معهد البيادر التعليمي

النموزج الأول : النواس المرن ٢٠٢٢

## أولا : اختر الإجابة الصحيحة :

١- نواس مرن دوره الخاص ( $\sqrt{2}$ s ) نستبدل النابض بنابض أخر بحيث $k' = \frac{k}{2}$ فيصبح الدور الخاص الجديد

A ) $\sqrt{2}$ S　　B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ S　　C) $\frac{1}{2}$ S　　D) 2 S

٢- طبيعة حركة النواس المرن مستقيمه :

A ) متسارعه بانتظام نحو المركز　　B) متسارعه نحو المركز　　C) متسارعه نحو Xmax -　　D) منتظمه

٣- نواس مرن غير متخامد دوره الخاص ( 1 s ) وتسارع الجاذبيه الأرضية ( $10\ m\ .\ s^{-2}$ ) فإن الاستطالة السكونية له

A ) 100 cm　　B) 50 cm　　C) 25 cm　　D) 10 cm

## ثانيا: اجب عن ثلاث أسئله فقط امما يلي :

١- برهن بالرموز أن الطاقة الكلية في النواس المرن ( الهزازة الجيبية الانسحابيه ) تساوي مقدارا ثابتا وما شكل الطاقة
A) في مركز الاهتزاز　　B) في المطالبين الأعظميين

٢- برهن أن محصلة القوى في الحركة التوافقية البسيطة هي قوة ارجاع تعطى بالعلاقه $F = -k.x$

٣- فسر مستخدما الرموز : a - تتفق قوة الارجاع والتسارع جهة نحو مركز الاهتزاز
b- عند وقوف الجسم في النواس المرن في مركز التوازن لسبب ما فإنه يبقى ساكنا بعد زوال سبب التوقف

٤ – اكتب تابع المطال الزمني معتبرا أن طور البدء ( $\varphi = 0$ ) واستنتج تابع السرعه الزمني مبينا متى تنعدم سرعه الجسم و متى تكون عظمى ( طويله ) مع رسم الخط البياني لتغيرات السرعه خلال دور واحد

## رابعا : حل المسائل التالية :

المسألة الأولى : نؤلف هزازة جيبية انسحابيه من جسم كتلته ( 20 g ) ونابض مرن شاقولي حلقاته متباعدة ثابت صلابته ( 0,2 N.m-1 )
نزيح الجسم ضمن حدود مرونة النابض مسافة ( 4 cm ) ونتركه بدون سرعه ابتدانيه في اللحظة الابتدائية ( t = 0 )

١- احسب الدور الخاص للنواس وهل تتغير قيمته بمضاعفه سعه الاهتزاز ولماذا ؟
٢- استنتج التابع الزمني للمطال انطلاقا من شكله العام بعد تعيين قيم ثوابته
٣- احسب الطاقة الميكانيكية للنواس ثم أحسب الطاقة الحركية عندما $\chi = \frac{Xmax}{2}$
٤- احسب سرعه الجسم في اللحظة ( $t = \frac{1}{2}$ S ) ثم احسب التسارع في اللحظة $t = \frac{1}{3}$ S
٥- اذا حدث تغير نسبي في دور النواس قدره ( 0,02 ) احسب التغير النسبي المرتكب في قياس الكتله
٦- نريد لدور النواس أن يصبح ربع ما كان عليه وذلك باستبدال النابض بنابض آخر استنتج قيمه ثابت صلابه النابض المناسب هذه الحاله

المسألة الثانية :

يهتز جسم بمرونه نابض مهمل الكتلة حلقاته متباعدة 10 هزات خلال عشر ثواني وبسعه اهتزاز 12cm وبفرض مبدأ الزمن لحظة مرور الجسم بنقطه مطالها 6cm وهو متحرك بالاتجاه السالب والمطلوب

١- استنتج التابع الزمني للمطال انطلاقا من شكله العام
٢- احسب زمن المرور الأول للجسم في مركز التوازن ثم احسب سرعته عندئذ

2022

-----------------

قد نتعب نعم - لكننا أصحاب هدف　　نهاية الأسئلة　　مدرس المادة : أحمد العمر

# النموذج الأول: النواس المرن #2022

أولاً:

① D) 2s

② B) متسارعة نحو المركز

③ C) 25cm



ثانياً:

① تم اثباتها أنها مقدار ثابت سابقاً

المناقشة:

A- في المركز: ينعدم تابع المطال $x=0$
وتنعدم معه الطاقة الكامنة المرونية $E_p=0$.
وتكون الطاقة كلها على شكل طاقة حركية

$$E_k = E = \frac{1}{2} k X_{max}^2 = const$$

B- في المطالين الأعظميين: تنعدم السرعة $v=0$
وتنعدم معها الطاقة الحركية $E_k=0$.
وتكون الطاقة كلها على شكل طاقة كامنة مرونية:

$$E = E_p = \frac{1}{2} k X_{max}^2 = const$$

② تم الإثبات بالنموذج السابق (سابقاً)

③

a- $\left\{\begin{array}{l} F=-kx \\ a=-\omega_0^2 x \end{array}\right.$ كلاهما يتناسب طرداً مع المطال $x$ ويخالفه بالإشارة، فهما متفقان جهة.

b- بسبب التوقف تنعدم السرعة $v=0$
وبالتالي تنعدم الطاقة الحركية $E_k=0$
ولأن التوقف حدث في المركز $x=0$
وبالتالي تنعدم الطاقة الكامنة $E_p=0$
فتنعدم الطاقة الكلية $E=0$

④ تم الحل سابقاً (النموذج السابق)

رابعاً:

المسألة الأولى:

المعطيات: $m=20g=20\times10^{-3}\,kg$

$k=0,2\,N.m^{-1}$ , $x=4\,cm=4\times10^{-2}\,m$

شروط البدء $v=0 , t=0$

1)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2\times10^{-2}}{2\times10^{-1}}} = 2\pi\sqrt{10^{-1}}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} \Rightarrow T_0 = 2$$

لا يتغير $T_0$ لأنه لا يتعلق بسعة الاهتزاز $X_{max}$

2) $\cos(\omega_0 t + \varphi)$

نوجد قيم الثوابت $X_{max}, \omega_0, \varphi$

- النبض الخاص:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi \Rightarrow \omega_0 = \pi\ rad.s^{-1}$$

- سعة الاهتزاز:

بما أن الجسم ترك بدون سرعة ابتدائية $v=0$ في اللحظة $t=0$ ⇐ $x = X_{max}$ ⇐ $X_{max} = 4\times10^{-2}\,m$

لايجاد $\varphi$ نعوض شروط البدء: $t=0 , x=X_{max}$

$$X_{max} = X_{max}\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1$$
$$\Rightarrow \varphi = 0\ rad$$

نعوض قيم الثوابت في الشكل العام لتابع المطال.

$$x = 4\times10^{-2}\cos(\pi t)\ m$$

3)

$$E = \frac{1}{2} k X_{max}^2 = \frac{1}{2}(0,2)(16\times10^{-4})$$
$$\Rightarrow E = 0,1\times16\times10^{-4} \Rightarrow E = 16\times10^{-5}\,J$$

• $E_p = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k \frac{X_{max}^2}{4} \Rightarrow E_p = \frac{1}{4} E$

$$E_k = E - E_p = E - \frac{1}{4}E \Rightarrow E_k = \frac{3}{4}E$$
$$E_k = \frac{3}{4}(16\times10^{-5}) \Rightarrow E_k = 12\times10^{-5}\,J$$

4) نوجد تابع السرعة

$$v = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

نعوض قيم الثوابت

$$v = -\pi\times4\times10^{-2}\sin(\pi t + 0)$$

نعوض اللحظة ($t=\frac{1}{2}\,s$)

$$v = -4\pi\times10^{-2}\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$
$$\Rightarrow v = -4\pi\times10^{-2}\,m.s^{-1}$$

نوجد تابع التسارع ونعوض قيم الثوابت

$$a = -\omega_0^2(x) \Rightarrow a = -\pi^2(x)$$

نوجد قيمة تابع المطال في اللحظة ($t=\frac{1}{3}\,s$)

$$x = 4\times10^{-2}\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow x = 4\times10^{-2}\left(\frac{1}{2}\right)$$
$$x = 2\times10^{-2}\,m$$

نعوض في تابع التسارع

$$a = -10(2\times10^{-2}) \Rightarrow a = -2\times10^{-1}\,m.s^{-2}$$

5) $\frac{\Delta T_0}{T_0} = 0{,}02$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T_0 = 2\pi k^{-\frac{1}{2}} . m^{\frac{1}{2}}$

$T_0 = const . m^{\frac{1}{2}}$

نأخذ التغير النسبي للطرفين

$\frac{\Delta T_0}{T_0} = 0 + \frac{1}{2}\frac{\Delta m}{m} \Rightarrow \frac{\Delta m}{m} = 2\frac{\Delta T_0}{T_0}$

$\frac{\Delta m}{m} = 2(0{,}02) \Rightarrow \frac{\Delta m}{m} = 0{,}04$

6) $T_0' = \frac{1}{4} T_0$

$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{k'}} \Rightarrow \frac{\frac{1}{4}\cancel{T_0}}{\cancel{T_0}} = \sqrt{\frac{k}{k'}}$

$\frac{1}{16} = \frac{k}{k'} \Rightarrow k' = 16k$

$k' = 16(0{,}2) \Rightarrow k' = 3{,}2\ N.m^{-1}$

المسألة الثانية:

المعطيات:

$N = 10$ هزات، $t = 10\ s$

$X_{max} = 12\ cm = 12\times10^{-2}\ m$

شروط البدء: $x = 6cm = 6\times10^{-2}m,\ t = 0,\ v < 0$

1) $x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

نوجد قيم الثوابت $X_{max}$ ، $\omega_0$ ، $\varphi$

- سعة الاهتزاز:

$X_{max} = 12\times10^{-2}\ m$

- النبض الخاص:

$T_0 = \frac{t}{n} = \frac{10}{10} = 1\ s \Rightarrow T_0 = 1\ s$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow \omega_0 = 2\pi\ rad.s^{-1}$

- لإيجاد $\varphi$ نعوض شروط البدء.

$6\times10^{-2} = 12\times10^{-2}\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{6}{12}$

$\cos\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{3}\ rad$

نوجد تابع السرعة:

$v = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$ $\boxed{t=0}$

$v = -\omega_0 X_{max}\sin\varphi$

حيث $\omega_0$ و $X_{max}$ ثوابت موجبة.

$\varphi = -\frac{\pi}{3}\ rad \Leftarrow$ $v > 0$ مرفوض.

$\varphi = \frac{\pi}{3}\ rad \Leftarrow$ $v < 0$ مقبول.

نعوض قيم الثوابت في الشكل العام لتابع المطال.

$x = 12\times10^{-2}\cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})\ m$

2) نوجد زمن المرور الأول.

عند المرور بالمركز $x = 0$

$0 = 12\times10^{-2}\cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})$

$\Rightarrow \cos(2\pi t + \frac{\pi}{3}) = 0$

$\Rightarrow 2\pi t + \frac{\pi}{3} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$

$k = 0, 1, 2, \ldots$ $\boxed{\div 2\pi}$

$t + \frac{1}{6} = (2k+1)\frac{1}{4}$

$t + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}k + \frac{1}{4} \Rightarrow t = \frac{1}{2}k + \underset{(3)}{\frac{1}{4}} - \underset{(2)}{\frac{1}{6}}$

$t = \frac{1}{2}k + \frac{1}{12}$

زمن المرور الأول $k = 0$.

$t = \frac{1}{2}(0) + \frac{1}{12} \Rightarrow t = \frac{1}{12}\ s$

نوجد تابع السرعة ونعوض اللحظة $t = \frac{1}{12}\ s$.

$v = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$v = -2\pi\times12\times10^{-2}\sin(2\pi.\frac{1}{12} + \frac{\pi}{3})$

$v = -24\pi\times10^{-2}\sin(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3})$

$v = -24\pi\times10^{-2}\sin(\frac{\pi}{2})$

$v = -24\pi\times10^{-2}(1)$

$\Rightarrow v = -24\pi\times10^{-2}\ m.s^{-1}$

أبو رسلان

Subject: 2016 - 2017
Date

المدرس: ~~[illegible]~~

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة:

1 - اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي

1 - نواس مرن دوره ($T_0 = \sqrt{2}\,s$) نستبدل النابض بنابض آخر $K' = 2K$ فيكون $T'$

A - $(2)\,s$ B - $(1)\,s$ C - $(\sqrt{2})\,s$ D) $(4)\,s$

2 - عندما يكون الجسم المهتز في نقطة مطالها $x = \frac{x_{max}}{\sqrt{2}}$ عندئذ يكون

A - $E = E_p$ B - $E = 4E_p$ C - $E = 2E_p$ D) $E = \sqrt{2}\,E_p$

2 - انطلاقاً من العلاقة $-K\bar{x} = m\bar{a}$

استنتج بالرموز علاقة الدور الخاص للنواس المرن موضحاً دلالات الرموز والواحدات

3 - انطلاقاً من العلاقة

$\bar{x} = x_{max}\cos(\omega_0 t)$

أوجد تابع السرعة وناقشه مع رسم خط البياني خلال دور واحد.

4 - استنتج بالرموز علاقة الطاقة الكلية في النواس المرن وارسم خط البياني بدلالة المطال وناقشه a - في مركز الاهتزاز b - في المطالين الأعظميين

المسألة الأولى: اهتزازة توافقية بسيطة كتلة الجسم المعلق فيها $(100g)$ بنابض مهمل الكتلة يهتز الجسم بدور خاص $(1)\,s$ وسعة اهتزاز $(16)\,cm$ ولنفرض مبدأ الزمن لحظة الجسم في مطاله الأعظمي الموجب

1 - أوجد التابع الزمني للمطال معيناً قيم ثوابته

2 - احسب ثابت صلابة النابض

3 - عين لحظتي مرور الجسم الأول والثاني في المركز

4 - احسب التسارع وقوة الإرجاع عند $(\bar{x} = 5\,cm)$

5 - احسب الطاقة الميكانيكية للنواس

6 - احسب الطاقة الحركية في نقطة مطالها $(\bar{x} = 10)\,cm$.

7 - احسب الكتلة الواجب تعليقها لتجعل النواس يهتز بدور $(2)\,s$

المسألة الثانية:

نعلق نابض مرن مهمل الكتلة ثابت صلابته $(K = 4\,N.m^{-1})$ شاقولياً ونحمله جسم كتلته $(0.1\,kg)$ وبعد أن يتوازن نزيحه نحو الأسفل مسافة $(8)\,cm$ بالاتجاه الموجب ونتركه دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t=0$

1-1 احسب الاستطالة السكونية

2-1 احسب الدور الخاص للنواس

3-1 استنتج التابع الزمني للمطال

4-1 احسب الطاقة الحركية في مركز الاهتزاز

5 - إذا حدث تغير نسبي في قياس كتلة الجسم مقداره $(0.04)$ احسب التغير النسبي المرتكب في حساب الدور.

انتهت الأسئلة

حل نموذج النواس المرن (شامل) بيادر

أولاً:

1) اختر الإجابة الصحيحة :

① B) 1 s

② C) $E = 2E_p$

2) $-kx = m\bar{a}$

لكن $x''_t = a$

$-kx = m x''_t \Rightarrow x''_t = -\frac{k}{m}x$ ...①

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل: $x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

حيث أن $\varphi$ و $\omega_0$ و $X_{max}$ ثوابت

نشتق الحل مرتين بالنسبة للزمن:

$x'_t = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t+\varphi)$

$x''_t = -\omega_0^2 \underbrace{X_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi)}_{x}$

$x''_t = -\omega_0^2 x$ ...②

من ① و ② نجد

$-\omega_0^2 x = -\frac{k}{m}x \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{k}{m}$

بالجذر حيث $k$ و $m$ موجبان

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} > 0 \rightarrow$ وهي علاقة النبض الخاص

• نستنتج أن حركة النواس المرن حركة جيبية انسحابية دورية نبضها الخاص $\omega_0$ ودورها الخاص $T_0$

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

• نستنتج أن الدور الخاص يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي للكتلة العطالية وعكساً مع الجذر التربيعي لثابت صلابة النابض، والدور لا يتعلق بسعة الاهتزاز $X_{max}$

3) $x = X_{max}\cos(\omega_0 t)$ ...① لكن $x'_t = v$

$v = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t)$ ...②

نجد $\omega_0$ و $X_{max}$ ثوابت موجبة

• ينعدم تابع السرعة عندما $\sin(\omega_0 t) = 0 \Rightarrow v = 0$

عندما يكون $\cos(\omega_0 t) = \pm 1 \Rightarrow x = \pm X_{max}$

نستنتج ينعدم تابع السرعة في المطالين الأعظميين $\pm X_{max}$ (وقوف آني) (المطلق تغيير جهة شعاع السرعة)

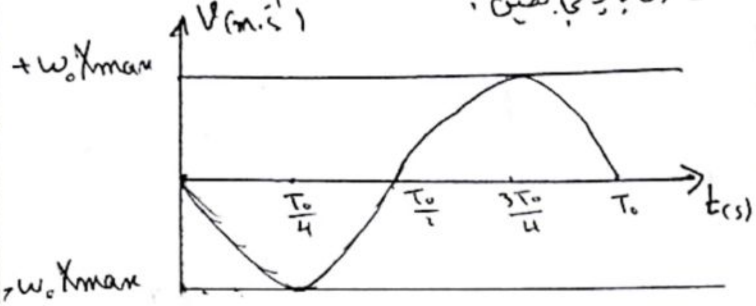
• يكون تابع السرعة أعظمياً عندما $\sin(\omega_0 t) = \pm 1$

$v = -\omega_0 X_{max}(\pm 1) \Rightarrow v_{max} = \pm\omega_0 X_{max}$

طويلة: $|v_{max}| = \omega_0 X_{max}$

عندما يكون $\cos(\omega_0 t) = 0 \Rightarrow x = 0$

نستنتج يكون تابع المطال أعظمياً عند المرور في مركز التوازن بالاتجاهين.




4) $E = E_p + E_k$ ⊗

• $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

$x = X_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi)$

$E_p = \frac{1}{2}kX_{max}^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi)$ ...①

• $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$v = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t+\varphi)$

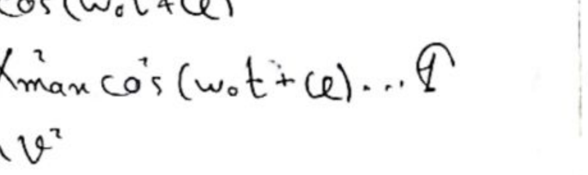
$E_k = \frac{1}{2}kX_{max}^2\sin^2(\omega_0 t+\varphi)$ ...②

نعوض ① و ② في *

$E = \frac{1}{2}kX_{max}^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi) + \frac{1}{2}kX_{max}^2\sin^2(\omega_0 t+\varphi)$

$E = \frac{1}{2}kX_{max}^2\underbrace{[\cos^2(\omega_0 t+\varphi)+\sin^2(\omega_0 t+\varphi)]}_{1}$

$E = \frac{1}{2}kX_{max}^2 = const$




في المركز: $x=0 \Leftarrow$ $E_p = 0$ وتكون الطاقة كلها على شكل طاقة حركية

$E_k = E = \frac{1}{2}kX_{max}^2 = const$

في المطالين: $v=0 \Leftarrow$ $E_k = 0$ وتكون الطاقة كلها على شكل طاقة كامنة مرونية

$E_p = E = \frac{1}{2}kX_{max}^2 = const$

## المسألة الأولى:

المعطيات: $m = 100g = 100\times10^{-3}kg = 10^{-1}kg$ ، $t=0$

$T_0 = 1s$ , $X_{max} = 16cm = 16\times10^{-2}m$ ، $x = X_{max}$

1) $x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

نوجد قيم الثوابت $\varphi$ و $\omega_0$ و $X_{max}$

$X_{max} = 16\times10^{-2}m$ , $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} \Rightarrow \omega_0 = 2\pi\ rad.s^{-1}$

لإيجاد $\varphi$ نعوض شروط البدء $x = X_{max}$ و $t=0$

$X_{max} = X_{max}\cos(\varphi) \Rightarrow \cos\varphi = 0$

$\Rightarrow \varphi = 0\ rad$

نعوض في الشكل العام للمطال

$x = 16\times10^{-2}\cos(2\pi t + 0)$ (m)

2) $k = m\omega_0^2 = 10^{-1}\times4\times10 \Rightarrow k = 4\ N.m^{-1}$

3) بما أن $t = 0$ ، $x = X_{max}$ ⇐

لحظة المرور الأول $t_1 = \frac{T_0}{4} = \frac{1}{4}s$

لحظة المرور الثالث $t_2 = \frac{5T_0}{4} = \frac{5}{4}s$

4) $a = -\omega_0^2 x = -4\times10(5\times10^{-2})$

$a = -2\ m.s^{-2}$

$F = -kx = -4(5\times10^{-2}) \Rightarrow F = -2\times10^{-1}N$

شدتها $F = 2\times10^{-1}N$

5) $E = \frac12 k X_{max}^2 = \frac12\times4(256\times10^{-4})$

$\Rightarrow E = 512\times10^{-4}J$

6) $E_p = \frac12 kx^2 = \frac12\times4\times10^{-2} = 2\times10^{-2}J$

$E_p = 200\times10^{-4}J$

$E_k = E - E_p = (512-200)\times10^{-4} = 312\times10^{-4}J$

$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{m'}{m}} \Rightarrow 4 = \frac{m'}{m} \Rightarrow m' = 4m$

$m' = 4\times100\times10^{-3} \Rightarrow m' = 4\times10^{-1}kg$

## المسألة الثانية:

المعطيات: $k = 4\ N.m^{-1}$ , $m = 0.1kg$

$x = 8cm = 8\times10^{-2}m$   $v=0$ , $t=0$

1) $x_0 = \frac{W}{k} = \frac{mg}{k} = \frac{10^{-1}\times10}{4} = \frac14 m$

2) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{10^{-1}}{4}}$

$\Rightarrow T_0 = 2\frac12 \Rightarrow T_0 = 1s$

3) $x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

نوجد قيم الثوابت $X_{max}$ و $\varphi$ و $\omega_0$

$X_{max} = 8\times10^{-2}m$   $x = X_{max}$ ⇐ $\begin{cases} v=0 \\ t=0 \end{cases}$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} \Rightarrow \omega_0 = 2\pi\ rad.s^{-1}$

لإيجاد $\varphi$ نعوض شروط البدء $t=0, x = X_{max}$

$X_{max} = X_{max}\cos(\omega_0(0) + \varphi)$

$\cos(\varphi) = 1 \Rightarrow \varphi = 0\ rad$

نعوض قيم الثوابت في الشكل العام لتابع المطال.

$x = 8\times10^{-2}\cos(2\pi t + 0)$ (m)

4) في مركز الاهتزاز $x = 0$ ⇐ $E_p = 0$

$E_k = E = \frac12 k X_{max}^2 = \frac12\times4(64\times10^{-4})$

$E_k = 2(64\times10^{-4}) = 128\times10^{-4}J$

5) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\frac{m^{1/2}}{k^{1/2}}$

$T_0 = 2\pi k^{-1/2}.m^{1/2} \Rightarrow T_0 = const.m^{1/2}$

نأخذ التغير النسبي للطرفين

$\frac{\Delta T_0}{T_0} = 0 + \frac12\frac{\Delta m}{m}$

$\frac{\Delta T_0}{T_0} = \frac12(0.04) \Rightarrow \frac{\Delta T_0}{T_0} = 0.02$

قد نتعب نعم لكننا أصحاب هدف

يارب توفيقك

ABO-RSLAN

معهد البيادر التعليمي

النماذج المنتظمة : النواس المرن ٢٠٢٢

## أولا : اختر الإجابة الصحيحة :

١- نواس مرن دوره الخاص ( $\sqrt{2}$ s ) نستبدل النابض بنابض آخر بحيث $m' = \frac{m}{2}$ فيصبح الدور الخاص الجديد

A) $\sqrt{2}$ S   B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ S   C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ S   D) 1 S

٢- - نواس مرن دوره الخاص $T_0$ , نريد للدور الخاص أن يصبح نصف ما كان عليه وذلك باستبدال النابض $K$ بنابض آخر $K'$

A) $K' = \frac{1}{4} K$   B) $K' = \frac{1}{2} K$   C) $K' = 4 K$   D) $K' = 2 k$

٣-- نواس مرن غير متخامد سعة الاهتزاز له 4 cm وطويلة السرعة العظمى $\frac{\pi}{10}\ m.s^{-1}$ فإن دوره الخاص

A) 4 s   B) 8 s   C) 0,8 s   D) 2 s

## ثانيا: اجب عن ثلاث أسئلة فقط امما يلي :

١- برهن بالرموز أن الطاقة الكلية في النواس المرن ( الهزازة الجيبية الانسحابيه ) تساوي مقدارا ثابتا وما شكل الطاقة A) في مركز الاهتزاز B) كيف تتغير الطاقتين الكامنة المرونية والطاقة الحركية عند الاقتراب من المركز

٢- انطلاقا من العلاقة $m \cdot \ddot{x_t} = -k\ x$ برهن أن حركة النواس المرن جيبيه انسحابه ثم أوجد الدور الخاص له

٣- فسر مستخدما الرموز : a - تتفق قوة الارجاع والتسارع جهة نحو مركز الاهتزاز
b- عند وقوف الجسم في النواس المرن في مركز التوازن لسبب ما فإنه يبقى ساكنا بعد زوال سبب التوقف
c- زيادة قيمة الكتلة المعلقة بالنابض تزيد من قيمة الدور الخاص للنواس المرن

٤ – اكتب تابع المطال الزمني معتبرا أن طور البدء ( $\varphi = 0$ )
A- استنتج منه تابع السرعه الزمني لحركه النواس المرن
B- حدد موضع تنعدم فيها سرعه الجسم ومواضع وقيم السرعه الاعظمية ( طويله ) مع رسم الخط البياني لتغيرات السرعه خلال دور واحد

## رابعا : حل المسائل التالية :

المسألة الأولى : نؤلف هزازة جيبية انسحابيه من جسم كتلته ( 2 Kg ) ونابض مرن شاقولي حلقاته متباعدة ثابت صلابته ( 20 N.m-1 )

نزيح الجسم ضمن حدود مرونة النابض مسافة( 10 cm )ونتركه بدون سرعه ابتدائيه في اللحظة الابتدائية ($t = 0$)

١- احسب الدور الخاص للنواس وهل تتغير قيمته بمضاعفه سعه الاهتزاز ولماذا ؟

٢- استنتج التابع الزمني للمطال انطلاقا من شكله العام بعد تعيين قيم ثوابته

٣- أحسب كمية الحركة في اللحظة ( $t = \frac{1}{2}$ sec )

٤- احسب الطاقة الميكانيكية للنواس ثم أحسب الطاقة الحركية عندما $\chi = \frac{Xmax}{\sqrt{2}}$

٥- اذا حدث تغير نسبي في دور النواس قدره ( 0.01 ) احسب التغير النسبي المرتكب في قياس الكتله

٦- نريد لدور النواس أن يصبح ( 1 sec ) وذلك باستبدال الكتلة استنتج قيمه الكتلة المناسبه في هذه الحاله

المسألة الثانية :

يهتز جسم بمرونه نابض مهمل الكتلة حلقاته متباعدة 10 هزات خلال خمس ثواني وبسعه اهتزاز Xmax = 8 cm وبفرض مبدأ الزمن لحظة مرور الجسم بنقطه مطالها $\frac{Xmax}{\sqrt{2}}$ وهو متحرك بالاتجاه السالب والمطلوب

١- استنتج التابع الزمني للمطال انطلاقا من شكله العام ٢- احسب سرعه الجسم لحظة المرور الثاني في مركز التوازن

2022

قد نتعب نعم - لكننا أصحاب هدف

نهاية الأسئلة

مدرس المادة : أحمد العمر

النموذج الأول محلول: النواس المرن 2022 :



أولاً:

① D) 1 s

② C) $k' = 4k$

③ C) 0,8 s

ثانياً:

① تم الإثبات سابقاً.

A: ينعدم $x$ وتنعدم معه الطاقة الكامنة المرونية، وتكون الطاقة كلها على شكل طاقة حركية:

$E_k = E = \frac{1}{2} k X_{max}^2 = const$

B: عند الاقتراب من المركز تتناقص $x$ وتتناقص معها الطاقة الكامنة المرونية وتزداد $v$ وبالتالي تزداد معها الطاقة الحركية ويبقى المجموع ثابتاً يمثل الطاقة الكلية:

$E = E_p + E_k = const$

② تم البرهان سابقاً.

③ a- $\left\{ \begin{array}{l} F = -kx \\ a = -\omega_0^2 x \end{array} \right.$ كلاهما يتناسب طرداً مع المطال $x$ ويخالفه بالإشارة فهما متفقان بالجهة.

b- عند الوقوف تنعدم السرعة $v=0$ وتنعدم الطاقة الحركية $E_k=0$ وبسبب الوقوف في المركز ينعدم المطال $x=0$ وتنعدم معه الطاقة الكامنة $E_p=0$ وبالتالي تنعدم الطاقة الكلية $E=0$ فيبقى الجسم ثابت لانعدام الطاقة الكلية.

c- لأن الدور يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي للكتلة $m$، $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

④ تم الحل سابقاً.

ثالثاً:

المسألة الأولى:

المعطيات: $m = 2\,kg$ , $k = 20\,N.m^{-1}$

$x = 10 \times 10^{-2}\,m$ , $v = 0$ , $t = 0$

(1 $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2}{20}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}}$

$T_0 = 2\,s$

لا تتغير قيمة الدور لأنه لا يتعلق بـ $X_{max}$

(2 $x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

نوجد قيم الثوابت $\varphi$ و $\omega_0$ و $X_{max}$

- سعة الاهتزاز:

بما أنه ترك بدون سرعة ابتدائية $v=0$ في اللحظة $t=0 \Leftarrow x = X_{max} \Leftarrow X_{max} = 10^{-1}\,m$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\,rad\,s^{-1} \Rightarrow \omega_0 = \pi\,rad.s^{-1}$

لإيجاد $\varphi$ نعوض شروط البدء $t=0, x=X_{max}$

$X_{max} = X_{max}\cos[\omega_0(0) + \varphi]$

$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\,rad$

نعوض قيم الثوابت في الشكل العام لتابع المطال.

$x = 10^{-1}\cos(\pi t + 0)\ (m)$

(3 $P = m v$ *

$v = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + 0)$

$v = -\pi \times 10^{-1}\sin(\frac{\pi}{2} + 0)$

$v = -10^{-1}\pi\ m.s^{-1}$

نعوض في * $\Rightarrow P = -2\pi \times 10^{-1}\,kg.m.s^{-1}$

(4 $E = \frac{1}{2} k X_{max}^2$

$E = \frac{1}{2} \times \cancel{20}^{10} \times 10^{-2} \Rightarrow E = \frac{1}{10}\,J$

$E_k = E - E_p = \frac{2}{2}E - \frac{1}{2}E = \frac{1}{2}E$

$E_p = \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} k \frac{X_{max}^2}{2}$

$E_k = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10}$

$E_k = \frac{1}{20}\,J$

$E_p = \frac{1}{2} E \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} \times \frac{1}{10} \Rightarrow E_p = \frac{1}{20}\,J$

(5 $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T_0 = 2\pi k^{-\frac{1}{2}} . m^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow T_0 = const . m^{\frac{1}{2}}$

نأخذ التغير النسبي للطرفين

$\frac{\Delta T_0}{T_0} = 0 + \frac{1}{2}\frac{\Delta m}{m}$

$\times 2 \Rightarrow \frac{\Delta m}{m} = 2\frac{\Delta T_0}{T_0} \Rightarrow \frac{\Delta m}{m} = 2 \times 0{,}01 \Rightarrow \frac{\Delta m}{m} = 0{,}02$

(6 $\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{m'}{m}} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{m'}{m} \Rightarrow m = 4m'$

$m' = \frac{1}{4} m \Rightarrow m' = \frac{1}{4} \times 2 \Rightarrow m' = \frac{1}{2}\,kg$

المسألة الثانية:

المعطيات:

$n = 10$ مرة , $t = 5\,s$

$X_{max} = 8\,cm = 8\times10^{-2}\,m$

$x = \frac{X_{max}}{\sqrt{2}}\,m$ , $t = 0$ , $v < 0$

1)

$x = X_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

نوجد قيم الثوابت $\varphi$ و $\omega_0$ و $X_{max}$

$X_{max} = 8\times10^{-2}\,m$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} \Rightarrow$

$T_0 = \frac{t}{n} = \frac{5}{10}$

$T_0 = \frac{1}{2}\,s$

$\Rightarrow \omega_0 = 4\pi\ rad.s^{-1}$

لإيجاد $\varphi$ نعوض شروط البدء $t=0, x=\frac{X_{max}}{\sqrt{2}}$

$\frac{X_{max}}{\sqrt{2}} = X_{max}\cos(\varphi)$

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos\varphi \Rightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{4}\ rad$

نختار اشارة $\varphi$ بحيث تكون $v<0$

$v = -\omega_0 X_{max}\sin\varphi$

حيث $\omega_0$ و $X_{max}$ ثوابت موجبة

$\varphi = -\frac{\pi}{4}\ rad \Leftarrow$ $v>0$ مرفوض

$\varphi = +\frac{\pi}{4}\ rad \Leftarrow$ $v<0$ مقبول

نعوض قيم الثوابت في الشكل العام لتابع المطال.

$x = 8\times10^{-2}\cos(4\pi t + \frac{\pi}{4})\ (m)$

2) نوجد لحظة المرور الثاني بالمركز.

عند المرور المرور في مركز التوازن $x = 0$

$0 = 8\times10^{-2}\cos(4\pi t + \frac{\pi}{4})$

$\Rightarrow \cos(4\pi t + \frac{\pi}{4}) = 0$

$\Rightarrow 4\pi t + \frac{\pi}{4} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$

$k = 0, 1, 2, 3$

$t + \frac{1}{16} = (2k+1)\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}$

$t + \frac{1}{16} = \frac{1}{4}k + \frac{1}{8}$

$t = \frac{1}{4}k + \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$

$t = \frac{1}{4}k + \frac{2}{16} - \frac{1}{16}$

$t = \frac{1}{4}k + \frac{1}{16}$

لحظة المرور الثاني بالمركز نعوض $k = 1$

$t = \frac{1}{4}(1) + \frac{1}{16}$

$t = \frac{4}{16} + \frac{1}{16} \Rightarrow t = \frac{4}{16} = \frac{5}{16}\,s$

نوجد تابع السرعة

$v = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

نعوض قيم الثوابت

$v = -4\pi\times8\times10^{-2}\sin(4\pi t + \frac{\pi}{4})$

نعوض اللحظة

$v = -32\pi\times10^{-2}\sin(4\pi\cdot\frac{5}{16} + \frac{\pi}{4})$

$v = -32\pi\times10^{-2}\sin(\frac{36\pi}{24})$

$v = -32\pi\times10^{-2}(-1)$

$v = +32\pi\times10^{-2}\ m.s^{-1}$

2) ط2

السرعة لحظة المرور الثاني بالمركز عظمى بالاتجاه الموجب

$v_{max} = +\omega_0 X_{max}$

$v_{max} = +4\pi\times8\times10^{-2}$

$v_{max} = +32\pi\times10^{-2}\ m.s^{-1}$

إعداد الطالب: إبراهيم غازي الرسلان

مدرس المادة: أ. أحمد العمر

قد نتعب نعم لكننا أصحاب هدف

اولا : اختر الاجابه الصحيحة فيما يلي

١- نواس فتل دوره الخاص 2 s نضاعف السعه الزاوية $\Theta max$ ونجعل عزم عطالته أربع اضعاف فيصبح الدور الجديد

A) 2 s   B) 4 s   C) 1/4 s   D) 1 s

٢- نواس فتل دوره الخاص $T_0 = 2\ s$ نحذف من طول سلك الفتل ربعه ونعلق الساق بالقسم المتبقي فيصبح دوره الجديد

A) $T'_0 = \frac{1}{2}\ S$   B) $T'_0 = \frac{\sqrt{3}}{2}\ S$   C) $T'_0 = \sqrt{3}\ S$   D) $T'_0 = 1\ S$

٣- يزداد الدور الخاص للنواس الفتل ب :

A) تقصير طول سلك الفتل   B) نقله النواس الى مكان مرتفع   C) إضافة كتل على طرفي الساق   D) زيادة السعه الزاوية

ثانيا : اجب عن السوالين التاليين :

١- انطلاقا من العلاقة $\theta''_t = -\frac{k}{I_\Delta}\theta$ برهن أن حركة النواس الفتل حركة جيبية دورانيه ثم أوجد علاقة الدور الخاص للنواس المرن هل يتغير الدور بتغير السعه الزاويه ولماذا

٢- فسر في النواس الفتل : إذا وقفت الساق في وضع التوازن لسبب ما و زال سبب التوقف فإن الساق تبقى ساكنه

ثالثا : حل المسائل التاليه :

المسأله الاولى : نواس فتل مولف من ساقة مهملة الكتلة افقيه طولها 20 cm تحمل في كل في طرفيها كتلتين متساويتين $m1 = m2 = 200g$ وتعلق الساق من منتصفها بسلك فتل شاقولي ثابت فتله $0,1\ m.N.rad^{-1}$ نزيح الساق بسعه زاوية 1rad ونتركها بدون سرعه زاويه في اللحظة الابتدائية والمطلوب

١- احسب الدور الخاص للنواس

٢- استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقا من شكله العام

٣- السرعه الزاوية لحظة المرور الثاني في مركز التوازن

٤- التسارع الزاوي وعزم الارجاع في اللحظة $t = \frac{\pi}{15}\ S$

٥- نريد للدور أن ينقص بمقدار $\frac{1}{20}$ من قيمته الأصلية استنتج بالرموز علاقة البعد الجديد بين الكتل لكي يتحقق ذلك ثم أحسب قيمة البعد بينهما

المسألة الثانيه : نواس فتل مؤلف من ساق متجانسة أفقية طولها 40 cm معلقة بسلك فتل شاقولي من منتصفها . نزيح الساق عن وضع توازنها الافقي بزاويه $\theta = \frac{\pi}{3}\ rad$ ونتركها بدون سرعه زاويه في اللحظة الابتدائيه $t = 0$ فتهتز 10 هزات خلال عشرة ثواني

١- استنتج تابع المطال الزاوي للساق انطلاقا من شكله العام

٢- نثبت على طرفي الساق كتلتين متساويتين $m1 = m2 = 75\ g$ يصبح زمن النوسات العشرة السابقة 20 s والمطلوب استنتاج عزم عطاله الساق حول سلك التعليق بدلالة احدى الكتل المضافة ثم حساب قيمته

٣- استنتاج قيمه كتلة الساق وحساب قيمته

٤- حساب ثابت فتل السلك

٥- نزيل الكتل ونقسم سلك الفتل لقسمين متساويين ونعلق الساق بالقسمين معا أحدهما من الأعلى والأخر من الأسفل . استنتج قيمه الدور الخاص في هذه الحالة

$I_{\Delta\backslash c} = \frac{1}{12} m.l^2$

قد نتعب نعم . لكننا أصحاب هدف - نهاية الأسئلة - مدرس المادة : أحمد العمر

حل نموذج نواس فتل (1) # أ. أحمد لعشر #

أولا:

1- B) 4s

2- c) $T'_0=\sqrt{3}\,s$

3- c) إضافة كتل على طرفي الساق.

ثانيا:

1- $\theta''_t=-\frac{k}{I_\Delta}\theta$ ... (1)

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلا جيبيا من الشكل:

$\theta=\theta_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi)$

حيث $\varphi$ و $\omega_0$ و $\theta_{max}$ ثوابت

نشتق الحل مرتين بالنسبة للزمن:

$\theta''_t=-\omega_0^2\,\theta_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi)$

$\theta''_t=-\omega_0^2\,\theta$ ... (2)

بمطابقة (1) مع (2) نجد

$-\omega_0^2\theta=-\frac{k}{I_\Delta}\theta$

$\omega_0^2=\frac{k}{I_\Delta}$ بجذر الطرفين حيث $k$ و $I_\Delta$ موجبان

$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{I_\Delta}}>0$

نستنتج أن حركة نواس الفتل حركة جيبية دورانية دورية نبضها الخاص $\omega_0$ ودورها الخاص $T_0$

$T_0=\frac{2\pi}{\omega_0}\Rightarrow T_0=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{I_\Delta}}}\Rightarrow T_0=2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$

نستنتج أن الدور الخاص يتناسب طردا مع الجذر التربيعي لعزم العطالة $I_\Delta$ وعكسا مع الجذر التربيعي لثابت فتل السلك $k$.

ولا يتعلق مع السعة الزاوية $\theta_{max}$

2- .

بسبب التوقف $\omega=0\Rightarrow E_k=0$

ولأن التوقف حدث في مركز التوازن $\theta=0\Rightarrow E_p=0$

أي انعدمت الطاقة الكلية

$E=E_p+E_k=0$

فلا يعود الجسم للحركة

ثالثا:

المسألة الأولى:

المعطيات:

$l=20cm=2\times10^{-1}m$

$m_1=m_2=200g=2\times10^{-1}kg$ , $k=0,1\,m.N.rad^{-1}$

$\theta=1\,rad$ , $\omega=0$ , $t=0$

1- $T_0=2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$

$I_\Delta=I_{\Delta/c}+I_\Delta(m_1)+I_\Delta(m_2)$

$I_{\Delta/c}=0$ لأن الساق مهملة الكتلة

$I_\Delta=m_1r_1^2+m_2r_2^2$

$I_\Delta=2m_1r_1^2$

لكن $r_1=\frac{l}{2}$

$I_\Delta=\frac{1}{2}m_1l^2\Rightarrow I_\Delta=\frac{1}{2}.2(4\times10^{-2})\times10^{-1}$

$I_\Delta=4\times10^{-3}kg.m^2$

$T_0=2\pi\sqrt{\frac{4\times10^{-3}}{10^{-1}}}\Rightarrow T_0=2\pi\times2\times10^{-1}$

$T_0=4\pi\times10^{-1}s$

2- $\theta=\theta_{max}\cos(\omega_0 t+\varphi)$

نوجد قيم الثوابت $\varphi$ و $\omega_0$ و $\theta_{max}$

- السعة الزاوية:

بما أن تركت بدون سرعة زاوية $\omega=0$ في اللحظة $t=0$

⇐ $\theta=\theta_{max}$ ; $\theta_{max}=1\,rad$

- النبض الخاص:

$\omega_0=\frac{2\pi}{T_0}=\frac{2\pi}{4\pi\times10^{-1}}=\frac{10}{2}\Rightarrow\omega_0=5\,rad.s^{-1}$

لإيجاد $\varphi$ نعوض شروط البدء $t=0$, $\theta=\theta_{max}$

$\theta_{max}=\theta_{max}\cos\varphi\Rightarrow\cos\varphi=0$

$\Rightarrow\varphi=0\,rad$

نعوض قيم الثوابت في الشكل العام لتابع المطال الزاوي

$\theta=1\cos(5t+0)\,rad$

المسألة الثانية:

-1 $\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

نوجد قيم الثوابت $\varphi$ و $\omega_0$ و $\theta_{max}$

$T_0 = \frac{10}{10} = 1\,s$ ، $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} \Rightarrow \omega_0 = 2\pi\, rad.s^{-1}$

$\theta_{max} = \theta \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\, rad$

$\theta_{max} = \theta_{max}\cos\varphi \Rightarrow \varphi = 0\, rad$

$\theta = \frac{\pi}{3}\cos(2\pi t + 0)\, rad$

-2 $T_0' = \frac{20}{10} = 2\,s$

$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{I_\Delta'}{I_\Delta}} \Rightarrow I_\Delta' = 4 I_\Delta$ ---(1)

$I_\Delta' = I_\Delta + \frac{1}{2}m_1 l^2$ ---(2)

بمطابقة (1) مع (2) نجد

$4I_\Delta = I_\Delta + \frac{1}{2}m_1 l^2$

$3I_\Delta = \frac{1}{2}m_1 l^2 \Rightarrow I_\Delta = \frac{1}{6}m_1 l^2$

$I_\Delta = \frac{1}{6}(75\times10^{-3})(16\times10^{-2})$

$I_\Delta = 200\times10^{-5} \Rightarrow I_\Delta = 2\times10^{-3}\, kg.m^2$

$I_\Delta = \frac{1}{6}m_1 l^2$ ، $I_\Delta = \frac{1}{12}m l^2$

$\frac{1}{12}ml^2 = \frac{1}{6}m_1 l^2 \Rightarrow m = 2m_1$

$m = 2(75\times10^{-3}) \Rightarrow m = 15\times10^{-2}\, kg$

(3) $k = I_\Delta.\omega_0^2 = 2\times10^{-3}\times40 =$

$\Rightarrow k = 8\times10^{-2}\; m.N.rad^{-1}$

$k = k_0\frac{(2r)^4}{l} \Rightarrow k = \frac{const}{l}$

$l_1 = \frac{1}{2}l \Rightarrow k_1 = 2k$

$l_2 = \frac{1}{2}l \Rightarrow k_2 = 2k$

$\Rightarrow k' = 4k$

$T_0'' = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{4k}} \Rightarrow T_0'' = \frac{1}{2}\,s$

-3 بما أن $t = 0, \theta = \theta_{max} \Leftarrow$

لحظة المرور الثاني:

$t_2 = \frac{3T_0}{4} = \frac{3\times4\pi\times10^{-1}}{4} = \frac{3\pi}{10}\,s$

نوجد تابع السرعة ونعوض قيم الثوابت

$\omega = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\omega = -5(1)\sin(5t + 0)$

نعوض لحظة المرور الثاني

$\omega = -5\sin(\frac{15\pi}{10})$

$\omega = -5\sin(\frac{3\pi}{2})$

$\omega = -5(-1) \Rightarrow \omega = 5\, rad.s^{-1}$

-4

$\alpha = -\omega_0^2\theta$

$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\theta = 1\cos(\frac{5\pi}{15} + 0) \Rightarrow \theta = \cos(\frac{\pi}{3})$

$\theta = \frac{1}{2}\, rad$

$\alpha = -25(\frac{1}{2}) \Rightarrow \alpha = -12{,}5\, rad.s^{-2}$

$\Gamma = -k\theta \Rightarrow \Gamma = -10^{-1}(\frac{1}{2})$

$\Gamma = -\frac{1}{20}\,N$

-5 $T_0' = T_0 - \frac{1}{20}T_0 \Rightarrow T_0' = \frac{19}{20}T_0$

(4) $\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{I_\Delta'}{I_\Delta}} \Rightarrow \frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{\cancel{2m_1} r_1'^2}{\cancel{2m_1} r_1^2}}$

(5) $\frac{T_0'}{T_0} = \frac{r_1'}{r_1} \Rightarrow r_1' = \frac{T_0'}{T_0} r_1$

$r_1' = \frac{T_0'}{T_0}\cdot\frac{l}{2} \Rightarrow 2r_1' = \frac{19}{20}(2\times10^{-1})$

$\Rightarrow 2r_1' = 19\times10^{-2}\, m$

النماذج المتقدمة : النواس الثقلي ٢٠٢٢

محمد البياوي التعليمي

أولا : اختر الاجابة الصحيحة :

١- نواس ثقلي يدق الثانيه لاجل $\theta_{max} = 0,2\ rad$ فإذا ضاعفنا سعه الاهتزاز فإن دوره الخاص يصبح

A ) $T'_o = 1\ s$ B) $T'_o = 2,13\ s$ C) $T'_o = 2\ s$ D ) $T'_o = 2.02\ s$

٢- ميقاتية ذات نواس ثقلي يدق الثانية لاجل السعات الزاوية الصغيرة الأرض نضاعف الكتلة العطالية للنواس فإن الميقاتية

A ) تقدم B) تؤخر C) يبقى نواسها يدق الثانية D ) كل ما سبق خاطئ

٣- نواس بسيط دوره الخاص لاجل السعات الزاوية الصغيرة 4 s نجعل طول الخيط ربع ما كان عليه فيصبح الدور الخاص الجديد

A ) $T'_o = 1\ s$ B) $T'_o = 2,13\ s$ C) $T'_o = 2\ s$ D ) $T'_o = 2.02\ s$

ثانيا : اجب عن الأسئلة التاليه :

1- في النواس الثقلي انطلاقة من العلاقة $\theta''_t = -\frac{m\,g\,d}{I_\Delta}\sin\theta$

a - ما نوع حركة النواس الثقلي بشكل عام وكيف تؤول هذه المعادلة في حال الزوايا الصغيرة واستنتج علاقة الدور الخاص عندئذ

b- انطلاقا من علاقة الدور الخاص النواس الثقلي للزوايا الصغيرة أوجد علاقة الدور الخاص النواس الثقلي البسيط ثم عرفه نظريا وعمليا

2- ساق متجانسة كتلتها m وطولها $\ell$ نجعلها شاقوليه ونعلقها بمحور دوران عمودي على مستويها الشاقولي ومار بنقطه تبعد $\frac{\ell}{6}$ عن مركز ثقلها برهن باستخدام الرموز أن دوره الخاص لاجل السعات الزاوية الصغيرة لا يتعلق بالكتلة العطاليه للساق علما أن $I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} m_1 \ell^2$

3- فسر مستخدما الرموز تؤخر ميقاتية ذات نواس ثقلي عند نقلها إلى قمة جبل مرتفع بعد أن كانت تدق الثانية عند سطح الأرض

ثالثا : حل المسائل التالية :

المسألة الأولى : نواس ثقلي مؤلف من قرص متجانس كتلته m1 نصف قطره $r = \frac{1}{6}\ m$ نجعله يهتز حول محور دوران عمودي على مستويه ومار من مركز القرص ونثبت بنقطه تقع على محيط القرص كتلة نقطية $m_2$ بحيث ( $m_1 = m_2$ ) والمطلوب

١- حساب دور اهتزازاتها صغيرة السعه

٢- حساب طول النواس البسيط المواقت لهذا النواس المركب

٣- نزيح جملة النواس عن الشاقول بزاوية $\theta_{max} > 0,24\ rad$ ونتركها بدون سرعه ابتدائية فتكون السرعه الخطية لمركز عطاله الجملة لحظة المرور بالشاقول $v = \frac{\pi}{6}\ m.s^{-1}$ , استنتج بالرموز ثم بالحساب قيمة $\theta_{max}$

٤- احسب دور النوس من أجل $\theta_{max} = 60^0$ ( علما ان $I_{\Delta/c} = \frac{1}{12} m_1 L^2$ ( g = 10 m.s-2

المسألة الثانية :

نواس ثقلي بسيط مؤلف من سلك معدني طوله ( $\ell = 40\ cm$ ) في الدرجه صفر سيلزيوس يحمل في نهايته كرة صغيرة كثافتها كبيرة كتلتها ( $100\ g$ ) والمطلوب

١- يحرف الخيط عن الشاقول بزاويه كبيرة $\theta_{max} > 0,24\ rad$ وتترك الكرة بدون سرعه ابتدائية فتكون سرعتها الخطية لحظة المرور بالشاقول ( $2\ m.s^{-1}$ ) استنتج علاقة $\theta_{max}$ بدلاله احد النسب المثلثية ثم احسب قيمتها

٢- استنتج بالرموز علاقة توتر خيط النواس في الشاقول ثم احسب قيمته

٣- استنتج موضحا بالرسم قيمه التسارع المماسي لكرة النواس عندما يصنع الخيط مع الشاقول زاويه ( $30^\circ$ ) ثم احسب قيمته وماقيمه التسارع المماسي في الشاقول

٤- اذا حدث تغيير نسبي في دور النواس قدره ( 0.02 ) لاجل السعات الصغيرة نتيجة نقله الى مكان مختلف بالارتفاع مع ثبات درجة الحرارة **احسب التغير النسبي** في تسارع الجاذبيه الارضيه

٥- نعيد النواس الى سطح الأرض حيث تسارع الجاذبيه ثابت g=10 m.s-2 ونزيد درجة الحرارة من $0^0_C$ الى $10^0_C$ فيحدث تغير نسبي في دور النواس قدره $10^{-4}$ لاجل الزوايا الصغيرة والمطلوب استنتج بالرموز **علاقة عامل التمدد** الطولي للسلك $\alpha$ ثم احسب قيمته

2022

قد نتعب نعم - لكننا اصحاب هدف

نهاية الأسئلة

مدرس المادة : أحمد العمر

النماذج المتقدمة: النواس الثقلي 2022 (I) دور النواس الثقلي من أجل الزوايا الصغيرة

**أولا:**

1) $T_0 = 2,02(s)$

2) cc) يبقى نواس يدق الثانية

3) cc) $T_0' = 2\,s$

**ثانيا:**

1) $\theta''_t = -\frac{mgd}{I_\Delta}\sin\theta$

a- الحركة دورانية غير جيبية لأنها تحوي على $\sin\theta$ بدلا من $\theta$.

لكن نعتبر في حال الزوايا الصغيرة $(\theta < 0,24\,rad)$ أن $\sin\theta \simeq \theta$.

$$\theta''_t = -\frac{mgd}{I_\Delta}\theta \quad ...(1)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلا جيبيا من الشكل.

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

حيث $\varphi$ و $\omega_0$ و $\theta_{max}$ ثوابت.

- نشتق الحل مرتين بالنسبة للزمن:

$$\theta'_t = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\theta''_t = -\omega_0^2\underbrace{\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \varphi)}_{\theta}$$

$$\theta''_t = -\omega_0^2\theta \quad ...(2)$$

نطابق 1 مع 2 نجد:

$$-\omega_0^2\theta = -\frac{mgd}{I_\Delta}\theta$$

$$\omega_0^2 = \frac{mgd}{I_\Delta}$$

بجذر الطرفين بحيث جميع المقادير موجبة

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_\Delta}} > 0$$

ومنه حركة النواس الثقلي حركة جيبية دورانية من أجل الزوايا الصغيرة. دورها الخاص $T_0$:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

لكن في النواس البسيط.

$$\left.\begin{aligned} &I_\Delta = m r^2 \\ &I_\Delta = m l^2 \\ &d = l \end{aligned}\right\} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{ml^2}{mgl}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

تعريفه:

• نظريا: هو نقطة مادية تهتز بتأثير ثقلها فقط على بعد ثابت $l$ من محور تعليق ثابت $\Delta$.

• عمليا: هو خيط خفيف متين لا يمتط يحمل في نهايته كرة صغيرة كثافتها النسبية كبيرة ونصف قطرها مهمل أمام طول الخيط.

2) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$$I_\Delta = I_{\Delta/c} + md^2$$
$$= \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{36}ml^2$$
$$= \frac{3}{36}ml^2 + \frac{1}{36}ml^2$$

$$I_\Delta = \frac{1}{9}ml^2 \ , \ d = \frac{l}{6}$$

نعوض بعلاقة الدور،

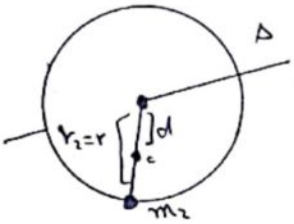
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{9}ml^2}{mg\frac{l}{6}}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3}\frac{l}{g}}$$

3) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

الدور يتناسب عكسا مع الجذر التربيعي لتسارع الجاذبية الأرضية، وبما أننا ارتفعنا عن سطح الأرض $g$ وتتناقص $\Leftarrow$ $T_0$ ازداد وبالتالي الميقاتية تؤخر.

ثالثا:

المسألة الأولى:




$r = \frac{1}{6}\,m$

$(m_1 = m_2)$ و $I_{\Delta/c} = \frac{1}{2} m r^2$

(1 $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

$\bullet\; m = 2m_2 = m_1 + m_2$

$I_\Delta = I_{\Delta/c} + I_{\Delta(m_2)}$

$I_\Delta = \frac{1}{2} m r^2 + m_2 r_2^2$

$r_2 = r$

$\boxed{I_\Delta = \frac{3}{2} m_2 r^2}$

$d = \frac{\sum m_i r_i}{\sum m_i} = \frac{m_2 r_2 - 0}{m_1 + m_2}$

$r_2 = r$

$d = \frac{m_2 r}{2m_2} \Rightarrow \boxed{d = \frac{r}{2}}$

نعوض في علاقة الدور.

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2} m_2 r^2}{2m_2 g \frac{r}{2}}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3}{2}\,\frac{r}{g}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{10}}$

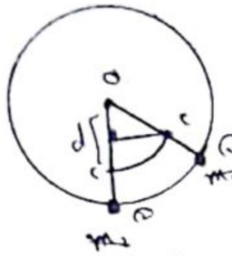
$T_0 = 2\sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow T_0 = 2\cdot\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{T_0 = 1\,s}$

(2 $T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}$

بما أن النواس البسيط يوافق المركب فله نفس الدور

$T'_{0\,\text{بسيط}} = T_{0\,\text{مركب}} = 1\,s$

$1 = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{10}} \Rightarrow 1 = 4l' \Rightarrow \boxed{l' = \frac{1}{4}\,m}$




$V_c = \frac{\pi}{6}\,m.s^{-1}$ ، $\theta_{max} = ?$ (2)

بتطبيق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:

① لحظة ترك الجسم بدون سرعة ابتدائية $\theta = \theta_{max}$

② لحظة مرور الجسم بالشاقول $\theta = 0$

$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}}\,(1 \to 2)$

$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{R}} + W_{\vec{w}}$

لكن

$E_k = 0$ لأن الجسم ترك بدون سرعة ابتدائية؛

$W_{\vec{R}} = 0$ لا يوجد انتقال لنقطة تأثير $\vec{R}$ (محور دوران ثابت)

$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 = mgh$

نضرب بـ 2 ونعوض قيمة h.

$h = d(1 - \cos\theta_{max})$

$I_\Delta \omega^2 = 2mgd(1 - \cos\theta_{max})$

~~نقسم على $I_\Delta$ وجذر الطرفين~~

$\cancel{\omega = \sqrt{2mgd(1-\cos\theta_m}}$

$\frac{I_\Delta \omega^2}{2mgd} = 1 - \cos\theta_{max}$

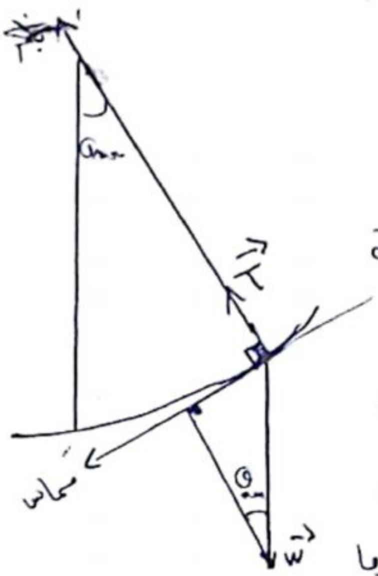
$\omega = \frac{v_c}{d} = \frac{v_c}{\frac{r}{2}} = \frac{2v_c}{r}$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{I_\Delta \omega^2}{2mgd}$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{\frac{3}{2} m_2 r^2 \frac{4v^2}{r^2}}{4m_2 \times 10 \times \frac{r}{2}}$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{3 \times \frac{10}{36}}{4 \times 10 \times \frac{1}{6}} = 1 - \frac{1}{2}$

$\cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\,rad.}$




③(3) القوى المؤثرة :

$\vec{T}$ : توتر الخيط

$\vec{W}$ : ثقل الكرة

- بتطبيق العلاقة الأساسية في التحريك الانسحابي :

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{T}+\vec{W}=m\vec{a}$

- بالاسقاط على المماس عندما يصنع الخيط مع الشاقول زاوية $\theta$

$0 + W\sin\theta = ma_t$

$mg\sin\theta = ma_t \Rightarrow a_t = g\sin\theta$

$a_t = 10\times\sin\frac{\pi}{6} = 10\times\frac{1}{2}$

$\Rightarrow a_t = 5\ m.s^{-2}$

في الشاقول $\theta=0$

$a_t = g\sin 0$

$a_t = 0\ m.s^{-2}$


② القوى المؤثرة :

$\vec{T}$ : توتر الخيط

$\vec{W}$ : ثقل الجسم

- بتطبيق العلاقة الأساسية في التحريك الانسحابي

$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{T}+\vec{W} = m\vec{a}$

بالاسقاط على محور الناظم المار من محور التعليق.

$T - W = ma_c \Rightarrow T - mg = m\frac{v^2}{r}$

$r = l$

$T = m\left(g+\frac{v^2}{l}\right) \Rightarrow T = 0,1\left(10+\frac{4}{4\times10^{-1}}\right)$

$T = 2N$

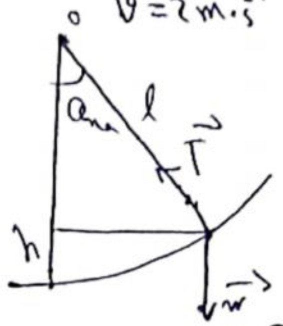
4) $\theta_{max} = 60° = \frac{\pi}{3}$ rad

$T_0' = T_0\left(1+\frac{\theta_{max}^2}{16}\right)$

$T_0' = 1\left(1+\frac{\frac{10}{9}}{16}\right) \Rightarrow T_0' = 1\left(\frac{144}{144}+\frac{10}{144}\right)$

$T_0' = 1\left(\frac{154}{144}\right) \Rightarrow T_0' = 1,069$

المسألة الثانية :




① بتطبيق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين

① لحظة ترك الجسم بدون سرعة ابتدائية $\theta=\theta_{max}$

② لحظة مرور الجسم بالشاقول $\theta=0$

$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}}$ ① → ②

$E_{k_2}-E_{k_1} = W_{\vec{T}}+W_{\vec{W}}$

لكن $E_{k_1}=0$

لأن الجسم ترك بدون سرعة ابتدائية

$W_{\vec{T}}=0$ في كل لحظة

لأن حامل $\vec{T}$ يعامد الانتقال العنصري

$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$

$v^2 = 2gh$ ; $h = l(1-\cos\theta_{max})$

~~بالتعويض~~

$v^2 = 2gl(1-\cos\theta_{max})$

$\frac{v^2}{2gl} = 1-\cos\theta_{max}$

$\cos\theta_{max} = 1-\frac{v^2}{2gl}$

$\cos\theta_{max} = 1-\frac{4}{2\times10\times4\times10^{-1}} = 1-\frac{1}{2}$

$\cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3}$ rad

$\frac{\Delta T_0}{T_0} = 0,02$ (4)

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

$T_0 = 2\pi\, l_0^{\frac{1}{2}} \cdot g^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow T_0 = const. \, g^{-\frac{1}{2}}$

نأخذ التغير النسبي للطرفين:

$\frac{\Delta T_0}{T_0} = -\frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g} \overset{\times -2}{\Longrightarrow} \frac{\Delta g}{g} = -2\frac{\Delta T_0}{T_0}$

$\frac{\Delta g}{g} = -0,04$

$(0 \to 10)^\circ C$ (5)

$\frac{\Delta T_0}{T_0} = 10^{-4}$

$\Delta l = l_0 \alpha \Delta t^\circ$

$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot \frac{1}{\Delta t^\circ}$ ... (1)

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}}$

$T_0 = 2\pi \cdot g^{-\frac{1}{2}} \cdot l_0^{\frac{1}{2}}$

$T_0 = const. \, l_0^{\frac{1}{2}}$

نأخذ التغير النسبي للطرفين:

$\frac{\Delta T_0}{T_0} = \frac{1}{2}\frac{\Delta l}{l_0} \Rightarrow \frac{\Delta l}{l_0} = 2\frac{\Delta T_0}{T_0}$ ... (2)

من (1) و (2) نجد

$\alpha = 2\frac{\Delta T_0}{T_0} \cdot \frac{1}{10-0}$

$\alpha = 2\times 10^{-4} \cdot \frac{1}{10}$

$\alpha = 2\times 10^{-5} \; {}^\circ C^{-1}$

معهد ... العلمي

نموذج بحث مقاومة الهواء

أولاً : اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

١- طبيعة حركة جسم يسقط في هواء ساكن قبل بلوغ السرعة الحدية هي حركة مستقيمة

A- منتظمة    B- متسارعة بانتظام    C- يتناقص فيها التسارع    D- يزداد فيها التسارع

٢- تسقط كرتان في هواء ساكن فكانت العلاقة بين كتلتيهما الحجمية $\rho_{s2} = 2 \cdot \rho_{s1}$ وكان $r_2 = \frac{1}{18}\, r_1$ فتكون العلاقة بين سرعتيهما الحدية :

A) $v_{t2} = \sqrt{3} \cdot v_{t1}$    B) $v_{t2} = \frac{1}{9}\, v_{t1}$    C) $v_{t2} = \frac{1}{3}\, v_{t1}$    D) $v_{t2} = v_{t1}$

٣- كرة مصمتة كتلتها الحجمية $\rho_s = \frac{3}{\pi}\ g.cm^{-3}$ وقطرها $4\ cm$ فإن كتلة الكرة تساوي

A) $m = 16\ g$    B) $m = 32\ g$    C) $m = 64\ g$    D) $m = 10\ g$

ثانياً : أجب عن ثلاث أسئلة فقط من الأسئلة التالية :

١- انطلاقاً من العلاقة $v_t = \sqrt{\frac{2mg}{k\rho s}}$ كيف تؤول هذه العلاقة في حال كان الجسم كرة مصمتة كتلتها الحجمية $\rho_s$ ونصف قطرها $r$

٢- من عوامل مقاومة الهواء – **عامل الشكل** – وضح هذا العامل وعدد باقي العوامل المؤثرة واكتب علاقة مقاومة الهواء في حال السرعات المتوسطة موضحاً الرموز والواحدات

٣- فسر مستخدماً الرموز عند اللزوم :

A- تصل حبات البرد الكبيرة قبل حبات البرد الصغيرة علماً أنهما تشكلتا بنفس الشروط

B- تصل أسطوانة قبل قرص مساوٍ لها بالسطح الظاهري علماً أنهما سقطتا بنفس الشروط

٤- تعود مقاومة الهواء لنوعين من القوى : ما هما وما سبب نشوء كل منهما ثم قارن بينهما من حيث السرعات الكبيرة والسرعات الصغيرة

ثالثاً : حل المسائل التالية :

المسألة الأولى : تبلغ كتلة مظلي $m1 = 60\ kg$ وكتلة المظلة ( $m2 = 20\ kg$) فإذا علمت أن السطح الظاهري للمظلة وهي مفتوحة $s = 62.5\ m2$

ومقاومة الهواء عليها تعطى بالعلاقة ( $Fr = 0.8\, s\, v^2$ ) بإهمال دافعة الهواء

١- **استنتج بالرموز علاقة السرعة الحدية** لجملة ( مظلي – مظلة ) معدداً مراحل الوصول لهذه السرعة ثم احسب قيمتها

٢- استنتج بالرموز علاقة **قوة شد مجمل حبال المظلة** أثناء سقوطها بالسرعة الحدية السابقة ثم احسب قيمتها

٣- استنتج قيمة تسارع الجملة عندما كانت السرعة $2\ m.s^{-1}$

$g = 10\ m.s^{-2}$    ( تهمل مقاومة الهواء على المظلي )

المسألة الثانية :

تسقط كرة مصمتة كتلتها الحجمية $3\ g.cm^{-3}$ ونصف قطرها $2.5\ mm$ في هواء ساكن والمطلوب استنتاج السرعة الحدية للكرة بإهمال دافعة الهواء و مقاومة الهواء تعطى بالعلاقة $Fr = 0.25\, S\, v^2$ وما قيمة محصلة القوى عندئذ

لا تتعب نعم - كلنا أصحاب همم    انتهت الأسئلة    المدرس والمصحح : أحمد العمر

## حل نموذج مقاومة الهواء (بيادر)

**أولاً:**

① C - يتناقص فيها التسارع

② C - $v_{t_2}=\frac{1}{3}v_{t_1}$

③ B - $m=32g$

**ثانياً:**

①

$$v_t=\sqrt{\frac{2mg}{k\rho s}}$$

في الكرة المصمتة $\begin{bmatrix} s=\pi r^2 \\ m=\rho_s \frac{4}{3}\pi r^3 \end{bmatrix} \Leftarrow$

$$v_t=\sqrt{\frac{2\rho_s \times 4\times\pi r^3 g}{3 k\rho\pi r^2}}$$

$$v_t=\sqrt{\frac{8\cdot\rho_s g}{3\cdot k\rho}}$$

②

$$F_r=\frac{1}{2}k\rho s v^2$$

1- عامل السطح (s):

2- عامل الشكل (k): قد تتساوى عدة أجسام بالسطوح الظاهرية، عندئذٍ تنقص مقاومة الهواء باقتراب شكل الجسم إلى الشكل المغزلي.

3- عامل السرعة:

4- عامل الكتلة الحجمية ($\rho$):

③ A-

$$\frac{v_{t_2}}{v_{t_1}}=\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}$$

$v_{t_1}<v_{t_2} \Leftarrow r_1<r_2$

وعليه تصل حبات البرد الكبيرة إلى الأرض قبل حبات البرد الصغيرة.

B- لأن نقصاً مفاجئاً في الضغط حدث خلف القرص في حين جدران الاسطوانة تخفف من هذا النقص في الضغط.

④ * قوى الاحتكاك:

- تنتج عن لزوجة الهواء
- تكون مماسة للسطح المعرض للهواء.
- حيث تنزلق جزيئات الهواء عند تصادمها مع هذا السطح

* قوى الضغط:

- عندما يتحرك جسم في هواء ساكن فإن جزيئات الهواء تصطدم فيه وتتجمع عند مقدمته وهذا يسبب زيادة في الضغط في الأمام.
- وتخلخل الهواء خلف الجسم يحدث نقصاً في الضغط وهذا يعرف بمقاومة الشكل

**المقارنة:**

- في حال السرعات الكبيرة تصبح مقاومة الضغط هي المسبب الرئيسي لنشوء مقاومة الهواء، وعندئذٍ تهمل قوى الاحتكاك أمامها مثل المظلي عند فتح مظلته
- في حال السرعات الصغيرة تكون قوى الاحتكاك هي المسبب الرئيسي لنشوء مقاومة الهواء مثل جسم الطائرة.

**ثالثاً:**

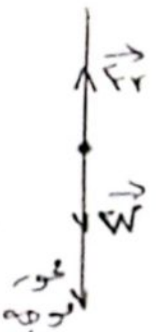
المسألة الأولى:

المعطيات: $m_1=60kg$ (مظلي) ، $m_2=20kg$ (مظلة)

$s=62.5\ m^2$ ، $F_r=0.8\,s v^2$

1) جملة المقارنة: خارجية

الجملة المدروسة: مظلي ومظلته




- القوى المؤثرة:

$\vec W$: ثقل الجملة (مظلي + مظلته) (ثابت)

$\vec F_r$: قوة مقاومة الهواء (متغيرة تزداد بازدياد السرعة)

- بتطبيق العلاقة الأساسية في التحريك الانسحابي

$$\sum\vec F=m\vec a \xRightarrow{\text{بالإسقاط}} W + F_r = m a$$

في البداية $W>F_r \Leftarrow$ الحركة متسارعة $(a>0)$
$v$ تزداد $\Leftarrow F_r$ تزداد فيتناقص المقدار $(W-F_r)$
ويتناقص معه التسارع $a$، إلى أن ينعدم المقدار $(W-F_r=0)$ فينعدم التسارع $a=0$
وتصبح الحركة مستقيمة منتظمة

* عند بلوغ السرعة الحدية $a=0$

$$W-F_r=0 \Rightarrow F_r=W \Rightarrow F_r=mg$$

$$0.8\,s v_t^2=mg \Rightarrow v_t^2=\frac{mg}{0.8s}$$

$$v_t=\sqrt{\frac{mg}{0.8s}}=\sqrt{\frac{80\times10}{8\times625\times10^{-2}}}$$

$$v_t=\sqrt{\frac{10000}{625}}=\frac{100}{25}=4\ m.s^{-1}$$

3) بالنسبة للطلب 3

$W - F_r = ma$

$a = \frac{W - F_r}{m} = \frac{mg - 0{,}8 S v^2}{m}$

$= \frac{80\times10 - 8\times625\times10^{-2}\times4}{80}$

$= \frac{80\times10 - 80\times625\times10^{-3}\times4}{80}$

$= 10 - 2500\times10^{-3}$

$= 10 - 2{,}5 \Rightarrow a = 7{,}5\ m.s^{-2}$

2) لكي تكون قوة شد الحبال قوة خارجية نختار جملة المظلي (مقاومة الهواء مهملة)


• القوى المؤثرة:

$\vec{W_1}$: ثقل المظلي

$\vec{T}$: قوة شد الحبال

بتطبيق العلاقة الأساسية في التحريك الانسحابي:

$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow$

$\vec{W_1} + \vec{T} = m\vec{a}$

باسقاط العلاقة على محور موجه نحو الأسفل

$W_1 - T = ma$

* عند بلوغ السرعة الحدية $a = 0$

$W_1 = T \Rightarrow T = m.g = 60\times10$

$\Rightarrow T = 600\ N$

## المسألة الثانية:

المعطيات: $\rho_s = 3\ g.cm^{-3} = 3000\ kg.m^{-3}$

$r = 2{,}5\ mm = 2{,}5\times10^{-3}\ m = 25\times10^{-4}\ m$

$F_r = 0{,}25\ S v^2$

1) جملة المقارنة: خارجية

الجملة المدروسة: كرة مصمتة

القوى المؤثرة:

$\vec{F_r}$: قوة مقاومة الهواء (متغيرة تزداد بازدياد السرعة)

$\vec{W}$: ثقل الجسم (ثابت)

بتطبيق العلاقة الأساسية في التحريك الانسحابي

$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{W} + \vec{F_r} = m\vec{a}$

باسقاط العلاقة على محور موجه نحو الأسفل

$W - F_r = a$

عند بلوغ السرعة الحدية $a = 0$

$W - F_r = 0 \Rightarrow F_r = W \Rightarrow$

$0{,}25\ S v_\ell^2 = mg$

$v_\ell = \sqrt{\frac{mg}{0{,}25\ S}}$

لكن في الكرة المصمتة $\left[ S = \pi r^2 \quad m = \rho_s \frac{4}{3}\pi r^3 \right]$

$v_\ell = \sqrt{\frac{\rho_s . 4 \cancel{\pi} r^3 \times g}{0{,}25 \cancel{\pi} r^2 \times 3}} = \sqrt{\frac{3000\times4\times25\times10^{-4}\times10}{\frac{1}{4}\times3}}$

$= \sqrt{1000\times16\times25\times10^{-4}}$

$= \sqrt{16\times25} = 4\times5 = 20\ m.s^{-1}$

حساب $\sum\vec{F}$ ؟

$\sum F = ma$ (عند بلوغ السرعة الحدية $a = 0$)

$\sum F = m\times0 \Rightarrow \sum F = 0\ N$

مذاكرة : ميكانيك السوائل بيادر قاعة 2 علمي

أ. حمد العمر

أولاً : اختر الإجابة الصحيحة :

١- يتدفق سائل في جزء من أنبوب أفقي نصف قطره $r_1$ بسرعة $v_1$ إلى مقطع آخر نصف قطره $r_2 = 2r_1$ فتكون $v_2$

A - $v_2 = 2v_1$ B. $v_2 = \frac{1}{2} v_1$ C. $v_2 = \frac{1}{4} v_1$

2. نغمر جسماً في وعاء يحوي ماء فينقص وزنه بـ (4) N فإذا علمت أنه $\rho_{ماء} = 1000 Kg m^{-3}$ فإن حجم الجسم مقدراً بواحدة $cm^3$ :

A - $4 \times 10^{-4} cm^3$ B - $4 cm^3$ C $400 cm^3$

3 - سائل حجمه $600 l$ يفرغ بمعدل ضخ ... فإن زمن التفريغ

0.002 m3.s-1

A - 100(S) B) 200 (S) c) 300 (S)

---

ثانياً: اجب عن الأسئلة التالية

١- عرف معدل الضخ موضحاً العلاقة التي تعبر عنه ؟

١ ستنتج بالرموز معادلة الاستمرارية وماذا تستنتج منها .

2 - ١ ستنتج علاقة الضغط الكلي لنقطة a على عمق h من سائل ساكن

3 - في رافعة السيارات برهن أن العمل المبذول من المكبس الصغير يساوي العمل المنجز $W_1 = W_2$

---

ثالثاً: حل المسائل التالية

١- تطفو قطعة خشبية حجمها $V' = 400 cm^3$ على سطح الماء فإذا علمت أن $\rho'_{خشب} = 0,8 g cm^{-3}$ ، $\rho_{ماء} = 1 g cm^{-3}$

A - احسب شدة دافعة أرخميدس B - احسب حجم الجزء المغمور منها

---

2 - نغمر كرة من الحديد كتلتها 600g في وعاء يحوي ماء فينقص وزنها (3 N) فإذا علمت أن $\rho'_{حديد} = 3 g cm^{-3}$ ، $\rho_{ماء} = 1 g cm^{-3}$

A - هل الكرة تحوي تجويف واحسب حجمه في حال وجوده

B - احسب الثقل الظاهري للكرة .

---

3 - في رافعة السيارات حيث $S_1 = 10 cm^2$ و $S_2 = 100 cm^2$ احسب الضغط الواجب تطبيقه لرفع سيارة كتلتها 2000 Kg

انتهت الأسئلة

حل نموذج ميكانيك السوائل [أ. أحمد العمر]

تذكر الحل: $S=\pi r^2$

**أولاً:**

1. C. $v_2=\frac{1}{4}v_1$
2. C. $400\,cm^3$
3. C. $300\,s$

**ثانياً:**

1. هو حجم السائل الذي يعبر المقطع s خلال وحدة الزمن Δt. $Q'=\frac{V}{\Delta t}$ $m^3.s^{-1}$

• معادلة الاستمرارية:

(حجم السائل الذي يعبر المقطع $s_1$ خلال وحدة الزمن Δt) = (حجم السائل الذي يعبر المقطع $s_2$ خلال نفس الزمن Δt)

$$\Rightarrow Q'_1=Q'_2 \Rightarrow \frac{V_1}{\Delta t}=\frac{V_2}{\Delta t}\Rightarrow V_1=V_2$$

$$S_1\Delta x_1=S_2\Delta x_2$$

لكن $\Delta x=v\Delta t$

$$S_1v_1\cancel{\Delta t}=S_2v_2\cancel{\Delta t}$$

$$Q'=S_1v_1=S_2v_2=const$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1}=\frac{S_1}{S_2}$$

نستنتج كلما نقصت مساحة المقطع الذي يتدفق فيه السائل زادت سرعة السائل.

2. نأخذ سطحاً s أفقي يوازي سطح السائل و a تنتمي له. إن عمود السائل فوق a يسبب ضغطاً:

$$P=\frac{F}{s}=\frac{W}{s}=\frac{mg}{s}=\frac{\rho Vg}{s}=\frac{\rho shg}{s}$$

$$\Rightarrow P=\rho gh$$

• الضغط الكلي على النقطة a

$$P_{total}=\rho gh+P_0$$

3. حسب باسكال $P_1=P_2$

$$\frac{F_1}{S_1}=\frac{F_2}{S_2}$$

لكن $V=S\Delta x\Rightarrow S=\frac{V}{\Delta x}$

$$\frac{F_1}{\frac{V_1}{\Delta x_1}}=\frac{F_2}{\frac{V_2}{\Delta x_2}}$$

لكن $V_1=V_2$

$$\Rightarrow F_1\Delta x_1=F_2\Delta x_2\Rightarrow W_1=W_2$$

**ثالثاً:**

**المسألة الأولى:**

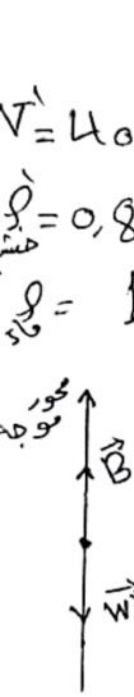
**المعطيات:**

$V'=400\,cm^3=400\times10^{-6}\,m^3$

$\rho'_{خشب}=0,8\,g.cm^{-3}=0,8\times10^{+3}\,kg.m^{-3}=800\,kg.m^{-3}$

$\rho_{ماء}=1\,cm^{-3}=1000\,kg.m^{-3}$

**الحل:** A




قطعة متوازنة $\sum\vec{F}=\vec{0}$

$\vec{B}+\vec{W'}=\vec{0}$

بالإسقاط على محور موجه نحو الأعلى

شرط الطفو $B-W'=0\Rightarrow B=W'$

$$B=m'g=\rho'V'g=800\times4\times10^{-4}\times10$$

$$B=32\times10^{-1}\Rightarrow B=3,2\,N$$

B

$$B=W=mg=\rho Vg\Rightarrow V=\frac{B}{\rho g}$$

$$V=\frac{3,2}{1000\times10}=3,2\times10^{-4}\,m^3$$

المسألة الثانية :

المعطيات :

$m' = 600g = 600\times10^{-3} kg$

$B = 3N$ , $\rho' = 3 g\,cm^{-3} = 3\times10^{+3} kg\,m^{-3}$

$\rho_{ماء} = 1 g\,cm^{-3} = 1000 kg\,m^{-3}$

A- $m' = \rho' V' \Rightarrow V' = \frac{m'}{\rho'} = \frac{600\times10^{-3}}{3000}$

$V' = 2\times10^{-4} = 200\times10^{-6} m^3$ $(200cm^3)$

$B = W = mg = \rho V g \Rightarrow V = \frac{B}{\rho g}$

$V = \frac{3}{1000\times10} = 300\times10^{-6} m^3$ $(300cm^3)$

$V > V' \Rightarrow$ الكرة تحوي تجويف

$V''_{تجويف} = V - V' = (300-200)\times10^{-6}$

$V'' = 100\times10^{-6} m^3$ $(100cm^3)$

B- $B = W' - W_{app}$

$W_{app} = W' - B$ *

$W' = m'g = 600\times10^{-3}\times10 = 6N$

نعوض في * فنجد :

$W_{app} = 6 - 3 = 3N$

المسألة الثالثة :

المعطيات :

$S_2 = 100 cm^2 = 100\times10^{-4} m^2$

$S_1 = 10 cm^2 = 10\times10^{-4} m^2$

$m = 2000 kg$

الحل :

شرط رفع السيارة $F_1 > W \Rightarrow F_1 > mg$

$F_1 > 2000\times10 \Rightarrow F_1 > 2\times10^{+4} N$

فيكون الضغط الواجب تطبيقه

$P > \frac{W}{S_2} \Rightarrow P > \frac{mg}{S_2} \Rightarrow P > \frac{2\times10^{+4}}{10^{-2}}$

$P > 2\times10^{+6}$ Pascal

إذاً لرفع السيارة يجب تطبيق ضغط أكبر من $2\times10^{+6} Pa$ لرفع السيارة.

مقاومة هواء وميكانيك السوائل 2022

أولا : اختر الإجابة الصحيحة :

١- أثناء سقوط جسم و قبل بلوغ السرعه الحدية تكون مقاومة الهواء

A- ثابتة B – متناقصة C - متزايدة D- معدومه

٢- تسقط حبتان من البرد في الشروط نفسها بحيث ( $Vt2 = \frac{1}{2}$ Vt1) فتكون العلاقة بين $r1 , r2$

A) $r_2 = 2\,r_1$ B) $r2 = \frac{1}{2}\ r1$ C) $r2 = \frac{1}{4}\ r1$ D) $r2 = 4\ r1$

٣- يفرغ خزان حجمه $8\ m3$ بمعدل ضخ $2 \times 10^{-2}\ m^3.s^{-1}$ فيكون زمن التفريغ

A- $200\ s$ B – $100$ s C - $50$ s D- $400\ s$

ثانيا : اجب الأسئله التالية :

١- تعود مقاومه الهواء للوعين من القوى ماهما ؟ وما سبب نشوء كل منهما ثم قارن بينهما في حال السرعات الكبيرة والسرعات الصغيرة

٢- استنتج بالرموز العلاقة المعبرة عن دافعه أرخميدس لجسم اسطواني مغمور في وعاء يحوي سائل لا يتفاعل مع الجسم ولا يذوب فيه ثم أذكر قانون أرخميدس

٣- فسر مستخدما الرموز عند اللزوم a – اختلاف سرعه جريان السائل عبر مقاطع مختلفة المساحه

b- تسارع الجسم قبل بلوغ السرعه الحدية متناقص

C- يصل المظلي المرتبط بمظلته للأرض بسرعه صغيرة

٤- من عوامل مقاومه الهواء – عامل السطح – وضح هذا العامل وعدد باقي العوامل واكتب العلاقة التي تجمع بينها في حال السرعات المتوسطة موضحا دلالات الرموز والواحدات

رابعا : حل المسائل التالية :

المسألة الأولى :

كرة من الالمنيوم كتلتها 0.27kg وثقلها الظاهرية وهي مغمورة في الماء 1.7N فإذا علمت أن $\rho_{AL}$ = 2.7 g.cm-3

$\rho_{H2o}$ = 1 g.cm-3 ١- هل تحوي الكرة تجويف بداخلها وفي حال وجوده احسب حجم هذا التجويف

٢- نستبدل الكرة السابقه بكرة مصمته من الخشب كتلتها 200 g ونجعلها تطفو على سطح الماء استنتج حجم الجزء المغمور من الكرة إذا علمت أن $\rho_{خشب}$ = 0.8 g.cm-3 وتسارع الجاذبيه الأرضة $g= 10\ m.s^{-2}$

المسألة الثانيه : يجري الماء داخل أنابيب حيث نصف قطر الانبوب الأول $r_1 = 10$ cm ونصف قطر الانبوب الثاني $r_2 = 5$ cm فإذا كانت سرعه الماء داخل الانبوب الأول $V_1 = 1\ m.s^{-1}$

١- احسب سرعه الماء في الانبوب الثاني $V_2$

٢- احسب معدل الضخ

٣- احسب حجم السائل الذي يعبر أحد الانابيب خلال 20 s

المسألة الثالثة : نغمر جسما في الماء فينقص وزنه 2 N وعند غمره في سائل آخر ينقص وزنه 1.8 N فإذا علمت أن $\rho_{H2o}$ = 1 g.cm-3

١- احسب الكتلة الحجمية للسائل الأخر ٢- احسب حجم الجسم حيث $g= 10\ m.s^{-2}$

المسألة الرابعه : تسقط كرة فارغه من الرصاص كتلتها $4\pi\ g$ قطرها $4cm$ في هواء ساكن من ارتفاع مناسب

١- استنتج بالرموز علاقة السرعه الحدية للكرة ثم احسب قيمتها علما أن $Fr = 0.25\ S\ v^2$

٢-احسب الطاقة الحركية للكرة وكمية حركتها عند وصولها للسرعه الحدية

٣- احسب تسارع الكرة عندما كانت سرعتها $10m.\,s^{-1}$ ومحصلة القوى عندئذ

٤- كم تصبح السرعه الحدية السابقه إذا كانت الكرة مصمته بالقطر نفسه حيث الكتله الحجمية للرصاص $\rho_s = 3\,g.\,cm^{-3}$

قد تعبي نعم . لكننا اصحاب هدف نهاية الأسئلة مدرس المادة : أحمد العمر

مرحلة التعليم الأساسي

ثانوي:

مدرسة:

مادة الفحص:

الصف: الشعبة:

التاريخ: / /

| الدرجة المكتسبة | |
|---|---|
| رقماً | كتابة |

الدرجة النهائية رقماً وكتابة

توقيع المدرس

أولاً:

1 - متزايدة

2 C - $r_2 = \frac{1}{4} r_1$

3 D - $400\ s$

ثانياً:

1 * قوى الاحتكاك:

• تنتج عن لزوجة الهواء

• تكون مناسبة للسطح المعرض للهواء

• حيث تنزلق جزيئات الهواء عند تصادمها مع هذا السطح

* قوى الضغط:

• عندما يتحرك جسم في هواء ساكن فإن جزيئات الهواء ~~تـ~~ تصطدم فيه وتتجمع عند مقدمته وهذا يحدث زيادة في الضغط

• تخلخل الهواء خلف الجسم تحدث نقصاً في الضغط وهذا يعرف بمقاومة الشكل.

* في حال السرعات الصغيرة تكون قوى الاحتكاك هي المسبب الرئيسي لنشوء مقاومة الهواء

* في حال السرعات الكبيرة تكون قوى الضغط هي المسبب الرئيسي لنشوء مقاومة الهواء.

2 الضغط الكلي على الوجه العلوي

$P_1 = \rho g h_1 + P_0$

فتكون القوة الضاغطة عليه

$F_1 = P_1 S$

$F_1 = \rho g h_1 S + P_0 S$

الضغط الكلي على الوجه السفلي

$P_2 = \rho g h_2 + P_0$

فتكون القوة الضاغطة عليه

$F_2 = P_2 S$

$F_2 = \rho g h_2 S + P_0 S$

محصلة القوتين هي دافعة أرخميدس $B$

$B = F_2 - F_1 > 0$

$B = \rho g h_2 S + P_0 S - \rho g h_1 S - P_0 S$

$B = \rho g S (h_2 - h_1)$

لكن $h = h_2 - h_1$

$B = \rho g S h = \rho g V = mg = W$

$B = W$ شدة دافعة أرخميدس = ثقل السائل المزاح

3 نص قانون أرخميدس:

إذا غمر جسم بشكل كلي أو جزئي في سائل لا يذوب فيه ولا يتفاعل معه فإن السائل يدفع الجسم بقوة عناصرها:

~~W ثقل الجسم~~ الحامل: الشاقول

الجهة: من الأسفل إلى الأعلى

الشدة: $B = W$ $(N)$

3 حسب الاستمرارية

a- السرعة تتناسب عكساً مع السطح $\frac{v_2}{v_1} = \frac{S_1}{S_2}$ كلما انقصت مساحة المقطع الذي يتدفق خلاله السائل تزداد سرعة السائل

b- قبل بلوغ السرعة الحدية يكون $W > F_2$ وحركة الجسم متسارعة فيزداد $v$ وبالتالي يزداد $F_2$ فينقص المقدار $(W - F_2)$ ⇐ يتناقص معه التسارع

فتكون الحركة مستقيمة يتناقص فيها التسارع

c- لأن السطح الظاهري للمظلة واسع لذلك تكون مقاومة الهواء عليه كبيرة $Fr = \frac{1}{2} k \rho s v^2$

$\boxed{4}$ * عامل السطح: تزداد مقاومة الهواء بازدياد السطح الظاهري للجسم و تتناسب طرداً معه في حال الأجسام المتناظرة (و السطح الظاهري للجسم هو مرتسمه على سطح يعامد شعاع السرعة)

* عامل الشكل.
* عامل الكتلة الحجمية
* عامل السرعة.

$Fr = \frac{1}{2} k \rho s v^2$

Fr: قوة مقاومة الهواء $(N)$

k: ثابت يتعلق بشكل الجسم (لا واحدة له)

ρ: الكتلة الحجمية للهواء $(kg.m^{-3})$

s: السطح الظاهري للجسم $(m^2)$

$v^2$: سرعة الجسم $(m.s^{-1})$

<u>ثالثاً</u>: المسألة الأولى:

$m' = 0,27 kg = 27 \times 10^{-2} kg$

$W_{app} = 1,7 N$

$\rho_{AL} = 2,7 g\,cm^{-3} = 2,7 \times 10^{+3} kg.m^{-3}$
$= 27 \times 10^{+2} kg.m^{-3}$

$\rho_{H_2O} = 1 g\,cm^{-3} = 1000 kg.m^{-3}$

$\boxed{1}$

$m' = \rho' V' \Rightarrow V' = \frac{m'}{\rho'} = \frac{27 \times 10^{-2}}{27 \times 10^{+2}} = 1 \times 10^{-4} m^3$

$\Rightarrow V' = 1 \times 10^{-4} m^3$

$B = W' - W_{app}$ *

$W' = m'g = 27 \times 10^{-2} \times 10 = 2,7 N$

نعوض في *

$B = 2,7 - 1,7 = 1 N$

$B = W = mg = \rho V g \Rightarrow V = \frac{B}{\rho g}$

$V = \frac{1}{1000 \times 10} = 1 \times 10^{-4} m^3$

$V' = V \Rightarrow$ الكرة لا تحوي تجويف

$\boxed{2}$ $m' = 200 g = 200 \times 10^{-3} kg = 2 \times 10^{-1} kg$

$\rho_{خشب} = 0,8 g.cm^{-3} = 0,8 \times 10^{+3} kg.m^{-3}$
$= 800 kg.m^{-3}$


قطعة متوازنة $\sum \vec{F} = \vec{0}$

$\vec{B} + \vec{W'} = \vec{0}$

بالإسقاط على محور موجه نحو الأعلى

(شرط الطفو) $B - W' = 0 \Rightarrow B = W'$

$B = W' = m'g = \cancel{\rho V g}\ 2 \times 10^{-1} \times 10 = 2 N$

$B = W = mg = \rho V g \Rightarrow V = \frac{B}{\rho g}$

$V = \frac{2}{1000 \times 10} = 2 \times 10^{-4} m^3$

مرحلة التعليم الأساسي
ثانوي:
مدرسة:
مادة الفحص:
الصف: الشعبة:
التاريخ / /

| الدرجة المكتسبة | |
|---|---|
| رقما | كتابة |

إبراهيم غازي الرسلان

الدرجة النهائية رقما وكتابة

توقيع المدرس

المسألة الثانية:

$r_1 = 10\,cm = 10\times10^{-2}\,m = 10^{-1}\,m$

$r_2 = 5\,cm = 5\times10^{-2}\,m$

$v_1 = 1\,m\,s^{-1}$

[1] حسب ~~...~~ معادلة الاستمرارية

$S_2 v_2 = S_1 v_1$

$\pi r_2^2 v_2 = \pi r_1^2 v_1 \Rightarrow v_2 = \frac{r_1^2 v_1}{r_2^2}$

$v_2 = \frac{10^{-2}\times1}{25\times10^{-4}} = \frac{100}{25} = 4\,m.s^{-1}$

[2] $Q' = S_1 v_1 = \pi r_1^2 v_1$

$Q' = \pi\times10^{-2}\times1 \Rightarrow Q' = \pi\times10^{-2}\,m^3.s^{-1}$

[3]

$Q' = \frac{V}{\Delta t} \Rightarrow V = \Delta t\,Q'$

$V = 20\times\pi\times10^{-2} = 2\pi\times10^{-1}\,m^3$

المسألة الثالثة:

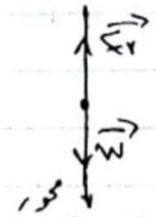
$m = 4\pi\,g = 4\pi\times10^{-3}\,kg$ ، $F_r = 0.25\,S\,v^2$

$2r = 4\,cm \Rightarrow r = 2\times10^{-2}\,m$ ، $v = 10\,m.s^{-1}$

[1] جملة المقارنة: خارجية

الجملة المدروسة: كرة فارغة

القوى المؤثرة:




$\vec{w}$: ثقل الجسم (ش ت)

$\vec{F_r}$: قوة مقاومة الهواء (متغيرة تزداد بازدياد السرعة)

بتطبيق العلاقة الأساسية في التحريك الانسحابي

$\sum\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{W} + \vec{F_r} = m\vec{a}$

بالاسقاط على محور موجه نحو الأسفل

$W - F_r = ma$

عند بلوغ السرعة الحدية $a = 0$

$F_r = W \Rightarrow 0.25\,S\,v_t^2 = mg$

$v_t^2 = \frac{mg}{0.25\,S} \Rightarrow v_t = \sqrt{\frac{mg}{\frac{1}{4}\pi r^2}}$

$v_t = \sqrt{\frac{4\pi\times10^{-3}\times10}{\frac{1}{4}\times4\times10^{-4}\times\pi}}$

$v_t = \sqrt{4\times10^{2}} = 2\times10 = 20\,m.s^{-1}$

[2] قبل بلوغ السرعة الحدية $W - F_r = ma$

$a = \frac{W - F_r}{m} = \frac{mg - 0.25\,S\,v^2}{m}$

$a = \frac{4\pi\times10^{-3}\times10 - 25\times10^{-2}\times\pi\times4\times10^{-4}\times10^{2}}{4\pi\times10^{-3}}$

$a = 10 - 25\times10^{-1} = 10 - 2.5 = 7.5\,m.s^{-2}$

المسألة الرابعة:

$B_1 = 2\,N$ , $B_2 = 1.8\,N$

$\rho_{H_2O} = 1\,g\,cm^{-3} = 1000\,kg.m^{-3}$

$\boxed{1}$

$\frac{B_2}{B_1} = \frac{\rho_2 V_2 g}{\rho_1 V_1 g}$ حيث $V_2 = V_1$

$\frac{B_2}{B_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \Rightarrow \rho_2 = \frac{B_2 \rho_1}{B_1} = \frac{1.8 \times 1000}{2}$

$\rho_2 = \frac{1800}{2} \Rightarrow \rho_2 = 900\,kg.m^{-3}$

$\boxed{2}$

$B_1 = \rho_1 g V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{B_1}{\rho_1 g}$

$V_1 = \frac{2}{1000 \times 10} = 2 \times 10^{-4}\,m^3$

$\Rightarrow V_1 = 2 \times 10^{-4}\,m^3$ حيث $V_1 = V_2$

طلب إضافي في المسألة الثالثة:
احسب الطاقة الحركية للكرة وكمية حركتها عند وصولها للسرعة الحدية:

$E_k = \frac{1}{2} m v_t^2 = \frac{1}{2} \times 4\pi \times 10^{-3} \times 400$

$E_k = 8\pi \times 10^{-1} \Rightarrow E_k = 2,5\,J$

$P = m v_t = 4\pi \times 10^{-3} \times 20 = 8\pi \times 10^{-2}$

$P = 25 \times 10^{-2} \Rightarrow P = 0,25\,kg.m.s^{-1}$

$\boxed{2}$

$\Sigma F = ma = 4\pi \times 10^{-3} \times 75 \times 10^{-1}$

~~$\Sigma F = 300 \times 10^{-4} = 3 \times 10^{-2}$~~

$\Sigma F = 300\pi \times 10^{-4} = 3\pi \times 10^{-2}\,N$

$\boxed{3}$

$\rho_s = 3\,g.cm^{-3} = 3000\,kg\,m^{-3}$

في الكرة المصمتة:

$m = \rho_s V$

$m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_s$

$S = \pi r^2$

$v_t = \sqrt{\frac{\rho_s 4\pi r^3 \times g}{3\alpha \frac{1}{4}\pi r^2}}$

$v_t = \sqrt{\frac{3000 \times 4 \times 10 \times 2 \times 10^{-2}}{3 \times \frac{1}{4}}}$

$v_t = \sqrt{1000 \times 16 \times 20 \times 10^{-2}}$

$v_t = 10 \times 4\sqrt{2} = 40\sqrt{2}\,m.s^{-1}$