

احسب نهايات التوابع التالية: ☺☺

$$1 \quad f(x) = \sqrt{x^2 - 1} - x \quad (a = +\infty)$$

$$2 \quad f(x) = \sqrt{x^2 + x + 2} - 2x \quad (a = +\infty)$$

$$3 \quad f(x) = 2x - \sqrt{4x^2 + 3} \quad (a = +\infty)$$

$$4 \quad f(x) = \sqrt{2}x - \sqrt{2x^2 + x} \quad (a = +\infty)$$

$$5 \quad f(x) = 3x - \sqrt{2x} \quad (a = +\infty)$$

$$6 \quad f(x) = x\sqrt{x} - \sqrt{x^3 + 1} \quad (a = +\infty)$$

$$7 \quad f(x) = \sqrt{9x^2 + 3} - 3x + 2 \quad (a = +\infty)$$

$$8 \quad f(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}} \quad (a = -\infty)$$

$$9 \quad f(x) = \frac{2 - \sqrt{x+1}}{x-3} \quad (a = 3)$$

$$10 \quad f(x) = \frac{\sqrt{2x^3 - 1} - 1}{1 - x} \quad (a = 1)$$

$$11 \quad f(x) = \frac{\sqrt{2x+5} - 3}{x-2} \quad (a = 2)$$

$$12 \quad f(x) = \frac{\sqrt{2x+10} - 4}{9 - x^2} \quad (a = 3)$$

$$13 \quad f(x) = \frac{\sqrt{x+7} - 3}{4 - \sqrt{2x+12}} \quad (a = 2)$$

$$14 \quad f(x) = \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x^2 - 1}} \quad (a = 1)$$

$$15 \quad f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 2x}{x + 3} \quad x \rightarrow +\infty$$

$$16 \quad f(x) = \frac{-x + \sqrt{x}}{x - 1} \quad x \rightarrow 1$$

حالات عدم التعيين:

$$(\infty - \infty, \infty \times 0, \frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty})$$

① حالة $(\infty - \infty)$ (مع التوابع الجذرية والتوابع الجذرية مع الصحيحة)
مع الصحيحة)

حالة (2)	حالة (1)
الضرب بالمرافق	إخراج عامل مناسب
تستخدم عند وجود حدين مسيطرين من نفس القوة مثال: $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - x$ $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + 4}$	تستخدم عند وجود حد مسيطر أقوى من حد آخر مثال: $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2x^2 + 3}$ أقوى $f(x) = \sqrt{x^2 - 2} + \frac{3x}{x}$ أقوى
الخطوات: 1) نضرب ونقسم على المرافق 2) نستخدم المطابقة $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ 3) نختصر ثم نحسب \lim 4) قد نضطر أحياناً بعدها لإخراج عامل مناسب	الخطوات: 1) نخرج x^2 عامل مناسب من تحت كل جذر 2) نجذر x^2 ونميز الحالتين * عند $-\infty$: $\sqrt{x^2} = -x$ * عند $+\infty$: $\sqrt{x^2} = +x$ 3) نخرج x عامل مشترك من كل الحدود 4) نحسب \lim

② حالة $\frac{\infty}{\infty}$ (مع التوابع الكسرية الجذرية)

الخطوات:

1) نخرج عامل مناسب (نخرج المسيطر في البسط) (نخرج المسيطر في المقام)

2) نختصر ثم نحسب \lim

③ حالة $\frac{0}{0}$

حالة (2)	حالة (1)
تابع جذري كسري	التوابع الكسرية الصحيحة:
1) نضرب البسط والمقام بالمرافق	1) نحلل البسط والمقام إن أمكن
2) نحلل البسط والمقام	2) نختصر
3) نختصر ثم نحسب \lim	3) نحسب \lim

$$\boxed{17} f(x) = \frac{x^2-4}{2-\sqrt{x+2}} \quad (a = 2)$$

$$\boxed{18} f(x) = \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x^2 - x} \quad (a = 0)$$

$$\boxed{19} f(x) = \frac{1-x}{\sqrt{x+1}} \quad (a = +\infty)$$

$$\boxed{20} f(x) = \frac{x^2+3x}{9-x^2} \quad (a = -3)$$

$$\boxed{21} f(x) = \frac{x^3 + 1}{2x^2 + 2x} \quad (a = -1)$$

$$\boxed{22} f(x) = \frac{6 - 2x}{2x^2 - 10x + 12} \quad (a = 3)$$

$$\boxed{23} f(x) = \frac{x^3 - 27}{3x - x^2} \quad (a = 3)$$

$$\boxed{24} f(x) = x^2 \left(\sqrt{2 + \frac{1}{x}} - \sqrt{2} \right) \quad x \rightarrow +\infty$$

$$\boxed{25} f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 1} + x \quad (a = -\infty)$$