وفق النموذج الوزاري

نماذج امتحانية محلولة

شاملة

في مادة

الرياضيات

لطلاب الثالث الثانوي العلمي

2018-2017

إعداد المدرس صفوان إدريس

+963 992 320 116

Math 2018

https://t.me/safwanidriss

المدة : ثلاث ساعات	امتحان مادة الرياضيات لطلاب البكالوريا (2017 - 2018)
الدرجة : 600	النموذج الاول

أولا: اجب عن الاسئلة الأربع التالية (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: الجدول التالي يعبر عن تغيرات التابع f والمطلوب

x	$-\infty$		-3		2		3		$+\infty$
$f'(x)$			0		‖		0		
$f(x)$	$\frac{1}{3}$	↘	-1	↗	∞ ‖ $-\infty$	↗	1	↘	$\frac{1}{5}$

- احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$
- عين صورة المجال $[-3,3]$
- عين عدد حلول المعادلة $f(x)=0$
- عين القيم الحدية المحلية

السؤال الثاني: في منشور $\left(x^5+\frac{1}{x^2}\right)^{2n}$

- اكتب صيغة الحد T_r
- ما لشرط على العدد الطبيعي n كي يحتوي ها المنشور على حد ثابت مستقل عن x

السؤال الثالث: في المستوي العقدي لدينا النقطتين $A\,,B$ الممثلتين بالعددين

$Z_A=(\sqrt{3}+1)+(\sqrt{3}-1)i$ $\qquad Z_B=\overline{Z_A}$ $\qquad$ اثبت ان $\dfrac{Z_A}{Z_B}=e^{\frac{\pi}{6}i}$

السؤال الرابع: اوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين
$$\begin{cases} e^x-\frac{1}{e}e^y=1 \\ 2e^x+e^y=4+e \end{cases}$$

ثانيا : حل التمارين الأربعة الاتية (60 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: في المستوي العقدي ليكن لدينا النقاط A,B,C التي تشكل رؤوس مثلث مركز ثقله G
H التحول النقطي الذي يرافق بكل نقطة M النقطة M' وفق $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$

- اثبت ان $\overrightarrow{GM'}=-2\overrightarrow{GM}$ ثم استنتج طبيعة التحول H
- اثبت ان $Z_{M'}=-2Z_M+3Z_G$

السؤال الثاني : أوجد ناتج مايلي $\quad lim_{x\to 0}\, x ln^2(x) \qquad \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{sin2x}dx$

السؤال الثالث : ليكن لدينا المتتالية العددية $(U_n)_{n\geq 0}$ حيث

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = -1 - \frac{1}{4u_n} \end{cases}$$

وليكن $(v_n)_{n\geq 0}$ المعينة بالعلاقة $v_n = \frac{2}{2u_n+1}$

- اثبت ان المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ حسابية عين اساسها وحدها الاول
- اوجد v_n بدلالة n ثم اوجد u_n بدلالة n واحسب نهاية u_n

السؤال الرابع : يحوي صندوق 9 كرات متماثلة كرتين حمراوين وثلاث كرات بيضاء وأربع كرات زرقاء سحب من الصندوق كرتين معا نعطي القيمة (0) للكرة الحمراء والقيمة (1) للكرة البيضاء والقيمة (2) للكرة الزرقاء وليكن X متحول عشوائي يدل على مجموع القيم الناتجة من سحب كرتين اكتب قيم X واحسب توقعه الرياضي

حل المسالتين التاليتين: (*90* درجة للأولى – *110* للثانية)

المسالة الاولى: نتامل في الفضاء المنسوب الى المعلم المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقاط $C(1,5,5)$ $B(0,0,1)$ $A(1,2,0)$

- اثبت ان النقاط A, B, C تشكل مستو عين معادلته الديكارتية
- اوجد احداثيات النقطة D' المسقط القائم للنقطة $D(-11,9,-4)$ على المستوي ABC
- بفرض $D'(2,4,-1)$ استنتج ان 'D هي مركز ابعاد متناسبة للنقاط (A,α) (B,β) (C,γ) عين α,β,γ
- اوجد معادلة الكرة التي مركزها D وتمس المستوي ABC

المسالة الثانية ليكن لدينا c الخط البياني التابع $f(x) = x + \frac{2}{\sqrt{x}} - 5$ المعرف على $]0,\infty[$ المطلوب :

- استنتج ان للخط c مقارب يوازي 'yy
- ادرس تغيرات التابع ونظم جدولا بها ثم دل على القيم الحدية
- استنتج ان للمعادلة $f(x) = 0$ جذرين أحدهما $0 < x_1 < 1$ ثم اوجد الجذر الاخر
- ارسم كل مقارب وجدته وارسم c ثم احسب مساحة السطح المحدد بالخط c ومحور xx' والمستقيمين $x = 1 , x = 4$
- استنتج رسم الخط البياني للتابع $f_1(x) = \frac{x^2-6x+2\sqrt{x}}{x}$

***انتهت الأسئلة ***

النموذج الأول (1)

السؤال الأول:

- $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{1}{5}$

  $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \frac{1}{3}$

- $I = [-3, 3]$

  $f(I) =]-\infty, +\infty[$

- حلول المعادلة $f(x) = 0$

  لها 3 حلول

- القيم الحدية

  $f(-3) = -1$ قيمة حدية صغرى

  $f(3) = 1$ قيمة حدية كبرى

السؤال الثاني

$$T_r = \binom{2n}{r} (x^5)^r \left(\frac{1}{x^2}\right)^{2n-r}$$

$$\binom{2n}{r} (x)^{5r} (x^{-2})^{2n-r}$$

$$\binom{2n}{r} (x)^{5r} (x)^{-4n+2r}$$

$$\binom{2n}{r} x^{-4n+7r}$$

حتى يحتوي هذا المنشور على حد ثابت

$$-4n + 7r = 0$$

$$7r = 4n$$

$$r = \frac{4}{7} n$$

أي يجب أن تكون n من مضاعفات العدد 7

السؤال الثالث

$$Z_{(A)} = (\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1)i$$

$$Z_B = \bar{Z}_A$$

$$\Rightarrow Z_B = (\sqrt{3}+1) - (\sqrt{3}-1)i$$

$$\frac{Z_A}{Z_B} = \frac{(\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1)i}{(\sqrt{3}+1) - (\sqrt{3}-1)i}$$

$$= \frac{[(\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1)i][(\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1)i]}{[(\sqrt{3}+1) - (\sqrt{3}-1)i][(\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1)i]}$$

$$= \frac{(\sqrt{3}+1)^2 + 2(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)i + (\sqrt{3}-1)^2 i^2}{(\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2}$$

$$= \frac{3 + 2\sqrt{3} + 1 + 2(2i) + (3 - 2\sqrt{3} + 1)(-1)}{3 + 2\sqrt{3} + 1 + 3 - 2\sqrt{3} + 1}$$

$$= \frac{4 + 2\sqrt{3} + 4i - 3 + 2\sqrt{3} - 1}{8}$$

$$= \frac{4\sqrt{3} + 4i}{8}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$r = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} = 1$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{Z_A}{Z_B} = e^{\frac{\pi}{6}i}$$

أ.صفوان ادريس
أ.عبد الرحمن ناصر

النموذج الأول ②

السؤال الرابع

$$e^{x} - \frac{1}{e}e^{y} = 1 \quad ------①$$

$$2e^{x} + e^{y} = 4+e \quad -----②$$

نضرب ① بـ e

$$ee^{x} - e^{y} = e$$

بالجمع

$$2e^{x} + e^{y} = 4+e$$

$$ee^{x} + 2e^{x} = 4+2e$$

$$e^{x}(e+2) = 2(e+2)$$

$$\Rightarrow e^{x} = 2$$

$$\boxed{x = \ln(2)}$$

نعوض في ②

$$2e^{\ln(2)} + e^{y} = 4+e$$

$$4 + e^{y} = 4+e$$

$$e^{y} = e$$

$$\boxed{y = 1}$$

ثانياً: السؤال الأول

$$\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$$

$$\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{MG}$$

$$\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GM'} = 3\overrightarrow{MG}$$

$$\overrightarrow{GM'} = 2\overrightarrow{MG}$$

$$\overrightarrow{GM'} = -2\overrightarrow{GM}$$

التحول H: تحاكي مركزه G ونسبة

$$k = -2$$

من العلاقة

$$GM' = -2GM$$

$$Z_{M'} - Z_g = -2Z_M + 2Z_g$$

$$Z_{M'} = -2Z_M + 3Z_g$$

السؤال الثاني

- $$\lim_{x\to 0} x\ln^2(x) = 0(+\infty)$$

حالة عدم تعيين

$$\lim_{x\to 0} x\ln(x)\ln(x)$$

$$\lim_{x\to\infty} x^{\frac{1}{2}}\ln(x)\; x^{\frac{1}{2}}\ln(x)$$

$$= 0 \cdot 0 = 0$$

- $$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sin 2x}\,dx$$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{2\sin x\cos x}\,dx$$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{2}\frac{\cos^2 x}{\sin x\cos x} + \frac{1}{2}\frac{\sin^2 x}{\sin x\cos x}\right)dx$$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{2}\frac{\cos x}{\sin x} + \frac{1}{2}\frac{\sin x}{\cos x}\right)dx$$

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{2}\frac{\cos x}{\sin x} - \frac{1}{2}\frac{-\sin x}{\cos x}\right)dx$$

$$= \left[\frac{1}{2}\ln(\sin x) - \frac{1}{2}\ln(\cos x)\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \left[\frac{1}{2}\ln(\tan x)\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \frac{1}{2}\ln\tan\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\ln\tan\frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{1}{2}\ln\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2}\ln(1) = -\frac{1}{4}\ln(3)$$

السؤال الثالث،

3

$U_0 = \frac{1}{2}$

$U_{n+1} = -1 + \frac{1}{4U_n}$

$v_n = \frac{2}{1+2U_n}$

حسابية v_n

$v_{n+1} = \frac{2}{1+2U_{n+1}}$

$= \frac{2}{1+2(-1-\frac{1}{4U_n})}$

$= \frac{2}{1-2-\frac{1}{2U_n}}$

نضرب ب $2U_n$ بسطاً ومقاماً

$= \frac{2(2U_n)}{(-1)(2U_n)-\frac{2U_n}{2U_n}}$

$= \frac{4U_n}{-2U_n-1}$

$= -\frac{4U_n}{2U_n+1}$

$v_{n+1} - v_n = \frac{-4U_n}{2U_n+1} - \frac{2}{1+2U_n}$

$= \frac{-2(2U_n+1)}{2U_n+1}$

$= -2 = r$

المتتالية حسابية اساسها

$r = -2$

$v_0 = \frac{2}{2U_0+1} = \frac{2}{1+1} = 1$

$v_n = v_0 + nr$

$\boxed{v_n = 1-2n}$

$v_n = \frac{2}{2U_n+1}$

$2U_n+1 = \frac{2}{v_n}$

$2U_n = \frac{2}{v_n} - 1$

$U_n = \frac{2-v_n}{2v_n}$

$= \frac{2-1+2n}{2-4n} = \frac{1+2n}{2-4n}$

$\lim_{n\to\infty} U_n = -\frac{1}{2}$

السؤال الرابع

2 حمراء و 3 بيضاء و 4 زرقاء

نسحب كرتين معاً

0 ← كرة حمراء

1 ← كرة بيضاء

2 ← كرة زرقاء

ω		$X(\omega)$
2 زرقاء	→	4
2 حمراء	→	0
2 بيضاء	→	2
زرقاء وحمراء	→	2
زرقاء وبيضاء	→	3
حمراء وبيضاء	→	1

$X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

المسألة الأولى

$A(1,2,0)$ $B(0,0,1)$

$C(1,5,5)$

$\vec{AB} = (-1,-2,1)$

$\vec{AC} = (0,3,5)$

$\frac{0}{-1} \neq \frac{3}{-2}$

الشعاعان غير مرتبطين خطياً

النقاط ليست على استقامة واحدة

ليكن ناظم المستوى $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n}\cdot\vec{AB} = 0 \Rightarrow -a-2b+c=0$ --- (1)

$\vec{n}\cdot\vec{AC} = 0 \Rightarrow 3b+5c=0$ --- (2)

نختار قيمة لـ c ولتكن $\boxed{c=3}$

$3b+15=0 \Rightarrow \boxed{b=-5}$

نعوض في (1)

$-a+10+3=0$

$\Rightarrow \boxed{a=13}$

$\vec{n}(13,-5,3)$

$P_{ABC} = 13(X-0)-5(Y-0)+3(Z-1)=0$

~~P: 13X-5Y+13Z-13=0~~

$P: 13X-5Y+3Z-3=0$

ا.صفوان ادريس
ا.عبد الرحمن ناصر

$n(\Omega) = \binom{9}{2} = \frac{9.8}{2} = 36$

$P(X=0) = \frac{\binom{2}{2}}{36} = \frac{1}{36}$

$P(X=1) = \frac{\binom{2}{1}\binom{3}{1}}{36} = \frac{2.3}{36} = \frac{6}{36}$

$P(X=2) = \frac{\binom{3}{2}+\binom{4}{1}\binom{2}{1}}{36}$

$= \frac{\frac{3.2}{2}+4.2}{36} = \frac{11}{36}$

$P(X=3) = \frac{\binom{4}{1}\binom{3}{1}}{36} = \frac{12}{36}$

$P(X=4) = \frac{\binom{4}{2}}{36} = \frac{\frac{4.3}{2}}{36} = \frac{6}{36}$

X_i	0	1	2	3	4
P_i	$\frac{1}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{11}{36}$	$\frac{12}{36}$	$\frac{6}{36}$
X_iP_i	0	$\frac{6}{36}$	$\frac{22}{36}$	$\frac{36}{36}$	$\frac{24}{36}$

$E(X) = \sum_{i=1}^{5} X_i P_i$

$= \frac{6+22+36+24}{36}$

$= \frac{88}{36}$

$= 2.44$

النموذج الأول ⑤

$D(-11, 9, -4)$

نوجد تمثيل وسيطي للمستقيم المار من D وليعامد المستوى أي أن موجه المستقيم هو نفسه ناظم المستوى P

$$d \begin{cases} x = -11 + 13t \\ y = 9 - 5t \\ z = -4 + 3t \end{cases} \quad t \in R$$

الحل المشترك بين d و P

$$13(-11+13t) - 5(9-5t) + 3(-4+3t) - 3 = 0$$

$$-143 + 169t - 45 + 25t - 12 + 9t - 3$$

$$203t - 203 = 0$$

$$203t = 203$$

$$t = 1$$

D' مسقط D على المستوى تكون

$$x_{D'} = -11 + 13 = 2$$

$$y_{D'} = 9 - 5 = 4$$

$$z_{D'} = -4 + 3 = -1$$

$$D'(2, 4, -1)$$

$$\overrightarrow{AD'} = (1, 2, -1)$$

ومنه

$$\overrightarrow{AD'} = -\overrightarrow{AB}$$

وأيضا

$$\overrightarrow{AD'} = -\overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'B}$$

$$\overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{AD'} = -\overrightarrow{D'B}$$

$$2\overrightarrow{AD'} = -\overrightarrow{D'B}$$

$$2\overrightarrow{AD'} - \overrightarrow{BD'} = 0$$

أي أن D' مركز أبعاد متناسبة

$(A, 2)$ $(B, -1)$ $(C, 0)$

$$r = DD' = \sqrt{169 + 25 + 9}$$

$$r = \sqrt{203}$$

معادلة الكرة :

$$(x+11)^2 + (y-9)^2 + (z+4)^2 = 203$$

ا.صفوان ادريس
ا.عبد الرحمن ناصر

النموذج الأول (6)

المسألة الثانية

$f(x) = x + \frac{2}{\sqrt{x}} - 5$

$f(x) = x - 5 + \frac{2}{\sqrt{x}}$

$D =]0, +\infty[$

$\lim_{x \to 0} f(x) = 0 - 5 + \frac{2}{0^+} = +\infty$

$x = 0$ مقارب لـ C // yy' و C يقع ع

عين المقارب

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty - 0 - 5 = +\infty$

فالتابع معرف ومستمر واشتقاقي

على $D\ ]0, +\infty[$

$f'(x) = 1 + \frac{\frac{-1}{2\sqrt{x}} \cdot 2}{x} - 0$

$= 1 - \frac{1}{x\sqrt{x}}$

$\Rightarrow f'(x) = 0$

$\cancel{f'(x)}\quad 1 - \frac{1}{x\sqrt{x}} = 0$

$\Rightarrow 1 = \frac{1}{x\sqrt{x}}$

$x\sqrt{x} = 1 \Rightarrow x^3 = 1$

$x = 1 \in D$

$f(1) = 1 + 2 - 5 = -2$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	|| $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

$f(1) = -2$

قيمة حدية صغرى محلياً وشاملة

$f(D) =]-2, +\infty[$

نلاحظ المعادلة

$f(x) = 0$ لها حلين

$\lim_{x \to 0} f(x) = +\infty$

$f(1) = -2$

$f(1) \cdot \lim_{x \to 0} f(x) < 0$

المعادلة $f(x) = 0$ لها حل وحيد على

المجال $0 < x < 1$

$f(x) = 0$

أي $x + \frac{2}{\sqrt{x}} - 5 = 0$

$x - 5 = \frac{-2}{\sqrt{x}}$

نربع $(x-5)^2 = \frac{4}{x}$

$x^2 - 10x + 25 = \frac{4}{x}$

$x^3 - 10x^2 + 25x = 4$

$x^3 - 10x^2 + 25x - 4 = 0$

نلاحظ أن $x = 4$ حل لها

المسألة الأولى (7)

$$\begin{array}{r|l} & x^2-6x+1 \\ \hline x-4 & x^3-10x^2+25x-4 \end{array}$$

بالطرح x^3-4x^2

$-6x^2+25x$

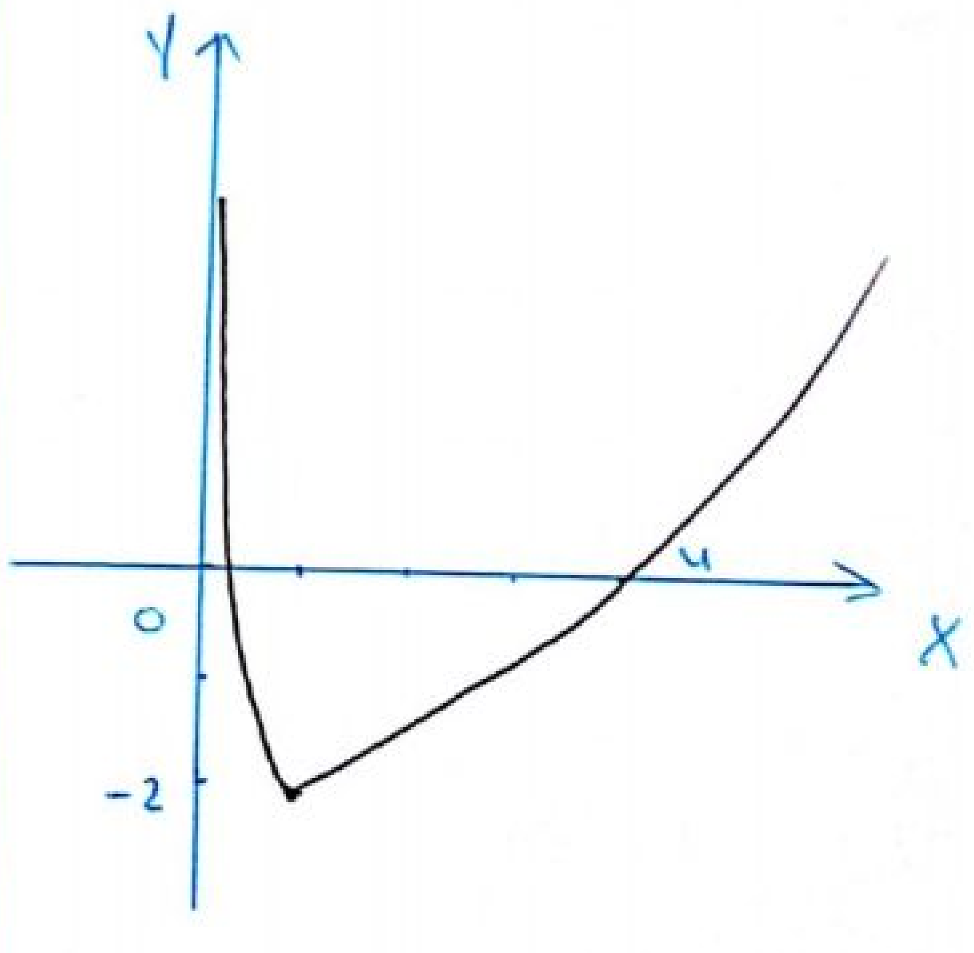
بالطرح $-6x^2+24x$

$x-4$

بالطرح $x-4$

0

أي أن التابع ينعدم عند $x=4$



نلاحظ أن C تحت Δ على المجال $[1,4]$

$$S = -\int_1^4 f(x)\,dx$$

$$= \int_1^4 \left(-x - \frac{2}{\sqrt{x}} + 5\right) dx$$

$$\int_1^4 \left(-x - 2x^{-\frac{1}{2}} + 5\right) dx$$

$$\left[-\frac{1}{2}x^2 - 2\frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + 5x\right]_1^4$$

$$(-8-8+20) - \left(-\frac{1}{2} - 4 + 5\right)$$

$$4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$f(x) = x + \frac{2}{\sqrt{x}} - 5$$

$$= x - 5 + \frac{2\sqrt{x}}{x}$$

$$f(x) - 1 = x - 6 + \frac{2\sqrt{x}}{x}$$

$$= \frac{x^2 - 6x + 2\sqrt{x}}{x}$$

C_1 ينتج عن C بالتحويل

$$(x, y) \longrightarrow (x, y-1)$$

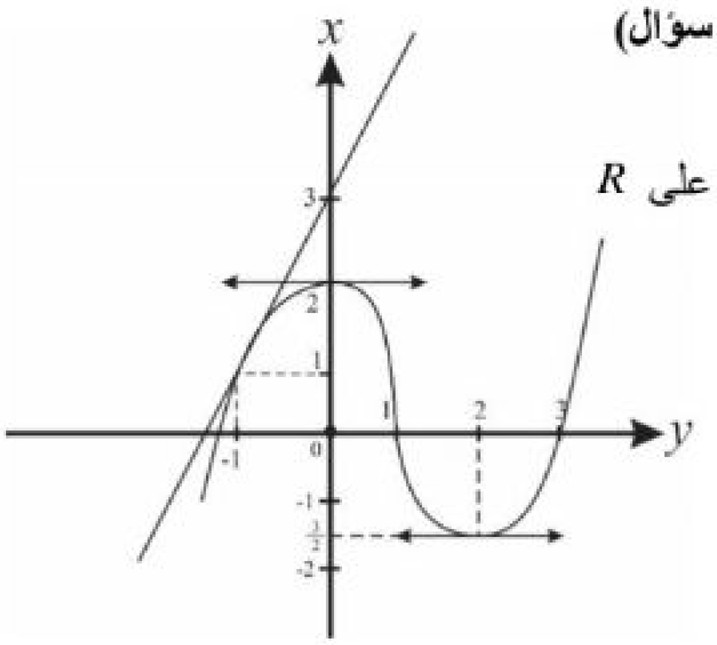
انتهى حل النموذج الأول

ا.صفوان ادريس

ا.عبد الرحمن ناصر

المدة : ثلاث ساعات الدرجة : 600	امتحان مادة الرياضيات لطلاب البكالوريا (2017 - 2018) النموذج الثاني	

أولا: اجب عن الاسئلة الأربع التالية (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: في الشكل المرسوم جانباً لدينا c هو الخط البياني للتابع f المعرف على R

- احسب كلاً من $f(1)$ $f(2)$ $f'(2)$
- اكتب معادلة Δ المماس للخط c في النقطة منه والتي فاصلتها $x = -1$
- ما هو عدد حلول المعادلة $f(x) = \frac{3}{2}$
- عين صورة المجال $[1,3]$

السؤال الثاني: نريد تأليف لجنة مكونة من (مدير – نائب مدير – امين سر) من مجموعة تضم خمسة اشخاص بكم طريقة يمكن
اختيار اللجنة علما ان في المجموعة شخصين متخاصمين لا يجتمعان في اللجنة نفسها

السؤال الثالث : ليكن لدينا العددان المركبان $Z1 = 1 + i$, $Z2 = 1 + \sqrt{3}i$ المطلوب:

اوجد $(Z_1) \times (Z_2)$ بالشكل الجبري ثم بالشكل المثلثي واستنتج النسب المثلثية للزاوية $\frac{7\pi}{12}$

السؤال الرابع: اوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين $\begin{cases} 3^x \cdot 3^y = 9 \\ 3^x + 3^y = 4\sqrt{3} \end{cases}$

ثانيا : حل التمارين الأربعة الاتية (60 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: في المستوي العقدي ليكن لدينا النقاط A, B, C التي تشكل رؤوس مثلث تمثلها الاعداد a, b, c

$$a = 2 - 2\sqrt{3}i \quad , \quad b = 2 + 2\sqrt{3}i \quad , \quad c = 8$$

- اكتب $a\ ,b\ ,c$ بالشكل الاسي
- احسب الزاوية بين الشعاعين $\overrightarrow{AC}\ ,\overrightarrow{BC}$ واستنتج نوع المثلث ABC

السؤال الثاني : بفرض لدينا التابع $f(x) = ax + b + \frac{\ln(x)}{x}$ المعرف عندما $x > 0$

- عين a, b ليكون ل c الخط البياني للتابع f مماسا في النقطة $A(1,0)$ موازيا للمستقيم $y = 3x + 2$
- احسب $j = \int_1^e f(x).dx$

السؤال الثالث : نتأمل المعادلة التفاضلية $(E): y' + y = 2(x+1)e^{-x}$

- اثبت ان $f(x) = (x^2 + 2x + k)e^{-x}$ حلا للمعادلة E
- عين k ليقبل f مماسا افقيا عند $x = 0$

DIR - T.SAFWAN IDRISS MOB - 0992320116

السؤال الرابع : يحوي صندوق (I) 3 كرات متماثلة مرقمة $(1,2,3)$ وصندوق (II) اربع كرات مرقمة $(2,3,4,5)$ نسحب من الصندوق الاول كرة ثم من الصندوق الثاني كرة

- اكتب فضاء العينة المرتبط بالتجربة
- بفرض الحدث A احدى الكرتين على الاقل تحمل الرقم 3

بفرض الحدث B مجموع رقمي الكرتين اكبر تماما من 5 هل الحدثين A, B مستقلين

- ليكن X متحول عشوائي يدل على رقمي الكرتين المسحوبتين اكتب قيمه واحسب توقعه الرياضي

حل المسالتين التاليتين: (*100* درجة للأولى – *100* للثانية)

المسالة الاولى: في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,0,-1)\ B(2,2,3), C(3,1,-2), D(-4,2,1)$ والمطلوب :

- استنتج المعادلة الديكارتية للمستوي ABC
- عين ω مركز الكرة التي معادلتها $x^2+y^2+z^2+2y-6z-15=0$ واحسب نصف قطرها
- احسب بعد ω عن المستوي ABC
- اعط المعادلة الديكارتية P للمستوي المحوري للقطعة MN حيث $M(1,0,0), N(-1,0,2)$
- ليكن لدينا المستوي $Q: x+y+z-1=0$ بين ان المستويين $ABC,\ Q$ متعامدان
- عين تقاطع المستويات الثلاث ABC, P, Q
- عين مجموعة نقاط الفراغ M المعينة بالعلاقة $(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}).(3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC})=0$

المسالة الثانية : اولا: $u_n\ ,\ v_n$ متتاليتان معرفتين على مجموعة الاعداد الطبيعية وفق :

$$v_n=\ln(u_n)-2 \qquad \begin{cases} u_0=e^3 \\ u_{n-1}=e\sqrt{u_n} \end{cases}$$

- اثبت ان v_n هندسية عين اساسها وحدها الاول واستنتج صيغتها بدلالة n
- استنتج صيغة u_n بدلالة n واحسب نهايتها

ثانيا : ليكن لدينا c الخط البياني التابع $f(x)=e\sqrt{x}$ المعرف على $[0,\infty[$ المطلوب :

- ادرس قابلية اشتقاق التابع عند 0
- ادرس تغيرات التابع ونظم جدولا بها وارسم c
- احسب مساحة السطح المحدد بالخط c ومحور xx' والمستقيمين $x=0\ , x=1$
- احسب حجم المجسم الناتج عن وران السطح السابق حول xx' دورة كاملة

***انتهت الأسئلة ***

النموذج الثاني ①

السؤال الأول

- $f(1) = 0$

$f(2) = -\frac{3}{2}$

$f'(2) = 0$

- المماس يمر بالنقطتين

$f(-1) = -1$ و $(0, 3)$

$m = \frac{3-1}{0+1} = 2$

$y - 3 = 2(x)$

$\boxed{y = 2x + 3}$

- $f(x) = \frac{3}{2}$

لها 3 حلول

- $I = [1, 3]$

$f(I) = [-\frac{3}{2}, 0]$

السؤال الثاني

عدد اللجان الكلي

$P_5^3 = 5.4.3 = 60$

نوجد عدد اللجان التي يكون فيها كلا الشخصين معاً مع تبديلاتها

$P_1^1 \cdot P_1^1 \cdot P_3^1 \cdot 6 = 18$

ومنه عدد الحالات التي يكون فيها أحد الشخصين فقط

$60 - 18 = 42$

السؤال الثالث

$Z_1 = 1 + i \qquad Z_2 = 1 + \sqrt{3} i$

$Z_1 Z_2 = (1+i)(1+\sqrt{3} i)$

$= 1 + \sqrt{3} i + i - \sqrt{3}$

$1 - \sqrt{3} + (1 + \sqrt{3}) i$

نوجد Z_1 و Z_2 بالشكل المثلثي

$r_1 = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$\cos\theta_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sin\theta_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{4}$

$Z_1 = \sqrt{2} e^{\frac{\pi}{4} i} = \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4}\right]$

$r_2 = \sqrt{1+3} = 2$

$\sin\theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos\theta_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_2 = \frac{\pi}{3}$

$Z_2 = 2 e^{\frac{\pi}{3} i}$

$= 2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right]$

$Z_1 \cdot Z_2 =$

$= \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4}\right] 2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i \sin\frac{\pi}{3}\right]$

$Z_1 \cdot Z_2 = 2\sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}\right)\right]$

$= 2\sqrt{2}\left[\cos\frac{7\pi}{12} + i \sin\frac{7\pi}{12}\right]$

ا.صفوان ادريس
ا.عبد الرحمن ناصر

1 النموذج الثاني (2)

2 بالمطابقة بين الشكلين نجد

$$2\sqrt{2}\cos\frac{7\pi}{12} = 1-\sqrt{3}$$

$$\cos\frac{7\pi}{12} = \frac{1-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$2\sqrt{2}\sin\frac{7\pi}{12} = 1+\sqrt{3}$$

$$\sin\frac{7\pi}{12} = \frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

السؤال الرابع

$$3^x \cdot 3^y = 9 \quad ----(1)$$

$$3^x + 3^y = 4\sqrt{3} \quad ----(2)$$

من (1) نجد

$$3^{x+y} = 3^2 \quad ----(3)$$

$$\Rightarrow x+y = 2$$

$$y = 2-x$$

نعوض في (2)

$$3^x + 3^{2-x} = 4\sqrt{3}$$

نضرب 3^x

$$3^{2x} + 3^2 = 4\sqrt{3}\,3^x$$

$$3^{2x} - 4\sqrt{3}\,3^x + 9 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac =$$

$$48 - 4(1)(9) = 12$$

$$\sqrt{\Delta} = 2\sqrt{3}$$

إما

$$3^x = \frac{4\sqrt{3}+2\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$3^x = 3\cdot 3^{\frac{1}{2}} = 3^{\frac{3}{2}}$$

$$\boxed{x = \frac{3}{2}}$$

$$y = 2-\frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{y = \frac{1}{2}}$$

أو

$$3^x = \frac{4\sqrt{3}-2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$3^x = 3^{\frac{1}{2}}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{2}} \quad \boxed{y = \frac{3}{2}}$$

ثانياً: السؤال الأول:

$$a = 2-2\sqrt{3}\,i$$
$$b = 2+2\sqrt{3}\,i$$
$$c = 8$$

$$Z_A = 2-2\sqrt{3}\,i$$

$$r = \sqrt{4+12} = 4$$

$$\cos\theta = \frac{1}{2}$$

$$\sin\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{3}$$

$$Z_A = 4e^{-\frac{\pi}{3}i}$$

$$Z_B = 4e^{\frac{\pi}{3}i}$$

$$Z_C = 8e^{2\pi i}$$

الفوذج الثاني ③

$$\frac{c-a}{c-b} = \frac{8-2+2\sqrt{3}i}{8-2-2\sqrt{3}i}$$

$$= \frac{6+2\sqrt{3}i}{6-2\sqrt{3}i}$$

نعتبر البسط العدد العقدي

$Z_M = 6+2\sqrt{3}i$

$r = \sqrt{36+12} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$\cos\theta = \frac{6}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$

$Z_M = 4\sqrt{3}\, e^{\frac{\pi}{6}i}$

نلاحظ أن $Z_M, \bar{Z}_M$

$$\frac{c-a}{c-b} = \frac{4\sqrt{3}\, e^{\frac{\pi}{6}i}}{4\sqrt{3}\, e^{-\frac{\pi}{6}i}} = e^{\frac{\pi}{3}i}$$

$\arg\left(\frac{c-a}{c-b}\right) = \frac{\pi}{3}$

$(\vec{AC}, \vec{BC}) = \frac{\pi}{3}$

فالمثلث متساوي الاضلاع

السؤال الثاني

$f(x) = ax+b+\frac{\ln(x)}{x}$

بما أن للخط مماس في $A(1,0)$ فإن

$f(1) = 0$

$f'(1) = m = 3$

لأن المماس والمستقيم Δ متوازيان

$f(1) = a+b+\frac{\ln(1)}{1}$

$\Rightarrow a+b = 0$

$f'(x) = a+\frac{\frac{1}{x}x - \ln(x)}{x^2}$

$= a+\frac{1-\ln(x)}{x^2}$

$f'(1) = a+1$

$3 = a+1 \Rightarrow \boxed{a=2}$

$\boxed{b=-2}$

$f(x) = 2x-2+\frac{\ln(x)}{x}$

$J = \int_1^e f(x)\,dx$

$= \int_1^e \left(2x-2+\frac{1}{x}\ln(x)\right)dx$

$= \left[x^2-2x+\frac{\ln^2(x)}{2}\right]_1^e$

$= \left(e^2-2e+\frac{1}{2}\right)-\left(1-2+\frac{0}{2}\right)$

$= e^2-2e+\frac{1}{2}+1$

$= e^2-2e+\frac{3}{2}$

ا.صفوان ادريس
ا.عبد الرحمن ناصر

النموذج الثاني (4)

السؤال الثالث

$E : y' + y = 2(x+1)e^{-x}$

$f(x) = (x^2 + 2x + k)e^{-x}$

$f'(x) = (2x+2)e^{-x} - (x^2+2x+k)e^{-x}$

$= [2x + 2 - x^2 - 2x - k]e^{-x}$

$= [2 - x^2 - k]\, e^{-x}$

نعوض f و f' في E

$l_1 = f' + f = e^{-x}(2 - x^2 - k)$

$+ e^{-x}(x^2 + 2x + k)e^{-x}$

$f' + f = (2 - x^2 - k + x^2 + 2x + k)e^{-x}$

$= (2 + 2x)e^{-x}$

$= 2e^{-x}(x+1) = l_2$

ومنه f حل لـ E

ليقبل مماساً أفقياً يجب أن يكون

$f'(0) = 0$

$\Rightarrow e^{x}(2 - x^2 - k) = f'(x)$

$f'(0) = 2 - 0 - k = 0$

$2 - k = 0$

$\boxed{k = 2}$

السؤال الرابع

I يحوي $(1, 2, 3)$

II يحوي $(2, 3, 4, 5)$

نسحب كرة من I ثم كرة II

$$\left\{\begin{matrix} (1,2), & (1,3) & (1,4) & (1,5) \\ (2,2) & (2,3) & (2,4) & (2,5) \\ (3,2) & (3,3) & (3,4) & (3,5) \end{matrix}\right\}$$

$n(\Omega) = 12$

$$A = \left\{\begin{matrix} (1,3) & (2,3) & (3,2) \\ (3,3) & (3,4) & (3,5) \end{matrix}\right\}$$

$P(A) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

$A \cap B = \{(3,3) \ (3,4) \ (3,5)\}$

$P(A \cap B) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

نلاحظ أن

$P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = P(A \cap B)$

الحدثان مستقلان احتمالياً

X يدل على مجموع الكرتين

II \ I	1	2	3
2	3	4	5
3	4	5	6
4	5	6	7
5	6	7	8

$X(\Omega) = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

النموذج الثاني (5)

$X(\Omega) = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$P(X=3) = \frac{1}{12}$ $\quad P(X=4) = \frac{2}{12}$

$P(X=5) = \frac{3}{12}$ $\quad P(X=6) = \frac{3}{12}$

$P(X=7) = \frac{2}{12}$ $\quad P(X=8) = \frac{1}{12}$

X_i	3	4	5	6	7	8
P_i	$\frac{1}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{1}{12}$
X_iP_i	$\frac{3}{12}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{15}{12}$	$\frac{18}{12}$	$\frac{14}{12}$	$\frac{8}{12}$

$E(X) = \sum_{k=1}^{6} X_i P_i = \frac{66}{12} = 5.5$

المسألة الأولى

$A(1,0,-1)$ $\quad B(2,2,3)$

$C(3,1,-2)$ $\quad D(-4,2,1)$

$\vec{AB} = (1,2,4)$ $\quad \vec{AC}\,(2,1,-1)$

$\vec{AB}, \vec{AC}$ غير مرتبطين خطياً

$\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{n}\cdot\vec{AB} = 0 \Rightarrow a + 2b + 4c = 0$ --(1)

$\vec{n}\cdot\vec{AC} = 0 \Rightarrow 2a + b - c = 0$ --(2)

نضرب (1) بـ 2

$2a + 4b + 8c = 0$

$2a + b - c = 0$ بالطرح

$3b + 9c = 0$

$b + 3c = 0$

نفرض أن $\boxed{c = 1}$

$\Rightarrow b + 3 = 0 \Rightarrow \boxed{b = -3}$

نعوض في (1)

$2a - 3 - 1 = 0$

$\Rightarrow \boxed{a = 2}$

$\vec{n}(2,-3,1)$

نختار $A(1,0,-1)$

$P: 2(x-1) - 3(y) + 1(z+1)$

$2x - 2 - 3y + z + 1 = 0$

$\boxed{P: 2x - 3y + z - 1 = 0}$

$x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 6z - 15 = 0$

$x^2 + y^2 + 2y + 1 + z^2 - 6z + 9 = 25$

$x^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 25$

$\omega(0,-1,3)$ $\quad r = 5$

$dis(\omega, P) = \frac{|3+3-1|}{\sqrt{4+1+9}}$

$= \frac{5}{\sqrt{14}}$

ولتكن E منتصف MN

$x_E = \frac{0}{2} = 0$ $\quad y_E = \frac{0}{2} = 0$

$z_E = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow$

$E(0,0,1)$

$\vec{n} = \vec{MN}\,(\quad)$

النموذج الثاني (6)

$\vec{n}\,(1,0,-1)$

$P:\ 1(x)+0(y)-1(z-1)=0$

$P:\ x-z+1=0$

$Q:\ x+y+z-1=0$

$\vec{n}_{ABC}=(2,-3,1)$

$\vec{n}_P=(1,1,1)$

$\vec{n}_{ABC}\cdot\vec{n}_P=2-3+1=0$

ABC , Q متعامدان

$P:\ x-z=-1 \quad ---- L_1$

$Q:\ x+y+z=1 \quad ---- L_2$

$ABC:\ 2x-3y+z=1 \quad ---- L_3$

$$\begin{aligned} x+y+z&=+1\\ 2x-3y+z&=1\\ x+0y-z&=-1\end{aligned}$$

$-2L+L_2$.

$-L_1+L_3$

$$\begin{aligned} x+y+z&=1\\ -5y-z&=-1\\ -y-2z&=-2\end{aligned}$$

$5L_2$

$$\begin{aligned} x+y+z&=1\\ -5y-z&=-1\\ 5y+10z&=10\end{aligned}$$

L_2+L_3

$$\begin{aligned} x+y+z&=1\\ -5y-z&=-1\\ 9z&=9\end{aligned}$$

من ③ نجد

$\boxed{z=1}$

$-5y-1=-1 \Rightarrow \boxed{y=0}$

$x+0+1=1 \Rightarrow \boxed{x=0}$

أي أن المستويات تتقاطع في نقطة

$(0,0,1)$

$(\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC})\cdot(3\vec{MA}-\vec{MB}+\vec{MC})=0$

نفرض G مركز ثقل المثلث ABC

$\vec{MA}+\vec{MB}+\vec{MC}=3\vec{MG}$

وأيضاً G' مركز أبعاد متناسبة

$(A,3)\ (B,-1)\ (C,1)$

$\Rightarrow \vec{MA}-\vec{MB}+\vec{MC}=3\vec{MG'}$

$3\vec{MG}\cdot 3\vec{MG'}=0$

وهي تمثل معادلة كرة قطرها

GG'

النموذج الثاني (7)
المسألة الثانية

أولاً

$U_0 = e^3$

$U_{n-1} = e\sqrt{U_n}$

ومنه نجد

$U_n = e\sqrt{U_{n+1}}$

$v_n = \ln(U_n) - 2$

$\Rightarrow v_{n+1} = \ln(U_{n+1}) - 2$

من v_n نجد

$v_n = \ln(e\sqrt{U_{n+1}}) - 2$

$v_n = \ln(e) + \ln\sqrt{U_{n+1}} - 2$

$v_n = \frac{1}{2}\ln(U_{n+1}) - 1$

$v_n = \frac{1}{2}[\ln(U_{n+1}) - 2]$

$v_n = \frac{1}{2} v_{n+1}$

$\frac{v_{n+1}}{v_n} = 2 = q$

$q = 2$

المتتالية v_n هندسية أساسها

$v_0 = \ln(U_0) - 2$
$= \ln(e^3) - 2 = 1$

$v_n = v_0 q^n = 1(2)^n$

$=$

ثانياً

$f(x) = e\sqrt{x}$ $\quad [0,+\infty[$

حتى يكون قابل للاشتقاق عند $x=0$

$$\lim_{x\to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = b \in \mathbb{R}$$

$$\lim_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{e\sqrt{x}}{x} = \frac{0}{0}$$

ح.ع.ت

$$\lim_{x \overset{>}{\to} 0} \frac{e}{\sqrt{x}} = \frac{e}{0^+} = +\infty \notin \mathbb{R}$$

f غير قابل للاشتقاق عند $x=0$

f معرف ومستمر على $[0,+\infty[$ واشتقاقي $]0,+\infty[$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

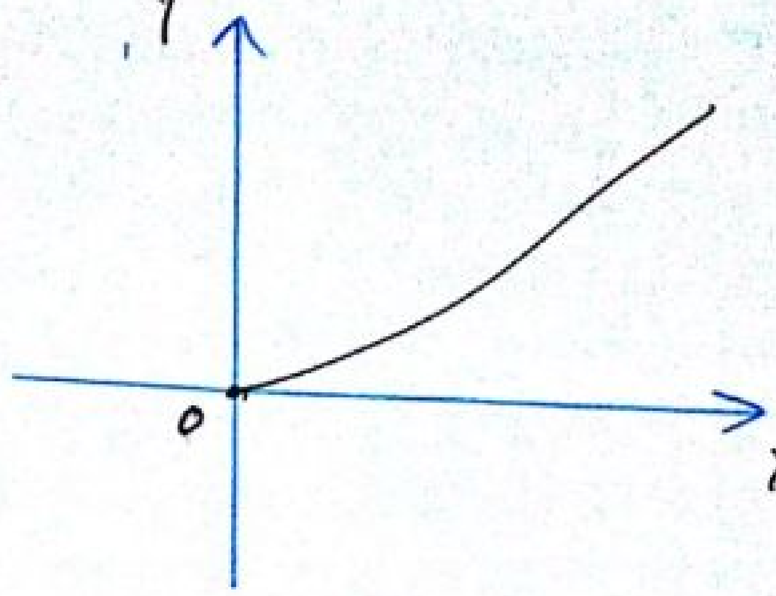
$f(0) = 0$

$f'(x) = \frac{e}{2\sqrt{x}} > 0$

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	∄	$+$	
$f(x)$	0	↗	$+\infty$

ا.صفوان ادريس
ا.عبد الرحمن ناصر

النموذج الثاني (8)



نلاحظ أن C فوق XX' على المجال $[0,1]$

$$S = \int_0^1 f(x)\,dx$$

$$= \int_0^1 e\sqrt{x}\,dx$$

$$= \int_0^1 e\,x^{\frac{1}{2}}\,dx$$

$$= \left[e\,\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \right]_0^1$$

$$= \left[\frac{2}{3} e \sqrt{x^3} \right]_0^1$$

$$= \frac{2}{3} e$$

نعلم أن الحجم يعطى بالعلاقة

$$V = \pi \int_0^1 (f(x))^2\,dx$$

$$= \pi \int_0^1 e^2 x\,dx$$

$$= \pi \left[e^2 \frac{x^2}{2} \right]_0^1$$

$$= \pi \frac{e^2}{2} - 0$$

$$= \frac{1}{2} \pi e^2$$

انتهى النموذج الثاني

ا.صفوان ادريس
ا.عبد الرحمن ناصر

المدة : ثلاث ساعات

الدرجة : 600

امتحان مادة الرياضيات لطلاب البكالوريا (2017 - 2018)

النموذج الثالث

أولا: اجب عن الاسئلة الأربع التالية (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: الجدول التالي يعبر عن تغيرات التابع f والمطلوب

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		0		0	
$f(x)$	$0 \searrow$	$-1 \nearrow \infty$	$+\infty \searrow$	$1 \searrow$	0

- استنتج المقاربات الافقية و الشاقولية
- عين صورة المجال $R\backslash\{O\}$
- عين ميل المماس في النقطة $x = -3$
- علل ان $f(2)$ ليست قيمة حدية

السؤال الثاني: في منشور $\left(x + \frac{2}{x}\right)^{16}$

- اكتب صيغة الحد T_r
- هل يحتوي هذا المنشور على حد فيه x^4 علل ذلك

السؤال الثالث: في المستوي العقدي لدينا النقطتين $A\,,B$ الممثلتين بالعددين

$Z_A = 2 - 2i \qquad Z_B = -i$ اكتب العدين بالشكل الاسي ثم اثبت ان $\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^{48}$ حقيقي

السؤال الرابع: ليكن c الخط الباني للتابع $f(x) = \frac{lnx}{x^2+1} + x$ اثبت ان المستقيم $\Delta: y = x$ مقارب للخط c

ثم ارس الوضع النسبي للخط c مع مقاربه

ثانيا : حل التمارين الأربعة الاتية (60 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: ليكن لدينا المتتالية العددية $(U_n)_{n\geq 0}$ حيث

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 3) \end{cases}$$

وليكن لدينا $(V_n)_{n\geq 0}$ متتالية عددية معرفة $v_n = u_n - 3$ والمطلوب:

- برهن ان v_n هندسية عين أساسها وحدها الأول ثم استنتج ان $u_n = 3 + \frac{1}{2^n}$
- بفرض ان $s_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$ اثبت ان $s_n = 3n + 5 - \frac{1}{2^n}$
- احسب نهاية s_n

السؤال الثاني : في المستوي العقدي المنسوب لمعلم متجانس $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$ نتأمل النقاط A,B,C صور الاعداد

$z_A=2\ ,\ z_B=1+i\ ,\ z_C=\overline{z_B}$ (على الترتيب)

- وضّع النقاط A,B,C في المستوي واستنتج نوع الرباعي $ABOC$ ماذا تمثل المعادلة العقدية : $|z-z_B|=|z-z_C|$
- أوجد $z_{B'}$ حيث B' صورة B وفق الدوران الذي مركزه C وزاويته $-\frac{\pi}{2}$.

السؤال الثالث : ليكن لدينا التابع $f(x)=a+\frac{bx}{\sqrt{x^2+1}}$ والمعرف على R

- عين a,b ليكون للتابع مقاربين $\Delta: y=2\quad,\quad \Delta': y=0$
- بفرض $a=1\ ,\ b=-1$ اوجد التابع الاصلي $F(x)$

السؤال الرابع : في الضربات الترجيحية احتمال تصدي حارس المرمى للضربة الاولى هو $\frac{4}{7}$ ، اذا تصدى للضربة الاولى

فان احتمال تصديه للضربة الثانية $\frac{1}{7}$ اما اذا لم يتصدى للضربة الاولى فان احتمال تصديه للضربة الثانية $\frac{5}{7}$

وليكن الحدث A تصديه للضربة الاولى والحدث B تصديه للضربة الثانية

- شكل مخطط شجري مناسب للتجربة ثم احسب $P(B)\ ,\ P(B|A)\ ,P(A\cup B')$

حل المسالتين التاليتين: (*90* درجة للأولى – *110* للثانية)

المسالة الاولى: في الفراغ المنسوب الى معلم متجانس $\left(\vec{o},\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ لتكن لدينا النقطتان : $A(8,0,8)\ ,\ B(10,3,10)$

والمستقيم D الذي يقبل التمثيل الوسيطي : $x=-5+3t\ \ ,\ \ y=1+2t\ \ ,\ \ z=-2t\ \ ,\ \ (t\in R)$

- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ثم أثبت ان المستقيمين : $(AB),(D)$ غير متوازيين ولا يقعان في مستوٍ واحد .
- بفرض (P) المستوي الموازي للمستقيم D والذي يحتوي المستقيم (AB) اكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (P) .

تحقق ان النقطة $\Omega(-2,3,-2)$ تنتمي للمستقيم (D) واكتب معادلة الكرة (S) التي مركزها Ω وتمس المستوي (P) .

المسالة الثانية ليكن لدينا c الخط البياني للتابع $f(x)=1+\frac{\ln(x+1)}{x+1}$ المعرفة على $D=]-1,+\infty[$ والمطلوب :

- اوجد معادلة كل مقارب للخط C وادرس الوضع النسبي للخط مع مقاربيه
- ادرس تغيرات التابع ونظم جدولا بها ثم عين القيمة الكبرى محليا ثم وازن بين $e^{\pi}\ ,\ \pi^{e}$
- استنتج من جدول التغيرات حلول المتراجحة $f(x)>0$
- ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم c واستنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع $f_1(x)=-1-\frac{lnx}{x}$
- احسب مساحة السطح المحدد بين c ومحور xx' والمستقيمين $x=0\ \ ,\ \ x=ln2$

***انتهت الأسئلة ***

النموذج الثالث ①

السؤال الأول:

• $y = 0$

مقارب لـ C // XX' (أفقي) عند $\mp\infty$

$x = 0$

مقارب لـ C // YY' (شاقولي) عند $\mp\infty$

• $I = \mathbb{R}\setminus\{0\}$

$f(I) = [-1, +\infty[$

• $m = f'(-3) = 0$

•

نختار مجال $I \;]0, +\infty[$

$2 \in I$

$f(I) =]0, +\infty[$

$f(2) = 1$

وهي ليست قيمة حدية في I فهي ليست قيمة حدية في D_f

السؤال الثاني

• $T_r = \binom{16}{r} (x)^r \left(\frac{2}{x}\right)^{16-r}$

• $T_r = \binom{16}{r} x^r \cdot (2x^{-1})^{16-r}$

$T_r = \binom{16}{r} 2^{16-r} x^r \cdot x^{-16+r}$

$T_r = \binom{16}{r} 2^{16-r} x^{-16+2r}$

حتى يحتوي المنشور على x^4 يجب أن يكون

$-16 + 2r = 4$

$\Rightarrow 2r = 20 \Rightarrow \boxed{r = 10}$

السؤال الثالث

$Z_A = 2 - 2i$

$Z_B = -i$

نوجد Z_A بالشكل الأسي

$r_A = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$

$\sin\theta = \frac{-2}{2\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos\theta = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\Rightarrow \theta = -\frac{\pi}{4}$

$Z_A = 2\sqrt{2}\, e^{-\frac{\pi}{4}i}$

$Z_B = e^{-\frac{\pi}{2}i}$

$\frac{Z_A}{Z_B} = \frac{2\sqrt{2}\, e^{-\frac{\pi}{4}i}}{e^{-\frac{\pi}{2}i}}$

$\frac{Z_A}{Z_B} = 2\sqrt{2}\, e^{-\frac{\pi}{4}i + \frac{\pi}{2}i}$

$\frac{Z_A}{Z_B} = 2\sqrt{2}\, e^{\frac{\pi}{4}i}$

$\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^{48} = (2\sqrt{2})^{48} \left(e^{\frac{\pi}{4}i}\right)^{48}$

$\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^{48} = (2\sqrt{2})^{48}\, e^{\frac{48\pi}{4}i}$

$\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^{48} = (2\sqrt{2})^{48}\, e^{12\pi i}$

$= (2\sqrt{2})^{48}$

وهو عدد حقيقي بحت

أ.صفوان ادريس
أ.عبد الرحمن ناصر

النموذج الثالث (2)

السؤال الرابع

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2+1} + x$$

$$\Delta : y = x$$

$$f(x) - y_\Delta = \frac{\ln(x)}{x^2+1}$$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x)}{x^2+1} = \frac{\infty}{\infty}$$

ح.ع.ت

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{\ln(x)}{x}}{\frac{x^2+1}{x}} = \frac{0}{\infty} = 0$$

$y=x$ مقارب لـ C عند $+\infty$

$$f(x) - y_\Delta = 0$$

$$\Rightarrow \ln(x) = 0 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

x	0		1		$+\infty$
فرق	||	$-$	0	$+$	
وضع	||	C تحت Δ	|	C فوق Δ	

التمرين الأول

$$u_0 = 4$$

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 3)$$

$$v_n = u_n - 3$$

- $v_{n+1} = u_{n+1} - 3$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n+3) - 3$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2} - 3$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \frac{3}{2}$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}[u_n - 3]$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2} v_n$$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{1}{2} = q$$

فالمتتالية v_n هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$

- $v_0 = u_0 - 3 = 4 - 3 = 1$

$$v_n = v_0 q^n = 1\left(\tfrac{1}{2}\right)^n$$

$$v_n = u_n - 3$$

$$\frac{1}{2^n} = u_n - 3$$

$$\Rightarrow u_n = \frac{1}{2^n} + 3 = 3 + v_n$$

- $S_n = u_0 + u_1 + u_2 \cdots u_n$

$$S_n = 3 + v_0 + 3 + v_1 \cdots\cdots 3 + v_n$$

$$S_n = S_{v_n} + 3(n+1)$$

نوجد S_{v_n}

$$S_{v_n} = v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1-q}$$

ا.صفوان ادريس
ا.عبد الرحمن ناصر

النموذج الثالث (2)

السؤال الرابع

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2+1} + x$$

$$\Delta : y = x$$

$$f(x) - y_\Delta = \frac{\ln(x)}{x^2+1}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\ln(x)}{x^2+1} = \frac{\infty}{\infty}$$

ح.ع.ت

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\frac{\ln(x)}{x}}{\frac{x^2+1}{x}} = \frac{0}{\infty} = 0$$

$y = x$ مقارب لـ C عند $+\infty$

$$f(x) - y_\Delta = 0$$

$$\Rightarrow \ln(x) = 0 \Rightarrow \boxed{x = 1}$$

x	0		1		$+\infty$
فرق	||	$-$	0	$+$	
وضع	||	Δ تحت C	|	Δ فوق C	

التمرين الأول

$$u_0 = 4$$

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 3)$$

$$v_n = u_n - 3$$

- $v_{n+1} = u_{n+1} - 3$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 3) - 3$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2} - 3$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - \frac{3}{2}$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}[u_n - 3]$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{1}{2} = q$$

فالمتتالية v_n هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$

- $v_0 = u_0 - 3 = 4 - 3 = 1$

$$v_n = v_0 q^n$$

$$= 1\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$v_n = u_n - 3$$

$$\frac{1}{2^n} = u_n - 3$$

$$\Rightarrow u_n = \frac{1}{2^n} + 3$$

$$= 3 + v_n$$

- $S_n = u_0 + u_1 + u_2 - - - - u_n$

$$S_n = 3 + v_0 + 3 + v_1 \dots\dots\dots 3 + v_n$$

$$S_n = S_{v_n} + 3(n+1)$$

نوجد S_{v_n}

$$S_{v_n} = v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

أ.صفوان ادريس
أ.عبد الرحمن ناصر

النموذج الثالث (3)

$$S_{v_n} = 1 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}$$

$$S_{v_n} = 2 - \frac{1}{2^n}$$

$$S_n = 2 - \frac{1}{2^n} + 3(n+1)$$

$$S_n = 2 - \frac{1}{2^n} + 3n + 3$$

$$S_n = 3n + 5 - \frac{1}{2^n}$$

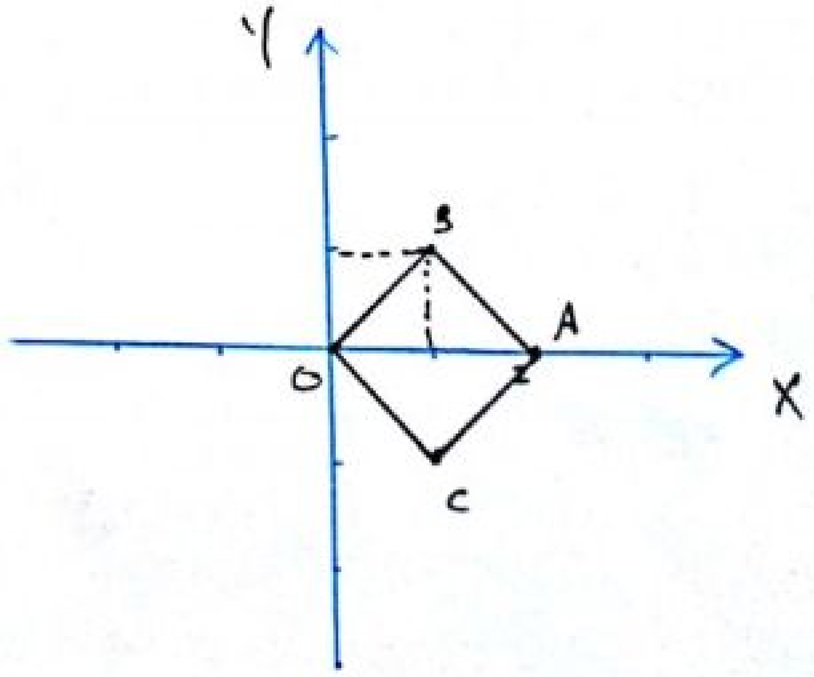
$$\lim_{n \to \infty} S_n = \infty - \frac{1}{\infty} = \infty$$

التمرين الثاني

$Z_A = 2$

$Z_B = 1+i$

$Z_C = \overline{Z}_B = 1-i$



$\overrightarrow{AB} = (-1, 1)$

$\overrightarrow{CO} = (-1, 1)$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CO}$

فالرباعي متوازي أضلاع

إضافة :

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$|\overrightarrow{OB}| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$AB = OB$

فالرباعي معين

$|Z - Z_B| = |Z - Z_C|$

$|\overrightarrow{BM}| = |\overrightarrow{CM}|$

تمثل معادلة مستقيم محوري

$R(B) = B'$

$b' - c = e^{-\frac{\pi}{2}}(b - c)$

$b' - (1-i) = -i(1+i-1+i)$

$b' = 2 + 1 - i$

$b' = 3 - i$

ا.صفوان ادريس
ا.عبد الرحمن ناصر

النموذج الثالث (4)

التمرين الثالث

$$f(x) = a + \frac{bx}{\sqrt{x^2+1}}$$

نفرض أن

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = a + \frac{\infty}{\infty}$$

ح.ع.ت

$$\lim_{x \to \infty} a + \frac{bx}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$$

$$\lim_{x \to \infty} a + \frac{b}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = a+b$$

$$\boxed{a+b=0} \text{ ---- } (1)$$

وأيضاً

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \to -\infty} a + \frac{bx}{\sqrt{x^2+1}} = a + \frac{\infty}{\infty}$$

ح.ع.ت

$$\lim_{x \to -\infty} a - \frac{bx}{x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}$$

$$\lim_{x \to -\infty} a - \frac{b}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}} = a-b$$

$$\boxed{a-b=2} \text{ ---- } (2)$$

نجمع (1) ، (2) نجد

$$2a = 2$$

$$\Rightarrow \boxed{a=1}$$

نعوض في (2)

$$1-b=2$$

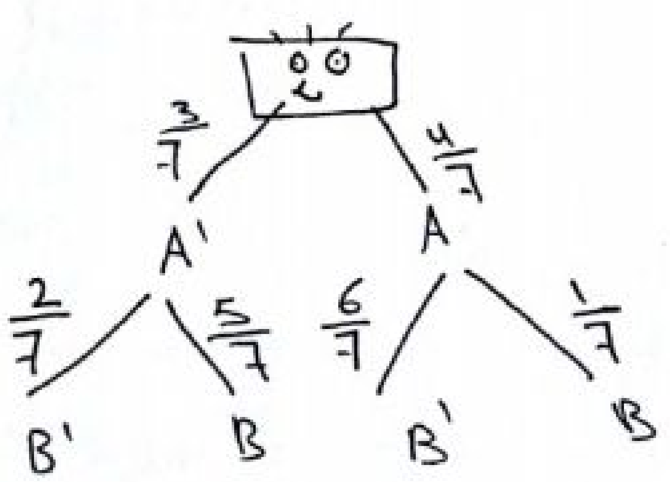
$$\Rightarrow -b=1$$

$$\Rightarrow \boxed{b=-1}$$

$$f(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$f(x) = x - \sqrt{x^2+1}$$

التمرين الرابع



$$P(B) = P(A' \cap B) + P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{7} + \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{7}$$

$$= \frac{15}{49} + \frac{4}{49}$$

$$= \frac{19}{49}$$

النموذج الثالث (5)

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{\frac{4}{49}}{\frac{19}{49}}$$

$$P(A|B) = \frac{4}{19}$$

$$P(A\cup B') = P(A) + P(B') - P(A\cap B')$$

$$= \frac{4}{7} + \frac{30}{49} - \frac{24}{49}$$

$$= \frac{28+30-24}{39}$$

$$= \frac{34}{39}$$

ا.صفوان ادريس
ا.عبد الرحمن ناصر

المسألة الأولى

$A(8,0,8)$ $B(10,3,10)$

$$D\begin{cases} x: -5+3t \\ y: 1+2t \\ z: -2t \end{cases} \quad t\in R$$

$\vec{AB}(2,3,2)$ $\vec{u}_D(3,2,-2)$

$$AB\begin{cases} x: 8+2k \\ y: 3k \\ z: 8+2k \end{cases} \quad k\in R$$

نلاحظ أن $\vec{AB}$ و $\vec{u}_D$ غير مرتبطين خطياً لأن مركباتهما غير متناسبة

$$\frac{2}{3} \neq \frac{3}{2}$$

فالمستقيمان إما متقاطعان أو متخالفان بالحل المشترك نجد

$$-5+3t = 8+2k \quad \text{--(1)}$$

$$1+2t = 3k \quad \text{--(2)}$$

$$-2t = 8+2k \quad \text{--(3)}$$

من (3) نجد

$$2t = -8-2k$$

نعوض في (2)

$$1-8-2k = 3k$$

$$\Rightarrow 5k = -7 \Rightarrow \boxed{k = \frac{-7}{5}}$$

نعوض في (3)

$$-2t = 8+2\left(-\frac{7}{5}\right)$$

$$-2t = 8-\frac{14}{5}$$

النموذج الثالث ⑥

$$-2t = \frac{40-14}{5}$$

$$\boxed{t = \frac{-13}{5}}$$

نعوض t و k في ①

$$-5+3\left(\frac{-13}{5}\right) = 8+2\left(\frac{-7}{5}\right)$$

$$-5-\frac{39}{5} = 8-\frac{14}{5}$$

$$\frac{-25-39}{5} = \frac{40-14}{5}$$

$$\frac{-64}{5} \neq \frac{26}{5}$$

فالمستقيمان متخالفان أي أنهما لا يقعان في مستوٍ واحد

لدينا إذن موجها المستوي P

$\vec{u}(3,2,-2)$

$\vec{AB}(2,3,2)$

نختار ~~موجه~~ ناظم المستوي

$\vec{n}(a,b,c)$

$\Rightarrow \vec{n}\cdot\vec{AB}=0 \Rightarrow 3a+2b-2c=0$

$\vec{n}\cdot\vec{u}=0 \Rightarrow 2a+3b+2c=0$

بجمع المعادلتين نجد

$5a+5b=0$

نعطي $\boxed{a=1}$

$\Rightarrow 5+5b=0$

$\Rightarrow \boxed{b=-1}$

نعوض لنجد c

$3(1)+2(-1)-2c=0$

$1-2c=0$

$\Rightarrow \boxed{c=\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow P: 1(x-8)-1(y-0)+\frac{1}{2}(z-8)=0$

$$\boxed{P: x-y+\frac{1}{2}z-12=0}$$

نعوض Ω في D $\quad \Omega(-2,3,-2)$

$-2=-5+3t \Rightarrow t=1$

$3=1+2t \Rightarrow t=1$

$-2=-2t \Rightarrow t=1$

نجد أن Ω تنتمي لـ D

ان نصف قطر هذه الكرة هو بعد Ω عن P

$$dis(\Omega,P) = \frac{|-2-3-1-12|}{\sqrt{1+1+\frac{1}{4}}}$$

$$= \frac{18}{\sqrt{\frac{9}{4}}} = 12 = r$$

$$S: (x+2)^2+(y-3)^2+(z+2)^2 = 144$$

النموذج الثالث (7)

المسألة الثانية

$$f(x) = 1 + \frac{\ln(x+1)}{x+1}$$

$D\ ]-1,+\infty[$

- $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x) = 1 + \frac{\ln(0)}{0}$

$$= 1 - \infty = -\infty$$

$x=-1$ مقارب لـ C // yy' عند $-\infty$

و C تقع على يمين المقارب

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1 + \frac{\infty}{\infty}$$

ح.ع.ت

نفرض $T = x+1$

$T \to \infty \quad x \to \infty$

$$\lim_{T\to\infty} 1 + \frac{\ln(T)}{T} = 1+0 = 1$$

$y=1$ مقارب لـ C // xx' عند $+\infty$

لدراسة الوضع النسبي نوجد:

$$f(x) - y_\Delta = \frac{\ln(x+1)}{x+1}$$

$$\frac{\ln(x+1)}{x+1} = 0 \Rightarrow \ln(x+1) = 0$$

$$x+1 = 1 \Rightarrow \boxed{x=0}$$

x	-1		0		$+\infty$
الفرق	‖	$-$	0	$+$	
الوضع	‖	C تحت Δ	1	C فوق Δ	

التابع معرف ومستمر واشتقاقي على

$]-1,+\infty[$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x+1}\cdot(x+1) - \ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{1-\ln(x+1)}{(x+1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 1-\ln(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow \ln(x+1) = 1$$

$$x+1 = e \Rightarrow \boxed{x = e-1} \in D$$

$$f(e-1) = 1 + \frac{\ln(e)}{e}$$

$$= 1 + \frac{1}{e}$$

x	-1		$e-1$	$\pi-1$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0		$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	$1+\frac{1}{e}$		$\searrow$	1

للموازنة بين π^e و e^π

نعلم أن:

$\pi > e$

$\pi - 1 > e-1$

ومن جدول التغيرات نجد

$$f(\pi-1) < f(e-1)$$

$$1 + \frac{\ln(\pi)}{\pi} < 1 + \frac{\ln(e)}{e}$$

$$\frac{\ln(\pi)}{\pi} < \frac{\ln(e)}{e}$$

نضرب الطرفين بـ e

$$\frac{e\ln(\pi)}{\pi} < \ln(e)$$

النموذج الثالث 8

$$\frac{e\ln(\pi)}{\pi} < \ln(e)$$

نضرب الطرفين بـ π

$$e\ln(\pi) < \pi\ln(e)$$

$$\ln(\pi)^{e} < \ln(e)^{\pi}$$

$$\pi^{e} < e^{\pi}$$

حلول المعادلة $f(x)=0$

- $f\,]-1, e-1[=]-\infty, 1+\frac{1}{e}[$

$$0 \in]-1, 1+\frac{1}{e}[$$

إذن للمعادلة $f(x)=0$ لها حل وحيد على المجال

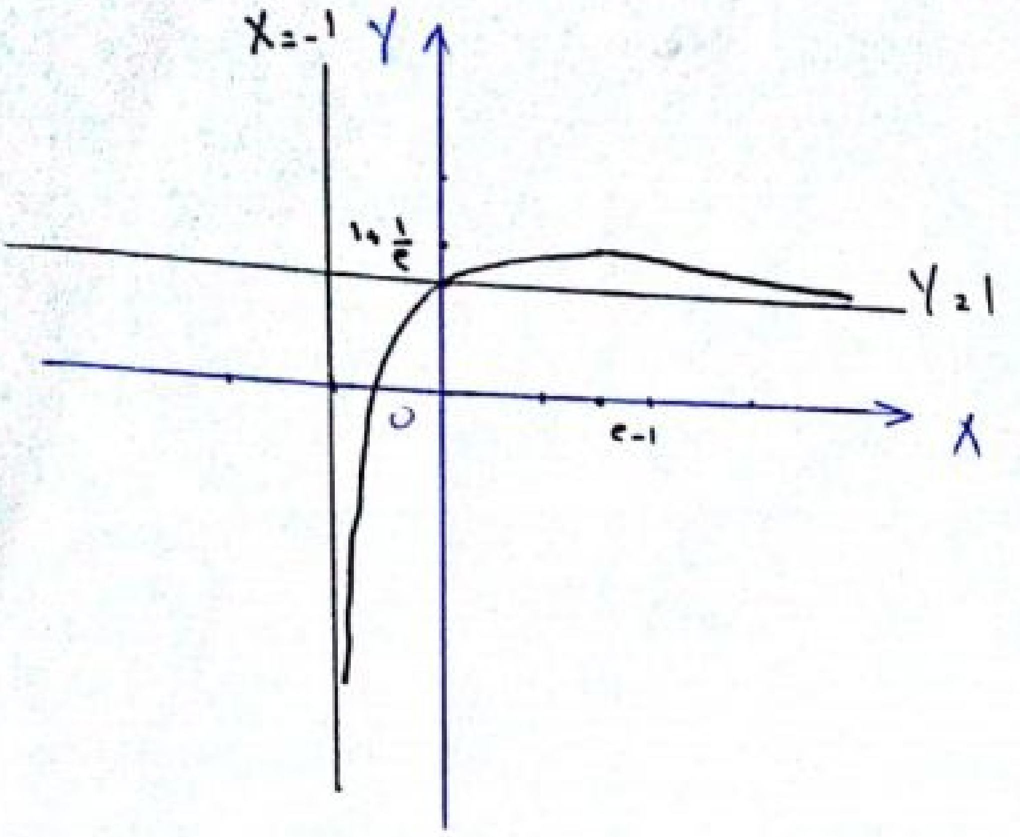
$$x_1 \in]-1, e-1[$$

- $f\,]e-1, +\infty[=]1+\frac{1}{e}, 1[$

$$0 \notin]1+\frac{1}{e}, 1[$$

إذن ليس للمعادلة $f(x)=0$ حل على هذا المجال

ومنه نجد أن المعادلة $f(x)=0$ لها حل وحيد على مجموعة التعريف



نلاحظ أن C يقع فوق محور الفواصل على المجال $]0, \ln(2)[$

$$f(x) > xx'$$

$$S = \int_0^{\ln(2)} f(x)\,dx$$

$$S = \int_0^{\ln 2} \left(1 + \frac{\ln(x+1)}{x+1}\right) dx$$

$$S = \int_0^{\ln 2} \left(1 + \frac{1}{x+1}\ln(x+1)\right) dx$$

$$S = \left[x + \frac{1}{2}\ln^2(x+1)\right]_0^{\ln(2)}$$

$$= \ln(2) + \frac{1}{2}\ln^2(\ln(2)+1)$$

انتهى حل النموذج الثالث

ا.صفوان ادريس
ا.عبد الرحمن ناصر

Scanned by CamScanner