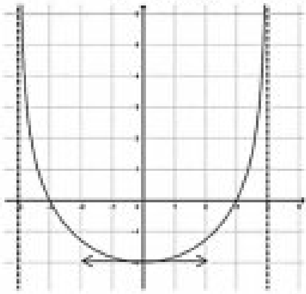
الرياضيات	امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2017	الاسم :
	(الفرع العلمي - الدورة الأولى)	الرقم :
	الصفحة الأولى	المدة :
		الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : في الشكل المجاور C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $]-4,4[$



1) احسب $\lim\limits_{x\to(-4)^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x)$

واستنتج معادلة كل مقارب للخط C

2) احسب $f(0)$ و $f'(0)$

3) جد حلول المعادلة $f(x)=0$

السؤال الثاني : حل المعادلة $9^x+3^{x+1}-4=0$ في R

السؤال الثالث :

1) اكتب معادلة للكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$

2) تحقق أنّ المستوي P الذي معادلته $P: x-y+z+3=0$ يمس الكرة S

السؤال الرابع :

في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة

1) بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة ؟

2) بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية ؟

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق $u_0=1$ و $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n-2$

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق : $v_n=u_n+3$

1) أثبت أنّ $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية وأوجد أساسها .

2) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n

3) ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ عبّر عن S_n بدلالة n

واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$

يتبع في الصفحة الثانية ....

التمرين الثاني : ليكن لدينا العددان العقديان $z_1 = 1 + \sqrt{3}i$ و $z_2 = 1 + i$ والمطلوب :

1) اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد z_1 و z_2 و $\frac{z_1}{z_2}$

2) اكتب بالشكل الجبري $\frac{z_1}{z_2}$ واستنتج $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$

التمرين الثالث : نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرات متتالية ، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كل رمية يساوي $\frac{1}{3}$. نعرف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد مرات ظهور الشعار .

اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، واحسب توقعه الرياضي وتباينه .

التمرين الرابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = x + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

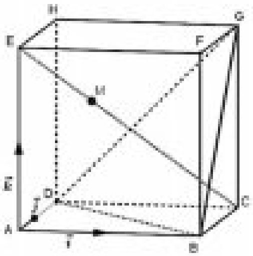
1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2) أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 1$ مقارب مائل لـ C في جوار $+\infty$

3) ادرس الوضع النسبي بين Δ و C

<u>ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين :</u> (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه يساوي 2



نتأمل المعلم المتجانس $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

في المعلم $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}$ و $\overrightarrow{AD} = 2\vec{j}$ و $\overrightarrow{AE} = 2\vec{k}$

1) اكتب معادلة للمستوي (GBD)

2) اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم (EC)

3) جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD)

4) جد إحداثيات النقطة M التي تحقق : $\overrightarrow{EM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EC}$

5) أثبت تعامد المستقيمين (HM) و (EC) .

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0, +\infty[$ وفق : $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to 0} f(x)$ واستنتج معادلة المقارب الأفقي والشاقولي .

2) ادرس تغيرات التابع f ، ونظم جدولاً بها ، ثم دل على القيمة الحدية محلياً .

3) جد معادلة للمماس Δ في النقطة A من الخط C التي فاصلتها $x = 1$.

4) ارسم كل مقارب وجدته ، وارسم المماس Δ ، ثم ارسم C .

5) احسب S مساحة المحصور بين C والمحور $x\acute{x}$ والمستقيم $x = e$.

انتهت الأسئلة

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة - الفرع العلمي

لمادة الرياضيات – نظام حديث

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٧م

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	قراءة خط بياني
٢	السؤال الثاني	حل معادلة
٣	السؤال الثالث	معادلة كرة
٤	السؤال الرابع	تحليل توافقي
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	المتتالية
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	الأعداد العقدية
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	احتمالات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	مقارب مائل
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة وهندسة تحليلية
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة التابع اللوغارتمي

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومقيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألا يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرراً خطوات حله، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها علمياً ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية.

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك : الأحاد العشرات المئات

٢ ١ ١

بعد استبدال حقل الكسور بالأحاد.

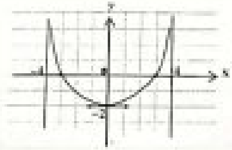
حقل الأحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٧م – نظام حديث

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



تأمّل في الشكل المجاور C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-4 , 4[$

1- احسب $\lim f(x)$ و $\lim f(x)$ ، واستنتج معادلة كل مقارب للخط C.

2- احسب $f(0)$ و $f'(0)$.

3- جد حلول المعادلة $f(x)=0$.

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
5+5	$\lim f(x)=+\infty$ و $\lim f(x)=+\infty$	١
5+5	$x=+4$ و $x=-4$	٢
5+5	$f'(0)=0 \;,\; f(0)=-2$	٣
5+5	$x_2=+3 \;,\; x_1=-3$	٤
40	المجموع	

ملاحظات: ١- إذا كتب الطالب الإجابات مباشرة وبالترتيب : يأخذ الدرجة كاملة (٤٠ درجة)

٢- إذا ذكر الطالب في الخطوة الأولى $+\infty$ مرة واحدة يأخذ (١٠ درجات)

السؤال الثاني:

حل المعادلة $9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$ في $\mathbb{R}$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$9^x + 3^{x+1} - 4 = 0$	
١	$(3^2)^x + 3.3^x - 4 = 0$ $3^{2x} + 3.3^x - 4 = 0$	5+5 5
٢	$(3^x + 4)(3^x - 1) = 0$	5 للتحليل+5 للأعداد
٣	$3^x + 4 \neq 0$ لا ينعدم	5
٣	$3^x - 1 = 0$	5
٤	$3^x = 1 > 0$ ومنه $x = 0$	3 + 2
	المجموع	40

طريقة ثانية:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$3^x = t$ ومنه $t^2 + 3t - 4 = 0$	5
٢	$\Delta = (3)^2 - 4(1)(-4)$ ومنه $\Delta = 25$	5+5
٣	$t_1 = \frac{-3+5}{2} = 1$ $3^x = 1$ ومنه $x = 0$	5 5 5
٤	$t_2 = \frac{-3-5}{2} = -4$ مرفوض $3^x = -4$	5 5
	المجموع	40

ملاحظة: ينال درجات السؤال كاملة إذا أعطى الحل مباشرة $x = 0$ وتوثق من الحل

السؤال الثالث:

1- اكتب معادلة الكرة S التي مركزها O مبدأ الإحداثيات، ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$.

2- تحقق أنّ المستوي P الذي معادلته $P:\ x-y+z+3=0$ يمس الكرة S .

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
5	معادلة الكرة: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$	١
5+5	$x^2+y^2+z^2=3$	٢
5 دستور ضمناً + 5 تعويض بسط + 5 تعويض مقام + 5 ناتج	دستور البعد التعويض بسط ومقام الناتج	٣
5	$d=\sqrt{3}=R$	
40	المجموع	

السؤال الرابع:

في أحد الامتحانات يطلب من الطالب الإجابة عن خمسة أسئلة من ثمانية أسئلة.

1) بكم طريقة يمكن للطالب أن يختار الأسئلة؟

2) بكم طريقة يمكنه الاختيار إذا كانت الأسئلة الثلاثة الأخيرة إجبارية؟

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
5 × 4	$\binom{8}{5}=\frac{8\times7\times6\times5\times4}{5\times4\times3\times2\times1}=56$ (10 درجات للتوافيق و 5 درجات + 5 درجات تعويض + ناتج)	١
5 × 4	$\binom{5}{2}=\frac{5\times4}{2\times1}=10$ (10 درجات للتوافيق و 5 درجات + 5 درجات تعويض + ناتج)	٢
40	المجموع	

ملاحظات:

١. إذا استخدم الترتيب أو المبدأ الأساسي للعد يخسر (10) درجات فقط وتوزع الدرجات دستور (10) و (5) حساب لكل من الطلبين

٢. في الخطوة الأولى إذا كتب الطالب $\binom{8}{3}=56$ ينال 20 درجة

٣. في الخطوة الثانية إذا كتب الطالب $=\binom{8}{3}\binom{5}{2}$ يخسر 10 درجات

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس :

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق: $u_0=1$, $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n-2$ ،

ولتكن المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق $v_n=u_n+3$

1- أثبت أن $(v_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية ، وأوجد أساسها.

2- اكتب عبارة v_n بدلالة n، ثم عبارة u_n بدلالة n.

3- ليكن في حالة عدد طبيعي n : $S_n=v_0+v_1+.....+v_n$ ، عبّر عن S_n بدلالة n ، واستنتج نهاية المتتالية $(S_n)_{n\geq0}$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n-2$, $u_0=1$ $v_n=u_n+3$	
١	إثبات أن $(v_n)_{n\geq0}$ هندسية: $v_{n+1}=u_{n+1}+3=\frac{1}{3}u_n+1$	5+5
٢	$v_{n+1}=\frac{1}{3}(u_n+3)=\frac{1}{3}v_n$ v_n هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$	5+5 5
٣	$v_n=v_0\,q^n$ $v_0=4$ $v_n=4\left(\frac{1}{3}\right)^n$ $u_n=v_n-3$ $u_n=4\left(\frac{1}{3}\right)^n-3$	5 3 5 2 5
٤	$S_n=v_0\,\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$	5
٥	$S_n=4\times\frac{1-(\frac{1}{3})^{n+1}}{1-\frac{1}{3}}=6[1-(\frac{1}{3})^{n+1}]=6-6(\frac{1}{3})^{n+1}$	5 لأي شكل منها
٦	$\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=6$ (النهاية $\lim(\frac{1}{3})^{n+1}=0$ 3 درجات + الجواب 6 درجتان)	3 + 2
	المجموع	60

ملاحظة: إذا كتب عدد الحدود n بدلاً من $n+1$ يخسر درجتان

السؤال السادس: (٦٠ درجة)

التمرين الثاني:

ليكن العددان العقديان $z_1 = 1+\sqrt{3}\,i$ ، $z_2 = 1+i$ ، والمطلوب:

1- اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد z_1 و z_2 و $\frac{z_1}{z_2}$.

2- اكتب بالشكل الجبري $\frac{z_1}{z_2}$ ، واستنتج $\cos\frac{\pi}{12}$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$z_2 = 1+i \ , \ z_1 = 1+\sqrt{3}i$	
٢	$r_1 = \sqrt{3+1} = 2$ $\theta = \frac{\pi}{3}$	5 5
٣	$z_1 = 2\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\ \sin\frac{\pi}{3}\right]$ $z_2 = 1+i$ .... $r_2 = \sqrt{2}$ .... $\theta = \frac{\pi}{4}$ .... $z_2 = \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\ \sin\frac{\pi}{4}\right]$	5 5 5 5
٤	.... $\frac{z_1}{z_2} = \frac{2}{\sqrt{2}}(\cos(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}))$ .... $\frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2}(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12})$	5 5
٥	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}i}{1+i}$ .... $= \frac{(1-i)(1+\sqrt{3}i)}{(1-i)(1+i)}$ .... $\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}+i\sqrt{3}-i}{2}$	 5 5
٦	$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2} + \frac{i(\sqrt{3}-1)}{2}$	5
٧	ومنه يكون $\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{12} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$ $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$	3 2
	المجموع	60

ملاحظة: إذا استعمل الشكل الأسي ينال الدرجات كاملة

السؤال السابع: (٦٠ درجة)

التمرين الثالث:

نلقي قطعة نقود غير متوازنة ثلاث مرات متتالية، بحيث يكون احتمال ظهور الشعار في كلّ رمية يساوي $\frac{1}{3}$.

نعرف X المتحول العشوائي الذي يدلّ على عدد مرات ظهور الشعار.

اكتب مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، واحسب توقعه الرياضي ، وتباينه.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	.... $X(\Omega) = \{0,1,2,3\}$	20
	.... $P(X=0) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$	2+2
	.... $P(X=1) = 3\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{12}{27}$	2+2
	.... $P(X=2) = 3\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{6}{27}$	2+2
	.... $P(X=1) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$	2+2
٢	$\begin{array}{c\|cccc} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P(x=k) & \frac{8}{27} & \frac{12}{27} & \frac{6}{27} & \frac{1}{27} \end{array}$	2+2
٣	$E(x) = np \Rightarrow E(x) = 3\left(\frac{1}{3}\right) = 1$	5 + 3 + 2
	$V(x) = npq$	5
	$V(x) = 3\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)$	3+ 2
	المجموع	60

ملاحظة: في الخطوة الثالثة إذا كتب الطالب

$$E(x) = 0 + \frac{12}{27} + \frac{12}{27} + \frac{3}{27} = 1$$ (5 دستور ، 2 + 3 تعويض)

$$E(x^2) = 0 + \frac{12}{27} + \frac{24}{27} + \frac{9}{27} = \frac{5}{3}$$

$$V(x) = E(x^2) - (E(x))^2$$ (5 درجات)

$$= \frac{5}{3} - 1 = \frac{2}{3}$$ (2 + 3 درجات)

السؤال الثامن

التمرين الرابع:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ المطلوب:

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2- أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+1$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$

وادرس الوضع النسبي للمقارب Δ والخط C .

طريقة أولى:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$f(x)=x+\dfrac{x}{\lvert x\rvert\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}$	5
٢	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x+\dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}})=+\infty$	5+5
٣	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(x-\dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}})=-\infty$	5+5
٤	$f(x)-y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$	5
٥	$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim\limits_{x\to+\infty}[\dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}-1]=0$	5+5
٦	$\Delta: y=x+1$ مقارب مائل لـ C بجوار $+\infty$	5
	دراسة الوضع النسبي	
	$f(x)-y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$	
٧	$f(x)-y=\dfrac{x-\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}<0$	5
٨	لأن $\sqrt{x^2+1}>x$	5
٩	C تحت Δ	5
	المجموع	60

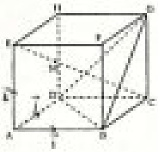
السؤال الثامن طريقة ثانية:

5+5	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}})=-\infty$	١
5+5	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x(1+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}})=+\infty$	٢
	$\Delta: y=x+1$	٣
5	$f(x)-y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$	4
5	$f(x)-y=\frac{x}{\lvert x\rvert\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}-1$	٥
5+5	$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-y]=\lim\limits_{x\to+\infty}[\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}-1]=0$	٦
5	$\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1)=\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}-1)=1-1=0$	٧
	دراسة الوضع النسبي	
	$f(x)-y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-1$	
5	$f(x)-y=\frac{x-\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}<0$	٨
5	لأن $\sqrt{x^2+1}>x$	٩
5	C تحت Δ	١٠
60	المجموع	

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

السؤال التاسع:

المسألة الأولى:



في الشكل المجاور $ABCD\,EFGH$ مكعب طول حرفه 2

نتأمل المعلم المتجانس $(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ،

$\overline{AE}=2\vec{k}$ ، $\overline{AD}=2\vec{j}$ ، $\overline{AB}=2\vec{i}$

1- اكتب معادلة المستوي (GBD).

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (EC).

3- جد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (EC) مع المستوي (GBD) .

4- جد إحداثيات النقطة M التي تحقق $\overline{EM}=\frac{1}{3}\overline{EC}$.

5- أثبت تعامد المستقيمين (HM) ، (EC).

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
	$(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$	
	$2\vec{i}=\overline{AB}$ ، $2\vec{j}=\overline{AD}$ ، $2\vec{k}=\overline{AE}$	
4×3	$B(2,0,0)$ ، $D(0,2,0)$ ، $G(2,2,2)$	١
4×2	حساب مركبات شعاعين مناسبين مثلاً: $\overline{BD}(-2,2,0)$ ، $\overline{BG}(0,2,2)$	٢
4	لنفرض أن $\vec{n}(a,b,c)$ ناظم على المستوي (GBD)	٣
2+2	$\vec{n}\cdot\overline{BD}=0 \quad -2a+2b=0 \qquad \vec{n}\cdot\overline{GD}=-2a-2c=0$	٤
2+2	$\vec{n}\cdot\overline{BG}=0 \quad 2b+2c=0 \qquad \vec{n}\cdot\overline{GD}=-2b-2c=0$	٥
2	بفرض أن $a=1$ مثلاً $a=b=1 \Leftarrow c=-1$	٦
4	الوصول إلى ناظم المستوي المناسب	٧
4	الوصول إلى معادلة مستوي (BDG) $x+y-z-2=0$	٨
4+4	$E(0,0,2)$ ، $C(2,2,0)$	٩
4	$\overline{EC}(2,2,-2)$	١٠
2×3	$(EC):\begin{cases} x=2t \\ y=2t \\ z=2-2t \end{cases} \quad ;t\in\mathbb{R}$	١١
2×3	التعويض في المستوي	١٢
2	الوصول إلى قيمة t	١٣
2×3	احداثيات نقطة التقاطع	١٤
4	$(x,y,z-2)=\frac{1}{3}(2,2,-2)$	١٥
4	حساب إحداثيات النقطة M	١٦
4+4	معرفة $H(0,2,2)$ والتعويض بالعلاقة	١٧
2×4	$\overline{HM}\cdot\overline{EC}=\frac{2}{3}(2)-\frac{4}{3}(2)-\frac{2}{3}(-2)=0$	١٨
2	إذاً $\overline{HM}\perp\overline{EC}$	١٩
100	المجموع	

ملاحظات:

طريقة ثانية لإيجاد معادلة المستوي:

	$G(2,2,2)\ ,B(2,0,0)\ ,D(0,2,0)$	3+3+3
	$ax+by+cz+d=0$	5
	$2a+2b+2c+d=0$	4
	$2a=-d$	4
	$2b=-d$	4
	$2c=d$ ومنه $-d-d+2c+d=0$	4+4
	$-\frac{d}{2}x-\frac{d}{2}y+\frac{d}{2}z+d=0$	3
	$x+y-z-2=0$	5
	المجموع	42

طريقة ثالثة:

	$G(2,2,2)\ ,B(2,0,0)\ ,D(0,2,0)$	3+3+3
	$M(x,y,z)\ \ \overrightarrow{GM}=\alpha\overrightarrow{GB}+\beta\overrightarrow{GD}$	5
	$(x-2,y-2,z-2)=\alpha(0,-2,-2)+\beta(-2,0,-2)$	3+3+3
	$(x-2,y-2,z-2)=(-2\beta,-2\alpha,-2\alpha-2\beta)$	3
	$x-2=-2\beta$ $y-2=-2\alpha$ $z-2=-2\alpha-2\beta$	3+3+3
	بتعويض الأولى و الثانية في الثالثة $z-2=y-2+x-2$	4
	$x+y-z-2=0$	3

السؤال العاشر

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ، واستنتج معادلة المقارب الأفقي والشاقولي.

2- ادرس تغيرات التابع f ، ونظم جدولاً بها، ثم دلّ على القيمة الحدية محلياً .

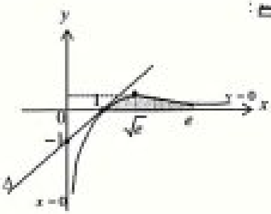
3- جد معادلة المماس Δ في النقطة A من الخط C التي فاصلتها $x=1$.

4- ارسم كل مقارب وجدته ، وارسم المماس Δ ، ثم ارسم C.

5- احسب S مساحة السطح المحصور بين C و المحور $x'x$ و المستقيم $x=e$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	$f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$	
١	$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$ ومنه $x=0$ مقارب	5+5
٢	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ومنه $y=0$ مقارب أفقي	5+5
٣	$f'(x)=\frac{\frac{1}{x}x^2-2x\ln x}{x^4}$	5
٤	$f'(x)=\frac{1-2\ln x}{x^3}$	5
٥	يعدم المشتق عند $x=e^{\frac{1}{2}}=\sqrt{e}$	5
٦	$f(\sqrt{e})=\frac{1}{2e}$	5
٧	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \sqrt{e} & & +\infty \\ \hline f'(x) & \| & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & \|-\infty & \nearrow & \frac{1}{2e} & \searrow & 0 \end{array}$	5+5
٨	$f(\sqrt{e})=\frac{1}{2e}$ قيمة كبرى محلياً	5
٩	$f(1)=0$ ومنه نقطة التماس $A(1,0)$	5
١٠	ميل المماس $m=f'(1)=1$	5+5
١١	$\Delta: y=x-1$	5

١١) الرسم :



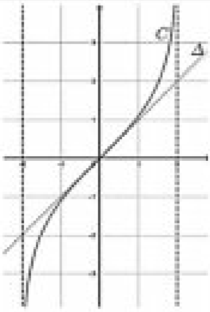
5 مماس + 5 رسم الخط

١٢	حساب المساحة $S=\int_a^b f(x)\,dx$	5
١٣	$S=\int_1^e x^{-2}\ln x\,dx$	2 لحد التكامل
١٤	$u=\ln x \quad u'=\frac{1}{x}$ $v'=x^{-2} \quad v=-\frac{1}{x}$	2+2
١٥	$S=[-\frac{1}{x}\ln x]_1^e-\int_1^e-\frac{1}{x^2}dx$	2
	$S=[-\frac{1}{x}\ln x-\frac{1}{x}]_1^e$	
١٦	$S=-\frac{1}{e}-\frac{1}{e}+0+1=1-\frac{2}{e}$	2
	المجموع	100

انتهى السلّم

الرياضيات	امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2017	الاسم :
	(الفرع العلمي - الدورة الثانية)	الرقم :
	الصفحة الأولى	المدة :
		الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال



السؤال الأول : نتأمل C_f الخط البياني للتابع f

المعرف على $I =]-2,+2[$ والمطلوب :

1) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to(-2)^+} f(x)$

2) أوجد $f(0)$ و $f'(0)$

3) هل التابع f فردي أم زوجي ؟

4) اكتب معادلة المماس Δ

السؤال الثاني : اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d و d'

$$(d)\begin{cases} x = t+1 \\ y = -3t+2 \; : t \in R \\ z = -3t+3 \end{cases} \quad \text{و} \quad (d')\begin{cases} x = s \\ y = -3s-3 \; : s \in R \\ z = -s+1 \end{cases}$$

وهل المستقيمان d و d' في مستوٍ واحد ؟ علل إجابتك .

السؤال الثالث :

حل المعادلة التفاضلية الآتية : $2y' + 3y = 0$ والخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4,1)$

السؤال الرابع : نتأمل في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتين : $A(2,0,1)$ و $B(1,-2,1)$

اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق ما يأتي : $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

1) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة

2) أثبت أن $0 \leq u_n \leq 1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها

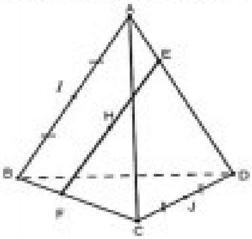
التمرين الثاني : ليكن $ABCD$ رباعي الوجوه. وليكن α عدد حقيقي ، و I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[CD]$

النقطتان E و F معرفتان بالعلاقتين :

$$\overrightarrow{AE} = \alpha\,\overrightarrow{AD} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{BF} = \alpha\,\overrightarrow{BC}$$

و أخيراً H هي منتصف $[EF]$ أثبت أنّ النقاط

I و J و H تقع على استقامة واحدة



يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثالث : لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z = -1 + i$ المطلوب :

1) أثبت أنّ z^8 عدد حقيقي

2) جد العدد العقدي Z' الممثل للنقطة M' صورة النقطة M وفق دوران مركزه $A(1 + i)$ وزاويته $\left(\frac{\pi}{4}\right)$ واكتبه بالشكل الأسي .

التمرين الرابع : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $D = R\backslash\{-3\}$ وفق: $f(x) = \frac{x^2+2x-2}{x+3}$

1) اكتب التابع بالشكل : $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$

2) أثبت أن المستقيم $y = ax + b$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$

3) احسب $I = \int_0^2 f(x)\ d(x)$.

<u>ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين</u> : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0, +\infty[$ وفق :

$f(x) = x + x(\ln x)^2$ وليكن $g(x) = (\ln(x) + 1)^2$ والمطلوب :

1) أوجد نهاية التابع f عند الصفر وعند $+\infty$.

2) أثبت أن $f'(x) = g(x)$.

3) حل المعادلة $g(x) = 0$.

4) نظم جدول تغيرات f .

5) اكتب معادلة المماس Δ للخط C في نقطة فاصلتها $x = \frac{1}{e}$ وارسم المماس Δ وارسم C .

المسألة الثانية : يضم مصنع ورشتين A و B لتصنيع الأقلام . عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره 1000 قلم صنعت الورشة A منها 600 قلم وصنعت البقية الورشة B هناك نسبة 5% من أقلام الورشة A غير صالحة للاستعمال . في حين تكون نسبة 2% من أقلام الورشة B غير صالحة للاستعمال

نسحب عشوائيا قلماً من الطلب . نرمز بالرمز A إلى الحدث (القلم مصنوع في الورشة A)

وبالرمز B إلى الحدث (القلم مصنوع في الورشة B)

وبالرمز D إلى الحدث (القلم غير صالح للاستعمال D)

1) أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة .

2) احسب احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال .

3) إذا كان القلم صالحاً للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A .

4) نسحب عشوائياً من الورشة A قلمين معاً . وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام المسحوبة الصالحة للاستعمال ، احسب $P(X = 0)$.

انتهت الأسئلة

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة - الفرع العلمي

لمادة الرياضيات – نظام حديث

الدورة الامتحانية ثانية لعام ٢٠١٧م

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التالي كما يلي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	تحليل بياني
٢	السؤال الثاني	هندسة
٣	السؤال الثالث	تفاضلية
٤	السؤال الرابع	المستوي المحوري
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	متتاليات
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	أشعة
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	عقدية
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	تكامل
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة تحليل
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة احتمالات

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألا يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابة.

مثال ذلك :	الأحاد	العشرات	المئات
	٢	١	١

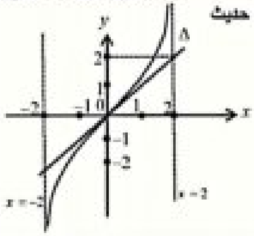
بعد استبدال حقل الكسور بالأحاد.

حقل الأحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

سلم تصحيح شهادة الثانوية العامة- الفرع العلمي   مادة الرياضيات   الدرجة : ۶۰۰/ درجة

الدورة الامتحانية الثانية لعام ٢٠١٧م – نظام حديث



أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل الشكل المرسوم جانباً:

حيث C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]-2 , +2[$

والمطلوب:

1- احسب $\lim\limits_{x \to -2} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$

2- أوجد $f(0)$ ، $f'(0)$

3- هل التابع f فردي أم زوجي

4- اكتب معادلة المماس Δ.

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
2×10	$\lim\limits_{x \to -2} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = +\infty$	١
2×5	$f'(0) = 1 , f(0) = 0$	٢
5	فردي	٣
5	$y = x$	٤
40	المجموع	

السؤال الثاني: اكتب شعاعي التوجيه للمستقيمين d و d'

$$d' : \begin{cases} x = s \\ y = -3s - 3 \\ z = -s + 1 \end{cases} \quad s \in \mathbb{R} \quad , \quad d : \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -3t + 2 \\ z = -3t + 3 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

وهل المستقيمان d و d' يقعان في مستوٍ واحد؟ علل إجابتك.

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
10	شعاع توجيه d $\quad v_d(1,-3,-3)$	١
10	شعاع توجيه d' $\quad v_{d'}(1,-3,-1)$	٢
5	المركبات غير متناسبة . v_d و $v_{d'}$ غير مرتبطان	٣
5	الحل المشترك للمعادلتين	٤
5	الإصلاح والنتيجة	٥
5	المستقيمان لا يقعان في مستوي واحد	٦
40	المجموع	

ملاحظة: إذا أخطأ الطالب في إحدى الخطوتين ١ أو ٢ وجعل المركبات متناسبة واستنتج أن المستقيمان متوازيان ويقعان في مستوٍ واحد يخسر 15 درجة

طريقة ثانية:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	شعاع توجيه d $\quad v_d(1,-3,-3)$	10
٢	شعاع توجيه d' $\quad v_{d'}(1,-3,-1)$	10
٣	المركبات غير متناسبة . v_d و $v_{d'}$ غير مرتبطان	5
٤	اختيار نقطتين $t=0 \quad A(1,2,3)$ $s=0 \quad B(0,-3,1)$ $\overrightarrow{AB}(-1,-5,-2)$	5
٥	$\overrightarrow{AB}=a\overrightarrow{v_d}+b\overrightarrow{v_{d'}}$ $(-1,-5,-2)=(a+b,-3a-3b,-3a-b)$ نبحث عن a,b $a+b=-1 \quad (1)$ $-3a-3b=-5 \quad (2)$ $-3a-b=-2 \quad (3)$	5
٦	بضرب(1) بـ 3 وجمع مع(2) نجد $0=-8$ مستحيلة فالأشعة $\overrightarrow{v_{d'}}$ ، $\overrightarrow{v_d}$ ، $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطة خطياً والمستقيمان لا يقعان في مستوٍ واحد	5
	المجموع	40

السؤال الثالث: حل المعادلة التفاضلية الآتية: $2y'+3y=0$ والخط البياني C للحل يمر بالنقطة $A(\ln 4,1)$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	الوصول إلى $y=k\,e^{-\frac{3}{2}x}$	5 +10 10دستور + 5 التعويض
٢	التعويض بإحداثيات النقطة A	5
٣	الإصلاح	5+5
٤	الوصول إلى قيمة k	5
٥	الحل النهائي	5
	المجموع	40

السؤال الرابع: نتأمل، في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقطتين $A(2,0,1)$ و $B(1,-2,1)$ ، والمطلوب:
اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	حساب مركبات $\overrightarrow{AB}(-1,-2,0)$	5×2
٢	إحداثيات M منتصف AB $M(\frac{3}{2},-1,1)$	5×2
٣	معرفة الناظم $\vec{n}=\overrightarrow{AB}$	5
٤	كتابة معادلة المستوي	5
٥	التعويض + كتابة النتيجة	5+5
	المجموع	40

طريقة ثانية :

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	افتراض $M\ (x, y, z)$ من المستوي المحوري	5
٢	$\Vert\overrightarrow{AM}\Vert=\Vert\overrightarrow{BM}\Vert$	15
٣+٤+٥	القانون و التعويض والإصلاح	5+10+5
	المجموع	40

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس: (٦٠ درجة)

التمرين الأول: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\ge 0}$ المعرفة وفق ما يأتي: $u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

1- اثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\ge 0}$ متناقصة.

2- اثبت أن $0\le u_n \le 1$ واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها.

طريقة أولى للطلب الأول:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	افتراض تابع $f\ (x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x} \quad : x\ge 0$	
١	$f\ '(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	2×5
٢	$f\ '(x)<0$ + التعليل	5+5
٣	f متناقص ومنه المتتالية متناقصة	5
	المجموع	25

طريقة ثانية للطلب الأول:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$u_n=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}=\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
٢	$u_{n+1}=\sqrt{n+2}-\sqrt{n+1}=\dfrac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}$	5
	$\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}>\sqrt{n+1}+\sqrt{n}$	5
٣	$\dfrac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}<\dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	5
٤	$u_{n+1}<u_n$ المتتالية متناقصة	5
	المجموع	25

طريقة ثالثة للطلب الأول:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة

5	$u_n = \dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	١
5	$u_{n+1} = \dfrac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}}$	٢
5	$u_{n+1} - u_n = \dfrac{\sqrt{n}-\sqrt{n+2}}{(\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1})(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})}$	٣
5	$\sqrt{n} \le \sqrt{n+2}$ $\sqrt{n}-\sqrt{n+2} \le 0$	٤
5	$u_{n+1} - u_n \ge 0$ فالمتتالية متناقصة	٥
25	المجموع	

طريقة أولى للطلب الثاني:

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
5	$u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$	
5	$\sqrt{n+1}+\sqrt{n} \ge 0$ ومنه $u_n \ge 0$	
5+5	$u_{n+1} = \sqrt{n+2} - \sqrt{n+1} = \dfrac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n+1}} \le 1$	
20	المجموع	

التقارب والنهاية

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
5	المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى متقاربة	٤
5+5	$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = 0$	٥
15	المجموع	

ملاحظة: إذا أثبت الطالب أن $1 \ge u_n \ge 0$ مستعملاً البرهان بالتدريج

الترميز $E(n)$ درجتان

إثبات $E(0)$ 3 درجات

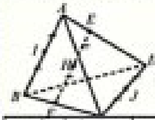
افتراض $E(n)$ صحيحة 5 درجات

اشتقاق التابع وتناقصه 5+5 درجات

يخسر درجتان لكتابة إلى $f(u_n) = u_{n+1}$

السؤال السادس: (٦٠ درجة)

التمرين الثاني:



$ABCD$ رباعي وجوه و a عدد حقيقي. I و J هما بالترتيب منتصفا $[AB]$ و $[CD]$.

و E و F نقطتان تحققان العلاقتين: $\overrightarrow{AE}=a\,\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BF}=a\,\overrightarrow{BC}$ وأخيراً H هي منتصف $[EF]$.

أثبت أن I و J و H تقع على استقامة واحدة.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{BF}=a\overrightarrow{BC}$ ومنه F مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(B,1-a)$ (c,a)	5+5
٢	$\overrightarrow{AE}=a\overrightarrow{AD}$ ومنه E مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(A,1-a)$ (D,a)	5+5
٣	H مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(E,1)$ $(F,1)$	5+5
	$(H,2)$ مركز الأبعاد المتناسبة لرؤوس رباعي الوجوه	
٤	$(I,2-2a)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقط $(A,1-a)$ $(B,1-a)$	5+5
٥	$(J,2a)$ مركز الأبعاد المتناسبة للنقط (B,a) (C,a)	5+5
٦	ومنه H مركز الأبعاد المتناسبة للنقط $(J,2a)$ $(I,2-2a)$	5
٧	فالنقط على استقامة واحدة	5
	المجموع	60

طريقة ثانية:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EH}$	5
٢	$\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BF}+\overrightarrow{FH}$	5
٣	$2\overrightarrow{IH}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{BF}$	5
٤	$2\overrightarrow{IH}=a\overrightarrow{AD}+a\overrightarrow{BC}$	5
٥	$2\overrightarrow{IH}=a(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC})$ (1)	5
٦	$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DJ}$	5
٧	$\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CJ}$	5
٨	$2\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC}$ (2)	5
	نعوض (2) في (1)	
٩	$2\overrightarrow{IH}=a(2\overrightarrow{IJ})$ أي $\overrightarrow{IH}=a(\overrightarrow{IJ})$	5
١٠	$\overrightarrow{IH}$ ، $\overrightarrow{IJ}$ مرتبطان خطياً إذاً I ، J ، H على استقامة واحدة	5
	المجموع	60

طريقة ثالثة:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
	نختار معلم كيفي: $(B;\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BA})$	5
	$D(0,1,0)$, $A(0,0,1)$, $B(0,0,0)$, $F(a,0,0)$	2×5
	نوجد $E(x,y,z)$	5
	$\overrightarrow{AE}=a\overrightarrow{AD} \Rightarrow (x,y,z-1)=(0,a,-a)$	2×3
	$x=0$, $y=a$, $z=1-a$	2×3
	$I(0,0,\frac{1}{2})$ $J(\frac{1}{2},\frac{1}{2},0)$ $\overrightarrow{IJ}(\frac{1}{2},\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$	3×3
	منتصف EF $H(\frac{a}{2},\frac{a}{2},\frac{1-a}{2}) \Rightarrow \overrightarrow{IH}(\frac{a}{2},\frac{a}{2},\frac{-a}{2})$	2×3 3 القانون
	الشعاعان مركباتهما متناسبة فهما مرتبطان خطياً وبالتالي H ، J ، I على استقامة واحدة	5+5

التمرين الثالث : : لتكن النقطة M التي يمثلها العدد العقدي $z=-1+i$ ، والمطلوب

- أثبت أن z^8 عدداً حقيقياً.
- جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة M' الصورة M وفق دوران مركزه $A(1+i)$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$ وأكتبه بالشكل الأسي .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$z^8=(z^2)^4=((-1+i)^2)^4$	5
٢	$z^8=(1-2i-1)^4$ ، $i^2=-1$	5
٣	$z^8=(-2i)^4=16i^4=16$	2+3+5
٤	$z'-a=e^{i\frac{\pi}{4}}(z-a)$	10
٥	$z'=e^{i\frac{\pi}{4}}(-1+i-1-i)+1+i$	5
٦	$z'=e^{i\frac{\pi}{4}}(-2)+1+i$	5
٧	$z'=-2e^{i\frac{\pi}{4}}+\sqrt{2}.e^{i\frac{\pi}{4}}$	5
٨	$z'=(-2+\sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{4}}$	5
٩	$z'=-(2-\sqrt{2})e^{i\frac{\pi}{4}}$	5
١٠	$z'=(-2+\sqrt{2})\,e^{i\frac{\pi}{4}}\,e^{i\pi}$	3
١١	$z'=(2-\sqrt{2})e^{i\frac{5\pi}{4}}$	2
	المجموع	60

طريقة (٢) الطلب (١):

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$r=\sqrt{2}$	2
٢	$\theta=\frac{3\pi}{4}$	2
٣	$z=\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$	4
	$z^8=(\sqrt{2})^8e^{8(i\frac{3\pi}{4})}$	2 + 2+2
	$=16\,.\,e^{i6\pi}=16(1)=16$	2 + 2+2

التمرين الرابع: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$ وفق: $f(x)=\dfrac{x^2+2x-2}{x+3}$

1) اكتب التابع f بالشكل $f(x)=ax+b+\dfrac{1}{x+3}$

2) أثبت أن المستقيم $\Delta: y=ax+b$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار ∞.

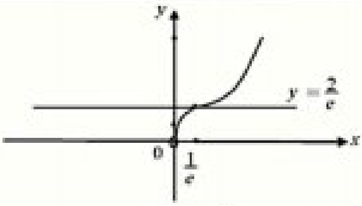
3) احسب $\int_0^2 f(x)\,dx$

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
5 5 5	$x-1$ $x+3\ \overline{)\,x^2+2x-2}$ $\underline{x^2+3x}$ $-x-2$ $\underline{-x-3}$ 1	١
5	$f(x)=x-1+\dfrac{1}{x+3}$	٢
5+5 قانون + نتيجة	$g(x)=f(x)-x-1=\dfrac{1}{x+3}$	٣
5	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{1}{x+1}\right)=0$ Δ مقارب مائل	٤
5×3	$\int_0^2\left(x-1+\dfrac{1}{x+3}\right)dx=\left[\dfrac{x^2}{2}-x+\ln(x+3)\right]_0^2$	٥
5×2	$2-2+\ln5-\ln3=\ln5-\ln3$	٦
60	المجموع	

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق $f(x)=x+x(\ln x)^2$، وليكن $g(x)=(\ln(x)+1)^2$ والمطلوب:

1. أوجد نهاية التابع f عند الصفر وعند $+\infty$.
2. أثبت أن $f'(x)=g(x)$
3. حل المعادلة $g(x)=0$.
4. نظم جدول بتغيرات f .
5. أكتب معادلة المماس Δ للخط C في نقطة فاصلتها $x=\dfrac{1}{e}$ وارسم المماس Δ وارسم C.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$	5
٢	$f(x)=x+4(\sqrt{x}\ \ln\sqrt{x})^2$ $\lim\limits_{x\to 0} x\ \ln x=0$	2×5
٥	$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$	10
٦	$f'(x)=1+(\ln x)^2+2\ln x\cdot\frac{1}{x}\,x$	2 + 5 + 5
٧	$f'(x)=(\ln x)^2+2\ln x+1$	5
٨	$=(\ln(x)+1)^2=g(x)$	3
٩	$\ln(x)+1=0$ ومنه $g(x)=0$	5
١٠	$x=\frac{1}{e}$ ومنه $\ln(x)=-1$	5+5
١١	$f(\frac{1}{e})=\frac{2}{e}$	5
١٢	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \frac{1}{e} & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & + & \\ \hline f(x) & 0 & \nearrow & \frac{2}{e} & \nearrow & +\infty \end{array}$	5 5
١٣	قانون المماس	قانون المماس5 تعويض5
١٥	معادلة المماس	5
١٦		5+5
	المجموع	100

طريقة ثانية لإزالة حالة عدم التعيين:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\ln(x)=t \Rightarrow x=e^t$	2+2
٢	$x\longrightarrow 0 \Rightarrow t\to -\infty$	
٣	$f(x)=e^t+e^t t^2$	2+2+2
٤	$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{t\to -\infty}(\underbrace{e^t}_{0}+\underbrace{e^t t^2}_{0})$	
٥	$0+0=0$	5

المسألة الثانية : يحتاج مصنع ورشتين A و B لتصنيع الأقلام . عندما ورد طلب لعدد من الأقلام قدره 1000 قلم صنعت الورشة A منها 600 قلماً وصنعت البقية الورشة B . هناك نسبة 5% من أقلام الورشة A غير صالحة للاستعمال، في حين تكون نسبة 2% من أقلام الورشة B غير صالحة للاستعمال. نسحب عشوائياً قلماً من الطلب. نرمز بالرمز A إلى الحدث «القلم مصنوع في الورشة A» وبالرمز B إلى الحدث «القلم مصنوع في الورشة B» وبالرمز D إلى الحدث «القلم غير صالح للاستعمال».

1. أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة.
2. احسب احتمال أن يكون القلم صالح للاستعمال.
3. إذا كان القلم صالحاً للاستعمال فما احتمال أن يكون مصنوعاً في الورشة A.
4. نسحب عشوائياً من الورشة A قلمين معاً وليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الأقلام المسحوبة الصالحة للاستعمال ، احسب $P(X=0)$.

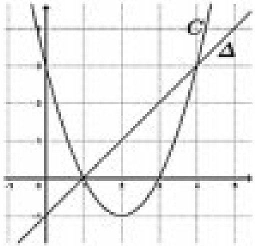
الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
		5+30
	$P(D')=\frac{6}{10}\cdot\frac{95}{100}+\frac{4}{10}\cdot\frac{98}{100}$	5×4+5
	$P(D')=\frac{570}{1000}+\frac{392}{1000}=\frac{962}{1000}$	5
	$P(A\mid D')=\frac{P(A\cap D')}{P(D')}=\frac{\frac{6}{10}\times\frac{95}{100}}{\frac{962}{1000}}=\frac{570}{962}$	5×4
	عدد الأرقام غير الصالحة : $\frac{5\times 600}{100}=30$	2
	$P(X=0)=\frac{\binom{30}{2}}{\binom{600}{2}}=\frac{29}{20\times 599}$	3+3 5 للتوافيق 2 للنتيجة
	المجموع	100

انتهى السلم

الرياضيات	امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2018	الاسم :
	(الفرع العلمي - الدورة الأولى)	الرقم :
	الصفحة الأولى	المدة :
		الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : تأمل الشكل المرسوم جانباً ، ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R والمطلوب :



1) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

2) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) ما هي حلول المعادلة $f(x) = y_\Delta$

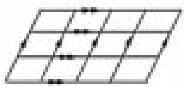
4) اكتب معادلة المستقيم Δ

السؤال الثاني :

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطة $A(1,-2,0)$ والمستوي $P: x+2y+z-1=0$

احسب بعد النقطة A عن المستوي P ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P

السؤال الثالث : في الشكل المجاور نتأمل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية تشكل فيما بينها متوازيات أضلاع والمطلوب :



احسب عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة

السؤال الرابع : ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x) = \frac{1}{3+\cos x}$

1) أثبت محدودية f

2) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x^2}{3+\cos x}$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط M, C, B, A التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية :

$m = -1+i$, $c = 2i$, $b = 1-i$, $a = -1-i$ والمطلوب :

1) مثّل الأعداد $m = -1+i$, $c = 2i$, $b = 1-i$, $a = -1-i$ في المستوي

2) احسب العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة C وفق دوران مركزه O وزاويته $\left(\frac{\pi}{2}\right)$

3) أثبت أنّ النقاط B, O, M تقع على استقامة واحدة

4) احسب $\arg\frac{c-d}{m}$ واستنتج أنّ (OM) و (DC) متعامدان

يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثاني : لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ المعرفتان وفق :

$$u_n = 5 - \frac{1}{n} \qquad v_n = 5 + \frac{1}{n^2}$$

1) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متزايدة
2) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq1}$ متناقصة
3) هل المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$ و $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان ؟ علل إجابتك .

التمرين الثالث : ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية .

الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول X الممثل لثلاث نجاحات

فإذا علمت أنّ احتمال النجاح يساوي $\frac{2}{3}$

$P(X=0) = \frac{1}{27}$ و $P(X=1) = \frac{6}{27}$

k	0	1	2	3
$P(X=k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$		

1) جد $P(X=2)$ و $P(X=3)$
2) ما التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X ؟
3) ما تباين المتحول العشوائي X ؟

التمرين الرابع : ليكن $J = \int_0^{ln2} \frac{e^x}{e^x+2} dx$ و $I = \int_0^{ln2} \frac{2}{e^x+2} dx$ والمطلوب :

1) احسب J
2) احسب $I + J$ ثم استنتج I

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = ln(e^{-x}+1)$

1) جد نهاية f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ هل يقبل الخط C مقاربات غير مائلة ؟
2) أثبت أنّ $f(x) = -x + ln(e^x+1)$
3) أثبت أنّ المستقيم $y = -x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$
4) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها
5) ارسم المقاربات وارسم الخط البياني C

المسألة الثانية : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,1,0)$ و $B(1,2,1)$ و $C(4,0,0)$

1) أثبت أن النقاط C, B, A ليست على استقامة واحدة
2) أثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة : $x + 3y - 3z - 4 = 0$
3) ليكن المستويان P و Q معادلتيهما :

$$P: x + 2y - z - 4 = 0$$
$$Q: 2x + 3y - 2z - 5 = 0$$

أثبت أنّ المستويين يتقاطعان في الفصل المشترك d الذي تمثيله الوسيطي :

$$d: \begin{cases} x = t - 2 \\ y = 3 \\ z = t \end{cases} \quad : t \in R$$

4) ماهي نقطة تقاطع المستويات P و Q و (ABC)
5) احسب بعد A عن المستقيم d

انتهت الأسئلة

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة - الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٨م

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	تمثيل بياني
٢	السؤال الثاني	أشعة
٣	السؤال الثالث	تحليل توافقي
٤	السؤال الرابع	تحليل
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	هندسة
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	متتاليات
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	احتمالات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	تكامل
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة تحليل
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة أشعة

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألا يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

<u>مثال ذلك :</u>	الأحاد	العشرات	المئات
	٢	١	١

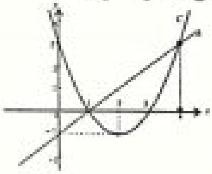
بعد استبدال حقل الكسور بالأحاد.

حقل الأحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

أولاً أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل الشكل المرسوم جانباً ، ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ ، والمطلوب



1- دل على القيمة المحلية الصغرى للتابع f.

2- جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

3- ما حلول المعادلة $f(x)=y_{\Delta}$.

4- اكتب معادلة المستقيم Δ.

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
5	القيمة المحلية $f(2)=-1$	١
5	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	٢
5 5	حلول المعادلة $f(x)=y_{\Delta}$: $x=1$، $x=4$	٣
5+5 5(قانون)+5(معادلة)	معادلة المستقيم Δ: الميل قانون + النتيجة المعادلة	٤
40	المجموع	

ملاحظة: ١- إذا كتب في الخطوة (2) (1 , 0) و (4 , 3) ينال الدرجات المخصصة للخطوة.
٢- أي طريقة صحيحة لإيجاد معادلة المستقيم Δ ينال الدرجات المخصصة.
٣- إذا ذكر صراحةً يبلغ القيم المحلية في النقطة (2,-1) ينال درجة الخطوة الأولى.

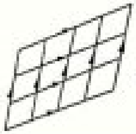
السؤال الثاني :

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقطة $A(1,-2,0)$ والمستوي P الذي معادلته:
$p: x+2y+z-1=0$ والمطلوب :
احسب بعد النقطة A عن المستوي P، ثم اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P.

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
5	دستور البعد	١
5	تعويض البسط	٢
5	تعويض المقام	٣
5	النتيجة	٤
5	معادلة الكرة: القانون	٥
5	معرفة البعد $dist(A,p)=R$	٦
5 + 5	تعويض في معادلة الكرة + نتيجة	٧
40	المجموع	

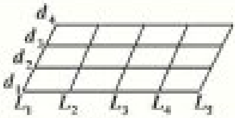
السؤال الثالث:

في الشكل المجاور تتأمل شبكة منتظمة من المستقيمات المتوازية، تشكل فيما بينها متوازيات أضلاع والمطلوب : احسب عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة.



الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	معرفة عدد طرائق تشكيل مستقيمين متوازيين من المستقيمات المتوازية الأولى $\binom{5}{2}$	5
٢	معرفة عدد طرائق تشكيل مستقيمين متوازيين من المستقيمات المتوازية الثانية $\binom{4}{2}$	5
	عدد متوازيات الأضلاع	
٣	الجداء	5
٤	قيمة كل من التوافيق	10 + 10
٥	النتيجة	5
	المجموع	40

طريقة (2):



نلاحظ أن عدد متوازيات الأضلاع الشبكة بين المستقيمين d_1 و d_2 هي 1+2+3+4=10   10+5

عدد متوازيات الأضلاع الشبكة بين المستقيمين L_1 و L_2 هي 1+2+3=6   10+5

ومنه عدد متوازيات الأضلاع 6×10=60   10

طريقة (3):

مناقشة عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها [1,1] تساوي 12

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها [1,2] تساوي 20

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها [1,3] تساوي 10

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها [1,4] تساوي 3

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها [2,2] تساوي 6

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها [2,3] تساوي 6

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها [3,3] تساوي 2

عدد متوازيات الأضلاع التي أبعادها [3,4] تساوي 1

فيكون عدد متوازيات الأضلاع في الشبكة يساوي 12+20+10+3+6+6+2+1=60

في حال إهمال حالة من الحالات يخسر 5 درجات.

ملاحظات:

١- في حال كتب الطالب علاقة توافقية غير منسجمة ينال درجة إيجاد ناتج التوافيق فقط.

٢- في الخطوتين الأولى والثانية إذا كتب ترتيب عوضاً عن التوافيق يخسر درجات الخطوتين والنتيجة الأخيرة.

السؤال الرابع: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\frac{1}{3+\cos x}$

1- أثبت محدودية f.

2- استنتج، $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{3+\cos x}$

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
5	$-1\le \cos x \le 1$	١
5	إضافة 3 لأطراف المتراجحة	٢
5 + 5	الأصلاح (المقلوب)	٣
5	النتيجة: $\frac{1}{4}\le f(x)\le\frac{1}{2}$	٤
5	الضرب بـ: x^2	٥
5	معرفة: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2}{4}=+\infty$	٦
5	معرفة النتيجة	٧
40	المجموع	

طريقة ثانية:

إذا درس الطالب تغيرات التابع f على مجال طوله 2π (دور التابع) لإثبات محدوديته، وتوصل إلى النتيجة الموافقة ينال الدرجات المخصصة

ثانيا: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس: (٦٠ درجة)

التمرين الأول : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A, B , C ,M التي تُمثلها على الترتيب الأعداد العقدية $a=-1-i$, $b=1-i$, $c=2i$, $m=-1+i$

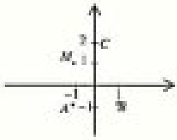
والمطلوب:

1) مثّل الأعداد $a=-1-i$, $b=1-i$, $c=2i$, $m=-1+i$ في المستوي.

2) احسب العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة C وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3) أثبت أن النقاط M و O و B تقع على استقامة واحدة.

4) احسب $\arg\frac{c-d}{m}$ ، واستنتج أن (OM) و (DC) متعامدان.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	على الرسم مباشرة أو تمثيلها بثنائيات 	$2\times4=8$
٢	حساب قانون + نتيجة $d=ic=-2$	6×2
٣	إثبات وقوع النقط على استقامة واحدة: طريقة (1): الارتباط الخطي لشعاعين – كتابة الشعاعين- التعليل طريقة (2): نسبة عددين عقديين (عدد حقيقي) طريقة (3): كتابة معادلة مستقيم مار من نقطتين والتحقق من أن النقطة تنتمي المستقيم طريقة (4): استعمال الرسم مع التعليل الصريح طريقة (5): استعمال إحدى التحويلات الهندسية (دوران أو تناظر).	3×5
٤	حساب الزاوية التعويض في العلاقة $\frac{c-d}{m}$	5
٥	الإصلاح في الطرفين	5+5
٦	نتيجة	5
٧	استنتاج تعامد المستقيمين (oM) و (DC)	5
	المجموع	60

ملاحظة: يمكن الاعتماد على الرسم مع التعليل الهندسي في الخطوات الثانية والسابعة

السؤال السادس : (٦٠ درجة)

التمرين الثاني:

ليكن لدينا المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$، $(v_n)_{n\geq1}$ المعرفتان وفق: $u_n = 5 - \frac{1}{n}$، $v_n = 5 + \frac{1}{n^2}$ والمطلوب:

1- اثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متزايدة.

2- اثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq1}$ متناقصة.

3- هل المتتاليتان $(u_n)_{n\geq1}$، $(v_n)_{n\geq1}$ متجاورتان ؟ علل إجابتك .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	إثبات التزايد: طريقة (1): $u_{n+1} - u_n > 0$ يوجد u_{n+1} بحسب الفرق + النتيجة طريقة (2): التابع + مشتق + نتيجة طريقة (3): النسبة $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ + التعليل التحقق للخطوات + النتيجة طريقة (4): التدريج ذكر العلاقة + خطوات التدريج + النتيجة	5+10+5 5+10+5 5+10+5 3+15+2
٢	إثبات تناقص $(v_n)_{n\geq1}$: بنفس الأسلوب	5+10+5
٣	نهاية الفرق ⟵ إيجاد الفرق النهاية استنتاج التجاور	5 10 5
	المجموع	60

__ملاحظة:__ . اذا كتب الطالب: $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = 5$

$\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 5$

$\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = \lim\limits_{n \to +\infty} u_n$ ينال درجات الخطوة الثالثة

__ملاحظة:__ في الخطوة (٣) إذا اكتفى الطالب بالإجابة بكلمة نعم دون تعليل الإجابة يخسر ١٥ درجة

السؤال السابع : (٦٠ درجة)

التمرين الثالث: ليكن X متحول عشوائي يمثل عدد النجاحات في تجربة برنولية. الجدول غير المكتمل المجاور هو القانون الاحتمالي للمتحول X الممثل لثلاث تجارب، فإذا علمت أن احتمال النجاح يساوي $\frac{2}{3}$ و

$P(X=0)=\frac{1}{27}$ و $P(X=1)=\frac{6}{27}$

1) جد $P(X=2)$, $P(X=3)$

2) ما التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X؟

3) ما تباين المتحول العشوائي X؟

k	0	1	2	3
$P(X=k)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{\dots}{\dots}$	$\frac{\dots}{\dots}$

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	إيجاد $P(x=2)$ قانون + تعويض + نتيجة إيجاد $P(x=3)$ تعويض + نتيجة	10+5+5 5 × 2
٢	حساب التوقع الرياضي $E(X)=np$ تعويض + نتيجة	5 × 3
٣	إيجاد التباين $v(X)=npq$ تعويض + نتيجة	5 × 3
	المجموع	60

ملاحظة: في حال كتب الطالب : $P(x=2)=\frac{12}{27}$ و $P(x=2)=\frac{8}{27}$ ينال الدرجات المخصصة ضمناً.

ملاحظة: حساب التوقع أو التباين اعتماداً على الجدول ينال الدرجات المخصصة.

السؤال الثامن : (٦٠ درجة)

التمرين الرابع: ليكن $J = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{e^x+2}\,dx$ ، $I = \int_0^{\ln 2} \frac{2}{e^x+2}\,dx$ والمطلوب

1- احسب J.

2- احسب $J + I$ ثم استنتج I.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	التابع الأصلي التعويض	15 لكل حد 5×2
٢	ناتج مجموع $J + I$	5×2
٣	التابع الأصلي الناتج	10 5
٤	$I = \ln 2 - J$ + الناتج	5+5
	المجموع	60

السؤال التاسع :

ثالثاً حل المسألتين الآتيتين (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $f(x) = \ln(e^{-x}+1)$

1- جد نهاية f عند $-\infty$، وعند $+\infty$، هل يقبل الخط C مقاربات غير مائلة؟

2- اثبت أن $f(x) = -x + \ln(e^{x}+1)$

3- اثبت أن المستقيم $y = -x$ مقارب مائل للخط C في جوار $-\infty$.

4- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

5- ارسم المقاربات وارسم الخط البياني C.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	حساب : $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$ نعم أو (يذكر المقارب $y=0$)	10 10 5
٢	طريقة (١) $f(x) = \ln(e^{-x}+1)$ $f(x) = \ln(e^{-x}(1+e^{x}))$ $f(x) = \ln(e^{-x}) + \ln(1+e^{x})$ $f(x) = -x + \ln(1+e^{x})$ طريقة (٢) $f(x) = \ln(\frac{1}{e^{x}}+1)$ (5 درجات) $f(x) = \ln(\frac{1+e^{x}}{e^{x}})$ (5 درجات) $f(x) = \ln(1+e^{x}) - \ln(e^{x})$ (5 درجات) $f(x) = -x + \ln(1+e^{x})$ (5 درجات) طريقة (٣) $f(x) = -x + \ln(1+e^{x})$ $f(x) = \ln(e^{-x}) + \ln(e^{x}+1)$ (5 درجات) $f(x) = \ln(e^{-x}(1+e^{x}))$ (5 درجات) $f(x) = \ln(e^{-x}+1)$ (5+5 درجات)	5 5 + 5 5
٣	$f(x) - y_{\Delta} = \ln(e^{x}+1)$	5
٤	حساب النهاية	10
٥	$f'(x) = \frac{-e^{-x}}{1+e^{-x}}$	15
٦	x: $-\infty$ ... $+\infty$ $f'(x)$: $-$ $f(x)$: $+\infty \searrow 0$	5 5
٧	 الرسم الدقيق للخط البياني مع مقارباته	رسم C 5 رسم المقارب المائل 5 المقارب الأفقي 5
	المجموع	100

السؤال العاشر :

المسألة الثانية:في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(1,1,0)$ و $B(1,2,1)$ و $C(4,0,0)$ والمطلوب

1) اثبت أن النقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة .

2) اثبت أن معادلة المستوي (ABC) تعطى بالعلاقة $x+3y-3z-4=0$

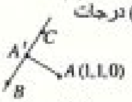
3) ليكن المستويان P, Q معادلتهما :
$P:\ x+2y-z-4=0$
$Q:\ 2x+3y-2z-5=0$

أثبت أن المستويان يتقاطعان في الفصل المشترك d التمثيلات الوسيطية التالية : $d:\begin{cases} x=t-2 \\ y=3 \\ z=t \end{cases},\ t\in\mathbb{R}$

4) ما هي نقطة تقاطع المستويات P , Q , (ABC).

5) احسب بعد A عن المستقيم d.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	إيجاد مركبات الشعاعين	5+5
٢	الشعاعين غير مرتبطين خطياً	5
٣	**طريقة (١)**: نفرض $\vec{n}\,(a,b,c)$ يحقق $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ ، $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ إيجاد الناظم للمستو الوصول إلى معادلة المستوي (ABC) **طريقة (٢)**: افتراض $M\,(x,y,z)$ تنتمي إلى المستوي (ABC) تحقق $\overrightarrow{AM}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ (5 درجات) التعويض والإصلاح (15 درجة) الوصول إلى معادلة المستوي (ABC) (5 درجات) **طريقة (٣)** : تعويض النقاط A ، B ، C في معادلة المستوي والتحقق من انتمائها (25 درجة) **طريقة (٤)**: $ax+by+cz+d=0$ تعويض النقاط (15 درجة) حل جملة المعادلات والوصول إلى المعادلة (10 درجات)	5 5 10 5
٤	الفصل المشترك **طريقة أولى** التعويض بمعادلتي المستويين والتحقق (10+10+5 درجات) **طريقة ثانية** الوصول إلى المعادلات الوسيطية بعزل أحد المجاهيل. **طريقة ثالثة** اختيار نقطتين من الفصل المشترك وإثبات أنهما تنتميان إلى المستويين Q و p **طريقة رابعة** اختيار نقطتين من الفصل المشترك وإيجاد شعاع توجيه لمستقيم الفصل المشترك ثم كتابة معادلة d	25

20	نقطة التقاطع **طريقة(١)** الحل المشترك للمعادلات الوسيطية مع المستوي (ABC) (15 درجة) الوصول إلى إحداثيات نقطة التقاطع (5 درجات) **طريقة(٢)** حل جملة المعادلات الثلاث والوصول إلى إحداثيات نقطة التقاطع (20 درجة)	٥
15	حساب البعد طريقة (١):تعيين $A'(a,b,c)$ المسقط القائم للنقطة A على المستقيم d 1- $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0$ (3) درجات 2- $A' \in P$ و $A' \in Q$ (3) درجات 3- الحصول على إحداثيات A' (3) درجات 4- حساب البعد (3) درجات 5- النتيجة (3) درجات طريقة (٢): 1- كتابة معادلة المستوي R المار بالنقطة A والعمودي على المستقيم d ناظم + معادلة (3+3) 2- الحل المشترك للمستوي R مع المستقيم d واستنتاج A' المسقط القائم للنقطة A على d (3) درجات 3- حساب البعد (3) درجات 4- النتيجة (3) درجات طريقة (٣): 1- بفرض $M(t-2,3,t) \in d$ (3) درجات 2- حساب AM^2 والكتابة $AM^2 = 2t^2 - 6t + 13 = f(t)$ (3) درجات 3- دراسة اطراد f أو الإتمام إلى مربع كامل (3) درجات 4- استنتاج قيمة t الموافقة لأصغر قيمة للتابع f (3) درجات 5- حساب AM (3) درجات طريقة (٤):  وجود نقطتين من d مثل $B(-2,3,0)$ و $C(-1,3,1)$ وحساب $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{BC}$ 1- حساب $\lVert\overrightarrow{BC}\rVert = \sqrt{2}$ و $\lVert\overrightarrow{BA}\rVert = \sqrt{13}$ (3) درجات 2- $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 3$ (3) درجات 3- $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA'}$ (3) درجات 4- الوصول إلى $\lVert\overrightarrow{BA'}\rVert = \frac{3}{\sqrt{2}}$ (3) درجات 5- حساب $AA' = \sqrt{\frac{17}{2}}$ حسب فيثاغورث في المثلث $AA'B$ (3) درجات	٦
100	المجموع	

انتهى السلم

الرياضيات	امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2018	الاسم :
	(الفرع العلمي - الدورة الثانية)	الرقم :
	الصفحة الأولى	المدة :
		الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على R والمطلوب :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

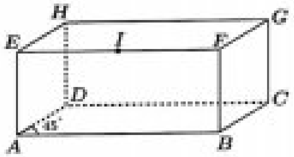
2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع f

3) ما عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$

4) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

السؤال الثاني :

$ABCD\,EFGH$ متوازي سطوح فيه $AB = 2$ و $BC = GC = 1$ وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي 45° والنقطة I منتصف $[EF]$ والمطلوب :



1) احسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$

2) عيّن موضع النقطة M التي تحقق العلاقة :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$$

السؤال الثالث :

في إحدى مراكز الخدمة ثلاثة مهندسين وخمسة عمال ، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة .

السؤال الرابع :

$(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = 2$ وفيها $u_0 = 1$ والمطلوب :

احسب u_3 استنتج قيمة المجموع $S = u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7$

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول :

ليكن التابع f المعرف على المجال $]2,+\infty[$ وفق : $f(x) = x - 4 + \sqrt{x-2}$

1) ادرس تغيرات التابع f على المجال $]2,+\infty[$ ونظم جدولاً بها .

2) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً

3) اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3

يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثاني : صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء
نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً . نتأمل المتحول العشوائي X الذي
يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء
و القيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء و القيمة 0 عدا ذلك المطلوب
اكتب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه الرياضي

التمرين الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x) = e^x - 1$ المطلوب
1) جد مجموعة حلول المتراجحة $f(x) \leq 0$
2) احسب $\int_0^{ln2} f(x)\, dx$

التمرين الرابع :
في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقطتين B و A اللتين يمثلهما
على الترتيب العددان العقديان : $Z_B = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ و $Z_A = 4$ ولتكن I منتصف $[AB]$
1) مثّل النقطتين B و A في معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ واكتب Z_B بالشكل الأسي
2) بيّن طبيعة المثلث OAB وأثبت أنّ قياس الزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{OI})$ هو $\frac{\pi}{8}$
3) اكتب العدد العقدي Z_I الممثل للنقطة I بالصيغة الجبرية والأسية واستنتج $sin\frac{\pi}{8}$

<u>ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين:</u> (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط :

$A(2,1,3)$ $\quad$ $B(1,0,-1)$ $\quad$ $C(4,0,0)$ $\quad$ $D(0,4,0)$ $\quad$ $E(1,-1,1)$

1) جد $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{CE}$
2) أثبت أنّ النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة
3) أثبت أنّ (AB) يعامد المستوي (CDE)
4) اكتب معادلة المستوي (CDE)
5) احسب بعد B عن المستوي (CDE)
6) اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE)

المسألة الثانية :
ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق : $f(x) = x^2 - \ln x$ المطلوب :
1) جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه
2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .
3) اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x = 1$
4) في معلم متجانس ارسم المماس T والخط البياني C
5) احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيمين $x = 1$ و $x = e$
6) نعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ حيث : $u_n = n^2 - ln(n)$ أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متزايدة

انتهت الأسئلة

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	جدول التغيرات
٢	السؤال الثاني	أشعة
٣	السؤال الثالث	تحليل توافقي
٤	السؤال الرابع	متتالية
٥	السؤال الخامس / التمرين الأول	تابع مركب
٦	السؤال السادس / التمرين الثاني	احتمالات
٧	السؤال السابع / التمرين الثالث	تابع أسي
٨	السؤال الثامن / التمرين الرابع	عقدية
٩	السؤال التاسع / المسألة الأولى	مسألة أشعة
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة تحليل

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، تعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :	الأحاد	العشرات	المئات
	٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالأحاد.
حقل الأحاد بالعشرات.
حقل العشرات بالمئات.

الدورة الامتحانية الثانية لعام ٢٠١٨م

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول : تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ والمطلوب :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

1- جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للتابع f.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

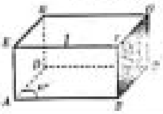
4- دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f.

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
8 8	2 $+\infty$	١
8	$y=2$	٢
8	حلان	٣
8	$f(2)=-1$ أو (-1)	٤
40	المجموع	

ملاحظة:

السؤال الثاني :

$ABCDEFGH$ متوازي سطوح ، فيه $AB=2$ و $BC=GC=1$ ، وقياس الزاوية $\widehat{DAB}$ يساوي $45°$ ، والنقطة I منتصف $[EF]$ المطلوب :



1- احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$.

2- عين موضع النقطة M التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{FB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$.

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم
5	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=\lVert\overrightarrow{AB}\rVert.\lVert\overrightarrow{AD}\rVert\cos\theta$	١
5+5	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}=2\times1\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$	٢
5	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}+\frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$	٣
5+5	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AF}+\frac{1}{2}(2\overrightarrow{FI})$	٤
5	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{FI}=\overrightarrow{AI}$	٥
5	M تنطبق على I	٦
40	المجموع	

طريقة ثانية للطلب الثاني:

في حال اختار الطالب معلم كيفي مناسب وأوجد إحداثيات الرؤوس وإحداثيات M وإحداثيات I ووجد أن M تنطبق على I فإن:

للإحداثيات 16 درجة

التعويض بالعلاقة المفروضة 4 درجات ، الوصول للنتيجة 5 درجات

أو الوصول إلى النتيجة بأي طريقة صحيحة ومبررة ينال الدرجات المخصصة

السؤال الثالث :

في إحدى مراكز الخدمة ثلاث مهندسين وخمس عمال ، كم لجنة قوامها مهندس واحد وعاملان يمكننا تشكيلها لمتابعة أعمال الخدمة .

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\binom{3}{1}\binom{5}{2}=$	10+10
٢	$=3.\frac{5\times4}{2}$	5+10
٣	$=3\times10=30$	5
	المجموع	40

ملاحظات : ١- إذا كتب الطالب $\binom{5}{3}$ ينال فقط درجة النشر و الناتج (15) درجة.

٢- اختيار المهندس بثلاث طرائق (3) ينال (15) درجة.

٣- إذا جمع توافيق بخمس (20) درجة.

السؤال الرابع:

$(u_n)_{n\geq0}$ متتالية هندسية أساسها $q=2$ وفيها $u_0=1$ ، والمطلوب:

أحسب u_3 ثم أحسب المجموع $S=u_3+u_4+u_5+u_6+u_7$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$u_3=u_0\,q^3$	5
٢	$u_3=1\times(2)^3=8$ تعويض + النتيجة	5+5
٣	$S=u_3\times\frac{1-(q)^5}{1-q}$	10
٤	$S=8\times\frac{1-(2)^5}{1-2}$ (القيمة 8 + الأس)	5 + 5
٤	$S=\frac{8}{-1}.(1-32)=284$	5
	المجموع	40

ملاحظات :

١- الوصول إلى u_3 بشكل صحيح (15) درجة .

٢- المجموع بشكل صحيح (25) درجة.

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس: (٦٠ درجة)

التمرين الأول: ليكن f التابع المعرف على المجال $]2,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\sqrt{x-2}$

1- ادرس تغيرات f على المجال $]2,+\infty[$ ونظم جدولاً بها.

2- أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً.

3- اكتب معادلة المماس للخط C في النقطة التي فاصلتها 3.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to 2} f(x)=-2$	5
٢	$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$	5
٣	$f'(x)=1+\dfrac{1}{2\sqrt{x-2}}$	5
٤	$\begin{array}{c\|lcr} x & 2 & & +\infty \\ \hline f'(x) & \| & + & \\ \hline f(x) & -2 & \nearrow & +\infty \end{array}$	5+5
٥	f مستمر ومتزايد تماماً (مطرد)	5+5
٦	$f\left(]2,+\infty[\right)=]-2,+\infty[$	5
٧	$0\in]-2,+\infty[$ للمعادلة حل وحيد	3+2
٨	$x=3$, $f(x)=0$	5
٩	$f'(3)=\dfrac{3}{2}$	5
١٠	$y=\dfrac{3}{2}(x-3)$	3 + 2 النتيجة + القانون
	المجموع	60

ملاحظة: إذا حل الطالب المعادلة جبرياً وتوصل للحل المطلوب ينال الدرجات المخصصة للخطوات ٦ ، ٧

السؤال السادس : (١٠ درجه)

التمرين الثاني : صندوق يحوي (9) كرات متماثلة منها (4) كرات خضراء و (5) كرات حمراء، نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً، نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء، والقيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتين حمراوين وكرة خضراء والقيمة صفر فيما عدا ذلك والمطلوب:

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$X = \{0 , 3 , 5\}$	5
٢	$p(X = 5) = \dfrac{\binom{5}{3}}{\binom{5}{3}} = \dfrac{10}{84}$	5+5+5
٣	$p(X = 3) = \dfrac{\binom{5}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}} = \dfrac{40}{84}$	5+5+5
٤	$p(X = 0) = \dfrac{34}{84}$	5+5
	$\begin{array}{c\|ccc} x_i & 0 & 3 & 5 \\ \hline p(X = x_i) & \frac{34}{84} & \frac{40}{84} & \frac{10}{84} \end{array}$	
٥	$E(X) = \dfrac{170}{84}$ (القانون + تعويض + نتيجة)	5+5+5
	المجموع	60

السؤال السابع : (٦٠ درجة)

التمرين الثالث :

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=e^{x}-1$ والمطلوب :

1- جد مجموعة حلول المتراجحة $f(x)\le 0$.

2- احسب : $\int_{0}^{\ln 2} f(x)\,d(x)$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$e^{x}-1\le 0$	5
٢	$e^{x}\le 1$ ، $\ln(1)=0$	5+5
٣	$x\le 0$ أو $x\in]-\infty,0]$	5
	$\int_{0}^{\ln 2} f(x)dx=\int_{0}^{\ln 2}(e^{x}-1)dx$	
٤	$=[e^{x}-x]_{0}^{\ln 2}$	10+10
٥	$F(\ln 2)-F(0)=(2-\ln 2)-(1-0)$	5+5+5
٦	$=1-\ln 2$	5
	المجموع	60

طريقة٢ للطلب الأول:

$f'(x)=e^{x}>0$ 5 درجات

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$\nearrow$	0	$\nearrow$

5 درجات

5 درجات

من الجدول نجد أن: $f(x)\le 0$ عندما $x\in]-\infty,0]$ 5 درجات

السؤال الثامن : (٦٠ درجة)

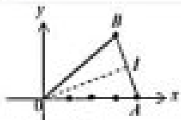
التمرين الرابع : في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ لتأمل النقطتين A ، B اللتين يمثلهما على الترتيب العددان العقديان: $z_B = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\,i$ ، $z_A = 4$ ولتكن I منتصف [AB] .

المطلوب:

1) مثّل النقطتين B ، A في معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ واكتب z_B بالشكل الأسي.

2) بيّن طبيعة المثلث OAB ، وأثبت أن قياس الزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{OI})$ هو $\frac{\pi}{8}$.

3) اكتب العدد العقدي z_I الممثل للنقطة I بالصيغة الجبرية والأسية واستنتج $\sin(\frac{\pi}{8})$.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	 درجتان لـ A و 3 لـ B	2+3
٢	$Z_B = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$ $r = \sqrt{8+8} = 4$	5
٣	$\theta = \frac{\pi}{4}$	5
٤	$Z_B = 4e^{i\frac{\pi}{4}}$	5
٥	$OB = r = 4$ ، $OA = 4$ المثلث OAB متساوي الساقين	5
٦	OI متوسط في المثلث OAB المتساوي الساقين فهو منصف وقياس $(\vec{u},\overrightarrow{OI}) = \frac{\pi}{8}$	5
٧	$I(2+\sqrt{2},\sqrt{2})$	5
٨	$Z_I = 2+\sqrt{2}+\sqrt{2}i$	5
٩	$r_I = \sqrt{(2+\sqrt{2})^2 + 2}$ $= \sqrt{8+8\sqrt{2}}$ $= 2\sqrt{2+\sqrt{2}}$ أو	5
١٠	$Z_I = 2\sqrt{2+\sqrt{2}}\, e^{i\frac{\pi}{8}}$	5
١١	$\sin\frac{\pi}{8} = \frac{y_I}{r} = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2+\sqrt{2}}}$ أو أي نتيجة مكافئة	5+5
	المجموع	60

السؤال التاسع: ثانياً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، لدينا النقاط:

$A(2,1,3)$ و $B(1,0,-1)$ و $C(4,0,0)$ و $D(0,4,0)$ و $E(1,-1,1)$

1) جد $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{CD}$ ، $\overrightarrow{CE}$.

2) أثبت أنّ النقاط C و D و E ليست واقعة على استقامة واحدة .

3) أثبت أنّ (AB) يعامد المستوي (CDE).

4) اكتب معادلة المستوي (CDE) .

5) احسب بعد B عن المستوي (CDE).

6) اكتب معادلة الكرة التي مركزها B وتمس المستوي (CDE).

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\overrightarrow{AB}=(-1,-1,-4)$ $\overrightarrow{CD}=(-4,4,0)$ $\overrightarrow{CE}=(-3,-1,1)$ $\frac{-4}{-3}\neq\frac{4}{-1}$ المركبات غير متناسبة والنقاط ليست على استقامة واحدة	3 3 3 6
٢	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=4-4+0=0$ $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CE}=3+1-4=0$	5 5
٣	$\overrightarrow{AB}$ عمود على كل من $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{CE}$ ومنه (AB) يعامد المستوي (CED)	5 5
٤	معرفة الناظم $\vec{n}(-1,-1,-4)$ كتابة المعادلة العامة للمستوي والتعويض الوصول إلى معادلة المستوي $x+y+4z-4=0$	10 5+10 5
٥	$dist(B,CDE)=\frac{7}{\sqrt{18}}$ القانون + تعويض + نتيجة	5+5+5
٦	معرفة أن $d=R=\frac{7}{\sqrt{18}}$	10
٧	معادلة الكرة + تعويض	5+5
	المجموع	100

طريقة ثانية لإيجاد معادلة المستوي:

يمكن تعويض النقاط و الوصول إلى ثلاث معادلات بأربع مجاهيل — 15 درجة

والإصلاح و الوصول إلى قيمة الوسطاء — 10 درجات

كتابة معادلة المستوي — 5 درجات

طريقة ثالثة لإيجاد معادلة المستوي (CED):

نفترض أن $M(x,y,z)\in(CED)$

$\overrightarrow{CM}=\alpha\overrightarrow{CD}+\beta\overrightarrow{CE}$ ، إيجاد مركبات $\overrightarrow{CM}$ ، تعويض في العلاقة — 5 + 5 + 5

إيجاد α , β ، الوصول إلى معادلة المستوي — 5 + 5 + 5

السؤال العاشر:

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0,+\infty[$ وفق: $f(x) = x^2 - \ln x$ والمطلوب:

1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

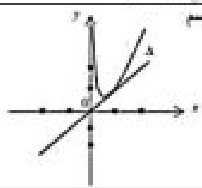
2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة المماس T للخط البياني C في نقطة منه فاصلتها $x = 1$.

4- في معلم متجانس ارسم المماس T والخط البياني C.

5- احسب مساحة السطح المحصور بالخط البياني C ومحور الفواصل والمستقيمين $x = 1$ ، $x = e$.

6- لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ حيث: $u_n = n^2 - \ln(n)$. أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متزايدة.

الرقم	الخطوة	درجة الخطوة
١	$\lim\limits_{x\to0} f(x) = +\infty$	5
٢	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ إزالة عدم التعيين + النهاية	5+5
٣	$f'(x) = 2x - \frac{1}{x}$	5
٤	ينعدم $f'(x)$ عندما $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ و ($x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ مرفوض)	2+3
٥	$f(\frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{2} - \ln\frac{1}{\sqrt{2}}$ أو $f(\frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{1}{2} + \ln\sqrt{2}$	5
٦	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & \frac{1}{\sqrt{2}} & & +\infty \\ \hline f'(x) & \| & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & \| +\infty & \searrow & \frac{1}{2}+\ln\sqrt{2} & \nearrow & +\infty \end{array}$	5+5
٧	$f(1) = 1$ $f'(1) = 1$	5 5
٨	معادلة المماس $y = x$	5
٩	الرسم 	5+5
١٠	$S = \int_1^e (x^2 - \ln x)dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_1^e - \int_1^e \ln x\, dx =$	5+5
١١	تكامل بالتجزئة: $I = \int_1^e \ln x\, dx$ ، $u = \ln x$ $v' = 1$ ، $u' = \frac{1}{x}$ $v = x$ $I = x\ln x\,]_1^e - \int_1^e 1dx$ $= x\ln x - x\,]_1^e$	5

١٢	$= \left[\frac{x^3}{3} - x\ln x + x\right]_1^e = \frac{e^3-4}{3}$	5+5
	$u_n = f(n)$	
١٣	من جدول التغيرات نلاحظ أن التابع f مستمر ومتزايد على المجال $\left]\frac{1}{\sqrt{2}},+\infty\right[$	5
١٤	فهو متزايد على المجال $[1,+\infty[$	3
١٥	ومنه u_n متزايدة	2
	المجموع	100

طريقة ثانية لإثبات تزايد المتتالية:

$$u_n = n^2 - \ln n$$

$$u_{n+1} = (n+1)^2 - \ln(n+1)$$

$$u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - n^2 - \ln(n+1) + \ln n$$

$u_{n+1} - u_n = 2n+1+\ln(\frac{n}{n+1}) > 0$ المتتالية متزايدة

طريقة ثالثة لإثبات تزايد المتتالية:

$u_n = n^2 - \ln n \qquad n \geq 1$

نرمز بـ $E(n)$ ...... $u_{n+1} > u_n$

نثبت صحة $E(1)$ ..... $u_2 = 4 - \ln 2 > u_1 = 1$

نفرض صحة $E(n)$ .... $u_{n+1} > u_n$

ومنه $u_{n+1} - u_n > 0$

أي $2n+1+\ln(\frac{n}{n+1}) > 0$

نثبت $E(n+1)$ أي نثبت أن $u_{n+2} - u_{n+1} > 0$

$$u_{n+2} - u_{n+1} = (n+1)^2 - \ln(n+2) - (n+1)^2 + \ln(n+1)$$

$$u_{n+2} - u_{n+1} = 2n+3+\ln(\frac{n+1}{n+2})$$

$$u_{n+2} - u_{n+1} = 2n+3+\ln(\frac{n}{n+1}\cdot\frac{(n+1)^2}{n(n+2)})$$

$$u_{n+2} - u_{n+1} = 2n+3+\ln(\frac{n}{n+1}) + \ln\left(\frac{(n+1)^2}{n(n+2)}\right)$$

$$u_{n+2} - u_{n+1} = 2n+\ln(\frac{n}{n+1}) + n+2+\ln\left(\frac{n^2+2n+1}{n^2+2n}\right)$$

موجب فرضا   موجب

ملاحظة:

إذا كتب الطالب التابع الأصلي للتابع $\ln x$ هو $x\ln x$ وتوثق من ذلك بالاشتقاق ينال 5 درجات.

<u>**انتهى السلم**</u>

الرياضيات	امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2019 (الفرع العلمي - الدورة الأولى) الصفحة الأولى	الاسم : الرقم : المدة : الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : تجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على R خطه البياني C

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	3

1) جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C

3) دل على القيمة الحدية الصغرى للتابع f

4) احسب $f(\,]-1,2[\,)$

السؤال الثاني : عين الحد المستقل عن x في منشور $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^6$

السؤال الثالث : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R^* وفق : $f(x) = x + 3 - \frac{1}{x^2}$

المطلوب : أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = x + 3$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$

ثم ادرس الوضع النسبي للخط C والمستقيم Δ

السؤال الرابع : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$

1) اكتب تمثيل وسيطي للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$

2) أثبت أنّ المستقيمين (AB) و d متعامدان

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق : $S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^n}$ المطلوب

1) أثبت أنّ المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً

2) أثبت أنّ S_n تكتب بالشكل $S_n = \frac{1}{2}\left(3 - \frac{1}{3^n}\right)$

ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ وبيّن أنها متقاربة

التمرين الثاني : يحتوي صندوق على خمس كرات ، ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0 , 1 , 2

وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0 , 1 نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من الصندوق

1) الحدث A : الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته ، احسب $P(A)$

2) نعرف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين

عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X واكتب جدول قانونه الاحتمالي ، ثم احسب توقعه الرياضي .

يتبع في الصفحة الثانية ...

التمرين الثالث : ليكن التابع f المعرف على $]e^{-1},+\infty[$ وفق العلاقة : $f(x)=\frac{2+\ln x}{1+\ln x}$ المطلوب

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أعط عدداً حقيقياً A يحقق الشرط إذا كانت $x>A$ كان $f(x)$ في المجال $]0.9\ ,\ 1.1[$

2) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$

التمرين الرابع : لتكن النقطتان A و B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية : $Z_A=-1+i$ و $Z_B=-3i$

وليكن $P(Z)=Z^2+(1+2i)Z+3+3i$ والمطلوب :

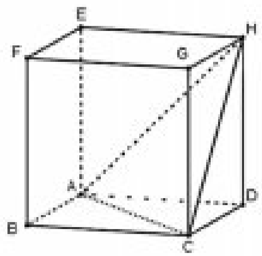
1) أثبت أنّ Z_A حلاً للمعادلة $P(Z)=0$ ثم استنتج الحل الآخر للمعادلة

2) جد العدد العقدي Z' الممثل للنقطة A' صورة النقطة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$

3) اكتب Z_A بالشكل الأسي

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$ المكعب $ABCDEFGH$



1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط

$A\ ,C\ ,H\ ,F\ ,D$

2) اكتب معادلة المستوي (ACH)

3) أثبت أنّ المستوي P الذي معادلته

$P:\ -2x+2y-2z+1=0$

يوازي المستوي (ACH)

4) بفرض I مركز ثقل المثلث (ACH) أثبت أنّ D و I و F على استقامة واحدة

5) اكتب معادلة الكرة S التي مركزها $\Omega(1,-1,1)$ ونصف قطرها $R=\sqrt{3}$

وبيّن أنّ المستوي (ACH) يمس الكرة S

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x)=\frac{4}{1+e^x}$ والمطلوب :

1) جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب وجدته .

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

3) جد معادلة للمماس T للخط البياني C عند النقطة $(0,2)$ وادرس الوضع النسبي لـ C و T

4) في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني C

5) ليكن C' الخط البياني للتابع g المعرف على R وفق $g(x)=\frac{4e^x}{1+e^x}$

استنتج الخط البياني C' للتابع g

انتهت الأسئلة

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة - الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الأولى لعام ٢٠١٩م

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	جدول تغيرات
٢	السؤال الثاني	تحليل توافقي
٣	السؤال الثالث	تحليل(مقارب)
٤	السؤال الرابع	أشعة
٥	السؤال الخامس/ التمرين الأول	متتاليات
٦	السؤال السادس/ التمرين الثاني	احتمالات
٧	السؤال السابع/ التمرين الثالث	تحليل
٨	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	عقدية
٩	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة
١٠	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة تحليل

٢- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٤- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٥- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي الخطأ إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٦- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

٧- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

٨- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

١١- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك : الأحاد ٢ العشرات ١ المئات ١

بعد استبدال حقل الكسور بالأحاد.

حقل الأحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ خطه البياني C.

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	3

1- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2- اكتب معادلة المقارب الأفقي للخط البياني C.

3- دل على القيمة المحلية الصغرى للتابع f.

4- احسب $f(\,]-1,2[\,)$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+3$ أو فقط (3)	8
2	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ أو فقط $(+\infty)$	8
3	المقارب الأفقي $y=3$	8
4	$f(-1)=-2$ أو فقط (-2)	8
5	$f(\,]-1,2[\,)=]-2,4[$ أو فقط $(]-2,4[)$	4 + 4 أقواس مجالات
	المجموع	40

السؤال الثاني : عيّن الحد المستقل عن x في منشور $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^6$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$T_r=\binom{n}{r}(a)^{n-r}\cdot b^r$	10
2	$T_r=\binom{6}{r}(x)^{6-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r$	5+5
3	$T_r=\binom{6}{r}(x)^{6-r}(x^{-2})^r$	5
4	$T_r=\binom{6}{r}(x)^{6-3r}$ الحد المستقل x	5
5	$6-3r=0$ $r=2$	3 2
6	$T_3=\binom{6}{2}$ أو كتب الحد الثالث	5
	المجموع	40

ملاحظة: إذا حسب الطالب بشكل منفرد $(x)^{6-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r$

- إذا كتب الطالب $(x)^{6-r}\left(\frac{1}{x^2}\right)^r=x^0$ ينال 20 درجة فقط
- $x^{6-3r}=x^0$ 5 درجات
- $6-3r=0$ ، $r=2$ 5 درجات

السؤال الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}^*$ وفق: $f(x)=x+3-\frac{1}{x^2}$ والمطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=x+3$ مقارب للخط C في جوار $+\infty$ ، ثم ادرس الوضع النسبي للخط C والمستقيم Δ.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$f(x)-y=(x+3-\frac{1}{x^2})-(x+3)$	5 + 5 تعويض قانون
2	$=-\frac{1}{x^2}$	5 نتيجة
3	$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-y_\Delta)=0$	10
4	$f(x)-y_\Delta=-\frac{1}{x^2}<0$	10
5	C تحت Δ	5
	المجموع	40

السؤال الرابع: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نتأمل النقطتين $A(1,0,1)$ و $B(0,1,1)$.

1) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من A ويقبل شعاع توجيه له $\vec{u}(2,2,1)$.

2) أثبت أن المستقيمين (AB) و d متعامدان.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$d:\begin{cases}x=2t+1\\ y=2t\\ z=t+1\end{cases}\quad ;t\in\mathbb{R}$	10 + 5 تعويض قانون
2	$\overrightarrow{AB}(-1,1,0)$	5
3	$\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}=(-1)(2)+(1)(2)+(0)(1)$	5 + 5
4	$\overrightarrow{AB}\cdot\vec{u}=0$	5
5	إذن AB يعامد d	5
	المجموع	40

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس: (٦٠ درجة)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + ... + \frac{1}{3^n}$ والمطلوب :

1) أثبت أن المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً.

2) أثبت أن S_n تكتب بالشكل $S_n = \frac{1}{2}(3 - \frac{1}{3^n})$ ، ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية $(S_n)_{n\geq 0}$ وبيّن أنها متقاربة.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$S_{n+1} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + ... + \frac{1}{3^n} + \frac{1}{3^{n+1}}$	10
2	$S_{n+1} - S_n = \frac{1}{3^{n+1}} > 0$	5 + 5+ 5 قانون
3	قانون مجموع حدود متتالية هندسية	5
4	$S_n = (1). \dfrac{1 - (\frac{1}{3})^{n+1}}{1 - \frac{1}{3}}$	5
5	$S_n = \frac{3}{2}(1 - (\frac{1}{3})^{n+1})$	5
6	$= \frac{1}{2}(3 - \frac{1}{3^n})$	5
7	$S_n \leq \frac{3}{2}$	5
8	الحد الراجح أي عدد أكبر أو يساوي $\frac{3}{2}$	5
9	$(S_n)_{n\geq 0}$ متتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متتالية متقاربة	5
	المجموع	60

ملاحظة: إذا أوجد $\lim_{n\to+\infty} S_n = \frac{3}{2}$ وكتب كذلك المتتالية متقاربة ينال الدرجة المخصصة للخطوة رقم 9

ملاحظة: إذا حل الطالب الطلب الثاني بالتدريج ينال الدرجات المخصصة للخطوات 3 ، 4 ، 5 ، 6 وفق الجدول الآتي:

1	ترميز $E(n)$	2
2	إثبات صحة $E(0)$	2+2
3	لفرض صحة $E(n)$ ولنثبت صحة $E(n+1)$	2+2
4	كتابة $S_{n+1} = S_n + \frac{1}{3^{n+1}}$	2
5	استخدام الفرض وكتابة: $S_{n+1} = \frac{1}{2}(3 - \frac{1}{3^n}) + \frac{1}{3^n} \times \frac{1}{3}$	2
6	$S_{n+1} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}\frac{1}{3^n} + \frac{1}{3^n} \times \frac{1}{3}$	2
7	الوصول إلى: $S_{n+1} = \frac{3}{2} - \frac{1}{3^n}(\frac{1}{3\times 2})$	2
8	$S_{n+1} = \frac{1}{2}(3 - \frac{1}{3^{n+1}})$	2

ملاحظة: إذا اثبت التزايد بالتدريج وفق ما يأتي يذلل الدرجات المخصصة للخطوات 1و2 وفق الجدول الآتي:

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$S_{n+1} - S_n > 0$	5
2	ترميز $E(n)$	2
3	إثبات صحة $E(0)$	2+2
4	لفرض صحة $E(n)$ ولنثبت صحة $E(n+1)$	2+2
5	الإصلاح و النتيجة	(5)×2

السؤال السادس : (٦٠ درجة)

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق على خمس كرات، ثلاث حمراء اللون وتحمل الأرقام 0 ، 1 ، 2 وكرتان بيضاء اللون وتحمل الأرقام 0، 1 ، نسحب عشوائياً كرتين على التتالي دون إعادة من هذا الصندوق.

1- الحدث A : " الكرتان المسحوبتان لهما اللون ذاته" ، احسب $P(A)$.

2- نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على مجموع رقمي الكرتين المسحوبتين.

عيّن مجموعة قيم المتحول العشوائي X ، واكتب جدول قانونه الاحتمالي، ثمّ احسب توقعه الرياضي.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$P(A) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{8}{20}$	4× 3
2	$X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$	8
3	$P(x=0) = \dots\dots = \frac{2}{20}$ $P(x=1) = \dots\dots = \frac{8}{20}$ $P(x=2) = \dots\dots = \frac{6}{20}$ $P(x=3) = \dots\dots = \frac{4}{20}$	5 5 5 5
4	$\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c} x & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P(x) & \frac{2}{20} & \frac{8}{20} & \frac{6}{20} & \frac{4}{20} \end{array}$	5
5	$E(x) = \sum_{i=1}^{i=4} x_i P_i\ 5$	5
6	$= \frac{0+8+12+12}{20}$	5
7	$= \frac{32}{20}$	5
	المجموع	60

ملاحظة: إذا أنجز الحل على اعتبار أن السحب بالتتالي مع إعادة وتابع بشكل صحيح يخسر (10 درجات)

ملاحظة: في الخطوتين 3 و 4 إذا كتب الطالب:

	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	3

ثم كتب جدول القانون الاحتمالي وفق الشكل:

X	0	1	2	3
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$

ينال 15 درجة فقط للخطوتين

ملاحظة: إذا أنجز الطالب إحدى الخطوات 1 أو 2 أو 3 أو 4 معتمداً على جدول ينال الدرجات المخصصة

السؤال السابع : (٦٠ درجة)

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $I = \left]e^{-1}, +\infty\right[$ وفق العلاقة : $f(x)=\frac{2+\ln x}{1+\ln x}$ والمطلوب :

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أعط عدداً حقيقياً A يحقق الشرط: إذا كان $x > A$ ، كان $f(x)$ في المجال $\left]0.9 , 1.1\right[$.

2) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(f(x))$.

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
5 + 5	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$	1
5 + 5 + 5 + 5 نصف قطر + مركز + قانون + تعويض	$\left\lvert\frac{\ln(x)+2}{\ln(x)+1}-1\right\rvert<0.1$	2
5	$\left\lvert\frac{1}{\ln(x)+1}\right\rvert<\frac{1}{10}$	3
5 + 5	$1+\ln(x)>10$	4
3	$\ln(x)>9$	5
2	$x>e^9$ $A=e^9$ أو أي عدد أكبر منها	6
5 + 5	$\lim_{x\to+\infty} f(x)=f(1)=2$	7
60	المجموع	

ملاحظة: إذا حل الطالب بالطريقة الآتية:

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
5	$f(x)=1+\frac{1}{\ln x+1}$	1
5 + 5	$\frac{9}{10}<1+\frac{1}{\ln x+1}<\frac{11}{10}$	2
5	$-\frac{1}{10}<\frac{1}{\ln x+1}<\frac{1}{10}$	3
5	$0<\frac{1}{\ln x+1}<\frac{1}{10}$	4
5	$\ln(x)+1>10$	5
5	$\ln(x)>9$	6
5	$x>e^9$	7
	$A=e^9$ أو أي عدد أكبر منها	

ملاحظة: إذا أخطأ الطالب في حساب المركز أو نصف القطر يخسر درجتان ويتابع له التصحيح.

السؤال الثامن : (٦٠ درجة)

التمرين الرابع : لتكن النقطتان A و B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية $z_A = -1+i$ و $z_B = -3i$ ،

وليكن $p(z) = z^3 + (1+2i)z + 3+3i$ والمطلوب :

1- أثبت أنّ z_A حلاً للمعادلة $p(z) = 0$ ثم استنتج الحل الآخر للمعادلة.

2- جد العدد العقدي z' الممثّل للنقطة A' صورة النقطة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

3- اكتب z_A بالشكل الأسي.

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
5 + 5 + 5 تعويض + نشر + نتيجة	$P(-1+i) = (-1+i)^2 + (1+2i)(-1+i) + 3+3i = 0$	1
5	$Z_1 + Z_2 = -\frac{b}{a}$ أو $Z_1 . Z_2 = \frac{c}{a}$	2
5 + 5 تعويض + نتيجة	الوصول $Z = -3i$	3
5	$Z' - Z_B = e^{i\theta}(Z_A - Z_B)$	4
5	$Z' + 3i = e^{i\frac{\pi}{2}}(-1+i+3i)$	5
5	$Z' = -4-4i$	6
5	$r = \sqrt{2}$	7
5	$\theta = \frac{3\pi}{3}(2\pi)$	8
5	$Z_A = \sqrt{2}\, e^{i\frac{3\pi}{4}}$	9
60	المجموع	

ملاحظة: إذا استنتج الطالب الجذر الآخر بأي طريقة صحيحة ينال الدرجة المخصصة

ملاحظة: إذا أوجد الجذرين باستخدام المميز أو الإتمام إلى مربع كامل أو القسمة الإقليدية ينال الدرجات المخصصة كاملة

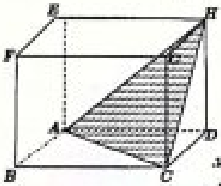
إيجاد المميز $3 \times (2)$ درجات

إيجاد الجذرين التربيعيين للمميز $2 \times (8)$ درجات

إيجاد الجذرين المطلوبين $2 \times (4)$ درجات

السؤال التاسع :

المسألة الأولى: نتأمل في معلم متجانس $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$، المكعب $ABCDEFGH$



والمطلوب:

1) اكتب في هذا المعلم إحداثيات كل من النقاط $D\ ,\ F\ ,\ H\ ,\ C\ ,\ A$.

2) اكتب معادلة المستوي (ACH) .

3) أثبت أن المستوي P الذي معادلته $p: -2x + 2y - 2z + 1 = 0$ يوازي المستوي (ACH).

4) بفرض I مركز ثقل المثلث ACH أثبت أن $D\ ,\ I\ ,\ F$ على استقامة واحدة.

5) اكتب معادلة الكرة S التي مركزها $\Omega(1,-1,1)$ ونصف قطرها $R = \sqrt{3}$ ، وبيّن أن المستوي (ACH) يمس الكرة S.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	إيجاد إحداثيات A,C,D,F,H	5×(3)
2	معادلة المستوي من الشكل $ax+by+cz+d=0$	5
3	تعويض النقاط الثلاث والحصول على ثلاث معادلات خطية بدلالة a,b,c,d	(4)×3
4	إيجاد a,b,c	(3)×3
5	كتابة معادلة المستوي	4
6	التحقق من التوازي	2×(5)
7	احداثيات مركز الثقل	3×3
8	إثبات النقاط H,I,F على استقامة واحدة	5 + 3 + 3 شعاع شعاع تناسب
9	معادلة الكرة (قانون +تعويض)	2×(5)
10	حساب بعد Ω عن المستوي (ACH) (قانون + نتيجة)	5+5
11	التحقق من بعد Ω عن المستوي $= r$	5
	المجموع	100

طريقة ثانية لإيجاد معادلة المستوي:

1	$\overrightarrow{AM} = \alpha\overrightarrow{AC} + \beta\overrightarrow{AH}$	5
2	$\begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \alpha \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} + \beta \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$	3×3
3	الإصلاح وكتابة المعادلات	3×(4)
	إيجاد معادلة المستوي	4

طريقة ثالثة لإيجاد معادلة المستوي:

1	ناظم $\overrightarrow{n}(a,b,c)$	2
2	إيجاد مركبات أي شعاعين من (ABC)	(3)×2
3	الجداء السلمي يساوي الصفر	(3)×2+(3)×2
4	حساب الثوابت $a\ ,\ b\ ,\ c$ أو كتابة $\overrightarrow{n}(a,b,c)$	3×(2)
5	معادلة المستوي	4

• ملاحظة1: الوصول إلى معادلة المستوي بأي طريقة سليمة أخرى لم تذكر في السلم توزع الدرجات بما يتوافق مع السلم

• ملاحظة2: إذا نسب الطالب المكعب إلى معلم آخر وتابع حلّ المسألة بطريقة صحيحة يخسر 3 درجات فقط

السؤال العاشر :

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=\dfrac{4}{1+e^{x}}$ والمطلوب :

1- جد نهاية التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب وجدته.

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- جد معادلة للمماس T للخط البياني C عند النقطة $(0 , 2)$ ، وادرس الوضع النسبي لـ C و T.

4- في معلم متجانس ارسم كل مقارب وجدته ثم ارسم المماس T والخط البياني C .

5- ليكن C' الخط البياني للتابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق $g(x)=\dfrac{4e^{x}}{1+e^{x}}$ ، استنتج الخط البياني C' للتابع g .

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	10
2	$y=0$ مقارب أفقي	5
3	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=4$	10
4	$y=4$ مقارب أفقي	5
5	$f'(x)=\dfrac{-4e^{x}}{(1+e^{x})^{2}}<0$	10
6	$\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & \\ \hline f(x) & 4 & \searrow & 0 \end{array}$	5 5
7	قانون المماس	5
8	$m=f'(0)=-1$	3
9	معادلة T: $y=-x+2$	2
10	تشكيل تابع الفرق	5
11	$\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & 0 & +\infty \\ \hline \text{الوضع النسبي} & C \text{ تحت } \Delta & & C \text{ فوق } \Delta \end{array}$	5×2
12	 الرسم الدقيق للخط البياني مع مقارباته مع المماس	رسم C 5 رسم المقاربين 2+3 رسم المماس 5
13	$f(-x)=\dfrac{4}{1+e^{-x}}=f(-x)=\dfrac{4}{1+e^{-x}}$ C' نظير C بالنسبة لمحور التراتيب	5+5
	المجموع	100

ملاحظة: في استنتاج C' إذا كتب الطالب ما يأتي:

1	$g(x)=\dfrac{4e^{x}+4-4}{(1+e^{x})^{2}}=4-f(x)$	5
2	C' ينتج عن C وفق تناظر لمحور الفواصل ثم إنسحاب شعاعه $4\vec{j}$ على محور التراتيب	5
	الرسم الصحيح للخط C' ينال 10 درجات	

انتهى السلم

الرياضيات　　　امتحان شهادة الدراسة الثانوية دورة عام 2019　　　الاسم :

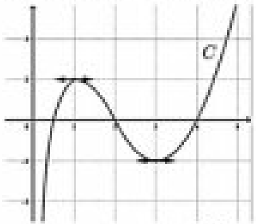
(الفرع العلمي - الدورة الثانية)　　　الرقم :

الصفحة الأولى　　　المدة :

الدرجة ستمائة

أولاً : أجب عن الأسئلة الأربعة التالية : (40) درجة لكل سؤال

السؤال الأول : في الشكل المرسوم جانباً ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ المطلوب :



1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$

2) دل على القيم الحدية مبيناً نوعها

3) جد حلول المتراجحة $f'(x) \le 0$

4) جد $f([1,3])$

السؤال الثاني : عيّن قيم العدد n التي تحقق العلاقة : $\binom{15}{2n} = \binom{15}{n+3}$

السؤال الثالث : ليكن f التابع المعرف على R وفق :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & : x \neq 0 \\ m & : x \neq 0 \end{cases}$$

1) جد نهاية التابع f عند الصفر

2) عيّن قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر .

السؤال الرابع : نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. النقطتين $A(2,1,-2)$ و $B(-1,2,1)$

والمستوي $P: 3x - y - 3z - 8 = 0$

1) أثبت أنّ المستقيم (AB) يعامد المستوي P

2) اكتب تمثيلاً وسيطيا للمستقيم (AB) ، ثم عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على P

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية : (60) درجة لكل تمرين

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق :

$f(x) = ax + b - \frac{\ln x}{x}$ والمطلوب :

1) عيّن العددين الحقيقيين a و b إذا علمت أنّ المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته : $y = 3x$

2) من أجل $a = 4$ و $b = -4$ أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = 4x - 4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي بين C و Δ

يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثاني : نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية : $a=6-i$, $b=-6+3i$, $c=-18+7i$ بالترتيب والمطلوب

1) احسب العدد $\frac{b-a}{c-a}$ واستنتج أنّ النقاط A و B و C تقع على استقامة واحدة

2) بفرض $d=1+6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته θ احسب θ

3) جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N ليكون الرباعي $OAND$ مربع

التمرين الثالث : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق : $u_n=\frac{2n-1}{n+1}$ المطلوب :

1) ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$

2) أثبت أنّ العدد 2 راجح على $(u_n)_{n\geq0}$

3) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ ثم جد عدداً طبيعياً n_0 يحقق أياً كان $n>n_0$ كان u_n في المجال $]1.9\,,2.1[$

التمرين الرابع : صندوق يحتوي على خمس كرات منها كرتان حمراوان وثلاث كرات زرقاء

نكرر عملية سحب عشوائياً لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة

عيّن مجموعة القيم التي يأخذها X واكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول X واحسب توقعه الرياضي

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (100) درجة لكل مسألة

المسألة الأولى : نتأمل في معلم متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ النقطة $A(1,2,0)$ والمستويات :

$$P: 2x-y+2z-2=0$$
$$Q: x+y+z-1=0$$
$$R: x-z-1=0$$

1) أثبت أنّ المستويين P و Q متقاطعان بفصل مشترك Δ ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له

2) تحقق أنّ المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A

3) أثبت أنّ المستويات P و Q و R تتقاطع في نقطة I يطلب تعيين إحداثياتها

4) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق : $f(x)=\frac{2x}{e^x}$ والمطلوب :

1) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المقارب الأفقي

2) ادرس تغيرات التابع f

3) في معلم متجانس ارسم الخط C

4) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحوري الإحداثيات والمستقيم $x=1$

5) استنتج رسم الخط C_1 للتابع g وفق : $g(x)=2xe^x$

6) أثبت أنّ $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية : $y'+y=2e^{-x}$

انتهت الأسئلة

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

سلّم تصحيح شهادة الثانوية العامة - الفرع العلمي

لمادة الرياضيات

الدورة الامتحانية الثانية لعام 2019م

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	قراءة خط بياني
2	السؤال الثاني	تحليل توافقي
3	السؤال الثالث	الاستمرار
4	السؤال الرابع	أشعة
5	السؤال الخامس/ التمرين الأول	تابع لوغاريتمي مقارب مائل
6	السؤال السادس/ التمرين الثاني	عقدية
7	السؤال السابع/ التمرين الثالث	متتاليات
8	السؤال الثامن/ التمرين الرابع	احتمالات
9	السؤال التاسع/ المسألة الأولى	مسألة أشعة / هندسة
10	السؤال العاشر / المسألة الثانية	مسألة تحليل

2- يُحذف (درجتان) لكل خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

3- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج ، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

4- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

5- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد فيعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألاّ يؤدي الخطأ إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

6- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها ومن ثم توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية .

7- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما ، يجب على كل من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات .

8- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح كافة حلوله وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب (إلى جانب السؤال)العبارة الآتية: (صفر للسؤال...... لأنه بلا إجابة)

11- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش ، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً تُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك :	الأحاد	العشرات	المئات
	2	1	1

بعد استبدال حقل الكسور بالأحاد.

حقل الأحاد بالعشرات.

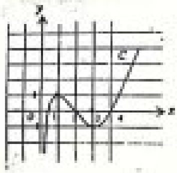
حقل العشرات بالمئات.

سلم تصحيح شهادة الثانوية العامة ـ الفرع العلمي مادة الرياضيات الدرجة : /600/ درجة

الدورة الامتحانية الثانية لعام 2019م

أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



في الشكل المرسوم جانباً ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على المجال $]0,+\infty[$ والمطلوب:

1) جد $\lim f(x)$ ، $\lim f(x)$.

2) دل على القيم الحدية مبيناً نوعها.

3) جد حلول المتراجحة: $f'(x) \leq 0$.

4) جد $f([1,3])$.

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
5	$\lim\limits_{x \to 0} f(x) = -\infty$ أو فقط $(-\infty)$	1
5	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ أو فقط $(+\infty)$	2
5+5	(كبرى محلياً) $f(1) = 1$ أو 1	3
5+5	(صغرى محلياً) $f(3) = -1$ أو -1	4
5	[1,3]	5
5	[-1,+1]	
40	المجموع	

ملاحظة: إذا فتح أحد طرفي المجالات أو كلاهما يخسر درجتين.

السؤال الثاني: عيّن قيم العدد n التي تحقق العلاقة : $\binom{15}{2n} = \binom{15}{n+3}$.

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
10	شرط الحل	1
15+15	الوصول إلى $n = 4$ أو $n = 3$	2
40	المجموع	

طريقة ثانية:

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
10	إيجاد شرط الحل	1
4+4 4 4	$\frac{15!}{(2n)!(15-2n)!} = \frac{15!}{(n+3)!(12-n)!}$ $(2n)!(15-2n)! = (n+3)!(12-n)!$ $\frac{(2n)!}{(n+3)!} = \frac{(12-n)!}{(15-2n)!}$	2
4	$p_{2n}^{n-3} = p_{15-n}^{n-3}$	3
.... 5+5	$2n = 12 - n$ n=4 n=3	4
40	المجموع	

ملاحظة1: كتب n=3 , n=4 مباشرة يخسر 10 درجات (شرط الحل)

ملاحظة2: في حال جرب الأعداد من 0 إلى 7 فقط ، ينال درجة شرط الحل ثم اكمل بتحديد n=3 أو n=4 ينال الدرجات كاملة

السؤال الثالث: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق :

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x\sin x}{\sqrt{x^2+1}-1} & ; x\neq 0\\ m & ; x=0\end{cases}$$ والمطلوب:

1- جد نهاية التابع f عند الصفر .

2- عيّن قيمة العدد m ليكون f مستمراً عند الصفر

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
5	ح.ع.ت	1
5 + 5	الضرب بالمرافق والإصلاح	2
3+2	إيجاد النهاية	3
10	شرط الاستمرار	4
10	استنتاج قيمة m	5
40	المجموع	

ملاحظة: إذا وجد الطالب النهاية دون ذكر حالة عدم التعيين تعطى درجة الخطوة الأولى ضمناً.

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطتان: $A(2,1,-2)$, $B(-1,2,1)$ والمستوي $P:3x-y-3z-8=0$

1- أثبت أنّ المستقيم (AB) يعامد المستوي P .

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AB) ، ثم عيّن إحداثيات النقطة A' المسقط القائم للنقطة A على P .

درجة الخطوة	الخطوة	الرقم الخطوة
5 + 5	$\overrightarrow{AB}(-3,1,3)$, $\vec{n}(3,-1,-3)$	1
5	$\overrightarrow{AB}=-\vec{n}$ أو تناسب المركبات	2
	$\overrightarrow{AB}$ يعامد P	3
10	$(AB):\begin{cases}x=2-3t\\ y=1+t & t\in R\\ z=-2+3t\end{cases}$	4
5	$6+9t-1-t+6-9t-8=0$	5
5+5	إحداثيات A' و قيمة t	6
40	المجموع	

ملاحظة:
إذا كتب الطالب تمثيل وسيطي آخر مناسب للمستقيم (AB) وتابع بشكل صحيح ينال درجات الخطوات 4 و 5 و 6

ثانيا: حل التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

السؤال الخامس : (60 درجة)

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=ax+b-\dfrac{\ln x}{x}$ والمطلوب:

1- عيّن العددين الحقيقيين a ، b إذا علمت أن المماس للخط C في النقطة $A(1,0)$ يوازي المستقيم d الذي معادلته: $y=3x$

2- من أجل $a=4$, $b=-4$ أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=4x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي بين C و Δ.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$f'(x)=a-\dfrac{1-\ln x}{x^2}$	3 + 5
2	$f(1)=0$, $a+b=0$	3 + 5
3	$f'(1)=3$, $a-1=3$	3 + 2
4	قيمة a ، قيمة b	2 + 2
5	$f(x)-y_{\Delta}=-\dfrac{\ln x}{x}$	5+5
6	$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-y_{\Delta})=0$	5
7	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline & & + & 0 & - & \\ \hline & & C \text{ فوق } \Delta & \| & C \text{ تحت } \Delta & \end{array}$	5+5 5+5
	المجموع	60

السؤال السادس : (60 درجة)

التمرين الثاني:

نتأمل في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقاط A , B , C التي تمثلها الأعداد العقدية: $a=6-i$, $b=-6+3i$, $c=-18+7i$ بالترتيب، المطلوب:

1) احسب العدد $\dfrac{b-a}{c-a}$، واستنتج أن النقاط A , B , C تقع على استقامة واحدة.

2) بفرض $d=1+6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة A وفق دوران مركزه O وزاويته θ أحسب θ.

3) جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N ليكون الرباعي $OAND$ مربعاً.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\dfrac{b-a}{c-a}=\dfrac{-12+4i}{-24+8i}=\dfrac{4(-3+i)}{8(-3+i)}=\dfrac{1}{2}$	5+5+5
2	النسبة عدد حقيقي فالنقاط على استقامة واحدة أو أي عبارة مناسبة صحيحة	5
3	قانون الدوران $d=ae^{i\theta}$	5
4	$e^{i\theta}=\dfrac{d}{a}=\dfrac{1+6i}{6-i}=i$	3 × 5
5	$\theta=\dfrac{\pi}{2}$	5
6	$\overline{OA}=\overline{DN}$	5
7	$a=n-d$, $n=a+d$, $n=7+5i$	5+3+2
	المجموع	60

السؤال السابع : (60 درجة)

التمرين الثالث:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ والمطلوب:

1) ادرس اطراد المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$.

2) أثبت أن العدد 2 راجح على $(u_n)_{n\geq0}$.

3) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ، ثم جد عدداً طبيعياً n_0 يحقق أياً كان $n > n_0$ كان u_n في المجال $]1.9\ ,\ 2.1[$.

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	كتابة الفرق $u_{n+1} - u_n$ ثم التعويض	5+5
2	إصلاح استنتاج أن u_n متزايدة تماماً	5 5
3	$u_n - 2 = \frac{-3}{n+1} < 0 \Rightarrow u_n < 2$	5+5
4	$\lim\limits_{x\to\infty} u_n = 2$	5
5	$\lvert u_n - 2 \rvert < 0.1$	5+5 قانون + تعويض
6	$\frac{3}{n+1} < \frac{1}{10}$ ، إصلاح	5+5
7	نتيجة	5
	المجموع	60

ملاحظة1:

إذا كتب الطالب $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ + المشتق + $f'(x) > 0$ + f) متزايد ومنه u_n متزايدة) 4×5 درجة

ملاحظة2: أخذ $n \geq 1$ $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ ، إصلاح 5+5

ثم حسب u_0 وإثبات $u_1 > u_0$ 5

ومنه u_n متزايدة 5

السؤال الثامن : (60 درجة)

التمرين الرابع:

صندوق يحتوي على خمس كرات منها كرتان حمراوان وثلاث كرات زرقاء، نكرر عملية سحب عشوائي لكرة من الصندوق دون إعادة حتى لا يتبقى في الصندوق إلا كرات من اللون ذاته.

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد مرات السحب اللازمة.

عيّن مجموعة القيم التي يأخذها X ، واكتب جدول القانون الاحتمالي للمتحول X ، واحسب توقعه الرياضي

رقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$X(\Omega)=\{2,3,4\}$	$3\times2=6$
3	حساب $P(X=2)$ حساب $P(X=3)$ حساب $P(X=4)$	4+4 4+4+4 4
4	الجدول الموافق للحل	5+5
5	التوقع قانون + تعويض + نتيجة	2+3+15
	المجموع	60

ملاحظة1:

إذا كتب الطالب قيمتان للمتحول فقط يخسر درجتان ويخسر حساب القيمة المفقودة ويخسر درجتان من الجدول

ملاحظة2:

إذا رسم الطالب شجرة ينال درجة واحدة لكل فرع (18 درجة)

ثم حسب $P(X=2)$ و $P(X=3)$ و $P(X=4)$ ينال (4+4+4 درجات)

الجدول (10 درجات)

التوقع (20 درجة)

السؤال التاسع :

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(1,2,0)$ والمستويات:

$$P : 2x - y + 2z - 2 = 0$$
$$Q : x + y + z - 1 = 0$$
$$R : x - z - 1 = 0$$

والمطلوب:

1) أثبت أنّ المستويين P , Q متقاطعان بفصل مشترك Δ ، اكتب تمثيلاً وسيطياً له.

2) تحقق أن المستوي R يعامد Δ ويمر بالنقطة A .

3) أثبت أنّ المستويات P , Q , R تتقاطع بنقطة I يطلب تعيين إحداثياتها.

4) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم Δ.

الرقم الخطوة	الخطوة	درجة الخطوة
1	$\vec{n}_P(2,-1,2)$ $\vec{n}_Q(1,1,1)$	10+10
2	استنتاج أن الشعاعين $\vec{n}_P$ ، $\vec{n}_Q$ غير مرتبطان خطياً	5+5
3	$2x - y + 2z - 2 = 0$ $+ \quad x + y + z - 1 = 0$ $3x + 3z - 3 = 0$	5
4	$x = 1 - z$	5
5	$z = t \Rightarrow x = 1 - t$ حساب $y = 0$	5 5
6	$\Delta : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 0 \\ z = t \end{cases} \quad t \in R$	5
7	$\vec{n}_R(1,0,-1)$, $\vec{u}_\Delta(1-,0,1)$	5+5
8	استنتاج الارتباط تعويض A في R	5 2
9	تعويض المعادلات الوسيطية لـ Δ في R	8
10	إحداثيات I و قيمة t	4+6
11	معرفة أن AI هو بعد A عن d $dis(A,\Delta) = AI = 2$	2 5+3
	المجموع	100

ملاحظة1:

إذا حسب الطالب بعد A عن d بأي طريقة ينال درجة الخطوة 11 الأخيرة .

ملاحظة2:

إذا وجد الطالب أي معادلات وسيطية مكافئة للمستقيم ينال الدرجة الخطوات 6 و 5 و 4 و 3

ملاحظة3:

إذا افترض الطالب نقطة I تحقق Δ وتحقق R واستنتج أنها نقطة التقاطع ينال درجتي الخطوتين 9 و 10 أو توصل إلى إحداثيات نقطة التقاطع I بحل جملة المعادلات الخطية أو اي طريقة مكافئة ينال درجات المخصصة للخطوتين 9 و 10.

ملاحظة4: إذا حسب الطالب بعد A عن المستقيم Δ وشرط التعامد ينال الدرجات المخصصة للخطوة 11 أو كتابة معادلة مستوٍ مار من A ويعامد Δ وإيجاد إحداثيات نقطة التقاطع وحساب المساحة.

السؤال العاشر :

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{2x}{e^{x}}$ والمطلوب :

1) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه ولكتب معادلة المقارب الأفقي.

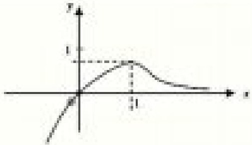
2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3) في معلم متجانس ارسم الخط C.

4) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط C ومحوري الإحداثيات والمستقيم $x=1$.

5) استنتج رسم الخط C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=2xe^{x}$.

6) أثبت أنّ $f(x)$ هو حل للمعادلة التفاضلية : $y'+y=2e^{-x}$.

درجة الخطوة	الخطوة	رقم الخطوة
5	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$	1
5	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	2
5	مقارب أفقي $y=0$	3
5 + 5 قانون + تعويض	إيجاد $f'(x)$	4
5+5	إيجاد القيمة التي تعدم $f'(x)$ + صورتها	5
5+5 5+5	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & \frac{2}{e} & \searrow & 0 \end{array}$	6
(5 للمجدا)+5		
5	$s=\int_{0}^{1} f(x)dx$	7
2×4	كتابة u و إيجاد u' كتابة v' و إيجاد v	8
3×4	قانون التكامل بالتجزئة + التعويض + الناتج	9
5	C_1 نظير C بالنسبة لـ O أو من الرسم	10
3+2	المعادلة التفاضلية التعويض + الناتج	11
100	المجموع	

انتهى السلم

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

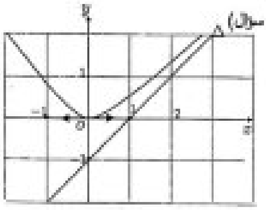
امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2020

الرياضيات: (الفرع العلمي)

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



تأمل جانباً الخط البياني C للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$، والمستقيم Δ مقارب مائل لـ C والمطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المستقيم Δ.

3- جد $f(0)$ ، $f'(0)$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

السؤال الثاني: تأمل المستويين $p_1 : 2x - y + z + 1 = 0$ ، $p_2 : x + y - z = 0$ والمطلوب:

1- تيقن أن المستويين متعامدان.

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك.

السؤال الثالث: يوجد لبعض أنواع السيارات مذياع ذو قفل رقمي مضاد للسرقة يفتح عند إدخال كود مكون من ثلاث خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أياً من القيم: 5 ، 4 ، 3 ، 2 ، 1 ، 0

1- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل.

2- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثنى مثنى.

السؤال الرابع: أثبت أن: $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$ أياً كان $x > -1$

السؤال الخامس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x - E(x)$. **المطلوب:**

1- اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $]0,2[$.

2- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x^2}$.

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول :

تأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرّفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 3$ ، $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}$ عند كل $n \geq 0$. والمطلوب:

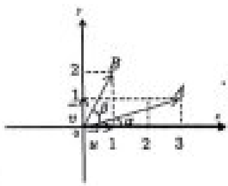
1- اثبت أن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ متزايد تماماً على $[2,+\infty[$.

2- اثبت بالتدريج أن $2 \leq u_{n+1} \leq u_n$ أياً كان العدد الطبيعي n

3- استنتج أن المتتالية متقاربة، واحسب نهايتها.

التمرين الثاني:

تأمل في المستوي العقدي المزود بالمعلم المتجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$:



بفرض أن α القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u}, \overrightarrow{OA})$ و β القياس الأساسي للزاوية $(\overrightarrow{OB}, \vec{u})$.

المطلوب:

1) اكتب بالشكل الجبري العددين العقديين Z_A و Z_B اللذين يمثلان النقطتين A و B.

2) اكتب العدد العقدي $\frac{Z_B}{Z_A}$ بالشكلين الجبري والأسي، ثم استنتج قيمة $\alpha - \beta$.

يتبع في الصفحة الثانية

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2020

الرياضيات: (الفرع العلمي)

الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(0)=0$ و $f(x)=x^2\sin\frac{1}{x}$ في حالة $x\neq 0$ ، المطلوب:

1- أثبت أنّ f اشتقاقي عند $x=0$.

2- احسب $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

3- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

التمرين الرابع:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقاط: $D(0,0,1)$ ، $C(-1,1,2)$ ، $B(4,3,-3)$ ، $A(1,0,0)$. **المطلوب:**

1) أثبت أن $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطياً.

2) أثبت أنّ الأشعة : $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطياً.

3) استنتج أنّ النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط الثلاثة: (C,γ) ، (B,β) ، (A,α) حيث أنّ α و β و γ أعداد حقيقية يطلب تعينها.

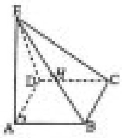
ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

$(EABCD)$ هرم رباعي رأسه E ، قاعدته مربع طول ضلعه 3،

$[AE]$ عمودي على المستوي $(ABCD)$ و $EA=3$.

نختار المعلم المتجانس $(A;\frac{1}{3}\overrightarrow{AB},\frac{1}{3}\overrightarrow{AD},\frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$ والمطلوب:



1) عين إحداثيات A , B , C , D , E

2) جد معادلة المستوي (EBC).

3) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد المستوي (EBC).

4) استنتج أنّ H منتصف $[EB]$ هي المسقط القائم لـ A على المستوي (EBC).

5) احسب حجم رباعي الوجوه $(AEBC)$.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]-2,2[$ وفق: $f(x)=\ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$ والمطلوب :

1) أثبت أن f تابع فردي.

2) ادرس تغيرات التابع f على المجال $[0,2[$.

3) اكتب معادلة المماس T عند النقطة التي فاصلتها $x=0$ ، واحسب القيمة التقريبية للتابع f عند النقطة التي فاصلتها $x=0.1$.

4) في معلم متجانس ارسم الخط البياني C .

5) استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x)=\ln(2-x)-\ln(x+2)$ على المجال $]-2,2[$.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

الجمهورية العربية السورية

وزارة التربية

سلّم تصحيح مادّة الرياضيّات

لشهادة الدّراسة الثانويّة العامّة

الفرع العلميّ

دورة عام 2020

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	قراءة خط بياني
2	السؤال الثاني	تعامد مستويين
3	السؤال الثالث	تحليل توافقي
4	السؤال الرابع	متراجحة
5	السؤال الخامس	تابع الجزء الصحيح
6	السؤال السادس/ التمرين الأول	متتالية
7	السؤال السابع/ التمرين الثاني	الأعداد العقدية
8	السؤال الثامن/ التمرين الثالث	قابلية اشتقاق
9	السؤال التاسع/ التمرين الرابع	مركز أبعاد
10	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة أشعة وهندسة تحليلية
11	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة التابع اللوغارتمي

2- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

3- في الأسئلة والتمارين الاختياريّة تصحّح جميعها ويُمنح الطالب الدرجة الأعلى منها.

4- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

5- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

6- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

7- **إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومميّزاً خطوات حلّه**، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

8- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

9- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنه، بلا إجابة)

11- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,.....)

12- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أما الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابة.

مثال ذلك : الآحاد العشرات المئات

2 1 1

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

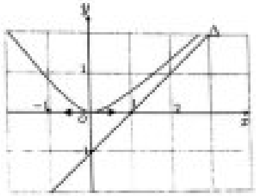
حقل الآحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة /الفرع العلمي/ عام 2020م

سلّم درجات مادة: الرياضيات — الدرجة: ستمئة

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)



السؤال الأول: تأمل جانباً الخط البياني C للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$، والمستقيم Δ مقارب مائل لـ C والمطلوب:

1- جد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة المستقيم Δ.

3- جد $f(0)$ ، $f'(0)$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$

الملاحظات	الدرجة	الإجابة	
	5 5	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$	-1
إذا كتب الطالب معادلة المستقيم $y = x - 1$ مباشرةً ينال الدرجات المخصصة	5 5 2+3	حساب الميل قانون معادلة مستقيم تعويض + نتيجة	-2
	5 5	$f(0) = 0$ $f'(0) = 0$	-3
إذا كتب الطالب $]-2,0[$ وكان منسجماً مع حله في النهايات ينال الدرجة المخصصة	5	$]-\infty,0[$	-4
	40	**مجموع**	

السؤال الثاني: تأمل المستويين $p_1: 2x - y + z + 1 = 0$ ، $p_2: x + y - z = 0$ والمطلوب:

1- تيقن أن المستويين متعامدان.

2- اكتب تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك.

الملاحظات	الدرجة	الإجابة	
	3x2 3x2 2+2+4	$\overrightarrow{n_1} = (2,-1,1)$ $\overrightarrow{n_2} = (1,1,-1)$ شرط التعامد + تعويض + نتيجة	-1
الحل المشترك 6 درجات الوصول لقيمة x 5 درجات	5+6 3x3	التمثيل الوسيطي الحل المشترك + الوصول إلى قيمة x أو عزل أحد المجاهيل أو اختيار النقطتين أو اختيار نقطة وشعاع توجيه التمثيلات الوسيطية	-2
	40	**مجموع**	

السؤال الثالث: يوجد لبعض أنواع السيارات مفتاح ذو قفل رقمي مضاد السرقة يفتح عند إدخال كود مكون من ثلاث خانات يمكن لأي منها أن يأخذ أياً من القيم: 5 ، 4 ، 3 ، 2 ، 1 ، 0

1- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل.

2- ما هو عدد الرمازات التي تصلح للقفل المكونة من خانات مختلفة مثنى مثنى.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1- عدد الرمازات: جداء + نتيجة	5x3+5	الجداء 3x5 ، النتيجة 5
2- عدد الرمازات من خانات مختلفة	5x3+5	
مجموع	40	

ملاحظة: في حال أخطأ الطالب في إحدى الخانات يخسر 5 درجات مرّة واحدة فقط.

السؤال الرابع: أثبت أن $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$ أياً كان $x > -1$

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
افتراض تابع الفرق $f(x) = \ln(x+1) - \sqrt{x+1}$	4	
التابع المشتق	4+4	
ينعدم $f'(x)$ عند $x = 3$ ثم حساب $f(3)$	4+4	
الإشارة الموافقة الأسهم المنسجمة $\begin{array}{c\|ccccc} x & -1 & & 3 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & & \nearrow & 2\ln 2 - 2 & \searrow & \end{array}$	4+4 4+4	
التعليل	4	
مجموع	40	
طريقة ثانية: استطاع تابع f الشتقاقي على $]-1,+\infty[$ $f(x) = \dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+1}}$	5	
إيجاد التابع المشتق $f'(x) = \dfrac{2 - \ln(x+1)}{2\sqrt{x+1}\,(x+1)}$	5+5	
ينعدم $f'(x)$ عند $x = e^2 - 1$	3	
$f(e^2 - 1) = \dfrac{2}{e}$	2	
$\begin{array}{c\|ccccc} x & -1 & & e^2-1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & & \nearrow & \frac{2}{e} & \searrow & \end{array}$	5+5	
لما كان $\dfrac{2}{e} < 1$ كان $\dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+1}} < 1$	5	
وبالتالي $\ln(x+1) < \sqrt{x+1}$	5	

ملاحظة: يمكن للطالب أن يكتب $f(x) = \sqrt{x+1} - \ln(x+1)$ يبقى التوزيع كما هو.

السؤال الخامس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = x - E(x)$. المطلوب:

1- اكتب $f(x)$ بصيغة مستقلة عن $E(x)$ على المجال $\left[0,2\right[$.

2- جد $\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x^2}$.

الإجابة		الدرجة	الملاحظات	
-1	$f(x)=\begin{cases} x & ;0\le x<1 \\ x-1 & ;1\le x<2\end{cases}$	4+4 4+4	إذا كتب الطالب	
-2	$x-1<E(x)\le x$	3+3	$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x-E(x)}{x^2}$	4x4
	$-x+1>-E(x)\ge -x$ $+1>x-E(x)\ge 0$	3+3	$=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x}-\frac{E(x)}{x}\frac{1}{x}\right)$	
	$\frac{1}{x^2}>\frac{f(x)}{x^2}\ge 0$	4	$=0$	
	$\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2}=0$	4	لأن $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{E(x)}{x}=1$	4+4
	$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x^2}=0$ (حسب مبرهنة الإحاطة)	4		
	مجموع	**40**		

الإجابة		الدرجة	الملاحظات	
2- طريقة ثانية	$E(x)\le x<1+E(x)$:	3+3	2- طريقة ثالثة : إذا كان x من $\mathbb{R}$	
	$0\le x-E(x)<1$	3+3	$x-E(x)<1$	12
	$0\le\frac{x-E(x)}{x^2}<\frac{1}{x^2}$ $\frac{1}{x^2}>\frac{f(x)}{x^2}\ge 0$	4	$\frac{x-E(x)}{x^2}<\frac{1}{x^2}$	4
	$\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2}=0$	4	$\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2}=0$	4
	$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x^2}=0$ (حسب مبرهنة الإحاطة)	4	$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x^2}=0$	4

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

السؤال السادس :التمرين الأول:

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرّفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 3$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + \frac{2}{u_n}$ عند كل $n \geq 0$. والمطلوب:

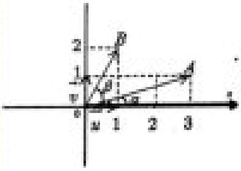
1- أثبت أن التابع $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$ متزايد تماماً على $[2,+\infty[$.

2- أثبت بالتدريج أن $2 \leq u_{n+1} \leq u_n$ أيّاً كان العدد الطبيعي n

3- استنتج أن المتتالية متقاربة، واحسب نهايتها.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 إيجاد $f'(x)$ دراسة إشارة $f'(x)$ 5 درجات للبسط 5 درجات للمقام النتيجة	5+5 5+5 5	
-2 ترميز العلاقة $E(n):\ 2 \leq u_{n+1} \leq u_n$ محققة $E(0):\ 2 \leq u_1 \leq u_0$ افتراض صحة $E(n)$ من أجل n عدد طبيعي إثبات صحة $E(n+1)$ إيجاد صور أطراف المتراجحة وفق التابع المتزايد f والوصول إلى $2 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1}$ النتيجة	2 5+5 5 5 5 3	5 درجات لحساب قيمة u_1 و5 درجات تحقق العلاقة
-3 (متناقصة + محددة من الأدنى) المتتالية متقاربة حل المعادلة $f(x) = x$ الوصول إلى $x = 2$ النهاية	5+5 5 5 5	
مجموع	80	

السؤال السابع - التمرين الثاني:



نتأمل في المستوي العقدي المزوّد بالمعلم المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$:

بفرض أن α القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u}\,,\,\overrightarrow{OA})$ و β القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u}\,,\,\overrightarrow{OB})$.

المطلوب:

1) اكتب بالشكل الجبري العددين العقديين z_A و z_B اللذين يمثلان النقطتين A و B.

2) اكتب العدد العقدي $\dfrac{z_B}{z_A}$ بالشكلين الجبري والأسي، ثم استنتج قيمة $\beta-\alpha$.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1	$z_A = 3+i$	5+5	
	$z_B = 1+2i$	5+5	
	$\dfrac{z_B}{z_A} = \dfrac{1+2i}{3+i}$	5	
-2	الشكل الجبري للعدد $\dfrac{z_B}{z_A}$		
	الضرب بالمرافق	5	
	إصلاح البسط	5	
	إصلاح المقام	5	
	النتيجة	5	
-3	الشكل الأسّي للعدد $\dfrac{z_B}{z_A}$		
	حساب r	5+5	
	حساب $\theta = \dfrac{\pi}{4}$	10	
	كتابة الشكل الأسّي (قانون + نتيجة)	5+5	
	استنتاج قيمة $\beta-\alpha$	5	
	مجموع	80	

ملاحظة:

إذا كتب الطالب $\dfrac{z_A}{z_B}$ وتابع بشكل صحيح وتوصل إلى قياس $\alpha-\beta$ يساوي $(-\dfrac{\pi}{4})$ يخسر درجة واحدة فقط من درجات الخطوة الثالثة وإذا تابع واستنتج $\beta-\alpha$ تساوي $(\dfrac{\pi}{4})$ ينال الدرجة كاملة.

السؤال الثامن - التمرين الثالث:

f التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(0)=0$ و $f(x)=x^2\sin\frac{1}{x}$ في حالة $x \neq 0$. المطلوب:

1- أثبت أنّ f اشتقاقي عند $x=0$.

2- احسب $f'(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

3- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-1 قانون معدل التغيير للتابع f + تعويض $\lvert \sin\frac{1}{x} \rvert \le 1$ $\lvert x\sin\frac{1}{x} \rvert \le \lvert x \rvert$ $\lim\limits_{x\to0} \lvert x \rvert = 0$ $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=0$ f اشتقاقي عند الصفر	5+5 5 5 5 2 3	1- طريقة ثانية قانون معدل التغيير + تعويض $-1 \le \sin\frac{1}{x} \le 1$ عندما $x>0$: $-x \le x\sin\frac{1}{x} \le x$ $\lim\limits_{x\to0^+}(-x)=\lim\limits_{x\to0^+}(x)=0$ $\lim\limits_{x\to0^+} x\sin\frac{1}{x}=0$ $x<0$: $-x \ge x\sin\frac{1}{x} \ge x$ لذلك $\lim\limits_{x\to0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=0$ إذن f اشتقاقي	5+5 5 3 3 3 2 2 2
-2 مشتق التابع	5+10+5	قاعدة الاشتقاق + المشتق + النتيجة	
-3 طريقة أولى $f(x)=x\,\frac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ لأنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} x=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sin\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}=1$	10 10 5+5	-3 طريقة ثانية نفرض $t=\frac{1}{x} \Rightarrow x=\frac{1}{t}$ $x\to+\infty \Rightarrow t\to0$ التعويض $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ لأنّ $\lim\limits_{t\to0}\frac{1}{t}=+\infty$ و $\lim\limits_{t\to0}\frac{\sin t}{t}=1$	5 5 5 5 5 5
مجموع	80		

ملاحظة : في حال الاكتفاء بمناقشة إحدى الحالتين $x<0$ أو $x>0$ حسب الطريقة الثانية يخسر درجتين ويُتابع له.

السؤال التاسع - التمرين الرابع:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لتكن النقاط $D(0,0,1)$ ، $C(-1,1,2)$ ، $B(4,3,-3)$ ، $A(1,0,0)$. **المطلوب:**

1) أثبت أن $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطياً.

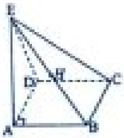
2) أثبت أنّ الأشعة : $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطة خطياً.

3) استنتج أنّ النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة: (C,γ) ، (B,β) ، (A,α) حيث أنّ α و β و γ أعداد حقيقية يطلب تعينها.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
-1 $\overrightarrow{AB}(3,3,-3)$ $\overrightarrow{AC}(-2,1,2)$ المركّبات غير متناسبة $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ غير مرتبطين خطيًا	6 6 4 4		
-2 $\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AD}(-1,0,1)$ $\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}=\alpha\begin{pmatrix}3\\3\\-3\end{pmatrix}+\beta\begin{pmatrix}-2\\1\\2\end{pmatrix}$ $3\alpha-2\beta=-1$ $3\alpha+\beta=0$ $-3\alpha+2\beta=1$ من الأولى والثانية $\alpha=-\frac{1}{9}$ $\beta=\frac{1}{3}$ نعوض في الثالثة فنجدها محققة ومنه الأشعة مرتبطة خطيًا (مستوية)	10 6 3+3 3 3 3 2 2 5		
-3 طريقة أولى: $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ $\beta=-\frac{1}{9}$; $\gamma=\frac{1}{3}$ $\alpha=1-\beta-\gamma=\frac{7}{9}$	5 5+5 5	-3 طريقة ثانية $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$ $9\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{AD}+3\overrightarrow{DC}$ $7\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}+3\overrightarrow{DC}=\vec{0}$ $(A,7)$, $(B,-1)$, $(C,3)$	5 5 4 2+2+2
-3 طريقة ثالثة: $\overrightarrow{AD}=\frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB}+\frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{9}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{9}\overrightarrow{AC}$ $\beta=-1$ و $\gamma=3$ $\alpha=7$	5 5+5 5		
مجموع	80		

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

السؤال العاشر: **المسألة الأولى:** $(EABCD)$ هرم رباعي رأسه E ، قاعدته مربع طول ضلعه 3 ،
$[AE]$ عمودي على المستوي $(ABCD)$ و $EA = 3$.
نختار المعلم المتجانس $(A, \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$ والمطلوب:



1) عين إحداثيات A , B , C , D , E
2) جد معادلة المستوي (EBC).
3) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد المستوي (EBC).
4) استنتج أنّ H منتصف $[EB]$ هي المسقط القائم لـ A على المستوي (EBC).
5) احسب حجم رباعي الوجوه $(AEBC)$.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1- إيجاد النقاط	5x3	لكل نقطة 3 درجات
2- افتراض الناظم $\vec{n}(a,b,c)$	3	
اختيار الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مرتبطين خطياً وإيجاد المركبات	3+3	3 درجات لكل شعاع مع مركباته
$\vec{n}.\vec{u} = 0$ و المعادلة الناتجة	3+3	
$\vec{n}.\vec{v} = 0$ و المعادلة الناتجة	3+3	
إيجاد الناظم	4	
حساب d في معادلة المستوي $ax + by + cz + d = 0$	5	
معادلة المستوي (EBC)	5	
3- كتابة تمثيلا وسيطياً للمستقيم المار من A ويعامد (EBC)		
شعاع التوجيه	5	
قانون + تعويض	5+5	

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
4- طريقة أولى: النقطة $H(\frac{3}{2},0,\frac{3}{2})$ تحقق التمثيلات الوسيطية للمستقيم المار من A ويعامد المستوي (EBC) فهي المسقط القائم للنقطة A عليه	20	4- طريقة ثانية:	
		- إيجاد إحداثيات H منتصف $[EB]$	6
		- إيجاد الشعاع $\overrightarrow{AH}$	4
		- التحقق من تناسب المركبات للشعاع $\overrightarrow{AH}$ وناظم المستوي (EBC)	4
4- طريقة ثالثة:		- استنتاج أنّ $\overrightarrow{AH}$ وناظم المستوي (EBC) مرتبطان خطيّاً	4
- إيجاد إحداثيات H منتصف $[EB]$	6	- H هي المسقط القائم للنقطة A على المستوي (EBC)	2
- لتعيين A' نقطة تقاطع المستوي (EBC) مع المستقيم (d)			
الوصول إلى $t + t - 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{2}$	4+4		
- $x = \frac{3}{2}$, $y = 0$, $z = \frac{3}{2}$ وهي إحداثيات H نفسها			
إذاً A' تنطبق H	6		

الإجابة	الدرجة	الإجابة	الدرجة
5- طريقة أولى: دستور الحجم $v=\frac{1}{3}S.h$ $v=\frac{1}{3}S_{(ABC)}\times EA$	5	5- طريقة ثانية: $v=\frac{1}{3}S.h$ $v=\frac{1}{3}S_{(EBC)}\times dist(A,(EBC))$	5
حساب مساحة القاعدة	2	حساب مساحة القاعدة	2
حساب الارتفاع	2	حساب الارتفاع وهو بعد A عن المستوي	2
التعويض في دستور الحجم	3	التعويض في دستور الحجم	3
إيجاد الناتج	3	إيجاد الناتج	3
5- طريقة ثالثة: $v=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}S_{(ABCD)}\times AE\right)$	5		
حساب مساحة القاعدة	2		
حساب الارتفاع	2		
التعويض في العلاقة السابقة	3		
إيجاد الناتج	3		
المجموع	100		

ملاحظة: إذا غيّر الطالب المعلم واختلفت الإحداثيات وتابع الحل بشكل سليم يخسر 3 درجات.
إذا اعتبر القاعدة مُربعاً في حساب الحجم يخسر درجتين.

السؤال الحادي عشر: المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على المجال $]-2,2[$ وفق: $f(x)=\ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$ والمطلوب :

1) أثبت أن f تابع فردي.
2) ادرس تغيرات التابع f على المجال $[0,2[$.
3) اكتب معادلة المماس T عند النقطة التي فاصلتها $x=0$، واحسب القيمة التقريبية للتابع f عند النقطة التي فاصلتها $x=0.1$.
4) في معلم متجانس ارسم الخط البياني C .
5) استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g(x)=\ln(2-x)-\ln(x+2)$ على المجال $]-2,2[$.

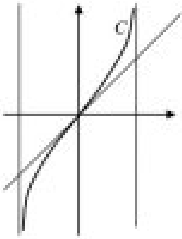
الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 أيا كان $x\in]-2,2[$ كان $-x\in]-2,2[$	5	
$f(-x)=\ln\left(\frac{2-x}{x+2}\right)=-\ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$	5	
$f(x)=-f(x)$	5	
-2 $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=+\infty$	10	
$f(0)=0$	5	
$g(x)=\frac{x+2}{2-x}$ $\quad g'(x)=\frac{4}{(2-x)^2}$	5	
$f'(x)=\frac{g'(x)}{g(x)}=\frac{4}{(x+2)(2-x)}$	10	
تعليل الإشارة	10	
f متزايد	5	

ملاحظة: إذا عبّر عن التغيرات بجدول

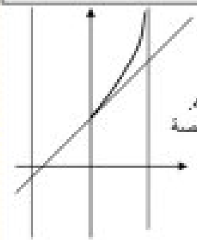
x	0		2
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	$+\infty$

ينال 15 درجة

-3 $f'(0)=1$	5	
معادلة المماس $y=f(0)+f'(0)(x-0)$	5	
$y=x$	5	
$f(a+h)=f(a)+f'(a)h$	3	
$f(0.1)=0+1\times 0.1=0.1$	2	

-4 الرسم الخط C 	10	رُسمت المقاربات الشاقولية والمماس لدقة الرسم **فقط**

-5 $g(x)=\ln(2-x)+\ln(x+2)$ $g(x)=-(\ln(x+2)-\ln(2-x))$	5	
$g(x)=-\ln(\frac{x+2}{2-x})$	3	
$g(x)=-f(x)$	2	



ملاحظات:

1- إذا رسم الطالب الخطَّ بيانياً على المجال $[0,2[$ ينال الدرجات المخصصة للخطوة 4.

2- في الخطوة 5 إذا كتب الطالب $g(x)=\ln(\frac{x+2}{2-x})=f(-x)$ ينال الدرجات المخصصة للخطوة 5 كاملة

3- في الخطوة 5 ينال الدرجات المخصصة في حال التعليل أو الرسم.

- انتهى السلّم -

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

الرياضيات:

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2020

(الفرع العلمي) الدورة الثانية الإضافية

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ خطه البياني C . المطلوب:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- دل على القيم الحدية للتابع f مبيناً نوعها.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

السؤال الثاني:

يحتوي صندوق على 5 كرات مرقمة بالأرقام 5 , 4 , 3 , 2 , 1 ، نسحب من الصندوق كرتين على التتالي مع الإعادة.

والمطلوب: 1- كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب.

2- كم عدد النتائج المختلفة والتي تشتمل على كرتين مجموعهما عدد فردي.

السؤال الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$. المطلوب:

1) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $+\infty$.

2) ادرس الوضع النسبي بين C و Δ .

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستوي $P: 2x+y-3z+2=0$ والنقطة $A(1,1,-2)$. المطلوب:

1) أثبت أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي P .

2) اكتب معادلة المستوي Q المار من A والموازي للمستوي P .

السؤال الخامس: نتأمل التابع f المعرف على $[0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-\sin x$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. 2- أثبت أن التابع f متزايد.

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (80 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن العدد العقدي $w=\frac{-\sqrt{2}}{1+i}e^{i\frac{\pi}{3}}$. المطلوب:

1- بين أن $|w|=1$ ، ثم اكتب العدد w بالشكل الأسي.

2- ليكن z عدد عقدي ما أثبت أن $Z=\frac{z-\bar{z}w}{1-w}$ عدد حقيقي

التمرين الثاني: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق : $f(x)=\frac{2x+3}{x-1}$. المطلوب:

1- عين التابع المشتق f' للتابع f .

2- نرمز بالرمز g إلى التابع المعرف على $J=]1,+\infty[$ وفق $g(x)=f(\sqrt{x})$ ، أثبت أن g اشتقاقي على J، ثم احسب $g'(x)$ على J.

... يتبع في الصفحة الثانية

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام 2020

الرياضيات: (الفرع العلمي) الدورة الثانية الإضافية

الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

المستقيمان d و d' معرفان وسيطياً وفق:

$$d:\begin{cases}x=t+2\\ y=2t+1\\ z=-t\end{cases},\ t\in\mathbb{R} \quad \text{و} \quad d':\begin{cases}x=2s-1\\ y=s-2\\ z=3s-2\end{cases},\ s\in\mathbb{R}$$

المطلوب: 1) أثبت أنّ d و d' متقاطعان، ثم عيّن إحداثيات I نقطة التقاطع.

2) جد معادلة المستوي المحدد بالمستقيمين d و d' .

التمرين الرابع:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ المعرفة وفق: $u_n=\frac{1}{e}+\frac{2}{e^2}+\frac{3}{e^3}+......+\frac{n}{e^n}$ ، المطلوب:

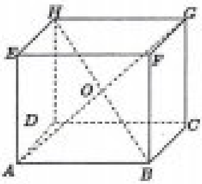
1) أثبت أنّ $n\leq 2^n$ أيّاً كان العدد الطبيعي $n\geq1$.

2) استنتج أن $\frac{2}{e-2}$ عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$.

3) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq1}$ متقاربة .

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: مكعب $ABCDEFGH$ طول حرفه 2 ،



O نقطة تقاطع القطرين $[AG]$ و $[HB]$.

نختار المعلم المتجانس $(A,\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$، والمطلوب:

1) جد إحداثيات النقاط A و B و G و H و O .

2) أعط معادلة المستوي (GOB).

3) احسب $\overrightarrow{OG}.\overrightarrow{OB}$ واستنتج $\cos\widehat{GOB}$.

4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DC).

5) أثبت أن المستقيم (DC) يوازي المستوي (GOB).

6) جد الأعداد الحقيقية α و β و γ حتى تكون النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α) و (B,β) و (C,γ).

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق : $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x}$ والمطلوب :

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي.

2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

3) اثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حلاً وحيداً في المجال $\left]\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right[$.

4) في معلم متجانس ارسم الخط C .

5) استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع: $g(x)=\frac{1-x+\ln x}{x}$.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	قراءة جدول
٢	السؤال الثاني	تحليل توافقي
٣	السؤال الثالث	المقارب المائل
٤	السؤال الرابع	هندسة: معادلة مستو مواز لمستو آخر
٥	السؤال الخامس	إيجاد نهاية واثبات تزايد تابع
٦	السؤال السادس/ التمرين الأول	عقدية
٧	السؤال السابع/ التمرين الثاني	مشتق تابع مركب
٨	السؤال الثامن/ التمرين الثالث	تقاطع مستقيمين
٩	السؤال التاسع/ التمرين الرابع	متتالية
١٠	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة أشعة وهندسة تحليلية
١١	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة دراسة تابع

٢- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابي من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٣- في الأسئلة والتمرينات الاختيارية تصحح جميعها ويمنح الطالب الدرجة الأعلى منها.

٤- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات.

٥- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي.

٦- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل فتوزيع الحل بحسب سلم ويعد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلم بشرط ألا يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه.

٧- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم وميزاً خطوات حله، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها علمياً ومن ثمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية.

٨- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

٩- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح حلوله كافة وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنه بلا إجابة).

١١- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (١،٢،٣،٤،....)

١٢- تُسجّل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

[redacted]	الأحاد	العشرات	المئات
	٩	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالأحاد.

حقل الأحاد بالعشرات.

حقل العشرات بالمئات.

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة (الفرع العلمي) دورة ثانية عام ٢٠٢٠م

سلّم درجات مادة: الرياضيات

الدرجة: ستمئة

أولاً: أجب عن أربعة فقط من الأسئلة الخمسة الآتية: (٤٠ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

نجد جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ خطه البياني C . المطلوب:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- دل على القيم الحدّية للتابع f مبيناً نوعها.

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

4- جد حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
١-	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	٥ ٥	أو كتابة الجواب فقط
٢-	$f(0)=2$ صغرى محلياً $f(4)=6$ كبرى محلياً	٥+٥ ٥+٥	أو ٢ أو ٦
٣-	$f(x)=0$ لها حل وحيد	٥	
٤-	$]0,4[$	٥	إذا أغلق المجال من أي طرف يخسر درجة واحدة فقط
	مجموع	٤٠	

السؤال الثاني:

يحتوي صندوق على 5 كرات مرقمة بالأرقام 5 , 4 , 3 , 2 , 1 . نسحب من الصندوق كرتين على التتالي مع الإعادة.

والمطلوب: 1- كم عدد النتائج المختلفة لهذا السحب

2- كم عدد النتائج المختلفة والتي تشتمل على كرتين مجموعهما عدد فردي.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
١-	$5\times5=25$	١٠+١٠	- إذا كتب الطالب الإجابة مباشرة ينال الدرجات المخصصة - إذا كتب $4\times5=20$ يخسر عشر درجات
٢-	$2\times3\times2=12$	١٠+١٠	- إذا لم يضرب بالعدد ٢ يخسر خمس درجات
	مجموع	٤٠	

السؤال الثالث: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x)=x+\sqrt{x^2+1}$. المطلوب

1) أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل للخط البياني C في جوار $-\infty$.

2) ادرس الوضع النسبي بين C و Δ .

الملاحظات	الدرجة	الإجابة
القانون + تعويض	٥+٥	١- $f(x)-y_\Delta=\sqrt{x^2+1}-x$
ضرب بالمرافق + النتيجة	٥+٥ ١٠	$f(x)-y_\Delta=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-y_\Delta)=0$
	٥	٢- لدراسة الوضع النسبي بين C و Δ ندرس إشارة تابع الفرق $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}>0$ أو $\sqrt{x^2+1}-x>0$
	٥	النتيجة C فوق Δ
	٤٠	مجموع

السؤال الرابع: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ المستوي $P: 2x+y-3z+2=0$ والنقطة $A(1,1,-2)$. المطلوب:
1) أثبت أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي P . 2) اكتب معادلة المستوي Q المار من A والموازي للمستوي P.

الملاحظات	الدرجة	الإجابة
	٥+٥	١- التعويض + النتيجة
		٢- معادلة المستوي $ax+by+cz+d=0$
	١٠	معرفة الناظم $\vec{n}(2,1,-3)$
	٥	إيجاد d
	٥	كتابة معادلة المستوي
		مجموع

ملاحظة: إذا حسب بعد A عن P وكان البعد لا يساوي الصفر ينال الدرجة المخصصة للخطوة الأولى.

السؤال الخامس: نتأمل التابع f المعرف على $[0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-\sin x$

1- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، 2- أثبت أن التابع f متزايد.

الملاحظات		الدرجة	الإجابة
	طريقة ٢ إذا اعتمد المبرهنة $f(x)\geq g(x)$	٥	١- $1\geq\sin x\geq-1$
٥ ٥ ٥ ٥ ٥	$\sin x\leq1$ $-\sin x\geq-1$ $x-\sin x\geq x-1$ $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-1)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	٥	$-1\leq-\sin x\leq1$
		٥	$x-1\leq x-\sin x\leq x+1$
		٥	$\lim\limits_{x\to+\infty}(x-1)=+\infty$
		٥	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$
		٥+٥	٢- $f'(x)=1-\cos x\geq0$ أو $f'(x)=2\sin^2\frac{x}{2}\geq0$
		٥	f تابع متزايد على المجال $[0,+\infty[$
		٤٠	مجموع

ثانياً: حل ثلاثة فقط من التمارين الأربعة الآتية: (٨٠ درجة لكل تمرين)

السؤال السادس:

التمرين الأول : ليكن العدد العقدي $w = \frac{-\sqrt{2}}{1+i} e^{i\frac{\pi}{4}}$ ، المطلوب:

1- بين أن $|w| = 1$ ، ثم اكتب العدد w بالشكل الأسي.

2- ليكن z عدد عقدي ما أثبت أن $Z = \frac{z - \overline{z}w}{1-w}$ عدد حقيقي.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
١-	$\lvert w \rvert = \frac{\lvert -\sqrt{2} \rvert}{\lvert 1+i \rvert}$ بسط + مقام	٥+٥	طريقة ثانية: لإثبات أن $\lvert W \rvert = 1$	١٠
	$\lvert w \rvert = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times 1 = 1$	٥+٥+٥	$-\sqrt{2} = \sqrt{2} e^{\pi i}$ $1+i = \sqrt{2} e^{\frac{\pi}{4} i}$	٥+٥
			$\left\lvert \frac{-\sqrt{2}}{1+i} \right\rvert = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$	٥
٢-	معرفة r	٥		
	معرفة θ	٥		
	الصيغة	٥		
٣-	$\overline{Z} = \overline{\left(\frac{z - \overline{z} w}{1-w}\right)}$	٥+٥	بسط + مقام	
	$\overline{Z} = \frac{\overline{z} - z \overline{w}}{1-\overline{w}}$	٥+٥	بسط + مقام	
	$\overline{Z} = \frac{\overline{z} w - z w \overline{w}}{w - w\overline{w}}$		ضرب البسط و المقام بـ w	
	$\overline{Z} = \frac{\overline{z} w - z}{w - 1}$	٥		
	$\overline{Z} = \frac{z - \overline{z} w}{1-w}$	٥		
	$\overline{Z} = Z$	٥		
	مجموع	٨٠		

ملاحظة:

١- إذا كتب الطالب العدد العقدي w بالشكل الأسي ثم أثبت أن $|w| = 1$ ينال الدرجات المخصصة للخطوتين الأولى والثانية كاملة

٢- إذا كتب الطالب $\overline{w} = \frac{1}{w}$ وأثبت ذلك ، ينال الدرجة المخصصة للخطوة الأولى.

٣- إذا كتب الطالب الصيغة الجبرية لـ w ثم توصل الى $|w| = 1$ ، ينال الدرجة المخصصة للخطوة الأولى.

السؤال السابع:

التمرين الثاني: ليكن f التابع المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق: $f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$ ، المطلوب:

1- عين التابع المشتق f' للتابع f .

2- نرمز بالرمز g إلى التابع المعرف على $J=]1,+\infty[$ وفق $g(x)=f(\sqrt{x})$ ، أثبت أن g اشتقاقي على J،
ثم احسب $g'(x)$ على J.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
١. $f(x)=\dfrac{2x+3}{x-1}$ $f':\mathbb{R}\setminus\{1\}\to\mathbb{R}$	٥	إذا كتب الطالب اشتقاقي على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ ينال الدرجة المخصصة للخطوة الأولى
$f'(x)=\dfrac{-5}{(x-1)^2}$	١٠+١٠	القانون + النتيجة
٢. $g(x)=f(\sqrt{x})$ مركب تابعين اشتقاقيين على J $x\mapsto\sqrt{x}$ اشتقاقي على J إذاً $f(\sqrt{x})$ اشتقاقي على J $g'(x)=(\sqrt{x})'f'(\sqrt{x})$ $g'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\left(\dfrac{-5}{(\sqrt{x}-1)^2}\right)$	٥ ٢٠ ١٠+١٠	طريقة ثانية: ٥ — $g(x)=\dfrac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$ ٢ — البسط تابع اشتقاقي على J ٣ — المقام تابع اشتقاقي على J ولا ينعدم ٥ — ومنه g تابع اشتقاقي على J ١٠×٤ — إيجاد $g'(x)$ القانون + مشتق الجذر + التعويض + النتيجة
مجموع	٨٠	

ملاحظة:

السؤال الثامن - التمرين الثالث:

المستقيمان d و d' معرفان وسيطياً وفق:

$$d:\begin{cases} x = t+2 \\ y = 2t+1 \\ z = -t \end{cases},\ t\in\mathbb{R} \quad \text{و} \quad d':\begin{cases} x = 2s-1 \\ y = s-2 \\ z = 3s-2 \end{cases},\ s\in\mathbb{R}$$

المطلوب: 1) أثبت أنّ d و d' متقاطعان، ثم عيّن إحداثيات I نقطة التقاطع.

2) جد معادلة للمستوي المحدد بالمستقيمين d و d'.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
١-	$\vec{u}_d(1,2,-1)$	٥	١- طريقة ثانية نختار نقطة A من d و نقطة B من d'	٢×٥
	$\vec{u}_{d'}(2,1,3)$	٥	أثبت أنّ $\vec{u}_d$ و $\vec{u}_{d'}$ غير مرتبطين خطياً	٢×٥
	$\frac{2}{1}\neq\frac{1}{2}$ المركبات غير متناسبة إذاً $\vec{u}_d$ و $\vec{u}_{d'}$ غير مرتبطين خطياً	٥	أثبت أنّ الأشعة $\overrightarrow{AB}$ و $\vec{u}_d$ و $\vec{u}_{d'}$ مرتبطة خطياً	٢×٥
	فالمستقيمان متقاطعان أو متخالفان	٥		
	الحل المشترك لجملة المعادلتين	٥	فالمستقيمان d و d' يقعان في مستوٍ واحد وغير متوازيين فهما متقاطعان	٢
	إيجاد s و t	٥+٥	و يتابع له بالحل المشترك وإحداثيات نقطة التقاطع	
	التحقق من المعادلة المتبقية	٥		٢٥
	إحداثيات نقطة التقاطع	٥		
٢-	افتراض الناظم $\vec{n}(\alpha,\beta,\gamma)$			
	$\vec{n}.\vec{u}_d=0$			
	$\vec{n}.\vec{u}_{d'}=0$	٥+٥+٥		
	إيجاد مركبات الشعاع الناظم			
	كتابة معادلة المستوي	٥		
	مجموع	٨٠		

ملاحظة:
في الخطوة الأولى يمكن استنتاج التقاطع من الحل المشترك وتحقق المعادلة الثالثة والحصول على الحل الوحيد

السؤال التاسع - التمرين الرابع:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة وفق: $u_n = \frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} + \frac{3}{e^3} + ... + \frac{n}{e^n}$. المطلوب:

1) أثبت أن $n \leq 2^n$ أياً كان العدد الطبيعي $n \geq 1$.

2) استنتج أن $\frac{2}{e-2}$ عنصر راجح على المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$.

3) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ متقاربة .

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
-1 نفرض $E(n):\ n \leq 2^n \quad ; n \geq 1$	٢	
نثبت صحة $E(1)$	٣	
محققة $E(1):\ 1 \leq 2$	٥	
نفترض صحة $E(n)$		
$E(n):\ n \leq 2^n$		
نثبت صحة $E(n+1)$	٥	
$E(n+1):\ n+1 \leq 2^{n+1}$		
لدينا $n \leq 2^n$	٥	
$n+1 \leq 1+2^n \leq 2.2^n$	٥+٣	
فالعلاقة صحيحة من أجل $n+1$ فهي صحيحة من أجل n	٢	
-2 $U_n = \frac{1}{e} + \frac{2}{e^2} + ... + \frac{n}{e^n}$		
$U_n \leq \frac{2}{e} + \frac{2^2}{e^2} + ... + \frac{2^n}{e^n}$	٥	
أو $U_n \leq \left(\frac{2}{e}\right)^1 + \left(\frac{2}{e}\right)^2 + ... + \left(\frac{2}{e}\right)^n$		
تمثل مجموع n حداً من متتالية هندسية	٥	إذا حسب المجموع دون ذكر أنها هندسية يدل على جعلها صحيحا
أساسها $q = \frac{2}{e}$ و حدها الأول $\frac{2}{e}$	٥+٥	
بالرمز + تتمة $U_n \leq \frac{2}{e}\left(\frac{1-\left(\frac{2}{e}\right)^n}{1-\frac{2}{e}}\right)$	٥+٥	
$U_n \leq \frac{2}{e-2}\left(1-\left(\frac{2}{e}\right)^n\right)$	٥	
عنصر راجح $M = \frac{2}{e-2}$	٥	
أو $U_n \leq \frac{2}{e-2}$		
$U_{n+1} - U_n \leq \frac{n+1}{e^{n+1}} > 0$	٥	
فالمتتالية متزايدة إذاً المتتالية متزايدة ومحدودة من الأعلى فهي متقاربة	٥	إذا كتب الطالب متتالية مجاميع جزئية موجبة فهي متزايدة
مجموع	٨٠	

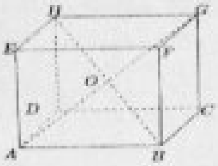
ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (١٠٠ درجة لكل مسألة)

السؤال العاشر:

المسألة الأولى: مكعب $ABCDEFGH$ طول حرفه 2 ،

O نقطة تقاطع القطرين $[AG]$ و $[BH]$.

نختار المعلم المتجانس $(A,\frac{1}{2}\overrightarrow{AB},\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$، والمطلوب:



1) جد إحداثيات النقاط A و B و G و H و O .

2) أعط معادلة للمستوي (GOB).

3) احسب $\overrightarrow{OG}.\overrightarrow{OB}$ واستنتج $\cos G\hat{O}B$.

4) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (DC).

5) أثبت أن المستقيم (DC) يوازي المستوي (GOB).

6) جد الأعداد الحقيقية α و β و γ حتى تكون النقطة D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة (A,α) و (B,β) و (C,γ).

الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
١- إيجاد إحداثيات النقاط الخمسة	٥×٢		
٢- افتراض الناظم $\vec{n}(a,b,c)$ اختيار الشعاعين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير مرتبطين خطياً وإيجاد الإحداثيات $\vec{n}.\vec{u}=0$ و المعادلة الناتجة $\vec{n}.\vec{v}=0$ و المعادلة الناتجة إيجاد إحداثيات الناظم $\vec{n}(a,b,c)$ حساب d في معادلة المستوي كتابة معادلة المستوي	٥ ٢+٢ ٢+٢ ٢+٢ ٢×٢	طريقة ثانية: لإيجاد معادلة المستوي (OGB): كتابة المعادلة العامة $ax+by+cz+d=0$ تعويض النقاط والوصول إلى المعادلات إيجاد قيم الوسطاء a , b , c , d التعويض	٥ ٣×٢ ٤×٢ ٤
	٢ ٣	طريقة ثالثة لإيجاد معادلة المستوي: نفرض $M(x,y,z)$ نقطة من المستوي (OGB) $\overrightarrow{OM}=\alpha\overrightarrow{OG}+\beta\overrightarrow{OB}$ $\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{OG}$, $\overrightarrow{OB}$ كتابة المعادلات الوصول للمعادلة	٦ ٣×٢ ٣×٢ ٦
٣- إيجاد مركبات $\overrightarrow{OG}$, $\overrightarrow{OB}$ حساب $\overrightarrow{OG}.\overrightarrow{OB}$ قانون $\cos GOB$ + النتيجة	٣+٣ ٣+٣ ٣+٣	يمكن الوصول إلى $\cos\theta$ بتطبيق $\cos\theta=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ حيث a,b,c أطوال أضلاع المثلث $G\hat{O}B$ حساب a,b,c قانون + التعويض + النتيجة	 ٣×٣ ٣×٣
٤- إيجاد مركبات $\overrightarrow{DC}$ المعادلات الوسيطية (قانون + تعويض)	٣ ٦+٦		

الإجابة	الدرجة	طريقة ثانية	الدرجة
٥- إثبات أن (DC) يوازي (GOB) إما اثبات أن المستقيم (DC) يوازي مستقيما محتوى في المستوي (GOB) أو بالحل المشترك للتمثيل الوسيطي للمستقيم (DC) ومعادلة المستوي (GOB) واستنتاج أن المعادلة مستحيلة أو إثبات تعامد شعاع ناظم على المستوي (GOB) مع شعاع التوجيه للمستقيم (DC)	٦		
٦- إيجاد α , β , γ قانون مركز الأبعاد المتناسبة تعويض استنتاج معادلتين بثلاثة مجاهيل α , β , γ حل جملة المعادلتين وإيجاد قيمة كلا من α , β , γ	٦ ٢ ٢ ٢+٢+٢	طريقة ثانية نلاحظ $\overline{DB} = \overline{DA} + \overline{DC}$ ومنه $\overline{DA} + \overline{DC} - \overline{DB} = \overline{0}$ استنتاج أن D مركز أبعاد متناسبة وإيجاد قيمة كل من α , β , γ	٦ ٤ ٢+٢+٢

السؤال الحادي عشر: المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0, +\infty[$ وفق: $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$ والمطلوب:

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي.

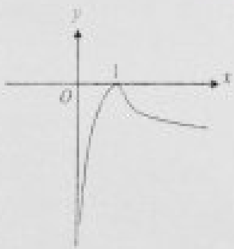
2) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3) اثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ حلاً وحيداً في المجال $\left]\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right[$.

4) في معلم متجانس ارسم الخط C.

5) استنتج رسم C_1 الخط البياني للتابع $g(x) = \frac{1 - x + \ln x}{x}$.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
١-	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$	٥	
	$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$	٥	
	$y = 0$ معادلة المقارب الأفقي	٥	
	$x = 0$ معادلة المقارب الشاقولي	٥	
٢-	$f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1 - \ln x}{x^2}$	٥+٥	
	$f'(x) = \frac{-\ln x}{x^2}$	٥	
	ينعدم $f'(x)$ عندما $x = 1$	٥	
	$f(1) = 1$	٥	
	$\begin{array}{c\|ccccc} x & 0 & & 1 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & 1 & \searrow & 0 \end{array}$	٥+٥ ٥+٥	إشارة المشتق انسجام الأسهم مع إشارات المشتق

٣- f مستمر ومتزايد على المجال $\left]\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right[$ فالمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد لأن $\left\{\begin{array}{l} f\left(\frac{1}{3}\right)=3-3\ln 3<0 \\ f\left(\frac{1}{2}\right)=2-2\ln 2>0 \\ f\left(\frac{1}{2}\right)f\left(\frac{1}{3}\right)<0 \end{array}\right.$	٥ ٣+٢ ٣+٢	أو حل المعادلة جبرياً $f(x)=0$ الوصول إلى $\ln(x)=-1$ ومنه $x=\frac{1}{e}$ $\frac{1}{3}<\frac{1}{e}<\frac{1}{2}$	٥ ٥ ٥
٤- رسم الخط 	١٠		
استنتاج رسم الخط C_g			
٥- بما أن $g(x)=f(x)-1$ أو بالرسم أو كتابة ينتج عن C_f بانسحاب بمقدار ١- على محور التراتيب أو $(x,y)\mapsto(x,y-1)$	١٠		

- انتهى السلم -

الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

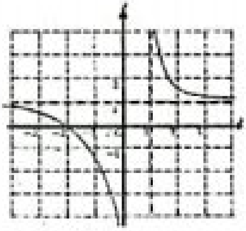
امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات: (الفرع العلمي - دورة أولى)

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



نتأمل الخط البياني C للتابع f المعرف على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$.

والمطلوب:

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to0} f(x)$.

2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي لـ C.

3) جد حلول المتراجحة $f'(x) < 0$.

4) جد حل المعادلة $f(x) = 0$.

السؤال الثاني: جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن x) في منشور $(x + \frac{1}{x^2})^{12}$.

السؤال الثالث: احسب العدد: $I = \int_0^4 (2-|2-x|)dx$.

السؤال الرابع:

نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقاط الآتية: $A(2,0,1)$ ، $B(1,-2,1)$ ، $C(5,0,5)$ ، $D(6,2,5)$ والمطلوب:

1) أثبت أن $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً.

2) عيّن العددين الحقيقيين α ، β بحيث $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$ واستنتج أن النقاط A ، B ، C ، D تقع في مستوٍ واحد.

السؤال الخامس:

ليكن f هو التابع المعرّف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ وفق: $f(x) = \dfrac{ax^2 + bx - 1}{x-1}$ المطلوب:

عيّن العددين الحقيقيين a ، b لتكون $f(-1) = 0$ قيمة حدية للتابع f.

السؤال السادس:

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملوّنة بالأسود، ووجهان ملونان بالأحمر، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي.
نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها. المطلوب:

1) اكتب قيم المتحول العشوائي X واحسب $P(X = 0)$.

2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني - 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 2$ ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$
ولتعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ وفق: $v_n = u_n + 6$.

المطلوب:

1) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq0}$ هندسية، عيّن أساسها واحسب v_0 ، ثم اكتب عبارة v_n بدلالة n.

2) لتعرّف المتتالية $(w_n)_{n\geq0}$ وفق: $w_n = \ln(v_n)$ ، أثبت أن المتتالية $(w_n)_{n\geq0}$ حسابية واحسب w_0
ثم احسب المجموع $S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5$.

يتبع في الصفحة الثانية

الرياضيات:

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

(الفرع العلمي – دورة أولى)

الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

الصفحة الثانية

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ تمثل النقاط A ، B ، C التي تمثلها الأعداد العقدية $a=8$ ، $b=-4+4i$ ، $c=-4i$ على الترتيب. والمطلوب:

1) احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

2) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

3) جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً.

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\ln(\frac{x}{x+1})$

1) أثبت أن f تابع متزايد تماماً على I ، واستنتج $f(I)$.

2) أثبت أن المستقيم d الذي معادلته $y=x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط $A(-1,2,3)$ ، $B(2,1,1)$ ، $C(-3,4,-1)$ ، $D(3,1,1)$. المطلوب:

1) جد $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ ، وبيّن أن المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.

2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة للمستوي (ABC).

3) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة D والعمودي على المستوي (ABC) .

4) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم $D-ABC$.

5) بفرض أن G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$ ، $(B,-1)$ ، $(C,2)$ أثبت أن المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$ والمطلوب :

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

2) أثبت أن $f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

3) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها.

4) ارسم C في معلم متجانس.

5) استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=(x-1)^2e^x$.

6) جد مجموعة تعريف التابع: $h(x)=\ln(f(x))$.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة: يسمح باستخدام الآلات الحاسبة والجداول اللغارتمية

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التتالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	قراءة الرسم البياني
٢	السؤال الثاني	تحليل توافقي
٣	السؤال الثالث	التكامل
٤	السؤال الرابع	اشعة
٥	السؤال الخامس	قيمة حدية
٦	السؤال السادس	احتمالات
٧	السؤال السابع/ التمرين الأول	متتاليات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الثاني	عقدية
٩	السؤال التاسع/ التمرين الثالث	تابع لوغارتمي
١٠	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة أشعة وهندسة تحليلية
١١	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة دراسة تابع أسي

٢- في الأسئلة الاختياريّة في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحّح أول خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويُكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري ملغى)

٣- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٤- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

٥- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

٦- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

٧- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرّراً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

٨- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

٩- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنه؛ بلا إجابة)

١١- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,....)

١٢- تُسجّل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابة.

مثال ذلك : الآحاد العشرات المئات

٢ ١ ١

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد.

حقل الآحاد بالعشرات.

السؤال الثالث: احسب العدد: $I=\int_{٠}^{٣}\left(٢-|٢-x|\right)dx$.

$I=\int_{٠}^{٢}x\,dx+\int_{٢}^{٣}(٤-x)\,dx$ $=\left[\frac{١}{٢}x^{٢}\right]_{٠}^{٢}+\left[٤x-\frac{١}{٢}x^{٢}\right]_{٢}^{٣}$ التعويض الناتج	5×3 5×3 2×4 ٢	5 لتجزئة حدود التكامل و 5 + 5 لعبارتي التكامل 5 لكل تابع أصلي إذا كتب الطالب $I=\int_{٠}^{٣}٢-(٢-x)\,dx$ $=\int_{٠}^{٣}x\,dx$ $=\left[\frac{١}{٢}x^{٢}\right]_{٠}^{٣}=\frac{٩}{٢}$ ينال الطالب 5 درجات للتابع الأصلي و 2+2 للتعويض و النتيجة
مجموع درجات السؤال الأول	٤٠	

السؤال الرابع: نتأمل في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقاط الآتية: $A(2,0,1)$ ، $B(1,-2,1)$ ، $C(5,0,5)$ ، $D(6,2,5)$

والمطلوب: 1) أثبت أنّ $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطياً.

٢) عيّن العددين الحقيقيين α ، β بحيث $\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$ واستنتج أنّ النقاط A ، B ، C ، D تقع في مستو واحد.

$\overrightarrow{AB}(-١,-٢,٠)$ $\overrightarrow{AC}(٣,٠,٤)$	3 3	لكل مركبة درجة لكل مركبة درجة
$-\frac{1}{3}\neq\frac{0}{4}$ أوالمركبات غير متناسبة أو أية عبارة تثبت عدم الارتباط الخطي	3 3	
$\overrightarrow{AD}(٤,٢,٤)$	3	لكل مركبة درجة
تعويض الأشعة في العبارة $\overrightarrow{AD}=\alpha\overrightarrow{AB}+\beta\overrightarrow{AC}$	٢×٣	لتعويض الشعاعين في العبارة
الوصول إلى ثلاث معادلات خطية من العبارة السابقة بطريقة صحيحة إيجاد α و β التحقق	3×3 2+2 3	لكل معادلة 3 درجات
$\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ أو النقاط تقع في مستو واحد	٣	إذا كتب الطالب العبارة $\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ مباشرةً بعد تعويض الأشعة في علاقة الارتباط الخطي ينال الدرجات ٥ × ٣ + ٤
مجموع درجات السؤال الرابع	40	

حقل العشرات بالمئات.

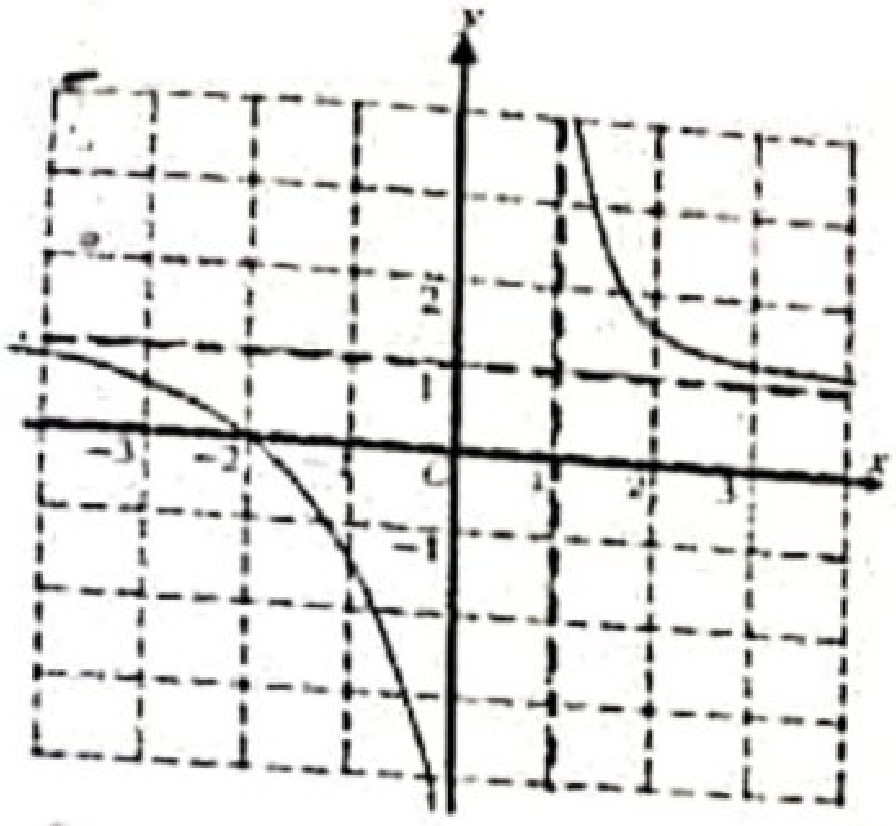
امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة / الفرع العلمي /tma الدورة الأولى عام ٢٠٢١م

الدرجة: ستمئة

سلم درجات مادة: الرياضيات

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



نتأمل الخط البياني C للتابع f المعرف على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$.

والمطلوب:

1) جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to0} f(x)$.

2) اكتب معادلة كل مقارب أفقي ومعادلة كل مقارب شاقولي لـ C.

3) جد حلول المتراجحة $f'(x)<0$.

4) جد حل المعادلة $f(x)=0$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$	٥	
$\lim\limits_{x\to1} f(x)=+\infty$	٥	
$\lim\limits_{x\to0} f(x)=-\infty$	٥	
$x=0$, $x=1$, $y=1$	5×3	
$f'(x)<0$ $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$	٥	
$x=-2$	٥	إذا كتب الطالب $(-2,0)$ في حل الطلب الأخير ينال الدرجة المخصصة
مجموع درجات السؤال الأول	٤٠	

السؤال الثاني: جد قيمة الحد الثابت (المستقل عن x) في منشور $(x+\frac{1}{x^2})^{12}$.

$T_r=\binom{n}{r}a^{n-r}b^r$	٥	إذا كتب الطالب $T_r=\binom{n}{r}a^r b^{n-r}$ ينال الدرجة المخصصة للقانون ويُتابع له
$\binom{12}{r}x^{12-r}x^{-2r}=\binom{12}{r}x^{12-3r}$	5×3	إذا حسب الطالب المنشور كاملاً وحدد القيمة المطلوبة ينال الدرجات المخصصة كاملة
$12-3r=0$	٥	
$r=4$	٥	عند حساب r و T_r في الخطوتين الأخيرتين
$T_4=\binom{12}{4}=495$	$5+3+2$	يخسر الدرجات المخصصة في حال كان r سالباً أو كسراً
مجموع درجات السؤال الأول	٤٠	

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلٍّ من التمرينين الأول والثاني- 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : لتكن لدينا المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية: $u_0 = 2$ ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$

ولنعرّف المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ وفق: $v_n = u_n + 6$.

المطلوب:

١) أثبت أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية، عيّن أساسها واحسب v_0 ، ثمّ اكتب عبارة v_n بدلالة n .

٢) لنعرّف المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ وفق: $w_n = \ln(v_n)$ ، أثبت أنّ المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ حسابية واحسب w_0،

ثمّ احسب المجموع $S = w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5$.

حساب v_{n+1} بدلالة u_{n+1}	٥	
حساب v_{n+1} بدلالة u_n	٥	
إظهار v_{n+1} بدلالة v_n	٥	
حساب q	٥	
حساب v_0	٥	
كتابة v_n بدلالة n بأي صيغة صحيحة	٥	
القانون $w_{n+1} - w_n$ حساب $w_{n+1} - w_n$ بدلالة $v_n - v_{n+1}$	٥ ٥	
استخدام خواص اللوغاريتم	٣	
الوصول للعدد الثابت أساس المتتالية الحسابية حساب w_0 حساب w_5 قانون حساب مجموع متتالية حسابية التعويض في القانون الحساب و النتيجة	2 5 5 5 5 5	إذا قام الطالب بحساب كلٍّ من $w_0, w_1, w_2, w_3, w_4, w_5$ ثم قام بحساب المجموع S ينال الدرجات المخصّصة
المجموع	٧٠	

ملاحظات التمرين الأول:

عند إثبات أن المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ حسابية يمكن الكتابة بأكثر من صياغة بطرائق مختلفة منها:

١- $w_{n+1} - w_n = \ln(v_{n+1}) - \ln(v_n)$ 5+5

$= \ln\left(\frac{v_{n+1}}{v_n}\right)$ 3

$= \ln(q) =$ ثابت 2

٢- $w_{n+1} - w_n = \ln\left(\frac{1}{2}v_n\right) - \ln(v_n)$ 5+5

$= \ln\left(\frac{1}{2}\right) =$ ثابت 3+2

٣- $w_{n+1} - w_n = \ln\left(\frac{1}{2^{n-2}}\right) - \ln\left(\frac{1}{2^{n-3}}\right)$

$= \ln\left(\frac{2^{n-3}}{2^{n-2}}\right) = \ln\left(\frac{1}{2}\right) =$ ثابت

التمرين الثاني:

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نتأمل النقاط A ، B ، C التي تمثلها الأعداد العقدية $a = 8$ ، $b = -4 + 4i$ ، $c = -4i$ على الترتيب. **والمطلوب:**

1) احسب العدد $\frac{b-c}{a-c}$ ، واستنتج أنّ المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين.

٢) جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة A وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

٣) جد العدد العقدي e الممثل للنقطة E ليكون الرباعي $ACBE$ مربعاً.

التعويض في $\frac{b-c}{a-c}$ الإصلاح $= \frac{-4+8i}{8+4i}$	5 5+5+5+5	
النتيجة	5	في حال كتب الطالب النتيجة مباشرة بعد التعويض ينال الدرجات المخصصة للإصلاح بالإضافة إلى درجة النتيجة
المثلث قائم ومتساوي الساقين	5	
قانون الدوران التعويض النتيجة بالشكل الجبري	5 5 5	
اختيار طريقة مناسبة لإيجاد E مثل $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EB}$ أو تناصف القطرين أو تساوي طولي القطرين أو الدوران	5	إذا لم يراعِ الطالب ترتيب رؤوس الرباعي يخسر ٥ درجات المخصصة للطريقة ويُتابع له الحل
تطبيق الطريقة	5+5	
الوصول إلى قيمة e	5	
المجموع	٧٠	

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(-1,2,3)$ ، $B(2,1,1)$ ، $C(-3,4,-1)$ ، $D(3,1,1)$. **المطلوب:**

١) جد $\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}$ ، وبيّن أنّ المستقيمين (AC) و (AB) متعامدان.

٢) أثبت أنّ الشعاع $\vec{n}(2,4,1)$ يعامد المستوي (ABC) واكتب معادلة للمستوي (ABC).

٣) جد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم d المار من النقطة D والعمودي على المستوي (ABC) .

٤) احسب بعد D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم الهرم $D-ABC$.

٥) بفرض أنّ G مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A,1)$, $(B,-1)$, $(C,2)$ أثبت أنّ المستقيمين (AB) و (CG) متوازيان.

حساب $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$	3×2	لكل مركبة درجة واحدة
حساب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ قانون + نتيجة	$3+2$	
حساب $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=٠$ التعويض + نتيجة	$3+2$	
حساب $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ التعويض + نتيجة	$3+2$	
التعبير عن معرفته أن $\vec{n}$ يعامد شعاعين غير مرتبطين خطياً	3	
أو التعبير عن معرفته أن $\vec{n}$ ناظم على المستوي		
قانون المستوي	5	
التعويض + نتيجة	5+5	
التعبير عن معرفته لشكل التمثيل الوسيطي	٥+٣×٥	للقانون ٥ ولكل معادلة ٥
قانون المسافة + التعويض + النتيجة	3+5+5	كتابة النتيجة مباشرة بشكل صحيح
حساب $\lVert\overrightarrow{AB}\rVert$ و $\lVert\overrightarrow{AC}\rVert$	$4+4$	ينال درجة القانون ضمناً
حساب المساحة	4	
قانون الحجم	3	
والنتيجة	3	
$\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$	3	
$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{BG}+2\overrightarrow{GC}=\vec{0}$	2	
$\overrightarrow{BA}=-2\overrightarrow{GC}$	3	
$\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{GC}$ مرتبطين خطياً	2	
$(BA)\parallel(CG)$		
المجموع	١٠٠	

السؤال الخامس:

ليكن f هو التابع المعرّف على $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ وفق: $f(x) = \frac{ax^{٢} + bx + ١}{x - ١}$. المطلوب:

عيّن العددين الحقيقيين a , b لتكون $f(-1) = 0$ قيمة حدّية للتابع f .

التعويض $f(-١) = \frac{a-b+١}{-٢} = ٠$	٥	
الوصول إلى العلاقة الأولى	٥	
حساب المشتق	١٠	إذا أخطأ الطالب بحساب المشتق وتابع الحل ينال الدرجات المخصصة للخطوات اللاحقة فقط
معرفة أن المشتق ينعدم عند 1-	٥	
التعويض في المشتق	٥	
الوصول إلى العلاقة الثانية	٦	
بالحل المشترك		
$a = 1$	٢	
$b = 2$	٢	
مجموع درجات السؤال الخامس	٤٠	

السؤال السادس:

نتأمل حجر نرد متوازن فيه أربعة وجوه ملوّنة بالأسود، ووجهان ملونان بالأحمر، نلقي هذا الحجر خمس مرات على التوالي. نعرّف متحولاً عشوائياً X يدل على عدد الوجوه السوداء التي نحصل عليها. **المطلوب:**

١) اكتب قيم المتحول العشوائي X واحسب $P(X = 0)$.

2) احسب التوقع الرياضي للمتحول العشوائي X وتباينه.

قيم X $X = \{0,1,2,3,4,5\}$	٣	ملاحظة: إذا أهمل أو اضاف الطالب أي قيمة من قيم المتغير العشوائي يخسر درجة واحدة لكل قيمة يهملها أو يضيفها بما لا يتجاوز ٣ درجات
قانون حساب الاحتمال	١٠	يخسر الطلب ٥ درجات إذا بدل بين p و q
قيم p + قيم q	٥+٥	إذا حسب الطالب
التعويض	٥	$p(X = ٠) = \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣} \times \frac{١}{٣}$ ينال
النتيجة	٢	الدرجة المخصصة لحساب $p(X = 0)$ كاملة
قانون + نتيجة $E(X)$	٣ + ٢	إذا كتب الطالب القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X، ثم حسب التوقع الرياضي
قانون + نتيجة $V(X)$	٣ + ٢	والتباين منه ينال الدرجات المخصصة
مجموع الدرجات	٤٠	

ملاحظات المسألة الأولى:

طريقة ثانية للطلب الأخير مجموع ثقلي A و B يساوي الصفر فيكون $(BA) \parallel (CG)$	٥+٥
طريقة ثالثة للطلب الأخير إحداثيات G مركبات $\overrightarrow{CG}$ و $\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{CG}$	2+2+2 2 2
طريقة رابعة للطلب الأخير $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AB} + \frac{\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}\overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CG} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{CG} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ الشعاعان مرتبطان خطياً والمستقيمان متوازيان	2 2 2 2 2
طريقة خامسة للطلب الأخير بفرض I مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(C,٢)$ و $(B,-1)$ إذاً $\overrightarrow{BI} = 2\overrightarrow{BC}$ تكون C منتصف $[BI]$ ويكون مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(B,-1)$ و $(A,1)$ و $(C,٢)$ هو مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(I,١)$ و $(A,1)$ بحسب الخاصة التجميعية. ومنه G في منتصف $[IA]$. وبالتالي $[CG]$ تصل بين منتصفي ضلعين في مثلث ومنه $(AB) \parallel (CG)$.	2+2 1 2 1 2

التمرين الثالث:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $I=]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x-4+\ln(\frac{x}{x+1})$

1) أثبت أنّ f تابع متزايد تماماً على I، واستنتج $f(I)$.

2) أثبت أنّ المستقيم d الذي معادلته $y=x-4$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

3) ادرس الوضع النسبي بين الخط البياني C والمستقيم d.

$x\mapsto\frac{x}{x+1}$ متزايد تماماً على I $x\mapsto\ln x$ متزايد تماماً على I مركب تابعين متزايدين هو تابع متزايد على I $x\mapsto x-4$ متزايد تماماً على I ومجموع تابعين متزايدين هو تابع متزايد	5 5 5 5 5	أو $f'(x)=1+\frac{x}{x(x+1)}>0$ الاشتقاق 5×3 $f'(x)>0$ 10
مجموعة قيم f $f(]0,+\infty[)=]-\infty,+\infty[$	5×2	ملاحظة: إذا حسب الطالب $\lim_{x\to0}f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ثم كتب النتيجة يُعطى $5+5$
القانون $f(x)-y_{\Delta}$ إيجاد النهاية $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-y_{\Delta})=0$ الوضع النسبي الإشارة + التعليل $\frac{x}{x+1}<1$ ومنه $\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)<0$ الوضع النسبي المنسجم مع إشارته C تحت d	5 5 5+5 5	ملاحظة: في حال حلّ الطالب المعادلة $\frac{x}{x+1}=1$ وذكر أنّها مستحيلة وذكر أنّ التابع $g(x)=\frac{x}{x+1}$ متزايد تماماً على I فإنه يحافظ على إشارة واحدة $g(x)<1$ ومنه $\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)<0$ ينال الطالب الدرجة المخصصة لتعليل إشارة تابع الفرق على I
المجموع	٦٠	

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=\frac{(x+1)^2}{e^x}$ والمطلوب :

1) احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه واكتب معادلة المستقيم المقارب الأفقي.

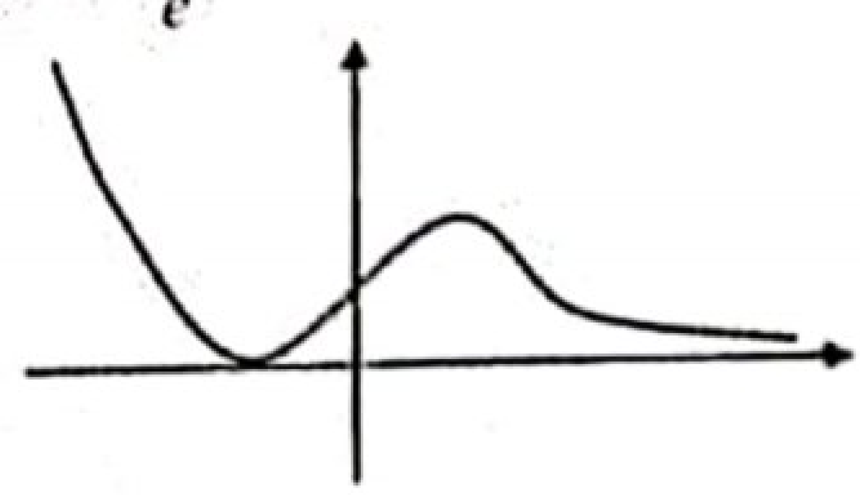
2) أثبت أن $f'(x)=(1-x^2)e^{-x}$.

3) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها ودل على القيم الحدية مبيناً نوعها.

4) ارسم C في معلم متجانس.

5) استنتج رسم الخط البياني C_1 للتابع g المعرف وفق: $g(x)=(x-1)^2e^x$.

6) جد مجموعة تعريف التابع: $h(x)=\ln(f(x))$.

حساب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$	5	
حساب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$	5+3	النهاية + التعليل
$y=0$ مقارب أفقي	٥	
$f'(x)$	5+5+5	قانون + التعويض + النتيجة
ينعدم $f'(x)$ عندما $x=-١$ و $x=1$	3+3	
$f(-1)=0$ $f(١)=\frac{٤}{e}$	٣+٣	
$\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & -١ & & +١ & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & ٠ & + & ٠ & - & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & ٠ & \nearrow & \frac{٤}{e} & \searrow & ٠ \end{array}$	$(٢+٣)\times٣$	إشارة + سهم إذا لم يضع الطالب الإشارة في سطر $f'(x)$ يخسر ٦ درجات
قيمة صغرى محلياً $f(-1)=0$	٥	
قيمة كبرى محلياً $f(١)=\frac{٤}{e}$	5	
	5+5	٥ للانسجام مع الجدول ٥ للانسجام مع المقارب والقيم الحدية
C_1 نظير C بالنسبة لمحور التراتيب أو $g(x)=f(-x)$ أو الرسم	١٠	
مجموعة التعريف $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$	٥+٥	التعليل + النتيجة في الخطوة الأخيرة إذا كتب الطالب $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ ينال ١٠ درجات
المجموع	١٠٠	

انتهى السلم

الاسم :
الرقم :
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمائة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات (الفرع العلمي – دورة ثانية)

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: عيّن قيمة n التي تحقق المعادلة $P^2_{n+1}=16\binom{n+2}{2}$.

السؤال الثاني: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P: 2x+y-2z-4=0$ ، المطلوب:

1) احسب بعد A عن المستوي P .
2) اكتب معادلة الكرة التي مركزها A وتمس المستوي P .

السؤال الثالث: احسب التكامل الآتي: $I=\int_0^{\pi} x\sin x\,dx$

السؤال الرابع: تأمل جدول التغيرات التابع f المعرّف على $]0,+\infty[$ خطه البياني C . والمطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$	0

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to 0} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي.
2) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.
3) دل على القيمة المحلية وبيّن نوعها.
4) جد مجموعة حلول المتراجحة $f'(x)>0$.

السؤال الخامس:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,0[$ وفق: $f(x)=\frac{2x^2+\cos^2 x}{x}$ ، المطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل لـ C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ .

السؤال السادس:

يحتوي صندوق على كرات حمراء و كرات بيضاء ، عدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعاف عدد الكرات البيضاء. المطلوب:

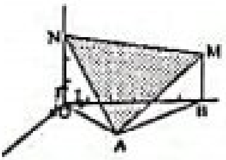
1) نسحب عشوائياً من الصندوق كرة، ما احتمال أن تكون بيضاء اللون.
2) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة، نعرّف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة أثناء عمليات السحب الثلاثة. اكتب مجموعة قيم X وجدول القانون الاحتمالي.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني – 60 درجة التمرين الثالث)

التمرين الأول:

نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة وفق: $u_0=\frac{5}{2}$ وأياً كان العدد الطبيعي n : $u_{n+1}=(u_n-2)^2+2$. المطلوب:

1) أثبت بالتدريج أن $2\leq u_n\leq 3$ أياً كان العدد الطبيعي n .
2) أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة .
3) استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وجد $\lim_{n\to+\infty} u_n$.



التمرين الثاني: في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط:
$A(1,3,0)$ ، $B(0,6,0)$ ، $N(0,0,3)$ ، $M(0,6,2)$.

المطلوب:

1) اكتب معادلة المستوي (AMN) .
2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O ويعامد المستوي (AMN) .
3) أثبت أن المستوي الذي معادلته $z-1=0$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BM]$.

يتبع في الصفحة الثانية

الاسم :
الرقم :
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢١

الرياضيات

(الفرع العلمي – دورة ثانية)

الصفحة الثانية

التمرين الثالث:

ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=(ax+b)e^{-x}$. المطلوب:

أولاً: احسب قيمة كل من a و b إذا علمت أن $f(-1)=e$ قيمة حدية للتابع.

ثانياً: لتكن المعادلة التفاضلية $y'+y=\lambda e^{-x}$ ، عيّن قيمة λ إذا علمت أن $f(x)=(x+2)e^{-x}$ حلاً لها.

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرّف بالصيغة $P(z)=z^3-2(\alpha+i\sqrt{3})z^2-4(\alpha-i\sqrt{3})z+8$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$ ،

المطلوب:

1) احسب العدد α لكي يكون $z=2$ حلاً للمعادلة $P(z)=0$.

2) بفرض $\alpha=1$ جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z)=(z-2)Q(z)$ ،

ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب:

$a=2$ ، $b=1+i\sqrt{3}$ ، $c=-1+i\sqrt{3}$. المطلوب:

a) أثبت أن: $\frac{a-b}{c-b}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC.

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عيّن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A' ، B' ، C' على الترتيب.

المسألة الثانية:

ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $I=\left]0,+\infty\right[$ وفق: $f(x)=e^{-x}(1+\ln x)$ ، والتابع g المعرف على I وفق: $g(x)=\frac{1}{x}-1-\ln x$. المطلوب:

1) ادرس تغيرات التابع g ونظّم جدولاً بها.

2) بيّن أن للمعادلة $g(x)=0$ حلاً وحيداً α ، ثم تحقق أن $\alpha=1$.

3) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

4) أثبت أن: $f'(x)=\frac{g(x)}{e^{x}}$.

5) مستفيداً من تغيرات التابع g ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها.

6) في معلم متجانس ارسم الخط C_f.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة.

ملاحظات عامةtm

١- في ركن تسجيل الدرجات على القسيمة تخصص الحقول على التالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	تحليل توافقي
٢	السؤال الثاني	معادلة كرة
٣	السؤال الثالث	التكامل
٤	السؤال الرابع	جدول تغيرات
٥	السؤال الخامس	المقارب المائل
٦	السؤال السادس	الاحتمالات
٧	السؤال السابع/ التمرين الأول	متتاليات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الثاني	تمرين الأشعة
٩	السؤال التاسع/ التمرين الثالث	القيمة الحدية
١٠	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة العقدية
١١	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة دراسة تابع أسي

٢- في الأسئلة الاختيارية في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحح أول خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري ملغى)

٣- تحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصّصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٤- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصّصة لما دمج من خطوات .

٥- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصّصة للخطوة الواحدة إلّا عند وجود خطأ حسابي .

٦- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحلّ ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

٧- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومبرزاً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجّهون الاختصاصيّون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادّة الرياضيات في وزارة التربية.

٨- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحّح والمدقّق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

٩- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنه؛ بلا إجابة)

١١- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,.....)

١٢- تُسجّل الدرجات التي يستحقّها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابة.

مثال توضيحي:	الآحاد	العشرات	المئات
	٢	١	١

بعد استبدال حقل الكسور بالآحاد، حقل الآحاد بالعشرات، حقل العشرات بالمئات.

سلم درجات مادة: الرياضيات　　　　　　　　　　　　　　الدرجة: ستمئة

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:

عيّن قيمة n التي تحقق المعادلة $P^{3}_{n+3} = 16\binom{n+2}{2}$.

شرط الحل $n \in \{0,1,2,....\}$ $(n+3)(n+2)(n+1) = 16\,\dfrac{(n+3)(n+1)}{2}$ $n+3=8$ $n=5$	٥ ٥ قانون توافيق + ٥ نشر + ٥ قانون تراتيب + ٥ نشر + ٥شرط الاختصار ٥معادلة درجة أولى ٥	ملاحظة: الخطأ بتطبيق القانون يخسر ٥ درجات
مجموع درجات السؤال الأول	٤٠	

السؤال الثاني: نتأمل في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقطة $A(2,1,2)$ والمستوي $P: 2x+y-2z-4=0$. **المطلوب:**

1) احسب بعد A عن المستوي P.

2) اكتب معادلة للكرة التي مركزها A وتمس المستوي P.

$dis_{(A,P)} = \dfrac{\lvert ax_A + by_A + cz_A + d \rvert}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ $= \dfrac{\lvert 4+1-4-4 \rvert}{\sqrt{4+1+4}} = \dfrac{3}{3} = 1$ $d = R$ معرفة $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=1$	٥ ٥+٥+٥ ١٠ 5+5	ملاحظة: أي خطأ بتطبيق القانون يخسر ٥ درجات قانون + تعويض + نتيجة (٣ × ٥) تعويض+ إصلاح+ نتيجة إذا كتب قانون خاطئ يخسر ٢٠ درجة إذا كتب معادلة للكرة بدون تربيع يخسر ٢٠ درجة قانون + تعويض
مجموع درجات السؤال الثاني	٤٠	

السؤال الثالث: احسب التكامل الآتي: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx$

حساب التكامل: افتراض $u = x$ و $u' = 1$ $v' = \sin x$ و $v = -\cos x$ قانون التكامل بالتجزئة $I = -x\cos x + \sin x \Big]_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$	٢ × ٥ ٢ × ٥ 5 5+5+5	إذا بدل بالفرضيات ينال ١٥ درجة فقط على كامل السؤال (٥قانون + ٥اشتقاق + ٥تابع أصلي)
مجموع درجات السؤال الثالث	٤٠	

السؤال الرابع: تأمل جدول تغيرات التابع f المعرف على $]0,+\infty[$ خطه البياني C . والمطلوب:

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\|\| -\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$	0

1) جد $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to 0} f(x)$ واكتب معادلة المقارب الأفقي.

2) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟

3) دلّ على القيمة المحلية وبيّن نوعها.

4) جد مجموعة حلول المتراجحة $f'(x)>0$ ؟

الحل	الدرجة	ملاحظات
$\lim_{x\to 0} f(x)=-\infty,\quad \lim_{x\to+\infty} f(x)=0$	٥+٥	
المقارب الأفقي $y=0$	٥	
عدد حلول المعادلة: حل وحيد	٥	
القيمة الكبرى محلياً ، $\frac{1}{e}$	٥+٥	
مجموعة حلول المتراجحة المجال $]0,+1[$	١٠	إذا أغلق المجال يخسر ٥ درجات إذا كتب مجال $]1,0[$ يخسر ١٠ درجات
مجموع درجات السؤال الرابع	٤٠	

السؤال الخامس:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,0[$ وفق: $f(x)=\frac{2x^2+\cos^2 x}{x}$. المطلوب:

أثبت أن المستقيم Δ الذي معادلته $y=2x$ مقارب مائل لـ C في جوار $-\infty$ وادرس الوضع النسبي بين C و Δ .

الحل	الدرجة	ملاحظات
$f(x)-y_{\Delta}=\frac{\cos^2 x}{x}$	٥	
$\lim_{x\to-\infty}(f(x)-y_{\Delta})=0$	٥	
$-1\le \cos x\le 1$	٥	
$0\le \cos^2 x\le 1$	٣	عند القسمة على $x<0$ ولم يغير جهة التراجح يخسر درجتان
$\frac{-1}{x}\le \frac{\cos^2 x}{x}\le 0$	٢	
حسب الإحاطة $\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x}=0$	٥	
$\lim_{x\to-\infty}\frac{\cos^2 x}{x}=0$	٥	
الوضع النسبي دراسة إشارة $g(x)=\frac{\cos^2 x}{x}$ البسط موجب	٣	
إشارة الكسر من إشارة المقام والمقام سالب $g(x)<0$	٥	إذا كتب الطالب $g(x)<0$ والخط C يقع تحت
ومنه الخط C يقع تحت المقارب	٢	المقارب ينال الدرجات المخصصة دون الحاجة لذكر النقاط المشتركة
مجموع درجات السؤال الخامس	٤٠	

السؤال السادس: يحتوي صندوق على كرات حمراء و كرات بيضاء ، عدد الكرات الحمراء يساوي ثلاثة أضعاف عدد الكرات البيضاء. **المطلوب:** 1) نسحب عشوائياً من الصندوق كرة، ما احتمال أن تكون بيضاء اللون.
2) نسحب من الصندوق ثلاث كرات على التتالي مع الإعادة، نعرّف X المتحول العشوائي الذي يدل على عدد الكرات البيضاء المسحوبة أثناء عمليات السحب الثلاثة. اكتب مجموعة قيم X، وجدول القانون الاحتمالي.

w : الحدث الكرة البيضاء $P(w)=\frac{1}{4}$	٨	في قيم المتحول العشوائي يخسر درجتان إذا أضاف قيمة أو انقص قيمة
$X=\{0,1,2,3\}$	٨	
$p(X=0)=\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{27}{64}$	٣+٢	
$p(X=1)=\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times 3=\frac{27}{64}$	٣+٣	
$p(X=2)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times 3=\frac{9}{64}$	٣+٣	عدم الضرب بالتباديل يخسر ٣ درجات
$p(X=3)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{64}$	٣+٢	
$\begin{array}{c\|cccc} x_i & ٠ & ١ & ٢ & ٣ \\ \hline p(X=x_i) & \frac{١}{٦٤} & \frac{٩}{٦٤} & \frac{٢٧}{٦٤} & \frac{٢٧}{٦٤} \end{array}$	٢	تنظيم الجدول
مجموع درجات السؤال السادس	٤٠	
طريقة: حساب $P=\frac{n}{4n}=\frac{1}{4}$ ، $q=\frac{3}{4}$	٨+٢	عند المبادلة بين p و q يخسر درجتين فقط
$X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$ قانون برنولي حساب $P(0)$ و $P(1)$ و $P(2)$ و $P(3)$	٨ ٢ ٢ تعويض + ٣ النتيجة لكل احتمال	$(2+3)\times 4$

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكلّ من التمرينين الأول والثاني- 60 درجة للتمرين الثالث)

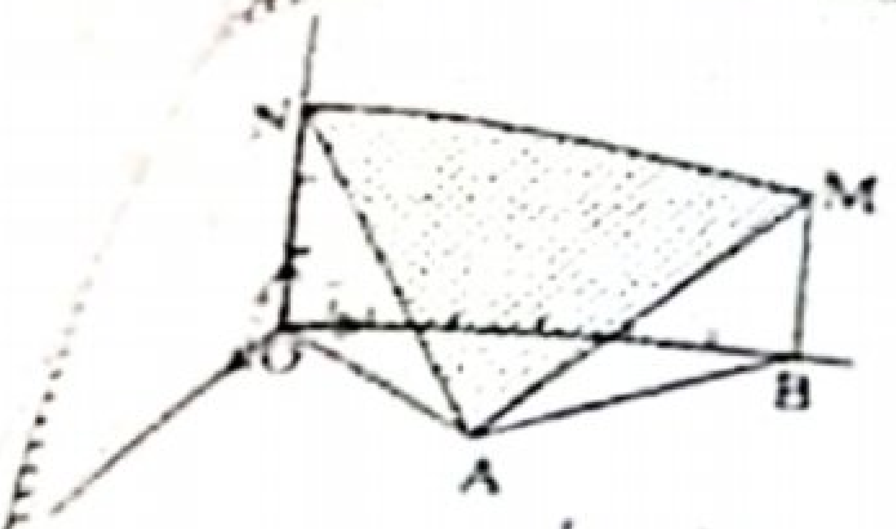
التمرين الأول : نتأمل المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ المعرفة وفق: $u_0=\frac{5}{2}$ وأياً كان العدد الطبيعي n: $u_{n+1}=(u_n-2)^2+2$.

المطلوب: ١) أثبت بالتدريج أن $2\le u_n\le 3$ أياً كان العدد الطبيعي n .

٢) أثبت أنّ المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ متناقصة . ٣) استنتج تقارب المتتالية $(u_n)_{n\ge0}$ وجدْ $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

ترميز القضية	٢	
إثبات صحة $E(0)$	٥	
افتراض صحة $E(n)$	٥	
وإثبات $E(n+1)$	5×4	
$E(n+1)$ محققة فإن $E(n)$ صحيحة أياً كانت $n\ge0$	٣	
اثبات أنها متناقصة: $u_{n+1}-u_n\le0$		
$(u_n-2)^2+2-u_n=(u_n-3)(u_n-2)$	٥+٥+٥	
$u_n-3\le0$ و $u_n-2\ge0$ ومنه	٣+٣	أو تبرير أنها متناقصة ومحدودة من الأدنى $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=2$
$(u_n-3)(u_n-2)\le0$	٤	
المتتالية متناقصة ومحدودة من الأدنى فهي متقاربة، النهاية هي حل	٥	
للمعادلة $f(x)=x$		
ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=2$	٥	
المجموع	٧٠	

طريقة ثانية لبرهان التناقص بطريقة التدريج:		طريقة ثانية لبرهان المحدودية	
$Q(n):u_{n+1}\le u_n : n\ge0$	٥	إثبات صحة $E(0)$	
$Q(0):u_1\le u_0$ محققة $\frac{9}{4}\le\frac{5}{2}$	٥	افتراض صحة $E(n)$	
نفرض $Q(n)$ صحيحة من اجل n	٥	وإثبات $E(n+1)$	
$Q(n+1):u_{n+2}\le u_{n+1} : n\ge0$		نعرف تابع $f(u_n)=u_{n+1}$	
من الفرض $u_{n+1}\le u_n$		$f(x)=(x-2)^2+2$	٣
$u_{n+1}-2\le u_n-2$	٢	$f'(x)=2(x-2)$	٣
$(u_{n+1}-2)^2\le(u_n-2)^2$	٢	$x\ge2$	٢
		f متزايد تماماً على $[2,+\infty[$	٢
$(u_{n+1}-2)^2+2\le(u_n-2)^2+2$	٢	من الفرض $2\le u_n\le3$	
$u_{n+2}\le u_{n+1}$	٢	$f(2)\le f(u_n)\le f(3)$	٥
$Q(n+1)$ محققة ومنه $Q(n)$ صحيحة أيا كانت $n\ge0$	٢	$2\le u_{n+1}\le3$	٥
		$E(n+1)$ محققة فإن $E(n)$ صحيحة أياً كانت $n\ge0$	٣



التمرين الثاني: في معلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط:

$A(1,3,0)$, $B(0,6,0)$, $N(0,0,3)$, $M(0,6,2)$

المطلوب:

1) اكتب معادلة للمستوي (AMN).
2) اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من O ويعامد المستوي (AMN).
3) أثبت أن المستوي الذي معادلته $z-1=0$ هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BM]$.

الوصول إلى معادلة المستوي (AMN)		ملاحظات:	
إما من العلاقة $ax+by+cz+d=0$	٦	أو إيجاد $\overrightarrow{AN}$, $\overrightarrow{AM}$ ،	٣+٣
تعويض النقاط	١+١+١	$\vec{n}\cdot\overrightarrow{AN}=0$ ، $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AM}=0$	٢+٢
وحساب قيم d , c , b , a	٤+٤+٤+٤	افتراض $\vec{n}(a,b,c)$	٣
كتابة معادلة المستوي	٥	إيجاد قيم الوسطاء c , b , a	٤+٤+٤
		كتابة معادلة للمستوي	٥
المعادلات الوسيطية – قانون	٥	أو $k(x,y,z)$ نقطة من المستوي	٥
شعاع توجيه	3×3	$\overrightarrow{Ak}=\alpha\overrightarrow{AM}+\beta\overrightarrow{AN}$	٥ قانون ٥ تعويض
نتيجة	2×3	إيجاد α,β	٥+٥
اثبات أن $z=1$ معادلة المستوي المحوري		الوصول إلى معادلة للمستوي	٥
إيجاد إحداثيات المنتصف	3×3		
معرفة الناظم $\overrightarrow{BM}$	2×3		
كتابة معادلة المستوي المحوري	٥		
المجموع	٧٠		

طريقة: المستوي المحوري		$z-1=0$	
		$\vec{n}(0,0,1)$	٤
$D(x,y,1)$ $D\in\rho$	٥	$\overrightarrow{MB}(0,0,2)$	٣
$BD=\sqrt{x^2+(y-6)^2+1}$	٤+٣	$I(0,6,1)$	٣
$MD=\sqrt{x^2+(y-6)^2+1}$	٣	$I(0,6,1)$ تحقق معادلة المستوي ρ	٤
$BD=MD$	٣	$\overrightarrow{MB}$, $\vec{n}$ مرتبطان خطياً	٤
ρ المستوي المحوري	٢	ρ المستوي المحوري	٢

طريقة:			
أو $k(x,y,z)$ نقطة من المستوي المحوري	٥	في التمثيل الوسيطي عند استخدام نقطة غير المبدأ يخسر درجة واحدة	
$KM^2=MB^2$ ومنه $KM=MB$	٥		
تعويض – إصلاح - نتيجة	٢+٣+٤		

التمرين الثالث: ليكن التابع f المعرف على $\mathbb{R}$ وفق : $f(x)=(ax+b)e^{-x}$. **المطلوب:**

أولاً: احسب قيمة كل من a , b إذا علمت أنّ $f(-1)=e$ قيمة حدية للتابع.

ثانياً: لتكن المعادلة التفاضليّة $y'+y=\lambda e^{-x}$ ، عيّن قيمة λ إذا علمت أنّ $f(x)=(x+2)e^{-x}$ حلاً لها.

تعويض القيمة في معادلة التابع $f(-1)=e$ أيجاد المشتق ، معرفة $f'(-1)=0$ ، تعويض ، نتيجة حل معادلتين بمجهولين – الوصول إلى قيمة a , b	$5+5$ 5×4 5×2	٥ تعوض للمعادلات الخطية بعد الإصلاح ٥ مشتق + ٥ قانون + ٥ تعويض + ٥الوصول إلى معادلات خطية بدلالة b و a
حساب $f'(x)=y'$ – التعويض – الإصلاح – قيمة λ	5×4	
المجموع	٦٠	

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرف بالصيغة

$P(z)=z^3-2(\alpha+i\sqrt{3})z^2-4(\alpha-i\sqrt{3})z+8$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$. المطلوب:

1) احسب العدد α لكي يكون $z=2$ حلاً للمعادلة $P(z)=0$.

2) بفرض $\alpha=1$ جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z)=(z-2)Q(z)$،

ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب: $a=2$ ، $b=1+i\sqrt{3}$ ، $c=-1+i\sqrt{3}$.

المطلوب: a) أثبت أن: $\frac{a-b}{c-b}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC.

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عيّن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A' ، B' ، C' على الترتيب.

أولاً: ١- التعويض $z=2$ في المعادلة الوصول إلى معادلة خطية الوصول إلى قيمة α	٥ ٥ ٥		
٢- إجراء القسمة الإقليدية أو أي طريقة أخرى صحيحة وإيجاد $Q(z)$ حساب Δ جذر أول جذر ثاني جذر ثالث	5+5+5 ٥ ٦ ٥ ٥ ٥	طريقة ثانية لإيجاد $Q(z)$: $(z+2)(az^2+bz+c)=p(z)$ إيجاد a و b و c	٥ ٥+٥+٥
ثانياً: a- إثبات $\frac{b-a}{c-a}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ تعويض الشكل الجبري الشكل المثلثي الشكل الأسي استنتاج مثلث متساوي الساقين و منفرج الزاوية	5+5 ٥ ٥ 10 ٥	طريقة: كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل المثلثي كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل الجبري حساب $\frac{b-a}{c-a}$ وكتابتها بالشكل الجبري والنتيجة ملاحظة١: إذا كتب الطالب مثلث متساوي الساقين و قائم يخسر الدرجة المخصصة. ملاحظة٢: إذا قام الطالب بحساب AB ، AC ، BC واستنتج أن المثلث متساوي الساقين يدل ٥ درجات ملاحظة: إذا كتب الطالب المثلث متساوي الساقين أو منفرج الزاوية ينال ٥ درجات المخصصة للخطوة	٥ ٥+٥ ٥+٥+٥
b- إيجاد a' ، b' ، c'	3+3+3	متساوي الساقين $\left\|\frac{a-b}{c-b}\right\|=1$	
المجموع	١٠٠		

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: أولاً: ليكن $P(z)$ كثير حدود معرّف بالصيغة

$P(z)=z^3-2(\alpha+i\sqrt{3})z^2-4(\alpha-i\sqrt{3})z+8$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$، المطلوب:

1) احسب العدد α لكي يكون ٢ = z حلاً للمعادلة $P(z)=0$.

2) بفرض $\alpha=1$ جد كثير الحدود من الدرجة الثانية $Q(z)$ يحقق: $P(z)=(z-2)Q(z)$،

ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$.

ثانياً: لتكن A و B و C نقاط المستوي التي تمثل الأعداد العقدية بالترتيب: $a=2$ ، $b=1+i\sqrt{3}$ ، $c=-1+i\sqrt{3}$.

المطلوب: a) أثبت أن: $\frac{a-b}{c-b}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ، واستنتج طبيعة المثلث ABC .

b) ليكن المثلث $A'B'C'$ صورة المثلث ABC وفق تناظر بالنسبة لمحور الفواصل، عيّن a' و b' و c' التي تمثلها نقاط المستوي A' ، B' ، C' على الترتيب.

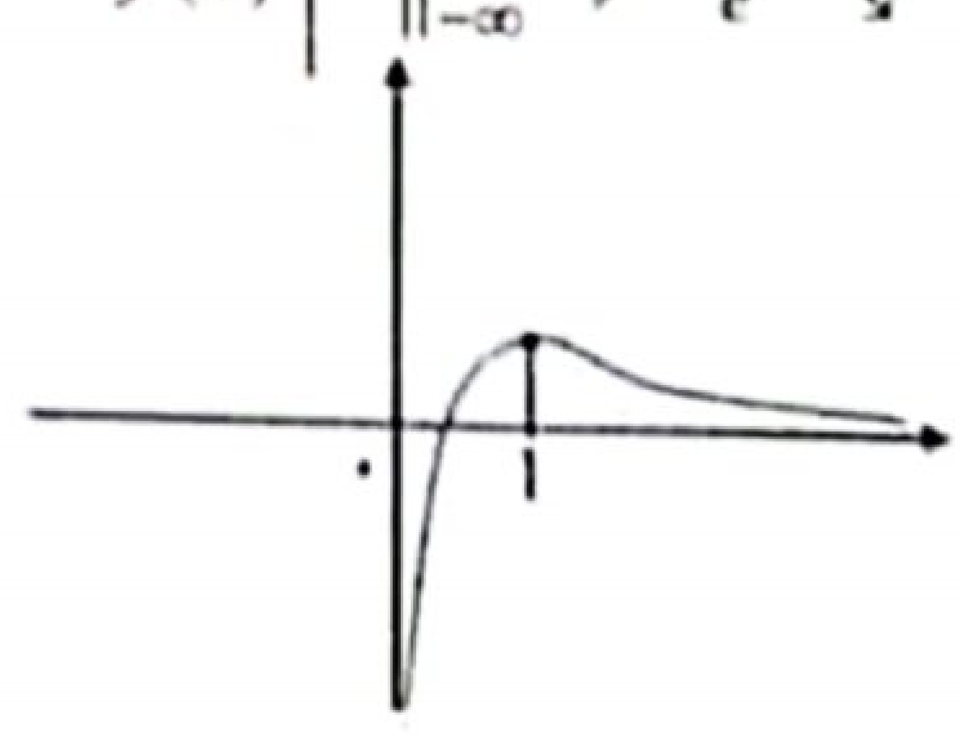
أولاً: ١- التعويض $z=2$ في المعادلة الوصول إلى معادلة خطية الوصول إلى قيمة α	٥ ٥ ٥		
٢- إجراء القسمة الإقليدية أو أي طريقة أخرى صحيحة وإيجاد $Q(z)$ حساب Δ جذر أول جذر ثاني جذر ثالث	$5+5+5$ ٥ ٦ ٥ ٥ ٥	طريقة ثانية لإيجاد $Q(z)$: $(z+2)(az^2+bz+c)=p(z)$ إيجاد a و b و c	٥ ٥+٥+٥
ثانياً: a- إثبات $\frac{b-a}{c-a}=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ تعويض الشكل الجبري الشكل المثلثي الشكل الأسي استنتاج مثلث متساوي الساقين و منفرج الزاوية	$5+5$ ٥ ٥ 10 ٥	طريقة: كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل المثلثي كتابة $e^{\frac{2\pi}{3}i}$ بالشكل الجبري حساب $\frac{b-a}{c-a}$ وكتابتها بالشكل الجبري والنتيجة ملاحظة١: إذا كتب الطالب مثلث متساوي الساقين و قام بخسر الدرجة المخصصة. ملاحظة٢: إذا قام الطالب بحساب AB ، AC ، BC واستنتج أن المثلث متساوي الساقين ينال ٥ درجات ملاحظة: إذا كتب الطالب المثلث متساوي الساقين أو منفرج الزاوية ينال ٥ درجات المخصصة للخطوة	٥ ٥+٥ ٥+٥+٥
-b إيجاد a' ، b' ، c'	$3+3+3$	متساوي الساقين $\frac{a-b}{c-b}=1$	
المجموع	١٠٠		

المسألة الثانية: ليكن C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $I =]0,+\infty[$ وفق: $f(x) = e^{-x}(1+\ln x)$ ،
والتابع g المعرف على I وفق: $g(x) = \frac{1}{x} - 1 - \ln x$. **المطلوب:**

1) ادرس تغيرات التابع g ونظّم جدولاً بها. 2) بيّن أن للمعادلة $g(x) = 0$ حلاً وحيداً α ، ثم تحقق أن $\alpha = 1$.

3) جد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه. 4) أثبت أن: $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$.

5) مستفيداً من تغيرات التابع g ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها. 6) في معلم متجانس ارسم الخط C_f.

	الدرجة	الحل
	5+5	$\lim_{x\to 0} g(x) = +\infty \quad , \quad \lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$
	5+5	$g'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}$
	٥ ٥	جدول تغيرات g (أدناه)
	5×4	g مستمر على $]0,+\infty[$ ، g متناقص على $]0,+\infty[$ ، $0 \in f(]0,+\infty[) =]-\infty,+\infty[$ فللمعادلة $g(x) = 0$ حل وحيد
	5	$g(1) = 1 - 1 - \ln 1 = 0$ ....
	5	$\lim_{x\to 0} f(x) = -\infty$, ...
نتيجة + تعليل	5+5	$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{1+\ln x}{e^x} = 0$
	5+5	$f'(x) = -\frac{1}{x}e^{-x} + \left(-e^{-x}\right)(1+\ln x) = \frac{\frac{1}{x} - 1 - \ln x}{e^x} = \frac{g(x)}{e^x}$
لكل إشارة وسهم متوافق معها ٥ درجات إذا لم يكتب الطالب العدد 1 ونظم جدولاً يتوافق مع حله ووضع إشارة واحدة مع سهم موافق يخسر ٥ درجات	5+5	جدول تغيرات f (أدناه)
ينال الطالب درجة الرسم المتوافق مع الجدول الذي نظمه	١٠	
	١٠٠	المجموع

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	
$g(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$	0

انتهى السلم

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢٢

الرياضيات: (الفرع العلمي) (الدورة الأولى)

الصفحة الأولى

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال).

السؤال الأول: تأمل جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ خطه البياني C.

x	$-\infty$			1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\infty$	‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+2$

المطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط C .

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟

4- ما هي حلول المتراجحة $f'(x)<0$ ؟

السؤال الثاني: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(2,0,0)$ ، $B(0,1,0)$ ، $C(0,0,1)$. المطلوب:

1- احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ، واستنتج $\cos(\widehat{BAC})$.

2- إذا كانت النقطة G مركز ثقل المثلث ABC، عيّن مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق العلاقة:

$$\left\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$$

السؤال الثالث: صندوق يحتوي كرتين زرقاوين وكرة حمراء واحدة، نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ونعيدها إلى الصندوق، ثم نضيف كرتين من اللون ذاته إلى الصندوق، ثم نسحب مجدداً كرة من الصندوق.

الحدث R_1 الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون ، الحدث R_2 الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون.

المطلوب: 1- أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة واحسب احتمال الحدث R_2.

2- إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى زرقاء؟

السؤال الرابع: ليكن f تابعاً معرفاً على المجال $]0,+\infty[$ وفق: $f(x)=x+1+\frac{8\ln x}{\sqrt{x}}$.

المطلوب: أثبت أن المستقيم الذي معادلته $d: y=x+1$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f عند $+\infty$.

السؤال الخامس: نملأ عشوائياً كل خانة من الخانات الست الآتية بأحد العددين $+1$ أو -1 . المطلوب:

1- بكم طريقة يمكن أن نملأ الخانات الستة.

2- ليكن X متحول عشوائي يدل على مجموع الأعداد في الخانات الستة بعد ملئها، عيّن مجموعة قيم X .

3- بكم طريقة يمكن ملء الخانات الستة ليكون مجموع الأعداد فيها يساوي الصفر.

السؤال السادس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ وفق: $f(x)=ax+\frac{b}{x+1}$ والمطلوب:

عيّن العددين a و b ليمر الخط البياني للتابع بالنقطة $(0,3)$ ويكون ميل المماس في هذه النقطة $f'(0)=4$.

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : نعرّف المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ وفق: $u_0=\frac{5}{2}$ ، $u_{n+1}=u_n^2-4u_n+6$ المطلوب:

1- أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أنّ $2\leq u_n\leq3$ أيّاً كان العدد الطبيعي n .

2- أثبت أنّ $u_{n+1}-u_n=(u_n-3)(u_n-2)$.

3- استنتج أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متناقصة.

4- بيّن أنّ المتتالية $(u_n)_{n\geq0}$ متقاربة واحسب نهايتها.

يتبع في الصفحة الثانية

الاسم :
الرقم:
المدة : ثلاث ساعات
الدرجة : ستمئة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام ٢٠٢٢

الرياضيات: (الفرع العلمي) (الدورة الأولى)

الصفحة الثانية

التمرين الثاني: ليكن f تابعاً معرفاً على $[0, +\infty[$ وفق: $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{x - \ln x} & : x > 0 \\ 0 & : x = 0 \end{cases}$ ، المطلوب:

1- أثبت أنّ f مستمر عند الصفر.

2- ادرس قابلية الاشتقاق عند الصفر وفسّر النتيجة التي حصلت عليها هندسياً.

3- بيّن أن الخط البياني C للتابع f يقبل مقارباً أفقياً عند $+\infty$ جد معادلته.

4- اكتب معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها (1) واستعمل التقريب الخطي المحلي لحساب قيمة تقريبية للعدد $f(1.1)$.

التمرين الثالث:

جد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $\omega = -3 + 4i$ ، ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2 + 2(1+i)z + i + \frac{3}{4} = 0$$

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة).

المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,1,2)$ والمستويان P و Q : $\begin{matrix} P : x - y + 2z - 1 = 0 \\ Q : 2x + y + z + 1 = 0 \end{matrix}$ والمطلوب:

1- أثبت أنّ المستويين P و Q متقاطعان بفصل مشترك d.

2- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d.

3- اكتب معادلة المستوي R المار من A ويعامد كلاً من المستويين P و Q.

4- جد إحداثيات النقطة B الناتجة من تقاطع المستقيم d والمستوي R.

5- احسب بعد النقطة A عن المستقيم d.

6- اكتب معادلة الكرة S التي مركزها النقطة A وتمس المستوي Q .

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = e^{-2x} + 2x - 2$ ، المطلوب :

1- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

2- بيّن أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x - 2$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للخط C و Δ .

3- ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها، ثم بيّن أن للمعادلة $f(x) = 0$ جذرين في $\mathbb{R}$ أحدهما ينتمي إلى المجال $[-1,0]$.

4- ارسم Δ و C ، ثم احسب مساحة السطح المحصور بين محور التراتيب و C و Δ والمستقيم $x = 1$.

5- استنتج الخط البياني C' للتابع g المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $g : x \mapsto -e^{2x} + 2x + 2$.

– انتهت الأسئلة –

ملاحظة : يمنع استعمال الآلات الحاسبة والجداول اللوغاريتمية

الجمهورية العربية السورية

وزارة التربية

سلّم تصحيح مادة الرياضيّات

لشهادة الدّراسة الثّانويّة العامّة

الفرع العلميّ

دورة عام 2022

ملاحظات عامة

1- في ركن تسجيل الدرجات على النسخة تخصص لحقول على التالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
1	السؤال الأول	قراءة جدول التغيرات
2	السؤال الثاني	أشعة
3	السؤال الثالث	احتمالات
4	السؤال الرابع	المقارب المائل
5	السؤال الخامس	تحليل توافقي
6	السؤال السادس	التابع الكسري
7	السؤال السابع/ التمرين الأول	متتاليات
8	السؤال الثامن/ التمرين الثاني	الاستمرار وقابلية الاشتقاق
9	السؤال التاسع/ التمرين الثالث	عقدية
10	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة الهندسة التحليلية
11	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة التحليل

2- في الأسئلة الاختيارية في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحح أول خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختيارك ملغى)

3- تُحذف (درجة واحدة) لكلّ خطأ حسابيّ من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

4- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

5- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلّا عند ورود خطأ حسابي .

6- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحلّ بمنطق سليم ومنه يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألّا يؤدّي خطؤه إلى خفض سويّة السؤال أو تغيير مضمونه .

7- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم ومرمّزاً خطوات حلّه، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثّل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحّتها علمياً ومن ثمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمّم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية.

8- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلّ من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدّلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

9- إذا حلّ الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحّح حلوله كافّة وتعتمد الدرجة الأعلى.

10- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال.... لأنه: بلا إجابة)

11- تُكتب الدرجات الجزئية لكلّ سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,...,..)

12- تُسجّل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أمّا الدرجة المستحقّة عن السؤال كاملاً فتُسجّل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابةً.

مثال ذلك : الآحاد العشرات المئات

2 1 1

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة (الفرع العلمي) عام 2022م

سلم درجات مادة: الرياضيات (الدورة الأولى) الدرجة: ستمئة

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: تأمل جانباً جدول تغيرات التابع f المعرف على $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ خطه البياني C، المطلوب:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي للخط C .

3- ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$ ؟ 4- ما هي حلول المتراجحة $f'(x)<0$ ؟

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$	5+5	
	$\lim\limits_{x\to1^-} f(x)=-\infty$	5	
2	معادلة المقارب الشاقولي $x=1$	5	
	معادلة المقارب الأفقي $y=2$	5	
3	حلان	5	1- إذا كتب حل المتراجحة $]-\infty,2[$ يخسر 5 درجات
4	حلول المتراجحة	10	2- إذا كتب حل المتراجحة $]-\infty,2]$ يخسر 10 درجات
	المجموع	40	

السؤال الثاني: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقاط $A(2,0,0)$, $B(0,1,0)$, $C(0,0,1)$. المطلوب:

1- احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ، واستنتج $\cos(\widehat{BAC})$.

2- إذا كانت النقطة G مركز ثقل المثلث ABC، عيّن مجموعة النقاط M من الفراغ التي تحقق العلاقة: $\left\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
1	إيجاد $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$	3+3	إذا أخطأ الطالب في أي مركبة بالأشعة يخسر درجة واحدة طريقة ثانية لحساب $\cos(\widehat{BAC})$	
	قانون الجداء السلمي + التعويض و الناتج	3+4	حساب AB, AC, BC	4+2+4
	حساب $\|\overrightarrow{AB}\|$, $\|\overrightarrow{AC}\|$	4+4	نفرض N منتصف $[BC]$	
	قانون $\cos(\widehat{BAC})$ + تعويض + نتيجة	2+3+4	حساب $\sin(\widehat{NBA})$ أو $\cos(\widehat{NBA})$	2
	اختزال الأشعة	4		
2	M ترسم كرة مركزها G ونصف قطرها $\frac{1}{6}AB$	2+2+2	$\cos(\widehat{BAC})=2\cos^2(\widehat{BAN})-1$ أو $\cos(\widehat{BAC})=1-2\sin^2(\widehat{BAN})$	3
			تعويض + النتيجة	2
	المجموع	40	طريقة ثالثة	

طريقة ثالثة

علاقة الكاشي	4
حساب AB, AC, BC	2+2+2
التعويض بعلاقة كاشي	4
الوصول إلى $\cos\hat{A}=\frac{4}{5}$	3

السؤال الثالث: صندوق يحتوي كرتين زرقاوين وكرة حمراء واحدة، نسحب عشوائياً كرة من الصندوق نسجل لونها ونعيدها إلى الصندوق، ثم نضيف كرتين من اللون ذاته إلى الصندوق، ثم نسحب مجدداً كرة من الصندوق.

الحدث R_1 الكرة المسحوبة في المرة الأولى حمراء اللون ، الحدث R_2 الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء اللون.

المطلوب: 1- أعط تمثيلاً شجرياً للتجربة واحسب احتمال الحدث R_2.

2- إذا كانت الكرة المسحوبة في المرة الثانية حمراء ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة في المرة الأولى زرقاء؟

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
التمثيل الشجري ستة فروع حساب احتمال حدث سحب الكرة الثانية حمراء النتيجة	4+6 3+3 2	1- لكل احتمال 4 درجات
-2 قانون الاحتمال الشرطي التعويض + النتيجة	3 2+3	2- إذا عكس الطالب الاحتمالات يخسر درجة واحدة لكل منها
مجموع	40	

السؤال الرابع: ليكن f تابعاً معرفاً على المجال $]0 , +\infty[$ وفق: $f(x) = x + 1 + \frac{\sin x}{\sqrt{x}}$.

المطلوب: أثبت أن المستقيم الذي معادلته $d : y = x + 1$ مقارب مائل للخط البياني للتابع f عند $+\infty$.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
$\lim_{x\to+\infty}(f(x) - y_d) = 0$	5	إذا كتب الطالب $0 \le \sin x \le 1$ أو $-1 \le \sin x \le 0$ يخسر 5 درجات
حساب $f(x) - y_d$	5	
حصر $\sin x$	5	
الوصول إلى حصر الفرق	5+5	
حساب النهاية لطرفي المتراجحة	5+5	
الوصول إلى النتيجة بحسب مبرهنة الإحاطة	5	
مجموع	40	

السؤال الخامس: نملأ عشوائياً كل خانة من الخانات الستة الآتية بأحد العددين $+1$ أو -1 . المطلوب:

1- بكم طريقة يمكن أن نملأ الخانات الستة.

2- بفرض X متحول عشوائي يدل على مجموع الأعداد في الخانات الستة بعد ملئها، عيّن مجموعة قيم X .

3- بكم طريقة يمكن ملء الخانات الستة ليكون مجموع الأعداد فيها يساوي الصفر.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
$2^6 = 64$	15	1- إذا كتب الطالب 2^6 أو 64 ينال 15 درجة
$X(\Omega) = \{-6, -4, -2, 0, 2, 4, 6\}$	7X2	2- طريقة ثانية لعد الطرائق
التوافيق + تعويض +النتيجة	3+4+4	برنولي + الناتج: 4+4
مجموع	40	معرفة $n(\Omega) = 64$ استنتاج عدد الطرق 20: 3

السؤال السادس: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ وفق: $f(x) = ax + \frac{b}{x+1}$ والمطلوب:

عيّن العددين a و b ليمر الخط البياني للتابع بالنقطة $(0,3)$ ويكون ميل المماس في هذه النقطة $f'(0) = 4$.

الإجابة	الدرجة	الملاحظات
التعويض بالنقطة	5	
إيجاد b	5	
إيجاد المشتق (كثير حدود + الكسر) + النتيجة	5+5+5	
حساب $f'(0)$	5	
الوصول إلى علاقة بين a و b	5	
حساب قيمة a	5	
مجموع	40	

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

السؤال السابع – التمرين الأول : تعرف المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ وفق: $u_0 = \frac{5}{2}$, $u_{n+1} = u_n^2 - 4u_n + 6$ المطلوب:

1- أثبت مستعملاً البرهان بالتدريج أن $2 \leq u_n \leq 3$ أياً كان العدد الطبيعي n .

2- أثبت أن $u_{n+1} - u_n = (u_n - 3)(u_n - 2)$.

3- استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متناقصة.

4- بيّن أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة واحسب نهايتها.

	الإجابة	الدرجة	[illegible] : $x > 0$
1	نرمز للقضية $E(n)$ ، إثبات $E(0)$	للإثبات 5	
	نفترض صحة $E(n)$ ونثبت صحة $E(n+1)$	5	
	افتراض التابع + مشتق	5+5	
	إثبات الاطراد على $[2,+\infty[$ أو $[2,3]$	2+3	
	إيجاد صورة أطراف المتراجحة الصحيحة	5	
	الوصول الى صحة $E(n+1)$	5	
	$E(n+1)$ محققة ومنه $E(n)$ صحيحة	5	
2	الوصول إلى تحليل $u_{n+1} - u_n$	5	
3	معرفة إشارة جداء القوسين + إشارة الفرق	5+5	
4	استنتاج تقارب المتتالية حل المعادلة $f(x) = x$ نتج النهاية	5 5 5	
	المجموع	70	

طريقة ثانية لبرهان $E(n+1)$

الإتمام الى مربع كامل	5
إضافة 2 ـ للمتراجحة	5
التربيع	5
إضافة 2	5
الوصول الى $E(n+1)$	5
$E(n+1)$ محققة ومنه $E(n)$ صحيحة	5

طريقة ثانيه لبرهان الاطراد

الوصول $u_1 < u_0$	5
$u_{n+1} < u_n$	3
f متزايد $f(u_{n+1}) < f(u_n)$	3
$u_{n+2} < u_{n+1}$	4

إذا كتب الطالب نهايتان للمتتالية يخسر 5 درجات

السؤال الثامن – التمرين الثاني: ليكن f تابعاً معرفاً على $]0, +\infty[$ وفق: المطلوب:

1- أثبت أن f مستمر عند الصفر.

2- ادرس قابلية الاشتقاق عند الصفر وفسّر النتيجة التي حصلت عليها هندسياً .

3- بيّن أن الخط البياني C للتابع f يقبل مقارباً أفقياً عند $+\infty$ جد معادلته.

4- اكتب معادلة المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها (1) واستعمل التقريب التآلفي المحلي لحساب قيمة تقريبية للعدد $f(1.1)$.

السؤال	رقم الفقرة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
الثامن	1	القانون نهاية التابع عند الصفر $\lim_{x \to 0} \ln x = -\infty$	5 5 5	
	2	$\frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ التعويض إثبات أن النهاية عدد حقيقي اشتقاقي عند الصفر يقبل مماس أفقي عند الصفر	5 5 5 2 3	ـ إذا عبّر عن التفسير الهندسي بالرسم ينال الدرجة المخصصة ـ إذا كتب ميل المماس للمنحني معدوم ينال الدرجات المخصصة
	3	إخراج x من المقام الاختزال النهايه + المقارب الافقي	5 5 5	
	4	$f(1)$, $f'(x)$, $f'(1)$ معادلة المماس دستور التقريب التآلفي النتيجة والتعويض	3+5+2 5 3 2	إذا عوّض مباشرة في معادلة المماس ينال الدرجات المخصصة للتقريب
		مجموع	70	

السؤال التاسع – التمرين الثالث: جد الجذرين التربيعيين للعدد العقدي $\omega = -3 + 4i$ ، ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة:

$$z^2 + 2(1+i)z + i + \frac{3}{4} = 0$$

السؤال	رقم الفقرة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
التاسع	1	تشكيل المعادلات الثلاث	5+5+5	
	2	إيجاد x_1 , y_1	3+2	
	3	إيجاد x_2 , y_2	3+2	
	4	إيجاد الجذرين	5+5	
		قانون Δ ، التعويض ، نتيجة	5+5+5	
		حساب z_1 : تعويض + نتيجة	2+3	
		حساب z_2 : تعويض + نتيجة	2+3	
		مجموع	60	

طريقة ثانية

5	$z^2 + 2(1+i)z + (1+i)^2 + i + \frac{3}{4} = (1+i)^2$
5	$(z+1+i)^2 - \frac{1}{4}(-3+4i) = 0$
5	$(z+1+i)^2 - [\frac{1}{2}(1+2i)]^2 = 0$
5+5	الوصول إلى z_1 , z_2

إذا حل الطالب المعادلة وتوصل إلى Δ ثم أوجد جذره وتابع في حل المعادلة ينال درجة الطلب الأول كاملة

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

السؤال العاشر: المسألة الأولى:

في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطة $A(1,1,2)$ والمستويان P و Q : $P: x-y+2z-1=0$ ، $Q: 2x+y+z+1=0$ المطلوب:

1- أثبت أنّ المستويين P و Q متقاطعان بفصل مشترك d.

2- اكتب التمثيل الوسيطي للمستقيم d.

3- اكتب معادلة للمستوي R المار من A ويعامد كلاً من المستويين P و Q.

4- جد إحداثيات النقطة B الناتجة من تقاطع المستقيم d والمستوي R.

5- احسب بعد النقطة A عن المستقيم d.

6- اكتب معادلة الكرة S التي مركزها النقطة A وتمس المستوي Q .

السؤال	رقم الفقرة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
العاشر	1	إيجاد $\vec{n}_P$ ، $\vec{n}_Q$	5+5		
		عدم تناسب المركبات	3		
		P ، Q متقاطعان	2		
	2	حلّ المعادلتين الوصول إلى متحول بدلالة الآخر فرض أحد المتحولات وسيط ما	5		
		استنتاج المتحولين الآخرين	5+5		
		كتابة المعادلات الوسيطية للمستقيم	5		
	3	معرفة $\vec{n}_R$	5	يمكن كتابة المعادلة بأحد الأسلوبين $a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A)=0$ $ax+by+cz+d=0$	
		معادلة المستوي بدلالة d	5		
		حساب d	3		
		كتابة معادلة المستوي	2		
	4	تعويض المعادلات الوسيطية في معادلة المستوي	6		
		إيجاد الوسيط	3		
		إيجاد النقطة $B(x_B,y_B,z_B)$	2+2+2		
	5	حساب $\overrightarrow{AA'}$ وسيطياً	3	طريقة 2: حساب AB + النتيجة طريقة 3: حساب المسافة عن طريق وسيط وكتابة تابع ثم دراسة اطراده و استنتاج البعد	5+15
		تطبيق الجداء السلمي $\overrightarrow{AA'}\cdot\vec{u}=0$	3+3		
		حساب الوسيط + التعويض +إيجاد المسقط	3+3+2		
		حساب نظيم $\overrightarrow{AA'}$	3		
	6	معرفة R ، قانون البعد ، حساب البعد	3+3+3		
		قانون الكرة ، التعويض في معادلة الكرة	3+3		
		المجموع	100		

طريقة ثانية : معادلة المستوي

إذا كتب الطالب عبارة خطية $\overrightarrow{AM}=\alpha\vec{n}_P+\beta\vec{n}_Q$ — 3 درجات

تعويض — 3 درجات

الوصول إلى ثلاث معادلات بدلالة $\overrightarrow{AM}=\alpha\vec{n}_P+\beta\vec{n}_Q$ — 3 درجات

حل المعادلات — 3 درجات

الوصول لمعادلة للمستوي — 3 درجات

السؤال الحادي عشر: المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $f(x) = e^{-2x} + 2x - 2$. المطلوب :

1- احسب نهايات التابع f عند أطراف مجموعة تعريفه.

2- بيّن أن المستقيم Δ الذي معادلته $y = 2x - 2$ مقارب مائل للخط C عند $+\infty$ وادرس الوضع النسبي للخط C و Δ .

3- ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها، ثم بيّن أن المعادلة $f(x) = 0$ جذرين في $\mathbb{R}$ أحدهما ينتمي إلى المجال $]-1,0[$.

4- ارسم Δ و C ، ثم احسب مساحة السطح المحصور بين محور التراتيب و C و Δ والمستقيم $x = 1$.

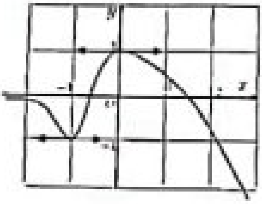
5- استنتج الخط البياني C' للتابع g المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $g : x \mapsto -e^{2x} + 2x + 2$.

السؤال	رقم الفقرة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
الحادي عشر	1	حساب النهاية $+\infty$	5	
		إزالة عدم التعيين عند $-\infty$ وإيجاد النهاية	5+5	
	2	تابع الفرق + حساب النهاية $f(x) - y_{\Delta}$ (قانون + ناتج)	3+3	
		دراسة الإشارة $f(x) - y_{\Delta}$ ، C فوق Δ	3+3	
	3	إيجاد المشتق	5	
		قيمة x التي تعدم المشتق + الصورة	3+3	
		الجدول إشارة+ إشارة+ سهم +سهم	4 X4	
		استمرار وتناقص التابع على مجال I	2	
		انتماء الصفر الى صورة المجال I	2	
		استنتاج وجود جذر	2	
		استمرار وتزايد التابع على مجال J	2	
		انتماء الصفر الى صورة المجال J	2	
		استنتاج وجود جذر	2	
		$f(-1)$, $f(0)$	2+2	
		الوصول $f(-1)f(0) < 0$	2	
	4	رسم C + رسم Δ	5+5	
		قانون التكامل + حدا التكامل	2+3	
		إيجاد التابع الأصلي	3	
		تعويض + نتيجة	2+2	
	5	معرفة $g(x) = -f(-x)$ أو تناظر بالنسبة الى مبدأ الإحداثيات أو بطريقة الرسم	3 3	
		المجموع	100	

- انتهى السُّلم -

أولاً: أجب عن خمسة فقط من الأسئلة الستة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول:



تأمل جانباً C_f الخط البياني للتابع f المعرّف على $\mathbb{R}$.

المطلوب:

1- حدد $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط C_f .

3- اكتب مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

4- عيّن القيم الحدية للتابع f مبيناً نوع كل منها.

السؤال الثاني: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(0,1,-1)$ و $B(1,-1,1)$. المطلوب:

أعط معادلة للمجموعة S المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق العلاقة: $MA = MB$ وما طبيعة المجموعة S.

السؤال الثالث: ليكن التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = \ln(2+\sin x)$. المطلوب:

1- احسب $g'(x)$ و $g'(0)$.

2- استنتج $\lim_{x\to 0}\dfrac{\ln(2+\sin x)-\ln(2)}{x}$.

السؤال الرابع: حدّ الحل المشترك لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases}\ln(x)+\ln(y)=\ln(6)\\ \ln(x+y)=\ln(5)\end{cases}$$

السؤال الخامس: ليكن $I=\int_0^1 \dfrac{x^3}{1+x^4}\,dx$ و $J=\int_0^1 \dfrac{x^7}{1+x^4}\,dx$ والمطلوب:

احسب I ثم $I+J$ واستنتج J .

السؤال السادس: لتكن C دائرة مركزها O ، ورسمنا فيها ستة أقطار مختلفة، لتكن $S=\{A_1, A_2, \ldots, A_{12}\}$ مجموعة أطراف هذه الأقطار. والمطلوب:

1- ما عدد المثلثات التي رؤوسها من عناصر S ؟

2- ما عدد المضلعات الرباعية التي رؤوسها من عناصر S ؟

3- كم مستطيل رؤوسه من عناصر S ؟

ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

التمرين الأول : لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\ge1}$ و $(v_n)_{n\ge1}$:

$$u_n=\frac{1}{5}+\frac{1}{5^2}+\ldots+\frac{1}{5^n} \quad \text{و} \quad v_n=u_n+\frac{1}{2^n}$$

والمطلوب:

1- أثبت أنّ $(u_n)_{n\ge1}$ متتالية متزايدة و $(v_n)_{n\ge1}$ متتالية متناقصة .

2- استنتج أنّ المتتاليتين $(u_n)_{n\ge1}$ و $(v_n)_{n\ge1}$ متجاورتان.

3- أثبت أنّ $u_n=\frac{1}{4}(1-\frac{1}{5^n})$ ، ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$ واستنتج $\lim_{n\to+\infty} v_n$.

يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثاني: أجب عن الأسئلة الثلاثة الآتية:

1- جد كل عدد عقدي z يحقق $z^3 = 1$ ، واكتبه بالشكل الجبري.

2- إذا كان β عدداً حقيقياً وكان العدد العقدي $u = \dfrac{\beta + i\sqrt{3}}{\sqrt{3} - i\beta}$.

a) أثبت أن $|u| = 1$.

b) من أجل $\beta = 1$ ، أثبت أن: $u^{12} = 1$.

3- عيّن مجموعة نقاط المستوي $M(z)$ التي تحقق أنّ $|z - 2 + i| = 5$.

التمرين الثالث:

-لدينا صندوق يحتوي على ثلاث بطاقات ملونة، واحدة زرقاء تحمل الرقم (2) وبطاقتان حمراوان تحملان الرقمين (0) و (1) ، نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة ، ونعرّف المتحولين العشوائيين X و Y كالآتي:

X يدل على عدد البطاقات الحمراء المسحوبة.

Y يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين. والمطلوب:

1- اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي.

2- اكتب مجموعة قيم Y وقانونه الاحتمالي.

3- اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج (X , Y)، أيكون المتحولان X و Y مستقلين احتمالياً؟ لماذا؟

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى:

في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(2,-2,2)$ و $B(1,1,0)$ و $C(1,0,1)$ و $D(0,0,1)$. والمطلوب:

1- تحقق أنّ النقاط B و C و D لا تقع على استقامة واحدة.

2- أثبت أن: $y + z - 1 = 0$ هي معادلة للمستوي (BCD) .

3- أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من النقطة A ويعامد المستوي (BCD).

4- عيّن إحداثيات النقطة K المسقط القائم للنقطة A على المستوي (BCD).

5- اكتب معادلة للكرة التي تقبل $[AD]$ قطراً لها.

المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على $]-\infty,1[$ وفق: $f(x) = e^x + \ln(1-x)$ ، وليكن g التابع المعرّف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = (1-x)e^x - 1$. والمطلوب:

1- ادرس اطراد التابع g واستنتج أنّ $g(x) \le 0$ مهما تكن $x \in \mathbb{R}$.

2- تحقق أنّ $f'(x) = \dfrac{g(x)}{1-x}$ على المجال $]-\infty,1[$ ، ثم ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة للمستقيم المماس T للخط C في نقطة منه فاصلتها $x = 0$.

4- في معلم متجانس ارسم المستقيم T ، ثم ارسم C الخط البياني للتابع f .

الجمهوريّة العربيّة السوريّة

وزارة التربية

سلّم تصحيح مادّة الرياضيّات

لشهادة الدّراسة الثّانويّة العامّة

الفرع العلميّ

دورة ثانية عام ٢٠٢٢م

ملاحظات عامة

١- في ركن تسجيل الدرجات على النسخة تخصص لحقول على التالي كما يأتي :

الحقل	رقم السؤال	موضوع السؤال
١	السؤال الأول	قراءة الرسوم البيانية
٢	السؤال الثاني	معادلة المستوي المحوري
٣	السؤال الثالث	إيجاد نهاية باستعمال تعريف العدد المشتق
٤	السؤال الرابع	حل جملة معادلتين
٥	السؤال الخامس	تكامل
٦	السؤال السادس	تحليل توافقي
٧	السؤال السابع/ التمرين الأول	متتاليات
٨	السؤال الثامن/ التمرين الثاني	عقدية
٩	السؤال التاسع/ التمرين الثالث	احتمالات
١٠	السؤال العاشر / المسألة الأولى	مسألة الهندسة
١١	السؤال الحادي عشر / المسألة الثانية	مسألة التحليل

٢- في الأسئلة الاختيارية في حال أجاب الطالب على جميع الأسئلة تصحح أول خمس إجابات منها فقط حسب ترتيب إجاباته ويكتب جانب الإجابة الأخيرة (اختياري ملغى)

٣- تُحذف (درجة واحدة) لكل خطأ حسابيّ من الدرجات المخصصة للخطوة التي وقع فيها الخطأ.

٤- إذا دمج الطالب خطوتين أو أكثر وكان باستطاعة الطالب الجيّد أن يقوم بذلك الدمج، يعطى الطالب مجموع الدرجات المخصصة لما دمج من خطوات .

٥- لا يجوز تجزئة الدرجات المخصصة للخطوة الواحدة إلا عند وجود خطأ حسابي .

٦- إذا أخطأ الطالب في خطوة من خطوات الحل ثم تابع الحل بمنطق سليم ومفيد يعطى عن الخطوات التي تليها ما يستحق من درجات وفق السلّم بشرط ألا يؤدي خطؤه إلى خفض سوية السؤال أو تغيير مضمونه .

٧- إذا أجاب الطالب عن موقف بطريقة غير واردة في السلّم وميزاً خطوات حله، فعلى المصحح أن يعرض الطريقة على ممثل الفرع الذي عليه أن يقوم والموجهون الاختصاصيون بدراسة هذه الطريقة والتأكد من صحتها علمياً ومن ثمّ توزيع الدرجات لتلك الطريقة بما يكافئ التوزيع الوارد على الطريقة الواردة في السلّم ثم يعمم هذا التوزيع بعد أخذ موافقة التوجيه الأول لمادة الرياضيات في وزارة التربية.

٨- عند الاضطرار إلى تعديل درجة حصل عليها الطالب عن سؤال ما، يجب على كلٍّ من المصحح والمدقق تسجيل اسمه مقروناً بتوقيعه في جوار الدرجة المعدلة مرفقاً بمهر خاتم الامتحانات.

٩- إذا حل الطالب سؤالاً بأكثر من طريقة تصحح حلوله كافة وتعتمد الدرجة الأعلى.

١٠- إذا لم يُجب الطالب عن سؤال ما، تُكتب(إلى جانب السؤال)العبارة الآتية:(صفر للسؤال..... لأنه: بلا إجابة)

١١- تُكتب الدرجات الجزئية لكل سؤال ضمن دائرة وبالأرقام العربية (1,2,3,4,...,)

١٢- تُسجل الدرجات التي يستحقها الطالب عن طلبات السؤال ومراحله (رقماً) وبوضوح على الهامش، أما الدرجة المستحقة عن السؤال كاملاً فتُسجل على الهامش الأيمن (مقابل بداية الإجابة) رقماً وكتابة.

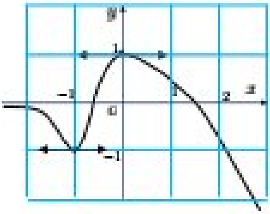
مثال ذلك : الآحاد العشرات المئات

2 1 1

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة (الفرع العلمي) عام ٢٠٢٢م

سلم درجات مادة: الرياضيات (الدورة الثانية) الدرجة: ستمئة

السؤال الأول:



نتأمل جانباً C_f الخط البياني للتابع f المعرف على $\mathbb{R}$.

المطلوب:

1- جد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2- اكتب معادلة كل مقارب أفقي للخط C_f.

3- اكتب مجموعة حلول المتراجحة $f'(x) > 0$.

4- عيّن القيم الحدية للتابع f مبيناً نوع كل منها.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ $\quad$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$	5+5	
2	معادلة المقارب $y=0$	5	
3	$]-1,0[$	5	يخسر درجة واحدة إذا كتب المجال مغلق
4	$f(0)=1$ قيمة كبرى محلياً $f(-1)=-1$ قيمة صغرى محلياً	5+5 5+5	
	المجموع	40	

السؤال الثاني: في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ لدينا النقطتان $A(0,1,-1)$ و $B(1,-1,1)$. المطلوب:

أعط معادلة للمجموعة S المكونة من النقاط $M(x,y,z)$ التي تحقق العلاقة: $MA=MB$ وما طبيعة المجموعة S.

	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	قانون + تعويض	5+10	تحديد نقطة المنتصف للقطعة $[AB]$ 5 حساب مركبات ناظم على المستوي 10 قانون المستوي+تعويض+نتيجة 5+5+5 المستوي المحوري للقطعة $[AB]$ 10
2	نشر الطرفين +اختزال	5+5+5	
3	المستوي المحوري للقطعة $[AB]$	10	
	المجموع	40	

السؤال الثالث: ليكن التابع g المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x) = \ln(2+\sin x)$. **المطلوب:**

1- احسب $g'(x)$ و $g'(0)$.

2- استنتج $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(2+\sin x) - \ln(2)}{x}$.

الملاحظات	الدرجة	الإجابة	رقم الخطوة
	10+5 5+5	إيجاد $g'(x)$ حساب $g'(0)$ حساب $g(0)$	1
	5+5 5	كتابة النهاية المطلوبة بالشكل $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{g(x) - g(0)}{x - 0} = g'(0)$ معرفة النهاية	2
	40	المجموع	

السؤال الرابع: جد الحل المشترك لجملة المعادلتين:

$$\begin{cases} \ln(x) + \ln(y) = \ln(6) \\ \ln(x+y) = \ln(5) \end{cases}$$

الملاحظات	الدرجة	الإجابة
	3+3	شرطي الحل $x > 0$, $y > 0$
	5 5	قانون $\ln(x \times y) = \ln(6)$ $x \times y = 6$
	10	$x + y = 5$
عدم كتابة الحل الثاني يخسر 4 درجات	5+5 2+2	معرفة الحلين: $x = 2\ ,\ y = 3$ $x = 3\ ,\ y = 2$
عند كتابة شرط الحل مع الحلين مباشرة ينال الدرجة كاملة	40	المجموع

السؤال الخامس: ليكن $I = \int_0^1 \dfrac{x^3}{1+x^4}\,dx$ و $J = \int_0^1 \dfrac{x^7}{1+x^4}\,dx$ والمطلوب:

احسب I ثم $I + J$ واستنتج J .

الملاحظات	الدرجة	الإجابة
	5x4	إصلاح + التابع الأصلي + التعويض + الناتج
	5x3	حساب واختزال $(I + J)$ + التابع الأصلي+الناتج
	5	استنتاج التكامل J
	40	المجموع

السؤال السادس: لتكن C دائرة مركزها O ، رسمنا فيها ستة أقطار مختلفة، لتكن $S = \{A_1, A_2, \dots, A_{12}\}$ مجموعة أطراف هذه الأقطار . والمطلوب:

1- ما عدد المثلثات التي رؤوسها من عناصر S ؟

2- ما عدد المضلعات الرباعية التي رؤوسها من عناصر S ؟

3- كم مستطيل رؤوسه من عناصر S ؟

رقم الفقرة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	التوافق التعويض + الناتج	10 2+2	
2	التوافق التعويض + الناتج	10 1+2	
3	التوافق تعويض + الناتج	10 1+2	
	المجموع	40	

<u>ثانياً: حل التمارين الثلاثة الآتية:</u> (70 درجة لكل من التمرينين الأول والثاني – 60 درجة للتمرين الثالث)

السؤال السابع: التمرين الأول : لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n\geq 1}$ و $(v_n)_{n\geq 1}$:

$$v_n = u_n + \frac{1}{2^n} \quad \text{و} \quad u_n = \frac{1}{5} + \frac{1}{5^2} + \dots + \frac{1}{5^n}$$

والمطلوب:

1- أثبت أن $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية متزايدة و $(v_n)_{n\geq 1}$ متتالية متناقصة .

2- استنتج أن المتتاليتين $(u_n)_{n\geq 1}$ و $(v_n)_{n\geq 1}$ متجاورتان.

3- أثبت أن $u_n = \frac{1}{4}(1 - \frac{1}{5^n})$ ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ واستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

رقم الفقرة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	$u_{n+1} - u_n$ + الناتج	5 + 3	
	استنتاج إشارة $u_{n+1} - u_n$	5	
	استنتاج أن المتتالية متزايدة	2	
	$v_{n+1} - v_n$ التعويض	5 5	
	استنتاج إشارة $v_{n+1} - v_n$	5	
	استنتاج أن المتتالية متناقصة	2	
	حساب الفرق + النهاية $\lim\limits_{n\to\infty}(v_n - u_n) = 0$	3+5	
2	استنتاج أن المتتاليتين متجاورتين	2	
3	u_n مجموع حدود متوالية من متتالية هندسية + قانون المجموع الوصول إلى $u_n = \frac{1}{4}(1 - \frac{1}{5^n})$	5+5 5	
	حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ استنتاج $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$	8 5	

	المجموع	70	

السؤال الثامن: التمرين الثاني: أجب عن الأسئلة الثلاثة الآتية:

1- جد كل عدد عقدي j يحقق $j^3=1$، واكتبه بالشكل الجبري.

2- إذا كان β عدداً حقيقياً وكان العدد العقدي $\omega=\frac{\beta+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i\beta}$

a) أثبت أنّ $|\omega|=1$.

b) من أجل $\beta=1$، أثبت أنّ: $\omega^{12}=1$.

3- عيّن مجموعة نقاط المستوي $M(z)$ التي تحقق أنّ $|z-2+i|=5$.

رقم الفقرة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
1	$j=re^{i\theta}$ $j^3=r^3e^{3i\theta}=1$	2	طريقة ثانية: $j^3=1$ $j^3-1=0$ $(j-1)(j^2+j+1)=0$	 3
	$r^3=1\Rightarrow r=1$ $3\theta=2\pi k\ \ : k\in\mathbb{Z}$ $\theta=\frac{2\pi}{3}k$	2	إما $j=1$ أو $j^2+j+1=0$	5
	معرفة $j_1=1$	5	حساب Δ	3
	$j_2=e^{\frac{2\pi}{3}i}$ + الشكل الجبري	1+2	$j_1=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$	2
	$j_3=e^{\frac{4\pi}{3}i}$ + الشكل الجبري	1+2	$j_1=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$	2
2 a)	$\lvert\omega\rvert=\frac{\lvert\beta+i\sqrt{3}\rvert}{\lvert\sqrt{3}-i\beta\rvert}$ $\lvert\beta-i\sqrt{3}\rvert=\lvert\beta+i\sqrt{3}\rvert=\sqrt{\beta^2+3}$ ومنه استنتاج $\lvert\omega\rvert=1$	5 5+5 5		
2 b)	$\omega=\frac{2(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)}{2(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i)}$ $\omega=\frac{e^{\frac{i\pi}{3}}}{e^{\frac{-i\pi}{6}}}=e^{\frac{i\pi}{2}}$ $\omega=i$ $\omega^{12}=1$	2 للبسط + 2 للمقام 2 للبسط + 2 للمقام +2 2 3		
3	$\lvert z-(2-i)\rvert=5$ دائرة مركزها + نصف قطرها	5 5 5+5		
	المجموع	70		

– الطلب الثاني a):

طريقة ثانية

$\omega=\dfrac{i\left(\sqrt{3}-\beta i\right)}{\sqrt{3}-\beta i}=i$	10+5	
$\lvert\omega\rvert=\lvert i\rvert=1$	5	

طريقة ثالثة

$\bar{\omega}=\dfrac{\beta-i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i\beta}$	5	
$\dfrac{1}{\omega}=\dfrac{\sqrt{3}-i\beta}{\beta+i\sqrt{3}}$	5	
$\dfrac{\sqrt{3}-i\beta}{\beta+i\sqrt{3}}=\dfrac{\beta-i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i\beta}$ $\beta^2+3=3+\beta^2$	5	
$\bar{\omega}=\dfrac{1}{\omega}$	3	
$\lvert\omega\rvert=1$	2	

طريقة رابعة

$\omega\cdot\bar{\omega}=\dfrac{\left(\beta+i\sqrt{3}\right)\left(\beta-i\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{3}-i\beta\right)\left(\sqrt{3}+i\beta\right)}$ $=\dfrac{\beta^2+3}{3+\beta^2}=1$ $\lvert\omega\rvert=1$	5+5 5 5	

السؤال التاسع: التمرين الثالث:

لدينا صندوق يحتوي على ثلاث بطاقات ملونة، واحدة زرقاء تحمل الرقم (2) وبطاقتان حمراوان تحملان الرقمين (0) و (1) ، نسحب بطاقتين على التتالي دون إعادة ، ونعرّف المتحولين العشوائيين X و Y كالآتي:

X يدل على عدد البطاقات الحمراء المسحوبة.

Y يدل على مجموع رقمي البطاقتين المسحوبتين. والمطلوب:

1- اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي.

2- اكتب مجموعة قيم Y وقانونه الاحتمالي.

3- اكتب في جدول القانون الاحتمالي للزوج (X , Y)، أيكون المتحولان X و Y مستقلين احتمالياً؟ لماذا؟

<table>
<tr><th>رقم الفقرة</th><th>الإجابة</th><th>الدرجة</th><th>الملاحظات</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td>$X = \{1,2\}$</td><td>2+2</td><td rowspan="7">إذا كتب قيم X و Y في جدول القانون الاحتمالي للزوج (X , Y) ينال درجة X و Y

إذا استعمل الطالب التوافيق بشكل صحيح ينال الدرجة كاملة

إذا استعمل الطالب السحب مع الإعادة يخسر 20 درجة</td></tr>
<tr><td>$p(X=1)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$
$=\frac{2}{3}$</td><td>3+(3تتابع)
2</td></tr>
<tr><td>$p(X=1)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$
$=\frac{1}{3}$</td><td>3+3
2</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2</td><td>$Y = \{1,2,3\}$</td><td>2+2+2</td></tr>
<tr><td>$p(Y=1)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$
$=\frac{1}{3}$</td><td>3+(3تتابع)
2</td></tr>
<tr><td>$p(Y=2)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$
$=\frac{1}{3}$</td><td>3+(3تتابع)
2</td></tr>
<tr><td>$p(Y=3)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 2$
$=\frac{1}{3}$</td><td>3+(3تتابع)
2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td>
<table>
<tr><th>X / Y</th><th>1</th><th>2</th><th>قانون Y</th></tr>
<tr><td>1</td><td>0</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>$\frac{1}{3}$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{3}$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td>0</td><td>$\frac{1}{3}$</td></tr>
<tr><td>قانون X</td><td>$\frac{2}{3}$</td><td>$\frac{1}{3}$</td><td></td></tr>
</table>
</td><td>6X1</td><td></td></tr>
<tr><td>غير مستقلين احتمالياً
$\begin{cases} p((X=1)\cap(Y=1))=0 \\ p(X=1)\cdot p(Y=1)=\frac{1}{9}\neq 0 \end{cases}$</td><td>2
2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>المجموع</td><td>60</td><td></td></tr>
</table>

ثالثاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

السؤال العاشر: المسألة الأولى:

في المعلم المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نتأمل النقاط: $A(2,-2,2)$ و $B(1,1,0)$ و $C(1,0,1)$ و $D(0,0,1)$. والمطلوب:

1- تحقق أنّ النقاط B و C و D لا تقع على استقامة واحدة.

2- أثبت أنّ: $y+z-1=0$ هي معادلة المستوي (BCD).

3- أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم Δ المار من النقطة A ويعامد المستوي (BCD).

4- عيّن إحداثيات النقطة K المسقط القائم للنقطة A على المستوي (BCD).

5- اكتب معادلة الكرة التي تقبل $[AD]$ قطراً لها.

رقم الفقرة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات	
1	إيجاد المركبات $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BC}$	2×6		
	عدم تناسب المركبات الإستنتاج	6 4		
2	تعويض النقاط في معادلة المستوي	3×7	طريقة ثانية: $\vec{n}(a,b,c)$ $\vec{n}\cdot\overrightarrow{BD}=0$ $\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0$ إيجاد a,b,c كتابة معادلة المستوي	3 3 3+3+3 3+3 قانون + تعويض
3	$\vec{u}=\vec{n}$	8		
	إيجاد التمثيل الوسيطي قانون + تعويض	3×3+5		
4	تعويض التمثيل الوسيطي في معادلة المستوي الوصول لقيمة t نقطة التقاطع	10 5 5		
5	إيجاد مركز الكرة منتصف $[AD]$	5		
	حساب (القطر +نصف القطر)	2+3	عند حساب نصف القطر مباشرة ينال 5	
	تعويض في معادلة الكرة	5		
	المجموع	100		

السؤال الحادي عشر: المسألة الثانية:

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,1[$ وفق: $f(x)=e^{x}+\ln(1-x)$ وليكن g التابع المعرف على $\mathbb{R}$ وفق: $g(x)=(1-x)e^{x}-1$. والمطلوب:

1- ادرس اطراد التابع g واستنتج أنّ $g(x)\leq 0$ مهما تكن $x\in\mathbb{R}$.

2- تحقق أن $f'(x)=\dfrac{g(x)}{1-x}$ على المجال $]-\infty,1[$ ، ثمّ ادرس تغيرات التابع f ونظّم جدولاً بها.

3- اكتب معادلة المستقيم T المماس للخط C في نقطة منه فاصلتها $x=0$.

4- في معلم متجانس ارسم المستقيم T ، ثمّ ارسم C الخط البياني للتابع f .

رقم الفقرة	الإجابة	الدرجة	الملاحظات
1	حساب $g'(x)$ إيجاد حل المعادلة $g'(x)=0$	5+5 5	
	إيجاد $g(0)$ جدول الاطراد (إشارات + أسهم) $g(x)\leq 0$	5 2+2+3+3 5	
2	إثبات $f'(x)=\dfrac{g(x)}{1-x}$ إيجاد النهايات	5×3 5+5	
	جدول التغيرات	5+5	
3	معادلة المماس + حساب الميل كتابة معادلة المماس + $f(0)=1$	5+5 5+5	
	رسم المماس + رسم الخط البياني	5+5	
	المجموع	100	

- انتهى السلّم -

الجمهورية العربية السورية　　　　النموذج الثاني

وزارة التربية

المركز الوطني لتطوير المناهج التربوية

الدرجة العظمى : ستمئة

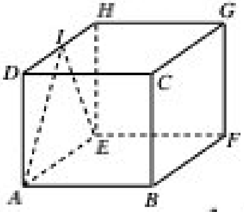
المدة : ثلاث ساعات

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي (المنهاج الجديد 2017)

أولاً – أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40* لكل سؤال)

السؤال الأول : نجد جانباً مكعباً طول ضلعه 1 . مزوداً بمعلم متجانس $(A ;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$

حيث I هي منتصف $[DH]$:



1) أعط إحداثيات النقاط A و E و I .

2) جد إحداثيات O مركز ثقل المثلث AEI.

3) أين تقع النقطة M التي تحقق $3\overrightarrow{FM}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{EO}$ ؟

4) احسب $\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IE}$

السؤال الثاني : ليكن f التابع المعرف على $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ وفق : $f(x)=\frac{x^2-5x+1}{x+1}$

1) جد الأعداد a و b و c التي تحقق $f(x)=ax+b+\frac{c}{x+1}$ أياً يكن x من D.

2) احسب $I=\int_0^2 f(x)\,dx$.

السؤال الثالث : ليكن z عدداً عقدياً ما , وليكن w عدداً عقدياً طويلته تساوي الواحد و هو مختلف عن الواحد .

أثبت أن $\frac{w\bar{z}-z}{iw-i}$ تخيلي بحت .

السؤال الرابع : احسب مشتق التابع f المعرف على R وفق : $f(x)=e^{1-\sin x}$

ثانياً – حل التمارين الأربعة الآتية : (60* لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x)=\frac{x^2+|x|}{x^2+1}$

1) ما نهاية التابع f عند $-\infty$ ؟

2) ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين , ثم اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين لخطه البياني C_f في النقطة $A(0,0)$.

التمرين الثاني : لتكن $(x_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة وفق العلاقة $x_0=5$, $x_{n+1}=\frac{6}{5}x_n+\frac{4}{5}$

1) احسب x_1 , x_2 , x_3 ثم ادرس اطراد المتتالية.

2) نعرف $(y_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة $y_n=x_n+4$. أثبت أن $(y_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية .

3) اكتب y_n بدلالة n , ثم احسب $y_2+y_3+\dots\dots+y_{10}$ بدلالة قوة للعدد $\frac{6}{5}$.

تابع في الصفحة الثانية

<u>التمرين الثالث</u> : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, لدينا نقطتين $A(2,-1,0)$ و $B(-1,3,5)$

والمستوي P الذي يقبل معادلة $2x-3y+z-5=0$

1) أثبت أن المستقيم (AB) يقطع المستوي P في نقطة C يطلب تعيين إحداثياتها .

2) اكتب معادلة للمستوي Q العمودي على P ويمر بالنقطتين A و B .

<u>التمرين الرابع</u> : يحتوي صندوق على أربع كرات زرقاء , وثلاث كرات خضراء , وواحدة بيضاء

نسحب عشوائياً معاً <u>ثلاث كرات</u> من الصندوق .

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الألوان المختلفة بين الكرات المسحوبة

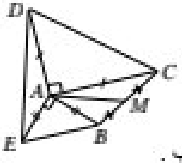
1) ما هي مجموعة القيم التي يأخذها X ؟

2) احسب كلاً من $P(X=1)$ و $P(X=3)$ ثم استنتج قيمة $P(X=2)$.

3) احسب توقع X وانحرافه المعياري .

ثالثاً – <u>حل المسألتين الآتيتين</u> : (100* لكل مسألة)

<u>المسألة الأولى</u> : نتأمل في المستوي مثلثاً ABC مباشر التوجيه كيفياً .



لتكن M منتصف $[BC]$, ولنكن AEB و ACD مثلثين قائمين في A

ومتساويي الساقين مباشرين . نختار معلماً مباشراً مبدأه النقطة A .

ونرمز بالرمزين b و c إلى العددين العقديين اللذين يمثلان النقطتين B و C

1) احسب بدلالة b و c الأعداد العقدية e و d و m الممثلة للنقاط E و D و M بالترتيب .

2) احسب $\frac{d-e}{m-a}$ ثم استنتج أن (AM) هو ارتفاع في المثلث AED وأن $ED=2AM$

3) نفترض أن A هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(D,2)$ و $(E,3)$ و $(C,1)$ و $(B,1)$.

احسب $\frac{c}{b}$, ثم احسب قياس الزاوية BAC .

<u>المسألة الثانية</u> : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $]-\infty,-2[\cup]0,+\infty[$ بالعلاقة $f(x)=\ln\frac{x+2}{x}$

1) احسب نهاية f عند كل طرف من أطراف مجموعة تعريفه D_f .

2) أوجد $f'(x)$ وادرس إشارته ثم نظم جدولاً بتغيرات التابع f .

3) ارسم الخط C في معلم متجانس .

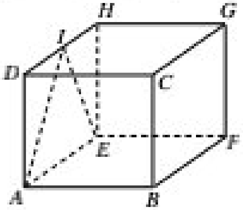
4) لتكن $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية معرفة على N^* وفق $u_n=f(n)$. نضع $S_n=u_1+u_2+......+u_n$.

أثبت أن $S_n=\ln\frac{(n+2)(n+1)}{2}$.

انتهت الأسئلة

أولاً – أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : نجد جانباً مكعباً طول ضلعه 1 . مزوداً بمعلم متجانس $(A\ ;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$



حيث I هي منتصف $[DH]$:

1) أعط إحداثيات النقاط I و E و A .

2) جد إحداثيات O مركز ثقل المثلث AEI .

3) أين تقع النقطة M التي تحقق $3\overrightarrow{FM}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{EO}$ ؟

4) احسب $\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IE}$

1) $I\left(0,\frac{1}{2},1\right)$ و $E(0,1,0)$ و $A(0,0,0)$

2) $O\left(\frac{0}{3},\frac{\frac{1}{2}+1}{3},\frac{1}{3}\right)=\left(0,\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$

3) $3\overrightarrow{FM}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{EO}=\overrightarrow{FO}$ ومنه : $\overrightarrow{FM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{FO}$

(أي : $3\overrightarrow{FM}=\overrightarrow{FM}+\overrightarrow{MO}\Rightarrow 2\overrightarrow{FM}+\overrightarrow{OM}=\vec{0}$)

لأن M مركز الأبعاد المتناسبة للنقطتين $(F,2)$ و $(O,1)$ فهي تقع على $[FO]$

(تقسم القطعة المستقيمة $[FO]$ بنسبة $1:2$ من جهة F)

4) لدينا : $\overrightarrow{IA}\left(0,-\frac{1}{2},-1\right)$ و $\overrightarrow{IE}\left(0,\frac{1}{2},-1\right)$

وبالتالي : $\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IE}=(0)(0)+\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)+(-1)(-1)$

ومنه : $\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IE}=\frac{3}{4}$

الأستاذ : محمد خالد غزول — الأستاذ : عبد الحميد المبيد

السؤال الثاني : ليكن f التابع المعرف على $D = R\setminus\{-1\}$ وفق : $f(x)=\dfrac{x^2-5x+1}{x+1}$

1) جد الأعداد a و b و c التي تحقق $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$ أياً يكن x من D .

2) احسب $I=\int_0^2 f(x)\,dx$.

1) **طريقة أولى** : بالقسمة الإقليدية

$$\begin{array}{r|l} x^2-5x+1 & x+1 \\ \hline \mp x^2 \mp x & x-6 \\ -6x+1 & \\ \pm 6x \pm 6 & \\ 7 & \end{array}$$

إذن : $f(x)=x-6+\dfrac{7}{x+1}$

طريقة ثانية : تحليل البسط إلى مجاميع فنك

$$f(x)=\frac{x(x+1)-6(x+1)+7}{x+1}=x-6+\frac{7}{x+1}$$

طريقة ثالثة : فرض المقام , بفرض $u=x+1$ ومنه $x=u-1$ نجد :

$$\frac{x^2-5x+1}{x+1}=\frac{u^2-2u+1-5u+5+1}{u}=u-7+\frac{7}{u}$$

إذن : $f(x)=x-6+\dfrac{7}{x+1}$

طريقة رابعة : توحد مقامات التابع المطلوب ونطابق مع التابع المعطى (نتركها للقارئ)

إذن : $a=1\ ,b=-6\ ,c=7$

2) التكامل : $I=\int_0^2\left(x-6+7\cdot\dfrac{1}{x+1}\right)dx$

حيث $x+1>0$ على المجال $[0,2]$

$$I=\left[\frac{1}{2}x^2-6x+7\ln(x+1)\right]_0^2$$

$$I=[-10+7\ln 3]-[0]=-10+7\ln 3$$

السؤال الثالث : ليكن z عدداً عقدياً ما , وليكن w عدداً عقدياً طويلته تساوي الواحد وهو مختلف عن الواحد . أثبت أن $\dfrac{w\,\overline{z}-z}{i\,w-i}$ تخيلي بحت .

نضع : $u=\dfrac{w\,\overline{z}-z}{i\,w-i}$

يكون u تخيلي بحت إذا كان $\overline{u}=-u$ حيث $|w|=1$ ومنه $\overline{w}\cdot w=1$

$$\overline{u}=\overline{\left(\frac{w\,\overline{z}-z}{i\,w-i}\right)}=\frac{\overline{w\,\overline{z}-z}}{\overline{i\,w-i}}$$

$$=\frac{\overline{w}\,z-\overline{z}}{-i\,\overline{w}+i}=\frac{(w\,\overline{w})z-w\,\overline{z}}{-i\,(w\,\overline{w})+i\,w}$$

$$\overline{u}=\frac{z-w\,\overline{z}}{-i+i\,w}=-\frac{w\,\overline{z}-z}{i\,w-i}$$

لأن : $\overline{u}=-u$ ومنه u تخيلي بحت .

السؤال الرابع : احسب مشتق التابع f المعرف على R وفق : $f(x)=e^{1-\sin x}$

$$f'(x)=-\cos x\cdot e^{1-\sin x}$$

حلـول النمـوذج الثـاني (4)

ثانياً – حل التمارين الأربعة الآتية : (60° لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن f التابع المعرف على R وفق : $f(x)=\dfrac{x^2+|x|}{x^2+1}$

1) ما نهاية التابع f عند $-\infty$ ؟

2) ادرس قابلية اشتقاق f عند الصفر من اليمين , ثم اكتب معادلة لنصف المماس من اليمين لخطه البياني C_f في النقطة $A(0,0)$.

1) في حالة $x<0$ يكون : $f(x)=\dfrac{x^2-x}{x^2+1}$ وبالتالي : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$

2) في حالة $x\geq 0$ يكون : $f(x)=\dfrac{x^2+x}{x^2+1}$

$$x\neq 0:\ g(x)=\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\frac{1}{x}\left(\frac{x^2+x}{x^2+1}\right)=\frac{x+1}{x^2+1}$$

وبالتالي : $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=1\in R$

فالتابع f يقبل الاشتقاق عند الصفر من اليمين . حيث $f'(0^+)=1$

معادلة نصف المماس من اليمين : $y=f(0)+f'(0^+)(x-0)\Rightarrow y=x$

التمرين الثاني : لتكن $(x_n)_{n\geq 0}$ المتتالية المعرفة وفق العلاقة $x_0=5$, $x_{n+1}=\dfrac{6}{5}x_n+\dfrac{4}{5}$

1) احسب x_1 , x_2 , x_3 ثم ادرس اطراد المتتالية .

2) نعرف $(y_n)_{n\geq 0}$ بالعلاقة $y_n=x_n+4$. أثبت أن $(y_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية .

3) اكتب y_n بدلالة n . ثم احسب $y_2+y_3+......+y_{10}$ بدلالة قوة للعدد $\dfrac{6}{5}$.

1) $x_1=6+\dfrac{4}{5}=\dfrac{34}{5}$, $x_2=\dfrac{6}{5}\times\dfrac{34}{5}+\dfrac{4}{5}=\dfrac{224}{25}$, $x_3=\dfrac{6}{5}\times\dfrac{224}{25}+\dfrac{4}{5}=\dfrac{1444}{125}$

$$x_0=\frac{625}{125}\ ,\ x_1=\frac{850}{125}\ ,\ x_2=\frac{1120}{125}\ ,\ x_3=\frac{1444}{125}$$

الأستاذ : محمد خالد غزول

الأستاذ : عبد الحميد السيد

نلاحظ أن $x_3 > x_2 > x_1 > x_0$

نضع الخاصة $E(n)$ هي « $x_{n+1} - x_n > 0$ »

(1) الخاصة $E(0)$ صحيحة لأن : $x_1 - x_0 = \frac{9}{5} > 0$

(2) نفترض أن $E(n)$ صحيحة أي : $x_{n+1} - x_n > 0$

لنبرهن صحة $E(n+1)$ أي لنبرهن أن : $x_{n+2} - x_{n+1} > 0$

$$x_{n+2} - x_{n+1} = \left(\frac{6}{5}x_{n+1} + \frac{4}{5}\right) - \left(\frac{6}{5}x_n + \frac{4}{5}\right)$$

$$= \frac{6}{5}\left(x_{n+1} - x_n\right)$$

وبما أن : $x_{n+1} - x_n > 0$

فإن : $x_{n+2} - x_{n+1} > 0$

إذن $E(n+1)$ صحيحة

مما سبق نستنتج أن $E(n)$ صحيحة أيا" كان العدد الطبيعي n .

أي المتتالية $(x_n)_{n \geq 0}$ متزايدة تماما" بدءا" من الحد ذي الدليل $n_0 = 0$.

2) لدينا : $y_n = x_n + 4$

$$y_{n+1} = x_{n+1} + 4 = \frac{6}{5}x_n + \frac{4}{5} + 4$$

$$y_{n+1} = \frac{6}{5}x_n + \frac{24}{5} = \frac{6}{5}(x_n + 4)$$

ومنه : $y_{n+1} = \frac{6}{5}y_n$

فالمتتالية $(y_n)_{n \geq 0}$ هندسية أساسها $q = \frac{6}{5}$.

3) لدينا : $y_0 = x_0 + 4 = 9$

وبالتالي : $y_n = y_0 (q)^n = 9\left(\frac{6}{5}\right)^n$

عدد حدود المجموع $S = y_2 + y_3 + ...+ y_{10}$ يساوي : $n = 10 - 2 + 1 = 9$

والمجموع : $S = a \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$

حيث : $a = y_2 = 9\left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{324}{25}$

وبالتالي : $S = \frac{324}{25} \cdot \frac{1 - \left(\frac{6}{5}\right)^9}{1 - \frac{6}{5}}$, إذن : $S = \frac{324}{5}\left[\left(\frac{6}{5}\right)^9 - 1\right]$

<u>التمرين الثالث</u> : في معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، لدينا النقطتين $A(2,-1,0)$ و $B(-1,3,5)$

و المستوي P الذي يقبل معادلة $2x - 3y + z - 5 = 0$

1) أثبت أن المستقيم (AB) يقطع المستوي P في نقطة C يطلب تعيين إحداثياتها .

2) اكتب معادلة للمستوي Q العمودي على P ويمر بالنقطتين A و B .

1) لدينا : $\overrightarrow{AB}(-3,4,5)$ شعاع توجيه للمستقيم (AB) .

ولدينا : $\overrightarrow{n_P}(2,-3,1)$ شعاع ناظم على المستوي P .

وبالتالي : $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = -6 - 12 + 5 = -13 \neq 0$

إذن المستقيم (AB) لا يوازي المستوي P فهو قاطع له بنقطة ولتكن C .

بفرض (a,b,c) إحداثيات النقطة C

وبالتالي النقاط A و B و C على استقامة واحدة

أي يوجد $k \in R$ بحيث : $\overrightarrow{AC} = k\,\overrightarrow{AB}$

وبالتالي : $(a - 2, b + 1, c) = k(-3,4,5)$

ومنه : $\begin{cases} a=-3k+2 \\ b=4k-1 \\ c=5k \end{cases}$ ، وبما أن C نقطة من المستوي P فهي تحقق معادلته .

أي : $2(-3k+2)-3(4k-1)+(5k)-5=0$

ومنه : $-6k+4-12k+3+5k-5=0 \Rightarrow k=\frac{2}{13}$

وبالتالي : $a=-\frac{6}{13}+2=\frac{20}{13}$ و $b=\frac{8}{13}-1=-\frac{5}{13}$ و $c=\frac{10}{13}$

إذن : $C\left(\frac{20}{13},-\frac{5}{13},\frac{10}{13}\right)$

2) بفرض $\overrightarrow{n_Q}(a,b,c)$ شعاع ناظم على المستوي Q

بما أن Q عمودي على P فإن : $\overrightarrow{n_P}\cdot\overrightarrow{n_Q}=0$

ومنه : $2a-3b+c=0 \quad ...(1)$

لدينا المستقيم (AB) محتوى في Q فالشعاع $\overrightarrow{AB}(-3,4,5)$ عمودي على $\overrightarrow{n_Q}$

أي : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{n_Q}=0$

ومنه : $-3a+4b+5c=0 \quad ...(2)$

بتعويض $c=1$ في المعادلتين نجد $\begin{cases} 2a-3b+1=0 \\ -3a+4b+5=0 \end{cases}$

بالجمع نجد $-a+b+6=0$ ومنه : $b=a-6$

نعوض في (1) فنجد : $2a-3a+18+1=0$

ومنه $a=19$ وبالتالي $b=13$

إذن : $\overrightarrow{n_Q}(19,13,1)$

وبما أن Q يمر بالنقطتين A و B يمكن أخذ إحداهما ولتكن A فنكتب :

$19(x-2)+13(y+1)+1(z-0)=0$

إذن : $Q: 19x+13y+z-25=0$

التمرين الرابع : يحتوي صندوق على أربع كرات زرقاء , وثلاث كرات خضراء , وواحدة بيضاء

نسحب عشوائياً معاً ثلاث كرات من الصندوق

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل عدد الألوان المختلفة بين الكرات المسحوبة

1) ما هي مجموعة القيم التي يأخذها X ؟

2) احسب كلاً من $P(X=1)$ و $P(X=3)$ ثم استنتج قيمة $P(X=2)$.

3) احسب توقع X وانحرافه المعياري .

1) $X(\Omega)=\{1,2,3\}$

2) (توضيح : $X=1$ عند ظهور كرات من نفس اللون أي 3 زرقاء أو 3 خضراء)

$$P(X=1)=\frac{\binom{4}{3}+\binom{3}{3}}{\binom{8}{3}}=\frac{4+1}{56}=\frac{5}{56}$$

(توضيح : $X=3$ عند ظهور كرة من كل لون أي 1 زرقاء و 1 خضراء و 1 بيضاء)

$$P(X=3)=\frac{\binom{4}{1}\times\binom{3}{1}\times\binom{1}{1}}{\binom{8}{3}}=\frac{4\times3\times1}{56}=\frac{12}{56}$$

$$P(X=2)=1-[P(X=1)+P(X=3)]$$

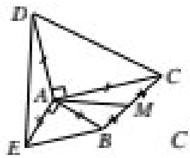
$$P(X=2)=1-\frac{17}{56}=\frac{39}{56}$$

3) التوقع : $E(X)=\frac{1}{56}(1\times5+2\times39+3\times12)\Rightarrow E(X)=\frac{119}{56}=\frac{17}{8}$

$$E\left(X^2\right)=\frac{1}{56}(1\times5+4\times39+9\times12)\Rightarrow E\left(X^2\right)=\frac{269}{56}$$

$$V(X)=E\left(X^2\right)-(E(X))^2=\frac{269}{56}-\frac{289}{64}=\frac{129}{448}$$

الانحراف المعياري : $\sigma(X)=\frac{129}{448}=\frac{129}{64\times7}=\frac{1}{8}\sqrt{\frac{129}{7}}$



<u>المسألة الأولى</u> : نتأمل في المستوي مثلثاً ABC مباشر التوجيه كيفياً .

لتكن M منتصف $[BC]$, ولْيكن AEB و ACD مثلثين قائمين في A

ومتساويي الساقين مباشرين . نختار معلماً مباشراً مبدأه النقطة A .

ونرمز بالرمزين b و c إلى العددين العقديين اللذين يمثلان النقطتين B و C

1) احسب بدلالة b و c الأعداد العقدية e و d و m الممثلة للنقاط E و D و M بالترتيب .

2) احسب $\frac{d-e}{m-a}$ ثم استنتج أن (AM) هو ارتفاع في المثلث AED وأن $ED=2AM$

3) نفترض أن A هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(D,2)$ و $(E,3)$ و $(C,1)$

و $(B,1)$. احسب $\frac{c}{b}$, ثم احسب قياس الزاوية BAC .

1) E صورة B وفق الدوران ربع دورة بالاتجاه السالب حول A وبالتالي : $e=e^{-i\frac{\pi}{2}}b=-ib$

D صورة C وفق الدوران ربع دورة بالاتجاه الموجب حول A وبالتالي : $d=e^{i\frac{\pi}{2}}c=ic$

M منتصف $[BC]$ أي : $m=\frac{b+c}{2}$

2) $d-e=i(b+c)\Rightarrow d-e=2im\Rightarrow\frac{d-e}{m-a}=2i$

وبالتالي : $(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{ED})=\arg\frac{d-e}{m-a}=\arg(2i)=\frac{\pi}{2}$

إذن : (AM) هو ارتفاع في المثلث AED .

أيضاً : $|d-e|=2|m-a|$, إذن : $ED=2AM$

3) $z_A=\frac{b+c+3e+2d}{1+1+3+2}=0\Rightarrow b+c-3ib+2ic=0\Rightarrow c(1+2i)=b(-1+3i)$

$$\frac{c}{b}=\frac{-1+3i}{1+2i}=\frac{(-1+3i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\frac{-1+2i+3i+6}{1+4}$$

$$\frac{c}{b}=1+i=\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+i\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=\arg\frac{c-a}{b-a}=\arg\frac{c}{b}=\arg\left(\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}\right)\Rightarrow\widehat{BAC}=\frac{\pi}{4}$$

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على $D_f =]-\infty, -2[\cup]0, +\infty[$

بالعلاقة $f(x) = \ln \frac{x+2}{x}$

1) احسب نهاية f عند كل طرف من أطراف مجموعة تعريفه D_f .

2) أوجد $f'(x)$ وادرس إشارته ثم نظم جدولاً بتغيرات التابع f .

3) ارسم الخط C في معلم متجانس .

4) لتكن $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية معرفة على N^* وفق $u_n = f(n)$

نضع $S_n = u_1 + u_2 + \dots\dots + u_n$. أثبت أن $S_n = \ln \frac{(n+2)(n+1)}{2}$.

1) النهايات : $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \ln 1 = 0$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \ln 1 = 0$

$\lim_{x \to (-2)^-} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$

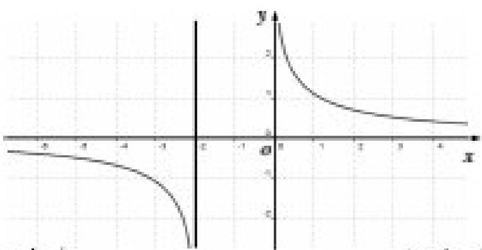
2) f اشتقاقي على كل من المجالين $]-\infty, -2[$ و $]0, +\infty[$:

$$f'(x) = \left(\frac{x+2}{x}\right)' \cdot \left(\frac{x}{x+2}\right) = \frac{x - x - 2}{x^2} \cdot \frac{x}{x+2} = \frac{-2}{x^2 + 2x}$$

أياً يكن x من D_f فإن $x^2 + 2x > 0$ وبالتالي $f'(x) < 0$

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		▨		$-$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\infty$	▨	$+\infty$	$\searrow$	0

3) الرسم :



الأستاذ : محمد خالد غزول
الأستاذ : عبد الحميد الحميد

4) لدينا : $u_n = \ln \frac{n+2}{n}$ و $S_1 = u_1 = \ln 3$

الخاصة $E(n)$ هي « $S_n = \ln \frac{(n+2)(n+1)}{2}$ »

(1) الخاصة $E(1)$ صحيحة لأن : $S_1 = \ln \frac{3 \times 2}{2} = \ln 3$

(2) نفترض صحة الخاصة $E(n)$ أي أن : $S_n = \ln \frac{(n+2)(n+1)}{2}$

لنبرهن صحة $E(n+1)$ أي أن : $S_{n+1} = \ln \frac{(n+3)(n+2)}{2}$

$$\begin{aligned} S_{n+1} &= S_n + u_{n+1} \\ &= \ln \frac{(n+2)(n+1)}{2} + \ln \frac{n+3}{n+1} \\ &= \ln \left[\frac{(n+2)(n+1)}{2} \times \frac{n+3}{n+1} \right] \end{aligned}$$

$$S_{n+1} = \ln \frac{(n+3)(n+2)}{2}$$

فالخاصة $E(n+1)$ صحيحة

مما سبق نستنتج أن $E(n)$ صحيحة أياً تكن $n \geq 1$

أي أن : $S_n = \ln \frac{(n+2)(n+1)}{2}$

(انتهت حلول النموذج الثاني ونسألكم الدعاء)

الأستاذ : محمد خالد غزول الأستاذ : عبد الحميد السيد

الجمهورية العربية السورية النموذج الثالث

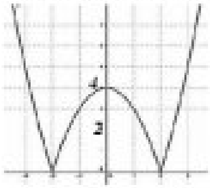
وزارة التربية الدرجة العظمى : ستمئة

المركز الوطني لتطوير المناهج التربوية المدة : ثلاث ساعات

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي (المنهاج الجديد 2017)

أولاً – أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40* لكل سؤال)

السؤال الأول : تجد جانباً الخط البياني للتابع f المعرف على R . والمطلوب :



1) كم حلاً للمعادلة $f(x) = 2$.

2) احسب قيمة المشتق للتابع عند الصفر .

3) عين صورة المجال $I = [-2,2]$ وفق f .

4) كم قيمة صغرى أو كبرى محلية للتابع f .

السؤال الثاني : حل في R المعادلة الآتية : $-\ln(x+1) + \ln x = \ln(x-1)$

السؤال الثالث : اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

حيث $A(2,-1,3)$ و $B(4,3,-1)$

السؤال الرابع : ما هي أمثال الحد $x^2 y$ في منشور $\left(\frac{y^2}{x} + \frac{x}{y}\right)^8$

ثانياً – حل التمارين الأربعة الآتية : (60* لكل تمرين)

التمرين الأول : إذا كان $f(x) = \frac{\cos x - 1}{x^2} + \frac{1}{2}$ أياً يكن x من R^*

أوجد نهاية التابع f عند الصفر

التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية : $u_0 = \frac{1}{2}$, $u_{n+1} = \frac{u_n}{2 - u_n}$

1) أثبت أن $0 < u_n < 1$ أياً كانت n من $\mathbb{N}$.

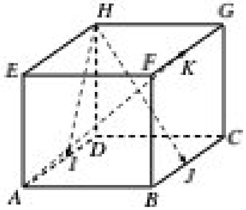
2) نعرف $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$. أثبت أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية واستنتج v_n بدلالة n

3) اكتب u_n بدلالة n , واحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

تابع في الصفحة الثانية

__التمرين الثالث__ : $ABCDEFGH$ مكعب . I و J و K هي بالترتيب

منتصفات $[AD]$ و $[BC]$ و $[FG]$



1 . باختيار معلم متجانس $(D\,;\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH})$

احسب مركبات كل من الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$

2 . أوجد عددين حقيقيين a و b يحققان المساواة :

$$\overrightarrow{AK}=a\,\overrightarrow{HI}+b\,\overrightarrow{HJ}$$

ثم استنتج أن الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$ مرتبطة خطياً .

__التمرين الرابع__ : عين العددين z_1 و z_2 حيث : $\begin{cases} 2z_1 - z_2 = -3 \\ 2\overline{z_1}+\overline{z_2} = -3+2\sqrt{3}\,i \end{cases}$

ثالثاً – __حل المسألتين الآتيتين__ : (90° للأولى و 110° للثانية)

__المسألة الأولى__ : صندوق يحتوي على ثلاث كرات حمراء وأربع كرات سوداء .

نسحب من الصندوق ثلاث كرات في آن معاً وليكن الحدث A الحصول على كرة حمراء على الأقل

والحدث B الحصول على كرتين سوداوين على الأقل .

1) احسب احتمالات الأحداث التالية : A ، B ، $A\setminus B$.

2) إذا كان X متحول عشوائي يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

اكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه وتباينه .

__المسألة الثانية__ : ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x)=2e^{-x}+x-2$ خطه البياني C

1) أوجد معادلة المقارب المائل للخط C وادرس الوضع النسبي للخط C بالنسبة إلى هذا المقارب .

2) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها . وبين أنه يبلغ قيمة حدية محلية عينها وبين نوعها .

3) استنتج أن للمعادلة $f(x)=0$ جذرين أحدهما يساوي الصفر والآخر نرمزه بالرمز α .

أثبت أن $1<\alpha<2$.

4) ارسم المقارب المائل ثم ارسم C , واحسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمات

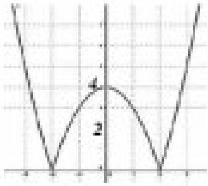
التي معادلاتها $y=x-2$ و $x=\ln 2$ و $x=\ln 3$.

انتهت الأسئلة

حلول النموذج الثالث ①

أولاً – أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : تجد جانباً الخط البياني للتابع f المعرف على R . والمطلوب :



1) كم حلاً للمعادلة $f(x)=2$.

2) احسب قيمة المشتق للتابع عند الصفر .

3) عين صورة المجال $I=[-2,2]$ وفق f .

4) كم قيمة صغرى أو كبرى محلية للتابع f .

1) أربعة حلول . (توضيح : المستقيم الذي معادلته $y = 2$ يقطع الخط البياني بأربعة نقاط)

2) $f'(0)=0$. (توضيح : الخط البياني يقبل مماساً أفقياً عند $x=0$)

3) $f(I)=[0,4]$.

4) قيمتان صغريان محلياً وقيمة كبرى محلية .

السؤال الثاني : حل في R المعادلة الآتية : $-\ln(x+1)+\ln x=\ln(x-1)$

المعادلة معرفة عندما : $x>-1$ و $x>0$ و $x>1$

إذن المعادلة معرفة عندما : $x>1$

$$\ln x=\ln(x-1)+\ln(x+1)\Rightarrow \ln x=\ln\left(x^2-1\right)$$

$$x^2-x-1=0\Rightarrow\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}-1=0$$

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}\Rightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{5}}{2}<1\\ x=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}>1\end{cases}$$

إذن $x=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}$ حل وحيد للمعادلة المفروضة .

الأستاذ : محمد خالد غزول الأستاذ : عبد الحميد السيد

حلـــول النمـــوذج الثــالث (2)

السؤال الثالث : اكتب معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$

حيث $A(2,-1,3)$ و $B(4,3,-1)$

بفرض N منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ أي : $N(3,1,1)$

ولدينا $\overrightarrow{AB}(2,4,-4)$ شعاعاً ناظماً على المستوي المحوري

فإن : $2(x-3)+4(y-1)-4(z-1)=0$

إذن معادلة المستوي المطلوبة : $x+2y-2z-3=0$

طريقة ثانية :

تنتمي $M(x,y,z)$ إلى المستوي المحوري

إذا وفقط إذا كان $AM=BM \Leftrightarrow AM^2=BM^2$

$$(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=(x-4)^2+(y-3)^2+(z+1)^2$$

ومنه : $-4x+2y-6z+14=-8x-6y+2z+26$

إذن معادلة المستوي المطلوبة : $x+2y-2z-3=0$

السؤال الرابع : ما هي أمثال الحد x^2y في منشور $\left(\frac{y^2}{x}+\frac{x}{y}\right)^8$

$$T_r=\binom{8}{r}\left(\frac{y^2}{x}\right)^{8-r}\left(\frac{x}{y}\right)^r$$

$$T_r=\binom{8}{r}\left(\frac{y^{16-2r}}{x^{8-r}}\right)\left(\frac{x^r}{y^r}\right)$$

$$T_r=\binom{8}{r}x^{2r-8}\cdot y^{16-3r}$$

$(2r-8=2$ و $16-3r=1)$ ومنه $r=5$

أمثال الحد x^2y تساوي : $\binom{8}{5}=\binom{8}{3}=\frac{8\times 7\times 6}{3\times 2\times 1}=56$

الأستاذ : محمد خالد غزول　　　　الأستاذ : عبد الحميد السيد

حلـول النمـوذج الثـالث (3)

ثانياً – حل التمارين الأربعة الآتية : (60* لكل تمرين)

التمرين الأول : إذا كان $f(x)=\frac{\cos x-1}{x^2}+\frac{1}{2}$ أياً يكن x من R^*

أوجد نهاية التابع f عند الصفر

$$f(x)=\frac{-2\sin^2\frac{x}{2}}{4\frac{x^2}{4}}+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}\left(\frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}\right)^2+\frac{1}{2}$$

بما أن $\lim_{x\to 0}\frac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}=\lim_{\theta\to 0}\frac{\sin\theta}{\theta}=1$

فإن : $\lim_{x\to 0}f(x)=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=0$

التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدريجية : $u_0=\frac{1}{2}\,,\,u_{n+1}=\frac{u_n}{2-u_n}$

1) أثبت أن $0<u_n<1$ أياً كانت n من $\mathbb{N}$.

2) نعرف $(v_n)_{n\geq 0}$ حيث $v_n=\frac{1}{u_n}-1$. أثبت أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية واستنتج v_n بدلالة n

3) اكتب u_n بدلالة n , واحسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$

1) نفترض $E(n)$ هي الخاصة : « $0<u_n<1$ »

(1) الخاصة $E(0)$ صحيحة لأن : $0<u_0=\frac{1}{2}<1$.

(2) نفترض أن $E(n)$ صحيحة أي : $0<u_n<1$

ولنبرهن أن $E(n+1)$ صحيحة أي لنبرهن أن $0<u_{n+1}<1$

لدينا : $u_{n+1}=-\frac{2-u_n-2}{2-u_n}=-1+\frac{2}{2-u_n}$

$$0<u_n<1\Rightarrow 0>-u_n>-1\Rightarrow 2>2-u_n>1$$

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{2-u_n} < 1 \Rightarrow 1 < \frac{2}{2-u_n} < 2$$

$$0 < -1 + \frac{2}{2-u_n} < 1 \Rightarrow 0 < u_{n+1} < 1$$

فالخاصة $E(n+1)$ صحيحة

مما سبق نستنتج أن $0 < u_n < 1$ أياً كان العدد الطبيعي n

<u>طريقة ثانية</u> : لإثبات صحة $E(n+1)$

نأخذ التابع f المعرف وفق $f(x) = \frac{x}{2-x}$

وهو اشتقاقي على كل من المجالين $]-\infty, 2[$ و $]2, +\infty[$

$$f'(x) = \frac{2-x+x}{(2-x)^2} = \frac{2}{(2-x)^2} > 0$$

فالتابع f متزايد تماماً على كل من المجالين $]-\infty, 2[$ و $]2, +\infty[$

بالاستفادة من تزايد التابع f على المجال $]-\infty, 2[$

نستنتج أن : $f(0) < f(u_n) < f(1)$

وبما أن : $f(0) = 0$ و $f(1) = 1$

فإن $0 < u_{n+1} < 1$ وبالتالي $E(n+1)$ صحيحة

2) لدينا : $v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} - 1 = \frac{2-u_n}{u_n} - 1 = \frac{2}{u_n} - 1 - 1 = 2\left(\frac{1}{u_n} - 1\right) = 2v_n$

إذن : $(v_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = 2$ و $v_0 = \frac{1}{u_0} - 1 = 1$

وبالتالي : $v_n = v_0 (q)^n = 2^n$

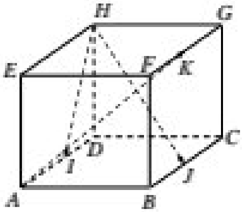
3) لدينا : $v_n + 1 = \frac{1}{u_n}$ ومنه : $u_n = \frac{1}{v_n + 1}$

إذن : $u_n = \frac{1}{2^n + 1}$

بما أن $q = 2 > 1$ فإن : $\lim_{n \to +\infty} 2^n = +\infty$ ومنه $\lim_{n \to +\infty} u_n = 0$

<u>التمرين الثالث</u> : $ABCDEFGH$ مكعب . I و J و K هي بالترتيب

منتصفات $[AD]$ و $[BC]$ و $[FG]$



1 . باختيار معلم متجانس $(D;\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DH})$

لحسب مركبات كل من الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$

2 . أوجد عددين حقيقيين a و b يحققان المساواة :

$$\overrightarrow{AK}=a\overrightarrow{HI}+b\overrightarrow{HJ}$$

ثم استنتج أن الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$ مرتبطة خطيا؟ .

1 . $H(0,0,1)$ و $I\left(\frac{1}{2},0,0\right)$ و $J\left(\frac{1}{2},1,0\right)$ و $K\left(\frac{1}{2},1,1\right)$ و $A(1,0,0)$

$\overrightarrow{AK}\left(-\frac{1}{2},1,1\right)$ و $\overrightarrow{HI}\left(\frac{1}{2},0,-1\right)$ و $\overrightarrow{HJ}\left(\frac{1}{2},1,-1\right)$

2 . $\left(-\frac{1}{2},1,1\right)=a\left(\frac{1}{2},0,-1\right)+b\left(\frac{1}{2},1,-1\right)$

$a+b=-1 \quad ...(1)$

$b=1 \quad ...(2)$ ومنه : $(a,b)=(-2,1)$

$a+b=-1 \quad ...(3)$

بما أن : $\overrightarrow{AK}=-2\overrightarrow{HI}+\overrightarrow{HJ}$

فإن الأشعة $\overrightarrow{AK}$ و $\overrightarrow{HI}$ و $\overrightarrow{HJ}$ مرتبطة خطيا؟

<u>التمرين الرابع</u> : عين العددين z_1 و z_2 حيث : $\begin{cases}2z_1-z_2=-3\\ 2\overline{z_1}+\overline{z_2}=-3+2\sqrt{3}i\end{cases}$

بأخذ مرافق طرفي الثانية نجد : $2z_1+z_2=-3-2\sqrt{3}i$

بطرح الأولى منها نجد : $2z_2=-2\sqrt{3}i$ ومنه $z_2=-\sqrt{3}i$

نعوض في الأولى : $2z_1+\sqrt{3}i=-3$ ومنه $z_1=-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (90° للأولى و 110° للثانية)

المسألة الأولى : صندوق يحتوي على ثلاث كرات حمراء وأربع كرات سوداء .

نسحب من الصندوق ثلاث كرات في آن معاً ولیكن الحدث A الحصول على كرة حمراء على الأقل

والحدث B الحصول على كرتين سوداوين على الأقل .

1) احسب احتمالات الأحداث التالية : $A \setminus B$ ، B ، A .

2) إذا كان X متحول عشوائي يدل على عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

اكتب جدول قانونه الاحتمالي واحسب توقعه وتباينه .

1) لدينا : $P(A)=P(A_1)+P(A_2)+P(A_3)$

$$P(A_1)=\frac{\binom{3}{1}\cdot\binom{4}{2}}{\binom{7}{3}}=\frac{18}{35}\ ,\ P(A_2)=\frac{\binom{3}{2}\cdot\binom{4}{1}}{\binom{7}{3}}=\frac{12}{35}\ ,\ P(A_3)=\frac{\binom{3}{3}}{\binom{7}{3}}=\frac{1}{35}$$

$$P(A)=\frac{18}{35}+\frac{12}{35}+\frac{1}{35}\Rightarrow P(A)=\frac{31}{35}$$

الحصول على ثلاث كرات سوداء هو المضاد لـ A : $P(A')=1-P(A)=1-\frac{31}{35}=\frac{4}{35}$

$$P(B)=P(A_1)+P(A')=\frac{18}{35}+\frac{4}{35}\Rightarrow P(B)=\frac{22}{35}$$

$$P(A\setminus B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{P(A_1)}{P(B)}=\frac{18}{35}\times\frac{35}{22}\Rightarrow P(A\setminus B)=\frac{9}{11}$$

2) لدينا $X(\Omega)=\{0,1,2,3\}$ وبالتالي :

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$

$$E(X)=\frac{1}{35}(0\times4+1\times18+2\times12+3\times1)\Rightarrow E(X)=\frac{45}{35}=\frac{9}{7}$$

$$E(X^2)=\frac{1}{35}(0\times4+1\times18+4\times12+9\times1)\Rightarrow E(X^2)=\frac{75}{35}=\frac{15}{7}$$

$$V(X)=E(X^2)-(E(X))^2=\frac{15}{7}-\frac{81}{49}=\frac{105-81}{49}\Rightarrow V(X)=\frac{24}{49}$$

<u>المسألة الثانية</u> : ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x)=2e^{-x}+x-2$ خطه البياني C

1) أوجد معادلة المقارب المائل للخط C وادرس الوضع النسبي للخط C بالنسبة إلى هذا المقارب

2) ادرس تغيرات f ونظم جدولاً بها . وبين أنه يبلغ قيمة حدية محلية عينها وبين نوعها .

3) استنتج أن للمعادلة $f(x)=0$ جذرين أحدهما يساوي الصفر والآخر نرمزه بالرمز α .

أثبت أن $1<\alpha<2$.

4) ارسم المقارب المائل ثم ارسم C , واحسب مساحة السطح المحصور بين C والمستقيمات

التي معادلاتها $y=x-2$ و $x=\ln 2$ و $x=\ln 3$.

1) نضع : $g(x)=f(x)-(x-2)=2e^{-x}$ وبما أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0$

فإن المستقيم d الذي معادلته $y=x-2$ مستقيم مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

بما أن $g(x)=2e^{-x}>0$ أياً كانت x من R فإن الخط C يقع دوماً فوق مقاربه d .

2) f مستمر واشتقاقي على R : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

في جوار $-\infty$ لدينا حالة عدم تعيين $+\infty-\infty$ لذا نكتب : $f(x)=e^{-x}\left(2+x\cdot e^{x}\right)-2$

وبما أن $\lim\limits_{x\to-\infty} x\cdot e^{x}=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x}=+\infty$ فإن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

$$f'(x)=-2e^{-x}+1=e^{-x}\left(e^{x}-2\right)$$

إشارة المشتق تماثل إشارة $e^{x}-2$ الذي ينعدم عند $x=\ln 2$ ومنه $f(\ln 2)=-1+\ln 2$

x	$-\infty$		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-1+\ln 2$	$\nearrow$	$+\infty$

من الجدول نستنتج أن للتابع قيمة صغرى محلياً تساوي $-1+\ln 2$ يبلغها التابع عند $x=\ln 2$

3) $\left[\begin{array}{l} f \text{ مستمر ومتناقص تماماً على }]-\infty,\ln 2[\\ \text{و } 0\in f(]-\infty,\ln 2[)=]-1+\ln 2,+\infty[\end{array}\right]$ عندئذ $\left[\begin{array}{l} \text{للمعادلة } f(x)=0 \text{ حل وحيد} \\ \text{في المجال }]-\infty,\ln 2[\end{array}\right]$

حلـول النمـوذج الثـالث ⑧

$\begin{pmatrix} f \text{ مستمر ومتزايد تماماً على }]\ln 2,+\infty[\\ \text{و } 0 \in f(]\ln 2,+\infty[) =]-1+\ln 2,+\infty[\end{pmatrix}$ عندئذٍ $\begin{pmatrix} \text{للمعادلة } f(x)=0 \text{ حل وحيد} \\ \alpha \text{ في المجال }]\ln 2,+\infty[\end{pmatrix}$

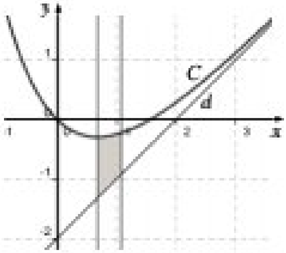
إذن للمعادلة $f(x)=0$ جذرين أحدهما يساوي الصفر لأن $f(0)=2-0-2=0$

والآخر α من المجال $]\ln 2,+\infty[$

وبما أن $f(1)=\frac{2}{e}-1<0$ و $f(2)=\frac{2}{e^2}>0$ ومنه $f(1)\times f(2)<0$

فإن : $1<\alpha<2$

4) الرسم والمساحة :



$$A=\int_{\ln 2}^{\ln 3}[f(x)-(x-2)]dx=\int_{\ln 2}^{\ln 3}\left(2e^{-x}\right)dx$$

$$A=\left[-2e^{-x}\right]_{\ln 2}^{\ln 3}=\left(-\frac{2}{3}\right)-(-1)\Rightarrow A=\frac{1}{3}$$

(انتهت حلول النموذج الثالث ونسألكم الدعاء)

الأستاذ : محمـد خالـد غـزول

الأستاذ : عبـد الحميـد السيـد

الجمهورية العربية السورية　　　　　　النموذج الرابع

وزارة التربية　　　　　　　　　　　　　　　　الدرجة العظمى : ستمئة

المركز الوطني لتطوير المناهج التربوية　　　　　　المدة : ثلاث ساعات

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي (المنهاج الجديد 2017)

أولاً – <u>أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية</u> : (40* لكل سؤال)

<u>السؤال الأول</u> : تجد جانباً جدول تغيرات التابع f والمطلوب :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$\parallel$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\parallel$ $-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

1) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

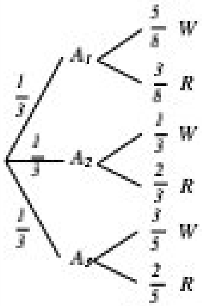
2) ما عدد القيم الحدية محلياً .

3) اكتب معادلة مماس منحن التابع عند نقطة فاصلتها $x=1$.

<u>السؤال الثاني</u> : حل في C المعادلة $z^2 = 1 + 2\sqrt{2}\, i$

<u>السؤال الثالث</u> : ليكن التابع f المعرف على $]1,+\infty[$ وفق : $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$

أوجد $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم عين A ليكون $x > A$ ليكون $f(x)$ من المجال $]1.95 , 2.05[$.



<u>السؤال الرابع</u> : في المخطط الشجري المرسوم جانباً .

الرموز A_1 , A_2 , و A_3 تدل على ثلاثة صناديق .

الرمز W يدل على الكرات البيضاء والرمز R يدل على الكرات الحمراء

يتم اختيار عشوائياً صندوق ثم يتم سحب عشوائياً كرة واحدة منه .

1) ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء .

2) إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء فما احتمال أن تكون من الصندوق الأول A_1 .

ثانياً – <u>حل التمارين الأربعة الآتية</u> : (60* لكل تمرين)

<u>التمرين الأول</u> : ليكن C الخط البياني للتابع f التابع المعرف على $R \setminus \{-3\}$ وفق : $f(x) = \dfrac{x^2+2x-2}{x+3}$

1) اكتب $f(x)$ بالشكل : $f(x) = ax + b + \dfrac{1}{x+3}$ وعين قيمة كلاً من a و b

ثم أثبت أن المستقيم الذي معادلته $y = ax + b$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

2) احسب $\int_0^2 f(x)\,dx$.

تابع في الصفحة الثانية

التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ ، $u_{n+1}=e\sqrt{u_n}$ و $u_0=e^3$

v_n متتالية معرفة بالشكل $v_n=\ln(u_n)-2$ والمطلوب :

1) أثبت أن v_n هندسية وعين q ، v_0 . 2) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

3) أثبت أن : $\lim_{n\to+\infty} u_n=e^2$.

التمرين الثالث : $ABCDEFGH$ مكعب حيث K من CD تحقق : $\overrightarrow{DK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$

والنقطة $J\in BC$ بحيث $\overrightarrow{BJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ والمطلوب :

1) جد احداثيات النقط H,E,J,K,G في المعلم $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$

2) أثبت أن الشعاعين $\overrightarrow{EJ}$, $\overrightarrow{EG}$ غير مرتبطين خطياً .

3) أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{EJ}$, $\overrightarrow{EG}$, $\overrightarrow{HK}$ مرتبطة خطياً .

4) أثبت أن المستقيم (HK) يوازي المستوي (EGJ) .

التمرين الرابع : أوجد الحد المستقل عن x في منشور ذي الحدين $\left(x+\frac{1}{x}\right)^8$

ثالثاً – **حل المسألتين الآتيتين** : (100* لكل مسألة)

المسألة الأولى : أولاً: ليكن التابع g المعرف على R وفق : $g(x)=e^x+2-x$

ادرس اطراد التابع g واستنتج مجموعة حلول المتراجحة $g(x)>0$

ثانياً: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق $f(x)=x+\frac{x-1}{e^x}$

1) أثبت أن $f'(x)=\frac{1}{e^x}g(x)$

2) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً $0<\alpha<0.5$.

3) أثبت أن المستقيم $\Delta : y=x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي .

4) ارسم Δ وارسم C , واحسب مساحة السطح المحصور بين C و Δ والمستقيمين $x=0$ و $x=1$.

المسألة الثانية : في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, لدينا النقاط :

$A(1,0,-1)$ و $B(2,2,3)$ و $C(3,1,-2)$ و $D(-4,2,1)$ والمطلوب :

1) أثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته .

2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على المستوي ABC واستنتج معادلة المستوي (ABC)

3) احسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم رباعي الوجوه (D,ABC)

....

انتهت الأسئلة

حلــول النمـــوذج الرابــع (1)

أولاً – أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : تجد جانباً جدول تغيرات التابع f والمطلوب :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	|| $-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

1) ما عدد حلول المعادلة $f(x)=0$.

2) ما عدد القيم الحدية محلياً .

3) اكتب معادلة مماس منحني التابع عند نقطة فاصلتها $x=1$.

1) حل واحد فقط .

2) قيمة كبرى محلياً واحدة .

3) $f(1)=1$ و $f'(1)=0$ معادلة المماس : $y=1$.

السؤال الثاني : حل في C المعادلة $z^2=1+2\sqrt{2}\,i$

بفرض $u=1+2\sqrt{2}\,i$ و $z=x+y\,i$

لدينا : $|u|=\sqrt{(1)^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{1+8}=3$

$$x^2+y^2=3 \quad ...(1)$$
$$x^2-y^2=1 \quad ...(2)$$
$$x\,y=\sqrt{2} \quad ...(3)$$

بجمع (1) و (2) : $2x^2=4$ أي $x^2=2$

ومنه : $x_1=\sqrt{2}$ نعوض في (3) : $y_1=1$

وبالتالي : $z_1=\sqrt{2}+i$ ومنه $z_2=-\sqrt{2}-i$

طريقة ثانية :

$$z^2=\left(\sqrt{2}\right)^2+(i)^2+2\left(\sqrt{2}\right)(i)$$

$$z^2=\left(\sqrt{2}+i\right)^2 \Rightarrow \begin{cases} z_1=\sqrt{2}+i \\ z_2=-\sqrt{2}-i \end{cases}$$

السؤال الثالث : ليكن التابع f المعرف على $]1,+\infty[$ وفق : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$

أوجد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم عين A ليكون $x>A$ ليكون $f(x)$ من المجال $]1.95,2.05[$

لدينا : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$

ينتمي $f(x)$ إلى المجال $]1.95,2.05[$ الذي مركزه 2 ونصف قطره 0.05

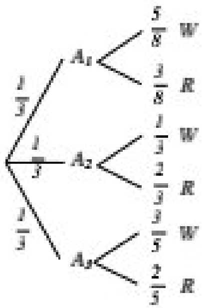
إذا وفقط إذا تحققت المتراجحة : $|f(x)-2|<0.05 \quad ...(1)$

حيث : $f(x)-2=\dfrac{2x+1}{x-1}-2=\dfrac{3}{x-1}$

المتراجحة (1) تكافئ $\dfrac{3}{|x-1|}<\dfrac{1}{20}$ ومنه : $|x-1|>60$

ولما كانت $x>1$ فإن $|x-1|=x-1$ وبالتالي $x-1>60$ ومنه : $x>61$.

السؤال الرابع : في المخطط الشجري المرسوم جانباً .



الرموز A_1 ، A_2 ، A_3 تدل على ثلاثة صناديق .

الرمز W يدل على الكرات البيضاء

والرمز R يدل على الكرات الحمراء

يتم اختيار عشوائياً صندوق ثم يتم سحب عشوائياً كرة واحدة منه .

1) ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء .

2) إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء فما احتمال أن تكون من الصندوق الأول A_1 .

(1

$$P(R)=P(A_1\cap R)+P(A_2\cap R)+P(A_3\cap R)$$

$$P(R)=P(A_1)\cdot P(R\backslash A_1)+P(A_2)\cdot P(R\backslash A_2)+P(A_3)\cdot P(R\backslash A_3)$$

$$P(R)=\frac{1}{3}\left(\frac{3}{8}+\frac{2}{3}+\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{3}\cdot\frac{45+80+48}{120}\Rightarrow P(R)=\frac{173}{360}$$

(2

$$P(A_1\backslash R)=\frac{P(A_1\cap R)}{P(R)}=\frac{P(A_1)\cdot P(R\backslash A_1)}{P(R)}=\frac{1}{3}\times\frac{3}{8}\times\frac{360}{173}=\frac{45}{173}$$

ثانياً – حل التمارين الأربعة الآتية : (60* لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن C الخط البياني للتابع f التابع المعرف على $R \setminus \{-3\}$ وفق :

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x + 3}$$

1) اكتب $f(x)$ بالشكل : $f(x) = ax + b + \frac{1}{x+3}$ وعين قيمة كلاً من a و b

ثم أثبت أن المستقيم الذي معادلته $y = ax + b$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

2) احسب $\int_0^2 f(x)\,dx$.

1) طريقة أولى : بالقسمة الإقليدية نجد أن : $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x+3}$

طريقة ثانية : تحليل البسط إلى مجاميع فنلك

$$f(x) = \frac{x(x+3) - (x+3) + 1}{x+3} = x - 1 + \frac{1}{x+3}$$

طريقة ثالثة : فرض المقام , بفرض $t = x + 3$ ومنه $x = t - 3$ نجد :

$$\frac{x^2 + 2x - 2}{x+3} = \frac{t^2 - 6t + 9 + 2t - 6 - 2}{t} = t - 4 + \frac{1}{t}$$

إذن : $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x+3}$

طريقة رابعة : توحد مقامات التابع المطلوب ونطابق مع التابع المعطى . إذن : $a = 1\ ,\ b = -1$

لدينا : $y = x - 1$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (x-1)] = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x+3} = 0$

إذن : المستقيم الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

2) التكامل : $J = \int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^2 \left(x - 1 + \frac{1}{x+3} \right) dx$

حيث $x + 3 > 0$ على المجال $[0,2]$

$$J = \left[\frac{1}{2}x^2 - x + \ln(x+3) \right]_0^2 = [\ln 5] - [\ln 3] = \ln \frac{5}{3}$$

التمرين الثاني : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$, $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$ و $u_0 = e^3$

v_n متتالية معرفة بالشكل $v_n = ln(u_n) - 2$ والمطلوب :

1) أثبت أن v_n هندسية وعين q، v_0 .

2) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

3) أثبت أن : $\lim_{n \to +\infty} u_n = e^2$.

1)

$$v_{n+1} = ln(u_{n+1}) - 2 = ln\left(e\sqrt{u_n}\right) - 2$$

$$v_{n+1} = lne + \frac{1}{2}ln(u_n) - 2 = \frac{1}{2}ln(u_n) - 1$$

$$v_{n+1} = \frac{1}{2}[ln(u_n) - 2] = \frac{1}{2}v_n$$

إذن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$

وحدها الأول : $v_0 = ln(u_0) - 2 = 3 - 2 = 1$

2) $v_n = v_0 q^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

لدينا : $ln(u_n) = v_n + 2$ ومنه $ln(u_n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 2$

إذن : $u_n = e^2 e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n}$

3) بما أن $-1 < \frac{1}{2} < 1$ فإن $\lim_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$

إذن $\lim_{n \to +\infty} u_n = e^2 e^0 = e^2$

التمرين الثالث : $ABCDEFGH$ مكعب حيث K من CD تحقق : $\overrightarrow{DK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$

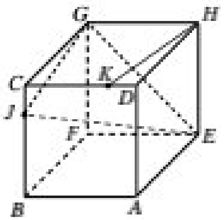
والنقطة $J\in BC$ بحيث $\overrightarrow{BJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$ والمطلوب :

1) جد احداثيات النقط H,E,J,K,G في المعلم $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AD})$

2) أثبت أن الشعاعين $\overrightarrow{EJ},\overrightarrow{EG}$ غير مرتبطين خطياً .

3) أثبت أن الأشعة $\overrightarrow{EJ},\overrightarrow{EG},\overrightarrow{HK}$ مرتبطة خطياً .

4) أثبت أن المستقيم (HK) يوازي المستوي (EGJ) .



1) $G(1,1,1)$ و $H(0,1,1)$ و $E(0,1,0)$

لدينا $4\overrightarrow{DK}=\overrightarrow{DC}$ حيث $D(0,0,1)$ و $C(1,0,1)$

وبالتالي : $4(x,y,z-1)=(1,0,0)$ ومنه $K\left(\frac{1}{4},0,1\right)$

ولدينا $4\overrightarrow{BJ}=3\overrightarrow{BC}$ حيث $B(1,0,0)$ و $C(1,0,1)$

وبالتالي : $4(x-1,y,z)=3(0,0,1)$ ومنه $J\left(1,0,\frac{3}{4}\right)$

* ملاحظة : يمكن إيجاد احداثيات K و J من الرسم .

2) الشعاعين $\overrightarrow{EG}(1,0,1)$ و $\overrightarrow{EJ}\left(1,-1,\frac{3}{4}\right)$ غير مرتبطين خطياً لعدم تناسب مركباتهما

3) لدينا : $\overrightarrow{HK}\left(\frac{1}{4},-1,0\right)$

نلاحظ أن : $\overrightarrow{HK}-\overrightarrow{EJ}=\left(-\frac{3}{4},0,-\frac{3}{4}\right)=-\frac{3}{4}(1,0,1)=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}$

ومنه : $\overrightarrow{HK}=-\frac{3}{4}\overrightarrow{EG}+\overrightarrow{EJ}$

إذن الأشعة $\overrightarrow{HK}$ و $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{EJ}$ مرتبطة خطياً .

(يمكن البحث عن a و b يحققان : $\overrightarrow{HK}=a\,\overrightarrow{EG}+b\,\overrightarrow{EJ}$)

4) إن $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{EJ}$ غير مرتبطين خطياً (شعاعا توجيه للمستوي (EGJ))

و الأشعة $\overrightarrow{HK}$ و $\overrightarrow{EG}$ و $\overrightarrow{EJ}$ مرتبطة خطياً فالمستقيم (HK) يوازي المستوي (EGJ) .

حلـــول النمــــوذج الرابــــع (6)

التمرين الرابع : أوجد الحد المستقل عن x في منشور ذي الحدين $\left(x+\frac{1}{x}\right)^8$

$$T_r=\binom{8}{r}(x)^{8-r}\left(\frac{1}{x}\right)^r=\binom{8}{r}x^{8-2r}$$

$8-2r=0$ ومنه $r=4$

إذن الحد المستقل عن x هو :

$$T_4=\binom{8}{4}=\frac{8\times 7\times 6\times 5}{4\times 3\times 2\times 1}=70$$

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (100* لكل مسألة)

المسألة الأولى :

أولاً: ليكن التابع g المعرف على R وفق : $g(x)=e^x+2-x$

ادرس اطراد التابع g واستنتج مجموعة حلول المتراجحة $g(x)>0$

ثانياً: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق $f(x)=x+\frac{x-1}{e^x}$

1) أثبت أن $f'(x)=\frac{1}{e^x}g(x)$

2) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً $0<\alpha<\frac{1}{2}$.

3) أثبت أن المستقيم $\Delta: y=x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ وادرس الوضع النسبي .

4) ارسم Δ وارسم C , واحسب مساحة السطح المحصور بين C و Δ والمستقيمين $x=0$ و $x=1$

أولاً: g اشتقاقي على R ومشتقه : $g'(x)=e^x-1$ ينعدم عند $x=0$ حيث $g(0)=3$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$	3	$\nearrow$	

من الجدول نستنتج أن $g(x)\geq 3>0$ أياً كانت x من R

ثانياً: لدينا $f(x)=x+(x-1)e^{-x}$

1) لنشتق : $f'(x)=1+e^{-x}-e^{-x}(x-1)=1+2e^{-x}-xe^{-x}=e^{-x}(e^x+2-x)$

الأستاذ : محمد خالد غزول
الأستاذ : عبد الحميد المميد

إذن : $f'(x)=\frac{1}{e^{x}}(e^{x}+2-x)=\frac{1}{e^{x}}g(x)$

2) إشارة $f'(x)$ تماثل إشارة $g(x)$ وبما أن $g(x)>0$ فإن $f'(x)>0$ أيّاً كانت x من R

فالتابع f مستمر ومتزايد تماماً على المجال $\left[0,\frac{1}{2}\right]$

حيث $f(0)=-1<0$ و $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2\sqrt{e}}>0$ ومنه : $f(0)\times f\left(\frac{1}{2}\right)<0$

إذن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد $0<\alpha<\frac{1}{2}$

3) نضع : $h(x)=f(x)-(x)=\frac{x-1}{e^{x}}=\frac{x}{e^{x}}-e^{-x}$

وبما أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^{x}}=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{-x}=0$ فإن : $\lim\limits_{x\to+\infty}h(x)=0$

إذن المستقيم $\Delta : y=x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$.

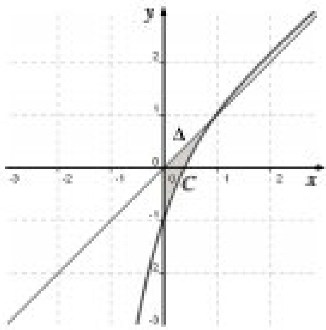
إشارة تابع الفرق h تماثل إشارة المقدار $x-1$ الذي ينعدم عند $x=1$ وبالتالي :

عندما $x\in]-\infty,1[$ يكون $h(x)<0$ فيكون C تحت Δ .

عندما $x\in]1,+\infty[$ يكون $h(x)>0$ فيكون C فوق Δ .

ويشترك C و Δ بالنقطة $(1,1)$

4) الرسم والمساحة :



$$A=\int_{0}^{1}[(x)-f(x)]dx$$

$$A=\int_{0}^{1}-(x-1)e^{-x}\,dx$$

$u(x)=x-1$	$v'(x)=-e^{-x}$
$u'(x)=1$	$v(x)=e^{-x}$

$$A=\left[(x-1)e^{-x}\right]_{0}^{1}-\int_{0}^{1}e^{-x}\,dx$$

$$A=1+\left[e^{-x}\right]_{0}^{1}\Rightarrow A=1+e^{-1}-1=\frac{1}{e}$$

المسألة الثانية : في الفضاء المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، لدينا النقاط :

$A(1,0,-1)$ و $B(2,2,3)$ و $C(3,1,-2)$ و $D(-4,2,1)$ والمطلوب :

1) أثبت أن المثلث ABC قائم واحسب مساحته .

2) أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على المستوي ABC واستنتج معادلة المستوي (ABC)

3) احسب بعد النقطة D عن المستوي (ABC) ثم احسب حجم رباعي الوجوه (D, ABC)

1) لدينا : $\overrightarrow{AB}(1,2,4): AB^2=(1)^2+(2)^2+(4)^2=21$

$\overrightarrow{AC}(2,1,-1): AC^2=(2)^2+(1)^2+(-1)^2=6$

$\overrightarrow{BC}(1,-1,-5): BC^2=(1)^2+(-1)^2+(-5)^2=27$

نلاحظ أن : $AB^2+AC^2=BC^2$ وبالتالي المثلث ABC قائم في A .

مساحته : $S=\frac{1}{2}AB\cdot AC=\frac{1}{2}\sqrt{21}\times\sqrt{6}\Rightarrow S=\frac{3\sqrt{14}}{2}$

2) لدينا : $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=(2)(1)+(-3)(2)+(1)(4)=2-6+4=0$ ومنه : $\vec{n}\perp\overrightarrow{AB}$

أيضاً : $\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=(2)(2)+(-3)(1)+(1)(-1)=4-3-1=0$ ومنه : $\vec{n}\perp\overrightarrow{AC}$

إذن : الشعاع $\vec{n}(2,-3,1)$ ناظم على المستوي ABC .

معادلة المستوي ABC :

$2(x-1)-3(y-0)+1(z+1)=0$ ومنه : $2x-3y+z-1=0$

3) $h=dist(D,(ABC))=\frac{|(2)(-4)+(-3)(2)+(1)(1)-1|}{\sqrt{(2)^2+(-3)^2+(1)^2}}$

ومنه : $h=\frac{14}{\sqrt{14}}=\sqrt{14}$ ويمثل ارتفاع رباعي الوجوه (D, ABC)

حجم رباعي الوجوه : $V=\frac{1}{3}S\cdot h$

ومنه : $V=\frac{1}{3}\times\frac{3\sqrt{14}}{2}\times\sqrt{14}=7$

(انتهت حلول النموذج الرابع ونسألكم الدعاء)

الأستاذ : محمد خالد غزول

الأستاذ : عبد الحميد المبيد

الجمهورية العربية السورية　　　　　النموذج الخامس

وزارة التربية　　　　　　　　　الدرجة العظمى : ستمئة

المركز الوطني لتطوير المناهج التربوية　　　　　المدة : ثلاث ساعات

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي (المنهاج الجديد 2017)

أولاً – <u>أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية</u> : (40* لكل سؤال)

<u>السؤال الأول</u> : لتكن $u_n = 4n + 1$ أثبت أن المتتالية حسابية وعين أساسها

واحسب $u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_{10}$

<u>السؤال الثاني</u> : اكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي : $z = \dfrac{1 - \sqrt{3}\, i}{1 + i}$

<u>السؤال الثالث</u> : رف يحوي 7 كتب لمؤلفين , ثلاثة للمؤلف A وأربعة للمؤلف B :

1) بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا كانت الكتب الثلاثة الأولى للمؤلف B .

2) بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا اشترطنا أن يكون كتاباً معيناً للمؤلف B في البداية .

<u>السؤال الرابع</u> : أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :
$$\begin{cases} e^{x} - \dfrac{1}{e} e^{y} = 1 \\ 2e^{x} + e^{y} = 4 + e \end{cases}$$

ثانياً – <u>حل التمارين الأربعة الآتية</u> : (60* لكل تمرين)

<u>التمرين الأول</u> : ليكن $g(x) = \tan x$ والمطلوب :

1) احسب $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ، $g'(x)$ ، $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \dfrac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$

2) احسب مشتق التابع $f(x) = x\, e^{\frac{1}{x}}$ على $R \setminus \{0\}$.

<u>التمرين الثاني</u> : لتكن المتتاليتين $(y_n)_{n \ge 0}$ ، $(x_n)_{n \ge 0}$ المعرفتين وفق :

$x_n = \dfrac{4n + 5}{n + 1}$ و $y_n = \dfrac{4n + 1}{n + 2}$. أثبت أن المتتاليتين $(y_n)_{n \ge 0}$ ، $(x_n)_{n \ge 0}$ متجاورتان .

<u>التمرين الثالث</u> : ليكن كثير الحدود $P(z) = z^4 + 5z^3 + 10z^2 + 10z + 4$

1) عين عددين a و b يحققان $P(z) = \left(z^2 + az + a\right)\left(z^2 + bz + a\right)$

2) حل في C المعادلة $P(z) = 0$.

التمرين الرابع : يشتري محل للأدوات الكهربائية 400 مصباح من المصنع A و 200 مصباح من المصنع B . نعلم أن نسبة المصابيح المعطوبة في انتاج المصنع A هي $40\ \%$ وفي انتاج المصنع B هي $16\ \%$. نسحب عشوائياً مصباحاً :

1) ما احتمال أن يكون المصباح معطوباً .

2) إذا علمت أن المصباح معطوب ما احتمال أن يكون من المصنع B .

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (100* لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع $f(x)=\dfrac{x+2}{(x+1)^2}$ المعرف على $R\setminus\{-1\}$

1) ادرس نهايات التابع عند أطراف مجموعة التعريف وبين إذا كانت له نهاية حقيقية عند $x=-1$

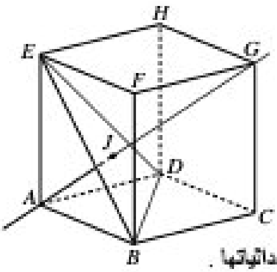
2) أوجد معادلة مقارب أفقي للخط البياني C وادرس الوضع النسبي لهذا المقارب مع C .

3) احسب $f'(x)$ ونظم جدولاً بتغيرات f وعين ما له من قيم حدية محلية .

4) أوجد معادلة المماس في النقطة من C التي فاصلتها $x=-2$.

5) ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين محوري الإحداثيات والمنحني C والمستقيم $x=3$

المسألة الثانية :



$ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه يساوي 3

1) عين إحداثيات النقاط $D\ ,\ B\ ,\ E\ ,\ G$ في المعلم $\left(A;\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\ ,\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\ ,\frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$

2) أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AG) .

3) أثبت أن المستقيم (AG) عمودي على المستوي (EDB)

4) المستقيم (AG) يتقاطع مع المستوي (EDB) في J عين إحداثياتها .

5) أثبت أن J هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB ومركز ثقله .

6) احسب حجم رباعي الوجوه $AEDB$.

....

انتهت الأسئلة

حلول النموذج الخامس (1)

أولاً – أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : لتكن $u_n = 4n + 1$ أثبت أن المتتالية حسابية وعين أساسها واحسب $u_0 + u_1 + u_2 + \dots\dots + u_{10}$

$$u_{n+1} - u_n = (4n + 4 + 1) - (4n + 1) = 4$$

ولأن الفرق $u_{n+1} - u_n$ ثابت فالمتتالية حسابية أساسها $r = 4$

عدد حدود المجموع : $n = 10 - 0 + 1 = 11$

الحد الأول : $a = u_0 = 1$ والحد الأخير : $\ell = u_{10} = 41$

المجموع : $S = \frac{n}{2}(a + \ell)$ ومنه $S = 11 \times 21 = 231$

السؤال الثاني : اكتب بالشكل المثلثي العدد العقدي $z = \frac{1 - \sqrt{3}\, i}{1 + i}$

البسط : $z_1 = 2\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i\right) = 2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$

المقام : $z_2 = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} i\right) = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4}\right)$

$$\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = -\frac{7\pi}{12} \quad \text{و} \quad \left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$z = \frac{z_1}{z_2} = \sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right) + i \sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right)\right)$$

السؤال الثالث : رف يحوي 7 كتب لمؤلفين , ثلاثة للمؤلف A وأربعة للمؤلف B :

1) بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا كانت الكتب الثلاثة الأولى للمؤلف B .

2) بكم طريقة يمكن ترتيب الكتب على الرف إذا اشترطنا أن يكون كتاباً معيناً للمؤلف B في البداية .

1) يتم ترتيب 3 كتب أولى للمؤلف B بعدد طرائق يساوي : $P_4^3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$

يبقى 4 كتب للمؤلفين ويتم ترتيبها بعدد طرائق يساوي : $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

حسب المبدأ الأساسي في العد يكون عدد الطرائق الكلية مساوياً : $24 \times 24 = 576$

الأستاذ : محمد خالد غزول الأستاذ : عبد الحميد المصيد

2) ترتيب كتاب معين للمؤلف B في البداية يتم بطريقة واحدة

يبقى 6 كتب للمؤلفين يتم ترتيبهم بعدد طرائق يساوي : $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

حسب المبدأ الأساسي في العد يكون عدد الطرائق الكلية مساوياً : $1 \times 720 = 720$

السؤال الرابع : أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين : $\begin{cases} e^x - \frac{1}{e}e^y = 1 \\ 2e^x + e^y = 4 + e \end{cases}$

نضرب طرفي الأولى بـ e فنجد : $e \cdot e^x - e^y = e$

نجمعها مع الثانية فنجد : $(e+2)e^x = 4 + 2e = 2(e+2)$

ومنه : $e^x = 2$, إذن $x = \ln 2$

نعوض في الثانية : $4 + e^y = 4 + e$

ومنه $e^y = e$, إذن $y = 1$

ثانياً – **حل التمارين الأربعة الآتية** : (60* لكل تمرين)

التمرين الأول : ليكن $g(x) = \tan x$ والمطلوب :

1) احسب $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ، $g'(x)$ ، $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$

2) احسب مشتق التابع $f(x) = x\, e^{\frac{1}{x}}$ على $R \setminus \{0\}$.

1) $g\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ و $g'(x) = 1 + \tan^2 x$ و $g'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}} = \lim_{x \to \frac{\pi}{4}} \frac{g(x) - g\left(\frac{\pi}{4}\right)}{x - \frac{\pi}{4}} = g'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2$$

2) $f'(x) = e^{\frac{1}{x}} - \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} \times x = \left(1 - \frac{1}{x}\right) e^{\frac{1}{x}}$

التمرين الثاني : لتكن المتتاليتين $(y_n)_{n\geq 0}$ ، $(x_n)_{n\geq 0}$ المعرفتين وفق :

$x_n = \frac{4n+5}{n+1}$ و $y_n = \frac{4n+1}{n+2}$. اثبت أن المتتاليتين $(y_n)_{n\geq 0}$ ، $(x_n)_{n\geq 0}$ متجاورتان .

$$x_{n+1} - x_n = \frac{4n+9}{n+2} - \frac{4n+5}{n+1} = \frac{4n^2+13n+9-4n^2-13n-10}{(n+2)(n+1)} = \frac{-1}{(n+2)(n+1)} < 0$$

إذن المتتالية $(x_n)_{n\geq 0}$ متناقصة تماماً

$$y_{n+1} - y_n = \frac{4n+5}{n+3} - \frac{4n+1}{n+2} = \frac{4n^2+13n+10-4n^2-13n-3}{(n+3)(n+2)} = \frac{7}{(n+3)(n+2)} > 0$$

إذن المتتالية $(y_n)_{n\geq 0}$ متزايدة تماماً

$$x_n - y_n = \frac{4n+5}{n+1} - \frac{4n+1}{n+2} ; \lim_{n \to +\infty} (x_n - y_n) = 4 - 4 = 0$$

مما سبق نستنتج أن المتتاليتين $(y_n)_{n\geq 0}$ ، $(x_n)_{n\geq 0}$ متجاورتان .

التمرين الثالث : ليكن كثير الحدود $P(z) = z^4 + 5z^3 + 10z^2 + 10z + 4$

1) عين عددين a و b يحققان $P(z) = (z^2 + az + a)(z^2 + bz + a)$

2) حل في C المعادلة $P(z) = 0$.

1) $P(z) = z^4 + bz^3 + az^2 + az^3 + abz^2 + a^2z + az^2 + abz + a^2$

$$P(z) = z^4 + (a+b)z^3 + (2a+ab)z^2 + (a^2+ab)z + a^2$$

بالمطابقة نجد :

$$a + b = 5 \quad ...(1)$$
$$a(2+b) = 10 \quad ...(2)$$
$$a(a+b) = 10 \quad ...(3)$$
$$a^2 = 4 \quad ...(4)$$

نعوض (1) في (3) فنجد : $5a = 10 \Rightarrow a = 2$

إذن $(a,b) = (2,3)$ حل مشترك لجملة المعادلتين (1) و (3) .

الأستاذ : محمد خالد غزول — الأستاذ : عبد الحميد السيد

نعوض في (2) : $2(2+3)=10$ فهو حل للمعادلة (2)

نعوض في (4) : $(2)^2=4$ فهو حل للمعادلة (4)

لأن : $(a,b)=(2,3)$

2) أصبح كثير الحدود : $P(z)=\left(z^2+2z+2\right)\left(z^2+3z+2\right)$

حل المعادلة $P(z)=0$ يكافئ حل المعادلتين الآتيتين :

$$1)\ z^2+2z+2 \Rightarrow z^2+2z+1-1+2=0$$

$$(z+1)^2=-1=i^2 \Rightarrow \begin{cases} z_1=-1-i \\ z_2=-1+i \end{cases}$$

$$2)\ z^2+3z+2=0 \Rightarrow z^2+3z+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}+2=0$$

$$\left(z+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{1}{4} \Rightarrow \begin{cases} z_3=-2 \\ z_4=-1 \end{cases}$$

<u>التمرين الرابع</u> : يشتري محل للأدوات الكهربائية 400 مصباح من المصنع A و 200 مصباح من المصنع B . نعلم أن نسبة المصابيح المعطوبة في انتاج المصنع A هي 40 % وفي انتاج المصنع B هي 10 % . نسحب عشوائيا مصباحا :

1) ما احتمال أن يكون المصباح معطوبا .

2) إذا علمت أن المصباح معطوب ما احتمال أن يكون من المصنع B .

1) نسبة المصابيح المصنعة في المصنع A : $\frac{400}{400+200}=\frac{2}{3}$, وفي المصنع B : $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

نرمز بالرمز D لحدث أن يكون المصباح معطوبا عندئذ :

$$P(D)=P(D\cap A)+P(D\cap B)$$

$$P(D)=P(A)\cdot P(D\backslash A)+P(B)\cdot P(D\backslash B)$$

$$P(D)=\frac{2}{3}\times\frac{4}{10}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{10} \Rightarrow P(D)=\frac{3}{10}=0.3$$

2) الاحتمال المطلوب : $P(B\backslash D)=\frac{P(D\cap B)}{P(D)}=\frac{1}{30}\times\frac{10}{3} \Rightarrow P(B\backslash D)=\frac{1}{9}$

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (100* لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن C الخط البياني للتابع $f(x)=\dfrac{x+2}{(x+1)^2}$ المعرف على $R\setminus\{-1\}$

1) ادرس نهايات التابع عند أطراف مجموعة التعريف وبين إذا كانت له نهاية حقيقية عند $x=-1$

2) أوجد معادلة مقارب أفقي للخط البياني C وادرس الوضع النسبي لهذا المقارب مع C .

3) احسب $f'(x)$ ونظم جدولاً بتغيرات f وعين ما له من قيم حدية محلية .

4) أوجد معادلة المماس في النقطة من C التي فاصلتها $x=-2$.

5) ارسم C واحسب مساحة السطح المحصور بين محوري الإحداثيات والمنحني C والمستقيم $x=3$

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

$\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=+\infty$ ومنه $\lim\limits_{x\to-1} f(x)=+\infty$

ليس للتابع نهاية حقيقية عند $x=-1$.

(للخط البياني C مقارب شاقولي معادلته $x=-1$)

2) المستقيم d الذي معادلته $y=0$ مقارب أفقي للخط C في جوار $-\infty$ وفي جوار $+\infty$.

تابع الفرق : $f(x)-y=\dfrac{x+2}{(x+1)^2}$ إشارته تماثل إشارة $x+2$ الذي ينعدم عند $x=-2$

عندما $x\in]-\infty,-2[$ يكون $f(x)-y<0$ فيكون C تحت المقارب d .

عندما $x\in]-2,+\infty[\setminus\{-1\}$ يكون $f(x)-y>0$ فيكون C فوق المقارب d .

يشترك C و d بالنقطة $A(-2,0)$.

3) f اشتقاقي على كل من المجالين $]-\infty,-1[$ و $]-1,+\infty[$ ومشتقه :

$$f'(x)=\frac{(x+1)^2-2(x+1)(x+2)}{(x+1)^4}$$

$$=\frac{(x+1)(-x-3)}{(x+1)^4}$$

$$f'(x)=\frac{-x^2-4x-3}{(x+1)^4}$$

إشارة المشتق تماثل إشارة المقدار $-x^2-4x-3$

الذي ينعدم عند $x=-1\notin D_f$ أو عند $x=-3\in D_f$ حيث $f(-3)=-0.25$

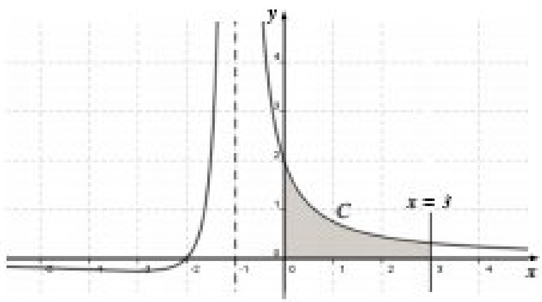
x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	
$f(x)$	0	$\searrow$	-0.25	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	0

للتابع قيمة صغرى محلياً تساوي -0.25 يبلغها التابع عند $x=-3$

4) نقطة التماس $A(-2,0)$ و $f'(-2)=1$

معادلة المماس من الشكل : $y=f(-2)+f'(-2)(x+2)$ ومنه $y=x+2$

5) الرسم والمساحة : نقطة مساعدة $(0,2)\in C$



الخط C يقع فوق محور الفواصل على المجال $[0,3]$:

$$f(x)=\frac{x+1+1}{(x+1)^2}=\frac{1}{x+1}+(x+1)^{-2}$$

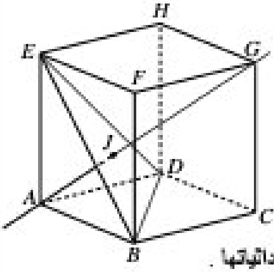
$$A=\int_0^3 f(x)\,dx=\int_0^3\left[\frac{1}{x+1}+(x+1)^{-2}\right]dx$$

$$x\in[0,3]\Rightarrow x+1>0$$

$$A=\left[\ln(x+1)-\frac{1}{x+1}\right]_0^3$$

$$A=\left(\ln 4-\frac{1}{4}\right)-(0-1)\Rightarrow A=\frac{3}{4}+\ln 4$$

المسألة الثانية :



$ABCDEFGH$ مكعب طول ضلعه يساوي 3

1) عين إحداثيات النقاط D , B , E , G

في المعلم $\left(A ; \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} , \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} , \frac{1}{3}\overrightarrow{AE}\right)$

2) أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AG) .

3) أثبت أن المستقيم (AG) عمودي على المستوي (EDB)

4) المستقيم (AG) يتقاطع مع المستوي (EDB) في J عين إحداثياتها .

5) أثبت أن J هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB ومركز ثقله .

6) احسب حجم رباعي الوجوه $AEDB$.

1) $B(3,0,0) , D(0,3,0) , E(0,0,3) , G(3,3,3)$

2) لدينا $\overrightarrow{AG}(3,3,3)$ شعاع موجه للمستقيم (AG)

وبالتالي نجد تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (AG) :

$$(AG)\begin{cases} x = 3t \\ y = 3t \quad ; t \in R \\ z = 3t \end{cases}$$

2) لدينا $\overrightarrow{EB}(3,0,-3)$ و $\overrightarrow{ED}(0,3,-3)$ شعاعا توجيه للمستوي (EDB)

وهما غير مرتبطين خطياً لعدم تناسب مركباتهما .

$$\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{ED} = 0 + 9 - 9 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AG} \perp \overrightarrow{ED}$$

$$\overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{EB} = 9 + 0 - 9 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AG} \perp \overrightarrow{EB}$$

إذن : المستقيم (AG) عمودي على المستوي (EDB)

4) لدينا : $\overrightarrow{AG}(3,3,3)$ شعاع ناظم على المستوي (EDB) الذي معادلته من الشكل :

$$ax + by + cz + d = 0 \text{ ومنه } 3x + 3y + 3z + d = 0$$

$$E \in (EDB) : 0 + 0 + 9 + d = 0 \Rightarrow d = -9$$

إذن معادلة المستوي (EDB) هي : $x + y + z - 3 = 0$

نعوض معادلات (AG) في معادلة (EDB) : $3t+3t+3t-3=0$

ومنه : $t=\frac{1}{3}$ وبالتالي $J(1,1,1)$

5) المثلث EDB متساوي الأضلاع لأن أضلاعه هي أقطار مربعات طبوقة .

وبالتالي ارتفاعاته هي متوسطات .

بفرض I نقطة تلاقي متوسطات المثلث EDB فهي مركز ثقله وإحداثياتها :

$$I\left(\frac{0+0+3}{3},\frac{0+3+0}{3},\frac{3+0+0}{3}\right)\Rightarrow I(1,1,1)$$

ومنه $J=I$, إذن J نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث EDB ومركز ثقله أيضاً

- طريقة ثانية لإثبات J نقطة تلاقي الارتفاعات نثبت أن :

$$\overrightarrow{BJ}\cdot\overrightarrow{ED}=0\ ,\ \overrightarrow{DJ}\cdot\overrightarrow{EB}=0\ ,\ \overrightarrow{EJ}\cdot\overrightarrow{DB}=0$$

6) حجم رباعي الوجوه : $V=\frac{1}{3}S(ABD)\cdot AE$ حيث : $AE=3$

ومساحة المثلث ABD القائم في A هي : $S(ABD)=\frac{1}{2}AB\cdot AD=\frac{9}{2}$

وبالتالي : $V=\frac{1}{3}\times\frac{9}{2}\times 3$, إذن : $V=\frac{9}{2}$

- طريقة ثانية لحساب حجم رباعي الوجوه من $V=\frac{1}{3}S(EDB)\cdot AJ$

(انتهت حلول النموذج الوزاري الخامس)

الأستاذ : محمد خالد غـزول

الأستاذ : عبد الحميد السيد

الجمهورية العربية السورية   النموذج السادس

وزارة التربية   الدرجة العظمى : ستمئة

المركز الوطني لتطوير المناهج التربوية   المدة : ثلاث ساعات

نموذج امتحان لمادة الرياضيات الصف الثالث الثانوي العلمي (المنهاج الجديد 2017)

أولاً – أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40* لكل سؤال)

السؤال الأول : تجد فيما يأتي جدول تغيرات التابع f والذي خطه البياني C والمطلوب :

x	$-\infty$ -1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$-$	$-$
$f(x)$	$3 \nearrow +\infty$	$+\infty \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 3$

1) اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني C .

2) هل يوجد مقاربات مائلة للخط البياني C ؟

3) هل يوجد للخط C مماسات أفقية ؟

4) أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في المجال $]-1,1[$.

السؤال الثاني : اكتب العدد العقدي $z=\left(1-\sqrt{2}\right)\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ بالشكل الأسي

السؤال الثالث : $ABCD$ رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث DBC

جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق :

$$\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MC}\right\|$$

السؤال الرابع : ليكن التابع f المعرف على R وفق $f(x)=e^x$

احسب $f(\ln 2)$ و $f'(\ln 2)$, ثم استنتج $\lim\limits_{x\to \ln 2}\dfrac{e^x-2}{x-\ln 2}$

ثانياً – حل التمارين الأربعة الآتية : (60* لكل تمرين)

التمرين الأول : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يأتي : $u_0=0$, $u_{n+1}=\dfrac{2u_n+1}{u_n+2}$

1) أثبت أن $0\leq u_n\leq 1$.

2) أثبت أن $(u_n)_{n\geq 0}$ متزايدة .

3) علل تقارب المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ واحسب نهايتها .

يتبع في الصفحة الثانية

التمرين الثاني : صندوق يحوي خمس كرات حمراء وخمس كرات خضراء .

نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً .

نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء

ويأخذ القيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتان حمراوان وكرة خضراء والقيمة صفر في غير ذلك

عين القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه وتباينه .

التمرين الثالث : أوجد الحد المستقل عن x في منشور ذي الحدين $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^6$

التمرين الرابع : عين مجموعة تعريف التابع $f(x)=\frac{\sin x}{\sqrt{1+x}-1}$ واحسب نهايته عند الصفر

ثالثاً – **حل المسألتين الآتيتين** : (100* لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x)=\frac{x^2}{e^x}$

1) أوجد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة التعريف .

2) ادرس اطراد التابع f ونظم جدولاً بها .

3) بين القيم الحدية المحلية للتابع f . وارسم خطه البياني C .

4) استنتج عدد حلول المعادلة $x^2e^{-x}=1$.

5) احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل والمستقيم $x=1$.

المسألة الثانية : نتأمل النقطتين $A(1,1,1)$ و $B(3,2,0)$ في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس

$(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ليكن P المستوي المار بالنقطة B ويقبل $\overrightarrow{AB}$ شعاعاً ناظماً , وليكن المستوي Q

الذي معادلته $x-y+2z+4=0$. وأخيراً لتكن S الكرة التي مركزها A ونصف قطرها AB .

1) أثبت أن $2x+y-z-8=0$ هي معادلة المستوي P .

2) جد معادلة الكرة S .   3) أثبت أن المستوي Q مستوي مماس للكرة S .

4) أثبت أن النقطة $C(0,2,-1)$ هي مسقط النقطة A على المستوي Q .

5) ليكن d المستقيم الذي يقبل تمثيلاً وسيطياً $d:\begin{cases}x=t\\ y=12-5t\ ,\ t\in R\\ z=4-3t\end{cases}$

(a) أثبت أن المستقيم d هو الفصل المشترك للمستويين P و Q .

(b) أثبت أن المستقيم d محتوى في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$.

انتهت الأسئلة

حلول النموذج السادس (1)

أولاً – أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية : (40° لكل سؤال)

السؤال الأول : تجد فيما يأتي جدول تغيرات التابع f والذي خطه البياني C والمطلوب :

x	$-\infty$ $\quad$ -1	-1 $\quad$ 1	1 $\quad$ $+\infty$
$f'(x)$	+	−	−
$f(x)$	$3 \nearrow +\infty$	$+\infty \searrow -\infty$	$+\infty \searrow 3$

1) اكتب معادلة كل مقارب شاقولي أو أفقي للخط البياني C .

2) هل يوجد مقاربات مائلة للخط البياني C ؟

3) هل يوجد للخط C مماسات أفقية ؟

4) أثبت أن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في المجال $]-1,1[$.

1) المستقيم الذي معادلته $x=-1$ مقارب شاقولي للخط C .

المستقيم الذي معادلته $x=1$ مقارب شاقولي للخط C .

المستقيم الذي معادلته $y=3$ مقارب أفقي للخط C .

2) لا يوجد .

3) لا يوجد .

4) التابع f مستمر ومتناقص تماماً على المجال $]-1,1[$ و $f(]-1,1[)=R$ $0\in$

إذن للمعادلة $f(x)=0$ حل وحيد في المجال $]-1,1[$.

السؤال الثاني : اكتب العدد العقدي $z=\left(1-\sqrt{2}\right)\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ بالشكل الأسي

$$z=-\left(\sqrt{2}-1\right)e^{i\frac{\pi}{3}}=\left(\sqrt{2}-1\right)e^{i\pi}\times e^{i\frac{\pi}{3}}=\left(\sqrt{2}-1\right)e^{i\frac{4\pi}{3}}$$

السؤال الثالث : $ABCD$ رباعي وجوه و G مركز ثقل المثلث DBC

جد مجموعة نقاط الفراغ التي تحقق

$$\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|3\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MC}\right\|$$

لدينا G مركز ثقل المثلث BCD

وبالتالي أياً كانت النقطة M من الفراغ فإن : $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$

الأستاذ : محمد خالد غزول

الأستاذ : عبد الحميد السيد

ولدينا : $\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC}\|=\|3\overrightarrow{MA}-(\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}+\overrightarrow{MC})\|$

وبالتالي : $\|3\overrightarrow{MG}\|=\|3\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MG}\|$

ومنه : $\|\overrightarrow{MG}\|=\|\overrightarrow{GA}\|$ حيث G و A نقطتين ثابتتين .

أي أن M تبعد عن G بعداً ثابتاً يساوي $\|\overrightarrow{GA}\|$

إذن : مجموعة نقاط الفراغ M هي كرة مركزها G وطول نصف قطرها $\|\overrightarrow{GA}\|$

<u>السؤال الرابع</u> : ليكن التابع f المعرف على R وفق $f(x)=e^x$

احسب $f(\ln 2)$ و $f'(\ln 2)$, ثم استنتج $\lim\limits_{x\to\ln 2}\dfrac{e^x-2}{x-\ln 2}$

$f(\ln 2)=e^{\ln 2}=2$ ولأن $f'(x)=e^x$ فإن $f'(\ln 2)=2$

$$\lim_{x\to\ln 2}\frac{e^x-2}{x-\ln 2}=\lim_{x\to\ln 2}\frac{f(x)-f(\ln 2)}{x-\ln 2}=f'(\ln 2)=2$$

ثانياً – <u>حل التمارين الأربعة الآتية</u> : (60° لكل تمرين)

<u>التمرين الأول</u> : لتكن المتتالية $(u_n)_{n\ge 0}$ المعرفة كما يأتي : $u_0=0\ ,\ u_{n+1}=\dfrac{2u_n+1}{u_n+2}$

1) أثبت أن $0\le u_n\le 1$.

2) أثبت أن $(u_n)_{n\ge 0}$ متزايدة .

3) علل تقارب المتتالية $(u_n)_{n\ge 0}$ واحسب نهايتها .

1) نفترض $E(n)$ هي الخاصة : « $0\le u_n\le 1$ »

(1) الخاصة $E(0)$ صحيحة لأن : $0\le u_0=0\le 1$.

(2) لنفترض أن $E(n)$ صحيحة أي : $0\le u_n\le 1$

ولنبرهن أن $E(n+1)$ صحيحة أي لنبرهن أن $0\le u_{n+1}\le 1$

لدينا : $u_{n+1}=\dfrac{2u_n+4-3}{u_n+2}=2-\dfrac{3}{u_n+2}$

$$0 \le u_n \le 1 \Rightarrow 2 \le u_n + 2 \le 3 \Rightarrow \frac{1}{2} \ge \frac{1}{u_n + 2} \ge \frac{1}{3}$$

$$\frac{-3}{2} \le \frac{-3}{u_n + 2} \le -1 \Rightarrow \frac{1}{2} \le 2 - \frac{3}{u_n + 2} \le 1$$

ومنه $0 \le u_{n+1} \le 1$ فالخاصة $E(n+1)$ صحيحة

مما سبق نستنتج أن $0 \le u_n \le 1$ أياً كان العدد الطبيعي n

__طريقة ثانية__ : لإثبات صحة $E(n+1)$

ليكن التابع f المعرف وفق $f(x) = \dfrac{2x+1}{x+2}$

وهو اشتقاقي على كل من المجالين $]-\infty,-2[$ و $]-2,+\infty[$ ومشتقه :

$$f'(x) = \frac{2x+4-2x-1}{(x+2)^2} = \frac{3}{(x+2)^2} > 0$$

فالتابع f متزايد تماماً على كل من المجالين $]-\infty,-2[$ و $]-2,+\infty[$

لدينا : $0 \le u_n \le 1$

وبالاستفادة من تزايد التابع f على المجال $]-2,+\infty[$

نستنتج أن : $f(0) \le f(u_n) \le f(1)$

وبما أن : $f(0) = \dfrac{1}{2}$ و $f(1) = 1$

فإن : $\dfrac{1}{2} \le u_{n+1} \le 1$ ومنه $0 \le u_{n+1} \le 1$ وبالتالي $E(n+1)$ صحيحة

2) الاطراد : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{2u_n + 1}{u_n + 2} - u_n = \dfrac{1 - u_n^2}{u_n + 2}$

بما أن $0 \le u_n \le 1$ فإن : $1 - u_n^2 \ge 0$ و $u_n + 2 > 0$

ومنه : $u_{n+1} - u_n \ge 0$

إذن المتتالية $(u_n)_{n \ge 0}$ متزايدة

3) المتتالية محدودة من الأعلى بالعدد 1 ومتزايدة فهي متقاربة من عدد حقيقي ℓ .

لما كان $u_0 = 0$ والمتتالية متزايدة فإن حدودها موجبة ومنه $\ell \geq 0$

نأخذ التابع f المعرف وفق $f(x) = \dfrac{2x+1}{x+2}$

وهو تابع مستمر على $]-2,+\infty[$ وبالتالي مستمر عند ℓ .

إذن ℓ هو حل موجب للمعادلة $f(x) = x$

$\dfrac{2x+1}{x+2} = x \Rightarrow x^2 = 1$ والحل المقبول $x = 1$

إذن نهاية المتتالية هي : $\ell = 1$

<u>التمرين الثاني</u> : صندوق يحوي خمس كرات حمراء وخمس كرات خضراء .

نسحب عشوائياً من الصندوق ثلاث كرات معاً .

نتأمل المتحول العشوائي X الذي يأخذ القيمة 5 إذا كانت نتيجة السحب ثلاث كرات حمراء

ويأخذ القيمة 3 إذا كانت نتيجة السحب كرتان حمراوان وكرة خضراء والقيمة صفر في غير ذلك

عين القانون الاحتمالي للمتحول العشوائي X واحسب توقعه وتباينه .

$$P(X=3) = \frac{\binom{5}{2} \times \binom{5}{1}}{\binom{10}{3}} = \frac{10 \times 5}{120} = \frac{5}{12} \quad \text{و} \quad P(X=5) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{10}{120} = \frac{1}{12}$$

$$P(X=0) = 1 - [P(X=3) + P(X=5)] = 1 - \frac{6}{12} = \frac{6}{12}$$

x	0	3	5
$P(X=x)$	$\frac{6}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{12}$

التوقع : $E(X) = \dfrac{1}{12}(0 \times 6 + 3 \times 5 + 5 \times 1) \Rightarrow E(X) = \dfrac{20}{12} = \dfrac{5}{3}$

$$E\left(X^2\right) = \frac{1}{12}(0 \times 6 + 9 \times 5 + 25 \times 1) \Rightarrow E\left(X^2\right) = \frac{70}{12} = \frac{35}{6}$$

التباين : $V(X) = E\left(X^2\right) - (E(X))^2 = \dfrac{35}{6} - \dfrac{25}{9} \Rightarrow V(X) = \dfrac{55}{18}$

التمرين الثالث : أوجد الحد المستقل عن x في منشور ذي الحدين $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^6$

$$T_r=\binom{6}{r}\left(x^2\right)^{6-r}\left(\frac{1}{x}\right)^r$$

$$T_r=\binom{6}{r}x^{12-2r}\cdot x^{-r}=\binom{6}{r}x^{12-3r}$$

$12-3r=0$ ومنه $r=4$

إذن الحد المستقل عن x هو :

$$T_4=\binom{6}{4}=\binom{6}{2}=\frac{6\times 5}{2}=15$$

التمرين الرابع : عين مجموعة تعريف التابع $f(x)=\frac{\sin x}{\sqrt{1+x}-1}$ واحسب نهايته عند الصفر

$(1+x\geq 0$ و $1+x\neq 1)$

ومنه $(x\geq -1$ و $x\neq 0)$

$$D_f=[-1,0[\cup]0,+\infty[$$

$$f(x)=\frac{\left(\sqrt{1+x}+1\right)\sin x}{1+x-1}=\left(\sqrt{1+x}+1\right)\frac{\sin x}{x}$$

$$\lim_{x\to 0}f(x)=(2)(1)=2$$

الأستاذ : محمد خالد غزول

الأستاذ : عبد الحميد السيد

ثالثاً – حل المسألتين الآتيتين : (100* لكل مسألة)

المسألة الأولى : ليكن التابع f المعرف على R وفق : $f(x)=\frac{x^2}{e^x}$

1) أوجد نهايات التابع f عند أطراف مجموعة التعريف .

2) ادرس اطراد التابع f ونظم جدولاً بها .

3) بين القيم الحدية المحلية للتابع f . وارسم خطه البياني C .

4) استنتج عدد حلول المعادلة $x^2e^{-x}=1$.

5) احسب مساحة السطح المحصور بين C ومحور الفواصل و المستقيم $x=1$.

1) لدينا : $f(x)=\frac{x^2}{e^x}=x^2e^{-x}$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} x^2e^{-x}=0 \quad و \quad \lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{e^x}=+\infty$$

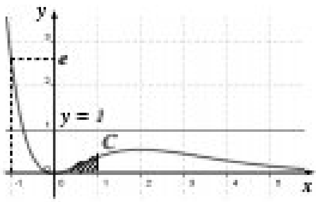
2) المشتق : $f'(x)=2xe^{-x}-e^{-x}x^2=(2x-x^2)e^{-x}$ إشارته تماثل إشارة $2x-x^2$

$$f'(x)=0\Rightarrow x(2-x)=0$$

$$x=0\ ,f(0)=0\ ,\ x=2\ ,f(2)=\frac{4}{e^2}$$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{4}{e^2}$	$\searrow$	0

3) $f(0)=0$ قيمة صغرى محلياً و $f(2)=\frac{4}{e^2}$ قيمة كبرى محلياً .



نقطة مساعدة للرسم : $f(-1)=e$

4) بيانياً نلاحظ أن المستقيم الذي معادلته $y=1$

يقطع الخط البياني C بنقطة واحدة .

للمعادلة $f(x)=x^2e^{-x}=1$ حل وحيد في R .

(يمكن الإثبات حسب مبرهنة)

الأستاذ : محمد خالد غزول الأستاذ : عبد الحميد السيد

5) $f(x) \geq 0$ على المجال $[0,1]$

فالمساحة المطلوبة : $A = \int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 x^2 e^{-x}\,dx$

التكامل بالتجزئة :

$u(x) = x^2$	$v'(x) = e^{-x}$
$u'(x) = 2x$	$v(x) = -e^{-x}$

$$A = \left[-x^2 e^{-x}\right]_0^1 + \int_0^1 2x e^{-x}\,dx$$

$$I = \int_0^1 2x e^{-x}\,dx$$

$u_1(x) = 2x$	$v_1'(x) = e^{-x}$
$u_1'(x) = 2$	$v_1(x) = -e^{-x}$

$$I = \left[-2x e^{-x}\right]_0^1 + \int_0^1 2e^{-x}\,dx$$

$$I = \left[-2x e^{-x}\right]_0^1 + \left[-2e^{-x}\right]_0^1$$

$$A = \left[-(x^2 + 2x + 2)e^{-x}\right]_0^1$$

$$A = \left[-(1 + 2 + 2)e^{-1}\right] - \left[-(0 + 0 + 2)e^0\right]$$

$$A = 2 - \frac{5}{e}$$

<u>المسألة الثانية</u> : نتأمل النقطتين $A(1,1,1)$ و $B(3,2,0)$ في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ليكن P المستوي المار بالنقطة B ويقبل $\overrightarrow{AB}$ شعاعاً ناظماً ، وليكن المستوي Q الذي معادلته $x-y+2z+4=0$. وأخيراً لتكن S الكرة التي مركزها A ونصف قطرها AB .

1) أثبت أن $2x+y-z-8=0$ هي معادلة المستوي P .

2) جد معادلة الكرة S .

3) أثبت أن المستوي Q مستوي مماس للكرة S .

4) أثبت أن النقطة $C(0,2,-1)$ هي مسقط النقطة A على المستوي Q .

5) ليكن d المستقيم الذي يقبل تمثيلاً وسيطياً $d:\begin{cases} x=t \\ y=12-5t \ , t\in R \\ z=4-3t \end{cases}$

a) أثبت أن المستقيم d هو الفصل المشترك للمستويين P و Q .

b) أثبت أن المستقيم d محتوى في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$.

1) لدينا $\vec{n}_P=\overrightarrow{AB}(2,1,-1)$ شعاعاً ناظماً للمستوي P .

<u>طريقة أولى</u> : معادلة P من الشكل : $a(x-x_B)+b(y-y_B)+c(z-z_B)=0$

نعوض : $2(x-3)+1(y-2)-1(z-0)=0$

إذن معادلة P هي : $2x+y-z-8=0$

<u>طريقة ثانية</u> : معادلة P من الشكل : $ax+by+cz+d=0$

ومنه $2x+y-z+d=0$

نعوض إحداثيات B : $6+2-0+d=0\Rightarrow d=-8$

إذن معادلة P هي : $2x+y-z-8=0$

2) معادلة الكرة من الشكل : $(x-x_A)^2+(y-y_A)^2+(z-z_A)^2=r^2$

طول نصف قطرها : $r=AB=\sqrt{(2)^2+(1)^2+(-1)^2}=\sqrt{6}$

إذن معادلة S هي : $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=6$

الأستاذ : محمد خالد غزول

الأستاذ : عبد الحميد السيد

3) نحسب بعد A عن Q : $dist(A,Q)=\dfrac{|(1)(1)+(1)(-1)+(1)(2)+4|}{\sqrt{(1)^2+(1)^2+(2)^2}}=\dfrac{6}{\sqrt6}=\sqrt6$

بما أن : $dist(A,Q)=r$ فإن المستوي Q مماس للكرة S .

4) المستوي Q يمس الكرة S بنقطة وحيدة .

طريقة أولى : تكون C مسقط A على Q إذا تحقق : $C\in Q$ و $AC=r$

نتحقق من وقوع C في المستوي Q : $(0)-(2)+2(-1)+4=0$ محقق ومنه $C\in Q$

من جهة أخرى : $AC=\sqrt{(-1)^2+(1)^2+(-2)^2}=\sqrt6=r$

إذن : C مسقط A على Q .

طريقة ثانية : نبرهن أن : $C\in Q$ و $C\in S$

طريقة ثالثة : نبرهن أن : $C\in Q$ و الشعاعان $\vec n_Q$ و $\overrightarrow{AC}$ مرتبطين خطياً .

5) (a) الشعاعان $\vec n_P(2,1,-1)$ و $\vec n_Q(1,-1,2)$ غير مرتبطين خطياً لعدم تناسب مركباتهما

إذن المستويان P و Q متقاطعان بمستقيم فصل مشترك .

نعوض معادلات d في P : $2(t)+(12-5t)-(4-3t)-8=8-8=0$ ومنه $d\subset P$

نعوض معادلات d في Q : $(t)-(12-5t)+2(4-3t)+4=-4+4=0$ ومنه $d\subset Q$

إذن : المستقيم d هو الفصل المشترك للمستويين P و Q .

طريقة ثانية : نحل جملة معادلتي المستويين حلاً مشتركاً فنجد تمثيل وسيطي للفصل المشترك يطابق d

(b) تنتمي $M(x,y,z)$ إلى المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$ إذا وفقط إذا كان :

$$BM=CM\Leftrightarrow BM^2=CM^2$$

$$(x-3)^2+(y-2)^2+(z-0)^2=(x-0)^2+(y-2)^2+(z+1)^2$$

ومنه : $-6x+13=2z+5$

إذن معادلة المستوي المحوري : $3x+z-4=0$

طريقة ثانية : نحسب إحداثيات منتصف $[BC]$ والشعاع $\overrightarrow{BC}$ الناظم على المستوي ثم نكتب معادلته .

نعوض معادلات d بمعادلة المستوي المحوري : $3(t)+(4-3t)-4=4-4=0$ محققة

إذن : المستقيم d محتوى في المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[BC]$.