النهايات (النهاية عند اللانهاية)

للتذكير:

لحل التوابع الآتية: عند $+\infty$

x , $\sqrt{x}$, x^n نهايتها هو $+\infty$

مثال:

$$\lim_{x\to+\infty}(x)^5 = +\infty$$

لحل التوابع الآتية: عند $-\infty$

x , x^n

هي $+\infty$ في حالة n زوجي

هي $-\infty$ في حالة n فردي

لحل التوابع الآتية:

$\frac{1}{x^2}$, $\frac{1}{x^n}$, $\frac{1}{x}$ عند عند $+\infty$ أو $-\infty$ هو 0

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x^3}\right) = 0$$

ملاحظة: $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) = 0$

نهاية تابع كثير الحدود عند اللانهاية(∞)

أحمزه صبحي عكره

نأخذ الحد المسيطر في نهاية التابع عند $(+\infty)$ أو $(-\infty)$

$$f(x) = 3x^2 - 2x + 1$$

الحد المسيطر هو $3x^2$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} (3x^2) = +\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (3x^2) = +\infty$$

زوجي

$$f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 2$$

الحد المسيطر هو $2x^3$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (2x^3) = -\infty$$

فردي

ملاحظة: عندما تكون نهاية تابع عند $+\infty$ أو $-\infty$ يساوي a هذا يعني أن $y = a$ مقارب أفقي في جوار $+\infty$ أو $-\infty$

تمارين: أوجد نهاية التوابع التالية عند a

$$f(x) = 2x^2 + 1 \ , a = -\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (2x^2) = +\infty$$

$$f(x) = \frac{1}{x^3+x+3} \ , a = +\infty$$ -١

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{1}{\infty} = 0$$

$y = 0$ مقارب أفقي للتابع f في جوار $+\infty$

$$f(x) = -3x^3 + 2 \ , a = +\infty \ , -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} (-3x^3) = -3(+\infty) = -\infty$$

أ حمزه صبحي عكره

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (-3x^3)$$

نهاية تابع كسري:

في حال كان درجة الحد المسيطر في البسط أكبر من درجة الحد المسيطر في المقام فنهايته ∞

$f(x)=\frac{x^3+3}{2x+4}$ a=+∞

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \left(\frac{x^3}{2x}\right) = \lim_{x\to-\infty} (x^2)$$

=+∞

في حال كان درجة الحد المسيطر في البسط أصغر من درجة الحد المسيطر في المقام فنهايته 0

$f(x) = \frac{2x-1}{x^2+2x}$ a=-∞

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \left(\frac{2x}{x^2}\right) = 0$$

$y = 0$ مقارب أفقي للتابع $f(x)$ في جوار $-\infty$

في حال كان درجة الحد المسيطر في البسط يساوي درجة الحد المسيطر في المقام فنهايته $\frac{\text{الأمثال}}{\text{الأمثال}}$

أ حمزه صبحي عكره

$$f(x)=\frac{3x^5+2}{4x^5+3x^2+1}$$ a=+∞

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^5}{4x^5}=\frac{3}{4}$$

$y=\frac{3}{4}$ مقارب أفقي للتابع $f(x)$ في جوار $+\infty$

استعمال x في غاية الكبر

مثال: ص33

$$f(x)=\frac{4x-5}{2x+3}$$

ولدينا $\lim_{x\to+\infty} f(x)=2$

عين العدد A الذي يحقق الشرط

إذا كان $x>A$ انتمى $f(x)$ إلى المجال المفتوح I الذي مركزه 2 ونصف قطره 0.05

الحـــــــــل:

ينتمي $f(x)$ إلى المجال المفتوح I الذي مركزه 2 ونصف قطره 0.05 إذا تحققت المتراجحة

$$|f(x)-2|<\frac{5}{100}$$

$$|\frac{4x-5}{2x+3}-2|<\frac{5}{100}$$

$$|\frac{4x-5-4x-6}{2x+3}|<\frac{5}{100}$$

$$|\frac{-11}{2x+3}|<\frac{5}{100}$$

أ حمزه صبحي عكره

بما أننا نبحث على القيم الكبيرة للمتحول

$$\left|\frac{11}{2x+3}\right| < \frac{5}{100}$$

$$1100 < 5|2x+3|$$

$$1100 < 10x + 15$$

$$1085 < 10x$$

$$108.5 < x$$

$$A = 108.5$$

أ حمزه صبحي عكره