مدونة المناهج السعودية

https://eduschool40.blog

الموقع التعليمي لجميع المراحل الدراسية

في المملكة العربية السعودية

قروبات القمة في الرياضيات أبداع ليس له حدود

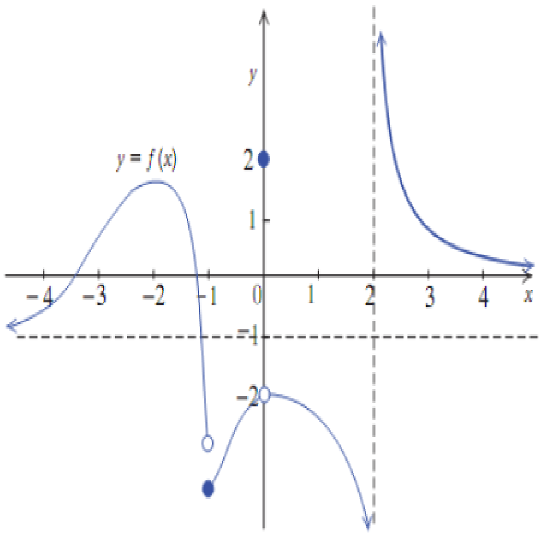
شرح الواجب الثاني ٤٠/٤١ math(101)

قروبات القمة تتقدم بكل الشكر للبشمهندس أسامة المسند

عبدالله الحفني جوال ٠٥٨٣٤٢٢٢٠٠

Question(1)

Use the graph below to answer the folloing (if any)



1). $f(0)$

خطوات الحل

$f(0) = 2$

2). $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$

خطوات الحل

$\lim\limits_{x \to 2} f(x) = \text{D.N.E}$

3). $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{3x^2+1}$

خطوات الحل

$$= \frac{\lim\limits_{x \to 0} f(x)}{\lim\limits_{x \to 0} 3x^2+1} = \frac{-2}{1} = -2$$

4). Find the domain of f .

خطوات الحل

$$D_f = (-\infty, 2) \cup (2, \infty)$$

5). Find the vertical asymptote (s) for f .

خطوات الحل

V.A at $x = 2$

6). Find the horizontal asymptote (s) for f .

خطوات الحل

H.A at $y = -1, 0$

7). Find the x –values at which f is discontinuous.

خطوات الحل

discont. at $x = -1, 0, 2$

Question(2)

Use the definition of limit to show the following :

1). $\lim\limits_{x \to 8} (15 - 6x) = -33$

خطوات الحل

نحدد
$a = 8$
$f(x) = 15 - 6x$
$L = -33$

Assume $\varepsilon > 0$ we are going to find $\delta > 0$

$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \ \delta > 0$

$0 < |x - 8| < \delta$

$|x - 8| < \delta$

$|15 - 6x - (-33)| < \varepsilon$

$|15 - 6x + 33| < \varepsilon$

$|-6x + 48| < \varepsilon$

$|-6||x - 8| < \varepsilon$ $\quad \boxed{\div 6}$

$|x - 8| < \dfrac{\varepsilon}{6}$

choose $\delta = \dfrac{\varepsilon}{6}$

2). $\lim\limits_{x \to 5^+} \sqrt{x-5} = 0$

خطوات الحل

نحدد
$a = 5^+$
$f(x) = \sqrt{x-5}$
$L = 0$

Assume $\varepsilon > 0$ we are going to find $\delta > 0$

$\left|\sqrt{x-5} - 0\right| < \varepsilon$

$\left|\sqrt{x-5}\right| < \varepsilon$

$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \ \delta > 0$

$5 < x < 5 + \delta$

$0 < x - 5 < \delta$

$x - 5 < \delta$

$\sqrt{x-5} < \sqrt{\delta}$

choose $\sqrt{\delta} = \varepsilon \quad to^2$

$\delta = \varepsilon^2$

Question(3)

A). Find all horizontal asymptotes for the following function (if any):

1). $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x+4}$

خطوات الحل

Find the domain نوجد المجال

$D_f = (-\infty, -2) \cup (2, \infty) - \{-4\}$

$\pm\infty \in D_f$

$$\lim_{x \to \pm\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2\left(1 - \frac{4}{x^2}\right)}}{x\left(1 + \frac{4}{x}\right)} \right) = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{|x|\sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}}{x\left(1 + \frac{4}{x}\right)}$$

$$\text{now } \lim_{x \to +\infty} \frac{\cancel{x}\sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}}{\cancel{x}\left(1 + \frac{4}{x}\right)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{4}{\infty^2}}}{\left(1 + \frac{4}{\infty}\right)} = 1$$

$$\text{likewise; } \lim_{x \to -\infty} \frac{-\cancel{x}\sqrt{1 - \frac{4}{x^2}}}{\cancel{x}\left(1 + \frac{4}{x}\right)} = -1$$

H.A at $y = \pm 1$

2). $f(x) = \dfrac{x}{16 - x^2}$

خطوات الحل

Find the domain نوجد المجال

$D_f = R - \{\pm 4\}$

$\pm\infty \in D_f$

$$\lim_{x \to \infty} \left(\frac{x}{16 - x^2} \right)$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{x}{16 - x^2} = 0 \quad \boxed{m = 1 < n = 2}$$

$$\text{likewise; } \lim_{x \to -\infty} \frac{x}{16 - x^2} = 0$$

H.A at $y = 0$

B). Find all Vertical asymptotes for the following function (if any):

1). $f(x)=\frac{1-\cos x}{x^2}$

خطوات الحل

Find the domain   نوجد المجال

$x^2=0 \Rightarrow x=0$

$D_f=\mathbb{R}-\{0\}$

study V.A

$\lim_{x\to 0^+}\frac{1-\cos x}{x^2}\left(\frac{0}{0}\right)\cdot\frac{1+\cos x}{1+\cos x}$

حل اخر سريع
$1-\cos x=2\sin^2\frac{x}{2}$

$=\lim_{x\to 0^+}\frac{1-\cos^2 x}{x^2}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{1}{1+\cos 0}$

$=\left(\lim_{x\to 0^+}\frac{\sin x}{x}\right)^2\cdot\lim_{x\to 0}\frac{1}{1+1}=1\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\neq\pm\infty$

likewise, $\lim_{x\to 0^-}\frac{1-\cos x}{x^2}=\frac{1}{2}\neq\pm\infty$

NOV.A at $x=0$

2). $f(x)=\frac{2x+5}{|x|-5}$

خطوات الحل

Find the domain   نوجد المجال

$|x|-5=0 \qquad |x|=5$

$x=\pm 5 \qquad D_f=\mathbb{R}-\{\pm 5\}$

study V.A

$\lim_{x\to 5^+}\frac{2x+5}{|5|-5}=\lim_{x\to 5}\frac{15}{\underset{0}{(+)}}=\infty$

$\lim_{x\to 5^-}\frac{15}{|5|-5}=\lim_{x\to 5^-}\frac{15}{\underset{0}{(-)}}=-\infty$

V.A at $x=5$

$\lim_{x\to -5^+}\frac{-5}{|-5|-5}=\frac{-5}{\underset{0}{(-)}}=\infty$

$\lim_{x\to -5^-}\frac{-5}{|-5|-5}=\frac{-5}{\underset{0}{(+)}}=-\infty$

V.A at $x=-5$

Question(4)

Find the constants a and b such that $\lim_{x\to 0}\frac{a-\sqrt{x+1}}{bx}=4$.

خطوات الحل

(1) بما ان النهاية محققة
(2) نوجد a ساوي البسط بصفر
(3) ضع $x=0$

such that limit is exists

then $a-\sqrt{x+1}=0$ at $x=0$

$\Rightarrow a-\sqrt{0+1}=0$

$\Rightarrow a-1=0$

$\Rightarrow a=1$

Now

(1) الان نوجد b
(2) ضرب في المنتسب
(3) التبسيط وايجاد قيمة b

$\lim_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{x+1}}{bx}\cdot\frac{1+\sqrt{x+1}}{1+\sqrt{x+1}}=4$

$\lim_{x\to 0}\frac{\cancel{1}-x-\cancel{1}}{bx(1+\sqrt{x+1})}$

$=\lim_{x\to 0}\frac{-\cancel{x}}{b\cancel{x}(1+\sqrt{x+1})}=4$

$\frac{-1}{b(1+1)}=4$

$2b=\frac{-1}{4}$

$b=-\frac{1}{8}$

Find the following limits :

1). $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-1}$

خطوات الحل

تعويض مباشر

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{0+1}-2}{0-1}=\frac{-1}{-1}=1$$

2). $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{|x-3|}{3-x}$

خطوات الحل

مفتاح الحل اعادة تعريف المطلق
(١) بحث الاشارة يمين يسار

$$|x-3|=\begin{cases}x-3 & ;x\ge 3\\ -(x-3) & ;x<3\end{cases}$$

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{\cancel{(x-3)}}{(-)\cancel{(x-3)}}=-1\\ \qquad\qquad\neq\\ \lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{-\cancel{(x-3)}}{(-)\cancel{(x-3)}}=1\end{cases}$$

then $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{|x-3|}{3-x}$ D.N.E

3). $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\csc x-\cot x}{x\csc x}$

خطوات الحل

is form $\left(\dfrac{\frac{1}{0}-\frac{1}{0}}{\frac{0}{0}}\Rightarrow\dfrac{\infty-\infty}{\frac{0}{0}}\right)$

مفتاح الحل تجزيء الكسر
(١) استخدم قانون $\cos x$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cancel{\csc x}}{x\cancel{\csc x}}-\frac{\cos x\cancel{\sin x}}{x\cancel{\sin x}}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}-\frac{\cos x}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x}=0\,(\text{Theroem})$$

Another technique

$$\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{\sin x}-\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{x}{\sin x}}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1-\cos x}{\sin x}}{\frac{x}{\sin x}}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{\sin x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cancel{2}\sin^{\cancel{2}}\frac{x}{2}}{\cancel{2}\cancel{\sin\frac{x}{2}}\cdot\cos\frac{x}{2}}\cdot 1$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin 0}{\cos 0}=0$$

Another technique

$$\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{\sin x}-\frac{\cos x}{\sin x}}{\frac{x}{\sin x}}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1-\cos x}{\sin x}}{\frac{x}{\sin x}}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{\sin x}\cdot\frac{1+\cos x}{1+\cos x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos^2 x}{\sin x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{1}{1+\cos x}\cdot 1$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin^{\cancel{2}}x}{\cancel{\sin x}}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{1}{2}=\lim_{x\to 0}\sin x\cdot\frac{1}{2}=0$$

4). $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+x}-x\right)$ is form $(\infty-\infty)$

خطوات الحل

Now by the conjugate

مفتاح الحل ضرب في المرافق

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+x}-x\right)\left(\sqrt{x^2+x}+x\right)}{\sqrt{x^2+x}+x}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{x^2}+x-\cancel{x^2}}{\sqrt{x^2+x}+x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x}{|x|\sqrt{1+\frac{1}{x}}+x}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{x}}{\cancel{x}\left(\sqrt{1+\frac{1}{x}}+1\right)}=\frac{1}{2}$$

5). $\lim\limits_{x\to 0}x^2\cos^2\left(\dfrac{1}{x}\right)$ is form $(0\bullet\infty)$

خطوات الحل

we know $-1\le\cos(x)\le 1$

$$0\le\cos^2\left(\frac{1}{x}\right)\le 1\qquad ;x\ne 0$$

مفتاح الحل التعويض معرفة كيف
اطبق نظرية السندوتش
اضرب في x^2

$$0.x^2\le\quad x^2\cos^2\left(\frac{1}{x}\right)\quad\le x^2$$

$$\downarrow\qquad\qquad\downarrow\qquad\qquad\downarrow$$

$\lim\limits_{x\to 0}0=0$ by using $S.T$ $\lim\limits_{x\to 0}x^2=0$

$$\lim_{x\to 0}x^2\cos^2\left(\frac{1}{x}\right)=0$$

Question(5)

6). $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-5x+6}{x^4-16}$ is form $\left(\dfrac{0}{0}\right)$

خطوات الحل

$$\lim_{x\to 2} \frac{\cancel{(x-2)}(x-3)}{\cancel{(x-2)}(x+2)(x^2+4)}$$

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x-3)}{(x+2)(x^2+4)}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{2-3}{(2+2)(4+4)} = \frac{-1}{32}$$

7). $\lim\limits_{x\to\infty} \cos\left(\dfrac{4\pi x^2+1}{2x^2+x+5}\right)$

خطوات الحل

by using cont. at $x=2\pi$

$,$so $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4\pi x^2+1}{2x^2+x+5} = \dfrac{4\pi}{2} = 2\pi$ $\boxed{\begin{array}{l} m=2 \\ n=2 \\ m=n \end{array}}$

$$\cos \lim_{x\to\infty} \frac{4\pi x^2+1}{2x^2+x+5} = \cos 2\pi = 1$$

8). $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{\sqrt{6x}-\sqrt{x+25}}{\tan(x-5)}$ is form $\left(\dfrac{0}{0}\right)$

خطوات الحل

Now by the conjugate

$$\lim_{x\to 5} \frac{\sqrt{6x}-\sqrt{x+25}}{\tan(x-5)} \cdot \frac{\sqrt{6x}+\sqrt{x+25}}{\sqrt{6x}+\sqrt{x+25}}$$

$$\lim_{x\to 5} \frac{6x-x-25}{\tan(x-5)} \bullet \lim_{x\to 5} \frac{1}{\sqrt{6x}+\sqrt{x+25}}$$

$$\lim_{x\to 5} \frac{5(x-5)}{\tan(x-5)} \bullet \lim_{x\to 5} \frac{1}{\sqrt{30}+\sqrt{30}}$$

$\boxed{\begin{array}{l} put\ y = x-5 \\ x\to 5 \Rightarrow y\to 0 \end{array}}$

$$\lim_{y\to 0} \frac{5y}{\tan y} \cdot \frac{1}{2\sqrt{30}}$$

$$= \frac{5}{2\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{30}}{12}$$

9). $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{4}{3}}}{x-1}$ is form $\left(\dfrac{0}{0}\right)$

خطوات الحل

by fact.

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^{\frac{1}{3}}\cancel{(1-x)}}{-\cancel{(1-x)}}$$

$$\lim_{x\to 1} -(1)^{\frac{1}{3}} = -1$$

Question(6)

A). Discuss the continuity of the function $f(x) = \sin\left(\dfrac{1}{x-1}\right)$.

خطوات الحل

let $g(x) = \dfrac{1}{x-1}$ is cont. $\forall x \in \mathbb{R}-\{1\}$ --- $\boxed{1}$

let $h(x)=\sin x$ is cont. $\forall x \in \mathbb{R}$--- $\boxed{2}$

from $\boxed{1}$,$\boxed{2}$ both $g(x)$ and $h(x)$ are cont.on $\mathbb{R}-\{1\}$

by Theroem $f = (h \circ g)(x)$, f is cont.on $\mathbb{R}-\{1\}$

$$x \xrightarrow{\text{comp.}} \frac{1}{x-1} \xrightarrow{\text{comp.}} \sin\left(\frac{1}{x-1}\right)$$

$$f(x)$$

B). Use the intermediate value theorem to prove that the function $f(x)=1+x+\cos x$ has a zero in the interval $\left[\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$.

خطوات الحل

$\boxed{1}$ $f(x)$ is cont. $\forall x\in\mathbb{R};\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\subseteq\mathbb{R}$

$$\boxed{2}\left\{\begin{array}{l} f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=1-\frac{\pi}{2}+\cos(-\frac{\pi}{2})=\frac{2-\pi}{2}<0 \\ f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1+\frac{\pi}{2}+\cos(\frac{\pi}{2})=\frac{2+\pi}{2}>0 \end{array}\right)\Rightarrow f(-\tfrac{\pi}{2})\cdot f(\tfrac{\pi}{2})<0$$

using I.V.T.

$\exists c\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$ S.T. $\Rightarrow f\left(-\frac{\pi}{2}\right)<f(c)=0<f\left(\frac{\pi}{2}\right)$

has least one solution S.T $f(c)=0$.i.e f *has a zero in the interval* $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$

C). Find the value of a and b such that $f(x)=\begin{cases} x+1 & ; \; x\le 1 \\ ax+b & ; \; 1<x<2 \\ x^2-1 & ; \; x\ge 2\end{cases}$

in cotinuous every where.

خطوات الحل

since f is cont. every wher

then when $x=1$ *if* is cont.

$\lim\limits_{x\to 1^-} x+1=\lim\limits_{x\to 1^+} ax+b$

$a+b=2\cdots(1)$

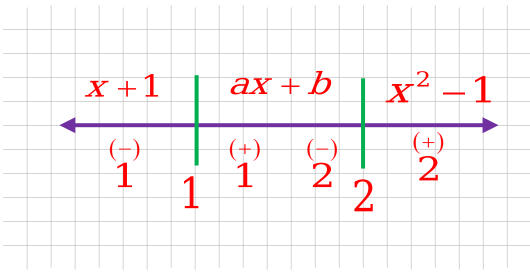
then; $x=2$ is cont.

$\lim\limits_{x\to 2^-} ax+b=\lim\limits_{x\to 2^+} x^2-1$

$2a+b=3\cdots(2)$

from (1),(2)

$\boxed{a=1}$ $\boxed{b=1}$



شرح الواجب الثاني ٤١/٤٠ math(101)

قروبات القمة تتقدم بكل الشكر للبشمهندس أسامة المسند

عبدالله الحفني جوال ٠٥٨٣٤٢٢٢٠٠

قروبات القمة في الرياضيات تقدم لكم نخبة من افضل مدرسي كورس ريض ١٠١

استاذ / عبدالباسط سمير جوال : ٠٥٨٢١٢٨٢٢١

استاذ / محمد راضي جوال :- ٠٥٠٩٤٢١٨٤٤

استاذ /عبد التواب حامد جوال :- ٠٥٤٢٩٩٢٩٠١

عبدالله الحفني جوال :- ٠٥٨٣٤٢٢٢٠٠

قروبات القمة في الرياضيات تمنى لكم التوفيق والنجاح

قروبات القمة في الرياضيات أبداع ليس له حدود (همة حتي القمة)

قروبات القمة في الرياضيات تقدم لكم نخبة من افضل مدرسي كورس ريض ١٠١

لمراجعة كورس ريض ١٠١

الاستاذ محمد سمير

خبرة كبيرة لتدريس طلاب السنة التحضيرية

جوال :٠٥٤٨٨٥٨٠٧٩