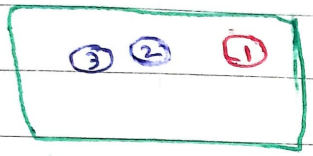
Subject:

* الشرح المفصل للمثال المحلول *

صندوق يحوي على ثلاث كرات واحدة حمراء وتحمل رقم ① وكريتين زرقاوين تحملان الرقم ② و ③ نسحب من الصندوق كريتين على تتالي مع الإعادة

X متحول عشوائي يدل على عدد كريات زرقاء ، اوجد مجموعة قيم X واكتب قانونه ، Y متحول عشوائي يدل على مجموع ارقام كرات اوجد قيم Y واكتب قانونه .

اكتب جدول احتمالي مشترك لـ X و Y ومن X و Y مستقلين .



وكرات
كرة ثانية

جدول

الكرة الأولى \ الثانية	①	②	③
① حمراء رقمها ١	$x=0$ $y=2$ ①و①	$x=1$ $y=3$ ①و②	$x=1$ $y=4$ ①و③
② زرقاء رقمها ٢	$x=1$ $y=3$ ②و①	$x=2$ $y=4$ ②و②	$x=2$ $y=5$ ②و③
③ زرقاء رقمها ٣	$y=4$ $x=1$ ③و①	$x=2$ $y=5$ ③و②	$x=2$ $y=6$ ③و②

X يدل على عدد كرات زرقاء $X[0,1,2]$

منشوء ورقة زرقاء

X	0	1 (زرقاء)	2 → زرقاء	Σ
P(X)	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{9}$	1

مجموع الجدول =

Y متحول يدل على مجموع ارقام الكرات (بالجدول)

$Y[2,3,4,5,6]$ بالجدول كما Y

Y	2	3	4	5	6	Σ
P(Y)	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	1

مجموع الاحتمالات بالجدول

Sabbagh

Date : / /

Subject:

كتابة جدول المشترك لـ X و Y

X \ Y	2	3	4	5	6	قانون $P(X)$
0	$\frac{1}{9}$ $X=0 \cap Y=2$	0 $X=0 \cap Y=3$	0 $X=0 \cap Y=4$	0 $X=0\ Y=5$	0 $X=0\ Y=6$	$\frac{1}{3}$ $P(X=0)$
1	0	$\frac{2}{9}$ $X=1 \cap Y=3$	$\frac{2}{9}$ $X=1 \cap Y=4$	0	0	$\frac{4}{9}$ $P(X=1)$
2	0	0	$\frac{1}{9}$ $X=2 \cap Y=4$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$ $P(X=2)$
$P(Y)$	$P(Y=2)$ $\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$ $P(Y=3)$	$\frac{3}{9}$ $P(Y=4)$	$\frac{2}{9}$ $P(Y=5)$	$\frac{1}{9}$ $P(Y=6)$	1

مجموع الأرقام = 1

مجموع كل $P(X)$ = 1

مجموع كل $P(Y)$ = 1

$X=0$ و $Y=2$ مستقلتان

هل X و Y مستقلتان

لازم نكون تقاطع = جداء

نختار حالة لأن كلشي بالجدول تقاطع

مثلاً

$$P(X=0 \cap Y=3) = 0$$

$$P(X=0) \times P(Y=3) = \frac{1}{9} \times \frac{2}{9} = \frac{2}{81}$$

لا متساوية

$$P(X=0 \cap Y=3) \neq P(X=0) \times P(Y=3)$$

$\Leftarrow$ X و Y غير مستقلتان

Sabbagh

X \ Y	0	1	2	مارجنال Y
0	0.12	0.2	0.08	0.4
1	(0.06)	0.1	0.04	(0.2)
P2	0.12	0.2	0.08	0.4
P X	0.3	0.5	(0.2)	(1)

0.12 = 0.3 X 0.4 (أول خيار)

0.06 = 0.3 X 0.2 (ثاني خيار)

0.04 = (*) X 0.2

$0.2 = \frac{0.04}{0.2} = *$

هلق

0.08 : 0.2 X 0.4

0.20 = 0.5 X 0.4

0.1 = 0.5 X 0.2

0.2 = 0.4 X 0.5

- السحب تتالي دون اعادة -

ملف يحوي سبع بطاقات مرقمة {0,0,1,1,1,2,2}
نسحب من الملف بطاقتين على تتالي دون اعادة ← توافيق

ا- ما احتمال A ان تكون بطاقتين من نفس الرقم.

$$A=\{(0,0),(1,1),(2,2)\}$$
حيث - امين - صفر

$$P(A)=\frac{2}{7}\times\frac{1}{6}+\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6}+\frac{2}{7}\times\frac{1}{6}$$
عدد/كل ملف احتمال جيدة

$$=\frac{10}{42}$$

ب- ما احتمال B ان يكون مجموع رقمي البطاقتين زوجي.
يكون مجموع رقمين زوجيين اذا كان 2 زوجيين أو 2 فرديين
$B=\{(ف,ف)$ أو $(ز,ز)\}$
صار رقمين زوجيين او فرديين.

عندي بالملف (ز 4، ف 3)

$$P(B)=\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}+\frac{3}{7}\cdot\frac{2}{6}=\frac{18}{42}$$
ثانية ← من اول 6

ج- ما احتمال C ان يكون مجموع البطاقتين فردي
احدهما زوجي والآخر فردي. (تهم بالترتيب).
عدد التباديل $\times 2!$ $B=\{(ف,ز)\}$ ← زوجي ← الفردي

$$P(C)=\left(\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}\right)\times 2!=\frac{12\times 2}{42}=\frac{24}{42}$$

وبما كل عليه بالعكس في السابق.

/ /

④ احتمال D الأولى تحمل رقم 0 والثانية رقم (1).

$D : [(0,1)]$

مهمة ما منضرب بالبديل لان هدي صدولين.

$$P(D) = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{6}{42}$$

احتمال الصفر

⑤ ما احتمال E أن يكون مجموع رقمين الطاقة أكبر تماما من (2)؟

$K(2,2)$ $x(1,1)$ $x(0,0)$

$K(2,1)$ $x(2,0)$ $x(0,1)$ و

$P(E) = [(2,2), (1,2)$ x (تبادل)

$$P[E] = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} \times 2! + \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6}$$

احتمال الواحد (2)

$$= \frac{14}{42}$$

كيس تسلكي مع اعادة ⑦

نقوم بالترتيب

↑ {0,0,1,1,1,2,2}

نسحب من الكيس بطاقتين على تتالي مع اعادة في حالة عدم اعادة تسمى سحوبات متتالية.

① ما احتمال A ان يكون البطاقتين من نفس الرقم

A: {(0,0), (1,1), (2,2)}

$$P(A) = \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} + \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} + \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} = \frac{17}{49}$$

صفر اول مرة — صفر ثاني مرة

واحد مرة (1) — واحد مرة (2)

② احتمال B ان يكون مجموع رقمي البطاقتين زوجي

B: {(ز,ز), (ف,ف)}

$$P(B) = \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{25}{49}$$

منفصلة مستقلة زوجي

4 ز
3 ف

③ احتمال c ان يكون مجموع رقمي فردي.

a) $P(C) = 1 - P(B)$ معاكس حادثة

b) $C = \{(ز,ف)\} \times 2!$

$$P(C) = \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{7} \times 2! = \frac{12 \times 2}{49} = \frac{24}{49}$$

فردي فردي — زوجي

4- احتمال ان يكون الاول (5) والثاني (1)

D: {(5, 1)} الحدث مكتوب بالترتيب

$P(D) = \frac{2}{7} \times \frac{3}{7} = \frac{6}{49}$

احتمال الاول في الصف — احتمال الثاني

E-5 مجموع الرقمين لبطاقتين المسحوبتين من (2)

$E = \{(1,2), (2,2)\}$

$P(E) = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{7} \times 2! + \frac{2}{7} \times \frac{2}{7}$

احتمال (1) × احتمال (2) — احتمال الثاني

$= \frac{16}{49}$

صندوقين الاول يحوي كرات مرقمة ① ② ③ والثاني

يحوي كرات ③ ② ⑤ ④ ← 2 مرة غير ② بـ الاول

نسحب كرة من الاول ثم كرة من الصندوق الثاني

نعني عم اسحب عشوائي

هديك ما عديه منه صندوق ما تاثر بالثاني.

I \ II	②	③	④	⑤
①	(1,2)	A (1,3)	(1,4)	B (1,5)
②	(2,1)	A (2,3)	B (2,4)	B (2,5)
③	A (3,2)	A (3,1) B	A (3,4) B	A (3,5) B

① الكلمة المفتاحية هنا الاختيار

② ~~عكس~~ نعرف A : ان تكون احدى الكرتين على الاقل تحمل الرقم (3)

B : ان تكون مجموع رقمي الكرتين اكبر تماما من (5)

هل A و B مستقلان احصائيا.

اي : $n(\Omega) = 12$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(\Omega)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$ مستقلين

بعد اذا سحبت واحد فيتبقى في صندوق فرعي

③ ② ② ① ①

/ /

① صندوق يحوي خمس كرات كرتان محمران ① وكرتان ② وكرة ③
نسحب من الصندوق كرتين على التتالي دون اعادة

الثانية / الأولى	①	①	②	②	③
①		X=2 (1,1)	X=3 (1,2)	X=3 (1,2)	X=4 (1,3)
①	(1,1)		(1,2)	(1,2)	(1,3) X=4
②	(2,1)	(2,1)		(2,1)	(2,3)
②	(2,1)	(2,1)	(2,1)		(2,3)
③	(3,1)	(3,1)	(2,1)	(2,1)	

نشكل جدول فضاء عينة وقيم نشوف عند السحب كرتين من صندوق اي احتمالين فينا نشكل جدول يضم جميع التابع

سحب على تتالي دون اعادة تحذف العطر الي سحب

سحب على تتالي مع اعادة لا تحذف

الحب هنا تحذف العطر مباشرة

سحب كل مطابة اختلف عن مطابته ما هتحذف شي.

$\Rightarrow n(\Omega) = 20$ نتجة (فتح 5 عطر)

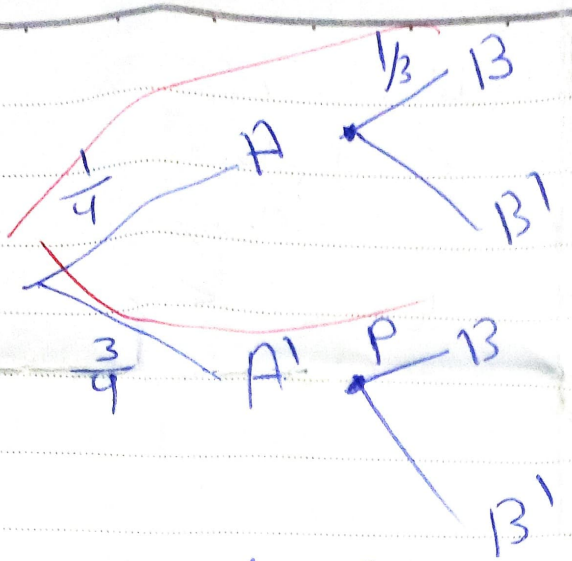
X متحول عشوائي يدل على مجموع الرقمين للكرتين المسحوبتين

مجموعة قيم X

X[2,3,4,5]

X	2	3	4	5	6
P(X)	$\frac{2}{20}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$	1

احتمال تابع



كيف نختار p حتى تكون الحادثتان A و B مستقلتين احتمالياً؟

A و B مستقلتان احتمالياً
$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ ★
هي معلومة بكل رح تساعد

$$P(A) = \frac{1}{4} \quad , \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

عندي طريقين لـ $P(B)$

$$P(B) = P(A \cap B) + P(A' \cap B)$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{3}{4} \cdot p$$

نعوض في ★

$$\times 4 \quad \frac{1}{12} = \times \frac{4}{4} \cdot \left(\frac{1}{12} + \frac{3}{4} p\right)$$

$$\times 12 \quad \frac{1}{3} = \frac{1}{12} + \frac{3}{4} p$$

$$4 = 1 + 9p$$

$$3 = 9p \Rightarrow p = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

تحاول سعاد إدخال الوتد في الحلقات تلقيها تكرر سعاد التجربة عدداً من المرات عندما تنجح سعاد في إدخال حلقة يصبح احتمال نجاح $\frac{1}{3}$ في الحلقة اللاحقة وعندما تفشل في الحلقة يصبح احتمال نجاحها في الحلقة اللاحقة $\frac{4}{5}$

نفرض أن احتمال نجاح سعاد في إدخال الحلقة في المرة الأولى يساوي احتمال فشلها تأمل أيا كان العدد الطبيعي n

A_n ← نجاح
B_n ← فشل

تحاول سعاد بإدخال الحلقة n

A_1 حلقة بالمرة الأولى
A_2 حلقة بالمرة الثانية

ونقرن $P_n = P(A_n)$

1) عين P_1 ونرهن أن $P_2 = \frac{4}{15}$

2) أثبت أن عندما $n \geq 2$ كان $P_n = \frac{2}{15} P_{n-1} + \frac{1}{5}$

3) نفرض عندما $n \geq 1$ متتالية $U_n = P_n - \frac{3}{13}$

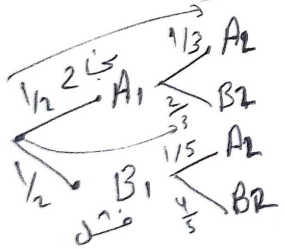
أثبت أن U_n هندسية وعين حدها الأول

اكتب U_n بدلالة n ثم P_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \to +\infty} P_n$

$P_1 = \frac{1}{2}$ نجاح في المرة الأولى ،

المرة $n+1$ مبارياً n
المرة n مبارياً $n-1$
بمعنى وقت بدأ أمكن كتابة P_n بدلالة P_{n-1}

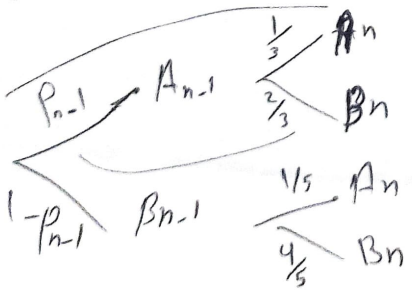
حساب P_2 : يعني نجاح مباراتين مرة .



حتى أرجع إلى الحالة الأولى

$P_2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$

$= \frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$



(2)

$P_n = P(A_n)$

$= \frac{1}{3} P_{n-1} + \frac{1}{5}(1 - P_{n-1})$

$= \frac{1}{3} P_{n-1} + \frac{1}{5} - \frac{1}{15} P_{n-1}$

$\times 5 \quad \times 3$

$\therefore P_n = \frac{2}{15} P_{n-1} + \frac{1}{5}$

$U_n = P_n - \frac{3}{13}$ ← بالعكس $\frac{U_{n+1}}{U_n}$

لأن $\frac{U_n}{U_{n-1}}$ مطلوب

$\frac{U_n}{U_{n-1}} = \frac{P_n - \frac{3}{13}}{P_{n-1} - \frac{3}{13}}$

$\frac{U_n}{U_{n-1}} = \frac{\frac{2}{15}P_{n-1} + \frac{1}{5} - \frac{3}{13}}{P_{n-1} - \frac{3}{13}}$ (×13 ×5)

$= \frac{\frac{2}{15}P_{n-1} - \frac{2}{65}}{P_{n-1} - \frac{3}{13}}$

$= \frac{\frac{2}{15}\left[P_{n-1} - \frac{2}{65} \times \frac{15}{5}\right]}{P_{n-1} - \frac{3}{13}}$ (÷5 ÷5)

$\frac{U_n}{U_{n-1}} = \frac{\frac{2}{15}\left(P_{n-1} - \frac{3}{13}\right)}{P_{n-1} - \frac{3}{13}} = \frac{2}{15}$

U_n هندسية أساسها $q = \frac{2}{15}$ وحدها الأول

$U_1 = P_1 - \frac{3}{13}$

$= \frac{1}{2} - \frac{3}{13} = \frac{7}{26}$ (×13 ×2)

$U_n = U_m \cdot q^{n-m} \Rightarrow U_n = U_1 \cdot \left(\frac{2}{15}\right)^{n-1}$

$\therefore U_n = \frac{7}{26} \cdot \left(\frac{2}{15}\right)^{n-1}$

$P_n = U_n + \frac{3}{13}$

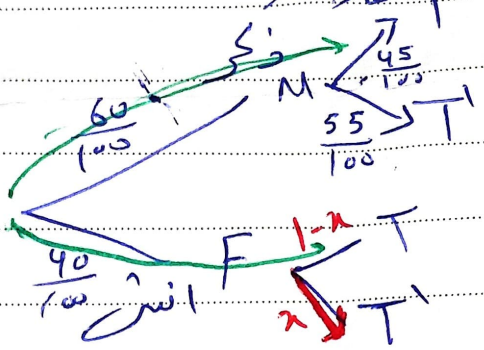
$P_n = \frac{7}{26} \cdot \left(\frac{2}{15}\right)^{n-1} + \frac{3}{13}$

$+ \langle -1 < \frac{2}{15} < 1 \rangle$

تؤول إلى (0)

$\lim_{n \to +\infty} P_n = 0$

مسألة : في مدرستنا يمارس 30٪ لعبة كرة طرب
ونعلم ان مدرستنا تضم 60٪ ذكور
بالإضافة الى ذلك نعلم أن أحد الأشخاص يدرس إما ذكر أو أنثى
ذكور 55٪ لا يمارسون لعبة الطرب



١- ما احتمال ان تكون طالبة مختارة عشوائيا من بين طالبات المدرسة التي لا يمارسن لعبة كرة طرب؟

$P(\bar{T}|F) = x$

انثى ← لا يلعبن طرب

إيجاد الـ x .

$P(T) = \frac{30}{100}$

نسبة طرب بشكل عام

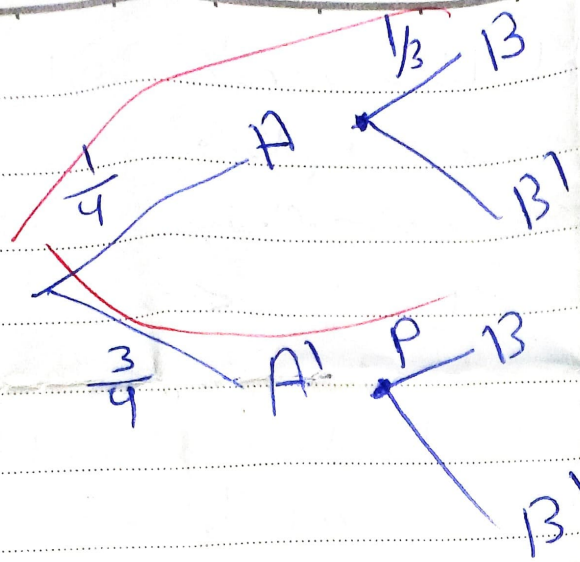
كم طرف يتوفر لـ T هنا (2) لذا اقفز

$P(\text{not } T) + P(F \cap T) = \frac{30}{100}$

$\frac{60}{100} \cdot \frac{45}{100} + \frac{40}{100} \cdot (1-x) = \frac{30}{100}$

$\Rightarrow \boxed{x = \frac{37}{40}}$

$P(T'|F) = \frac{37}{40}$



كيف نختار p حتى يكون الحدثان A و B مستقلين احتمالياً؟

A و B مستقلان احتمالياً
$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ ★
حتى معلومة يمكن الاستفادة منها

$$P(A) = \frac{1}{4} \quad , \quad P(A \cap B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

عندي طريقين لـ $P(B)$

$$P(B) = P(A \cap B) + P(A' \cap B)$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{3}{4} \cdot p$$

سنعوض في ★

$$\times 4 \quad \frac{1}{12} = \times \frac{4}{4} \cdot \left(\frac{1}{12} + \frac{3}{4} p\right)$$

$$\times 12 \quad \frac{1}{3} = \frac{12^{1}}{12} + \frac{12^{3}}{4} p$$

$$4 = 1 + 9p$$

$$3 = 9p \Rightarrow p = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$