- مذاكرة عطرية «1» -

السؤال الأول: ليكن لديك العدد العقدي $w = 5+12i$

1- أوجد الجذرين التربيعيين للعدد w

2- استنتج حلول المعادلة

$$z^2+(1+4i)z-5-i=0$$

السؤال الثاني: * اكتب العدد العقدي $z=\frac{-\sqrt{2}}{1+i}\,e^{i\frac{\pi}{3}}$ بالشكل الأسي

* اكتب العدد التالي بالشكل الجبري: $z=\frac{(1+i)^4}{(\sqrt{3}+i)^3}$

السؤال الثالث: عين مجموعة الأعداد العقدية z التي تحقق أن المقدار $\frac{z+2i}{z-4i}$ عدد حقيقي بحيث $z\neq 4i$

السؤال الرابع: ليكن العددان العقديان $z_1=\sqrt{2}+\sqrt{2}\,i$ ، $z_2=\sqrt{3}+i$ والمطلوب:

1- اكتب بالشكل المثلثي كلاً من z_1 و z_2 و $z_1 . z_2$

2- اكتب بالشكل الجبري $z_1 . z_2$ ثم استنتج النسب المثلثية للزاوية $\frac{5\pi}{12}$

السؤال الخامس:

* في المستوي العقدي نرمز إلى $M(x,y)$ صورة للعدد $z=x+iy$

بين أن المعادلة $|z|^2-2(z+\bar{z})=0$ تمثل دائرة يطلب تعيين المركز + نصف القطر

* ليكن العدد العقدي: $z=e^{i\frac{2\pi}{7}}$

أثبت أن:

$$z+z^2+z^3+z^4+z^5+z^6=-1$$

- مذاكرة في العقدية «1» -

السؤال الأول: حل في $\mathbb{C}$ المعادلات:

$$* \quad \frac{\bar{z}-1}{\bar{z}+1} = i$$

$$* \quad z^2 - (1+2i)z + 3 + 3i = 0$$

السؤال الثاني: نتأمل العدد العقدي: $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}$ والمطلوب:

1- اكتب z بالشكل الجبري والمثلثي

2- استنتج النسب المثلثية للزاوية $\frac{7\pi}{12}$.

السؤال الثالث: ليكن كثير الحدود

$$p(z) = z^4 + 5z^3 + 10z^2 + 10z + 4$$

1- عين عددين a, b حقيقيان

$$p(z) = (z^2 + az + a)(z^2 + bz + a)$$

2- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z) = 0$

السؤال الرابع: ليكن z عدد عقدي ما. وليكن w عدد عقدي طويلته تساوي الواحد. وهو مختلف عن الواحد. أثبت أن المقدار $\frac{w\bar{z} - z}{iw - i}$ تخيلي بحت.

السؤال الخامس: * اكتب العدد $z = 1 + e^{i\frac{\pi}{6}}$ بالشكل الأسي.

* تحقق أن: $(1-i)(1-i^2)(1-i^3) = 4$

أ. خالد حسن

السؤال الأول: * عين العددين المركبين a, b علماً أن:

$$\bar{a} - \bar{b} = 1+3i$$

$$a + ib = -1+3i$$

* في المستوي المركب المنسوب للمعلم المتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ لنأخذ النقطتين A, B بحيث:

$z_A = a = 3+i$ $\quad$ $z_B = b = 2+4i$

T الانسحاب الذي شعاعه $\vec{AB}$

1- عين C صورة O وفق الانسحاب T

2. احسب المقدار $\frac{z_C - z_A}{z_B}$ ثم اكتب الناتج بالشكل الأسي.

3- ماذا تستنتج بالنسبة للقطعتين $[AC]$, $[OB]$.

السؤال الثاني: ليكن $w = \frac{z-1}{z+1}$ بحيث $z \neq -1$

1- عين مجموعة النقط التي تجعل المقدار w حقيقي

2- عين مجموعة النقط التي تجعل المقدار w تخيلي بحت

3- نفرض أن Γ هي الدائرة التي مركزها $(-1,0)$ ونصف قطرها 2

وليكن $t = -2+i\sqrt{3}$: * اكتب $t+1$ بالشكل الأسي

* أثبت أن K صورة العدد t تنتمي للدائرة Γ.

السؤال الثالث: حل في $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2 - (3+2i)z - 1 + 3i = 0$$

السؤال الرابع: في المستوي العقدي المنسوب لمعلم متجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ لدينا النقط A, B, C التي تمثلها الأعداد العقدية: $a = 3$ $\quad$ $b = 1+2i$ $\quad$ $c = -1+2i$

1- مثل هذه الأعداد في المستوي العقدي.

2. جد العدد العقدي z_N الممثل للنقطة N صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$

3- جد العدد العقدي z_R الممثل للنقطة R ليكون الرباعي $OCNR$ متوازي أضلاع

4- أثبت تعامد المستقيمين (AB) (OR) وأن $OR = \frac{1}{2} AB$

5- جد العدد العقدي z_G الممثل لمركز الأبعاد المتناسبة للنقط المثقلة:

$(A,1)$ $\quad$ $(B,-1)$ $\quad$ $(C,2)$

أ. خالد الحسن

مذاكرة عقدية -

3

- اختبار في وحدة العقدية -

« 2 »

السؤال الأول: ليكن العدد العقدي $z=x+iy$ والعدد العقدي $w=\frac{z-3i}{z+3i}$ حيث $z\neq 3i$

اثبت أن مجموعة النقط $M(z)$ التي يكون عندها (w) تخيلي بحت هي دائرة محذوف منها نقطة.

السؤال الثاني: لتكن M نقطة يمثلها العدد العقدي $z=2-i$. أوجد العدد z' الممثل للنقطة M' . صورة M وفق التحويلات الآتية

1- انسحاب شعاعه $\vec{\omega}=-3\vec{u}+3\vec{v}$

2- التحاكي h الذي مركزه النقطة الممثلة بالعدد العقدي $w=3-i$ ونسبته $k=3$

السؤال الثالث: لتكن لدينا الأعداد العقدية $z_1=1+i$ $z_2=3-i$ $z_3=2e^{\frac{\pi}{2}i}$

صورها في المستوي العقدي هي على الترتيب A ، B ، C

1- أثبت أن هذه النقط تقع على استقامة واحدة.

2- أوجد أسيا الجذور التربيعية للعدد z_1 ومثلها هندسياً.

3- أوجد مجموعة النقط التي تحقق المساواة $|1-z|=|i-z|$

السؤال الرابع: في المستوي العقدي لتكن لدينا النقط A ، B ، C التي تمثل الأعداد العقدية

$z_A=\sqrt{3}+i$ $z_B=\sqrt{3}-i$ $z_C=3\sqrt{3}+i$

1- اكتب العدد العقدي $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسي واستنتج طبيعة المثلث ABC

2- عين E مجموعة النقط $M\neq B$ التي تجعل المقدار $\frac{z_M-z_C}{z_M-z_B}$ تخيلي بحت.

3- عين مجموعة النقط F ، $M\neq B$ التي تجعل المقدار $\frac{z_M-z_C}{z_M-z_B}$ مقداراً حقيقياً.

أ. خالد الحسن

- مذاكرة عقدية -

السؤال الأول: لتكن النقاط A, B, C التي تمثلها الأعداد العقدية:

$a = 3+5i$ $\quad b = 3-5i$ $\quad c = 7+3i$

بين أن $\dfrac{b-c}{a-c} = 2i$ ثم استنتج نوع المثلث ABC وأن $BC = 2AC$

السؤال الثاني: لتكن الأعداد المركبة

$z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

$z_2 = \sqrt{3} + i$

$z_3 = 1$

1. اكتب كلاً من العددين z_1, z_2 بالشكل الأسي
2. اكتب العدد $z = \dfrac{z_1}{z_2}$ بالشكلين الجبري والأسي ثم استنتج قيمة كل من

$\sin\dfrac{\pi}{12}$, $\cos\dfrac{\pi}{12}$

3. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^3 = z_3$

السؤال الثالث: لتكن M نقطة يمثلها العدد العقدي $z = 2-i$ أوجد العدد z' الذي يمثل صورة M M' وفق التحويلات:

* الانسحاب T شعاعه $\vec{w} = -3\vec{u} + 2\vec{v}$
* التحاكي h الذي مركزه Ω الممثل بالعدد العقدي $\omega = 3-i$ ونسبته $k = 3$

السؤال الرابع: عين مجموعة النقط M الممثلة بالعدد العقدي $z = x+iy$ المحققة للشرط:

$$|z-1+2i| = |z-3|$$

السؤال الخامس: لتكن لدينا الأعداد العقدية $a = \sqrt{3} + i$ $\quad b = \sqrt{3} - i$ $\quad c = 3\sqrt{3} + i$ تمثلها النقط A, B, C

* عين مجموعة النقط $M(z) \neq B$ حيث $z = x+iy$ التي تجعل المقدار:

$\dfrac{z-c}{z-b}$ تخيلي بحت.

* نفرض أن M مركز الأبعاد المتناسبة للنقط المثقلة $(A,2)$ $(C,1)$ $(B,1)$

احسب العدد m الذي يمثل النقطة M.

2019

- مذاكرة في العقدية -

السؤال الأول: لتكن لدينا النقاط التي تمثلها الأعداد العقدية: $A, a = i$ $B, b = -2-2i$ $C, c = 3-i$

1- اكتب العدد العقدي $\frac{b-a}{c-a}$ بالشكل الجبري.

2 - أثبت أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

السؤال الثاني: لتكن لدينا $P(z) = (z-1-i)(z^2 - 2z + 4)$

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$

2 - نضع $z_1 = 1+i$ $z_2 = 1-\sqrt{3}\, i$

* اكتب z_1 و z_2 بالشكل الأسي.

* اكتب $\frac{z_1}{z_2}$ بالشكلين الجبري ثم الأسي.

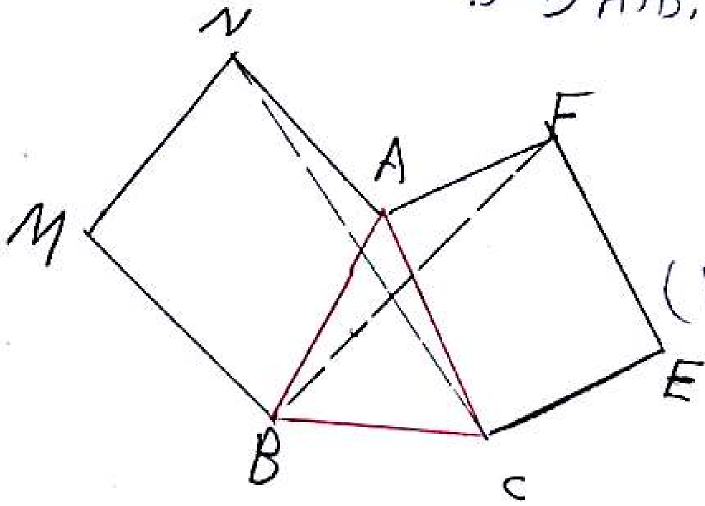
* استنتج قيمة $\cos\frac{7\pi}{12}$ $\sin\frac{7\pi}{12}$

السؤال الثالث: لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z = -1+i$ والمطلوب:

1- أثبت أن z^8 عدد حقيقي

2- جد العدد z' الممثل M' صورة M وفق تحاكي مركزه $A(1+i)$ ونسبته $K=3$

السؤال الرابع: مثلث متساوي الساقين ومباشر التوجيه ABC. ننشئ خارجه مربعين $ABMN$, $ACEF$. نفرض معلماً $(A, \vec{u}, \vec{v})$ متجانساً. ونرمز للأعداد العقدية a, b, c, n, f التي تمثل النقط A, B, C, N, F والمطلوب:



1-1 أثبت أن $f = ic$ $n = -ib$

1-2 أثبت أن $b - f = -i(c - n)$

3- استنتج أن المستقيمين (CN) (BF) متعامدين وأن $BF = CN$

أ. خالد الحسن

" مذاكرة في العقدية "

-2-

السؤال الأول: في المستوي العقدي $(O, \vec{U}, \vec{V})$ لتكن النقاط A ، B ، C صور للأعداد العقدية:

$a = Z_A = 2 \qquad b = Z_B = 1+i \qquad c = Z_C = \overline{Z_B}$

* اكتب بالشكل الجبري ثم بالشكل الأسي العدد $w = \dfrac{c-a}{b-a}$

* استنتج طبيعة المثلث ABC

* وضع النقط A, B, C في المستوي واستنتج نوع الرباعي $AOBC$ مستفيداً من وضع قطريه

* عين ما تمثله مجموعة النقط التي تحقق العلاقة $|Z - Z_B| = |Z - Z_A|$

* عين $Z_{B'}$: B' صورة B وفق دوران مركزه C وزاويته $-\frac{\pi}{2}$

* عين Z_D : D صورة A وفق تحاكٍ مركزه O ونسبته $K = -3$

السؤال الثاني: نتأمل في المستوي ABC مثلث بأشكال التوجيه وكيفي

تنشئ على ضلعيه $[AC], [BC]$ وخارجه المربعين $ACEA'$ ، $CBB'D$

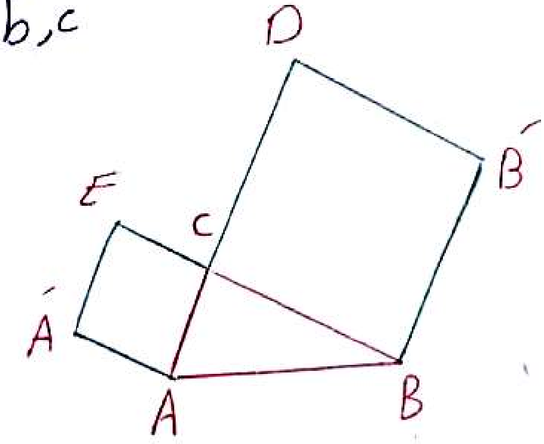
تمثل الأعداد العقدية a, b, c, d, a', b' بالنقط A, B, C, D, A', B'

1- إن B' هي صورة لـ C وفق دوران مركزه B عينه . واكتب الصفة العقدية للعدد b' بدلالة b, c

2- أثبت أن $a' = i(c-a)+a$

3- نعرف أن D هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقط $(A, 2)$ $(A', 3)$ $(B, 1)$ $(C, 1)$

اكتب d بدلالة a, b, c



- اختبار في العقدية -

السؤال الأول: في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ لتكن لدينا المعادلة:

$$z^3-12z^2+48z-128=0$$

* 1- تحقق أن $z=8$ هو حل لهذه المعادلة.

2- عين الثوابت $a,b,c\in\mathbb{R}$ بحيث:

$$z^3-12z^2+48z-128=(z-8)(az^2+bz+c)$$

ثم حل المعادلة المعطاة.

* لتكن لدينا النقاط A,B,C صور الأعداد:

$$z_A=2-2\sqrt{3}\,i \qquad z_B=2+2\sqrt{3}\,i \qquad z_C=8$$

1- اكتب الأعداد z_A, z_B, z_C بالشكل الأسي.

2- أوجد طويلة وزاوية العدد $w=\dfrac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$. ثم عين نوع المثلث ABC

3- عين z_G الموافق لـ G: مركز الأبعاد المتناسبة للنقط المثقلة:

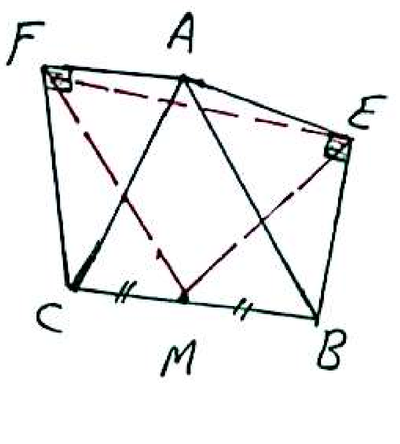
$$(A,|z_A|) \qquad (B,|z_B|) \qquad (C,|z_C|)$$

السؤال الثاني: عين العددين z_1, z_2 حيث

$$\begin{cases} 2z_1-z_2=-3 \\ 2\overline{z_1}+\overline{z_2}=-3+2i\sqrt{3} \end{cases}$$

السؤال الثالث: ABC مثلث. انشأنا عليه المثلثين: ABE ، ACF القائمين ومتساويي الساقين

M: منتصف $[BC]$. نختار معلماً مبدؤه A ونحسب الأعداد العقدية: a,b,c,e,f,m تقابلها النقط A,B,C,E,F,M



والمطلوب:

1- أثبت أن $e=\frac{1}{2}b(1+i)$ وأن $f=\frac{1}{2}c(1-i)$

2- أثبت أن $\dfrac{f-m}{e-m}=i$. استنتج طبيعة المثلث EFM

أ. خالد الحسن

- تمارين في العقدية -

السؤال الأول: لتكن في $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$(E):\quad z^3+2z^2+4(-1+i)z+16(1+i)=0$$

1) a) تحقق أن (4) هو جذر للمعادلة (E)

b) عين العددين a,b بحيث:

$$z^3+2z^2+4(-1+i)z+16(1+i)=(z+4)(z^2+az+b)$$

c) أوجد z_1 و z_2 جذري المعادلة:

$$z^2-2z+4(1+i)=0 \quad ; \quad z\in\mathbb{C}$$

d) استنتج جذور المعادلة (E)

2) - تحقق أن $(-2+4i)^2=-12-16i$

3) - اكتب جذور المعادلة (E) بالشكل الأسي

4) - لتكن النقاط A ، B ، C التي تمثل الأعداد العقدية -4 ، $2i$ ، $2-2i$ بالترتيب
بين أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين

السؤال الثاني:

ليكن العددان المركبان: $z_1=-1+i$ ، $z_2=\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$

1- اثبت أن $\left(\dfrac{z_2}{z_1}\right)^{2014}=-1$

2- اثبت أن $z_1^3=2z_2^3$

3- اكتب بالشكل الجبري الجذرين التربيعيين للعدد:

$$Z=\frac{z_2}{z_1}+\frac{z_1}{z_2}+z_1+z_2$$

4- شكل معادلة من الصيغة: $z^2+bz+c=0$ يكون جذراها z_1 ، z_2

أ. خالد الحسن

- اختبار في العقدية -

السؤال الأول: في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ لتكن لدينا المعادلة:

$$z^3-12z^2+48z-128=0$$

* 1- تحقق أن العدد $z=8$ هو حل لهذه المعادلة.

2- عيّن الثوابت $a, b, c \in \mathbb{R}$ بحيث: $z^3-12z^2+48z-128=(z-8)(az^2+bz+c)$

ثم حل المعادلة المعطاة.

* لتكن لدينا النقط A, B, C صور الأعداد:

$$z_A=2-2\sqrt{3}i \qquad z_B=2+i2\sqrt{3} \qquad z_C=8$$

1- اكتب الأعداد z_A, z_B, z_C بالشكل الأسي

2. أوجد طويلة وزاوية العدد $\omega=\dfrac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$ ثم عين نوع المثلث ABC.

3- عيّن z_G الموافق لمركز الأبعاد المتناسبة للنقط: $(A,|z_A|)$ $(B,|z_B|)$ $(C,|z_C|)$

السؤال الثاني: في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ لتكن لدينا العددين العقديين

$$b=-1+\sqrt{3}i \qquad c=-1-\sqrt{3}i$$

1- اكتب العدد b بالشكل الأسي. ثم استنتج الشكل الأسي للعدد c

2- لتكن لدينا النقط الآتية: A, B, C بحيث:

$z_A=a$

$z_B=b$

$z_C=c$

عيّن a ليكون المثلث ABC مثلث متساوي أضلاع

السؤال الثالث: اكتب العدد $z=1+e^{i\frac{\pi}{3}}$ بالشكل الأسي

السؤال الرابع: لتكن لدينا الأعداد العقدية.

$$z_1=1+i \qquad z_2=3-i \qquad z_3=2e^{i\frac{\pi}{2}}$$

صورها في المستوي العقدي هي على الترتيب A , B , C

1- أثبت أن هذه النقط على استقامة واحدة.

2. أوجد أساسياً الجذور التربيعية للعدد z_1 ومثلها هندسياً.

3- أوجد مجموعة النقط التي تحقق: $|1-z|=|i-z|$

4. اكتب بالشكل الجبري للعدد $z'=e^{i\frac{\pi}{2}}(z_B)$ ما التحويل الذي تكون فيه z' صورة لـ z.

أ. خالد الرحمن

السؤال الأول: لتكن A ، B ، C ، D أربع نقاط ممثلة بالترتيب بالأعداد العقدية:

$a=-3i$ $b=7-4i$ $c=8+3i$ $d=4$

1) ضع النقاط A ، B ، C ، D في شكل.

2) أثبت أن النقاط A ، C ، D تقع على استقامة واحدة

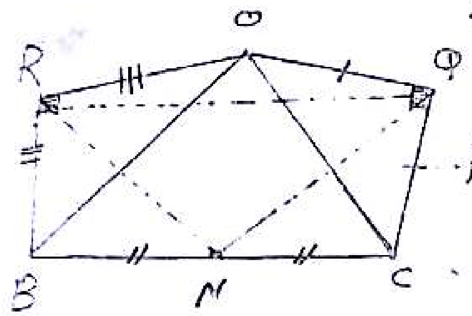
3) احسب $\frac{a-b}{c-b}$ ثم أثبت أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين

4) جد العدد العقدي g الممثل للنقطة G مركز الأبعاد المتناسبة للنقط $(A,2)$ $(B,-2)$ $(C,1)$

السؤال الثاني: نتأمل مثلثاً OBC ننشئ خارج هذا المثلث المثلثين ORB ، OQC القائمين والمتساويي الساقين والنقطة N في منتصف [BC] .

نهدف إلى إثبات أن المثلث RNQ قائم في N ومتساوي الساقين باستخدام الأعداد العقدية

لنختر معلماً متجانساً مباشراً $(O,\vec{u},\vec{v})$. نرمز r ، b ، c ، n ، q للأعداد العقدية التي تمثل R ، B ، C ، N ، Q على الترتيب.



1- ما هي صورة O وفق دوران بربع دورة مباشرة حول Q. ثم أثبت أن $q=\frac{(1+i)c}{2}$

2- ما هي صورة O وفق دوران بربع دورة غير مباشرة حول R. أثبت أن $r=\frac{(1-i)b}{2}$

3- اكتب n بدلالة b ، c

4- أثبت أن $Z_{NR}=iZ_{NQ}$ واستنتج أن $NR=NQ$ وأن $(NR\perp NQ)$

السؤال الثالث: لتكن الأعداد المركبة: $Z_1=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ ، $Z_2=\sqrt{3}+i$ ، $Z_3=1$

1- اكتب بالشكل الأسي العددين Z_1 و Z_2

2- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $Z^3=Z_3$

3- اكتب العدد $\left(\frac{Z_1}{2}\right)^{12}+\left(\frac{Z_2}{2}\right)^{12}$ بالشكل الجبري.

4- اكتب العدد $Z=\frac{Z_1}{Z_2}$ بالشكلين الجبري والأسي ثم استنتج قيمة كل من $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ ، $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$