تنويه

طلابنا الأعزاء: المصدر الدراسي الموثوق مئة بالمئة والطريق الوحيد لنيل العلامة الكاملة هو كتابك المدرسي الرسمي المقرر من وزارة التربية في الجمهورية العربية السورية وأي مصدر آخر يعتبر مساعد فقط في عملية الدراسة لمراجعة المعلومة بشكل سريع

إخلاء مسؤولية

إن هذا الملف وغيره من الملفات الدراسية التي نقوم بتحميلها ورفعها لكم عبر صفحتنا مرسلة من قبل طلاب قاموا بتصوير هذه الملخصات والأوراق الدراسية ليساعدوا زملائهم الذين لم يتمكنوا من تسجيل دورات مراجعة بسبب الظروف الخاصة للطالب وعليه فإن هذا الملف يجب مراجعته عند الدراسة تحسباً لوجود أخطاء غير مقصودة

ملاحظات هامة

هذا الملف ليس ملك لنا ولسنا نحن من حصل عليه وإنما مشاركة من قبل الطلاب وعليه نرجو الالتزام بالملاحظات الآتية

١- هذا الملف غير مخصص للبيع أو للتجارة

٢- في معظم الملفات نطلب أن يتم تصوير الغلاف وذلك حتى من يرغب بشراء نسخة من الملف يقوم بمراجعة صورة الغلاف وشراءه من المكتبة المعنية ببيع هذ الملخص

٣- نحن كـ جهة ناشرة لا نحقق أي مكاسب سواء مادية أو غير مادية من تلك الملفات التي نقوم برفعها لكم وإنما فقط لمساعدة الطلاب في الوصول لمراجع دراسية شاملة

٤- ملاحظة مكررة: لا يوجد أي ملخص أفضل من الكتاب المدرسي الرسمي المقرر

طريقة تحميل الملفات

جميع الملفات التي نقوم بنشرها ترفع مباشر على قناتنا (سوريانا التعليمية) عبر منصة التيلجرام بصيغة ملف جاهز للطباعة وبدقة عالية للدراسة وليس لدينا اسم آخر للنشر

أهم أسئلة النظري للمراجعة:

أولاً: النواس المرن:

- ✓ استنتج عبارة الطاقة الميكانيكية للنواس المرن غير المتخامد وبيِّن متى تكون E_p , E_k عظمى ومعدومة .
- ✓ دراسة حركة النواس المرن و انطلاقا من العبارة $(\overline{x})''_t = -\frac{k}{m}\, x$:

★برهن أن الحركة جيبية انسحابية ((توافقية بسيطة)) بالنواس المرن غير المتخامد ، ثم أوجد عبارة الدور الخاص لهذا النواس.

- ✓ انطلاقاً من العبارة : $x = X_{max}\cos(\omega_0 t)$ استنتج تابع السرعة أو التسارع ثم بين متى تكون السرعة (التسارع) أعظمية (معدومة) مع رسم الخط البياني .
- ✓ برهن أن محصلة القوى المؤثرة في مركز عطالة الجسم الصلب في النواس المرن هي قوة إرجاع تعطى بالعلاقة : $\overline{F} = -k\overline{x}$.
- ✓ أثبت صحة العلاقة: $v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2}$ في الحركة التوافقية البسيطة .

ثانياً : نواس الفتل

- ✓ دراسة حركة النواس الفتل: ★ ادرس حركة نواس الفتل عندما تصنع الساق زاوية θ مع وضع التوازن وبرهن أن حركة نواس الفتل غير المتخامد هي حركة جيبية دورانية ثم استنتج علاقة الدور الخاص لهذا النواس .
- ✓ انطلاقاً من مصونية الطاقة الميكانيكية برهن أن حركة نواس الفتل حركة جيبية دورانية .

ثالثاً : النواس الثقلي

- ✓ مما يتألف النواس البسيط نظرياً وعملياً ثم أوجد عبارة دوره الخاص انطلاقا من عبارة الدور الخاص للنواس المركب من أجل النوسات الصغيرة السعة .
- ✓ الدراسة التحريكية للنواس الثقلي **المركب** :

★انطلاقاً من العلاقة الآتية : $(\overline{\theta})''_t = -\frac{mgd}{I_\Delta}\,\overline{\theta}$ في النواس الثقلي المركب صغير السعة، استنتج العلاقة المحددة لدوره الخاص .

- ✓ الدراسة التحريكية للنواس الثقلي **البسيط** :

★انطلاقاً من العلاقة الآتية : $(\overline{\theta})''_t = -\frac{g}{\ell}\,\overline{\theta}$ في النواس الثقلي البسيط صغير السعة ، استنتج العلاقة المحددة لدوره الخاص .

المسألة الأولى:

هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نقطة مادية كتلتها $m = 100\ g$ معلقة بنابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة شاقولي. تهتز بدور خاص $1s$ وسعة اهتزاز $16\ cm$. بفرض مبدأ الزمن عندما تكون النقطة المادية في مطالها الأعظمي الموجب و المطلوب:

1. استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقاً من شكله العام.
2. عيّن لحظة المرور الأول للنقطة المادية في مركز الاهتزاز، واحسب قيمة السرعة العظمى للنقطة المادية (طويلة).
3. احسب ثابت صلابة النابض.
4. احسب تسارع النقطة المادية لحظة مرورها في وضع مطاله $\bar{x} = 5\ cm$ ثمّ احسب شدة قوة الإرجاع.
5. احسب الطاقة الميكانيكية لهذه الهزازة.
6. احسب الطاقة الحركية للنقطة المادية عندما يكون مطالها $\bar{x} = 10\ cm$.

الحل:

➢ الطلب الأول :

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$X_{max} = 16 \times 10^{-2}\ m$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega_0 = 2\pi\ rad.s^{-1}}$$

شروط البدء $\bar{x} = X_{max}$, $t = 0$

$$X_{max} = X_{max}\cos(\bar{\varphi})$$

$$\cos(\bar{\varphi}) = 1 \quad \Rightarrow \boxed{\varphi = 0\ rad}$$

نعوّض $\bar{x} = 16 \times 10^{-2}\cos(2\pi t + 0)$

➢ الطلب الثاني :

$$t_1 = \frac{T_0}{4} \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{1}{4}\ s$$

$$V_{max} = \omega_0 X_{max}$$

$$V_{max} = 2\pi \times 16 \times 10^{-2}$$

$$\boxed{V_{max} = 32\pi \times 10^{-2}\ m.s^{-1}}$$

➢ الطلب الثالث :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \Rightarrow K = \frac{4\pi^2 m}{{T_0}^2}$$

$$K = \frac{4\times10\times0.1}{1} = \boxed{4\ N.m^{-1}}$$

➢ الطلب الرابع :

$$\bar{a} = -{\omega_0}^2.\bar{x}$$

$$\bar{a} = -(2\pi)^2(5 \times 10^{-2})$$

$$\bar{a} = -2\ m.s^{-2}$$

$$F = |-kx| = |-4 \times 5 \times 10^{-2}| = 0.2\ N$$

➢ الطلب الخامس :

$$E = \frac{1}{2}kX_{max}^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times (16 \times 10^{-2})^2$$

$$\boxed{E = 512 \times 10^{-4}\ J}$$

➢ الطلب السادس :

$$E_k = E - E_p$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times (10 \times 10^{-2})^2$$

$$\boxed{E_p = 200 \times 10^{-4}\ J}$$

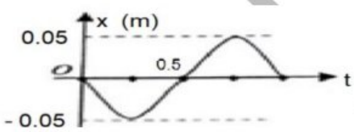
$$E_k = 512 \times 10^{-4} - 200 \times 10^{-4}$$

$$\boxed{E_k = 312 \times 10^{-4}\ J}$$

المسألة الثانية:

يمثل الشكل المجاور تغيرات المطال بدلالة الزمن لحركة توافقية بسيطة (النواس المرن) و المطلوب:

1. استنتج التابع الزمني لمطال حركته انطلاقاً من شكله العام.
2. احسب سرعة الجسم عند مروره الأول بوضع التوازن.
3. احسب تسارع الجسم عند المرور بنقطة مطالها $2.5\ cm$.
4. إذا علمت أن ثابت صلابة النابض $10\ N.m^{-1}$ احسب كتلة الجسم.
5. احسب الطاقة الكامنة المرونية ، والطاقة الحركية للجسم في نقطة مطالها $2.5\ cm$.



الحل:

➢ الطلب الأول :

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$X_{max} = 0.05\ m$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad.s^{-1}$$

نعوّض في شروط البدء $(\bar{x} = 0\ , t = 0)$

$$0 = 0.05\cos(\bar{\varphi})$$

$$0 = \cos(\bar{\varphi})$$

إما $\varphi = \frac{\pi}{2}\ rad$ أو $\varphi = \frac{3\pi}{2}\ rad$

نختار قيمة φ التي تجعل v سالبة من أجل:

$$\varphi = \frac{\pi}{2}\ rad$$

$v = -X_{max}\,\omega_0 \sin(\omega_0 t + \overline{\varphi})$

$= -0.05 \times 2\pi \sin(\frac{\pi}{2}) < 0$ (مقبولة)

$= -0.05 \times 2\pi \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) > 0$ (مرفوضة)

$\Rightarrow \overline{x} = 0.05\cos(2\pi t + \frac{\pi}{2})$

➢ الطلب الثاني :

$v = (x)'_t = -2\pi \times 0.05 \sin\left(2\pi t_1 + \frac{\pi}{2}\right)$

المرور بموضع التوازن (من الرسم معطى)

لحظة البدء $t = 0$

و المرور الأول في اللحظة $t_1 = \frac{1}{2}\ s$

نعوّض في تابع السرعة فنجد أن :

$v = -2\pi \times 0.05 \sin\left(2\pi \times \frac{1}{2} + \frac{\pi}{2}\right)$

$v = -2\pi \times 0.05 \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{-\pi}{10}(-1)$

$\boxed{v = \pi \times 10^{-1}\ m.s^{-1}}$

➢ الطلب الثالث:

$\overline{a} = -\omega_0{}^2.\overline{x} = -(2\pi)^2(2.5 \times 10^{-2})$

$= -40 \times 25 \times 10^{-3}$

$\boxed{\overline{a} = -1\ m.s^{-2}}$

➢ الطلب الرابع:

$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_0^2} = \frac{10}{40} = 0.25\ Kg$

➢ الطلب الخامس:

$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times (10)(2.5 \times 10^{-2})^2$

$E_p = 31.25 \times 10^{-4}\ J$

$E_k = E_{tot} - E_p$

$E_{tot} = \frac{1}{2}kX_{max}^2 = \frac{1}{2} \times (10)(5 \times 10^{-2})^2$

$E_{tot} = 125 \times 10^{-4}\ J$

$E_k = 125 \times 10^{-4} - 31.25 \times 10^{-4}$

$E_k = 93.75 \times 10^{-4}\ J$

المسألة الثالثة:

تهتز نقطة مادية كتلتها $0.5\ kg$ بحركة توافقية بسيطة بمرونة نابض مهمل الكتلة حلقاته متباعدة شاقولي وبدور خاص $4\ s$ وسعة اهتزازه $X_{max} = 8\ cm$ ، فإذا علمت أن النقطة كانت في موضع مطاله $\frac{X_{max}}{2}$ في بدء الزمن وهي متحركة بالاتجاه السالب، و المطلوب:

1. استنتج التابع الزمني لمطال حركة هذه النقطة بعد تعيين قيمة الثوابت.
2. عيّن لحظتي المرور الأول والثالث في وضع التوازن.
3. عيّن المواضع التي تكون فيها شدة محصلة القوى عظمى واحسب قيمتها ، وحدد موضعاً تنعدم فيه شدة هذه المحصلة.
4. احسب قيمة ثابت صلابة النابض ، وهل تتغير هذه القيمة باستبدال الكتلة المعلقة ؟
5. احسب الكتلة التي تجعل الدور الخاص $1\ s$.

الحل :

➢ الطلب الأول :

$\overline{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \overline{\varphi})$

$X_{max} = 8 \times 10^{-2}\ m$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\ rad.s^{-1}$

شروط البدء : $(\overline{x} = \frac{X_{max}}{2} = \frac{8}{2} = 4cm\ ,\ t = 0)$

$4 \times 10^{-2} = 8 \times 10^{-2}\cos(\overline{\varphi})$

$\cos(\overline{\varphi}) = \frac{1}{2}$

إما $\varphi = \frac{5\pi}{3}\ rad$ أو $\varphi = \frac{\pi}{3}\ rad$

نختار قيمة φ التي تجعل v سالبة

$v = -X_{max}\,\omega_0 \sin(\omega_0 t + \overline{\varphi})$

من أجل: $\varphi = \frac{\pi}{3}\ rad$

$v = -\frac{\pi}{2} \times 8 \times 10^{-2}\sin(\frac{\pi}{3}) < 0$ (مقبولة)

$v = -\frac{\pi}{2} \times 8 \times 10^{-2}\sin(\frac{5\pi}{3}) > 0$ (مرفوضة)

$\overline{x} = 8 \times 10^{-2}\cos(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3})$

➢ الطلب الثاني :

$$0 = 8\times 10^{-2}\cos(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3})$$

$$\cos(\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3}) = 0$$

$$\frac{\pi}{2}t+\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}+\pi k \Longrightarrow t = \frac{1+6k}{3}$$

المرور الأول : $t_1 = \frac{1}{3}\ s \Leftarrow k = 0$

المرور الثالث : $t_3 = \frac{13}{3}\ s \Leftarrow k = 2$

- الطلب الثالث:

تكون محصلة القوى عظمى عندما :

$x = \pm X_{max}$ (أي في الوضعين الطرفيين)

- شدة محصلة القوى : $F_{max} = m\,.\,a_{max}$

ولكن $a_{max} = \omega_0^2\,.\,X_{max}$

$$F_{max} = m.\,\omega_0^2\,.\,X_{max} = 0.5\left(\frac{\pi}{2}\right)^2(8\times 10^{-2})$$

$$F_{max} = 0.1\ N$$

تكون محصلة القوى معدومة في وضع التوازن $x = 0$

- الطلب الرابع:

$$K = \omega_0^2\,.\,m = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 0.5 = \frac{5}{4}N.\,m^{-1}$$

لا تتغير هذه القيمة باستبدال الكتلة المعلقة (K تتغير بتغيير النابض)

- الطلب الخامس :

$$T_0^{`} = 1\ s$$

$$T_0^{`} = 2\pi\sqrt{\frac{m^{`}}{k}} \Longrightarrow 1 = 2\pi\sqrt{\frac{m^{`}}{\frac{5}{4}}} \Longrightarrow 1 = 40\times\frac{4m^{`}}{5}$$

$$\Longrightarrow m^{`} = \frac{1}{32}\ kg$$

المسألة الرابعة:

نشكل هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نابض مرن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة، ثابت صلابته $K = 10\ N.\,m^{-1}$ مثبت من إحدى نهايتيه إلى نقطة ثابتة، ويحمل في نهايته الثانية جسماً كتلته $m = 0.1\ kg$ فإذا علمت أن مبدأ الزمن لحظة مرور الجسم في مركز التوازن ، وهو يتحرك بالاتجاه السالب بسرعة $v = -3m.\,s^{-1}$

و المطلوب:

1. احسب النبض الخاص للحركة.
2. استنتج التابع الزمني لمطال الحركة.
3. احسب شدة قوة الإرجاع في نقطة مطالها $3cm$

الحل :

- الطلب الأول :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10}{0.1}} = \sqrt{100} = 10rad.\,s^{-1}$$

- الطلب الثاني :

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t+\bar{\varphi})$$

$$\omega_0 = 10rad.\,s^{-1}$$

$$v_{max} = \omega_0\,X_{max} \Longrightarrow X_{max} = \frac{3}{10} = 0.3\ m$$

نعوّض في شروط البدء :

$$(X_{max} = x = 0.3\ m, x = 0, t = 0)$$

$$0 = \frac{3}{10}\cos(\bar{\varphi}) \Longrightarrow \cos(\bar{\varphi}) = 0$$

$\varphi = \frac{3\pi}{2}\ rad$ أو $\varphi = \frac{\pi}{2}\ rad$

نختار قيمة φ التي تجعل v سالبة من أجل:

$$\varphi = \frac{\pi}{2}\ rad$$

$$v = -\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t+\bar{\varphi})$$

$v = -10\left(\frac{3}{10}\right)\sin\left(0+\frac{\pi}{2}\right) = -3 < 0$ (مقبولة)

$v = -10\left(\frac{3}{10}\right)\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = +3 > 0$ (مرفوضة)

$$\Longrightarrow \bar{x} = 0.3\cos(10t+\frac{\pi}{2})$$

- الطلب الثالث :

$$F = |-kx| = |-10\times 3\times 10^{-2}| = 3\times 10^{-1} = 0.3\ N$$

المسألة الخامسة:

تتألف هزازة جيبية انسحابية من نابض مرن شاقولي مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ، ثابت صلابته $k = 10\ N.\,m^{-1}$ مثبت من أحد طرفيه ، ويحملُ في طرفيه الأخر جسماً كتلته m ويعطى التابع الزمني لمطال حركتها بالعلاقة :

$\bar{x} = 0.1\ \cos(\pi t+\frac{\pi}{2})$ **و المطلوب:**

1. أوجد قيم ثوابت الحركة ودورها الخاص .
2. احسب كتلة الجسم m .
3. احسب قيمة السرعة في موضع مطاله $x = 6\ cm$ ، والجسم يتحرك بالاتجاه الموجب للمحور.
4. حدد موضع المتحرك (الجسم) في لحظة بدء الزمن .

الحل :

- الطلب الأول :

$$x = 0.1\ \cos(\pi t+\frac{\pi}{2})$$

بالمطابقة مع الشكل العام :

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\omega_0 = \pi rad.s^{-1}$$

$$X_{max} = 0.1\ m \quad , \varphi = \frac{\pi}{2}\ rad$$

الدور الخاص الحركة :

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\ s$$

- الطلب الثاني :

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m = \frac{k}{\omega_0^2} = \frac{10}{10} = 1\ Kg$$

- الطلب الثالث :

$$v = \omega_0\sqrt{X_{max}^2 - x^2} \Rightarrow v = 0.25\ m.s^{-1}$$

- الطلب الرابع :

$$t = 0 \Rightarrow x = 0.1\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

(أي المتحرك عند لحظة بدء الزمن كان في مركز الاهتزاز)

ملاحظات هامة جداً للمسائل :

1. إذا رسم النواس المرن في أثناء حركته قطعة مستقيمة طولها d فإن $X_{max} = \frac{d}{2}$
2. الزمن من المطال الأعظمي إلى المطال المناظر له يساوي $\frac{T_0}{2}$
3. المسافة من المطال الأعظمي إلى المطال المناظر له $2X_{max}$
4. إذا طُلب استنتاج الاستطالة السكونية x_0 فإننا نطبّق العلاقة $mg = kx_0$
5. إذا عوضنا $K = 0$ لحساب لحظة المرور الأول للجسم في مركز الاهتزاز ونتج زمن سالب فإننا نرفضه ونعيّن لحظة المرور الأول بتعويض $K = 1$

المسألة السادسة:

يتألف نواس فتل من قرص متجانس معلق بسلك فتل شاقولي ثابت فتله $K = 8\times10^{-2} m.N.rad^{-1}$ ندير القرص في مستو أفقي بزاوية $\theta = \frac{\pi}{2}\ rad$ عن وضع توازنه ، ونتركه دون سرعه ابتدائية في اللحظة $t = 0$ فيهتز بحركة جيبيه دورانية، فإذا علمت أن عزم عطالة القرص حول محور عمودي على مستويه ومار من مركز عطالته $I_{\Delta/c} = 2\times10^{-3} kg.m^2$

و المطلوب:

1. احسب الدور الخاص لهذا النواس.
2. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام ثمّ احسب الطاقة الكامنة عند $\theta = \frac{\pi}{8}\ rad$.
3. احسب السرعة الزاوية للقرص لحظة مروره الأول في وضع توازنه وطاقته الحركية عندئذٍ.

الحل :

- الطلب الأول :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{2\times10^{-3}}{8\times10^{-2}}}$$

$$\Rightarrow T_0 = 1\ s$$

- الطلب الثاني :

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad.s^{-1}$$

$$\theta_{max} = \theta = \frac{\pi}{2}\ rad$$

لحساب φ نعوّض في شروط البدء $(\theta = \theta_{max}, t = 0)$

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\ rad$$

$$\theta = \frac{\pi}{2}\cos(2\pi t)$$

$$E_p = \frac{1}{2}k\theta^2 = \frac{1}{160}\ J$$

- الطلب الثالث:

$$t_1 = \frac{T_0}{4} = \frac{1}{4}s \Rightarrow \bar{\omega} = (\theta')_t = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t_1 + \bar{\varphi})$$

$$= -2\pi\times\frac{\pi}{2}\sin\left(2\pi\times\frac{1}{4}\right) = -10\ rad.s^{-1}$$

$$E_k = \frac{1}{2}I_\Delta(\omega)^2 = 0.1\ J$$

المسألة السابعة:

ساق مهملة الكتلة طولها $L = 40\ cm$ نثبّت في كل من طرفيها كتلة نقطية $m_1 = m_2 = 100\ g$ ونعلق منتصفها بسلك شاقولي ثابت فتله K ، ثمّ نثبت الطرف الآخر للسلك بنقطة ثابتة لنشكل بذلك نواساً للفتل غير المتخامد. ندير الساق في مستو أفقي بزاوية $\theta = \frac{\pi}{3}\ rad$ عن وضع توازنها ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ فتهتز بحركة جيبيه دورانية دورها الخاص $T_0 = 2\ s$

و المطلوب:

1. احسب قيمة ثابت فتل السلك K .
2. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام .
3. احسب قيمة السرعة الزاوية للنواس لحظة مروره الأول بوضع التوازن .
4. نجعل طول سلك الفتل نصف ماكان عليه احسب الدور الخاص الجديد $T`_0$.

$(\pi^2 = 10)$

الحل :

➢ الطلب الأول :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

$$I_\Delta = I_{\Delta/c} + 2\, I_{\Delta/m`}$$

$$I_\Delta = 0 + 2m_1\left(\frac{\ell^2}{4}\right)$$

$$I_\Delta = 2\times 100\times 10^{-3}\left(\frac{0.4}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow I_\Delta = 8\times 10^{-3} Kg.m^2$$

$$2 = 2\pi\sqrt{\frac{8\times 10^{-3}}{K}} \Longrightarrow K = 8\times 10^{-2}\ m.N.rad^{-1}$$

➢ الطلب الثاني :

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \overline{\varphi})$$

$$\theta_{max} = \theta = \frac{\pi}{3}\ rad$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi\ rad.s^{-1}$$

لحساب φ نعوّض في شروط البدء $(\theta = \theta_{max}, t = 0)$

$$\theta_{max} = \theta_{max}\cos(0+\overline{\varphi}) \Rightarrow \cos\varphi = 1$$

$$\Rightarrow \varphi = 0\ rad$$

$$\theta = \frac{\pi}{3}\cos(\pi\, t)$$

➢ الطلب الثالث :

$$t = \frac{T_0}{4} = \frac{1}{2}\ s$$

$$\Rightarrow \overline{\omega} = (\theta`)_t = -\,\omega_0\,\theta_{max}\sin(\omega_0 t)$$

$$= -\pi\times\frac{\pi}{3}\sin\left(\pi\times\frac{1}{2}\right) = \frac{-10}{3}\ rad.s^{-1}$$

➢ الطلب الرابع :

$$K = K`\frac{(2r)^4}{\ell},\quad \ell` = \frac{\ell}{2}$$

$$K_2 = K`\frac{(2r)^4}{\ell} \Longrightarrow K_2 = 2K$$

$$T`_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{2k}} \Longrightarrow T`_0 = \frac{T_0}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\ s$$

المسألة الثامنة:

يتألف نواس فتل من ساق أفقية متجانسة معلقة بسلك فتل شاقولي من منتصفها وبعد أن تتوازن نديرها بزاوية $\theta = \frac{\pi}{2}\ rad$ في مستو أفقي ، ونتركها من دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ فتهتز بدور خاص $T_0 = 1\ s$ إذا علمت أن عزم عطالة الساق بالنسبة لنواس الفتل $2\times 10^{-3} kg.m^2$

و المطلوب :

1. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام .
2. احسب السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الأول بوضع التوازن .
3. احسب التسارع الزاوي للساق عندما تصنع زاوية $\theta = -\frac{\pi}{4}\ rad$ مع وضع التوازن .
4. احسب ثابت فتل سلك التعليق .
5. احسب الطاقة الميكانيكية للنواس لحظة المرور في وضع التوازن .
6. نجعل طول سلك الفتل ربع ماكان عليه احسب الدور الخاص الجديد $T`_0$ في هذه الحالة .

الحل :

➢ الطلب الأول :

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \overline{\varphi})$$

$$\theta_{max} = \frac{\pi}{2}\ rad$$

(لأن الساق تركت دون سرعة ابتدائية)

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ rad.s^{-1}$$

$$\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\ rad$$

$$\theta = \frac{\pi}{2}\cos 2\pi t$$

➢ الطلب الثاني :

$$t_1 = \frac{T_0}{4} = \frac{1}{4}\ s$$

$$\overline{\omega} = -\,\omega_0\,\theta_{max}\sin(\omega_0 t_1) = -2\pi\times\frac{\pi}{2}\sin\frac{\pi}{2}$$

$$\overline{\omega} = -10\ rad.s^{-1}$$

➢ الطلب الثالث :

$$\overline{\alpha} = -{\omega_0}^2\overline{\theta} = -(2\pi)^2\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow \bar{\alpha} = 10\pi\ rad.s^{-2}$$

➢ الطلب الرابع :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}} \Rightarrow 1 = 2\pi\sqrt{\frac{2\times10^{-3}}{k}}$$

$$\Rightarrow k = 8\times10^{-2}\ m.N.rad^{-1}$$

➢ الطلب الخامس :

$$E_{tot} = \frac{1}{2}k\theta_{max}^2 = \frac{1}{2}(8\times10^{-2})\left(\frac{\pi}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow E_{tot} = 0.1\ J$$

➢ الطلب السادس :

$$K_1 = K`\frac{(2r)^4}{\frac{1}{4}l} \Rightarrow K_1 = 4K$$

$$T`_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{4k}} \Rightarrow T`_0 = \frac{T_0}{2} \Rightarrow T`_0 = \frac{1}{2}s$$

المسألة التاسعة:

يتألف نواس فتل من ساق أفقية متجانسة طولها $L = ab = 50\ cm$ كتلتها m معلقة من منتصفها بسلك فتل شاقولي ثابت فتله $K = 10^{-2}\ m.N.rad^{-1}$ ندير الساق في مستو أفقي بزاوية $\theta = \pi\ rad$ عن وضع توازنها ، ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ ،فتهتز بدور خاص $T_0 = 4\ s$ و

المطلوب :

1. احسب كتلة الساق m .
2. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام .
3. احسب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة مرورها الأول بوضع التوازن .
4. نثّبت بالطرفين a و b كتلتين نقطيتين متماثلتين $m_1 = m_2 = 40\ g$ احسب قيمة الدور الخاص الجديد $T`_0$ في هذه الحالة .

(عزم عطالة ساق حول محور مار من منتصفها و عمودي على مستويها

$$\pi^2 = 10\ , I_{\Delta/c} = \frac{1}{12}m\ell^2)$$

الحل :

➢ الطلب الأول :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}} \Rightarrow \frac{1}{12}m\ell^2 = \frac{{T_0}^2k}{4\pi^2}$$

$$m = \frac{12{T_0}^2k}{4\pi^2\ell^2} = \frac{12\times(4)^2\times10^{-2}}{4\times10\times(50\times10^{-2})^2}$$

$$m = 192\times10^{-3}kg$$

➢ الطلب الثاني :

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

شروط البدء $t = 0, \theta = \theta_{max} = \pi\ rad$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow \omega_0 = \frac{\pi}{2}rad.s^{-1}$$

نعوّض شروط البدء في تابع المطال :

$$\theta_{max} = \theta_{max}\cos\varphi$$

$$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\ rad$$

$$\theta = \pi\cos\frac{\pi}{2}t$$

➢ الطلب الثالث :

$$\bar{\omega} = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t_1)$$

$$t_1 = \frac{T_0}{4} = \frac{4}{4} = 1\ s$$

$$\bar{\omega} = -\frac{10}{2}\theta_{max}\sin\left(\frac{\pi}{2}\times1\right) = -5rad.s^{-1}$$

➢ الطلب الرابع :

$$T`_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I`_\Delta}{k}}$$

$$I`_\Delta = I_{\Delta/c} + 2\,I_{\Delta/m_1}$$

$$I_{\Delta/m_1} = m_1\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = 40\times10^{-3}\times\frac{(50\times10^{-2})^2}{4}$$

$$\boxed{I_{\Delta/m_1} = 2.5\times10^{-3}kg.m^2}$$

$$I_{\Delta/c} = \frac{1}{12}ml^2 = \frac{1}{12}\times192\times10^{-3}\times(50\times10^{-2})^2$$

$$\boxed{I_{\Delta/c} = 4\times10^{-3}kg.m^2}$$

$$I`_\Delta = 4\times10^{-3} + 2\times2.5\times10^{-3}$$

$$\boxed{I`_\Delta = 9\times10^{-3}kg.m^2}$$

$$\Rightarrow T`_0 = 2\pi\sqrt{\frac{9\times10^{-3}}{10^{-2}}} = 6\ s$$

المسألة العاشرة:

يتألف نواس ثقلي بسيط من كرة صغيرة كتلتها $m = 0.05\ kg$ معلقة بخيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله $l = 1\ m$ ، و المطلوب :

1. استنتج علاقة الدور الخاص لهذا النواس من علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي المركب في حالة السعات الزاوية الصغيرة ، ثمّ احسب قيمته .

2. نحرف النواس عن وضع توازنه بسعة زاوية θ_{max} ، ثمّ نتركه بدون سرعه ابتدائية فتكون سرعتها لحظة المرور بالشاقول .

والمطلوب: ، $v = \sqrt{10}\ m.s^{-1}$

A. احسب قيمة السعة الزاوية θ_{max} باعتبار $\theta_{max} > 0.24\ rad$.

B. استنتج علاقة توتر الخيط لحظة المرور بالشاقول بوضع التوازن الشاقولي ، ثمّ احسب قيمته .

C. نزيح الكرة إلى مستو أفقي يرتفع $h = 0.5\ m$ عن المستوي الأفقي المار منها وهي في وضع توازنها الشاقولي ليصنع خيط النواس مع الشاقول زاوية θ ونتركها دون سرعة ابتدائية، والمطلوب :

- استنتج قيمه الزاوية θ ، ثمّ احسب قيمتها.

الحل:

➢ الطلب الأول :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}} \quad ; \quad I_\Delta = mr^2$$

$$r = d = \ell \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m\ell^2}{mg\ell}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} = 2s$$

➢ الطلب الثاني :

A. نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين الأول : $\theta_1 = \theta_{max}$
و الثاني : $\theta_2 = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec F}$$

$$E_{k2} - E_{k1} = W_{\vec W} + W_{\vec T}$$

0 لأنه ترك دون سرعة ابتدائية

0 لأن T يعامد الانتقال في كل لحظة

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgh$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mg\ell[1 - \cos\theta_{max}]$$

$$\frac{1}{2}(\sqrt{10})^2 = 10 \times 1\ [1 - \cos\theta_{max}]$$

$$\cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$$

B. جملة المقارنة : خارجية

الجملة المدروسة : الكرة

القوى الخارجية: $\vec W\ ,\ \vec T$

العلاقة الأساسية في التحريك :

$$\sum \vec F = m\vec a$$

$$\vec W + \vec T = m\vec a$$

بالإسقاط على الناظم

$$-W + T = ma_c \Rightarrow T = mg + m\frac{v^2}{r}$$

حيث أنّ $r = \ell$

$$T = m\left[g + \frac{v^2}{\ell}\right] = 0.05\left(10 + \frac{(\sqrt{10})^2}{1}\right)$$

$$T = 1N$$

C. $h = \ell(1 - \cos\theta_{max})$

$$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{h}{\ell} = 1 - \frac{0.5}{1}$$

$$\cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$$

المسألة الحادية عشر :

يتألف نواس ثقلي بسيط من كرة صغيرة نعدها نقطة مادية كتلتها $m = 100g$ معلقة بخيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله $\ell = 1\ m$ و المطلوب :

1. احسب الدور الخاص لهذا النواس في حالة السعات الصغيرة .
2. يُحرف الخيط عن وضع توازنه الشاقولي بزاوية $\theta_{max} = 60°$ وتترك من دون سرعة ابتدائية .

A. استنتج بالرموز العلاقة المحددة للسرعة الخطية لكرة النواس لحظة مرور النواس بوضع توازنه الشاقولي، ثم احسب قيمته .

B. استنتج بالرموز علاقة توتر الخيط لحظة مرور النواس بوضع توازنه الشاقولي، ثم احسب قيمته .

3. استنتج عبارة التسارع المماسي واحسب قيمته عندما يصنع الخيط مع الشاقول زاوية $30°$.
4. احسب التسارع الزاوي عندما يصنع الخيط زاوية $30°$ مع الشاقول .

الحل :

➢ الطلب الأول :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}} \Rightarrow T_0 = 2\ s$$

➢ الطلب الثاني :

A. نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين الأول $\theta_1 = \theta_{max}$ والثاني $\theta_2 = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}_{(1\to 2)}}$$

$$E_{k2} - E_{k1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{T}}$$

0 لأنه ترك دون سرعة ابتدائية

0 لأن $\vec{T}$ يعامد الانتقال في كل لحظة

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgh$$

$$v^2 = 2gh$$

$$h = \ell\,[1 - \cos\theta_{max}] = \frac{1}{4}(1 - \frac{1}{2})$$

$$v^2 = 2g\ell\,[1 - \cos\theta_{max}]$$

$$v = \sqrt{2g\ell[1 - \cos\theta_{max}]} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{10}\, m.s^{-1}$$

.B

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{W} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على الناظم :

$$-W + T = ma_c \Rightarrow T = mg + m\frac{v^2}{\ell}$$

$$T = 0.1 \times 10 + 0.1 \times 10 \Rightarrow T = 2N$$

➢ الطلب الثالث :

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{W} + \vec{T} = m\vec{a}$$

بالإسقاط على المماس وبجهة الإزاحة :

$$+mg\sin\theta + 0 = ma_t$$

$$a_t = 5\, m.s^{-2}$$

➢ الطلب الرابع :

$$\alpha = \frac{a_t}{\ell} = \frac{5}{1} = 5\, rad.s^{-2}$$

المسألة الثانية عشر:

يتألف نواس ثقلي مركب من ساق متجانسة كتلتها $m_1 = 3\ kg$ ، وطولها $L = 1\ m$ نجعلها شاقولية ، ونعلّقها من محور أفقي ثابت مار من منتصفها ونثّبت من طرفها السفلي كتلة نقطية $m_2 = 1\ kg$ و المطلوب :

1. احسب الدور الخاص لهذا النواس من أجل نوسات صغيرة السعة .
2. احسب طول النواس الثقلي البسيط المواقت لهذا النواس .
3. نزيح الساق عن وضع توازنها الشاقولي بسعة زاوية θ_{max} ونتركها دون سرعة ابتدائية، فتكون السرعة الزاوية للنواس لحظة المرور بالشاقول $\omega = \sqrt{10}\, rad.s^{-1}$ ، المطلوب حساب:

A. السرعة الخطية للكتلة النقطية m_2 لحظة المرور بالشاقول .

B. قيمة السعة الزاوية θ_{max} باعتبار $\theta_{max} > 0.24\ rad$.

(عزم عطالة الساق حول محور مار من منتصفها و عمودي على مستويها $(g = 10\, m.s^{-2}$ ، $\pi^2 = 10\ , I_{\Delta/c} = \frac{1}{12}m\ell^2)$

➢ الحل : الطلب الأول :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$m = m_1 + m_2 = 3 + 1 = 4\ kg$$

$$d = \frac{m_2\frac{\ell}{2}}{m_1 + m_2} = \frac{1 \times \frac{1}{2}}{4} = \frac{1}{8}m$$

$$I_\Delta = \frac{1}{12}m_1\ell^2 + m_2\frac{\ell^2}{4}$$

$$= \frac{1}{12} \times 3(1)^2 + 1\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}\ kg.m^2$$

نعوّض

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{4 \times 10 \times \frac{1}{8}}}$$

$$= 2\ s$$

➢ الطلب الثاني :

$$T_{0_{(\text{مركب})}} = T_{0_{(\text{بسيط})}}$$

$$2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell`}{g}} \Rightarrow 2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell`}{10}}$$

$$\ell` = 1\ m$$

➢ الطلب الثالث :

.A $v_2 = \omega\frac{\ell}{2} = \sqrt{10} \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{2} m.s^{-1}$

.B نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين الأول $\theta_1 = \theta_{max}$ والثاني $\theta_2 = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}_{(1\to 2)}}$$

$$E_{k2} - E_{k1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

0 لأنه ترك دون سرعة ابتدائية

0 لأن نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

$$\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 - 0 = mgh + 0$$

$$h = d[1 - \cos\theta_{max}]$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)(\sqrt{10})^2 = 4 \times 10 \times \frac{1}{8}[1 - \cos\theta_{max}]$$

B. $v_c = \omega d = \sqrt{10} \times \frac{1}{4} = \frac{\pi}{4} m.s^{-1}$

المسألة الرابعة عشر:

يتألف نواس ثقلي من قرص متجانس كتلته m نصف قطره $r = \frac{2}{3}\, m$ يمكنه أن يهتز شاقولياً حول محور أفقي مار من نقطة من محيطه **و المطلوب :**

1. استنتج العلاقة المحددة لدوره الخاص في حالة السعات الزاوية الصغيرة انطلاقاً من شكله العام ثمّ احسب قيمته إذا علمت أن $I_{\Delta/c} = \frac{1}{2}mr^2$ (للقرص) .
2. حساب طول النواس البسيط المواقت .
3. نثّبت في نقطة من محيط القرص السابق كتلة نقطية $m` = m$ ونجعل القرص يهتز حول محوره الأفقي المار من مركزه، احسب دوره في هذه الحالة من أجل السعات الزاوية الصغيرة .
4. نزيح النواس عن وضع توازنه الشاقولي بزاوية $60°$ و نتركه دون سرعة ابتدائية
   - احسب قيمة السرعة الزاوية والخطية لمركز عطالة النواس لحظة مروره بالشاقول **(ضمن الحل انتبه فخ)** .

الحل :

- الطلب الأول :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}} \quad (1)$$

حساب I_Δ : حسب هايغنز :

$$I_\Delta = I_{\Delta/c} + md^2$$
$$I_\Delta = \frac{1}{2}mr^2 + mr^2 = \frac{3}{2}mr^2$$

نعوّض في (1) :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{mgr}} \Rightarrow$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{r}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{\frac{2}{3}}{10}} \Rightarrow T_0 = 2s$$

- الطلب الثاني:

$$T_{0_{(بسيط)}} = T_{0_{(مركب)}}$$

$$2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 2 \Rightarrow 4\pi^2\frac{\ell}{10} = 4 \Rightarrow \ell = 1\, m$$

- الطلب الثالث:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

حساب I_Δ :

$$I_{\Delta_{(جملة)}} = I_{\Delta/c} + I_{\Delta/m`}$$
$$I_{\Delta_{(جملة)}} = \frac{1}{2}mr^2 + m`r^2 \Rightarrow I_{\Delta_{(جملة)}} = \frac{3}{2}mr^2$$
$$m_{(جملة)} = m_{(قرص)} + m` = 2m$$

نعوّض

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{3}{2}mr^2}{2mg\frac{r}{2}}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3}{2}\cdot\frac{r}{g}}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{3}{2}\cdot\frac{\frac{2}{3}}{10}} \Rightarrow T_0 = 2\, s$$

- الطلب الرابع:

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين الأول $\theta_1 = \theta_{max} = 60°$ والثاني $\theta_2 = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}_{(1\to2)}}$$

$$E_{k2} - E_{k1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

0 لأنه ترك دون سرعة ابتدائية

0 لأن نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

$$\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 - 0 = m_{جملة}\, gh + 0$$
$$h = d[1 - \cos\theta_{max}]$$
$$\frac{r}{2}[1 - \cos\theta_{max}]$$
$$\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}mr^2 \times \omega^2 = 2mg\frac{r}{2}[1 - \cos\theta_{max}]$$
$$\omega = \sqrt{\frac{4g[1 - \cos\theta_{max}]}{3r}}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{4\times10\times\left[1 - \frac{1}{2}\right]}{3\times\frac{2}{3}}} = \sqrt{10}\, rad.s^{-1}$$

حساب السرعة الخطية لمركز عطالته

$$v_c = \omega d = \omega \frac{r}{2} = \sqrt{10} \times \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{\pi}{3} m.s^{-1}$$

احسب السرعة الخطية للكتلة النقطية m' !!!

فخ امتحاني

$$v_{m'} = \omega r = \sqrt{10} \times \frac{2}{3} = \frac{2\pi}{3} m.s^{-1}$$

المسألة الخامسة عشر:

يتألف نواس ثقلي مركب من قرص متجانس كتلته m_1 ونصف قطره $r = \frac{2}{3}\ m$ ويمكنه أن يهتز في مستوٍ شاقولي حول محور أفقي عمودي على مستويه ومار من مركزه ، نثّبت في نقطة من محيط القرص كتلة نقطية $m_1 = m_2$ و المطلوب:

1. استنتج بالرموز العلاقة المحددة للدور الخاص لهذا النواس بدلالة نصف قطره r انطلاقاً من علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي في حالة السعات الزاوية الصغيرة، ثم احسب قيمته.
2. احسب طول النواس الثقلي البسيط المواقت لهذا النواس.
3. نزيح القرص عن وضع توازنه الشاقولي بزاوية $\theta_{max} = 60°$ ونتركه دون سرعة ابتدائية ، استنتج بالرموز العلاقة المحددة للسرعة الزاوية للنواس لحظه مروره بالشاقول، واحسب قيمتها ثمّ احسب السرعة الخطية للكتلة النقطية عندئذٍ.

(عزم عطالة قرص حول محور مار من مركزه و عمودي على مستويه

$(g = 10 m.s^{-2}, \pi^2 = 10 , I_{\Delta/c} = \frac{1}{2} mr^2$

الحل:

➢ الطلب الأول:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$I_{\Delta_{(\text{نواس})}} = I_{\Delta(\text{قرص})} + I_{\Delta(\text{كتلة})}$$

$$\frac{1}{2} m_1 r^2 + m_2 r^2 = \frac{3}{2} m_1 r^2$$

$$m = m_1 + m_2 = 2m_1$$

$$d = \frac{m_2\, r}{m_1 + m_2} = \frac{m_2\, r}{2m_2} = \frac{r}{2}$$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{3}{2} m_1 r^2}{2m_1 g \frac{r}{2}}} \Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{3}{2} r}{g}}$$

$$\Rightarrow T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{3}{2} \times \frac{2}{3}}{10}} \Rightarrow T_0 = 2\,s$$

➢ الطلب الثاني :

$$T_{0_{(\text{مركب})}} = T_{0_{(\text{بسيط})}}$$

$$2 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow 4 = 4\ell \Rightarrow \ell = 1\,m$$

➢ الطلب الثالث :

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين

الأول: أعظمي أو $\theta_1 = \frac{\pi}{3} rad$

والثاني : المرور بالشاقول أو $\theta_2 = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}_{(1\to2)}}$$

$$E_{k2} - E_{k1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

0 لأنه ترك دون سرعة ابتدائية

0 لأن نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 - 0 = 2m_1 gh + 0$$

$$h = d[1 - \cos\theta_{max}]$$

$$= \frac{r}{2}[1 - \cos\theta_{max}]$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4m_1 gh}{I_\Delta}} = \sqrt{\frac{4m_1 g \frac{r}{2}[1 - \cos\theta_{max}]}{\frac{3}{2} m_1 r^2}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4 \times 10 \times \left[1 - \frac{1}{2}\right]}{3 \times \frac{2}{3}}} = \sqrt{10}\, rad.s^{-1}$$

$$v_{m_2} = \omega r = \sqrt{10} \times \frac{2}{3}$$

$$v_{m_2} = \frac{2}{3}\sqrt{10}\, m.s^{-1}$$

المسألة السادسة عشر:

ساق شاقولية مهملة الكتلة ، طولها $L = 1\ m$ نثّبت في منتصفها كتلة نقطية $m_1 = 0.4\ kg$ ونثّبت في طرفها السفلي كتلة نقطية $m_2 = 0.2\ kg$ ، لتؤلف الجملة نواساً ثقلياً مركباً يمكنه أن ينوس في مستوٍ شاقولي حول محور أفقي مار من الطرف العلوي للساق و المطلوب:

1. احسب دور نوساتها الصغيرة السعة .

2. نزيح الجملة عن وضع توازنها بزاوية $\theta_{max} > 0.24\ rad$ ونتركها دون سرعة ابتدائية ، فتكون السرعة الخطية لمركز عطالة جملة النواس لحظة المرور بالشاقول $v_c = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}}\ m.s^{-1}$

والمطلوب :

A. احسب السرعة الخطية للكتلة النقطية m_2 .

B. استنتج قيمة الزاوية θ_{max} .

الحل :

➢ الطلب الأول :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$I_\Delta = m_1\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + m_2\ell^2$$

$$= 0.4\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 0.2(1)^2 = 0.3\ kg.m^2$$

$$d = \frac{m_1r_1 + m_2r_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{m_1\left(\frac{\ell}{2}\right) + m_2\ell}{m_1 + m_2} = \frac{0.4\left(\frac{1}{2}\right) + 0.2(1)}{0.4 + 0.2}$$

$$\Rightarrow d = \frac{2}{3}\ m$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.4}{(0.4 + 0.2) \times 10 \times \frac{2}{3}}} = 2\ s$$

➢ الطلب الثاني :

A.

$$\frac{v_c}{v_{m_2}} = \frac{\omega.d}{\omega.\ell} = \frac{d}{\ell}$$

$$\frac{\frac{4\pi}{3\sqrt{3}}}{v_{m_2}} = \frac{\frac{2}{3}}{1} \Rightarrow v_{m_2} = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} m.s^{-1}$$

B. نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين

الأول: أعظمي أو $\theta_1 = \theta_{max}$

والثاني : المرور بالشاقول أو $\theta_2 = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}_{(1\to2)}}$$

$$E_{k2} - E_{k1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

0 لأنه ترك دون سرعة ابتدائية

0 لأن نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

$$\frac{1}{2}I_\Delta\omega^2 - 0 = (m_1 + m_2)gh + 0$$

$$\frac{1}{2}I_\Delta\left(\frac{v_c}{d}\right)^2 - 0 = (m_1 + m_2)gh + 0$$

$$\frac{1}{2}I_\Delta\left(\frac{v_c}{d}\right)^2 - 0 = (m_1 + m_2)g\ d[\cos\theta_2 - \cos\theta_1]$$

$$\frac{1}{2}I_\Delta\left(\frac{v_c}{d}\right)^2 - 0 = (m_1 + m_2)g\ d[1 - \cos\theta_{max}]$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.3 \times \left(\frac{4\pi/3\sqrt{3}}{2/3}\right)^2 = (0.4 + 0.2) \times 10 \times \frac{2}{3}[1 - \cos\theta_{max}]$$

$$\cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3} rad$$

المسألة السابعة عشر:

يتألف نواس ثقلي مركب من ساق شاقولية متجانسة كتلتها $m = 0.5\ kg$ ، طولها $L = 1.5\ m$ يمكنها أن تنوس حول محور أفقي مار من طرفها العلوي، ونثبّت عليها كتلة نقطية $m` = 0.5\ kg$ على بُعد $1\ m$ من هذا الطرف ، و

المطلوب :

1. احسب دور هذا النواس في حالة السعات الزاوية الصغيرة .
2. نزيح جملة النواس عن وضع توازنها الشاقولي بزاوية $\frac{\pi}{2} rad$ ونتركها دون سرعة ابتدائية ، احسب الطاقة الحركية للنواس لحظه مروره بالشاقول، ثمّ احسب السرعة الخطية للكتلة النقطية $m`$.

(عزم عطالة ساق حول محور مار من مركز عطالتها و عمودي على مستويها

$(g = 10 m.s^{-2}, \pi^2 = 10 , I_{\Delta/c} = \frac{1}{12}ml^2)$

الحل :

➢ الطلب الأول :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

$$I_\Delta = I_{\Delta/c} + md^2$$

$$= \frac{1}{12}m\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{1}{3}m\ell^2$$

$$= \frac{1}{3} \times 0.5 \times (1.5)^2 = 0.375\ kg.m^2$$

$$I_{\Delta_{(\text{كتلة})}} = m`r^2 = 0.5(1)^2 = 0.5\ kg.m^2$$

$$I_{\Delta_{(\text{جملة النواس})}} = 0.375 + 0.5 = 0.875\ kg.m^2$$

$$d = \frac{m\frac{\ell}{2} + m`r}{m + m`} = \frac{0.5(0.75) + 0.5(1)}{0.5 + 0.5}$$

$$d = 0.875\ m$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{0.875}{(0.5+0.5)\times 10\times 0.875}} = 2\ s$$

➢ الطلب الثاني :

نطبق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين

الأول: المطال الأعظمي أو $\theta_1 = \theta_{max}$

والثاني : المرور بالشاقول أو $\theta_2 = 0$

$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}_{(1\to 2)}}$$

$$E_{k2} - E_{k1} = W_{\vec{w}} + W_{\vec{R}}$$

0 لأنه ترك دون سرعة ابتدائية

0 لأن نقطة تأثير $\vec{R}$ لا تنتقل

$$E_{k2} = (m + m`)gh$$

$$E_{k2} = (m + m`)gd[\cos\theta_2 - \cos\theta_1]$$

$$= (m + m`)gd[1 - 0]$$

$$= (0.5 + 0.5)\times 10\times 0.875 = 8.75\ J$$

السرعة الزاوية عند المرور بالشاقول :

$$\omega = \sqrt{\frac{2E_k}{I_\Delta}} = \sqrt{\frac{2\times 8.75}{0.875}} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}\ rad.s^{-1}$$

السرعة الخطية عند المرور بالشاقول :

$$v = \omega.r = 2\sqrt{5}\times 1 = 2\sqrt{5}\ m.s^{-1}$$

المسألة الثامنة عشر:

يتألف نواس ثقلي مركب من ساق شاقوليه ، مهملة الكتلة طولها L ، تحملُ في كل من طرفيها كتلة نقطية $m`$ ، نعلق الجملة بمحور دوران أفقي ، يبعد $\frac{L}{4}$ عن طرف الساق العلوي ، نزيح الجملة عن وضع توازنها الشاقولي بزاوية $\frac{1}{2\pi}rad$ ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ فتهتز بدور خاص $T_0 = 2.5\ s$ والمطلوب :

1. استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي لحركة هذا النواس انطلاقاً من شكله العام
2. استنتج بالرموز العلاقة المحددة لطول الساق ثمّ احسب قيمته
3. احسب قيمة السرعة الزاوية العظمى للحركة (طويلة)
4. لنفرض أنه في إحدى النواسات انفصلت الكتلة السفلية عن الساق ، استنتج الدور الخاص الجديد للجملة في حالة السعات الزاوية الصغيرة

الحل:

➢ الطلب الأول :

$$\theta = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\theta_{max} = \frac{1}{2\pi}rad$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2.5} = \frac{4\pi}{5}\ rad.s^{-1}$$

شروط البدء $t = 0, \theta = \theta_{max}$

$$\frac{1}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0\ rad$$

$$\theta = \frac{1}{2\pi}\cos(\frac{4\pi}{5}t)$$

➢ الطلب الثاني :

$$I_{\Delta} = m`(\frac{\ell}{4})^2 + m`(\frac{3\ell}{4})^2 = \frac{10}{16}m`\ell^2$$

حساب d :

$$d = \frac{-m`\frac{\ell}{4} + m`\frac{3\ell}{4}}{m` + m`} = \frac{m`(\frac{\ell}{2})}{2m`} = \frac{\ell}{4}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{10}{16}m`\ell^2}{2m`g(\frac{\ell}{4})}} = 2\pi\sqrt{\frac{5\ell}{4g}} \Rightarrow \text{نربع}$$

$$\ell = \frac{T_0^2.g}{5\pi^2} = \frac{(2.5)^2\times 10}{5\times 10} = 1.25\ m$$

➢ الطلب الثالث :

$$w_{max} = \omega_0\theta_{max} = \frac{4\pi}{5}\times\frac{1}{2\pi} = 0.4\ rad.s^{-1}$$

➢ الطلب الرابع :

بعد انفصال الكتلة السفلية تصبح كتلة النواس m و عزم عطالته $d = \frac{\ell}{4}$

$$I_{\Delta} = m`(\frac{\ell}{4})^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m`(\frac{\ell}{4})^2}{m`g(\frac{\ell}{4})}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{4g}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{1.25}{4\times 10}} = \frac{\sqrt{5}}{2}s$$

✓ راجع مسألة وزارية هامة صفحة 38

المسألة التاسعة عشر:

لملء خزان ماء مكعب حجمه $1000\ L$ نستخدم خرطوماً مساحة مقطعه $10\ cm^2$ والمطلوب :

1. احسب زمن ملئ الخزان باعتبار معدل التدفق الحجمي للخرطوم $2\times 10^{-3}\ m^3.s^{-1}$
2. احسب سرعة تدفق الماء من فتحة الخرطوم
3. نستبدل الخرطوم بخرطوم آخر مساحة مقطعه $5\ cm^2$ ، احسب سرعة تدفق الماء من فتحة الخرطوم حتى يمتلئ الخزان خلال نفس الزمن