

**السؤال الأول :** جد نهاية كل من التوابع التالية عند  $a$  المُعطاة :

1)  $f(x) = \frac{x-1}{1-\sqrt{x}}$  ;  $a = 1, +\infty$

2)  $f(x) = \sqrt{4x^5 - x^2 + 1} - 2x^2\sqrt{x}$  ;  $a = +\infty$

3)  $f(x) = \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$  ;  $a = 0$

**السؤال الثاني :**

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{x-2E(x)}{x^3} \right)$  ، واستنتج  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  . حيث :  $|f(x) - \pi| < \frac{x-2E(x)}{x^3}$

(2) إذا علمت أن :  $x - \frac{x^3}{6} \leq \sin x \leq x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120}$  ،  $x \geq 0$  . استنتج  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - \sin x}{x^3}$

**السؤال الثالث :**

(1) ليكن  $f$  و  $g$  تابعان مُعرَّبان على  $R$  وفق :  $f(x) = \frac{-5}{3 - \cos 3x}$  و  $g(x) = \frac{-5x^2}{3 - \cos 3x}$  . المطلوب :

(a) أثبت أن  $f$  محدود . (b) استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(2) أثبت أن للمعادلة  $x^3 + x + 1 = 0$  حلاً وحيداً  $\alpha$  في  $R$  ثم بين أن  $\alpha \in ]-1, 0[$

**السؤال الرابع :** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المُعرَّف على  $R$  وفق :  $f(x) = \begin{cases} \frac{-2x^3 + 2 - 2 \cos(4x)}{x^2} ; & x \neq 0 \\ m^2 ; & x = 0 \end{cases}$

**المطلوب :**

(1) عيّن القيم الممكنة لـ  $m$  حتى يكون التابع  $f$  مستمرّاً على  $R$  .

(2) تَحَقِّقْ أَنَّ المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = -2x$  مقارب مائل للخط  $C$  .

(3) ادرس الوضع النسبي بين  $\Delta$  و  $C$  .

**السؤال الخامس :** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المُعرَّف على  $R$  وفق :  $f(x) = 2x + \sqrt{|4x^2 - 2|}$  . المطلوب :

(1) بين أن  $C$  يقبل مقارباً أفقيّاً عند  $-\infty$  ، جد معادلته ، وادرس وضعه النسبي مع الخط  $C$  .

(2) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 4x)$  ، واستنتج معادلة المقارب المائل لـ  $C$  ، وادرس وضعه النسبي مع الخط  $C$  .

**السؤال السادس :** ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المُعرَّف على  $R$  وفق :  $f(x) = x + \frac{2x}{\sqrt{4x^2 + 1}}$  . المطلوب :

(1) أثبت أن التابع فردي ، وفسّر النتيجة هندسياً .

(2) علّل لماذا المستقيم  $\Delta$  الذي معادلته  $y = x + 1$  مقارب مائل لـ  $C$  في جوار  $+\infty$  .

(3) استنتج معادلة المقارب المائل لـ  $C$  في جوار  $-\infty$  .

(4) تَحَقِّقْ أَنَّ :  $f'(x) = 1 + \frac{2}{(4x^2 + 1)\sqrt{4x^2 + 1}}$  ، واستنتج اطراد التابع  $f$  .

(5) ادرس تغيّرات التابع  $f$  ، ونظّم جدولاً بها ، واستنتج صورة المجال  $I = [0, +\infty[$  وفق  $f$  .

(6) في معلم متجانس ارسم  $C$  مع مقارباته على  $R$  .

(7) استنتج رسم الخط  $C_g$  حيث :  $g(x) = |x| \cdot \left( 1 + \frac{2}{\sqrt{4x^2 + 1}} \right)$  .