★ ملاحظات هامة للرسم البياني وجدول ★

سن البلوغ 600

★ التغيرات ★

مجموعة التعريف (قيم x التي تعدم المشتق	x
إشارات وأحجار	$f'(x)$
الرسم والنهايات	$f(x)$

① لما يسأل عن مجموعة التعريف معناها البطن الأول يحوي الجواب ((إذا كان عندنا $\sqrt{}$ عم طول هي القيم يعني في البطون الثلاثة معناها هي القيمة محذوفة من مجموعة التعريف ما يعني نفتح المجالات)) و إذا كان بالبداية أو النهاية عدد تحتو بالبطن الثالث عند معناها مجال مغلق

الأستاذ: أحمد عبيد تكروري

② لما يسأل عن النهايات الجواب بيكون بالبطن الثالث ((تحت كل قيمة لـ x نهايتها أو صورتها البطن الثالث))

③ لما يسأل عن قيمة $f(x)$ أو صورة المجال أو مستقيم فعلي فالجواب بالبطن الثالث ((المستقيم الفعلي هو اجتماع المجالات حتى البطن الثالث))

④ لما يسأل عن المشتق فالجواب بالبطن الثاني و إذا بشفنا إشارة $\sqrt{}$ " قرحت مرة "

بالبطن الثاني معناها التابع عن اشتقاقي عند هذا العدد ، و بيكون عندها محاس شاقولي معادلته $x = x_0$

• إذا كان عندنا حرف بالبطن الثاني معناها في محاس أفقي معادلته $y = y_0$

• إذا كان في البطن الثاني

• إذا انعدم المشتق معناها عند إشارته فليست قيمة حدية

⑤ إذا سأل عن حلول المتراجحة $f(x) > 0$ يعني بدي من البطن الثالث و بيتكون الرسم لفوق و فمنأخذ قيم x المطابقة ألها

الأستاذ: أحمد عبيد تكروري

و نفس الشي إذا كانت $f(x) < 0$ فمنأخذ المجالات أي بتكون عليها الرسم نازلة

أما إذا كانت $f(x) > 0$ يعني منأخذ من البطن الثاني ... و بيتكون إشارته (+) فمنأخذ قيم x المطابقة ألها

و إذا كانت $f(x) < 0$ منأخذ المجالات أي بتكون عليها (−)

و نفس الشي إذا كان عدد يحل المعطى فمنطبق نفس الطريقة

Scanned by CamScanner

(6) إذا سأل عن المقاربات منطلقا من السطر الأول والثالث عندنا 3 حالات :

(A) بالسطر الأول عدد والسطر الثالث عدد أو بالسطر الأول لـ $+\infty$ بالثالث لـ $+\infty$ لا يوجد مقاربات أفقية أو بشاقولية

(B) بالسطر الأول عدد a وبالسطر الثالث لـ $+\infty$ $\Leftarrow$ $x = a$ مقارب شاقولي

(C) بالسطر الأول لـ $+\infty$ وبالسطر الثالث عدد b $\Leftarrow$ $y = b$ مقارب أفقي

• المقارب المائل :

إذا سأل هل يقبل مقارب مائل ؟ علل

لازم نتوقف عند الحالة لـ $+\infty$ بالسطر الأول والأخير .

$\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty$

• إذا ما تحققت وكان عندنا مقارب أفقي

نكتب

" وجود مقارب أفقي ينفي وجود المقارب المائل "

(7) إذا سأل عن حلول المعادلة $f(x) = a$

نكتب هل يشملك :

1- f مستمرة و (متزايدة أو متناقصة) على المجال

2- $a \in f(]x_0 ; x_1[)$ ...

الأستاذ : أحمد تكروري
موبايل : ٠٩٩٤٤٤٦٠٥٧

الأستاذ : أحمد حبيب تكروري
٠٩٩٤٤٤٦٠٥٧

في الرسم البياني :

* $f(x_0)$: صورة عدد

نسحب خط شاقولي لعند الخط C ونعد لـ y منشوف القيمة المقابلة على الواياات .

* $f'(x_0)$ = ... هي ميل المماس عند النقطة التي فاصلتها x_0 خذ تابع النقطة [7]

① ليتعين D_f : هي جميع x التي يمتد عليها الخط C

• الحالة [1] : C_f جسم واحد نقوم بإسقاط بداية الخط C على محور xx' ولذلك عند نهاية الخط

إذا كانت البداية والنهاية أعداد جميلة نضعها والا نضع $+\infty$ أو $-\infty$

• الحالة [2] : C_f جسمين أو أكثر فإننا نخذ جسم من مجموعة التعريف (يعني D_f رح تكون مجالات)

② E_f (المستقر المقابل) : هي جميع y التي يمتد عليها الخط C . نوجد أصغر قيمة لـ y وأكبر قيمة لـ y ... مثل الطريقة مجموعة التعريف

Scanned by CamScanner

③ صورة مجال : لإيجاد صورة مجال نرسم مستقيمين يشاوريين عند بداية المجال و نهايته و نأخذ على محور الرواسب أصغر قيمة وأكبر قيمة من هذا المجال

④ لتعيين نهايات ((مقاربات))

ⓐ عند الرغبة في نهاية ننظر إلى الخط C من أقصى اليمين ونسحب خط أفقي للنقطة المقابلة على الرواسب

وإذا كانت عدد ... فهو مقارب أفقي

* وعند الرغبة في نهاية ننظر إلى أقصى اليسار

ⓑ عند عدد نستعيد هذا الوضع النسبي :

* $\lim_{x \to a^+} f(x)$ "ننظر يمين المقارب"

* $\lim_{x \to a^-} f(x)$ "ننظر يسار المقارب"

⑤ القيم الحدية :

صغرى محلية — كبرى محلية

كبرى — صغرى

⑥ حلول المعادلة $f(x) = \lambda$: نرسم مستقيم وهمي ((مسطرة أو قلم)) على λ على الرواسب ونعد كم نقطة يتقاطع القلم مع الخط C ... هو عدد الحلول

حالة خاصة :

$f(x) = 0$ هي نقط تقاطع الخط C مع محور الـ xx' .

⑦ معادلة مستقيم أو مماس :

* حالة 1 : المستقيم أفقي يعني ... فيكون معادلة المماس

$(D) \leftrightarrow y = f(x_0) \iff f'(x_0) = 0$

* حالة 2 : المستقيم شاقولي يعني ... فيكون معادلة المماس

$x = x_0 \iff f'(x_0) = \infty$ والتابع على اشتقاقي عند x_0

* حالة 3 : مستقيم عادي أو مماس أو مقارب مائل : نختار نقطتين لهما على هذا المستقيم ثم نوجد الميل ((فرق الرواسب على فرق الأفاصيل))

$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$

ثم نختار نقطة ونكتب المعادلة

$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$ أو $y - y_0 = m(x - x_0)$

⑧ حلول المتراجحة $f(x) > 0$ يعني وين بيكون C فوق محور الـ xx' هي القيم على الرواسب.

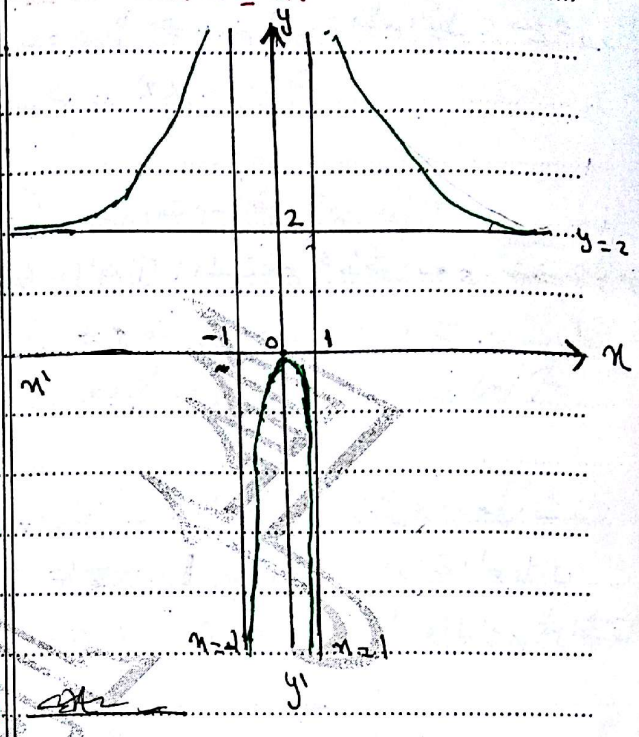
⑨ حلول المتراجحة $f(x) < 0$ يعني وين بيكون C تابع طلوع يعني f متزايد

* $f'(x) > 0$ يعني وين بيكون C نازل نزول يعني f متناقص

* حلول المتراجحة هي قيم الأفاصيل

Scanned by CamScanner

سؤال مشترك رسم بياني وجدول تغيرات :



x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$-$	
$f(x)$	2	↗	$+\infty$ $\|$ $-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$ $\|$ $+\infty$	↘	2

① أوجد D_f ثم احسب :

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \to -1^+} f(x)$ ، $\lim_{x \to 1^-} f(x)$

② عين المستقى المعلى للتابع f

③ اكتب معادلة المقارب الأفقي والمقاربات الشاقولية

④ عين القيمة الحدية وبين نوعها

⑤ ناقش بيانيا" وحسب قيم m عدد حلول المعادلة $f(x) = m$

⑥ هل يقبل C مقاربات مائلة ؟ علل

⑦ أوجد حلول المتراجحة $f(x) \leq 0$

⑧ أوجد حلول المتراجحة $f'(x) \geq 0$

الحل :

① $D_f =]-\infty, -1[\cup]-1, 1[\cup]1, +\infty[$

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 2$ ، $\lim_{x \to -1^+} f(x) = -\infty$

② $E_f =]-\infty, 0] \cup]2, +\infty[$

③ $y = 2$ مقارب أفقي

مقارب شاقولي $\begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

④ $f(0) = 0$ قيمة كبرى

⑤ حلول المعادلة $f(x) = m$

(*) $m \in]-\infty, 0[$ حلين $= \{\}$

(*) $m = 0 \Rightarrow$ حل وحيد

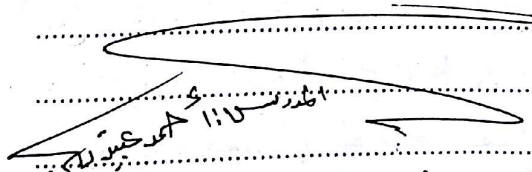
(*) $m \in]0, 2[$ لا حل

(*) $m \in]2, +\infty[$ حلين مختلفين

⑥ لا يقبل C مقاربات مائلة بسبب وجود المقارب الأفقي

⑦ $I =]-\infty, 0[\subset f(x) \leq 0$

⑧ $J =]-\infty, -1[\cup]-1, 0] \subset f'(x) \geq 0$



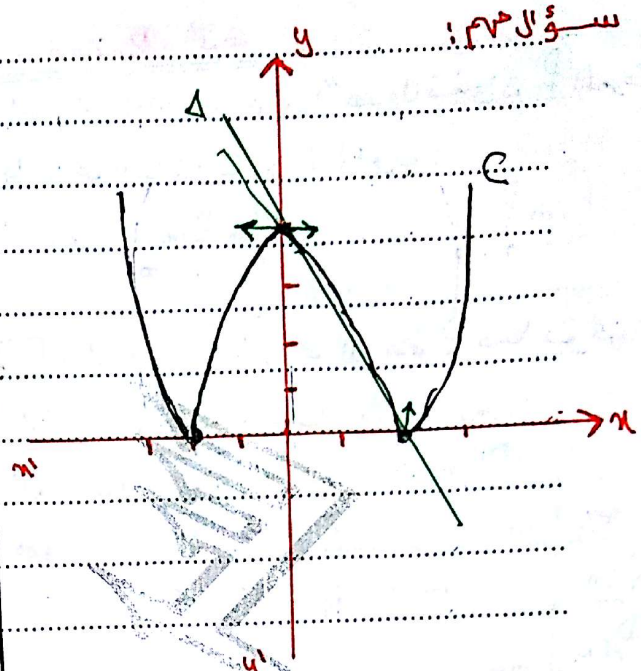
دائماً" لنجاح بسيط لتحصل على الـ 600

Scanned by CamScanner

الوحدة :

التاريخ :

سؤال مهم :



① أوجد مجموعة تعريف f

② أوجد Ep المستقر الصغلي

③ كم عدد حلول المعادلة $f(x)=2$

④ هل يقبل التابع f مخدي أو زوجي؟ علل

⑤ أوجد صورة المجال $[-2,2[$

⑥ كم عدد القيم الحدية ؟ عينها

⑦ احسب $f(1), f'(1), f(2), f'(0), f(0)$

⑧ اكتب معادلة المماس Δ في النقطة $A(1, f(1))$

⑨ احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

⑩ اكتب جدول التغيرات f .

الحل :

① $D_f = \mathbb{R}$; $]-\infty, +\infty[$

② $E_f = [0, +\infty[$

③ حلول المعادلة $f(x)=2$ هو 4 حلول

④ تكرر عن التابع الفردي والزوجي :

- الخط البياني للتابع الفردي متناظر بالنسبة للمبدأ (o)
- الخط البياني للتابع الزوجي متناظر بالنسبة لمحور التراتيب y'y

⑤ التابع زوجي لأنه Cf متناظر بالنسبة للمحور y'y

$f([-2,2]) = [0,4]$

⑥ قيم حدية $\begin{cases} f(-2)=0 \\ f(2)=0 \end{cases}$ قيمة كبرى

قيمة كبرى $f(0)=4$

⑦ $f'(0)=0$ ، $f(0)=4$

$f(1)=1$ ، $f(2)=0$

$A(1,1)$ $B(2,0)$

$m = f'(1) = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{1-0}{1-2} = -1$

⑧ $\Delta : y - y_A = m(x - x_A)$

$\Delta : y - 1 = -1(x-1)$

$\Delta : y - 1 = -x + 1$

$\Delta : y = -x + 2$

⑨ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

⑩

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Scanned by CamScanner

دورة 2020 أولى:

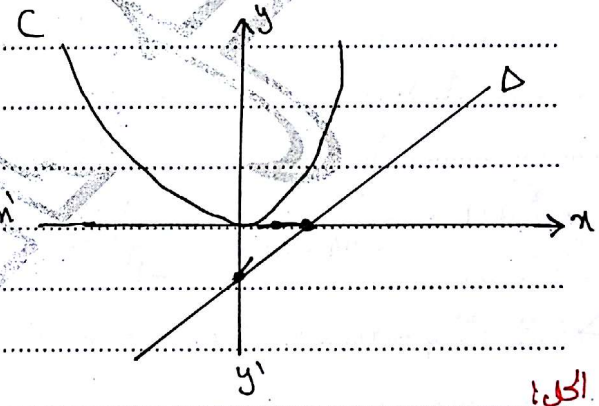
السؤال الأول: نتأمل جانبا "الخط البياني C للتابع f المعرف على R و Δ مقاربه مائل للخط C والمطلوب:

1) جد $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

2) اكتب معادلة Δ

3) جد $f'(x)$، $f'(0)$

4) جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$



الحل:

1) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

2) نختار نقطتين $A(1,0)$ ، $B(0,-1)$

$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{0+1}{1-0} = 1$

$\Delta : y - y_A = m(x - x_A)$

$\Delta : y - 1 = 1(x - 0)$

3) $f'(0) = 0$ ، $f(0) = 0$ حل أفقي

4) $f'(x) < 0$ <=> التابع f متناقص

$I =]-\infty, 0[$

دورة 2020 ثانية

السؤال الأول: نجد جانبا "جدول تغيرات f المعرف على خط البياني C والمطلوب:

1) جد $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

2) دل على القيم الحدية للتابع f مبينا نوعها

3) حاور حلول المعادلة: $f(x) = 0$

4) جد حلول المتراجحة $f'(x) \geq 0$

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		−	‖	+	0	−	
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	6	↘	$-\infty$

الحل:

1) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

2) $f(4) = 6$ قيمة كبرى

$f(0) = 2$ قيمة صغرى

3) المعادلة $f(x) = 0$ حلها وحيد

4) حلول المتراجحة $f'(x) \geq 0$

$I =]0, 4[$

Scanned by CamScanner

نحد جانباً جدول تغيرات التابع f :

جدول تغيرات شامل

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	↘	0	↗	

1) ما هي مجموعة تعريف f ومستقره الطبي

2) اكتب نهايات التابع f عند أطراف المجموعة المعرفة لمجموعة التعريف

3) هل يوجد للخط C_f مقاربات أفقية ؟ وإذا وجدت فما هي ؟

4) هل يقبل C مقارب مائل ؟ علل

5) دل على القيمة الحدية للتابع f وبين نوعها

6) ما هي عدد حلول المعادلة $f(x)=\frac{1}{2}$ ؟ علل

7) هل تقبل المعادلة $f(x)=-1$ حلاً

8) اكتب معادلة المحاس الأفقي

9) إذا علمت أن التابع f يعطى بالشكل $f(x)=a+\frac{b}{x^2+1}$ ، عين a, b

الحل : 1) $D_f=]-\infty,+\infty[$ ، $E_f=[0,1[$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$

3) $y=1$ مقارب أفقي

4) لا يقبل C مقارب مائل ،
لأن وجود المقارب الأفقي ينفي وجود المقارب المائل

5) $f(0)=0$ قيمة صغرى

6) المعادلة $f(x)=\frac{1}{2}$ حلين مختلفين
الحل الأول : $x_1\in]-\infty,0[$ لأن f متناقص تماماً على هذا المجال وكذلك $\frac{1}{2}\in f(]-\infty,0[)$

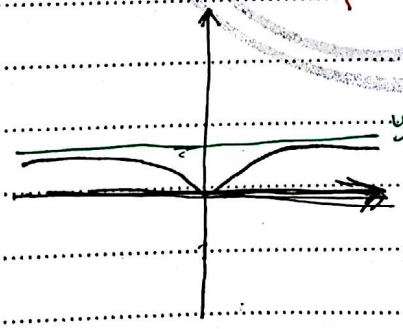
الحل الثاني : $x_2\in]0,+\infty[$ لأن f متزايد تماماً على هذا المجال وكذلك $\frac{1}{2}\in f(]0,+\infty[)$

7) لا تقبل المعادلة $f(x)=-1$ أي حل ،
لأنه ينتمي إلى المستقر $-1\notin E_f$

8) المحاس الأفقي لـ C هو المستقيم الذي يمثل المستقر $\Delta: y=0$

9) $f(x)=a+\frac{b}{x^2+1}$
بما أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=a$
$\Rightarrow \boxed{a=1}$
وكذلك $f(0)=0 \Leftarrow a+b=0$
$\Rightarrow \boxed{b=-1}$ $\Rightarrow f(x)=1-\frac{1}{x^2+1}$

10) الرسم :



واستمتع على هذا العالم قليلاً بشيء من العزلة
فالقلب يفسده الزحام

Scanned by CamScanner