بنك أسئلة العقدية

دورة 2021

بنك أسئلة العقدية

دورة 2021

إعداد :

أ زياد داوود	سلمية	0936834286
أ وسيم فاطمة	اللاذقية	0936497038
أ أحمد الشيخ عيسى	الرقة	0998024183
م . مروان بجور	حمص	0930170828

التمرين 1 :

ليكن لدينا الأعداد العقدية التالية : $z_1 = -2+3i$, $z_2 = 3-i$ أوجد كل مما يلي :

$$-z_1 \;,\; |z_2| \;,\; \overline{z_1} \;,\; z_1+z_2 \;,\; z_1-z_2 \;,\; z_1\times z_2 \;,\; \frac{z_1}{z_2} \;,\; \frac{1}{z_2}$$

التمرين 2 :

أكتب بالشكل الجبري كل من الاعداد التالية :

$z_3 = (1+i)^8$	$z_2 = \left(\frac{4-6i}{2-3i}\right)\left(\frac{1+3i}{3+2i}\right)$	$z_1 = \frac{cosx + isinx}{cosx - isinx}$

التمرين 3 :

أكتب بالشكل المثلثي كل من الاعداد التالية :

1. $z_1 = \frac{1-i\sqrt{3}}{1+i}$
2. $z_2 = -2\left(cos\frac{\pi}{4} + i\,sin\frac{\pi}{4}\right)$
3. $z_3 = 2\left(-\,sin\frac{\pi}{4} + i\,cos\frac{\pi}{4}\right)$
4. $z_4 = (1+i)^{2016}$
5. $z_5 = \left(sin\frac{\pi}{5} + icos\frac{\pi}{5}\right)^6$
6. $z_6 = \left(\frac{3i-1}{\sqrt{2}+2\sqrt{2}i}\right)^8$

زياد داوود
وسيم فاطمة
احمد الشيخ عيسى
مروان بجور

التمرين 4 :

أكتب بالشكل الاسي كل من الاعداد التالية :

1. $z_1 = (1-\sqrt{2})\left(cos\frac{\pi}{3} + isin\frac{\pi}{3}\right)$
2. $z_2 = \frac{-\sqrt{2}}{1+i}e^{\frac{\pi}{3}i}$
3. $z_3 = \left(\frac{\sqrt{3}-i}{i}\right)^5$
4. $z_4 = \left(sin\frac{\pi}{3} + i\,cos\frac{\pi}{3}\right)^5$
5. $z_5 = 1 + e^{\frac{\pi}{3}i}$
6. $z_6 = (1+i\sqrt{3})^4 e^{\frac{4\pi}{3}i}$

التمرين 5 :

❶ ليكن z و z' عددين عقديين أثبت أنّ: $|z+z'|^2+|z-z'|^2=2|z|^2+2|z'|^2$

❷ اكتب بدلالة $\overline{z}$ مرافق العدد العقدي $z=\frac{3z^2-2iz+4}{2z-3i}$

التمرين 6 :

ليكن العدد العقدي $z=i\left(e^{i2\theta}-1\right)$ حيث $\theta\in\,]-\pi,0[$

أكتب علاقتي أويلر ثم استفد من ذلك في كتابة z بالشكل الأسي

التمرين 7 :

اذا علمت $\sin\theta=\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}$

❶ جد منشور $\left(e^{i\theta}-e^{-i\theta}\right)^3$

❷ اكتب $\sin^3\theta$ عبارة خطية بدلالة النسب المثلثية للزاوية θ

❸ احسب النهاية $\lim\limits_{\theta\to 0}\left(\frac{\sin 3\theta-3\sin\theta}{\theta^3}\right)$

زياد داوود
وسيم فاطمة
احمد الشيخ عيسى
مروان بجور

التمرين 8 :

❶ ليكن z عدداً عقدياً ما، وليكن u عدداً عقدياً يحقق $|u|=1\,,u\neq 1$ أثبت أنّ:

$\frac{z-u\overline{z}}{1-u}$ عدد حقيقي

❷ نفترض أنّ $u\neq 1$ وأنّ $\frac{z-u\overline{z}}{1-u}$ عددٌ حقيقي أثبت أنّه إمّا أن يكون z حقيقيّاً أو أن يكون

$|u|=1$

❸ ليكن z و w عددين عقديّين يحقّقان $|z|=1$ و $|w|=1$ و $z.w\neq -1$

أثبت أنّ العدد العقدي $Z=\frac{z-w}{1+zw}$ عددٌ تخيلي

التمرين 9 :

حل في $\mathbb{C}$ المعادلات التالية :

1. $2iz+\overline{z}=3+3i$
2. $z^2-4z+5=0$
3. $z^2=-3+4i$
4. $z^3=1$
5. $z^2-2(\cos\theta)z+1=0\ \ (\theta\in\mathbb{R})$
6. $iz^2-3z+4i=0$
7. $z^2+(1+2i)z+\frac{1}{2}+i=0$
8. $2iz^2+(3+7i)z+4+2i=0$
9. $z^3-(3+4i)z^2-6(3-2i)z+72i=0$ إذا علمت أنها تقبل حلاً تخيلياً بحتاً

التمرين 10 :

حلّ في $\mathbb{C}$ كلاً من جمل المعادلات الآتيتين بالمجهولين z و z' :

❶ $\begin{cases} 3z + z' = 2 - 5i \\ z - z' = -2 + i \end{cases}$

❷ $\begin{cases} 2z - z' = -3 \\ 2\overline{z} + \overline{z'} = -3 + i2\sqrt{3} \end{cases}$

التمرين 11 :

❶ جد المجموع $S = 1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^6$ بدلالة α

❷ ليكن $\alpha = e^{2i\pi/7}$ أثبت أن $S = 1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^6 = 0$

❸ ليكن $\alpha = i$ أحسب $A = \frac{1+\alpha+\alpha^2+\cdots+\alpha^6}{1+i}$

التمرين 12 :

أوجد عددين عقديين p و q كي تقبل المعادلة $z^2 + pz + q = 0$ العددين $1 + 2i$ و $3 - 5i$ جذرين لها

زياد داوود
وسيم فاطمة
احمد الشيخ عيسى
مروان بجور

التمرين 13 :

❶ جد الجذرين التربيعين للعدد العقدي $w = 8 - 6i$ ❷ جد الجذور التكعيبية للعدد العقدي $w = 8$

التمرين 14 :

اذا كان $j \neq 1$ جذر تكعيبي للعدد 1

❶ أحسب j^3 واحسب المجموع $1 + j + j^2$

❷ جد قيمة العددين α وβ : $\alpha = j^4 + j^5 - 2$ و $\beta = \frac{3-2j-2j^2}{5}$

التمرين 15 :

بسّط كتابة العدد العقدي : $z = \frac{1+cosx-isinx}{1+cosx+isinx}$ موضحاً قيم x التي يكون عندها هذا المقدار موجوداً

التمرين 16 :

ليكن : $P(z) = z^3 - 5z^2 + 9z - 5$

❶ تحقق أن $P(1) = 0$

❷ استنتج أن $P(z)$ يكتب بالصيغة : $P(z) = (z-1).Q(z)$
حيث $Q(z)$ كثير حدود من الدرجة الثانية يطلب تعيينه

❸ حل المعادلة $P(z) = 0$

❹ مثل جذور المعادلة في المستوي العقدي واثبت أنها تشكل رؤوس مثلث متساوي الساقين وقائم

التمرين 17 : النموذج الوزاري الخامس

ليكن كثير الحدود $P(z) = z^4 + 5z^3 + 10z^2 + 10z + 4$

❶ عيّن عددين a و b يحقّقان $P(z) = (z^2 + az + a)(z^2 + bz + a)$

❷ حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$.

التمرين 18 :

لتكن M النقطة التي يمثلها العدد العقدي $z = 1 + i$

جد العدد العقدي z' الممثّل للنقطة M' صورة M وفق التحويل الموصوف في كل مما يأتي :

❶ $\mathcal{T}$ الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{w} = -2\overrightarrow{u} + 3\overrightarrow{v}$

❷ $\mathcal{H}$ التحاكي الذي مركزه O ونسبته 3

❸ $\mathcal{S}$ التناظر الذي مركزه $A(1 - 3i)$

❹ $\mathcal{R}$ الدوران الذي مركزه $A(2 - i)$ وزاويته $\frac{2\pi}{3}$

التمرين 19 :

زياد داوود
وسيم فاطمة
احمد الشيخ عيسى
مروان بجور

فيما يأتي يرتبط العددان العقديان a و b الممثلان للنقطتين A و B بالعلاقة المعطاة.

عيّن طبيعة التحويل الهندسي الذي يقرن النقطة B بالنقطة A في كل مما يأتي :

1. $b = a - 1 + 3i$
2. $b = 2a$
3. $b - 1 = -(a - 1)$
4. $b + 1 - i = e^{\frac{i\pi}{4}}(a + 1 - i)$

التمرين 20 :

لتكن النقاط A, B, C, D التي تمثلها بالترتيب الأعداد العقدية التالية :

$$a = 2 + 3i \quad , \quad b = 1 + 2i \quad , \quad c = 4 + 5i \quad , \quad d = 3i$$

❶ وضع النقاط A, B, C, D في شكل

❷ أحسب الأعداد العقدية التي تمثل الأشعة $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ ثم استنتج أن النقاط A, B, C تقع على استقامة واحدة

❸ أوجد العدد العقدي الممثل للنقطة G مركز ثقل المثلث ABD

❹ جد العدد العقدي a' الممثّل للنقطة A' صورة A وفق التناظر المركزي S الذي مركزه $C(4, 5)$

التمرين 21 : الاختبار 4

نتأمّل النقاط A و B و C و D الممثّلة للأعداد العقديّة $a = -1$ و $b = 2 + i\sqrt{3}$

و $c = 2 - i\sqrt{3}$ و $d = 3$ بالترتيب المطلوب.

❶ ارسم النقاط A و B و C و D، ثمّ احسب AB و BC و AC واستنتج طبيعة المثلّث ABC.

❷ عيّن: $arg\,\frac{a-c}{d-c}$ واستنتج طبيعة المثلّث DAC .

❸ أثبت أنّ D هو مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A, -1)$ و $(B, 2)$ و $(C, 2)$.

التمرين 22 : النموذج الوزاري 2019

لتكن النقطتان A و B الممثّلة للأعداد العقديّة $z_A = -\sqrt{3} + i$ و $z_B = -2i$ بالترتيب.

❶ أثبت أنّ النقطتان A و B تنتميان إلى دائرة مركزها O ونصف قطرها يساوي 2.

❷ اكتب z_A بالشكل الأسي ثم جد العدد العقدي z_C الممثل للنقطة C التي تجعل المبدأ مركز ثقل المثلث ABC

❸ أثبت أنّ $z_C - z_A = e^{i\frac{\pi}{3}}(z_B - z_A)$ ثم استنتج طبيعة المثلّث ABC.

التمرين 23 : دورة 2018 الأولى

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط M, C, B, A

التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية $m = -1 + i\ , c = 2i\ , b = 1 - i\ , a = -1 - i$

❶ مثل الأعداد $m = -1 + i\ , c = 2i\ , b = 1 - i\ , a = -1 - i$

❷ احسب العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة النقطة C وفق دوران مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

❸ أثبت أن النقاط M وO وB تقع على استقامة واحدة.

❹ احسب $arg\frac{c-d}{m}$ واستنتج أن (OM) و(DC) متعامدان

التمرين 24 :

لتكن النقاط A و B و C و D التي تمثّلها الأعداد العقديّة:

$$a = 2 - 2i \quad \& \quad b = -1 + 7i \quad \& \quad c = 4 + 2i \quad \& \quad d = -4 - 2i$$

❷ ليكن e العدد المُمثّل للنقطة E منتصف $[AB]$ احسب e وبرهن أنّ: $\frac{a-e}{d-e} = \frac{c-e}{a-e}$

❸ ماذا يمثّل المستقيم (EA) في المثلّث DEC ؟

التمرين 25 : دورة 2019 الأولى

لتكن النقطتان B, A اللتان يمثلهما على الترتيب العددان العقديان

$z_A = -1 + i\ ,\ z_B = -3i$ وليكن : $p(z) = z^2 + (1 + 2i)z + 3 + 3i$

❶ أثبت أن z_A حلاً للمعادلة $p(z) = 0$ ثم استنتج الحل الآخر للمعادلة

❷ جد العدد العقدي z' الممثل للنقطة A' صورة A وفق دوران مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$

❸ اكتب z_A بالشكل الأسي

التمرين 26 : دورة 2019 الثانية

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نتأمل النقاط A, B, C,
التي تمثلها على الترتيب الأعداد العقدية $a = 6 - i$, $b = -6 + 3i$, $c = -18 + 7i$

❶ احسب العدد احسب $\frac{b-a}{c-a}$ واستنتج أن النقاط A, B, C تقع على استقامة واحدة.

❷ بفرض أن $d = 1 + 6i$ العدد العقدي الممثل للنقطة D صورة النقطة A
وفق دوران مركزه O وزاويته θ أحسب θ

❸ جد العدد العقدي n الممثل للنقطة N ليكون الرباعي $OAND$ مربعاً

التمرين 27 : (للأستاذ القدير مازن الحمصي)

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$
نتأمل النقاط A و B و C و D التي تمثلها الأعداد العقدية
$a = -1 + i$, $b = 3 + i$, $c = 3 + 3i$, $d = -1 + 3i$

❶ تحقق أن $a + c = b + d$

❷ أثبت أن $b - a = -2i(d - a)$

❸ استنتج أن $ABCD$ مستطيل

زياد داوود
وسيم فاطمة
احمد الشيخ عيسى
مروان بجور

التمرين 28 :

في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$
لتكن النقاط A, B, M التي توافق بالترتيب الأعداد العقدية $a = \frac{\sqrt{3}+2}{2} + \frac{1}{2}i$, $b = 1 + i$, $m = 1$

❶ جد العدد العقدي c الممثل للنقطة C صورة A وفق دوران مركزه M وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

❷ جد العدد العقدي d الممثل للنقطة D صورة B وفق انسحاب شعاعه $\vec{w}(-1\,,0)$.

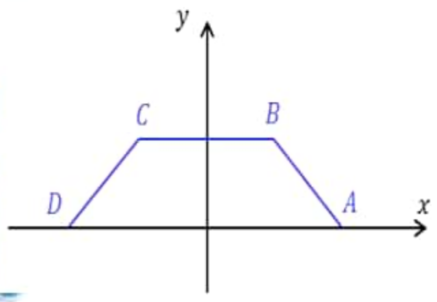
❸ أثبت أن العدد $\frac{b-a}{c-a}$ حقيقي واستنتج أن النقاط A, D, C تقع على استقامة واحدة

التمرين 29 :

في الشكل المجاور مثلنا في معلم متجانس نصف مسدس منتظم 'D
النقاط A, B, C, D تمثلها الاعداد العقدية a, b, c, d على الترتيـ

❶ اذا علمت أن $a = 2$ أوجد الاعداد العقدية b, c, d

❷ أحسب $arg\left(\frac{d-c}{a-c}\right)$ ثم استنتج نوع المثلث ACD



التمرين 30 :

في كل من الحالات الآتية عيّن مجموعة النقاط M التي يحقّق العدد العقدي z الذي يمثلها الشرط المُعطى :

❶ $argz = \frac{\pi}{3}$, ❷ $argz = \pi$, ❸ $Im(z) = 1$, ❹ $Re(z) = -2$

التمرين 31 :

لتكن النقطتان A و B اللتان تمثّلهما الأعداد العقديّة: 1 و $3 + 2i$ بالترتيب.

ماذا تمثل مجموعة النقاط $M(z)$ في كل من الحالتين الآتيتين :

❶ $|z| = 3$, ❷ $|z - 3 - 2i| = 1$, ❸ $|z - 1| = |z - 3 - 2i|$, ❹ $|z - 1|^2 = 2|z|^2$

التمرين 32 :

عيّن في كل حالة مجموعة الأعداد العقدية z التي تحقق الشرط المعطى :

❶ المقدار $(z + 1)(\bar{z} - 2)$ حقيقي .

❷ العدد z مختلف عن $4i$ و $\frac{z+2i}{z-4i}$ عدد حقيقي .

زياد داوود
وسيم فاطمة
احمد الشيخ عيسى
مروان بجور

التمرين 33 :

نزوّد المستوي بمعلم متجانس مباشر $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

نقرن كل نقطة $M(z)$ حيث $z \neq i$ بالنقطة $M(z')$ حيث $z' = \frac{z+2}{z-i}$

عيّن Δ مجموعة النقاط M التي يكون عندها z' عدداً حقيقياً.

عيّن Γ مجموعة النقاط M التي يكون عندها z' عدداً تخيّلياً بحتاً.

التمرين 34 :

نعطى العددين العقديين $z_1 = \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{2}$ و $z_2 = 1 - i$

❶ اكتب بالشكل المثلثي كلاً من الأعداد z_1 و z_2 و $\frac{z_1}{z_2}$.

❷ اكتب بالشكل الجبري $\frac{z_1}{z_2}$. ❸ استنتج $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$

التمرين 35 :

ليكن العدد العقدي $z = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} + i\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$

❶ أثبت أن $z^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ ثم أكتب z^2 بالشكل الأسي

❷ تحقق أن $z = e^{\frac{\pi}{12}i}$ و استنتج $\cos\frac{\pi}{12}$

التمرين 36 :

ليكن $a = e^{2\pi i/5}$. نضع $A = a + a^4$ و $B = a^2 + a^3$.

❶ أثبت أنّ $1 + a + a^2 + a^3 + a^4 = 0$

واستنتج أنّ A و B هما جذرا المعادلة من الدرجة الثانية $(1)\quad x^2 + x - 1 = 0$

❷ عبّر عن A بدلالة $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$ ❸ حل المعادلة (1) واستنتج قيمة $\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)$.

التمرين 37 : الاختبار 2

❶ حل في مجموعة الأعداد العقديّة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية :

$z^2 - 2(1-\sqrt{3})z + 8 = 0$ (لاحظ أنّ : $(1+\sqrt{3})^2 = 4 + 2\sqrt{3}$)

❷ في المستوي المنسوب إلى معلم متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

لتكن النقطتان A و B الممثّلتان بالعددين العقديين

$z_A = (\sqrt{3}+1) + (\sqrt{3}-1)i$ و $z_B = \overline{z_A}$

بيّن أنّ : $\frac{z_A}{z_B} = e^{\frac{\pi}{6}i}$ و استنتج زاوية العدد العقدي z_A

ثمَ استنتج : $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

زياد داوود
وسيم فاطمة
احمد الشيخ عيسى
مروان بجور

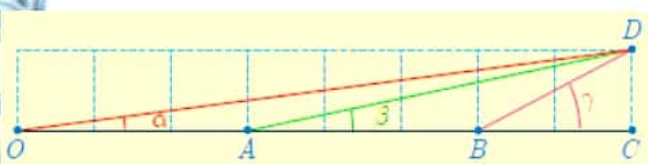
التمرين 38 :

نتأمَل النقطتين A و B اللتين يمثلهما العددان $a = 2$ و $b = 2e^{3i\pi/4}$ وليكن I منتصف $[AB]$

❶ a. ارسم شكلاً مناسباً، وبيّن طبيعة المثلث OAB. b. استنتج قياساً للزاوية .

❷ a. احسب العدد العقدي z_I المُمَثّل للنقطة I بصيغته الجبرية والأسية.

b استنتج كلاً من $\cos\frac{3\pi}{8}$ و $\sin\frac{3\pi}{8}$



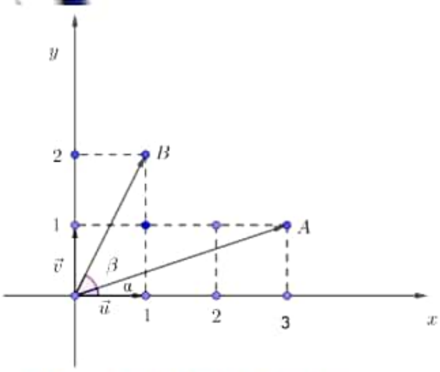
التمرين 39 :

تأمَل الشكل واحسب المجموع $\alpha + \beta + \gamma$ ،

حيث γ و β و α

هي القياسات الأساسية للزوايا الموجَهة $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OD})$ و $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD})$ و $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD})$ بالترتيب

التمرين 40 : دورة 2020 الأولى



نتأمل في المستوي العقدي المزود بالمعلم المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$:

بفرض أن α القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{oA})$

و β القياس الأساسي للزاوية $(\vec{u},\overrightarrow{oB})$.

❶ اكتب بالشكل الجبري العددين العقديين Z_A وZ_B اللذين يمثلان

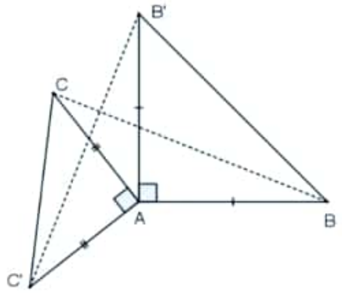
النقطتين A وB.

❷ اكتب العدد العقدي $\frac{Z_B}{Z_A}$ بالشكلين الجبري والأسي، ثم استنتج قيمة $\beta - \alpha$.

التمرين 41 : النموذج الوزاري الأول 2020

في الشكل المجاور المثلثان ABB' و ACC' كل منهما قائم في A ومتساوي الساقين,

تأمل المعلم المتجانس والمباشر $(A, \vec{u}, \vec{v})$, والمطلوب:



❶ اكتب $Z_{B'}$ بدلالة Z_B, و $Z_{C'}$ بدلالة Z_C.

❷ احسب $\frac{Z_{B'}-Z_{C'}}{Z_B-Z_C}$

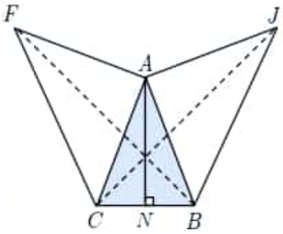
❸ استنتج أن $(BC) \perp (B'C')$ و $BC = B'C'$.

التمرين 42 : النموذج الوزاري الثاني 2020

ليكن ABC مثلثاً متساوي الساقين, رأسه A. ننشئ خارجه مثلثين قائمين ومتساويا الساقين ACF, ABJ.

لتكن الأعداد الحقيقية a, b, c, j, f الممثلة للنقاط A, B, C, J, F بالترتيب.

زياد داوود
وسيم فاطمة
احمد الشيخ عيسى
مروان بجور



❶ جد بدلالة c, b العددين f, c.

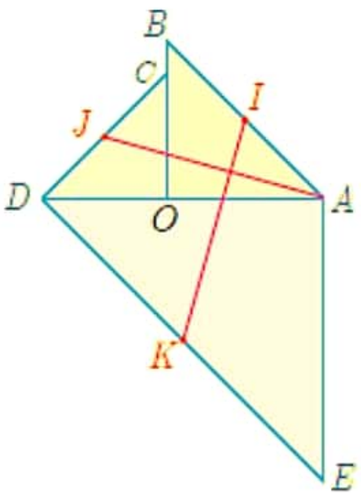
❷ اكتب العدد $\frac{f-b}{c-j}$ بالشكل الجبري.

❸ أثبت أن $JC = BF$, وأن المستقيمين (BF)و(CJ) متعامدان.

❹ نفترض أن A مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة

$(B,1),(C,1),(F,3),(J,2)$ احسب $\frac{c}{b}$

التمرين 43 :



نتأمّل في المستوي الموجّه الشكل المجاور.

المثلثات OAB و OCD و ADE مثلثات قائمة ومتساوية الساقين ومباشرة.

النقاط I و J و K هي منتصفات أوتار هذه المثلثات.

نختار معلماً متجانساً مباشراً مبدؤه O

ونرمز a و c إلى العددين العقديين المُمثّلين للنقطتين A و C .

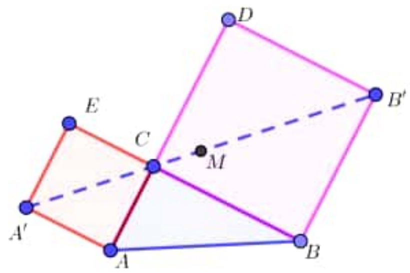
❶ a . عبّر بدلالة a و c عن الأعداد العقدية التي تمثّل النقاط B و D و E

b . استنتج الأعداد العقدية z_I و z_J و z_K التي تمثّل النقاط I و J و K .

❷ أثبت أنّ $(z_K - z_I) = i(z_J - a)$.

❸ استنتج ان المستقيمين (IK) و (AJ) متعامدان وأنّ $IK = AJ$.

التمرين 44 : النموذج الوزاري الأول



ليكن المثلّث ABC في المستوي ننشئ على ضلعيه $[AC]$ و $[BC]$

وخارجه المربّعين $ACEA'$ و $CBB'D$ كما في الشكل المجاور.

تمثّل الأعداد العقديّة $a\,,b\,,c\,,a',b'$ النقاط $A\,,B\,,C\,,A',B'$.

❶ B'هي صورة C وفق دوران مركزه B ،

عيّنه واكتب الصيغة العقديّة للعدد b' بدلالة b و c

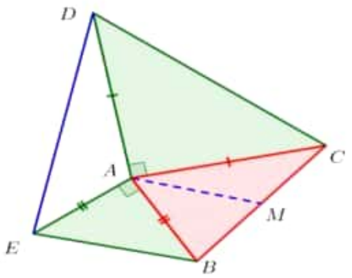
❷ أثبت أنّ $a' = i(c-a) + a$.

❸ عيّن العدد العقدي m الممثّل للنقطة M منتصف $[A'B']$.

❹ كيف تتغيّر النقطة M عندما تتحوّل C في المستوي ؟

التمرين 45 : النموذج الوزاري الثاني

زياد داوود
وسيم فاطمة
احمد الشيخ عيسى
مروان بجور



نتأمّل في المستوي مثلثاً ABC مباشر التوجيه كيفياً.

لتكن M منتصف $[BC]$,

وليكن AEB و ACD مثلثين قائمين في A

ومتساويي الساقين مباشرين.

نحتار معلماً مباشراً مبدؤه النقطة A .

ونرمز بالرمزين b و c إلى العددين العقديين

اللذين يمثّلان النقطتين B و C.

❶ احسب بدلالة b و c الأعداد العقديّة e و d و m الممثّلة للنقاط E و D و M بالترتيب.

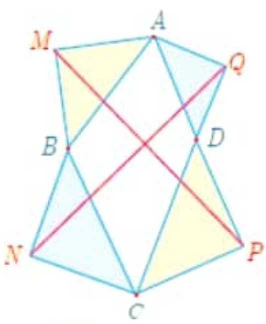
❷ احسب $\dfrac{d-e}{m-a}$

ثمّ استنتج أنّ (AM) هو ارتفاع المثلّث AED وأنّ $ED = 2AM$.

❸ نفترض أنّ A هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقّلة $(D,2)$ و $(E,3)$ و $(C,1)$ و $(B,1)$.

① احسب: $\dfrac{c-a}{b-a}$ ② استنتج قياس الزاوية: $\widehat{BAC}$.

التمرين 46 :



نتأمّل في المستوي الموجّه رباعياً محدّباً مباشراً $ABCD$.

ننشئ خارجه النقاط M و N و P و Q

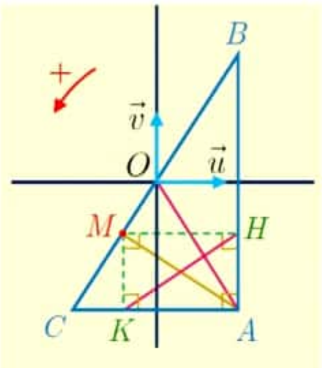
التي تجعل المثلّثات MBA و NCB و PDC و DQA قائمة

في M و N و P و Q بالترتيب ومتساوية الساقين ومباشرة.

أثبت باستعمال الأعداد العقديّة أنّ $MP = NQ$

وأنّ المستقيمين (MP) و (NQ) متعامدان.

التمرين 47 :



نتأمل في المستوي الموجه مثلثا مباشرا ABC قائما في A

النقطة M هي المسقط القائم للنقطة A على (BC) بالترتيب

و H و K هما المسقطان القائمان للنقطة M على AB وعلى AC بالترتيب

نختار معلما متجانسا ومباشرا $(O\,,\vec{u}\,,\vec{v})$ مبدؤه النقطة O منتصف $[BC]$

ويكون $\vec{u}$ عموديا على (AB) و $\vec{v}$ شعاعا موجها للمستقيم (AB)

نرمز $a\,,b\,,c\,,h\,,k\,,m$ الى الاعداد العقدية

التي تمثل النقاط $A\,,B\,,C\,,H\,,K\,,M$

زياد داوود
وسيم فاطمة
احمد الشيخ عيسى
مروان بجور

والمطلوب :

❶ علل ما يأتي $a = \overline{b}$ و $a - m = \overline{h - k}$

❷ أثبت أن $arg\left(\frac{a-m}{b}\right) = \pm\frac{\pi}{2}$ ❸ أثبت تعامد المستقيمين (OA) و (HK)