعين (متساوي الساقين)

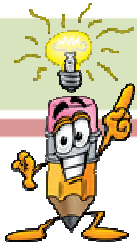




- إذا تطابقت (تساوت) الزوايا الداخلية في مثلث ما ، فإن هذا المثلث يكون متطابق (متساوي) الأضلاع .
- في المثلث المتطابق الضلعين (المتساوي الساقين) يكون الارتفاع منصفاً لزاوية الرأس ومنصفاً أيضاً للقاعدة ويكون عمودياً عليها.
- في المثلث المتطابق (المتساوي) الأضلاع تكون الارتفاعات أعمدة منصفة للأضلاع ومنصفات للزوايا .

منتديات يزيد التعليمية





(..(الدائرة)..(

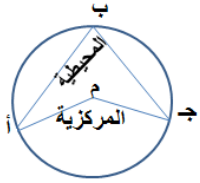
(١) محيط الدائرة = ٢ ط نق

(٢) مساحة الدائرة = ط نق^٢

(٣) الزاوية المركزية :-

هي زاوية يقع رأسها على مركز الدائرة (م)

قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المحدد بين ضلعيها = أ م ج



(٤) الزاوية المحيطية :-

هي زاوية ضلعها وتران في الدائرة ورأسها يقع على محيط الدائرة أ ب ج

الزاوية المركزية = ٢ × الزاوية المحيطية (المشتركة معها بالقوس)

(٥) الزاوية المماسية :-

هي زاوية رأسها على محيط الدائرة وأحد ضلعيها وتر في الدائرة والآخر مماس لهذه الدائرة

- قياس الزاوية المماسية = نصف قياس القوس المحدود بضلعيها على الدائرة .
- قياس الزاوية المماسية = نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس .

- قياس الزاوية المماسية = قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس .

(٦) طول القوس :-

- القوس هو جزء من محيط الدائرة

- طول القوس = $\frac{ن}{٣٦٠}$ × محيط الدائرة

- حيث ن عبارة عن الزاوية المركزية بالدرجات للقوس .

(٧) مساحة القطاع الدائري :-

- القطاع الدائري هو عبارة عن قطعة من مساحة الدائرة .

- مساحة القطاع الدائري = $\frac{ن}{٣٦٠}$ × مساحة الدائرة

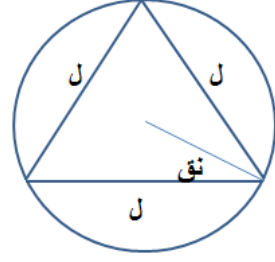
- حيث ن عبارة عن الزاوية المركزية بالدرجات





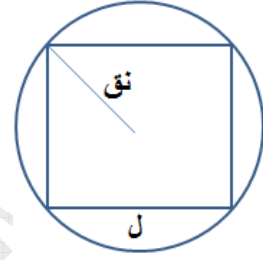
(٨) مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل دائرة :-

$$ل = نق \times \sqrt{3}$$



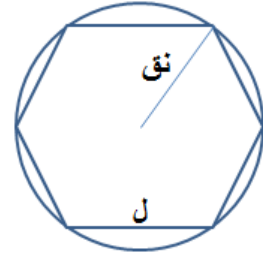
(٩) مربع مرسوم داخل دائرة :-

$$ل = نق \times \sqrt{2}$$



(١٠) سداسي منتظم مرسوم داخل دائرة :-

$$ل = نق$$

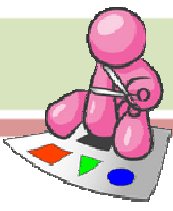


(١١) السداسي :-

$$مساحة السداسي المنتظم = \frac{\sqrt{3}}{4} ل^2$$

حيث (ل طول الضلع)





..(المجسمات)..

(١) المجسمات

المجسمات المضلعة :

مثل المكعب - متوازي المستطيلات - المنشور - الهرم

المجسمات غير المضلعة :

مثل الأسطوانة - المخروط - الكرة

(٢) متوازي المستطيلات :-

مساحة سطح متوازي المستطيلات = $٤ (الطول \times العرض) + ٢ (العرض \times الارتفاع)$

مساحة سطح متوازي المستطيلات = مجموع مساحة الأوجه الستة المستطيلة

حجم متوازي المستطيلات = $الطول \times العرض \times الارتفاع$

(٣) المكعب :-

المساحة الجانبية = $٤ (طول الضلع)^٢$

المساحة الكلية = $٦ (طول الضلع)^٢$

حجم المكعب = $(طول الضلع)^٣$

(٤) الأسطوانة :-

المساحة الجانبية = $٢ ط نق ع$

المساحة الكلية = $٢ ط نق ع + ٢ ط نق^٢$

حجم الأسطوانة = $ط نق^٢ ع$

حيث ع الارتفاع ، نق نصف قطر القاعدة

(٥) المخروط :-

مساحة سطح المخروط = $ط نق ل + ط نق^٢$

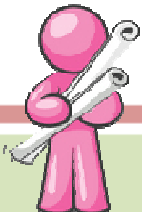
حجم المخروط = $\frac{١}{٣} ط نق^٢ ع$

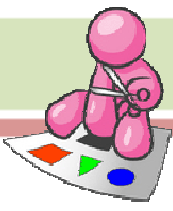
حيث ل الراسم ، ع الارتفاع ، نق نصف القطر

(٦) الكرة :-

مساحة سطح الكرة = $٤ ط نق^٢$

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣} ط نق^٣$





(٧) الهرم :-

المساحة الجانبية = $\frac{1}{2}$ محيط القاعدة \times ارتفاع الوجه الجانبي

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

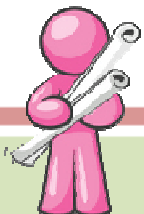
الحجم = $\frac{1}{3}$ (مساحة القاعدة \times الارتفاع)

(٨) المنشور :-

المساحة الجانبية للمنشور القائم = محيط القاعدة \times الارتفاع

المساحة الكلية للمنشور القائم = المساحة الجانبية + ٢ مساحة القاعدة

حجم المنشور = مساحة القاعدة \times الارتفاع





..(هندسة - ٨٠ تمرين)..

مثال (١) : وعاء مكعب الشكل طول حرفه من الداخل ١ م لأناه بالماء ثم أفرغناه في وعائين سعة أحدهما ٧٥٠ لتر ما حجم الوعاء الثاني من الداخل بالمتر المكعب ؟

الحل (١) :-

حجم الوعاء المكعب = الطول × العرض × الارتفاع

$$\text{حجم الوعاء المكعب} = ١ \times ١ \times ١ = ١ \text{ م}^٣$$

$$١ \text{ م}^٣ = ١٠٠٠ \text{ لتر}$$

حجم الوعاء الأول = ٧٥٠ لتر

$$\text{حجم الوعاء الأول} = \frac{٧٥٠}{١٠٠٠} = ٠,٧٥ \text{ م}^٣$$

ومنها

$$\text{حجم الوعاء الثاني} = ١ - ٠,٧٥ = ٠,٢٥ \text{ م}^٣$$

الحل (٢) :-

$$١ \text{ م}^٣ = ١٠٠٠ \text{ لتر}$$

حجم الوعاء الثاني = ١٠٠٠ لتر - ٧٥٠ لتر = ٢٥٠ لتر

$$\text{حجم الوعاء الثاني ب المتر المكعب} = \frac{٢٥٠}{١٠٠٠} = ٠,٢٥ \text{ م}^٣$$

مثال (٢) : وضعت ٦ مكعبات حديدية متساوية الحجم في وعاء مملوء بالماء فإذا زاحت كمية من الماء حجم ٧٥٠ لتراً فإن طول حرف المكعب الواحد بوحدة دسم^٣ هي ؟

الحل :-

حجم الـ ٦ مكعبات = ٧٥٠ لتر

إذاً

$$\text{حجم المكعب الواحد} = \frac{٧٥٠}{٦} = ١٢٥ \text{ لتر}$$

ولكن : ١ لتر = ١ دسم^٣

إذاً

حجم المكعب الواحد = ١٢٥ دسم^٣

حجم المكعب الواحد = ٥ دسم × ٥ دسم × ٥ دسم

ومنها

طول حرف المكعب الواحد = ٥ دسم





مثال (٣) : المساحة الكلية للسطح الخارجي لمكعب تساوي ١٥٠ سم^٢ فإن حجمه ؟

الحل :-

$$\text{المساحة الكلية للمكعب} = 6 \text{ ل}^2$$

$$150 = 6 \text{ ل}^2$$

بالقسمة على ٦

$$\text{ل}^2 = 25$$

$$\text{ل} = \sqrt{25} = 5$$

إذاً

$$\text{حجم المكعب} = \text{ل}^3 = (5)^3 = 125 \text{ سم}^3$$

مثال (٤) : مستطيل مساحته تساوي أربعة أضعاف مساحة مربع طول ضلعه ٢ سم فإن مساحة هذا المستطيل ؟

الحل :-

$$\text{مساحة المربع} = \text{ل}^2 = 2 \times 2 = 4 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة المستطيل} = 4 \text{ مساحة المربع}$$

$$\text{مساحة المستطيل} = 4 \times 4 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة المستطيل} = 16 \text{ سم}^2$$

مثال (٥) : خزان ماء طوله ١٢٠ سم ، وعرضه ٥٠ سم ، وارتفاعه ٦٠ سم صببنا فيه ١٥٠ لتر من الماء . فما ارتفاع الماء في الخزان ؟

الحل :-

$$1 \text{ لتر} = 1000 \text{ سم}^3$$

$$150 \text{ لتر} = 150000 \text{ سم}^3$$

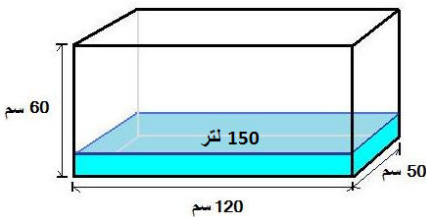
$$\text{حجم الماء} = \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع}$$

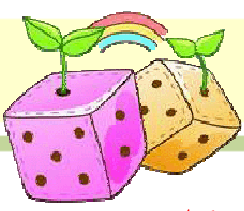
$$150000 = 120 \times 50 \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{الارتفاع} = \frac{150000}{50 \times 120} = 25 \text{ سم}$$

إذاً

$$\text{ارتفاع الماء} = 25 \text{ سم}$$



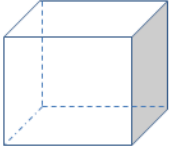


مثال (٦) : مجسم هندسي يتكون من ٦ أوجه مربعة الشكل طول حرف كل منها ٣ سم . فما حجم هذا المجسم ؟

الحل :-

الشكل الناتج مكعب

$$\text{حجم المكعب} = \text{ل}^3 = 3^3 = 27$$



مثال (٧) : دائرتان مركزيهما م ، ن تتقاطعان من الداخل في نقطة واحدة فإذا كان محيط الدائرة الأولى ٦ ط سم ومحيط الدائرة الثانية ٨ ط سم . فما المسافة بين مركزيهما ؟

الحل :-

$$\text{محيط الدائرة الأولى} = 2 \text{ ط نق}_1$$

$$6 \text{ ط} = 2 \text{ ط نق}_1$$

$$3 = \text{نق}_1$$

وبالمثل :-

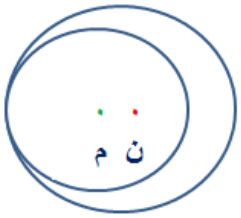
$$\text{محيط الدائرة الثانية} = 2 \text{ ط نق}_2$$

$$8 \text{ ط} = 2 \text{ ط نق}_2$$

$$4 = \text{نق}_2$$

إذاً

$$\text{المسافة بين المركزين} = 4 - 3 = 1$$



مثال (٨) : ما محيط الشكل المقابل علماً بأن طول كل ضلع من أضلاع المربعات التي تكون الشكل ٣ سم ؟

الحل :-

$$\text{عدد الأضلاع التي تحدد المحيط} = 16$$

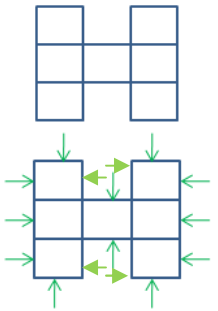
$$\text{المحيط} = 16 \times 3 \text{ سم} = 48 \text{ سم}$$

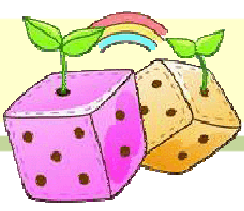
مثال (٩) : مثلث محيطته ١٨ سم وطول ضلعيه القصيرين س ، (س + ١) سم أعداد صحيحة موجبة فما طول الضلع الثالث في المثلث ؟

$$\text{(أ) } 8 \text{ سم} \quad \text{(ب) } 7 \text{ سم} \quad \text{(ج) } 4 \text{ سم} \quad \text{(د) } 2 \text{ سم}$$

الحل :-

$$\text{نبحث عن عددين متتاليين} + \text{الضلع الثالث} = 18$$





راح أستبعد (أ) لأن

نفرض الضلع الثالث = ٨ ، إذا مجموع العددين المتتاليين = ١٨ - ٨ = ١٠

لا نجد عددين متتاليين مجموعهم ١٠

الحل (ب) لأن

نفرض الضلع الثالث = ٧ ، إذا مجموع العددين المتتاليين = ١٨ - ٧ = ١١

نجد إن العددين المتتاليين هما ٥ ، ٦

مثال (١٠) : إذا كان طول نصف قطر كلاً من الدائرتين (م) ، (ن) ٣ سم

أحسب محيط المستطيل الذي يحيط بهما علماً بأن | س | = ٢ سم ؟

الحل :-

عرض المستطيل = قطر الدائرة = ٦ سم

طول المستطيل = قطر الدائرة الأولى + قطر الدائرة الثانية = ٢ + ٦

طول المستطيل = ٦ + ٦ + ٢ = ١٤

طول المستطيل = ١٤ سم

إذاً

محيط المستطيل = ٢ (الطول + العرض)

محيط المستطيل = ٢ (٦ + ١٤)

محيط المستطيل = ٢ × ٢٠

محيط المستطيل = ٤٠ سم

مثال (١١) : إذا كان طول نصف قطر كلاً من الدائرتين (م) ، (ن) ٣ سم

أحسب محيط المستطيل الذي يحيط بهما علماً بأن | س | = ٢ سم ؟

الحل :-

عرض المستطيل = قطر الدائرة = ٦ سم

طول المستطيل = قطر الدائرة الأولى + قطر الدائرة الثانية = ٢ - ٦

طول المستطيل = ٦ + ٦ - ٢ = ١٠

طول المستطيل = ١٠

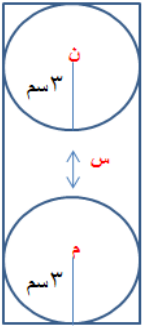
إذاً

محيط المستطيل = ٢ (الطول + العرض)

محيط المستطيل = ٢ (٦ + ١٠)

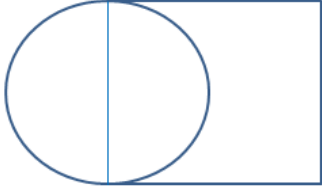
محيط المستطيل = ٢ × ١٦

محيط المستطيل = ٣٢ سم





مثال (١٢) : في الشكل المقابل ضلعا المربع مماسان للدائرة التي مساحتها ٢٥ ط
فإن مساحة المربع ؟



الحل :-

$$\text{مساحة الدائرة} = \text{ط نق}^2$$

$$25 = \text{ط}^2$$

$$\text{ط} = 5$$

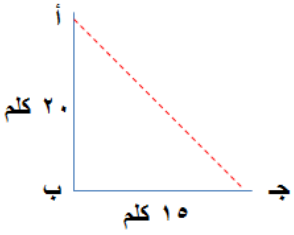
$$\text{نق} = 5$$

إذاً

$$\text{طول ضلع المربع} = \text{نق} + \text{نق} = 5 + 5 = 10 \text{ سم}$$

$$\text{مساحة المربع} = \text{ل} \times \text{ل} = 10 \times 10 = 100 \text{ سم}^2$$

مثال (١٣) : انطلقت سيارة من المدينة (أ) إلى المدينة (ب) فقطعت مسافة ٢٠
كلم ثم توجهت إلى المدينة (ج) فقطعت مسافة ١٥ كلم ، كما هو موضح في
الشكل . كم تبلغ المسافة بين المدينتين (أ) ، (ج) ؟



الحل :-

من نص نظرية فيثاغورث

$$(\text{أ ج})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب ج})^2$$

$$(\text{أ ج})^2 = 225 + 400$$

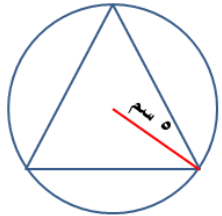
$$(\text{أ ج})^2 = 625$$

$$\sqrt{625} = \text{أ ج}$$

$$\text{أ ج} = 25 \text{ كلم}$$

مثال (١٤) : في الشكل الذي أمامك : مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل دائرة
طول نصف قطرها ٥ سم . فإن محيط المثلث ؟

الحل :-



عندنا قاعدة مهمة : في مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل دائرة

$$\text{ل} = \text{نق} \times \sqrt{3}$$

إذاً

$$\text{طول ضلع المثلث} = \text{نق} \times \sqrt{3}$$

$$\text{طول ضلع المثلث} = 5 \times \sqrt{3}$$

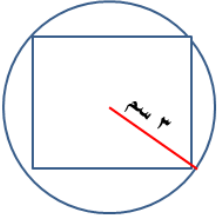
$$\text{إذاً محيط المثلث} = \text{ل} + \text{ل} + \text{ل} = 3 \times \text{ل} = 3 \times 5 \times \sqrt{3} = 15 \times \sqrt{3}$$





مثال (١٥) : في الشكل الواضح أمامك مربع مرسوم داخل دائرة طول نصف قطرها ٣ سم فإن مساحة المربع =

الحل :-



عندنا قاعدة مهمة : مربع مرسوم داخل دائرة (ل = نق \times $\sqrt{٢}$)

$$\text{طول ضلع المربع} = \text{نق} \times \sqrt{٢}$$

$$\text{طول ضلع المربع} = ٣ \times \sqrt{٢}$$

$$\text{إذا مساحة المربع} = \text{ل} \times \text{ل} = \text{ل}^2 = (٣ \times \sqrt{٢})^2 = ٢ \times ٩ = ١٨ \text{ سم}^2$$

مثال (١٦) : إذا كانت النسبة بين مساحتي مربعين متشابهين $\frac{١}{٤}$ وكان طول ضلع المربع الأول = ٤ سم فما طول ضلع المربع الثاني ؟

الحل :-

$$\frac{\text{مساحة المربع ١}}{\text{مساحة المربع ٢}} = \frac{١}{٤}$$

$$\frac{١}{٤} = \frac{٤ \times ٤}{\text{مساحة المربع ٢}}$$

$$\text{مساحة المربع الثاني} = ٤ \times ٤ \times ٤ = ٦٤ = \text{ل}^2$$

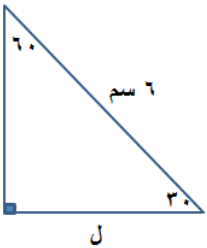
$$\text{طول ضلع المربع الثاني} = ٨$$

مثال (١٧) : في الشكل الواضح أمامك : طول الضلع ل =

الحل :-

$$\text{الضلع المقابل للزاوية } ٦٠ = \frac{١}{٢} \times \text{الوتر} \times \sqrt{٣}$$

$$\text{الضلع المقابل للزاوية } ٦٠ = \frac{١}{٢} \times ٦ \times \sqrt{٣} = ٣ \times \sqrt{٣}$$



مثال (١٨) : الشكل الموضح أمامك مربع أوجد طول ضلعه ل ثم أوجد

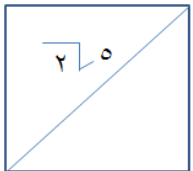
المساحة ؟

الحل :-

$$\text{مساحة المربع بمعلومية قطره} = \frac{١}{٢} \times (\text{القطر})^2$$

$$٢٥ = \frac{١}{٢} \times (\sqrt{٢} \times ٥)^2$$

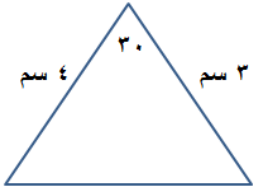
$$\text{إذا طول الضلعه ل} = ٥$$





مثال (١٩) : في الشكل الموضح أمامك مساحة المثلث ؟

الحل :-



$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 30 \text{ جا}$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{1}{2}$$

$$\text{مساحة المثلث} = 3 \text{ سم}^2$$

مثال (٢٠) : في الشكل الموضح أمامك معين طولاً قطريته ١٢ سم ، ١٦ سم فإن

محيطه = ؟

الحل :-

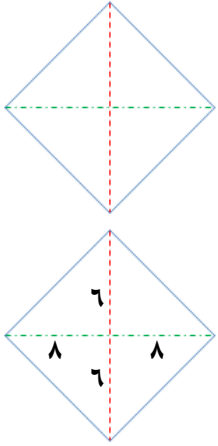
من نص نظرية فيثاغورث نأخذ مثلث ونوجد الوتر

نصف القطر الأول = ٦ ، نصف القطر الثاني = ٨

$$\text{طول ضلع المعين (ل)} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ سم}$$

إذاً

$$\text{محيط المربع} = 4 \times ل = 4 \times 10 = 40 \text{ سم}$$



مثال (٢١) : في الشكل الموضح أمامك مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل

دائرة ، فإذا كان طول ضلع المثلث = $2\sqrt{3}$. فإن طول نصف قطر الدائرة =

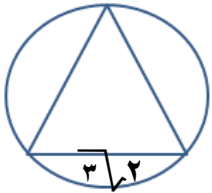
الحل :-

قاعدة مهمة :-

$$\text{طول ضلع مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل دائرة} = ل = \text{نق} \times \sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3} = \text{نق} \times \sqrt{3}$$

$$\text{نق} = 2 \text{ سم}$$



مثال (٢٢) : في الشكل الموضح أمامك مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل

دائرة فإذا كان طول ضلع المثلث = $5\sqrt{3}$ فإن مساحة الدائرة ؟

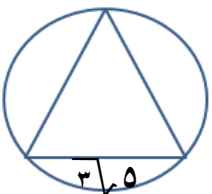
الحل :-

$$ل = \text{نق} \times \sqrt{3}$$

$$5\sqrt{3} = \text{نق} \times \sqrt{3}$$

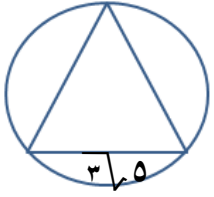
$$\text{نق} = 5 \text{ سم}$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \text{ط نق}^2 = (5)^2 \times \text{ط} = 25 \text{ ط}$$





مثال (٢٣) : في الشكل الموضح أمامك مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل دائرة فإذا كان طول ضلع المثلث $3\sqrt{5}$ فإن محيط الدائرة ؟



الحل :-

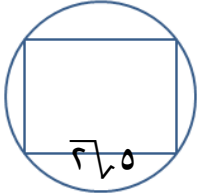
$$ل = نق \times \sqrt{3}$$

$$3\sqrt{5} \times نق = 3\sqrt{5}$$

$$نق = 5$$

$$\text{محيط الدائرة} = 2 \text{ ط نق} = 2 \text{ ط } 5 = 10 \text{ ط سم}$$

مثال (٢٤) : في الشكل الموضح أمامك مربع مرسوم داخل دائرة فإذا كان طول ضلعه $2\sqrt{5}$ فإن مساحة الدائرة ؟



الحل :-

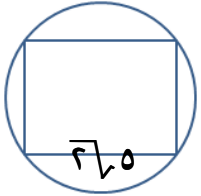
$$ل = نق \sqrt{2}$$

$$2\sqrt{5} \times نق = 2\sqrt{5}$$

$$نق = 5$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \text{ط نق}^2 = \text{ط } (5)^2 = 25 \text{ ط سم}^2$$

مثال (٢٥) : في الشكل الموضح أمامك مربع مرسوم داخل دائرة فإذا كان طول ضلعه $2\sqrt{5}$ فإن محيط الدائرة ؟



الحل :-

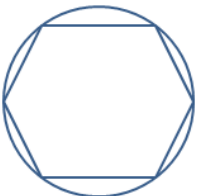
$$ل = نق \sqrt{2}$$

$$2\sqrt{5} \times نق = 2\sqrt{5}$$

$$نق = 5$$

$$\text{محيط الدائرة} = 2 \text{ ط نق} = 2 \times 5 \times 2 = 10 \text{ ط سم}$$

مثال (٢٦) : في الشكل الموضح أمامك سداسي منتظم مرسوم داخل دائرة فإذا كان طول ضلعه ٣ سم أوجد مساحة و محيط الدائرة ؟



الحل :-

قاعدة مهمة : طول ضلع سداسي مرسوم داخل دائرة = نق

طول ضلع السداسي = طول نصف قطر الدائرة = ٣ سم

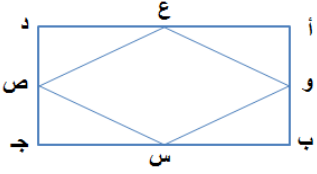
$$\text{إذاً مساحة الدائرة} = \text{ط نق}^2 = (3)^2 \times \text{ط} = 9 \text{ ط سم}^2$$

$$\text{ومحيط الدائرة} = 2 \text{ ط نق} = 2 \text{ ط } (3) = 6 \text{ ط سم}$$





مثال (٢٧) : أ ب ج مستطيل ، س ، ص ، ع ، و ، أربع نقاط كل منها على منتصف أحد أضلاع المستطيل . كما موضح بالشكل فما النسبة بين مساحة المستطيل ومساحة الشكل س ص ع و ؟



الحل :-

قاعدة :

مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ مساحة المستطيل الذي طوله وعرضه هما طولاً قطري المعين

إذاً

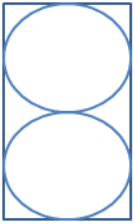
مساحة الشكل س ص ع و = $\frac{1}{2}$ مساحة المستطيل

٢ مساحة الشكل س ص ع و = مساحة المستطيل

$$\frac{2}{1} = \frac{\text{مساحة المستطيل}}{\text{مساحة الشكل س ص ع و}}$$

مساحة المستطيل : مساحة الشكل س ص ع و = ٢ : ١

مثال (٢٨) : الشكل المقابل مستطيل رسم بداخله دائرتان متطابقتان فما مساحة الدائرة الواحدة علماً بأن طول المستطيل يساوي ضعف عرضه ، ومساحته ٣٢ سم^٢



الحل :-

نفرض طول المستطيل وعرضه هما ٢ س ، س

إذاً

$$٣٢ = س \times س \times ٢$$

$$٣٢ = س^٢ \times ٢$$

$$١٦ = س^٢$$

$$س = ٤$$

إذاً

عرض المستطيل = طول قطر الدائرة = ٤ سم

إذاً

$$\text{نق} = \frac{٤}{٢} = ٢ \text{ سم}$$

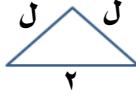
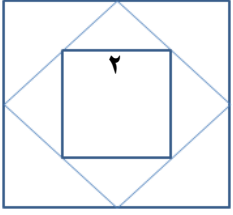
ومنها

$$\text{مساحة الدائرة} = \text{ط نق}^٢ = \text{ط} \times (٢)^٢ = ٤ \text{ ط سم}^٢$$





مثال (٢٩) : الرسم المقابل يوضح ٣ مربعات مرسوم كل منها داخل الآخر ، بحيث كان المربع الأصغر ينصف أضلاع المربع الأوسط ، وبالمثل كان المربع الأوسط ينصف أضلاع المربع الأكبر ، فإذا علمت أن طول ضلع المربع الأصغر ٢ سم ، فما طول ضلع المربع الأكبر ؟



الحل :-

المربع الأصغر : طول وتر المثلث = ٢ ، نوجد طول ضلع المربع الأوسط عن طريق نص نظرية فيثاغورث :-

$$^2(2) + ^2(2) = ^2(L)$$

$$^2 2 = 4$$

$$^2 L = 2$$

$$\sqrt{2} = L$$

إذاً

طول ضلع المربع الأوسط = $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

وبالمثل في المربع الأوسط : طول الوتر المثلث = $2\sqrt{2}$ ، نوجد طول ضلع المربع الأكبر عن طريق نص نظرية فيثاغورث :-

$$^2(2\sqrt{2}) + ^2(2\sqrt{2}) = ^2(S)$$

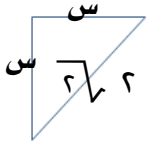
$$^2 S = 8$$

$$^2 S = 4$$

$$S = 2$$

إذاً

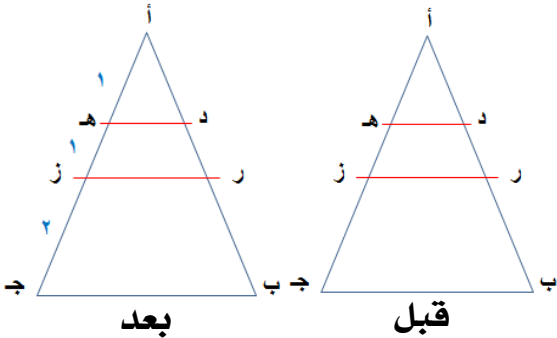
طول ضلع المربع الكبير = $2 + 2 = 4$



مثال (٣٠) : إذا كانت نقطة ز تنصف (أ ج) ، وكانت نقطة ه تنصف (أ ز) ، فما نسبة طول (أ ه) إلى طول (أ ج) ؟

الحل :-

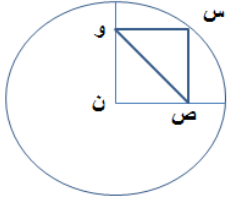
$$\frac{1}{4} = \frac{أ ه}{أ ج}$$





مثال (٣١) : الشكل الذي أمامك يمثل دائرة مركزها ن رسم داخلها المستطيل
س ص ن و ، فإذا كان طول قطر المستطيل ٢ سم فإن مساحة الدائرة تساوي ؟

الحل :-



برسم قطر المستطيل س ن

نلاحظ أن القطر (س ن) هو أيضاً نصف قطر الدائرة

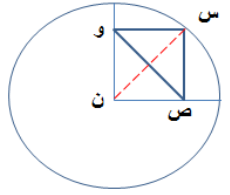
إذاً نق = ٢ سم

ومنها

مساحة الدائرة = ط نق^٢

مساحة الدائرة = ط (٢)^٢

مساحة الدائرة = ٤ ط سم^٢



مثال (٣٢) : في الشكل المجاور أسطوانة دائرية قائمة محيط قاعدتها ١٢ سم
و ارتفاعها ٨ سم ، ما هي أقصر مسافة بين النقطتين س ، ص على سطح
الأسطوانة ؟

الحل :-

محيط القاعدة = ١٢ سم

إذاً نصف محيط القاعدة = ٦ سم

تخيل (عند فتح الأسطوانة الشكل راح يتحول لـ مستطيل)

من نص نظرية فيثاغورث

(ص س)^٢ = (٦)^٢ + (٨)^٢

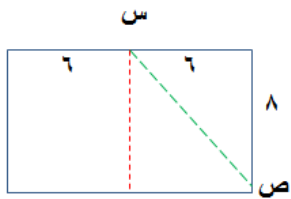
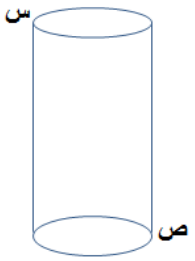
(ص س)^٢ = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

(ص س)^٢ = ١٠٠

ص س = ١٠

إذاً

أقصر مسافة بين النقطتين س ، ص = ١٠ سم



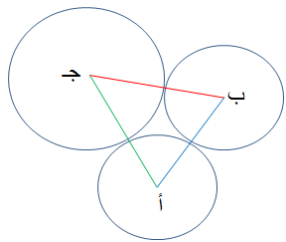
مثال (٣٣) : في الشكل الموضح أمامك محيط الدائرة ج = ١٢ ط ، محيط
الدائرة أ = محيط الدائرة ب = ٨ ط ، فإن محيط المثلث أ ب ج = ؟

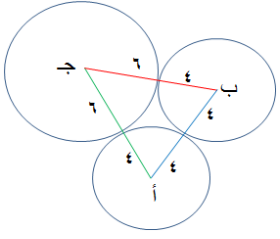
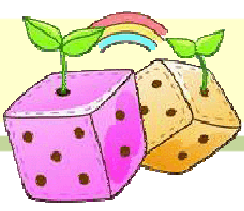
الحل :-

في الدائرة ج :-

المحيط = ٢ ط نق

١٢ ط = ٢ ط نق





نق = ٦ سم

فلف الدائرة أ ، ب :-

المحفط = ٢ ط نق

٨ ط = ٢ ط نق

نق = ٤

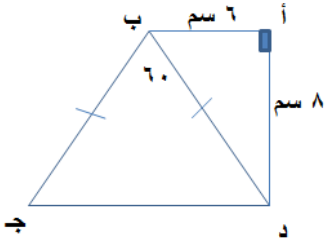
إذاً

طول ب ج = طول أ ج = ٦ + ٤ = ١٠ سم

طول أ ب = ٤ + ٤ = ٨ سم

إذاً

محفط المثلث أ ب ج = طول أ ج + طول ب ج + طول أ ب = ١٠ + ١٠ + ٨ = ٢٨ سم



مثال (٣٤) : فف الشكل الموضح أمامك :-

أحسب محفط الشكل أ ب ج د ؟

الحل :-

من المثلث القائم أ ب د

طول ب = ١٠ من نص نظرفة ففثاغورث [$٦^2 + ٨^2 = ١٠^2$]

وبما أن المثلث د ب ج متساوي الساقفن إذاً طول د ب = ب ج = ١٠

لـ إفجاد الزاوفة د ، الزاوفة ج = $\frac{١٨٠ - ٦٠}{٢} = ٦٠$ درجة

إذاً المثلث د ب ج متساوي الأضلاع

ومنها طول د ج = طول د ب = طول ب ج = ١٠

محفط الشكل أ ب ج د = طول (د أ) + طول (أ ب) + طول (ب ج) + طول (ج د)

محفط الشكل أ ب ج د = ٨ سم + ٦ سم + ١٠ سم + ١٠ سم = ٣٤ سم

مثال (٣٥) : مجسم هندسف ففكون من قاعدتفن كل منهما على شكل مربع

طول ضلعه ٤ سم ، وأربعة أوجه مستطرفة الشكل أبعاد كل منها ٤ سم ، ٨ سم

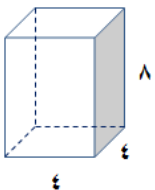
عمودفة على كل من المربعفن . فما حجم المجرم ؟

الحل :-

حجم المجرم = الطول × العرض × الارتفاع

حجم المجرم = ٨ × ٤ × ٤

حجم المجرم = ١٢٨ سم^٣





مثال (٣٦) : المساحة الجانبية لمنشور ثلاثي قائم ارتفاعه ٢٥ سم وقاعدته على شكل مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ٨ سم هي :-

الحل :-

قاعدة :

المساحة الجانبية لمنشور ثلاثي قائم = محيط القاعدة \times الارتفاع
بما أن القاعدة على شكل مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ٨ سم
إذاً

$$\text{محيط القاعدة} = \text{مجموع أطوال أضلعه} = ٨ + ٨ + ٨ = ٢٤ \text{ سم}$$

ومنها

$$\text{المساحة الجانبية لمنشور قائم} = ٢٥ \times ٢٤$$

$$\text{المساحة الجانبية لمنشور قائم} = ٦٠٠ \text{ سم}^2$$

مثال (٣٧) : حجم المنشور الثلاثي القائم ارتفاعه ٢٥ سم وقاعدته على شكل مثلث مساحتها $\sqrt[3]{16}$ سم^٢ هو :-

الحل :-

قاعدة :-

$$\text{حجم المنشور} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{حجم المنشور} = ٢٥ \times \sqrt[3]{16}$$

$$\text{حجم المنشور} = \sqrt[3]{400} \text{ سم}^3$$

مثال (٣٨) : منشور ثلاثي قائم ارتفاعه ٥ سم وحجمه ٢٠ سم^٣ فإن مساحته قاعدته ؟

الحل :-

قاعدة :-

$$\text{حجم المنشور} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$٢٠ = \text{مساحة القاعدة} \times ٥$$

$$\text{مساحة القاعدة} = ٤ \text{ سم}^2$$





مثال (٣٩) : هرم رباعي قائم طول ضلع قاعدته ١٠ سم وارتفاعه ١٥ سم فإن حجمه = ؟

الحل :-

قاعدة :-

$$\text{حجم الهرم} = \frac{1}{3} \times \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{حجم الهرم} = \frac{1}{3} \times (\text{الطول} \times \text{العرض}) \times ١٥$$

$$\text{حجم الهرم} = \frac{1}{3} \times (١٠ \times ١٠) \times ١٥$$

$$\text{حجم الهرم} = ٥٠٠ \text{ سم}^3$$

مثال (٤٠) : أسطوانة دائرية قائمة ارتفاعها ١٠ سم وطول نصف قطرها ٤ سم فإن حجمها = ؟

الحل :-

قاعدة :-

$$\text{حجم الاسطوانة} = \text{ط} \times \text{نق}^2$$

$$\text{حجم الاسطوانة} = \text{ط} \times (٤)^2 \times ١٠$$

$$\text{حجم الاسطوانة} = \text{ط} \times ١٦ \times ١٠$$

$$\text{حجم الاسطوانة} = ١٦٠ \text{ ط سم}^3$$

مثال (٤١) : مخروط دائري قائم طول قطر قاعدته ١٢ سم وطول مولده ١٠ سم فإن ارتفاعه = ؟

الحل :-

من نص نظرية فيثاغورث

$$(١٠)^2 = (٦)^2 + (\text{الارتفاع})^2$$

$$٣٦ - ١٠٠ = (\text{الارتفاع})^2$$

$$٦٤ = (\text{الارتفاع})^2$$

$$\text{الارتفاع} = ٨ \text{ سم}$$

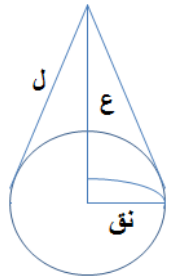
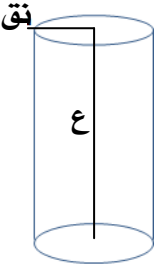
مثال (٤٢) : كره مساحتها ١٢٥٦ سم^٢ فإن نصف قطرها = ؟

الحل :-

قاعدة :-

$$\text{مساحة الكرة} = ٤ \text{ ط} \times \text{نق}^2$$

$$١٢٥٦ = ٤ \times ٣,١٤ \times \text{نق}^2$$



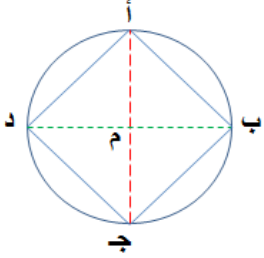


$$\text{نق}^2 = 100$$

$$\text{نق} = 10 \text{ سم}$$

مثال (٤٣) : أ ب ج د مربع محاط بدائرة طول قطرها ٢٠ سم وتقع رؤوسه على محيط الدائرة . فما مساحة المثلث أ ب ج ؟

الحل :-



$$\text{مساحة المثلث أ ب ج} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المثلث أ ب ج} = \frac{1}{2} \times 10 \times 20$$

$$\text{مساحة المثلث أ ب ج} = 100 \text{ سم}^2$$

مثال (٤٤) : في الشكل الموضح أمامك أحسب محيط الشكل أ ه ب ج د

الحل :-

$$\text{طول أ ب} = 5 \text{ سم} , \text{ طول أ ه} = 3 \text{ سم}$$

من نص نظرية فيثاغورث :-

$$(\text{أ ب})^2 = (\text{أ ه})^2 + (\text{ه ب})^2$$

$$25 = 9 + (\text{ه ب})^2$$

$$16 = (\text{ه ب})^2$$

$$\text{ه ب} = 4$$

محيط الشكل =

$$\text{طول (أ ه)} + \text{طول (ه ب)} + \text{طول (ب ج)} + \text{طول (ج د)} + \text{طول (د أ)}$$

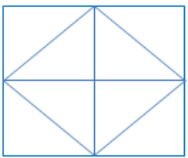
$$\text{محيط الشكل} = 2 + 5 + 2 + 4 + 3$$

$$\text{محيط الشكل} = 16 \text{ سم}$$

مثال (٤٥) : كم عدد المربعات التي توجد في الشكل الموضح أمامك ؟

الحل :-

عدد المربعات ٦



مثال (٤٦) : رسم مستطيل داخل دائرة أبعاده ٣ سم ، ٤ سم فإن مساحة الدائرة؟

الحل :-

من نص نظرية فيثاغورث نوجد قطر المستطيل

$$(\text{القطر})^2 = (\text{٣})^2 + (\text{٤})^2$$

$$(\text{القطر})^2 = 9 + 16$$





$$(القطر)^2 = 25$$

$$القطر = 5$$

ملاحظة: قطر المستطيل = قطر الدائرة = 5

إذاً

$$نصف قطر الدائرة = 2,5$$

ومنها

$$مساحة الدائرة = \pi \times 2,5^2$$

$$مساحة الدائرة = \pi \times (2,5)^2$$

$$مساحة الدائرة = 6,25 \pi$$

مثال (٤٧) : قطعة أرض مستطيلة محيطها = ٦٠ م وكان طولها ضعف عرضها فإن

مساحتها = ؟

الحل :-

نفرض الطول = ٢ س ، العرض = س

إذاً

$$المحيط = ٦ س$$

$$٦٠ = ٦ س$$

$$س = ١٠$$

ومنها

$$الطول = ٢ س = ١٠ \times 2 = ٢٠ سم$$

$$العرض = س = ١٠ سم$$

إذاً

$$مساحة المستطيل = الطول \times العرض$$

$$مساحة المستطيل = ١٠ \times ٢٠$$

$$مساحة المستطيل = ٢٠٠ سم^٢$$

مثال (٤٨) : أحسب محيط الشكل ؟

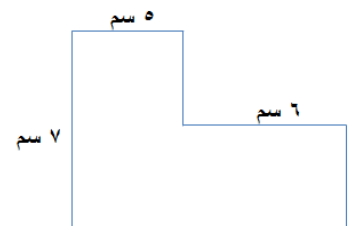
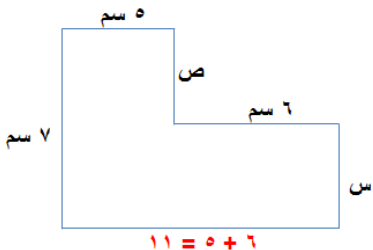
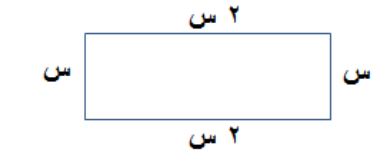
الحل :-

من خلال الشكل نلاحظ أن طول س + ص = ٧

$$محيط الشكل = ٥ + ٧ + ١١ + (س + ص) + ٦$$

$$محيط الشكل = ٥ + ٧ + ١١ + ٧ + ٦$$

$$محيط الشكل = ٣٦ سم$$





مثال (٤٩) : ما محيط المستطيل التالي إذا كانت ف = ١٠ ؟

الحل :-

$$\text{المحيط} = ٢ (\text{الطول} + \text{العرض})$$

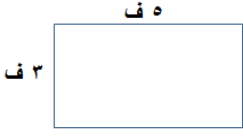
$$\text{المحيط} = ٢ (٥ ف + ٣ ف)$$

$$\text{المحيط} = ٢ \times ٨ ف$$

$$\text{المحيط} = ١٦ ف$$

$$\text{المحيط} = ١٠ \times ١٦$$

$$\text{المحيط} = ١٦٠$$



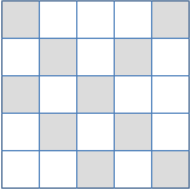
مثال (٥٠) : أي كسر يمثل المربعات المظللة بالنسبة لجميع المربعات ؟

الحل :-

$$\text{العدد الكلي للمربعات} = ٥ \times ٥ = ٢٥ \text{ مربعاتاً}$$

$$\text{عدد المربعات المظللة} = ١٠ \text{ مربعات}$$

$$\text{النسبة} = \frac{\text{عدد المربعات المظللة}}{\text{العدد الكلي للمربعات}} = \frac{١٠}{٢٥} = \frac{٢}{٥}$$



مثال (٥١) : ما أكبر مساحة لمربع يمكن وضعه بالكامل داخل دائرة قطرها

٢ سم ؟

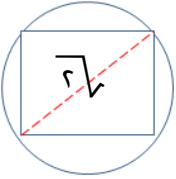
الحل :-

$$\text{مساحة المربع} = \frac{١}{٢} (\text{القطر})^2$$

$$\text{مساحة المربع} = \frac{١}{٢} \times (٢ \text{ سم})^2$$

$$\text{مساحة المربع} = ٢ \times \frac{١}{٢}$$

$$\text{مساحة المربع} = ١ \text{ سم}^2$$



مثال (٥٢) : كم تتضاعف مساحة مربع إذا ضاعفنا ضلعه ؟

الحل :-

$$\text{نفرض طول ضلع المربع (قبل مضاعفته)} = ٢ \text{ سم}$$

$$\text{المساحة (قبل مضاعفته)} = ٤ \text{ سم}^2$$

إذاً

$$\text{طول ضلع المربع (بعد مضاعفته)} = ٤ \text{ سم}$$

$$\text{المساحة (بعد المضاعفة)} = ١٦ \text{ سم}^2$$

إذاً

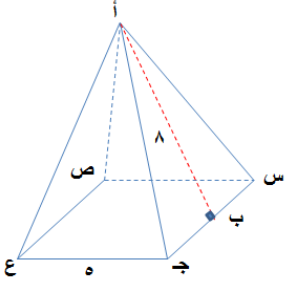
تضاعفت المساحة ٤ مرات





مثال (٥٣) : لدينا مجسم على شكل هرم رباعي قائم ، فإذا علمت أن طول ضلع قاعدته المربعة الشكل يساوي ٥ م ، والارتفاع الجانبي يساوي ٨ م ، ونريد طلاء الأوجه الجانبية حيث إن سعر الدهان للمتر المربع الواحد يبلغ ٤ ريالاً ، فإن تكلفت طلاء المجسم بالريال تساوي ؟

الحل :-



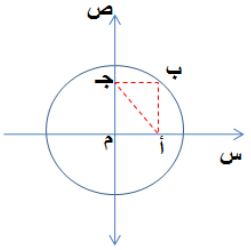
$$\begin{aligned} \text{المساحة الجانبية للهرم} &= \frac{1}{2} \times \text{محيط القاعدة} \times \text{ارتفاع الوجه الجانبي} \\ \text{المساحة الجانبية للهرم} &= \frac{1}{2} \times 8 \times (5 + 5 + 5 + 5) \\ \text{المساحة الجانبية للهرم} &= \frac{1}{2} \times 8 \times 20 \\ \text{المساحة الجانبية للهرم} &= 80 \text{ كم}^2 \end{aligned}$$

إذاً

$$\text{التكلفة} = 4 \times 80 = 320 \text{ ريال}$$

مثال (٥٤) : على محوري الإحداثيات المتعامدين ، رسمنا دائرة مركزها م ومن النقطة ب الواقعة على محيطها رسمنا المستطيل ب أ م ج ، فإذا كان | أ ج | = ٥ سم ، فإن طول نصف قطر الدائرة يساوي ؟

الحل :-



من خصائص المستطيل إن قطراه متساويان

$$\text{إذاً طول أ ج} = \text{طول ب م} = 5 \text{ سم}$$

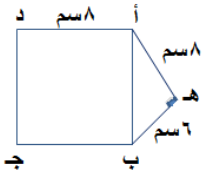
ونلاحظ أن (ب م) = نصف قطر الدائرة

إذاً

$$\text{نصف قطر الدائرة} = 5 \text{ سم}$$

مثال (٥٥) : في الشكل أدناه : أ ب ج د مستطيل فيه | أ د | = ٨ سم أنشئ المثلث أ ه ب القائم الزاوية في ه على الضلع أ ب بحيث إن | أ ه | = ٨ سم ، | ه ب | = ٦ سم ، فما مساحة الشكل أ ه ب ج د ؟

الحل :-



بما أن المثلث أ ه ب قائم الزاوية ، من نص نظرية فيثاغورث نوجد الوتر أ ب

$$(أ ب)^2 = (٨)^2 + (٦)^2$$

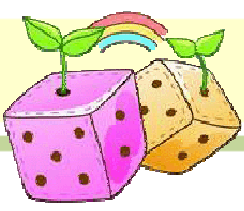
$$(أ ب)^2 = 36 + 64$$

$$(أ ب)^2 = 100$$

$$أ ب = 10$$

$$\text{ومنها طول أ ب} = \text{طول د ج} = 10$$





$$\text{مساحة المستطبل أ ب ج د} = ٨ \times ١٠ = ٨٠ \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة المثلث أ ه ب} = \frac{١}{٢} \times ٦ \times ٨ = ٢٤ \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة الشكل أ ه ب ج د} = \text{مساحة المستطبل} + \text{مساحة المثلث}$$

$$٢٤ + ٨٠ = \text{مساحة الشكل أ ه ب ج د}$$

$$\text{مساحة الشكل أ ه ب ج د} = ١٠٤ \text{ سم}^2$$

مثال (٥٦) : مثلث يزبد ارتفاعه على قاعدته بسنتبمتر واحد ومساحته تساوي ٢١

سم^٢ ، فما طول قاعدته ؟

الحل :-

نفرض القاعدة = س ، الارتفاع = س + ١

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{١}{٢} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$٢١ = \frac{١}{٢} \times س \times (س + ١)$$

$$٤٢ = س^2 + س$$

$$٠ = س^2 + س - ٤٢$$

$$٠ = (س + ٧) (س - ٦)$$

إما س = -٧ إجاببة مرفوضبة

أو س = ٦ إجاببة مقبولبة

إذاً

$$\text{طول القاعدة} = س = ٦$$

مثال (٥٧) : أ ب ج د مربع ، رسمنا من النقط المنصبة لأضالعه المربع ه و ز

فما نسبة مساحة المربع الأصغر ه و ز إلى مساحة المربع الأكبر أ ب ج د ؟

الحل :-

نفرض طول ضلع أ د = ٤ إذاً طول ه د = ٢

ومنها نوجد طول ضلع ه ج عن طريق نظرببة فيثاغورث

$$٢(ه ج) = ٢(ه د) + ٢(د ج)$$

$$٢(ه ج) = ٢(٢) + ٢(٢)$$

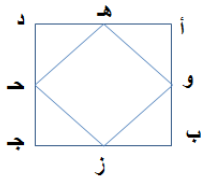
$$٤ + ٤ = ٢(ه ج)$$

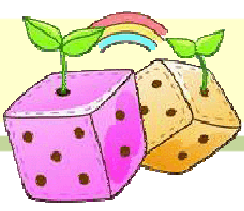
$$٨ = ٢(ه ج)$$

$$ه ج = \sqrt{٨} = ٢\sqrt{٢}$$

مساحة المربع أ ب ج د = ٤ × ٤ = ١٦

$$\text{مساحة المربع ه و ز} = ٢\sqrt{٢} \times ٢\sqrt{٢} = ٨$$





المطلوب :-

مساحة المربع الأصغر ورح : مساحة المربع الأكبر أ ب ج د = ٨ : ١٦

مساحة المربع الأصغر ورح : مساحة المربع الأكبر أ ب ج د = ١ : ٢

مثال (٥٨) : الشكل أدناه مكون من خمسة مربعات متطابقة فإذا كان مجموع

مساحتها ١٨٠ سم^٢ ، فإن محيط الشكل بالسنتيمترات يساوي ؟

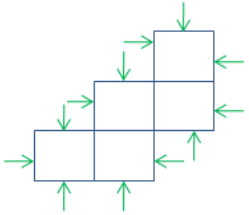
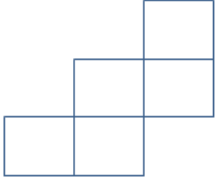
الحل :-

$$\text{مساحة المربع الواحد} = \frac{180}{5} = 36$$

$$\text{طول ضلع المربع} = 6$$

$$\text{محيط الشكل} = \text{طول الضلع} \times \text{عدد الأضلاع}$$

$$\text{محيط الشكل} = 6 \times 12 = 72 \text{ سم}$$



مثال (٥٩) : في الشكل أدناه ، أ ب ج د ، أ هـ و ن مربعان ، فما نسبة مساحت

ن و ل د إلى مساحت هـ ب م و ؟

الحل :-

نفرض طول ضلع أ د = ٤ سم ، طول ضلع أن = ١ سم

إذاً

طول ضلع ن د = ٣ سم ، طول ضلع ن و = ١ سم

$$\text{مساحت ن و ل د} = 1 \times 3 = 3 \text{ سم}^2$$

وبالمثل :-

طول ضلع هـ ب = ٣ سم ، طول ضلع هـ و = ١ سم

$$\text{مساحت هـ ب م و} = 1 \times 3 = 3 \text{ سم}^2$$

نسبة :-

$$\frac{\text{مساحت ن و ل د}}{\text{مساحت هـ ب م و}} = \frac{3}{3} = 1$$

مثال (٦٠) : محيط مثلث متساوي الأضلاع يساوي محيط سداسي منتظم مساحت

المثلث ٢ سم^٢ فإن مساحت السداسي هي ؟

الحل :-

محيط المثلث المتطابق الأضلاع = ٣ ل_١

محيط السداسي المنتظم = ٦ ل_٢

$$٦ ل_٢ = ٣ ل_١$$

$$٢ ل_١ = ١ ل_٢ \quad \text{ومنها} \quad ل_١ = \frac{١}{٢} ل_٢$$





$$\text{مساحة المثلث المتطابق الأضلاع} = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ ل}^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \text{ ل}^2 = 2$$

$$\frac{8}{\sqrt{3}} = \text{ل}^2$$

$$\text{مساحة السداسي} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ل}^2$$

$$\text{مساحة السداسي} = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{\text{ل}}{2} \right)^2$$

$$\text{مساحة السداسي} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{4} \times \text{ل}^2$$

$$\text{مساحة السداسي} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$$\text{مساحة السداسي} = 3 \text{ سم}^2$$

مثال (٦١) : محيط مربع يساوي محيط دائرة فإن النسبة بين مساحة الدائرة هي؟
مساحة المربع

الحل :-

$$\text{محيط مربع} = 4 \text{ ل}$$

$$\text{محيط دائرة} = 2 \text{ ط نق}$$

إذاً

$$\text{محيط مربع} = \text{محيط دائرة}$$

$$4 \text{ ل} = 2 \text{ ط نق}$$

$$2 \text{ ل} = \text{ط نق}$$

$$\frac{2 \text{ ل}}{\text{ط}} = \text{نق}$$

ومنها

$$\frac{\text{مساحة الدائرة}}{\text{مساحة المربع}} = \frac{\text{نق}^2 \text{ ط}}{\text{ل}^2} = \frac{\left(\frac{2 \text{ ل}}{\text{ط}} \right)^2 \text{ ط}}{\text{ل}^2} = \frac{4 \text{ ل}^2 \text{ ط}}{\text{ل}^2 \text{ ط}} = 4$$

مثال (٦٢) : مساحة الدائرة التي تمر برؤوس مثلث أطوال أضلاعه ٦ سم ، ٨ سم ،

١٠ سم هي؟

الحل :-





الزاوية المحيطية المرسوم على قطر الدائرة هي زاوية قائمة
لذلك فإن وتر هذه المثلثات هو قطر للدائرة = ١٠ سم
ومنها

$$\text{نق} = ٥ \text{ سم}$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \text{ط نق}^2 = \text{ط} (٥)^2 = ٢٥$$

همسة :

إن الأطوال التالية هي أطوال المثلث قائم الزاوية
{٥، ٤، ٣} ، {١٣، ١٢، ٥} ، ... الخ

مثال (٦٣) : المثلث أ ب ج قائم الزاوية في ب فيه الزاوية ج = ٣٠ درجة ،

$$| \text{ب ج} | = ٢٠ \sqrt{3} ، \text{طول أ ب} = ؟$$

الحل :-

في المثلث الثلاثيني الستيني :-

$$\frac{\text{طول الوتر}}{٢} = | \text{أ ب} | = ٢٠$$

$$\text{طول الضلع المواجه للزاوية } ٦٠ = | \text{ب ج} | = \frac{\text{طول الوتر}}{٢} \times \sqrt{3}$$

إذاً

$$\sqrt{3} \times \frac{\text{طول الوتر}}{٢} = ٢٠ \sqrt{3}$$

$$\text{طول الوتر} = ٤٠ \text{ سم}$$

إذاً

$$\text{طول أ ب} = \frac{\text{طول الوتر}}{٢} = \frac{٤٠}{٢} = ٢٠ \text{ سم}$$

مثال (٦٤) : مستطيل ضلعا (س + ١) ، (س + ٤) ومساحته ١٠٠ فإن مساحته

مستطيل آخر ضلعا (س + ٢) ، (س + ٣) هي ؟

الحل :-

$$\text{مساحة المستطيل الأول} = (س + ١) (س + ٤) = ١٠٠$$

$$١٠٠ = ٤ + س + س^2$$

$$١٠٠ = ٤ + س + ٥$$

$$٩٦ = س + ٥$$

$$\text{مساحة المستطيل الآخر} = (س + ٢) (س + ٣)$$

$$\text{مساحة المستطيل الآخر} = س^2 + ٣س + ٢س + ٦$$

$$\text{مساحة المستطيل الآخر} = س^2 + ٥س + ٦$$





$$\text{مساحة المستطيل الآخر} = 96 + 6$$

$$\text{مساحة المستطيل الآخر} = 102$$

مثال (٦٥) : أضلاع شكل خماسي متناسبة مع الأعداد ٢ : ٣ : ٣ : ٥ : ٥ فإن أصغر زاوية فيه هي ؟

الحل :-

$$\text{مجموع أجزاء التناسب} = 2 + 3 + 3 + 5 + 5 = 18$$

$$\text{مجموع زوايا الخماسي} = (2 - \text{ن}) \times 180$$

$$\text{عدد أضلاع الخماسي} = \text{ن} = 5$$

$$540 \text{ درجة} = 180 \times 3 = 180 \times (2 - 5)$$

$$\text{أصغر زاوية هي} = 540 \times \frac{2}{18} = 60 \text{ درجة}$$

مثال (٦٦) : إذا كان طول ضلع مستطيل أربعة أضعاف عرضه ومساحته ١٤٤ فإن محيطه ؟

الحل :-

$$\text{نفرض العرض} = \text{س} ، \text{ الطول} = ٤ \text{ س}$$

$$\text{المساحة} = ٤ \text{ س} \times \text{س} = 144$$

$$٤ \text{ س}^2 = 144$$

$$\text{س}^2 = 36$$

$$\text{س} = 6$$

إذاً

$$\text{العرض} = 6 ، \text{ الطول} = 6 \times 4 = 24$$

ومنها

$$\text{المحيط} = 2 \times (\text{الطول} + \text{العرض})$$

$$\text{المحيط} = 2 \times (6 + 24)$$

$$\text{المحيط} = 30 \times 2$$

$$\text{المحيط} = 60$$

مثال (٦٧) : مربع ودائرة لهما نفس المحيط ومساحة المربع = ١٦ ط فإن مساحة الدائرة هي ؟

الحل :-

$$\text{مساحة المربع} = 16 \text{ ط}$$





$$\begin{aligned} \sqrt{ط} \times 4 &= \text{طول ضلع المربع} \\ \sqrt{16} \times ط &= \text{محيط المربع} \\ 2 \times ط &= \text{محيط الدائرة} \\ \sqrt{16} \times ط &= 2 \times ط \end{aligned}$$

$$\frac{\sqrt{16} \times ط}{ط} = \text{نق}$$

$$64 = 2 \left(\frac{\sqrt{16} \times ط}{ط} \right) \times ط = 2 \times \text{نق} = ط \times \text{نق}$$

مثال (٦٨) : مربع مساحته ضعف مساحة مستطيل أبعاده ٩ سم ، ٢ سم فإن النسبة بين محيط المربع إلى محيط المستطيل هي ؟

الحل :-

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$2 \times 9 = \text{مساحة المستطيل}$$

$$18 \text{ سم}^2 = \text{مساحة المستطيل}$$

$$18 \times 2 = \text{مساحة المربع}$$

$$36 \text{ سم}^2 = \text{مساحة المربع}$$

ومنها

$$6 \text{ سم} = \text{طول ضلع المربع}$$

$$4 = \text{محيط المربع}$$

$$6 \times 4 = \text{محيط المربع}$$

$$24 \text{ سم} = \text{محيط المربع}$$

$$2 = \text{محيط المستطيل} = (\text{الطول} + \text{العرض})$$

$$2 = \text{محيط المستطيل} = (2 + 9)$$

$$2 \times 11 = \text{محيط المستطيل}$$

$$22 \text{ سم} = \text{محيط المستطيل}$$

إذاً

$$\frac{24}{22} = \frac{12}{11} = \frac{\text{محيط المربع}}{\text{محيط المستطيل}}$$





مثال (٦٩) : في الشكل المجاور دائرتان متحدتان بالمركز ، وتبتعدان عن بعضهما بمقدار ١٠ وحدات . ما الفرق بين محيطي الدائرتين ؟

الحل :-

نفرض نصف قطر الدائرة الصغرى = س

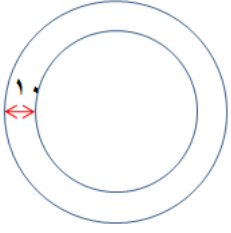
فيكون نصف قطر الدائرة الكبرى = س + ١٠

إذاً

محيط الدائرة الصغرى = ٢ نق ط = ٢ س ط

محيط الدائرة الكبرى = ٢ نق ط = ٢ (س + ١٠) ط = ٢ س ط + ٢٠ ط

الفرق بين محيطي الدائرتين = ٢ س ط + ٢٠ ط - ٢ س ط = ٢٠ ط



مثال (٧٠) : في الشكل أدناه مربع أحد رؤوسه على الدائرة ، فإذا علمت أن مساحة المربع ٨ ، فما مساحة الدائرة ؟

الحل :-

مساحة المربع = ل^٢

$$٨ = ل^٢$$

$$ل = \sqrt{٨} = ٢\sqrt{٢}$$

نلاحظ من خلال الشكل قطر المربع = نصف قطر الدائرة

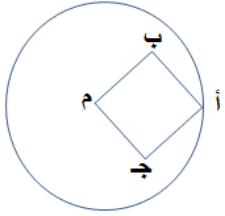
نوجد القطر عن طريق نظرية فيثاغورث

$$(أ م)^٢ = (٢\sqrt{٢})^٢ + (٢\sqrt{٢})^٢$$

$$٨ + ٨ = أ م^٢$$

$$١٦ = أ م^٢$$

$$١٦ = أ م^٢ \Rightarrow أ م = ٤$$



مثال (٧١) : في الشكل المجاور مثلث أ ب ج متطابق الأضلاع رسم داخل دائرة طول نصف قطرها ٤ سم . أوجد | د ه | ؟

الحل :-

نرسم نصف قطر الدائرة من المركز إلى الرأس ب

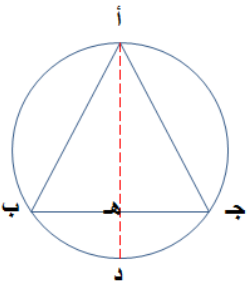
$$| د ه | = | م د | - | ه د |$$

$$إذاً | د ه | = ٤ - | ه د |$$

بما أن المثلث متطابق الأضلاع

إذاً قياس الزاوية ب = ٦٠ درجة

المثلث ثلاثيني ستيني وبالتالي نجد أن | م ه | = ٢ سم





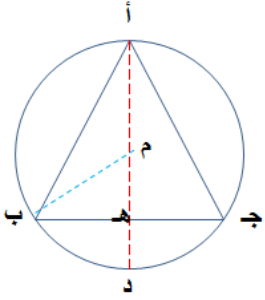
لأن الضلع المقابل للزاوية ٢٠ في القائم الزاوية يساوي نصف طول الوتر

$$\text{بما أن } |م هـ| = |م د| - |هـ د|$$

$$\text{إذاً } ٢ = ٤ - |هـ د|$$

$$|هـ د| = ٢ - ٤$$

$$|هـ د| = ٢ \text{ سم}$$



مثال (٧٢) : رسم مستطيل داخل دائرة أبعاده ٣ سم ، ٤ سم فما هو محيط الدائرة؟

الحل :-

نوجد قطر المستطيل عن طريق نظرية فيثاغورث

$$(\text{القطر})^2 = ٣^2 + ٤^2$$

$$(\text{القطر})^2 = ٩ + ١٦$$

$$(\text{القطر})^2 = ٢٥$$

$$\text{القطر} = ٥$$

$$\text{قطر المستطيل} = \text{قطر الدائرة} = ٥$$

$$\text{ومنها نصف قطر الدائرة} = ٢,٥$$

$$\text{محيط الدائرة} = ٢ \pi$$

$$\text{محيط الدائرة} = ٢ \pi \times ٢,٥$$

$$\text{محيط الدائرة} = ٥ \pi$$

مثال (٧٣) : ما طول المستطيل أ ب ج د أدناه؟

الحل :-

$$\frac{س}{٢ + س} = \frac{٥}{٦}$$

$$٥ (٢ + س) = ٦ س$$

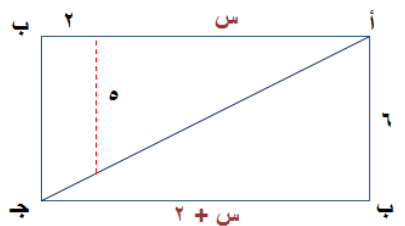
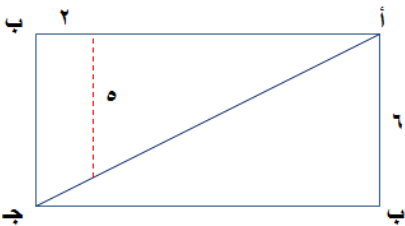
$$٥ س + ١٠ = ٦ س$$

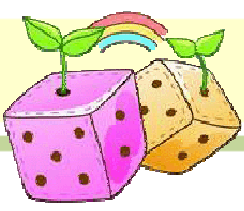
$$١٠ = ٦ س - ٥ س$$

$$س = ١٠$$

إذاً

$$\text{طول المستطيل} = س + ٢ = ١٠ + ٢ = ١٢$$





مثال (٧٤) : في الشكل أعلاه ربع دائرة ، رسم داخلها مستطيل طولته ٨ سم ،

وعرضه ٦ سم . ما طول القوس [أ ب ج] ؟

الحل :-

قاعدة :-

$$\text{طول القوس} = \frac{\pi}{360} \times \text{محيط الدائرة}$$

حسب الشكل الزاوية $\theta = 90$ درجة
إذاً

$$\text{طول القوس} = \frac{90}{360} \times \text{محيط الدائرة}$$

إذاً

$$\text{طول القوس} = \frac{1}{4} \times 2 \text{ نق ط}$$

ومنها

$$\text{طول القوس} = \frac{1}{4} \times \text{نق ط}$$

نق = قطر المستطيل = الوتر في المثلث القائم

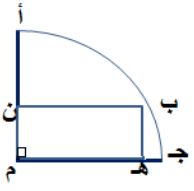
عن طريق نص نظرية فيثاغورث نوجد الوتر

ومنها الوتر = ١٠

بما أن الوتر = نصف قطر الدائرة = ١٠

$$\text{طول القوس} = \frac{1}{4} \times 10 \text{ ط}$$

$$\text{طول القوس} = 5 \text{ ط}$$



مثال (٧٥) : في الشكل المقابل إذا كان | أ ج | = ٢ فإن | أ د | = ؟

الحل :-

في المثلث القائم الزاوية والمتطابق الضلعين يكون قياس زاويتي

الحادتين = ٤٥ درجة

$$\text{طول الوتر} = \text{طول أحد ضلعي الزاوية القائمة} \times \sqrt{2}$$

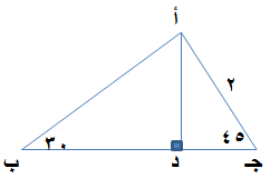
$$2 = \text{طول أحد ضلعي الزاوية القائمة} \times \sqrt{2}$$

$$\text{طول أحد ضلعي الزاوية القائمة} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{\sqrt{2}} = \text{طول أحد ضلعي الزاوية القائمة}$$

إذاً

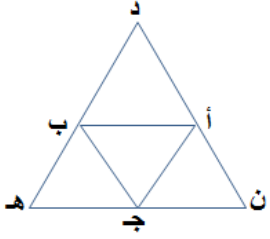
$$\sqrt{2} = | أ د |$$





مثال (٧٦) : في الشكل المقابل إذا كانت رؤوس المثلث أ ب ج تقع على منتصف أضلاع المثلث د ه ن فما نسبة مساحة المثلث الأصغر إلى الأكبر ؟

الحل :-



المثلث الصغير عبارة عن مثلث واحد

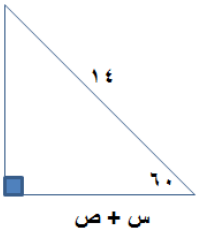
المثلث الكبير عبارة عن ٤ مثلثات صغيرة

إذاً

نسبة مساحة المثلث الصغير إلى المثلث الكبير = ١ : ٤

مثال (٧٧) : في الشكل المقابل قيمة (س + ص) = ؟

الحل :-



في المثلث الثلاثيني الستيني

طول (س + ص) = $\frac{1}{2}$ الوتر

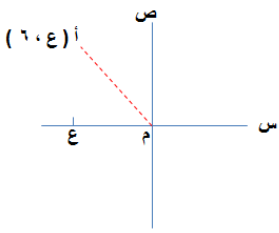
إذاً

$$س + ص = ٧$$

مثال (٧٨) : في المستوى الإحداثي في الشكل المقابل إذا كان

$$|م أ| = ٣ = \sqrt{٥} \text{ فإن قيمة } ع = ؟$$

الحل :-



نلاحظ من الرسم أن ع تمثل طول م ع

ومن نص نظرية فيثاغورث نوجد طول م ع

إذاً

$$٣ = \sqrt{٩} = \sqrt{٣٦ - ٤٥} = \sqrt{٢٦ - ٢(٥\sqrt{٣})} = |م ع|$$

ولأن ع عبارة عن موقع في المستوى الإحداثي فإنها تساوي -٢

$$٣ - = ع$$

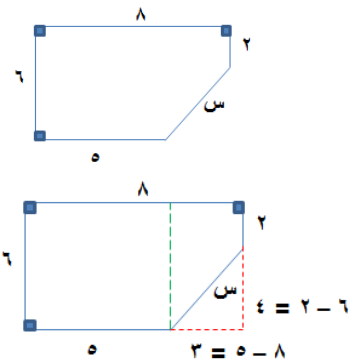
مثال (٧٩) : محيط الشكل المقابل يساوي ؟

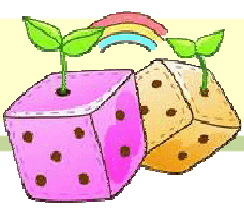
الحل :-

من خلال الشكل الثاني نقدر نوجد طول الضلع س

$$س = \sqrt{٣^2 + ٤^2} = ٥$$

إذاً محيط الشكل = ٢٦ = ٥ + ٥ + ٦ + ٨ + ٢ سم





مثال (٨٠) : في الشكل المقابل دائرة مركزها أ ،

طول القوس | ب ج | = ١٠ ، فإن محيط القطاع الدائري أ ب ج يساوي ؟

الحل :-

$$\text{طول القوس} = \frac{\hat{أ}}{360} \times \text{محيط الدائرة}$$

$$10 = \frac{40}{360} \times \text{محيط الدائرة}$$

$$\text{محيط الدائرة} = 80$$

ومنها

$$\text{محيط الدائرة} = 2 \text{ ط نق}$$

$$80 = 2 \text{ ط نق}$$

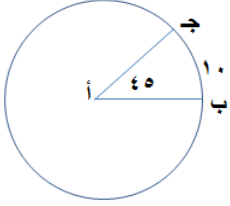
$$\text{نق} = \frac{40}{\text{ط}}$$

إذاً

$$\text{محيط القطاع الدائري أ ب ج} = \text{طول القوس} + \text{نق} + \text{نق}$$

$$\text{محيط القطاع الدائري أ ب ج} = 10 + \frac{40}{\text{ط}} + \frac{40}{\text{ط}}$$

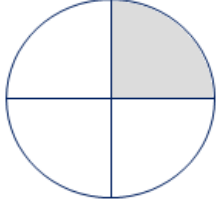
$$\text{محيط القطاع الدائري أ ب ج} = 10 + \frac{80}{\text{ط}}$$





(..هندسة - المنطقة المظللة)..

مثال (١) : منطقة مظللة رسمت داخل ربع دائرة نصف قطرها نق ، ما هي مساحة هذه المنطقة؟

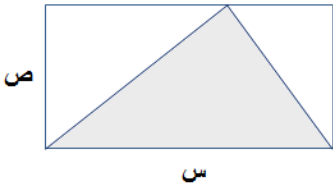


الحل :-

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi \text{ نق}^2$$

$$\text{مساحة ربع دائرة} = \frac{1}{4} \times \pi \text{ نق}^2$$

مثال (٢) : النسبة بين مساحة المثلث ومساحة المستطيل في الشكل التالي



هي:

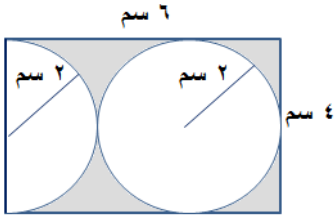
الحل :-

قاعدة : مساحة المثلث الذي قاعدته وارتفاعه هما طول وعرض المستطيل المنشأ معه تساوي نصف مساحة المستطيل .

إذاً

النسبة هي ١ : ٢

مثال (٣) : ما مساحة المنطقة المظللة في الشكل الذي أمامك ؟



الحل :-

$$\text{مساحة المستطيل} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$\text{مساحة المستطيل} = 4 \times 6 = 24 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi \text{ نق}^2$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi \times (2)^2 = 4\pi$$

$$\text{مساحة} \frac{1}{4} \text{ الدائرة} = \frac{1}{4} \times 4\pi = \pi$$

إذاً

$$\text{مساحة الدائرة والنصف دائرة} = 4\pi + 2\pi = 6\pi$$

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = \text{مساحة المستطيل} - \text{مساحة الدائرة والنصف دائرة}$$

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = 24 - 6\pi$$

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = 6(4 - \pi)$$





مثال (٤) : في الشكل الموضح أمامك أحسب المساحة المظللة .

حيث طول ضلع المربع ٤ سم ، ط = $\frac{22}{7}$

الحل :-

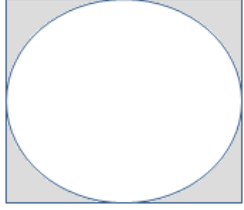
$$\text{مساحة المربع} = \text{ل} = 4 \times 4 = 16 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \text{ط نق}^2 = 2 \times \frac{22}{7} = \frac{44}{7}$$

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = \text{مساحة المربع} - \text{مساحة الدائرة}$$

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = 16 - \frac{44}{7}$$

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = \frac{112 - 44}{7} = \frac{68}{7} \text{ سم}^2$$



مثال (٥) : في الشكل الموضح أمامك مربع طول ضلعه ١٢ سم و

| أ ب | = | ج د | = | و هـ | = | ل م | = ٨ سم ، فما مساحة المنطقة الغير

مظللة ؟

الحل :-

$$\text{نق} = 4$$

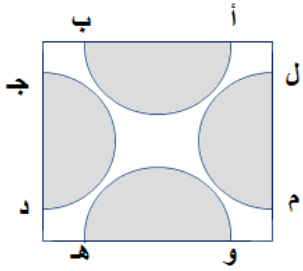
$$\text{مساحة الدائرة} = \text{ط نق}^2 = 4 \times 4 = 16 \text{ ط}$$

$$\text{مساحة الدائرتين} = 16 \times 2 = 32 \text{ ط}$$

$$\text{مساحة المربع} = \text{ل} = 12 \times 12 = 144 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة المنطقة الغير مظللة} = \text{مساحة المربع} - \text{مساحة الدائرتين}$$

$$\text{مساحة المنطقة الغير مظللة} = 144 - 32 = 112 \text{ ط}$$



مثال (٦) : الشكل الموضح أمامك للمربع طول ضلعه ٣ سم | أ و | = | أ هـ | =

١,٥ سم فإن مساحة المنطقة المظللة = ؟

الحل :-

$$\text{مساحة المربع} = \text{ل} = 3 \times 3 = 9 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة المثلث ج د هـ} = 3 \times 1,5 \times \frac{1}{2} = 2,25 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة المثلث و ب ج} = 3 \times 1,5 \times \frac{1}{2} = 2,25 \text{ سم}^2$$

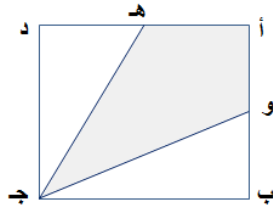
$$\text{مساحة المنطقة المظللة} =$$

$$\text{مساحة المربع} - (\text{مساحة المثلث ج د هـ} + \text{مساحة المثلث و ب ج})$$

$$= (2,25 + 2,25) - 9 =$$

$$4,5 - 9 =$$

$$= -4,5 \text{ سم}^2$$





مثال (٧) : في الشكل الموضح أمامك مربع أ ب ج د طول ضلعه ٤ سم
رسمنا أربعة أنصاف دوائر فما مساحة الشكل المظلل ؟

الحل (١) :-

المساحة الغير مظلمة = ٢ (مساحة المربع - مساحة الدائرة)

المساحة الغير مظلمة = ٢ (١٦ - ٤ ط)

المساحة الغير مظلمة = ٣٢ - ٨ ط

المساحة المظلمة = مساحة المربع - المساحة الغير مظلمة

المساحة المظلمة = ١٦ - (٣٢ - ٨ ط)

المساحة المظلمة = ٨ ط - ١٦

شرح :-

نلاحظ في الرسم أن المساحة غير المظلمة عبارة عن أربع مناطق
توجد في البداية مساحة منطقتين غير مظلمتين متقابلتين وتكون المنطقتان
العلوية والسفلية كالتالي :

مساحة المنطقتين غير المظلمتين (العلوية والسفلية) =

مساحة المربع - مساحة نصفي الدائرتين المتقابلين (الأيمن والأيسر)

= ١٦ - ٢ ط = ١٦ - ٤ ط

الآن توجد لدينا منطقتين غير مظلمتين (اليمنى واليسرى) لم توجد مساحتهما

ولكنهما تساويان نفس مساحة المنطقتان (العلوية والسفلية) = ١٦ - ٤ ط

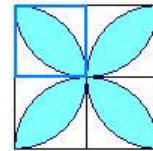
فيكون مجموع مساحة غير المظلمة كاملةً = ٢ (١٦ - ٤ ط) = ٣٢ - ٨ ط

الآن توجد المساحة المظلمة كاملةً حيث تساوي =

مساحة المربع - المساحة غير المظلمة كاملةً

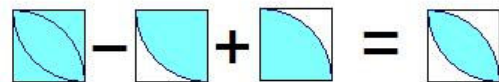
= ١٦ - (٣٢ - ٨ ط) = ١٦ - ٣٢ + ٨ ط = ٨ ط - ١٦

شرح :-



الجزء مكرر بين ربعي الدائرة

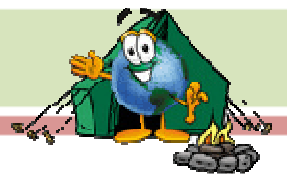
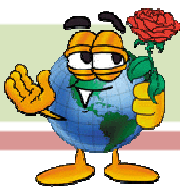
نحسب مساحة ربع الجزء المظلل:



ربع مساحة الجزء المطلوب = 2 * مساحة ربع الدائرة - مساحة ربع المربع

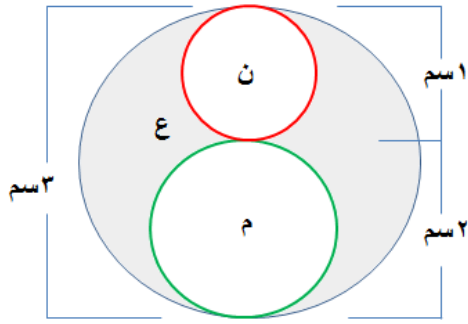
مساحة الجزء المظلل = 2 * مساحة الدائرة - مساحة المربع





مثال (٨) : ما نسبة مساحة الدائرة (م) إلى مساحة الجزء المظلل من الدائرة (ع) ؟

الحل :-



$$\text{مساحة الدائرة م} = \text{ط نق}^2 = \text{ط} \times (1)^2 = \text{ط}$$

$$\text{مساحة الدائرة ن} = \text{ط نق}^2 = \text{ط} \times (0,5)^2 = 0,25 \text{ ط}$$

$$\text{مساحة الدائرة ع} = \text{ط نق}^2 = \text{ط} \times (1,5)^2 = 2,25 \text{ ط}$$

$$\text{مجموع مساحة الدائرتين م و ن} = \text{ط} + 0,25 \text{ ط} = 1,25 \text{ ط}$$

$$\text{مساحة الجزء المظلل} = \text{مساحة الدائرة ع} - \text{مجموع مساحة الدائرتين م و ن}$$

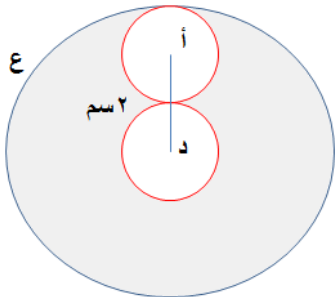
$$\text{مساحة الجزء المظلل} = 2,25 \text{ ط} - 1,25 \text{ ط}$$

$$\text{مساحة الجزء المظلل} = \text{ط}$$

إذاً نسبة مساحة الدائرة (م) تساوي مساحة الجزء المظلل من الدائرة (ع)

مثال (٩) : ما نسبة مساحة الدائرة الصغيرة التي مركزها النقطة (أ) إلى الجزء المظلل ؟ علماً أن النقطة (د) هي مركز الدائرة الكبيرة (ع) ، والدائرتين الصغيرتين متساويتين ؟

الحل :-



$$\text{مساحة الدائرة الصغيرة التي مركزها (أ)} = \text{ط نق}^2 = \text{ط} \times (1)^2 = \text{ط}$$

$$\text{مساحة الدائرة الصغيرة التي مركزها (د)} = \text{ط نق}^2 = \text{ط} \times (1)^2 = \text{ط}$$

$$\text{مساحة الدائرة الكبيرة} = \text{ط نق}^2 = \text{ط} \times (3)^2 = 9 \text{ ط}$$

$$\text{مساحة الجزء المظلل} = \text{مساحة الدائرة الكبيرة} - \text{مساحة الدائرتين الصغيرتين}$$

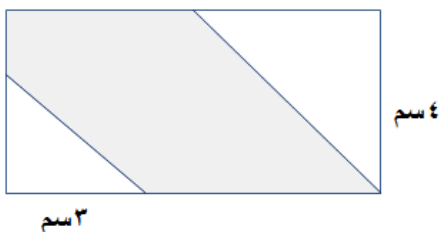
$$\text{مساحة الجزء المظلل} = 9 \text{ ط} - 2 \text{ ط}$$

$$\text{مساحة الجزء المظلل} = 7 \text{ ط}$$

$$\text{إذاً نسبة مساحة الدائرة الصغيرة إلى الجزء المظلل} = \text{ط} : 7 \text{ ط} = 1 : 7$$

مثال (١٠) : إذا كانت مساحة المستطيل أدناه تساوي ٣٢ سم^٢ ، والمثلثان غير المظللين متطابقاً الضلعين ، فما محيط الشكل المظلل ؟

الحل :-



$$\text{مساحة المستطيل} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$32 = \text{الطول} \times 4$$

$$\text{الطول} = 8 \text{ سم}$$

الآن نوجد أطوال الأضلاع الخمسة :-

كما في الشكل الثاني ..





$$\text{الضلع (١)} = ٣ - ٤ = ١ \text{ سم}$$

(لأن العرض = ٤ ، ٣ تمثل ضلع مثلث قائم
متطابق الضلعين)

$$\text{الضلع (٢)} = ٤ - ٨ = ٤ \text{ سم}$$

(لأن الطول = ٨ ، ٤ تمثل ضلع مثلث قائم
متطابق الضلعين)

$$\text{الضلع (٣)} = \sqrt{٤} = ٢ \text{ سم}$$

$$\text{(لأن من نص نظرية فيثاغورث (الوتر) } = \sqrt{(٤)^2 + (٤)^2}$$

$$\text{الضلع (٤)} = ٣ - ٨ = ٥ \text{ سم}$$

(لأن الطول = ٨ ، والجزء المعلوم من الطول = ٣ ، إذا الجزء المتبقي = ٥)

$$\text{الضلع (٥)} = \sqrt{٣} = ٢ \text{ سم}$$

$$\text{(لأن من نص نظرية فيثاغورث (الوتر) } = \sqrt{(٣)^2 + (٣)^2}$$

إذاً

$$\text{محيط الشكل المظلل} = ١ + ٤ + \sqrt{٤} + ٥ + \sqrt{٣} + ١٠ = ٢٧ + \sqrt{٣} \text{ سم}$$

مثال (١١) : الشكل أدناه مربع بداخله دوائر متساوية ، فإذا كانت مساحة

المربع تساوي ٤٠٠ سم^٢ ، فما مساحة الدائرة الواحدة ؟

الحل :-

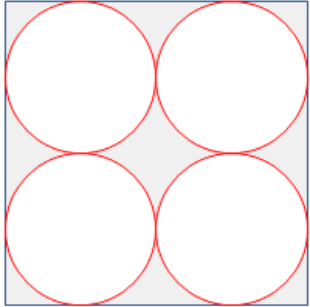
$$\text{مساحة المربع} = \text{ل}^2$$

$$٤٠٠ = \text{ل}^2$$

$$\text{إذا طول ضلع المربع} = ٢٠ \text{ سم}$$

$$\text{ومنها نصف قطر الدائرة} = ٥ \text{ سم}$$

$$\text{مساحة الدائرة الواحدة} = \text{ط نق}^2 = \text{ط (٥)}^2 = ٢٥ \text{ ط}$$

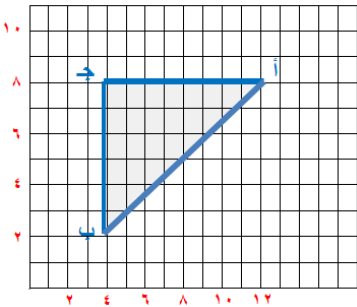


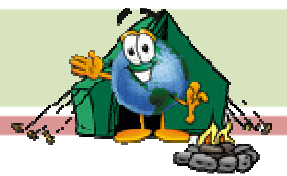
مثال (١٢) : ما مساحة المثلث أ ب ج في الشكل أدناه ؟

الحل :-

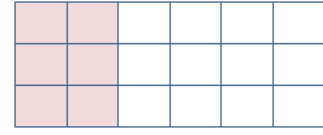
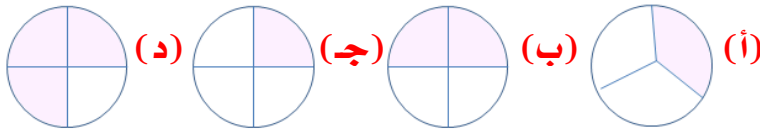
$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{٢} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{٢} \times ٨ \times ٦ = ٢٤ \text{ سم}^2$$





مثال (١٣) : الكسر الذي تمثله المنطقة المظللة في المستطيل المجاور يساوي تقريباً الكسر الذي تمثله المنطقة المظللة في الخيارات ؟



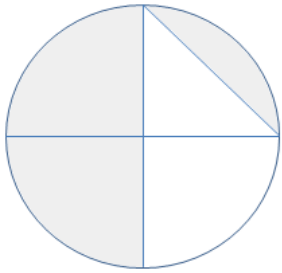
الحل :-

$$(أ) كلاهما = \frac{1}{3}$$

مثال (١٤) : ما مساحة الجزء الملون إذا كان طول نصف قطر الدائرة = ٦ سم ؟

الحل :-

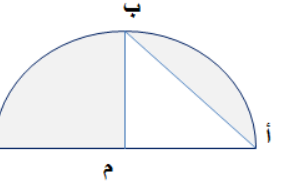
$$\begin{aligned} \text{مساحة الجزء المظلل} &= \text{مساحة} \frac{3}{4} \text{ الدائرة} - \text{مساحة المثلث} \\ \text{مساحة الجزء المظلل} &= \frac{3}{4} \times \pi \times 6^2 - \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \\ \text{مساحة الجزء المظلل} &= 27\pi - 18 \\ \text{مساحة الجزء المظلل} &= (27, 14 \times \pi) - 18 \\ \text{مساحة الجزء المظلل} &= 66, 28 \end{aligned}$$



مثال (١٥) : في الشكل المقابل نصف دائرة مركزها (م) ونصف قطرها ٦ إذا كان أ ج عمودي على ب م فإن مساحة المنطقة المظللة تساوي ؟

الحل :-

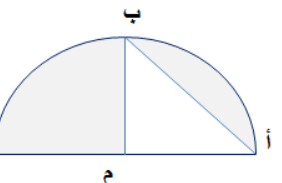
$$\begin{aligned} \text{مساحة المنطقة المظللة} &= \text{مساحة نصف الدائرة} - \text{مساحة المثلث أ م ب} \\ \text{مساحة المنطقة المظللة} &= \frac{1}{2} \times \pi \times 6^2 - \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \\ \text{مساحة المنطقة المظللة} &= 18\pi - 18 \end{aligned}$$



مثال (١٦) : في الشكل المقابل نصف دائرة مركزها (م) ونصف قطرها ٦ إذا كان أ ج عمودي على ب م فإن مساحة المنطقة الغير مظللة تساوي ؟

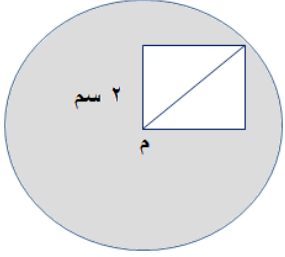
الحل :-

$$\begin{aligned} \text{مساحة المنطقة الغير مظللة} &= \text{مساحة المثلث أ م ب} \\ \text{مساحة المنطقة الغير مظللة} &= \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \\ \text{مساحة المنطقة الغير مظللة} &= 18 \end{aligned}$$





مثال (١٧) : في الشكل المقابل مربع مرسوم داخل دائرة بحيث أحد رؤوس المربع يقع على مركز الدائرة والآخر على محيط الدائرة فإن مساحة المنطقة المظللة تساوي ؟



الحل :-

$$\text{نق} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$

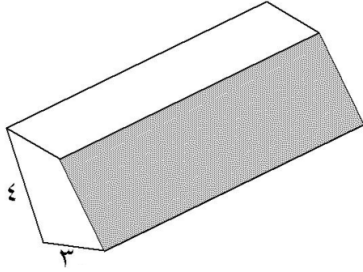
مساحة المنطقة المظللة = مساحة الدائرة - مساحة المربع

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = \text{ط نق}^2 - (\text{الضلع})^2$$

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = \text{ط} (\sqrt{8})^2 - (2)^2$$

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = 8 - 4 = 4$$

مثال (١٨) : في الشكل المقابل إذا كان مساحة الجزء المظلل ٢٤ وحدة مربعة فإن حجم متوازي المستطيلات يساوي ؟



الحل :-

$$\text{عرض متوازي المستطيلات} = \frac{24}{4} = 6$$

$$\text{الحجم} = 6 \times 4 \times 3 = 72$$

مثال (١٩) : أوجد مساحة المنطقة المظللة ؟

الحل :-

$$\text{مساحة نصف الدائرة العلوية المظللة} = \frac{1}{2} \times \text{ط نق}^2$$

$$\text{مساحة نصف الدائرة العلوية المظللة} = \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times (7)^2 = 177 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة المربع} = 14 \times 14 = 196 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة الدائرة السفلية} = \frac{22}{7} \times (7)^2 = 154 \text{ سم}^2$$

مساحة المنطقة المظللة السفلية = مساحة المربع - مساحة الدائرة السفلية

$$\text{مساحة المنطقة المظللة السفلية} = 154 - 196 = 42 \text{ سم}^2$$

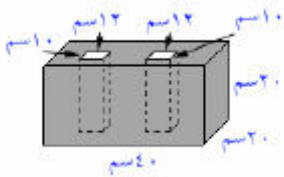
إذاً

$$\text{مجموع المساحات المظللة} = 177 \text{ سم}^2 + 42 \text{ سم}^2 = 119 \text{ سم}^2$$

مثال (٢٠) : ما حجم المنطقة المظللة بالسنتيمتر المكعب في الشكل

المجاور ؟

الحل :-





$$\text{حجم المكعب} = 20 \times 20 \times 40 = 16000 \text{ سم}^3$$

$$\text{حجم المكعب الأول المسحوب} = 12 \times 10 \times 20 = 2400 \text{ سم}^3$$

$$\text{حجم المكعب الثاني المسحوب} = 12 \times 10 \times 20 = 2400 \text{ سم}^3$$

$$\text{حجم المنطقة المظللة} = 16000 - (2400 + 2400) = 11200 \text{ سم}^3$$

مثال (٢١) : ما مساحة الجزء المظلل في الدائرة م ؟

الحل :-

$$\text{مساحة القطاع الدائري} = \frac{\theta}{360} \times \text{مساحة الدائرة}$$

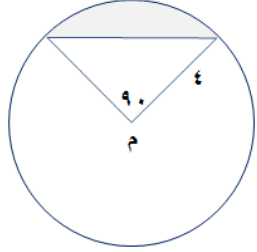
$$\text{مساحة القطاع الدائري} = \frac{90}{360} \times \pi \times 4^2 = \pi \times 4 = 4\pi$$

$$\text{مساحة المثلث القائم} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = \text{مساحة القطاع الدائري} - \text{مساحة المثلث القائم}$$

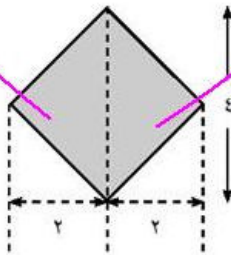
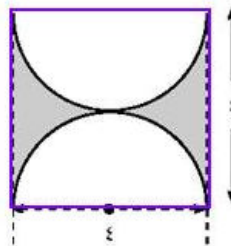
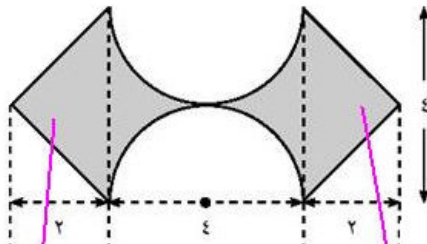
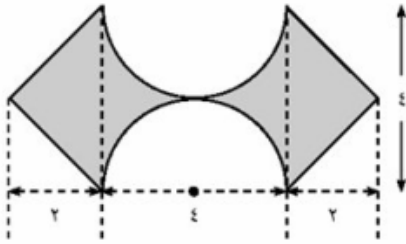
$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = 4\pi - 8$$

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = 4(\pi - 2) \text{ وحدة مربعة}$$



مثال (٢٢) : مساحة المنطقة المظللة في الشكل التالي تساوي ؟

الحل :-



$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = \text{مساحة المربع} - \text{مساحة الدائرة}$$

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = (4 \times 4) - \pi(2)^2$$

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = 16 - 4\pi$$

$$\text{مساحة المربع المظلل} = \frac{1}{4} \times (\text{القطر})^2$$

$$\text{مساحة المربع المظلل} = \frac{1}{4} \times (4)^2$$

$$\text{مساحة المربع المظلل} = 8$$

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = 16 - 4\pi + (3.14 \times 8) = 11.44$$

إذا مساحة المنطقة المظللة الكلية = مساحة المنطقة المظللة (١) + مساحة المربع المظلل





مثال (٢٣) : مساحة الجزء المظلل في المربع التالي تساوي ؟

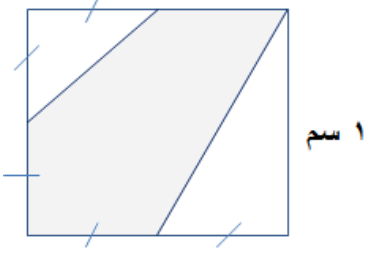
الحل :-

$$\text{مساحة المثلث الأيمن} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{16}$$

$$\text{مساحة المثلث الأيسر} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

مساحة الجزء المظلل = مساحة المربع - مجموع مساحة المثلثين

$$\text{مساحة الجزء المظلل} = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$$



مثال (٢٤) : في الشكل | أب = ٣ سم ، | أد = ٤ سم ، | جد = ٩ سم

أحسب مساحة المنطقة المظلمة ؟

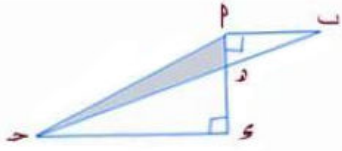
الحل :-

من تشابه المثلثين أ ب هـ ، د ج هـ يمكن إيجاد طول د هـ = ٣ سم

$$\text{مساحة المثلث د ج هـ} = \frac{1}{2} \times 9 \times 3 = 13,5 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة المثلث أ د ج} = \frac{1}{2} \times 9 \times 4 = 18 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة المنطقة المظلمة} = 18 - 13,5 = 4,5 \text{ سم}^2$$



مثال (٢٥) : إذا كان طول نصف قطر كلاً من الدائرتين (م) ، (ن) = ٣ سم ،

أحسب مساحة المنطقة المظلمة ؟ علماً بأن | س = ٢ سم

الحل :-

$$\text{طول المستطيل} = \text{مجموع القطرين} = 2 + 6 + 6 = 14$$

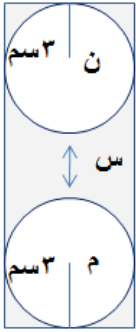
$$\text{عرض المستطيل} = \text{قطر الدائرة} = 6$$

$$\text{مساحة المستطيل} = 6 \times 14 = 84$$

$$\text{مساحة الدائرتين} = 2 \times (\text{ط نق}^2) = 2 \times (3^2) = 18$$

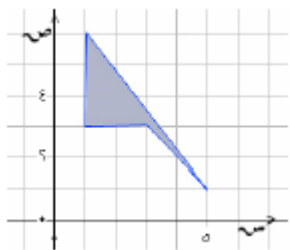
مساحة المنطقة المظلمة = مساحة المستطيل - مساحة الدائرتين

$$\text{مساحة المنطقة المظلمة} = 84 - 18 = 66$$



مثال (٢٦) : ما مساحة المنطقة المظلمة ؟

الحل :-





$$\text{مساحة المثلث الكبير} = \frac{1}{2} \times \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع} = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$$
$$\text{مساحة المربع} = 2 \times 2 = 4$$

$$\text{مساحة المثلث الصغير} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

مساحة المنطقة المظللة = مساحة المثلث - (مساحة المربع + مساحة المثلث الصغير)

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = 10 - (2 + 4) = 10 - 6 = 4$$

مثال (٢٧) : في الشكل المجاور مربع أ ب ج د رسم داخله مثلث ج د ه متطابق

الأضلاع . فإذا كان | أ ب | = ٢ ، فأوجد مساحة المنطقة المظللة ؟

الحل :-

طول ضلع المثلث = ٢

$$\text{مساحة مثلث متطابق الأضلاع} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \text{ج}^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (2)^2 = \sqrt{3}$$

مساحة المنطقة المظللة = مساحة المربع - مساحة مثلث متطابق الأضلاع

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = 4 - \sqrt{3}$$

مثال (٢٨) : رسمت دائرة داخل مربع طول ضلعه ٨ كما في الشكل المجاور . فما

مساحة المنطقة المظللة ؟

الحل :-

$$\text{مساحة المربع} = 8 \times 8 = 64$$

$$\text{مساحة الدائرة} = \text{نق}^2 \times \pi = (4)^2 \times \pi = 16\pi$$

مساحة المنطقة المظللة = مساحة المربع - مساحة الدائرة

$$\text{مساحة المنطقة المظللة} = 64 - 16\pi = 16(4 - \pi)$$

مثال (٢٩) : في الشكل المقابل دائرة نصف قطرها ٥ سم ، رسم داخلها مستطيل

أ ه هـ أ فيه | أ هـ | = ٨ سم إذا كانت د منتصف [أ هـ] و ج منتصف [أ د] و ب

منتصف [أ ج] فأوجد مساحة الشكل المظلل ؟

الحل :-

$$\text{قطر الدائرة} = \text{قطر المستطيل} \text{ أ هـ} = 10 \text{ سم}$$

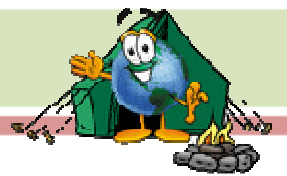
$$| \text{أ هـ} | = 8 \text{ ومنها } | \text{أ د} | = 4 \text{ ومنها } | \text{أ ج} | = 2 \text{ ومنها } | \text{أ ب} | = 1 \text{ ومنها } | \text{ج ب} | = 1$$

$$\text{إذا العرض} = | \text{ج ب} | = 1 \text{ سم}$$

من نص نظرية فيثاغورث نوجد | هـ هـ ' | = ؟

$$\text{نجد أن } | \text{أ هـ} | = 8 ، | \text{أ هـ} ' | = 10 \text{ ومن نص نظرية فيثاغورث } | \text{هـ هـ ' } | = 6 \text{ سم}$$





إذاً

مساحة الشكل المظلل = العرض × الطول

$$\text{مساحة الشكل المظلل} = | \text{ب ج} | \times | \text{هـ هـ}' | = 6 \times 1 = 6 \text{ سم}^2$$

مثال (٣٠) : في الشكل المجاور مستطيل أ ب ج د ، رسمنا ربعي دائرتين

مركزيهما ج ، د ، فما مساحة الجزء المظلل ؟

الحل :-

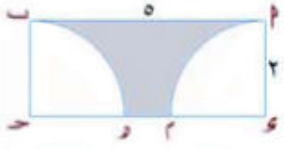
$$\text{مساحة المستطيل} = 5 \times 2 = 10 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة ربعي الدائرتين} = \text{مساحة نصف دائرة} = \frac{1}{4} \times \pi \times (2)^2 = 2\pi \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة الشكل المظلل} = \text{مساحة المستطيل} - \text{مساحة نصف الدائرة}$$

$$\text{مساحة الشكل المظلل} = 2 - 10 = 2$$

$$\text{مساحة الشكل المظلل} = 2 (5 - \pi) \text{ سم}^2$$



مثال (٣١) : في الشكل المقابل مربع أ ب ج د ، تم تقسيم ضلعه إلى ثلاث

أجزاء متساوية . فما نسبة مساحة الجزء المظلل إلى مساحة الجزء غير المظلل ؟

الحل :-

$$\text{نفرض س} = 1$$

$$\text{مساحة المربع} = (3)^2 = 9$$

الجزء المظلل الصغير عبارة عن مربع طول ضلعه س

$$\text{إذاً مساحته} = 1 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة الجزء غير المظلل} = \text{مساحة المربع} - \text{مساحة الجزء المظلل}$$

$$1 - 9 = \text{مساحة الجزء غير المظلل}$$

$$8 = \text{مساحة الجزء غير المظلل}$$

النسبة :-

$$\frac{1}{8} = \frac{\text{الجزء المظلل}}{\text{الجزء غير المظلل}}$$

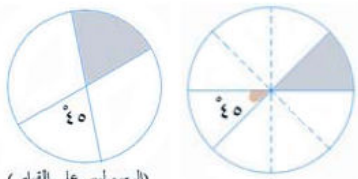
مثال (٣٢) : في الشكل المجاور مساحة الدائرة تساوي ١٢ وحدة مربعة . ما هي

مساحة المنطقة المظلمة ؟

الحل (١) :-

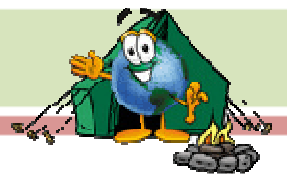
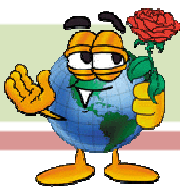
قسمت الدائرة إلى ٨ أقسام متساوية وبالتالي :-

$$\text{مساحة الجزء المظلل} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \text{ وحدة مربعة}$$



(الرسم ليس على القياس)





الحل (٢) :-

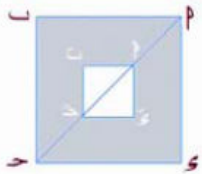
$$\text{نسبة الجزء المظلل} = \frac{٤٥}{٣٦٠} = \frac{١}{٨} \text{ من الدائرة}$$

$$\text{المساحة} = \frac{١}{٨} \times ١٢ = \frac{٣}{٢} \text{ وحدة مربعة}$$

مثال (٣٣) : في الشكل المقابل مربع أ ب ج د طول قطره | أ ج | رسم داخله

مربع أ ب ج د والذي طول قطره | أ ج | = $\frac{١}{٢}$ | أ ج |

فما نسبة مساحة المنطقة المظلمة إلى مساحة المربع أ ب ج د ؟



الحل :-

نفرض ان قطر المربع الصغير = ١

$$\text{من نص نظرية فيثاغورث طول الضلع} = \frac{١}{\sqrt{2}}$$

$$\text{مساحة المربع الصغير} = \frac{١}{٢}$$

ومنها

$$\text{قطر المربع الكبير} = ٢$$

$$\text{من نص نظرية فيثاغورث طول الضلع} = \sqrt{2}$$

$$\text{مساحة المربع الكبير} = ٢$$

إذاً

$$\text{مساحة المنطقة المظلمة} = \text{مساحة المربع الكبير} - \text{مساحة المربع الصغير}$$

$$\text{مساحة المنطقة المظلمة} = ٢ - \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٢}$$

النسبة :-

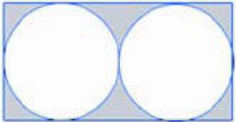
$$\text{مساحة المنطقة المظلمة : مساحة المربع الكبير} = \frac{٣}{٢} : ٢$$

$$\text{مساحة المنطقة المظلمة : مساحة المربع الكبير} = ٣ : ٤$$

مثال (٣٤) : في الشكل المقابل ، بطاقة مستطيلة طولها ١٦ سم ، وعرضها ٨ سم

، قصت دائرتان متساويتان حيث قطر كل منها أكبر ما يمكن . ما مساحة

المنطقة المظلمة تقريباً ؟



الحل :-

$$\text{نصف قطر الدائرة} = ٤$$

$$\text{مساحة الدائرتين} = ٢ \text{ ط نق} = ٢ \text{ ط } (٤) = ٣٢$$

$$\text{مساحة المستطيل} = ١٦ \times ٨ = ١٢٨ \text{ سم}^٢$$

$$\text{مساحة المنطقة المظلمة} = \text{مساحة المستطيل} - \text{مساحة الدائرتين}$$

$$\text{مساحة المنطقة المظلمة} = ١٢٨ - ٣٢ = ٩٦$$





مثال (٢٥) : في الشكل المجاور مستطيل محيطه ٢٦ سم ، رسمت نصف دائرة طول قطرها | ج د | سم . ومساحتها ٨ ط سم^٢ ، ما محيط المنطقة غير المظللة؟



الحل :-

$$\text{مساحة نصف الدائرة} = \frac{1}{2} \times \text{نق}^2 \times \pi = ٨ \text{ ط}$$

$$\text{ومنها نق} = ٤ \text{ سم}$$

$$\text{طول المستطيل} = \text{نق} + \text{نق} = ٤ + ٤ = ٨ \text{ سم}$$

$$\text{عرض المستطيل} = \text{مجهول}$$

$$\text{محيط المستطيل} = ٢ \times (\text{الطول} + \text{العرض})$$

$$٢٦ = ٢ \times (\text{الطول} + \text{العرض})$$

$$١٣ = \text{الطول} + \text{العرض}$$

$$١٣ = ٨ + \text{العرض}$$

$$\text{العرض} = ٥$$

$$\text{طول القوس} = \frac{180}{360} \times \text{محيط الدائرة} = \frac{180}{360} \times ٢ \times \pi \times ٤ = ٤ \pi$$

$$\text{محيط المنطقة الغير مظللة} = \text{ج ب} + \text{ب أ} + \text{أ د} + \text{طول القوس}$$

$$\text{محيط المنطقة الغير مظللة} = ٥ + ٨ + ٥ + ٤ \pi$$

$$\text{محيط المنطقة الغير مظللة} = ١٨ + ٤ \pi$$





(..(هندسة - الجزء الثالث)..)

مثال (١) : الرسم التالي يوضح نتائج اختبارات ٣٠ تلميذ في الصف الثاني الثانوي

فإن عدد الناجحين = ؟

الحل :-



عدد الناجحين يتضح من الرسم إنه يساوي نصف عدد الطلاب

$$\text{عدد الناجحين} = \frac{30}{2} = 15 \text{ طالب}$$

مثال (٢) : الرسم التالي يوضح نتائج اختبارات ٣٠ تلميذ في الصف الثاني الثانوي

فإن عدد الغائبين = ؟

الحل :-



$$\text{عدد الغائبين} = 30\% \times \text{عدد الطلاب}$$

$$\text{عدد الغائبين} = 30\% \times 30$$

$$\text{عدد الغائبين} = 30\% \times \frac{30}{100} = 9 \text{ طلاب}$$

مثال (٣) : الرسم التالي يوضح نتائج اختبارات ٣٠ تلميذ في الصف الثاني الثانوي

النسبة المئوية لعدد الراسبين = ؟

الحل :-



$$\text{النسبة المئوية لعدد الناجحين} = 50\%$$

$$\text{النسبة المئوية لعدد المتغييبين} = 30\%$$

$$\text{إذا النسبة المئوية لعدد الراسبين} = 100\% - (30\% + 50\%) = 20\%$$

مثال (٤) : مدرسة ثانوية عدد طلابها ٨٠٠ طالب الشكل الموضح أمامك يوضح

توزيع الطلاب فإن عدد طلاب الصف الثالث ثانوي = ؟

الحل :-



النسبة المئوية التي تمثل عدد طلاب الصف الثالث ثانوي

$$= 100\% - (40\% + 25\%)$$

$$= 100\% - 65\%$$

$$= 35\%$$

$$\text{عدد طلاب الصف الثالث ثانوي} = 800 \times 35\%$$

$$\text{عدد طلاب الصف الثالث ثانوي} = 800 \times \frac{35}{100}$$

$$\text{عدد طلاب الصف الثالث ثانوي} = 280 \text{ طالب}$$





مثال (٥) : في الشكل الموضح أمامك النسبة المئوية التي تمثل الصف الرابع هي ؟

الحل :-

$$\% ٢٥ = \% ١٠٠ \times \frac{٩٠}{٣٦٠}$$



همسة : مجموع زوايا الدائرة = ٣٦٠ درجة

مثال (٦) : يوضح الرسم البياني المصروفات الشهرية لأحمد وأسرته وما يوفره ، فإذا علمنا أن راتبه الشهري ٥٠٠٠ ريال ، فكم ريالاً يصرف على الطعام ؟

الحل :-

مجموع النسب المئوية في الدائرة = ١٠٠ %

مجموع النسب المئوية في الدائرة =

$$\% ١٠٠ = \% ٢٥ + \% ٣ + \% ٢٢ + \% ٢ + \% ١٤ + \% ٢٢$$

$$\% ٦٤ - \% ١٠٠ = \% ٣٦$$

$$\% ٣٦ = \% ٣٦$$

$$\% ١٢ = \% ١٢$$

إذاً

$$٥٠٠٠ \times \% ١٢ = \text{ما يصرفه أحمد على الطعام}$$

$$\text{ما يصرفه أحمد على الطعام} = ٥٠٠٠ \times \frac{١٢}{١٠٠} = ٦٠٠ \text{ ريال}$$



مثال (٧) : التوزيع السكاني الموضح في الشكل أدناه يمثل سكان مدينة ما يبلغ عددهم ٥٠٠٠٠ نسمة تقريباً ، فما العدد الذي يمثل المتقاعدون فيها ؟

الحل :-

النسبة المئوية التي تمثل المتقاعدون

$$(\% ١٩ + \% ٢١ + \% ١٣ + \% ٣٢) - \% ١٠٠ =$$

$$\% ١٥ =$$

$$٥٠٠٠٠ \times \% ١٥ = \text{عدد المتقاعدين}$$

$$٥٠٠٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠} = \text{عدد المتقاعدين}$$

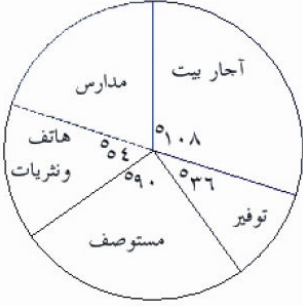
$$\text{عدد المتقاعدين} = ٧٥٠٠ \text{ نسمة}$$





مثال (٨) : الشكل المقابل يمثل مصروفات أسرة في إحدى الأشهر . ما نسبة ما تصرفه الأسرة من دخلها على المدارس ؟

الحل :-



مجموع زوايا الدائرة = 360 درجة

قياس الزاوية لقطاع المدارس = $360 - (108 + 90 + 54 + 36) = 72$

نسبة ما تصرفه الأسرة من دخلها على المدارس = $\frac{72}{360} \times 100 = 20\%$

مثال (٩) : الرسم البياني المجاور يمثل نتائج طلاب مدرسة عددهم ٣٠٠ طالب كم عدد الطلاب الراسبين ؟

الحل :-



الرسم ليس على القياس

عدد الطلاب في المدرسة ٣٠٠ طالب

إذا عدد الطلاب الناجحين يمثل النصف

ومنها عدد الطلاب الناجحين = ١٥٠ طالب

إذا

عدد الطلاب الراسبين والغائبين يمثل النصف الثاني

عدد الطلاب الراسبين + عدد الطلاب الغائبين = ١٥٠ طالب

ومن خلال الشكل نسبة الطلاب الغائبين = 60%

إذا نسبة الطلاب الراسبين = 40%

اعتبار أن نصف الدائرة = 100%

لأنه وضع جزء فقط = 60%

إذا

عدد الطلاب الراسبين = $150 \times 40\%$

عدد الطلاب الراسبين = $150 \times \frac{40}{100} = 60$ طالب

مثال (١٠) : الرسم البياني المجاور يمثل نتائج طلاب مدرسة عددهم ٣٠٠ طالب كم عدد الطلاب الغائبين ؟

الحل :-



الرسم ليس على القياس

عدد الطلاب في المدرسة ٣٠٠ طالب

إذا عدد الطلاب الناجحين يمثل النصف = ١٥٠ طالب

إذا عدد الطلاب الراسبين والغائبين يمثل النصف الثاني = ١٥٠ طالب

ومن خلال الشكل نسبة الطلاب الغائبين = 60%

عدد الطلاب الغائبين = $150 \times 60\% = 150 \times \frac{60}{100} = 90$ طالب





مثال (١١) : الرسم البياني المجاور يمثل نتائج طلاب مدرسة عددهم ٢٠٠ طالب

كم الدرجة التي يمثلها الطلاب الراسبين في الشكل البياني ؟

الحل :-



الرسم ليس على القياس

عدد الطلاب في المدرسة ٢٠٠ طالب

عدد الطلاب الناجحين = ١٥٠ طالب

عدد الطلاب الراسبين + عدد الطلاب الغائبين = ١٥٠ طالب

نسبة الطلاب الراسبين = ٤٠ %

عدد الطلاب الراسبين = $١٥٠ \times ٤٠\% = ٦٠$ طالب

ومنها

الدرجة التي يمثلها الطلاب الراسبين = $\frac{٦٠}{١٥٠} \times ١٨٠ = ٧٢^\circ$

همسة : ١٨٠ ° قياس الزاوية لـ (غائبون + راسبون)

مثال (١٢) : جدول التكلفة والإيراد وعدد القطع التالفة في فروع إحدى

الشركات :-

| الشهر | محرم | | | صفر | | | ربيع الأول | | | ربيع الثاني | | |
|--------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|------------|---------|---------|-------------|---------|---------|
| | التالف | الإيراد | التكلفة | التالف | الإيراد | التكلفة | التالف | الإيراد | التكلفة | التالف | الإيراد | التكلفة |
| الرياض | ٢٠ | ٩٠ | ٢٠ | ١ | ٩٠ | ٤٠ | ٢ | ٨٠ | ٥٠ | ٢ | ٣٠ | ٢٠ |
| جدة | ٤٠ | ٨٠ | ٤٠ | ٥ | ٨٠ | ٤٠ | ١ | ٦٠ | ٤٠ | ٢ | ٧٠ | ٦٠ |
| الطائف | ٦٠ | ٧٠ | ٦٠ | ٦ | ٧٠ | ٢٠ | ١ | ٣٠ | ٢٠ | ١ | ٤٠ | ٣٠ |
| الخير | ٣٠ | ٥٠ | ٣٠ | ٤ | ٥٠ | ٣٠ | ١ | ٦٠ | ٢٠ | ٣ | ٦٠ | ٥٠ |
| تبوك | ٢٠ | ٣٠ | ٢٠ | ٣ | ٣٠ | ٢٠ | ٢ | ٧٠ | ٤٠ | ٤ | ٩٠ | ٨٠ |
| أبها | ٨٠ | ٩٠ | ٨٠ | ٢ | ٩٠ | ٨٠ | ٣ | ٩٠ | ٨٠ | ٢ | ٦٠ | ٣٠ |
| جازان | ٤٠ | ٥٠ | ٤٠ | ٤ | ٥٠ | ٤٠ | ٤ | ٦٠ | ٤٠ | ١ | ٤٠ | ٣٠ |

أ) كم عدد التالف لشهر محرم ؟

الحل :-

نجمع التالف لـ شهر محرم = $١ + ٥ + ٦ + ٤ + ٣ + ٢ + ٤ = ٢٥$

ب) في أي فرع سجل أقل تكلفة ؟

الحل :-

جازان لأن :-

مقدار التكلفة في الرياض = $٢٠ + ٥٠ + ٥٠ + ٢٠ = ١٤٠$

مقدار التكلفة في جدة = $٤٠ + ٤٠ + ٦٠ + ٦٠ = ٢٠٠$

مقدار التكلفة في الطائف = $٦٠ + ٢٠ + ٣٠ + ٤٠ = ١٥٠$





$$\text{مقدار التكلفة في الخبر} = 30 + 30 + 20 + 50 = 130$$

$$\text{مقدار التكلفة في تبوك} = 20 + 40 + 80 + 20 = 160$$

$$\text{مقدار التكلفة في أبها} = 80 + 80 + 20 + 30 = 210$$

$$\text{مقدار التكلفة في جازان} = 40 + 40 + 30 + 10 = 120$$

ج) أقل تكلفة لفرع جازان حصلت في شهر؟

الحل :-

ربيع الثاني لأن التكلفة كانت ١٠ في شهر ربيع الثاني وهي الأقل

د) في أي فرع حصل أكبر عدد تالف؟

الحل :-

جازان لأن :-

$$\text{مقدار التالف في الرياض} = 1 + 2 + 2 + 2 = 7$$

$$\text{مقدار التالف في جدة} = 5 + 1 + 2 + 0 = 8$$

$$\text{مقدار التالف في الطائف} = 6 + 1 + 1 + 1 = 9$$

$$\text{مقدار التالف في الخبر} = 4 + 1 + 3 + 2 = 10$$

$$\text{مقدار التالف في تبوك} = 3 + 2 + 4 + 2 = 11$$

$$\text{مقدار التالف في أبها} = 2 + 3 + 2 + 1 = 8$$

$$\text{مقدار التالف في جازان} = 4 + 4 + 1 + 3 = 12$$

هـ) في أي فرع حصل أقل ربحية في شهر صفر؟

الحل :-

الطائف و أبها لأن :-

$$\text{مقدار الربح في الرياض} = 50 - 80 = 30$$

$$\text{مقدار الربح في جدة} = 60 - 40 = 20$$

$$\text{مقدار الربح في الطائف} = 30 - 20 = 10$$

$$\text{مقدار الربح في الخبر} = 60 - 30 = 30$$

$$\text{مقدار الربح في تبوك} = 70 - 40 = 30$$

$$\text{مقدار الربح في أبها} = 90 - 80 = 10$$

$$\text{مقدار الربح في جازان} = 60 - 40 = 20$$





مثال (١٣) : الرسم البياني يوضح مصروفات موظف خلال الخمسة أشهر الأولى من

السنة :-

أ) الفرق بين الشهر الخامس والأول ؟

الحل :-

في الشهر الخامس = ٤٠٠٠

في الشهر الأول = ٢٠٠٠

الفرق بين الشهر الخامس والشهر الأول = ٤٠٠٠ - ٢٠٠٠ = ٢٠٠٠

ب) نسبة الزيادة من الشهر الأول إلى الرابع تساوي ؟

الحل :-

في الشهر الأول = ٢٠٠٠

في الشهر الرابع = ٣٠٠٠

الزيادة = ٣٠٠٠ - ٢٠٠٠ = ١٠٠٠

ل إيجاد النسبة ؟

$\frac{\text{الجزء}}{\text{الكل}} = \text{النسبة المئوية}$

$$\frac{\text{س}}{\% ١٠٠} = \frac{١٠٠٠}{٢٠٠٠}$$

$$\% ٥٠ = \frac{\% ١٠٠ \times ١٠٠٠}{٢٠٠٠} = \text{س}$$

ج) معدل مصروفات الموظف خلال الخمسة أشهر تساوي ؟

الحل :-

معدل المصروفات تعني متوسط المصروفات

$\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \text{المتوسط}$

$$\text{المتوسط} = \frac{٢٠٠٠ + ١٠٠٠ + ٤٥٠٠ + ٣٠٠٠ + ٤٠٠٠}{٥} = \frac{١٤٥٠٠}{٥} = ٢٩٠٠$$





مثال (١٤) : متوسط درجات الحرارة الصغرى والعظمى (بالدرجات المئوية)
ومعدلات الرطوبة النسبية (%) لبعض مناطق المملكة لعام ١٩٩٦ م

| لفصل المدينة | الشتاء | | | الربيع | | | الصيف | | | الخريف | | |
|-----------------|--------|----|----|--------|----|----|-------|----|----|--------|----|----|
| | ص | ع | ط | ص | ع | ط | ص | ع | ط | ص | ع | ط |
| الرياض | 9 | 19 | 67 | 18 | 32 | 20 | 28 | 45 | 9 | 17 | 36 | 14 |
| جدة | 18 | 29 | 59 | 22 | 35 | 70 | 27 | 39 | 60 | 24 | 39 | 60 |
| الدمام | 12 | 21 | 78 | 19 | 32 | 60 | 29 | 46 | 62 | 17 | 35 | 46 |
| حائل | 6 | 18 | 63 | 14 | 29 | 27 | 24 | 40 | 25 | 21 | 31 | 14 |
| جيزان | 22 | 31 | 75 | 26 | 35 | 66 | 29 | 38 | 68 | 28 | 37 | 61 |
| القصيم | 9 | 20 | 60 | 17 | 33 | 18 | 28 | 44 | 19 | 17 | 35 | 10 |
| أبها | 9 | 19 | 81 | 15 | 26 | 42 | 15 | 31 | 64 | 11 | 26 | 50 |

درجة الحرارة الصغرى المئوية = ص
درجة الحرارة العظمى المئوية = ع
الرطوبة النسبية (المئوية) = ط

أ) أقل رطوبة نسبية لمدينة جيزان كانت في فصل ؟

الحل :-

الخريف

ب) في مدينة أبها ، كان أكبر فارق بين درجات الحرارة العظمى والصغرى في

فصل ؟

الحل :-

في فصل الصيف لأن :-

$$\text{مقدار الفرق في فصل الشتاء} = 19 - 9 = 10$$

$$\text{مقدار الفرق في فصل الربيع} = 26 - 10 = 16$$

$$\text{مقدار الفرق في فصل الصيف} = 31 - 10 = 21$$

$$\text{مقدار الفرق في فصل الخريف} = 26 - 11 = 15$$

ج) في أي مدينة سُجلت أقل رطوبة نسبية خلال العام ؟

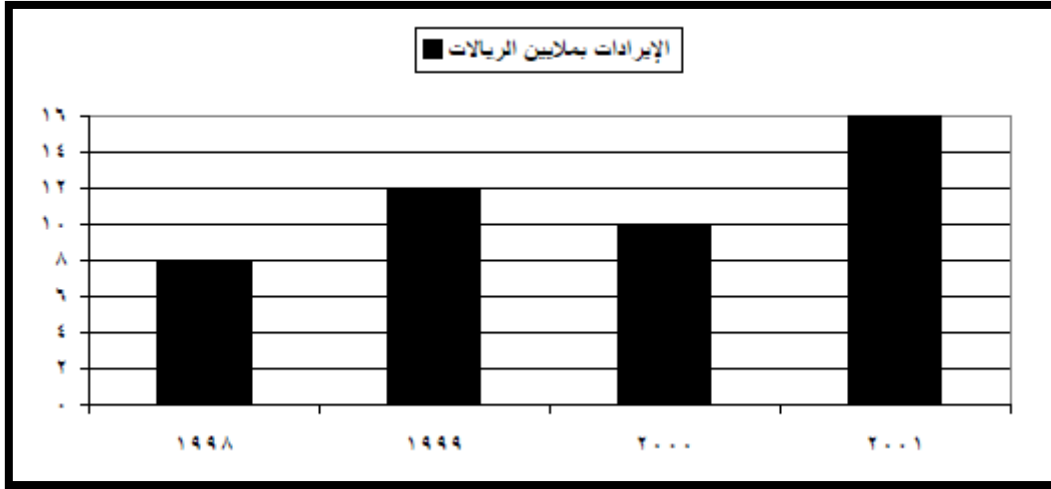
الحل :-

في الرياض في فصل الصيف





مثال (١٥) : الرسم البياني التالي يوضح حجم الإيرادات بملايين الريالات من عام ١٩٩٨ م إلى عام ٢٠٠١ م



من خلال الرسم البياني :-

أ) مجموع الإيرادات من عام ١٩٩٩ إلى عام ٢٠٠١ يساوي ؟

الحل :-

عام ١٩٩٩ م = ١٢

عام ٢٠٠٠ م = ١٠

عام ٢٠٠١ م = ١٦

المجموع = ٢٨

ب) ما معدل الإيرادات للأعوام الأربعة (١٩٩٨ ، ١٩٩٩ ، ٢٠٠٠ ، ٢٠٠١) ؟

الحل :-

المقصود بكلمة معدل يعني المتوسط

إذاً

$$\text{متوسط الإيرادات} = \frac{\text{مجموع الإيرادات}}{\text{عددتها}} = \frac{١٦ + ١٠ + ١٢ + ٨}{٤} = \frac{٤٦}{٤} = ١١,٥$$

ج) ما نسبة إيرادات عام ١٩٩٨ إلى عام ٢٠٠١ ؟

الحل :-

إيرادات عام ١٩٩٨ م = ٨

إيرادات عام ٢٠٠١ م = ١٦

نسبة

إيرادات عام ١٩٩٨ : إيرادات عام ٢٠٠١





٨ : ١٦

١ : ٢

د (ما النسبة المئوية لزيادة إيرادات عام ٢٠٠٠ عن إيرادات عام ١٩٩٨ ؟

الحل :-

| قبل الزيادة | الزيادة | بعد الزيادة |
|-------------|---------|-------------|
| ٨ | س | ص |
| ١٠٠% | ٢ | ١٠ |

ومنها

$$٨ \times س = ٢ \times ١٠٠\%$$

$$س = \frac{٢ \times ١٠٠\%}{٨} = ٢٥\% \text{ إذا نسبة الزيادة } = ٢٥\%$$

هـ (فارق الإيرادات بين عامي ١٩٩٨ و ٢٠٠١ يساوي ؟

الحل :-

إيرادات عام ١٩٩٨ م = ٨

إيرادات عام ٢٠٠١ م = ١٦

فارق الإيرادات = ١٦ - ٨ = ٨

و (أقل كمية للإيرادات كانت عام ؟

الحل :-

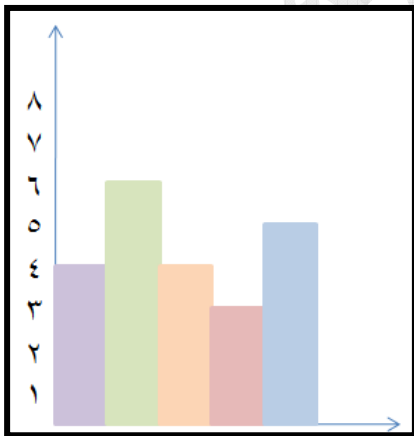
١٩٩٨ م

ل (أكثر سنتين تقارباً في كمية الإيرادات هما ؟

أ (١٩٩٨ ، ١٩٩٩ ب (١٩٩٨ ، ٢٠٠٠ ج (١٩٩٨ ، ٢٠٠١ د (١٩٩٩ ، ٢٠٠١

الحل :-

١٩٩٨ ، ٢٠٠٠



مثال (١٦) : أحمد راتبه الشهري ٨٠٠٠ ريال الرسم البياني

يوضح مصروفه الشهري إذا أراد شراء سيارة بشرط أن يدفع

كل ما يوفره خلال الخمس أشهر الموضحة والباقي أقساط

شهرية لمدة عشرة أشهر لكل شهر ٣٠٠٠ ريال يكون قيمة

السيارة؟

أ (٥٠ ألف ريال ب (٤٨ ألف ريال

ج (٤٦ ألف ريال د (المعطيات غير كافية



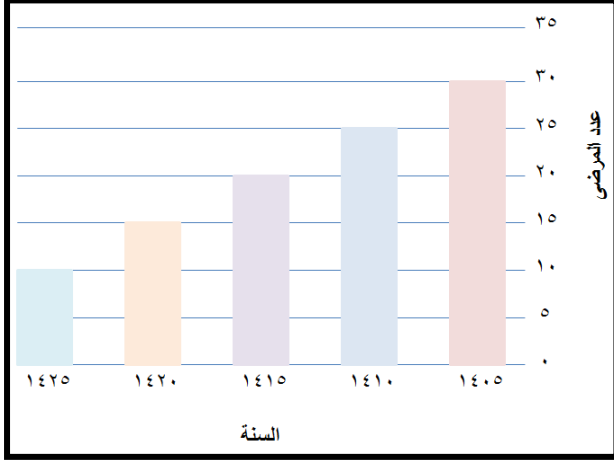


الحل :-

ما يوفره خلال الخمس أشهر = $4 + 2 + 4 + 5 + 3 = 18$ ألف ريال

مجموع الأقساط = $30000 = 10 \times 3000$ ريال

قيمة السيارة = $48000 = 30000 + 18000$ ريال



مثال (١٧) : بيان بعدد المرضى لشلل الأطفال

من عام ١٤٠٥ هـ إلى ١٤٢٥ هـ ..

من الرسم البياني السابق حدد أي عام

ينتهي مرض شلل الأطفال ؟

(أ) ١٤٣٠ هـ (ب) ١٤٤٠ هـ

(ج) ١٤٣٥ هـ (د) ١٤٤٥ هـ

الحل :-

ينتهي مرض شلل الأطفال عام ١٤٣٥ هـ

نلاحظ أن كل ٥ سنوات ينقص ٥ من عدد المرضى .

إذاً سيكون عدد المرضى ٥ في عام ١٤٣٠ هـ وفي عام ١٤٣٥ هـ سيكون عدد

المرضى صفر .

مثال (١٨) : الرسم البياني يمثل مقدار النفقات لإحدى الشركات :-

(أ) من الرسم البياني يمثل أكثر السنوات في الإنفاق هي :

(أ) ١٤٢٠ هـ (ب) ١٤٢١ هـ (ج) ١٤٢٢ هـ (د) ١٤٢٣ هـ

الحل :-

١٤٢٢ هـ

(ب) من الرسم البياني يمثل أقل السنوات في الإنفاق هي :

(أ) ١٤٢٥ هـ (ب) ١٤٢٤ هـ (ج) ١٤٢٣ هـ (د) ١٤٢٢ هـ

الحل :-

١٤٢٥ هـ

(ج) بدأت النفقات في التناقص من عام :-

(أ) ١٤٢٠ هـ (ب) ١٤٢١ هـ (ج) ١٤٢٢ هـ (د) ١٤٢٣ هـ

الحل :-

١٤٢٣ هـ





(..(تمارين مهمة)..)

مثال (١) : يستخدم دلو سعته ٠,٠٠٤ م^٣ لملء حوض ماء سعته ٤ م^٣ . فكم دلو يتطلب ملء الحوض ؟

| | | | |
|----------|-----------|------------|-------------|
| ١٠ (أ) | ١٠٠ (ب) | ١٠٠٠ (ج) | ١٠٠٠٠ (د) |
|----------|-----------|------------|-------------|

الحل : (ج) ١٠٠٠

$$\text{نحتاج } ١٠٠٠ \text{ دلو لأن } = ١٠٠٠ \times ٠,٠٠٤ = ٤$$

مثال (٢) : تنقسم خلية إلى خليتين كل عشر دقائق . فكم عدد الخلايا التي تتولد من خلية واحدة خلال ثلاثين دقيقة ؟

| | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| ٢ (أ) | ٤ (ب) | ٦ (ج) | ٨ (د) |
|---------|---------|---------|---------|

الحل : (د) ٨

لدينا خلية بعد ١٠ دقائق صار عندنا خليتين

لدينا خليتين بعد ١٠ دقائق صار عندنا ٤ خلايا

لدينا ٤ خلايا بعد ١٠ دقائق صار عندنا ٨ خلايا

مثال (٣) : قاس محمد طوله بالسـم . فوجد أن طوله ثلاثة أمثال طول أخيه خالد ، ما هو طول محمد علماً أن طول خالد عدد صحيح ؟

| | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ١٣٠ (أ) | ١٤٠ (ب) | ١٥٠ (ج) | ١٦٠ (د) |
|-----------|-----------|-----------|-----------|

الحل : (ج) ١٥٠

العدد الوحيد الذي يقبل القسمة على ٣ بدون باقي ١٥٠

$$\text{إذاً طول محمد} = ١٥٠$$

$$\text{طول أخيه الأصغر خالد} = ٥٠$$

مثال (٤) : إذا كان $٣ = ٣^٢$ ، فإن $٢ = ٣^٢$ ؟

| | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| ٩ (أ) | ٦ (ب) | ٤ (ج) | ٣ (د) |
|---------|---------|---------|---------|

الحل : (أ) ٩

$$٩ = (٣^٢) = ٣ \times ٣ = ٣ \times ٣ = ٣ \times ٣ = ٩$$

مثال (٥) : إذا كان $٣ = ٣ + ص$ ، فإن $٥ = ٦ + ص$ ؟

| | | | |
|---------|---------|---------|----------|
| ٢ (أ) | ٥ (ب) | ٨ (ج) | ١٠ (د) |
|---------|---------|---------|----------|

الحل : (د) ١٠





بالضرب في ٢

$$(٢ \text{ س} + ٣ \text{ ص} = ٥) \times ٢$$

$$١٠ = ٢ + ٢ \text{ ص}$$

مثال (٦) : $\frac{٤ \times ٧}{١٠٠} = ٧ \div \dots\dots\dots$

| | | | |
|-----------|----------|----------|------------|
| ٤٠٠ (د) | ٤٠ (ج) | ٢٥ (ب) | ٠,٠٤ (أ) |
|-----------|----------|----------|------------|

الحل : (ب) ٢٥

نختصر ٤ من البسط مع ١٠٠ من المقام ومنها الناتج = $٢٥ \div ٧$

مثال (٧) عددان يتكون الواحد منهم من آحاد و عشرات و آحاد الأول هو عشرات الثاني وبالعكس ، إذا كان الفرق بين العددين هو ١٨ - فإن أحد هذين العددين هو :-

| | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| ٦٩ (د) | ٦٧ (ج) | ٦٤ (ب) | ٤٥ (أ) |
|----------|----------|----------|----------|

الحل : (ب) ٦٤

راح أستبعد (أ) لأن $٥٤ - ٤٥ = ٩ -$

الحل (ب) لأن $٤٦ - ٦٤ = ١٨$

راح أستبعد (ج) لأن $٧٦ - ٦٧ = ٩ -$

راح أستبعد (د) لأن $٩٦ - ٦٩ = ٢٧ -$

مثال (٨) : متتالية : ٢ ، ٤ ، ٨ ، أي حد هو ١٢٨ ؟

| | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| ٨ (د) | ٧ (ج) | ٦ (ب) | ٥ (أ) |
|---------|---------|---------|---------|

الحل : (ج) ٧

$$٢ = ١ \times ٢$$

$$٤ = ٢ \times ٢$$

$$٨ = ٢ \times ٢$$

$$١٦ = ٤ \times ٢$$

$$٣٢ = ٥ \times ٢$$

$$٦٤ = ٦ \times ٢$$

$$١٢٨ = ٧ \times ٢$$





مثال (٩) : متوسط عشرة أرقام = ١٥ ، إذا حذفنا رقم أصبح المتوسط = ١٦ ،
فإن الرقم المحذوف = ؟

| | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| ١ (أ) | ٥ (ب) | ٦ (ج) | ٩ (د) |
|---------|---------|---------|---------|

الحل : (ج) ٦

$$\text{مجموع } ١٠ \text{ أرقام} = ١٥ \times ١٠ = ١٥٠$$

$$\text{مجموع } ٩ \text{ أرقام} = ١٦ \times ٩ = ١٤٤$$

$$\text{الرقم المحذوف} = ١٥٠ - ١٤٤ = ٦$$

مثال (١٠) : حصل طالب على ١٢٠٠ درجة من ١٥٠٠ درجة . كم نسبته ؟

| | | | |
|------------|------------|------------|------------|
| ٨٠ (أ) % | ٨٥ (ب) % | ٧٠ (ج) % | ٧٥ (د) % |
|------------|------------|------------|------------|

الحل : (أ) ٨٠ %

$$\frac{\% \text{ س}}{\% ١٠٠} = \frac{١٢٠٠}{١٥٠٠}$$

$$\% \text{ س} \times ١٥٠٠ = ١٢٠٠ \times \% ١٠٠$$

$$\% \text{ س} = ٨٠$$

مثال (١١) : أنفق أحمد ١٢٠٠ ريال لشراء كتب ، وهذا المبلغ يمثل ١٥ % من راتبه
كم راتب أحمد ؟

| | | | |
|------------|------------|------------|------------|
| ٧٠٠٠ (أ) | ٧٥٠٠ (ب) | ٨٠٠٠ (ج) | ٨٥٠٠ (د) |
|------------|------------|------------|------------|

الحل : (ج) ٨٠٠٠

$$١٥ \% \text{ من } ١٢٠٠ \text{ ريال}$$

بالقسمة على ٣

$$٥ \% \text{ من } ٤٠٠ \text{ ريال}$$

بالضرب في ٢٠

$$١٠٠ \% \text{ من } ٨٠٠٠ \text{ ريال}$$

مثال (١٢) : وزعت ٣٢ قطعة حلوى على ١٢ طفل بالتساوي . كم قطعة تبقى ؟

| | | | |
|---------|----------|----------|----------|
| ٨ (أ) | ١٠ (ب) | ١٥ (ج) | ١٧ (د) |
|---------|----------|----------|----------|

الحل : (أ) ٨

$$١٢ \text{ طفل نصيب كل طفل قطعتين من الحلوى} = ١٢ \times ٢ = ٢٤ \text{ قطعة حلوى}$$

$$\text{الباقى} = ٣٢ - ٢٤ = ٨ \text{ قطع}$$





مثال (١٣) : ٢٠% من س = ١٠% من ٣٦٠ ، س = ؟

| | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ٢٠٠ (د) | ١٨٠ (ج) | ١٥٠ (ب) | ١٣٠ (أ) |
|-----------|-----------|-----------|-----------|

الحل : (ج) ١٨٠

$$\frac{20}{100} \times س = \frac{10}{100} \times 360$$

$$360 \times 10 = س \times 20$$

$$س = 36 \times 5$$

$$س = 180$$

مثال (١٤) : رجل عمره الآن ثلاثة أمثال عمر ابنته وبعد ١٠ سنوات يصبح عمر

الابن ٢٠ سنتاً . كم عمر الأب الآن ؟

| | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|
| ٤٠ سنت (د) | ٣٥ سنت (ج) | ٣٠ سنت (ب) | ٢٥ سنت (أ) |
|--------------|--------------|--------------|--------------|

الحل : (ب) ٣٠ سنت

$$عمر الابن = 10 + 20 = 30 \text{ ومنها عمر الابن الآن } = 10$$

$$عمر الأب الآن = 3 \times \text{عمر الابن} = 3 \times 10 = 30 \text{ سنت}$$

مثال (١٥) : الحد الخامس في المتتالية : ٣ ، ١٢ ، ٢١ ، ٣٠ ، ...

| | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| ٥٩ (د) | ٤٩ (ج) | ٣٩ (ب) | ٢٩ (أ) |
|----------|----------|----------|----------|

الحل : (ب) ٣٩

$$12 = 9 + 3$$

$$21 = 9 + 12$$

$$30 = 9 + 21$$

$$39 = 9 + 30$$

مثال (١٦) : عدد طرحنا ٧ من ثلاثة أمثاله كان الناتج ٣٢ ؟ العدد هو :

| | | | |
|----------|----------|---------|---------|
| ١٤ (د) | ١٣ (ج) | ٩ (ب) | ٨ (أ) |
|----------|----------|---------|---------|

الحل : (ج) ١٣

$$3س - 7 = 32$$

$$3س = 39$$

$$س = 13$$





مثال (١٧) : تحرك عقرب الساعة ١٢٠ درجة . كم دقيقة مضت ؟

| | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| (أ) ٢٢٠ دقيقة | (ب) ٢٤٠ دقيقة | (ج) ٢٦٠ دقيقة | (د) ٢٨٠ دقيقة |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|

الحل : (ب) ٢٤٠ دقيقة

إذا تحرك عقرب الدقائق ٦٠ دقيقة فإن عقرب الساعات يتحرك ٣٠ درجة أي بمقدار النصف

إذاً تحرك عقرب الدقائق ٢٤٠ دقيقة فإن عقرب الساعات يتحرك ١٢٠ درجة أي بمقدار النصف

مثال (١٨) : لدى بائع ذهب صندوق به ١٣٠ جرام من الذهب والفضة ، وزن قطعة الذهب ٨ جرام ، وقطعة الفضة ٥ جرام . ما أكبر عدد من الذهب يمكن وضعه في الصندوق مع أقل عدد من الفضة ؟

| | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| (أ) ١٥ ذهب و ٢ فضة | (ب) ١٦ ذهب و ١ فضة | (ج) ١٤ ذهب و ٣ فضة | (د) ١٠ ذهب و ٥ فضة |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|

الحل : (أ) ١٥ ذهب و ٢ فضة

نفرض س = الذهب ، ص = الفضة

$$٨ س + ٥ ص = ١٣٠$$

بتجربة الخيارات

$$٨ (١٥) + (٢) ٥ = ١٣٠$$

$$١٢٠ + ١٠ = ١٣٠$$

إذاً أكبر عدد من الذهب = ١٥ و أقل عدد من الفضة = ٢

مثال (١٩) : غرفة مستطيلة محيطها ٤٨ م . لو زاد عرضها ٢ م ونقص طولها ٢ م لأصبحت مربعة وأصبحت مساحتها ؟

| | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (أ) ١٢٢ | (ب) ١٤٤ | (ج) ١٦٦ | (د) ١٨٨ |
|-----------|-----------|-----------|-----------|

الحل : (ب) ١٤٤

نفرض الطول = س ، العرض = ص

بتجربة الخيارات

$$١٤٤ = \text{مساحة المربع}$$

$$\text{مساحة المربع} = ١٢ \times ١٢$$

$$\text{مساحة المربع} = (س - ٢) (ص + ٢)$$

$$١٢ - ٢ = ١٠ \text{ ومنها س} = ١٤ ، ص = ٢ + ١٢ \text{ ومنها ص} = ١٠$$

$$\text{محيط المستطيل} = ٢ (الطول + العرض) = ٢ (١٠ + ١٤) = ٢٤ \times ٢ = ٤٨$$





مثال (٢٠) : قطعت ورقة مربعة . طويت لمستطيلين متساويين محيط الواحد = ١٢ سم ، ما مساحة الورقة الأصلية ؟

| | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| أ (١٢ سم ^٢) | ب (١٤ سم ^٢) | ج (١٦ سم ^٢) | د (١٨ سم ^٢) |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

الحل : (ج) ١٦ سم^٢

طول ضلع الورقة = س

بعد الطي العرض = $\frac{1}{2}س$

المحيط = $٢(س + \frac{1}{2}س)$

$$١٢ = ٢(س + \frac{1}{2}س)$$

$$١٢ = ٣س$$

$$س = ٤$$

$$\text{مساحة الورقة الأصلية} = ٤ \times ٤ = ١٦ \text{ سم}^٢$$

مثال (٢١) : اشترى رجل ثيابه بـ ٧٤ ريال . وكيساً للبضاعة ثمنه أقل بـ ٥٠ ريال من ثمن ثيابه . كم دفع الرجل ؟

| | | | |
|----------|----------|-----------|----------|
| أ (٨٨) | ب (٩٨) | ج (١٢٤) | د (٢٤) |
|----------|----------|-----------|----------|

الحل : (ب) ٩٨

ثمن كيس البضاعة = $٥٠ - ٧٤ = ٢٤$ ريال

دفع الرجل = ثمن الثياب + ثمن البضاعة = $٧٤ + ٢٤ = ٩٨$ ريال

مثال (٢٢) : إذا كانت س = ١- فإن ٢س^٢ - ٣س^٢ + ٨س - ١ = ؟

| | | | |
|----------|-----------|----------|-----------|
| أ (١٠) | ب (١٠-) | ج (١٢) | د (١٢-) |
|----------|-----------|----------|-----------|

الحل : (د) ١٢ -

$$٢(١-)^٢ - ٣(١-)^٢ + ٨(١-) - ١ = ١ - ٢ - ١ - ٨ - ١ = ١٢ -$$

مثال (٢٣) : الحد الخامس في المتتالية $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \dots$

| | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| أ ($١١\frac{1}{6}$) | ب ($١٣\frac{1}{7}$) | ج ($١٠\frac{1}{9}$) | د ($٩\frac{1}{8}$) |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|

الحل : (أ) $١١\frac{1}{6}$





إبدأ من هنا مع تلميذات يزيد التعليمية - قسم القدرات العامة



نلاحظ أن العدد الصحيح عبارة عن أعداد فردية ٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ١٣،
وإن مقام الكسر عبارة عن أعداد طبيعية متسلسلة ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧،

مثال (٢٤) : ضبطت ساعة على الثامنة صباحاً لكنها تؤخر ٢٠ دقيقة لكل ساعة . فكم يكون الوقت فيها إذا كان الوقت الفعلي ٨ مساءً ؟

| | | | |
|--------------|-------------|-------------|-------------|
| أ (٤ صباحاً | ب (٤ مساءً | ج (٨ مساءً | د (٦ مساءً |
|--------------|-------------|-------------|-------------|

الحل : (أ) ٤ مساءً

من الساعة ٨ صباحاً إلى الساعة ٨ مساءً = ١٢ ساعة

الساعة الحائطية تتأخر ٢٠ دقيقة كل ساعة

$$٢٤٠ = ١٢ \times ٢٠ \text{ دقيقة}$$

$$\text{مقدار التأخير} = \frac{٢٤٠}{٦٠} = ٤ \text{ ساعات}$$

إذاً

الوقت فيها = ٨ مساءً - ٤ ساعات = ٤ مساءً

مثال (٢٥) : إذا علمت أن $\frac{١}{٢س + ١} = \frac{١}{س + ٢}$ فإن س = ؟

| | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| أ (١ | ب (٢ | ج (٣ | د (٤ |
|-------|-------|-------|-------|

الحل : (أ) ١

$$١ + س = ٢س + ١$$

$$١ - ٢ = ٢س - س$$

$$س = ١$$

مثال (٢٦) : إذا كان ١٠% من س = ٨ ، كم ٥٠% من س ؟

| | | | |
|--------|--------|--------|--------|
| أ (٢٠ | ب (٤٠ | ج (٦٠ | د (٨٠ |
|--------|--------|--------|--------|

الحل : (ب) ٤٠

$$\frac{١٠}{١٠٠} \times س = ٨ \text{ ومنها س} = ٨٠$$

$$٤٠ = ٨٠ \times \frac{٥٠}{١٠٠} = ٨٠ \times ٥٠\%$$

مثال (٢٧) : غلاية ماء سعتها ٢,٢٥ لتر . وكوب الشاي سعته ٠,٣ لتر . كم كوب

ممتلئ يمكن إعداده ؟

| | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| أ (٥ | ب (٦ | ج (٧ | د (٨ |
|-------|-------|-------|-------|





الحل : (ج) ٧

بتجربة الخيارات

راح أستبعد (أ) لأن $١,٥ = ٠,٣ \times ٥$ ، عدد الأكوام الممتلئة ٥ أكوام فقط

راح أستبعد (ب) لأن $١,٨ = ٠,٣ \times ٦$ ، عدد الأكوام الممتلئة ٦ أكوام فقط

راح أستبعد (د) لأن $٢,٤ = ٠,٣ \times ٨$ ، عدد الأكوام الممتلئة ٨ أكوام فقط

الحل (ج) لأن $٢,١ = ٠,٣ \times ٧$ ، عدد الأكوام الممتلئة ٧ أكوام فقط

يمكن إعدادها = ٧ أكوام

مثال (٢٨) : إذا كان $٦٠ = ١٥\%$ من س ، فإن س = ؟

| | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ٤٥٠ (د) | ٤٠٠ (ج) | ٣٥٠ (ب) | ٣٠٠ (أ) |
|-----------|-----------|-----------|-----------|

الحل : (ج) ٤٠٠

$$٦٠ = س \times \frac{١٥}{١٠٠}$$

$$٦٠٠٠ = س \times ١٥$$

$$٤٠٠ = س$$

مثال (٢٩) : ٨٠ طالب في مدرستهم في الصف الأول الثانوي وكانت نسبة النجاح

٧٥% . فما عدد الناجحين ؟

| | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| ٦٠ طالب (د) | ٦٥ طالب (ج) | ٧٥ طالب (ب) | ٨٠ طالب (أ) |
|---------------|---------------|---------------|---------------|

الحل : (د) ٦٠ طالب

$$\text{عدد الناجحين} = ٨٠ \times ٧٥\% = ٨٠ \times \frac{٧٥}{١٠٠} = ٦٠ \text{ طالب}$$

مثال (٣٠) : أقلعت طائرة من الرياض و $\frac{١}{٣}$ مقاعدها شاغرة وفي جده ركب ٢١

مسافراً دون أن ينزل أحد ، فأصبح $\frac{٣}{٤}$ مقاعدها مستعملت ، فأبي المعادلات التاليت

تعبير عن ذلك إذا اعتبرنا أن س هو عدد المقاعد في الطائرة :

| |
|---|
| أ (أ) $س \frac{٣}{٤} = ٢١ + س \frac{١}{٣}$ |
| ب (ب) $س \frac{٣}{٤} = ٢١ + س \frac{١}{٣}$ |
| ج (ج) $س \frac{١}{٣} = ٢١ \div \frac{٣}{٤}$ |
| د (د) $س ٩ = ٢٦١ + س ٨$ |

الحل : (ب) $س \frac{٣}{٤} = ٢١ + س \frac{١}{٣}$





$\frac{1}{3}$ مقاعدها شاغرة إذا $\frac{1}{3}$ س مقاعدها مستعملة + ٢١ راكب

مثال (٣١) : مجموع ما يلي :-

$$[(٣٢ + \dots + ٦ + ٤ + ٢) - (٣٣ + \dots + ٥ + ٣ + ١)] \text{ هو :}$$

| | | | |
|----------|---------|----------|----------|
| ١٧ (د) | ١ (ج) | ٣٢ (ب) | ٣٣ (أ) |
|----------|---------|----------|----------|

الحل : (د) ١٧

الأعداد الفردية :-

$$١٧ = ١ + ١٦ ، ١٦ = ٢ \div ٣٢ ، ٣٢ = ١ - ٣٣$$

$$\text{ج } ١٧ = [٣٣ + ١] \frac{١٧}{٢} = ٢٨٩$$

الأعداد الزوجية :-

$$١٦ = ٢ \div ٣٢$$

$$\text{ج } ١٦ = [٣٢ + ٢] \frac{١٦}{٢} = ٢٧٢$$

إذاً

$$\text{المجموع} = ٢٧٢ - ٢٨٩ = ١٧$$

مثال (٣٢) : أوجد س في المتتالية (٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ١٢ ، س) :

| | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| ١٥ (د) | ١٤ (ج) | ١١ (ب) | ١٠ (أ) |
|----------|----------|----------|----------|

الحل : (ب) ١١

$$٢$$

$$٣$$

$$٥ = ٣ + ٢$$

$$٦ = ٢ \times ٣$$

$$٨ = ٣ + ٥$$

$$١٢ = ٢ \times ٦$$

$$١١ = ٣ + ٨$$

$$٢٤ = ٢ \times ١٢$$

مثال (٣٣) : أوجد س في المتسلسلة التالية : ٢ + ٣ + ٦ + ١٥ + ٤٢ + س

| | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| ١٢٣ (د) | ١٢٥ (ج) | ١٢٢ (ب) | ١٢٧ (أ) |
|-----------|-----------|-----------|-----------|

الحل : (د) ١٢٣

$$٣ + ٢ = ٥$$





إبدأ من هنا مع منتديات يزيد التعليمية - قسم القدرات العامة



$$6 = 1^3 + 3$$

$$15 = 2^3 + 6$$

$$42 = 3^3 + 15$$

$$123 = 4^3 + 42$$

مثال (٣٤) : أوجد ناتج ما يلي :-

$$= \left(\frac{1}{2003} - 1 \right) \times \dots \times \left(\frac{1}{5} - 1 \right) \times \left(\frac{1}{4} - 1 \right) \times \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \times \left(\frac{1}{2} - 1 \right)$$

| | | | |
|---------|------------|---------------------------|------------------------|
| ١ (أ) | ٢٠٠٢ (ب) | $\frac{2002}{2003}$ (ج) | $\frac{1}{2003}$ (د) |
|---------|------------|---------------------------|------------------------|

الحل : (د) $\frac{1}{2003}$

$$\frac{2002}{2003} \times \dots \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$$

مثال (٣٥) : أربع عجلات أنصاف أقطارها ٦ م ، ٣ م ، ٢ م ، ٤ م ، فإذا كانت

سرعة دوران العجلة الأولى ٦٠ دورة في الدقيقة ، فما سرعة دوران العجلة

الأخيرة ؟

| | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| ٣٠ (أ) | ٦٠ (ب) | ٩٠ (ج) | ٤٠ (د) |
|----------|----------|----------|----------|

الحل : (ج) ٩٠

لأن التناسب هنا عكسي

كلما قل قطر العجلة زادت عدد الدورات في الدقيقة

$$60 \times 6 = 4 \times س$$

$$س = 90$$

مثال (٣٦) : $2^{30} + 2^{30} + 2^{30} + 2^{30} =$

| | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $2^{30} \times 8$ (د) | $2^{30} \times 2$ (ج) | $2^{32} \times 2$ (ب) | $2^{34} \times 2$ (أ) |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|

الحل : (ب) 2^{32}

$$2^{30} \times 2 = 2^2 \times 2^{30} = 4 \times 2^{30} = (1+1+1+1) \times 2^{30}$$

مثال (٣٧) : $2^{100} - 2^{99} = ٢ س$ ، فإن س =

| | | | |
|-----------|---------|----------|---------|
| ١٠٠ (د) | ٢ (ج) | ٩٩ (ب) | ١ (أ) |
|-----------|---------|----------|---------|

الحل : (ب) ٩٩

$$2^{100} = (1 - 2) \times 2^{99} \times س$$

$$2^{100} = 1 \times 2^{99} \times س$$





إبدأ من هنا مع تلميذات يزيد التعليمية - قسم القدرات العامة



س = ٩٩

مثال (٣٨) : أوجد عدداً من خانتين مجموعهما ١٢ ، وإذا عكست مواقع الخانات فيه يفقد ١٨ من قيمته ؟

| | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| ٤٨ (د) | ٧٥ (ج) | ٥٧ (ب) | ٨٤ (أ) |
|----------|----------|----------|----------|

الحل : (ج) ٧٥

$$١٢ = ٧ + ٥$$

$$١٨ = ٥٧ - ٧٥$$

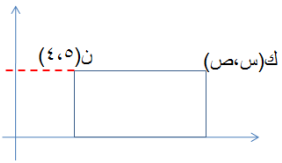
مثال (٣٩) : إذا كانت مساحة المستطيل = ٣٢ ، فإن النقطة ك (س ، ص) هي :

| | | | |
|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|
| (٣ ، ٤) (د) | (٥ ، ٨) (ج) | (٤ ، ١٣) (ب) | (٨ ، ٤) (أ) |
|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|

الحل : (ب) (٤ ، ١٣)

$$\text{الطول} = ٨ - ٥ = ٣ ، \text{ العرض} = ٤$$

$$\text{المساحة} = \text{الطول} \times \text{العرض} = ٣ \times ٨ = ٢٤$$



مثال (٤٠) : قارن بين :-

| |
|----------------------|
| (أ) $٢٧^٢ + ٤٣^٢$ |
| (ب) $٢(٢٧ + ٤٣)^٢$ |

الحل : (أ) > (ب)

عند فك (ب)

$$٢(٢٧ + ٤٣)^٢ = ٢(٢٧^٢ + ٢ \times ٢٧ \times ٤٣ + ٤٣^٢)$$

$$= ٢(٢٧^٢) + ٢(٢٧ \times ٤٣ \times ٢) + ٢(٤٣^٢)$$

$$= ٢(٢٧^٢ + ٤٣^٢) + ٢(٢٧ \times ٤٣ \times ٢)$$

إذاً

(ب) أكبر من (أ)

مثال (٤١) : إذا عرفنا العملية س ك ص بالصورة التالية :-

$$\text{س ك ص} = \text{ص} + ٤ \text{ أوجد } ٢ ك ٣$$

| | | | |
|---------|---------|---------|---------|
| ٧ (د) | ٨ (ج) | ٥ (ب) | ٦ (أ) |
|---------|---------|---------|---------|

الحل : (أ) ٦

$$٦ = ٤ + ٢ = ٢ ك ٣$$

