

# ملخص

مادة الرياضيات ١-٢

نظام المسارات

السنة الأولى المشتركة

# الفصل الثالث

## المثلثات المتطابقة

3 - 1 تصنيف المثلثات

3 - 2 زوايا المثلث

3 - 3 المثلثات المتطابقة

3 - 4 إثبات تطابق المثلثات  $SSS$  ,  $SAS$

3 - 5 إثبات تطابق المثلثات  $AAS$  ,  $ASA$

3 - 6 المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات

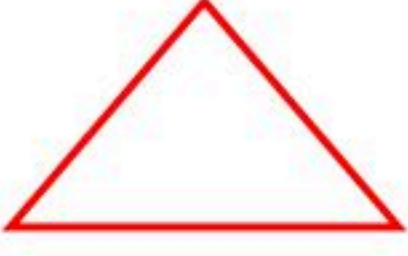
المتطابقة الأضلاع

3 - 7 المثلثات والبرهان الجبري



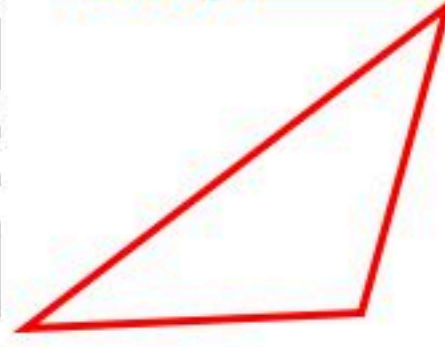
## (1 - 3) تصنيف المثلثات

مثلث حاد الزوايا



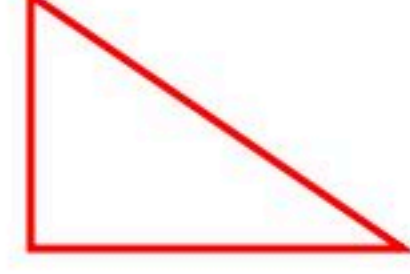
3 زوايا حادة

مثلث منفرج الزاوية



احدى الزوايا منفرجة

مثلث قائم الزاوية



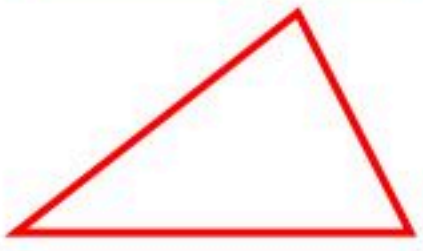
احدى الزوايا قائمة

وفق الزوايا

تصنيف المثلثات

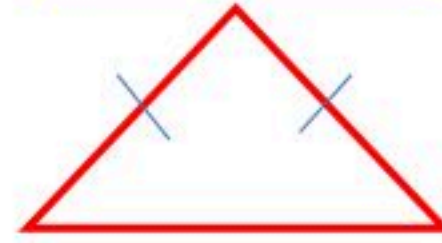
وفق الأضلاع

مثلث مختلف الأضلاع



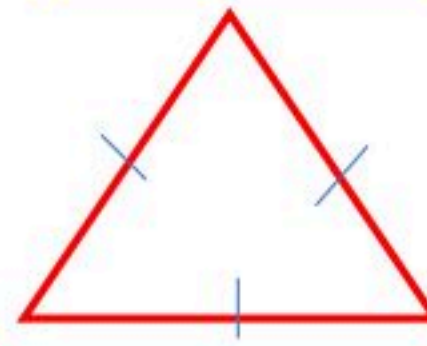
لا توجد أضلاع متطابقة

مثلث متطابق الضلعين



ضلعان على الأقل متطابقان

مثلث متطابق الأضلاع

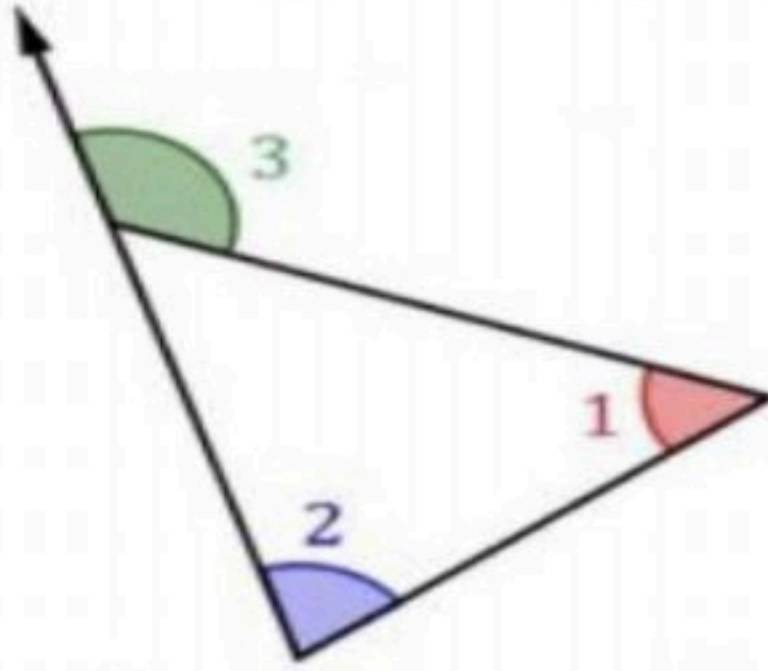


3 أضلاع متطابقة



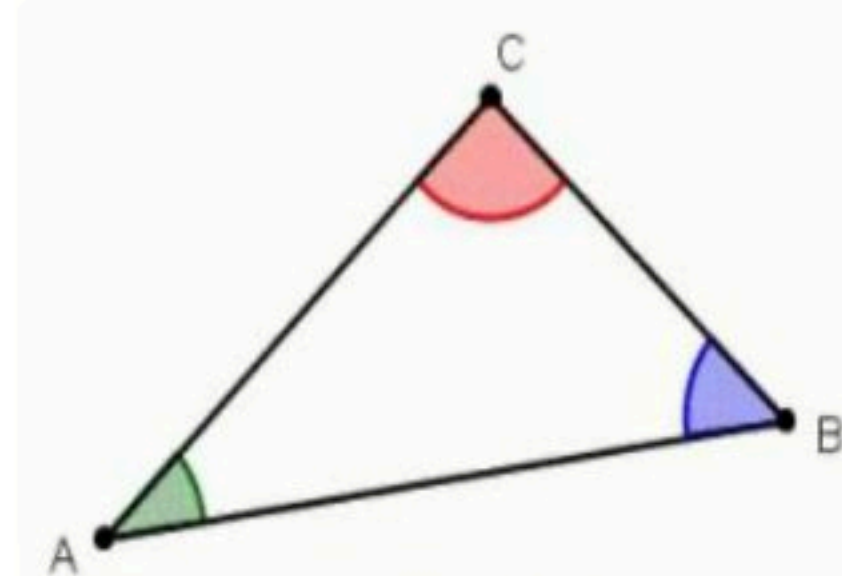
## زوايا المثلث (2 - 3)

نظرية الزاوية الخارجية للمثلث :



$$m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 3$$

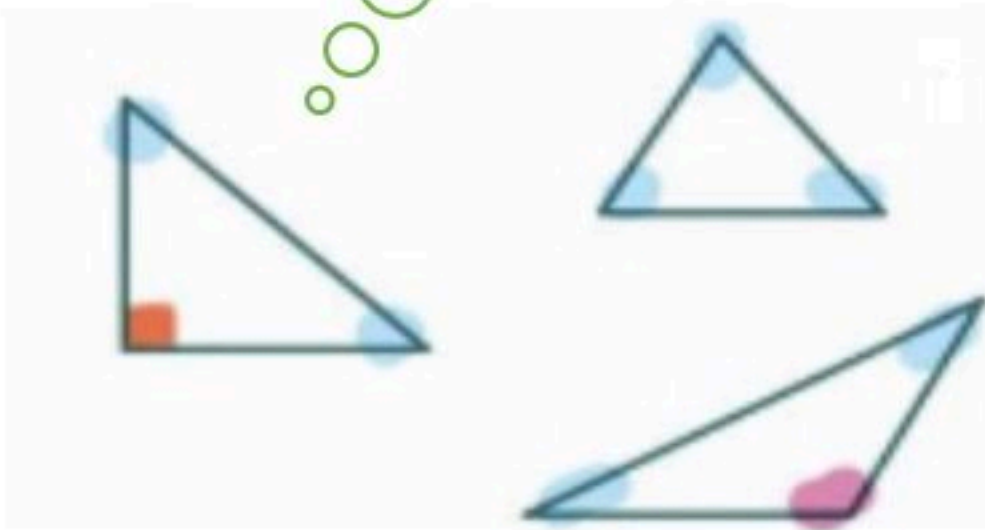
مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية :



$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180$$

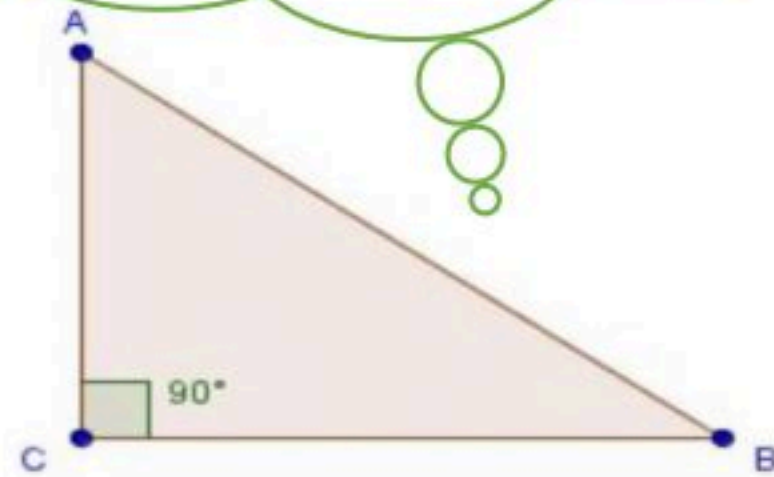
## زوايا المثلث

توجد زاوية قائمة واحدة  
أو منفرجة واحدة على  
الأكثر في أي مثلث .



الزاويتان الحادتان في أي مثلث  
قائم الزاوية متتامتان :

$$m\angle A + m\angle B = 90^\circ$$

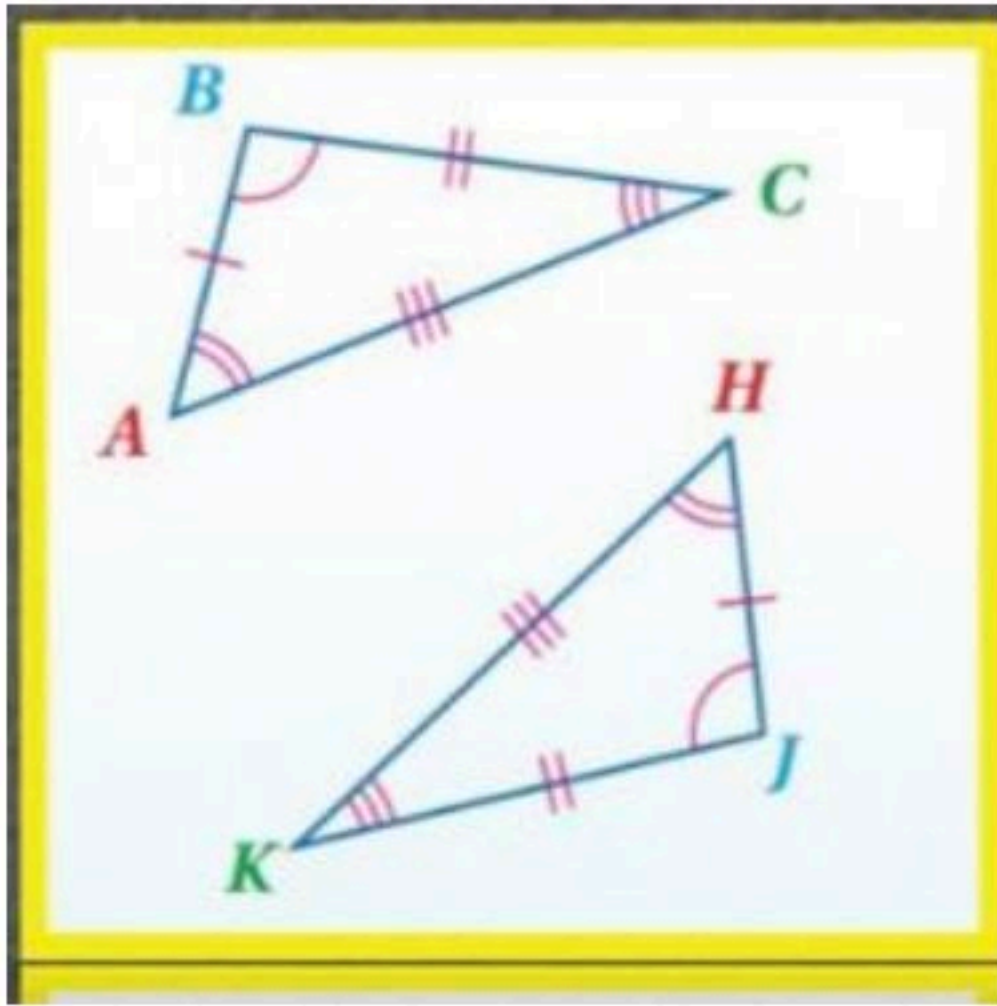
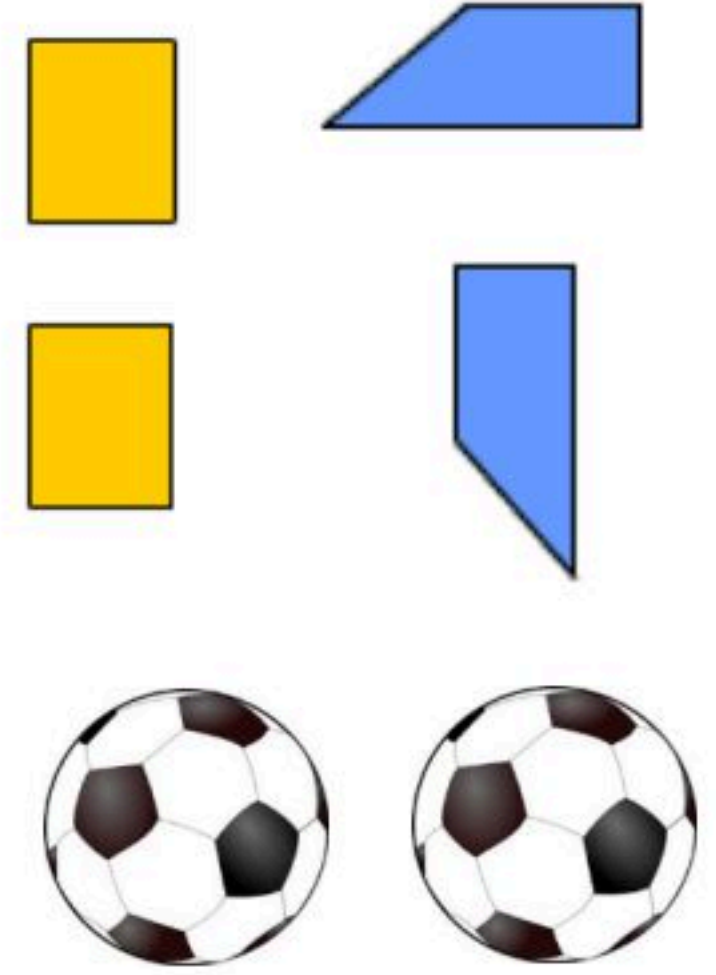


### المثلثات المتطابقت (3 - 3)

غير متطابقت



متطابقت



الأضلاع المتناظرة

$$\overline{AB} \cong \overline{HJ}$$

$$\overline{BC} \cong \overline{JK}$$

$$\overline{CA} \cong \overline{KH}$$

الزوايا المتناظرة

$$\angle A \cong \angle H$$

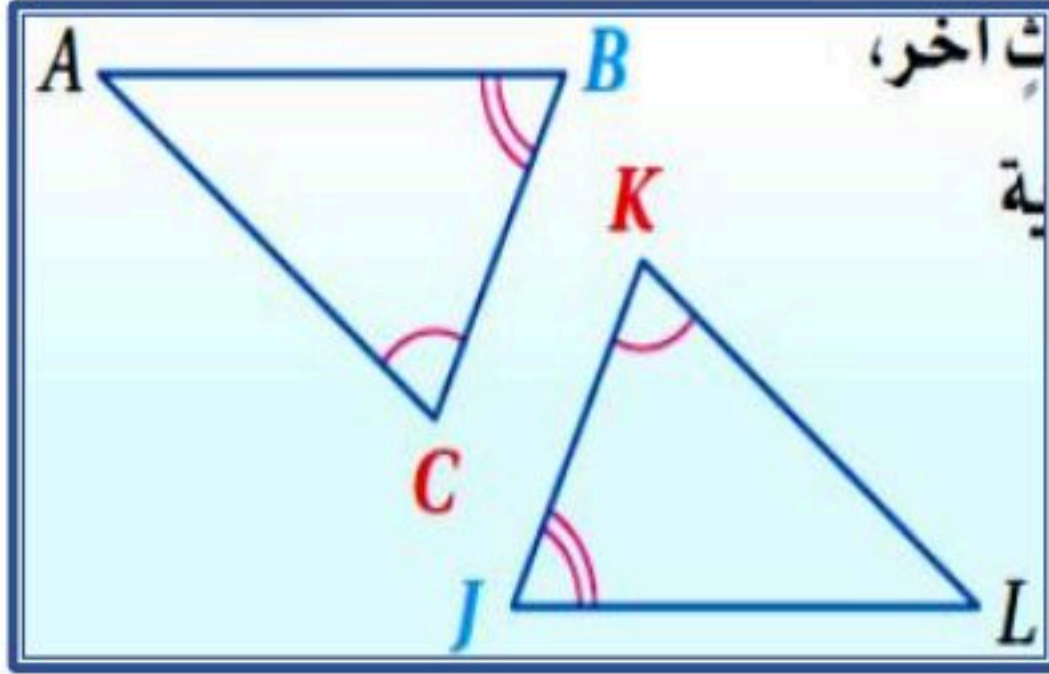
$$\angle B \cong \angle J$$

$$\angle C \cong \angle K$$

عبارة التطابق

$$\triangle ABC \cong \triangle HJK$$

نظرية الزاوية الثالثة



إذا كانت :

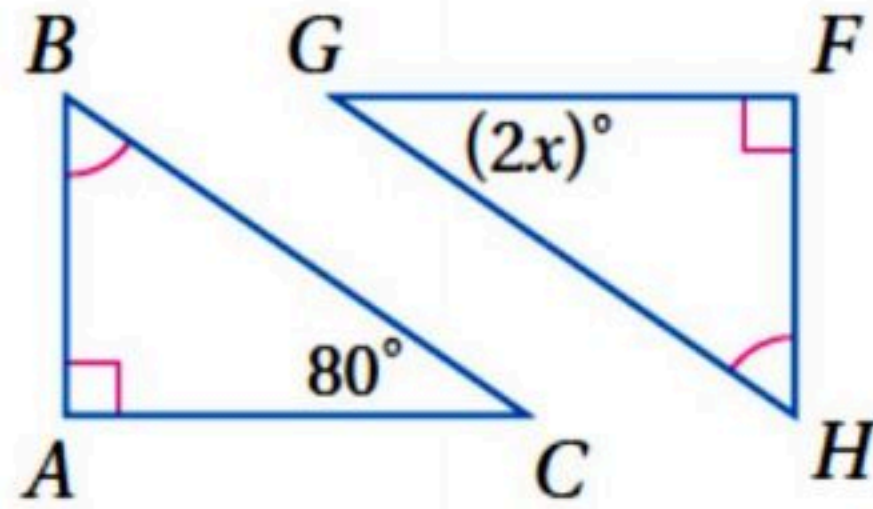
$$\angle C \cong \angle K$$

$$\angle B \cong \angle J$$

فإن :

$$\angle A \cong \angle L$$

مثال :



إذا كانت :

$$\angle B \cong \angle H \quad \angle A \cong \angle F$$

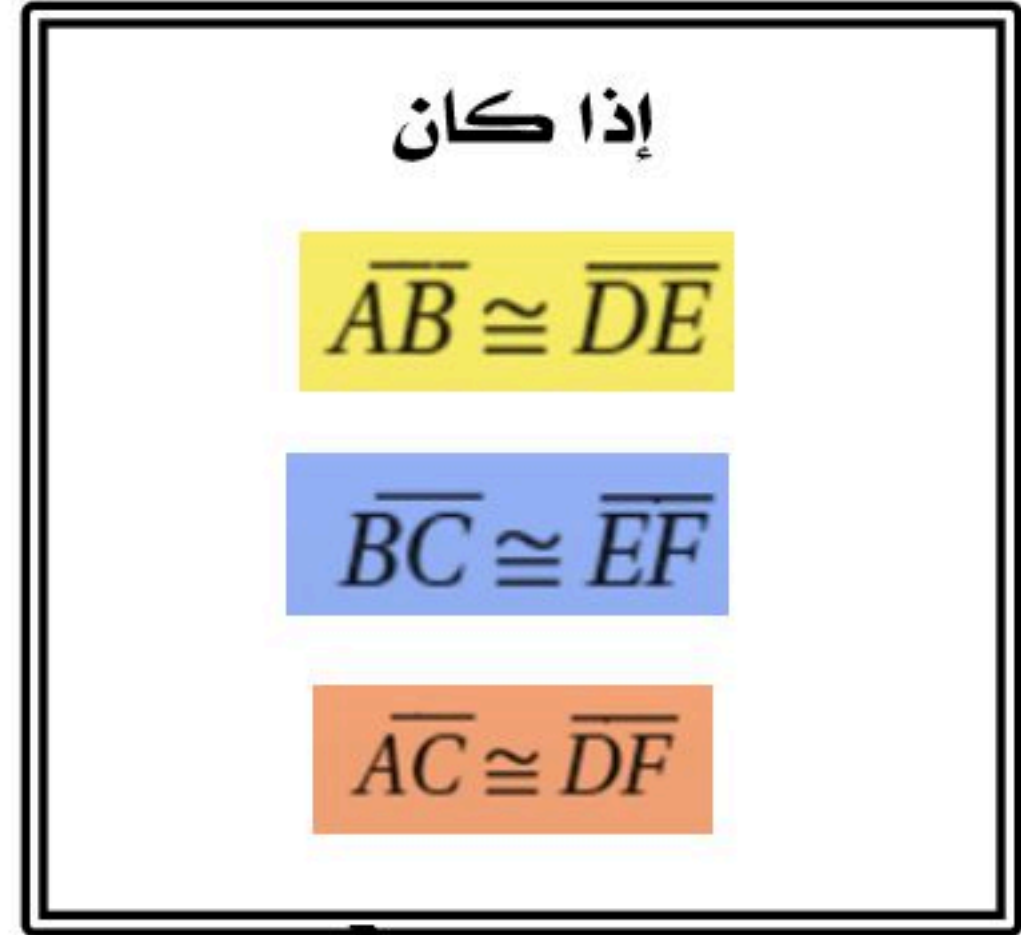
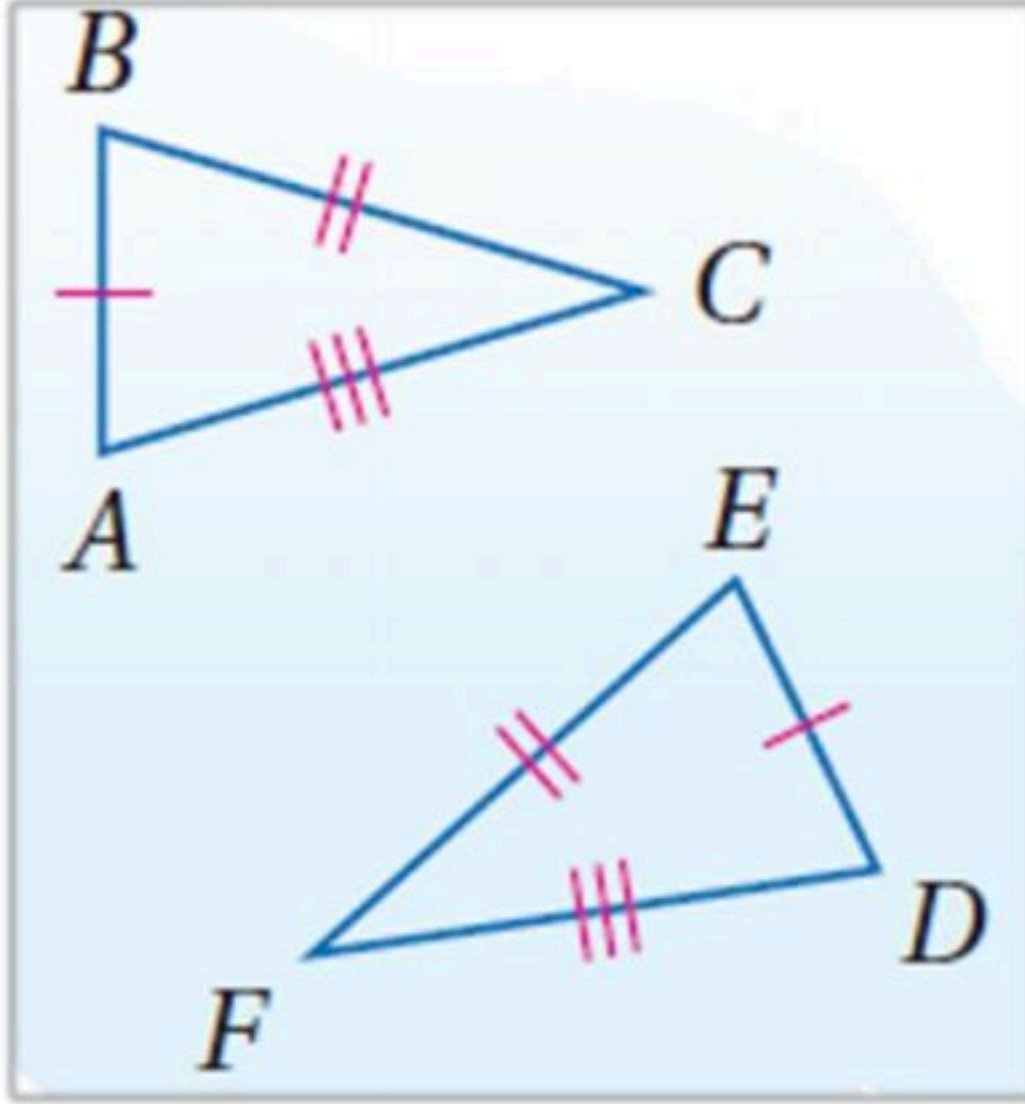
$$\angle G \cong \angle C \quad \text{فإن :}$$

$$2x = 80$$

$$x = 40$$

## إثبات تطابق المثلثات $SAS$ , $SSS$ (3 - 4)

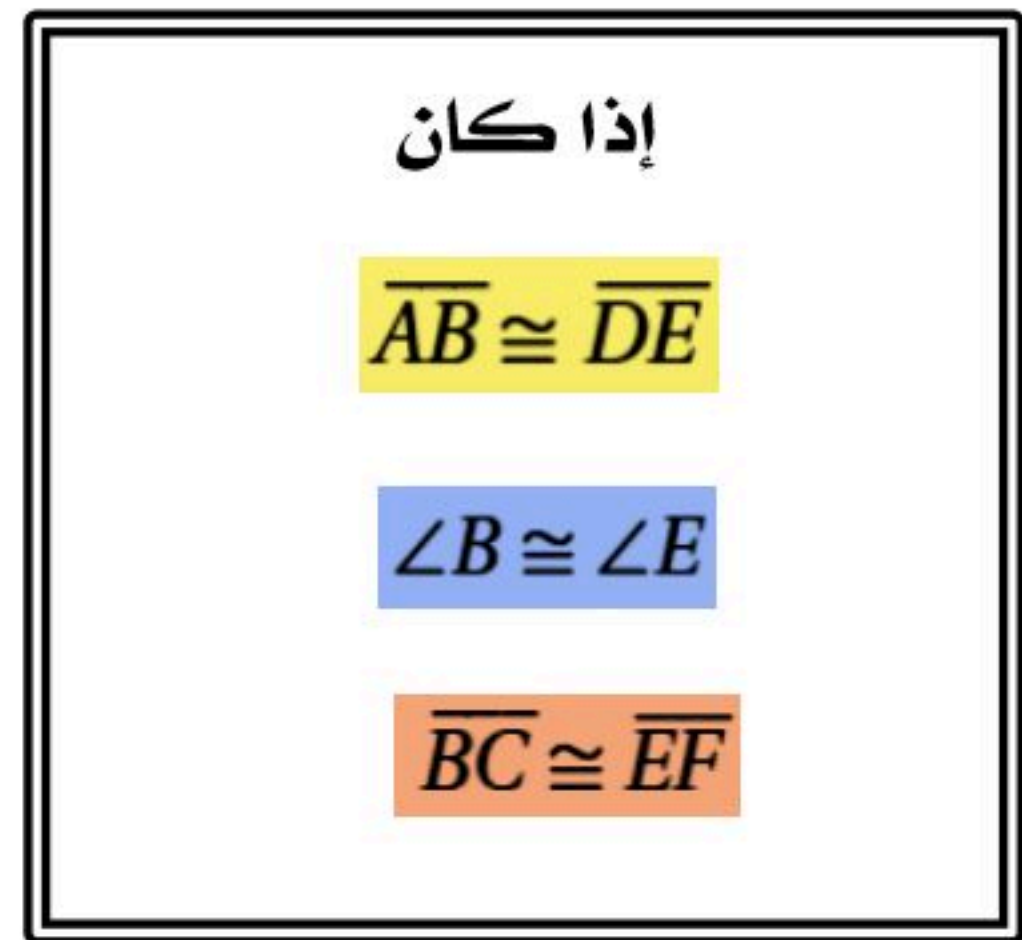
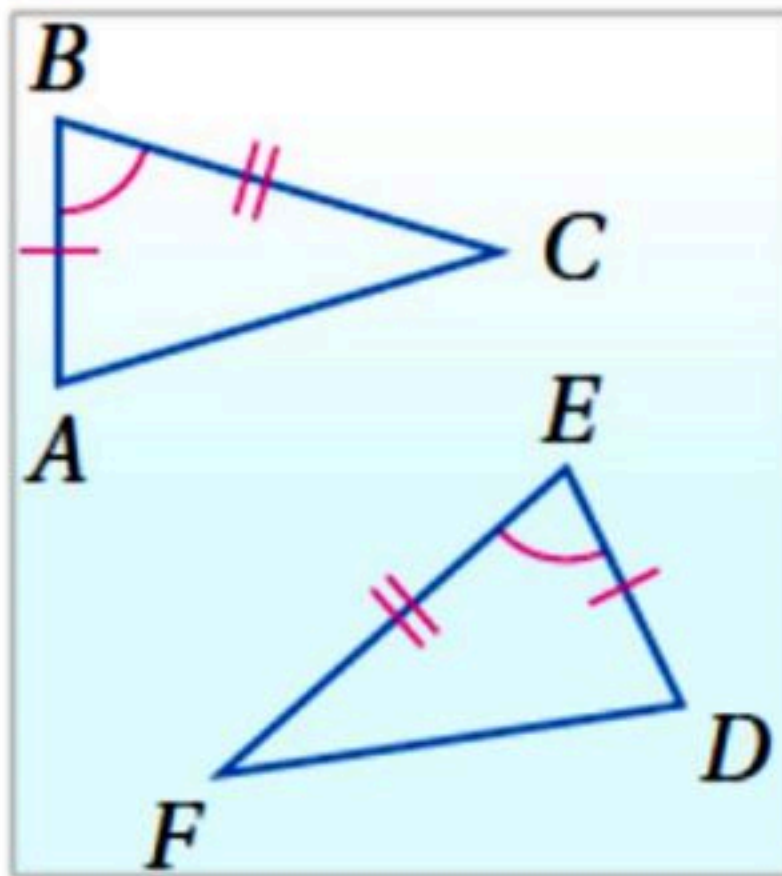
### مسلمة 3.1 : التطابق بثلاثة أضلاع ( $SSS$ )



فإن  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$



### مسلمة 3.2 : التطابق بضلعان و الزاوية المحصورة بينهما ( $SAS$ )



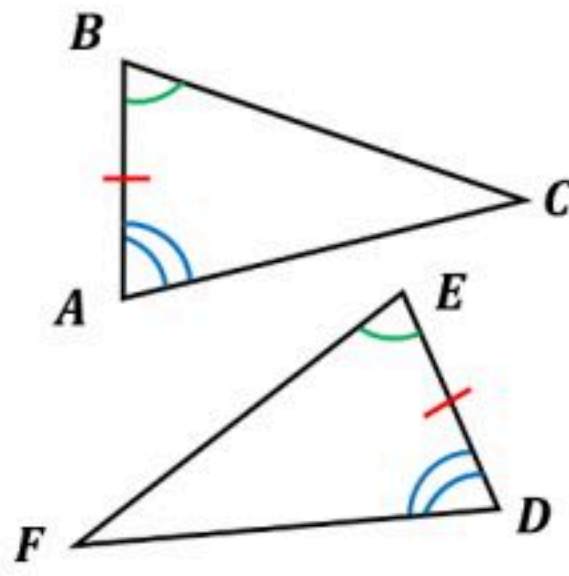
فإن  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$



## إثبات تطابق المثلثات $ASA$ , $AAS$ (3 - 5)

إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقان .

# ASA

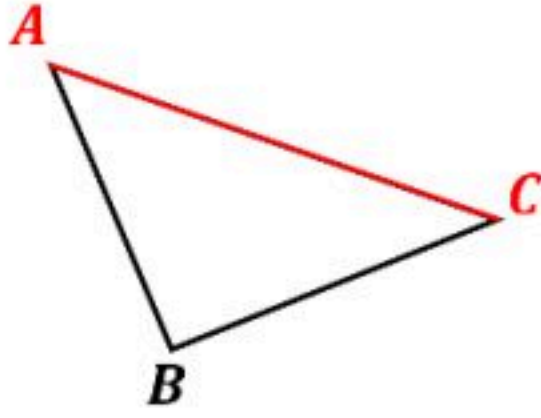


إذا كانت :  $\angle A \cong \angle D$

$\overline{AB} \cong \overline{DE}$

$\angle B \cong \angle E$

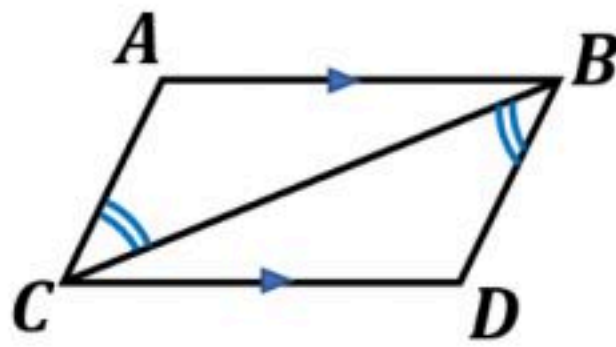
فإن :  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$



الضلع الواقع بين زاويتين متتاليتين لمضلع يسمى الضلع المحصور .

مثال

اكتب برهاناً: المعطيات :  $AB \parallel CD$  ،  $\angle CBD \cong \angle BCA$  ، المطلوب :  $\triangle CAB \cong \triangle BDC$



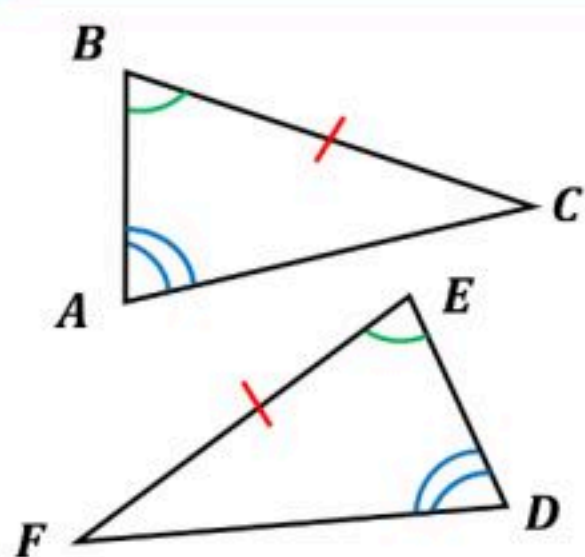
المبررات	العبارات
معطيات	$\angle CBD \cong \angle BCA$ ، $AB \parallel CD$
الزوايا المتبادلة	$\angle ABC \cong \angle DCB$
خاصية الانعكاس	$\overline{CB} \cong \overline{CB}$
ASA	$\triangle CAB \cong \triangle BDC$



## (3 - 5) إثبات تطابق المثلثات ASA , AAS

# AAS

إذا طابقت زاويتان وضع غير محصور بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر ، فإن المثلثين متطابقان .



إذا كانت :  $\angle A \cong \angle D$

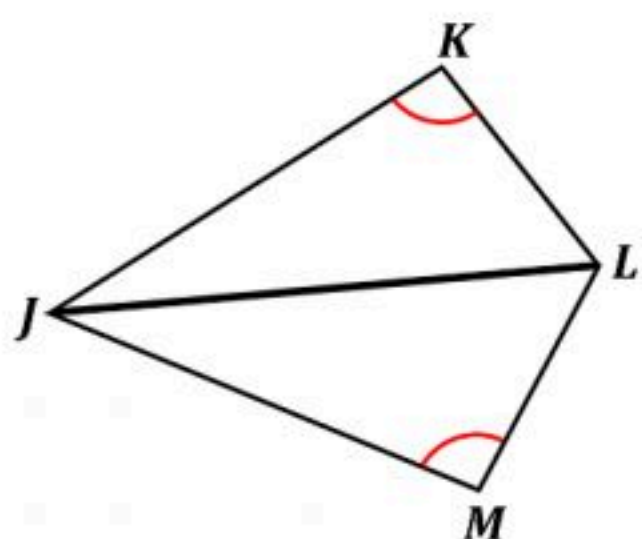
$\angle B \cong \angle E$

$\overline{BC} \cong \overline{EF}$

فإن :  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

مثال

اكتب برهاناً: المعطيات :  $\angle K \cong \angle M$  ،  $JL$  تنصف  $\angle KLM$  ، المطلوب :  $\triangle JKL \cong \triangle JML$

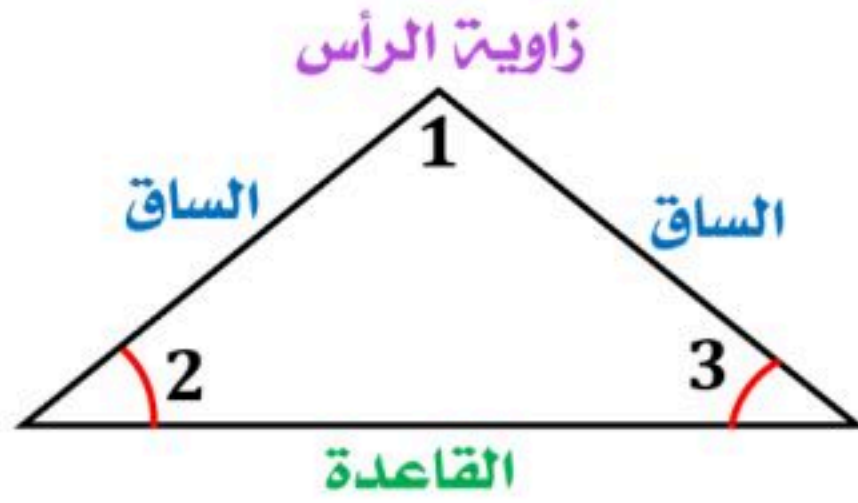


المبررات	العبارات
معطيات	$\angle K \cong \angle M$ ، $JL$ تنصف $\angle KLM$
تعريف منصف الزاوية	$\angle KLJ \cong \angle MLJ$
خاصية الانعكاس	$\overline{JL} \cong \overline{JL}$
AAS	$\triangle JKL \cong \triangle JML$



## (3 - 6) المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

### خصائص المثلث المتطابق الضلعين

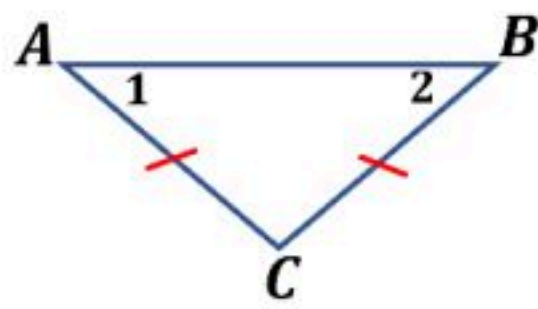


يسمى الضلعان المتطابقان الساقين.

الزاوية التي ضلعاها الساقان تسمى زاوية الرأس.

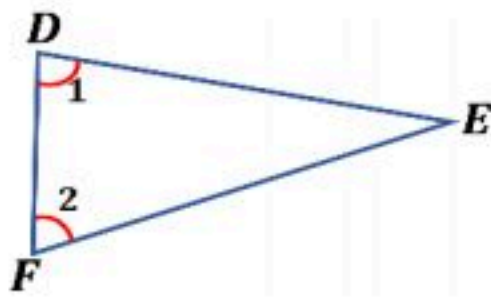
يسمى الضلع المقابل لزاوية الرأس القاعدة.

الزاويتان المكونتان من القاعدة والضلعين المتطابقين تسميان زاويتي القاعدة.



إذا تطابق ضلعان في مثلث ، فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان .

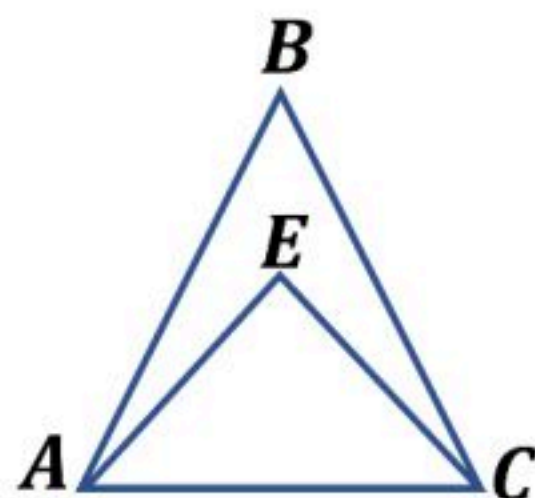
مثال: إذا كان  $\overline{AC} \cong \overline{BC}$  ، فإن  $\angle 1 \cong \angle 2$



إذا تطابقت زاويتان في مثلث ، فإن الضلعين المقابلين لهما متطابقان .

مثال: إذا كان  $\angle 1 \cong \angle 2$  ، فإن  $\overline{FE} \cong \overline{DE}$

مثال



باستعمال الشكل المجاور : أجب عما يأتي :

- إذا كان  $\overline{AB} \cong \overline{CB}$  ، فسمّ زاويتين متطابقتين .

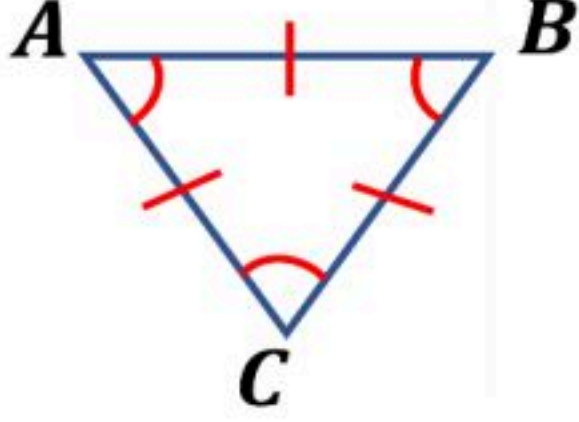
$$\angle ACB \cong \angle CAB$$

- إذا كان  $\angle EAC \cong \angle ECA$  ، فسمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين .

$$\overline{EC} \cong \overline{EA}$$

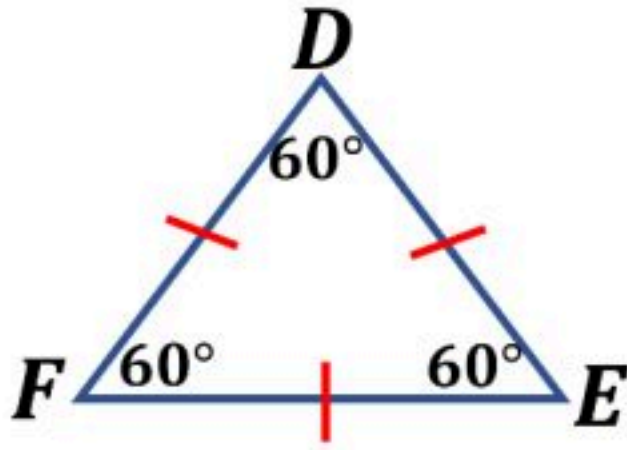
(6 - 3) المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

خصائص المثلث المتطابق الأضلاع



يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا وفقط إذا كان متطابق الزوايا .

إذا كان :  $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$  ، فإن :  $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$

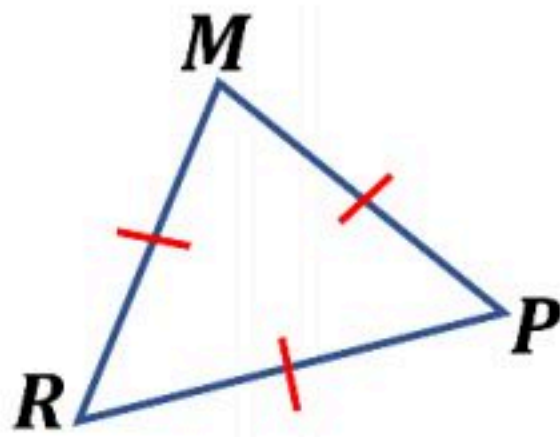


قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع  $60^\circ$

إذا كان  $\overline{DE} \cong \overline{EF} \cong \overline{FD}$  فإن :  $m\angle E \cong m\angle F \cong m\angle D = 60^\circ$

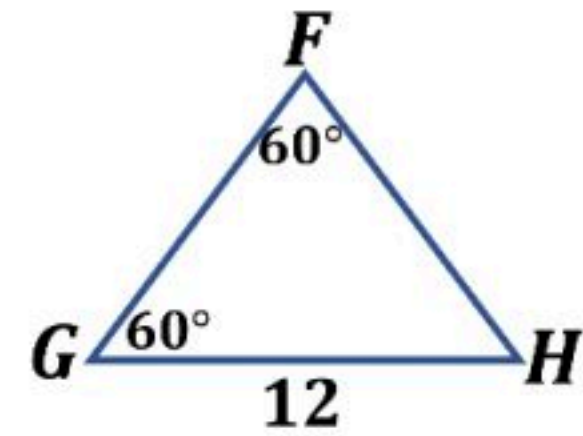
مثال

أوجد قياس كلا من :



$m\angle MPR$

$$m\angle MPR = 60^\circ$$



$FH$

$$FH = 12$$

## (3 - 7) المثلثات والبرهان الإحداثي

### البرهان الإحداثي

برهان يستعمل الأشكال في المستوى الإحداثي و الجبر لإثبات صحة المفاهيم الهندسية .

### خطوات البرهان الإحداثي

3

نستعمل البرهان الإحداثي

أهم القوانين المستخدمة

في البرهان الإحداثي :

قانون نقطة المنتصف

$$\left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

قانون الميل  $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

قانون المسافة بين نقطتين

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

2

إيجاد الإحداثيات

- إحداثيات الرأس الذي يقع عند نقطة الأصل  $(0, 0)$  .

- الرأس الذي يقع على محور  $x$  يكون إحداثي  $y$  له يساوي صفر .

- الرأس الذي يقع على محور  $y$  يكون إحداثي  $x$  له يساوي صفر .

- قد نستخدم قانون نقطة المنتصف لإيجاد بعض الرؤوس .

1

تمثيل الشكل في المستوى الإحداثي

1 - نجعل نقطة الأصل رأساً للمثلث .

2 - نرسم ضلعاً واحداً على الأقل من أضلاع المثلث على أحد المحورين .

3 - نرسم المثلث في الربع الأول إن أمكن .

4 - نستعمل الإحداثيات التي تجعل الحسابات أبسط ما يمكن .

### تصنيف المثلثات

يمكن تصنيف المثلثات ( حسب أضلاعها ) باستعمال البرهان الإحداثي وذلك باتباع الخطوات التالية :

1 - تحديد الإحداثيات على المستوى .

2 - رسم شكل تقريبي للمثلث .

3 - إيجاد أطوال الأضلاع باستخدام قانون المسافة بين نقطتين و المقارنة بينها .

## الفصل الرابع

### العلاقات والمثلثات

<u>اختبر نفسك</u>	<u>الدرس</u>	4-1 المنصفات في المثلث
<u>اختبر نفسك</u>	<u>الدرس</u>	4-2 القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث
<u>اختبر نفسك</u>	<u>الدرس</u>	4-3 المتباينات في المثلث
<u>اختبر نفسك</u>	<u>الدرس</u>	4-4 البرهان الغير مباشر
<u>اختبر نفسك</u>	<u>الدرس</u>	4-5 متباينة المثلث
<u>اختبر نفسك</u>	<u>الدرس</u>	4-6 المتباينات في مثلثين



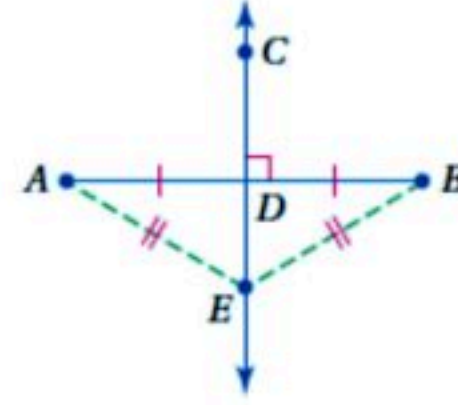
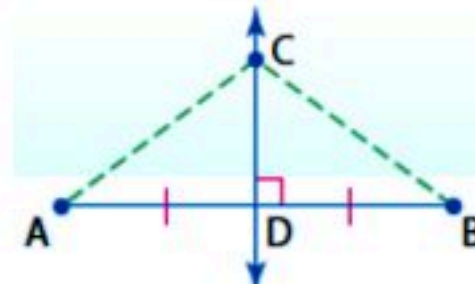
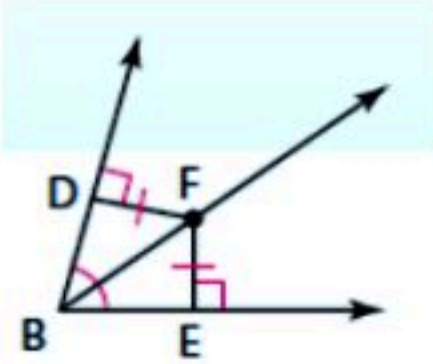
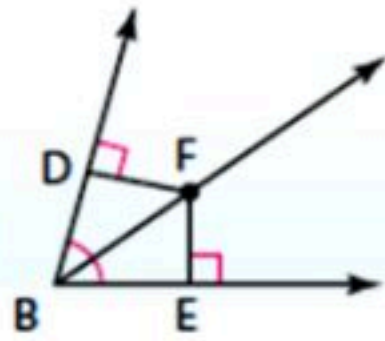
## (1-4) المنصفات في المثلث

### نظرية منصف الزاوية

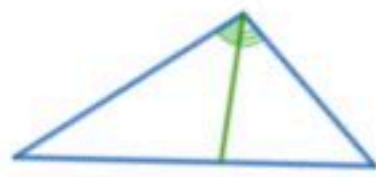
كل نقطة على منصف زاوية تكون على بعدين متساويين من ضلعيها والعكس صحيح.

### نظرية العمود المنصف

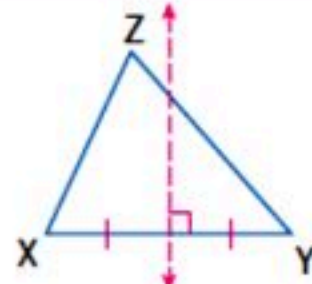
كل نقطة على العمود المنصف لقطعة مستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفي القطعة المستقيمة والعكس صحيح.



### منصف الزاوية

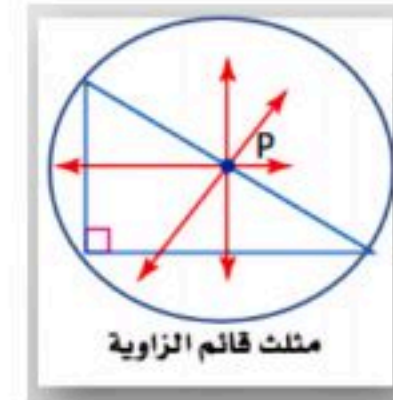


### العمود المنصف



### المستقيم

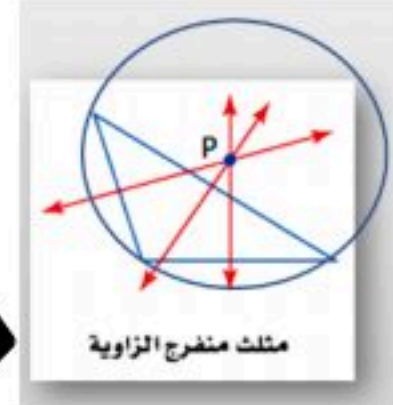
الرسم



هو نصف مستقيم يقسم الزاوية إلى زاويتين متطابقتين

مستقيم عمودي على القطعة ويمر بمنتصفها

تعريفه



3

3

عددها

داخل المثلث

داخل أو خارج أو على المثلث

موقعها

مركز الدائرة الداخلية

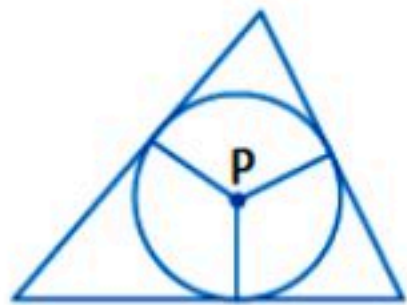
مركز الدائرة الخارجية

نقطة التلاقي

تبعد البعد نفسه عن أضلاع المثلث

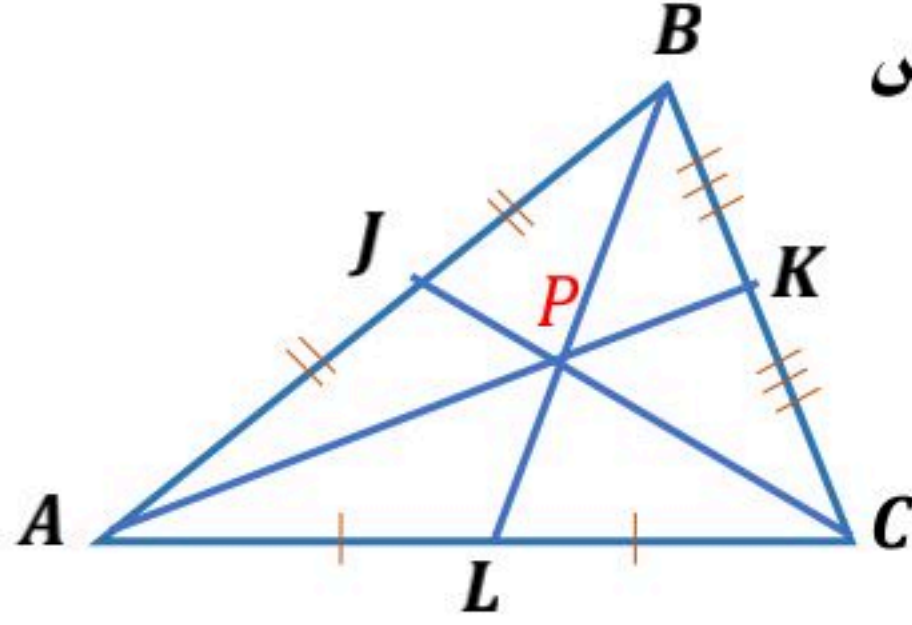
تبعد البعد نفسه عن رؤوس المثلث

خاصيتها



## (2 - 4) القطع المتوسط والارتفاعات في المثلث

**نظرية مركز المثلث:** يبعد مركز المثلث عن كل رأس من رؤوس المثلث ثلثي طول القطعة المستقيمة الواصلة بين ذلك الرأس ومنتصف الضلع المقابل له.

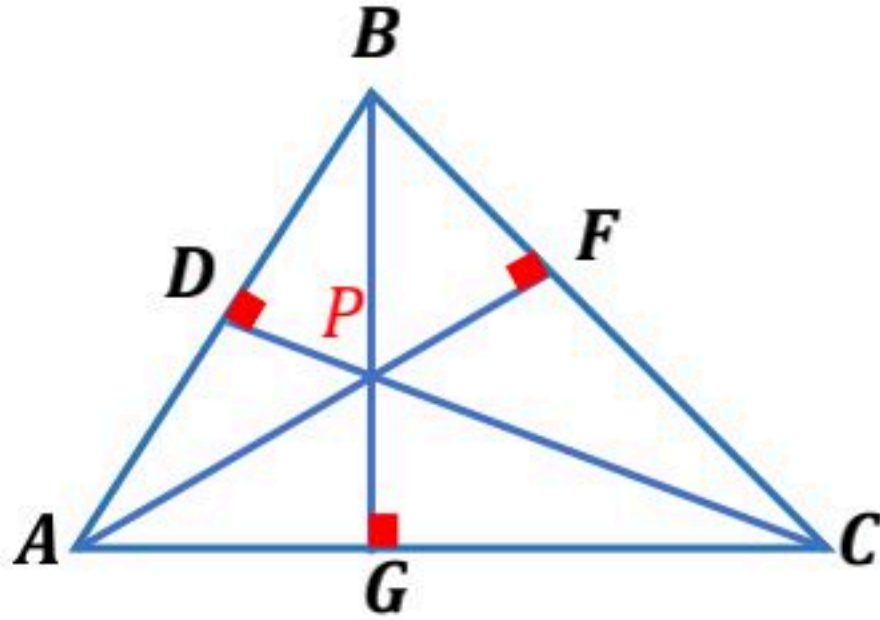


**مثال:**

إذا كانت  $P$  مركز  $\triangle ABC$  فإن

$$AP = \frac{2}{3} AK, BP = \frac{2}{3} BL, CP = \frac{2}{3} CJ$$

**ملتقى الارتفاعات:** تتقاطع المستقيمات التي تحوي ارتفاعات أي مثلث في نقطة تسمى **ملتقى الارتفاعات**.



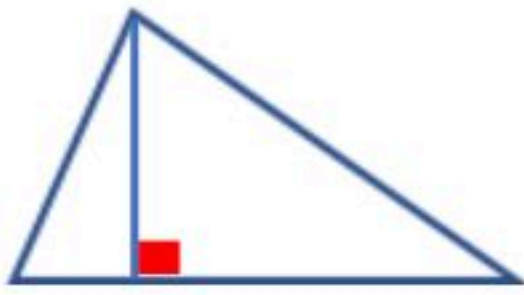
**مثال:** تتقاطع المستقيمات التي تحوي الارتفاعات

$AF, BG, CD$  عند النقطة  $P$

وهي ملتقى الارتفاعات للمثلث  $ABC$ .

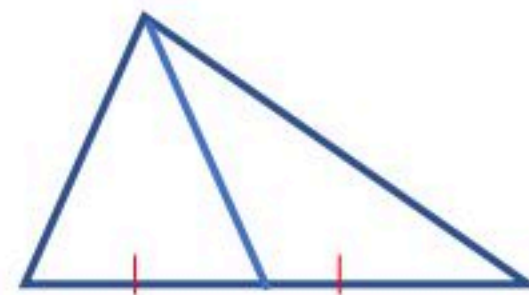
### قطع مستقيمة ونقاط خاصة في المثلث

**الارتفاع:**



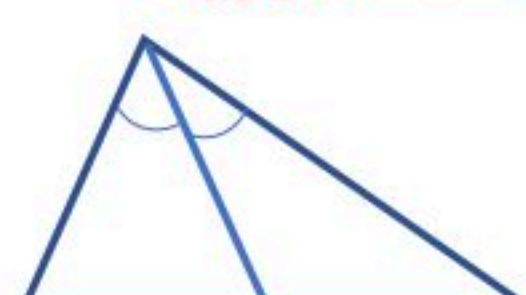
**نقطة التلاقي:** ملتقى الارتفاعات.

**القطعة المتوسطة:**



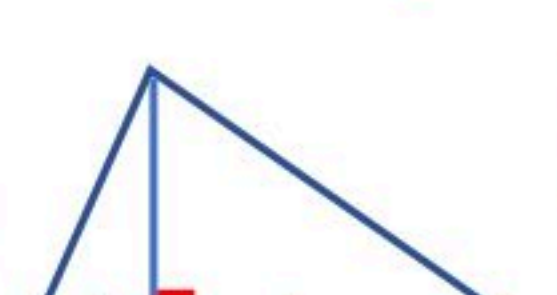
**نقطة التلاقي:** مركز المثلث.

**منصف الزاوية:**



**نقطة التلاقي:** مركز الدائرة الداخلية.

**العمود المنصف:**



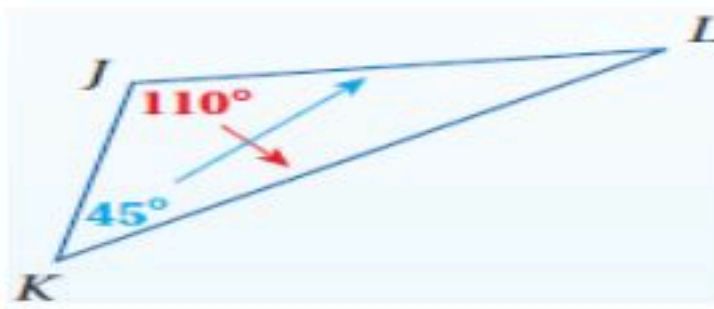
**نقطة التلاقي:** مركز الدائرة الخارجية.

المتباينات في المثلث

نظرية متباينة زاوية - ضلع :

إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث أكبر من قياس زاوية أخرى ، فإن الضلع المقابل للزاوية الكبرى يكون أطول من الضلع المقابل للزاوية الصغرى .

مثال :



بما أن :  $m\angle J > m\angle K$

فإن :  $KL > JL$

نظرية متباينة ضلع - زاوية :

إذا كان أحد أضلاع مثلث أطول من ضلع آخر فإن قياس الزاوية المقابلة للضلع الأطول يكون أكبر من قياس الزاوية المقابلة للضلع الأقصر .

مثال :



بما أن  $XY > YZ$

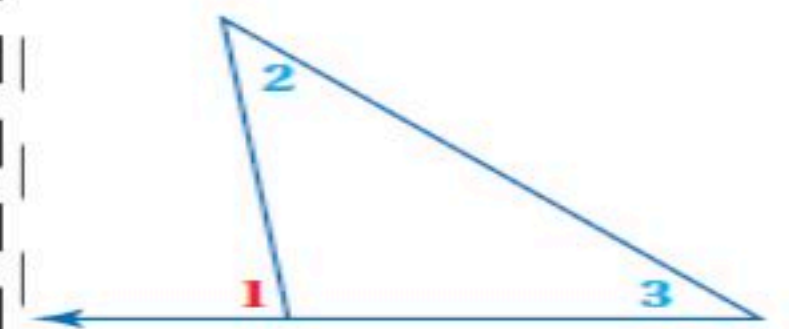
فإن :

$m\angle Z > m\angle X$

نظرية متباينة الزاوية الخارجية :

قياس الزاوية الخارجية لمثلث أكبر من قياس أي من الزاويتين البعديتين عنها .

مثال :



$m\angle 1 > m\angle 2$

$m\angle 1 > m\angle 3$



## (4 - 4) البرهان الغير مباشر

البرهان

**برهان مباشر:** يستعمل فيه التبرير مباشر تبدأ بمعطيات صحيحة و تثبت أن النتيجة صحيحة .

**برهان غير مباشر:** يستعمل فيه التبرير الغير مباشر حيث تفترض أن النتيجة خاطئة مما يؤدي الى تناقض مع المعطيات .

خطواته

**صياغة افتراض للبدء في برهان غير مباشر**

**مثال:**

النقاط  $J, K, L$  تقع على استقامة واحدة.

**الافتراض:**

النقاط  $J, K, L$  لا تقع على استقامة واحدة.

1- حدد النتيجة التي ستبرهنها ، ثم افترض خطأها وذلك بافتراض نفيها صحيح .

2- استعمل التبرير المنطقي لتبين أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض مع المعطيات أو تعريف أو مسلمة أو نظرية .

3- بما أن الافتراض الذي بدأت فيه أدى إلى تناقض فيبين أن النتيجة الأصلية المطلوب إثباتها يجب أن تكون صحيحة .

يستعمل لإثبات

**المواقف الحياتية:**

مثال / سجل فهد 13 هدفاً لصالح فريقه المدرسي في المباريات الست الأخيرة . أثبت أن متوسط عدد الأهداف التي سجلها في كل مباراة كان أقل من 3

**صحة المفاهيم الجبرية:**

مثال / اكتب برهاناً غير مباشراً لتبين أنه :  
إذا كان  $16 > -3x + 4$  فإن  $x < -4$

**مفاهيم نظرية الأعداد:**

مثال / اكتب برهاناً غير مباشراً لإثبات أنه إذا كان  $x + 2$  عدداً زوجياً ، فإن  $x$  عدد زوجي . يرمز للعدد الزوجي  $2k$  ويرمز للعدد الفردي  $2k + 1$

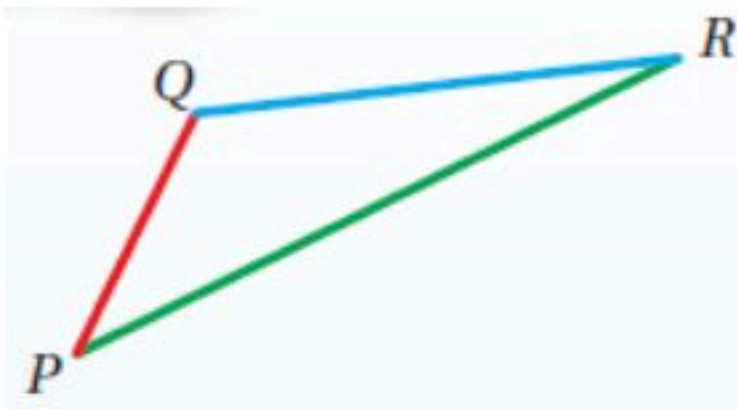
**صحة العبارات الهندسية:**

أثبت أن قياس الخارجية لمثلث يكون أكبر من قياس كل من الزاويتين الداخليتين البعديتين عنها.



## (4 - 5) متباينة المثلث

### نظرية متباينة المثلث



مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.

$$PQ + QR > PR \quad \text{أمثلة}$$

$$QR + PR > PQ$$

$$PR + PQ > QR$$

**مثال:** حدد ما إذا كانت القياسات التالية  $17in, 15in, 8in$  تمثل أطوال أضلاع مثلث أو لا ؟

تحقق من صحة كل متباينة.

$$15 + 17 \stackrel{?}{>} 8$$

$$\checkmark 32 > 8$$

$$8 + 17 \stackrel{?}{>} 15$$

$$\checkmark 25 > 15$$

$$8 + 15 \stackrel{?}{>} 17$$

$$\checkmark 23 > 17$$

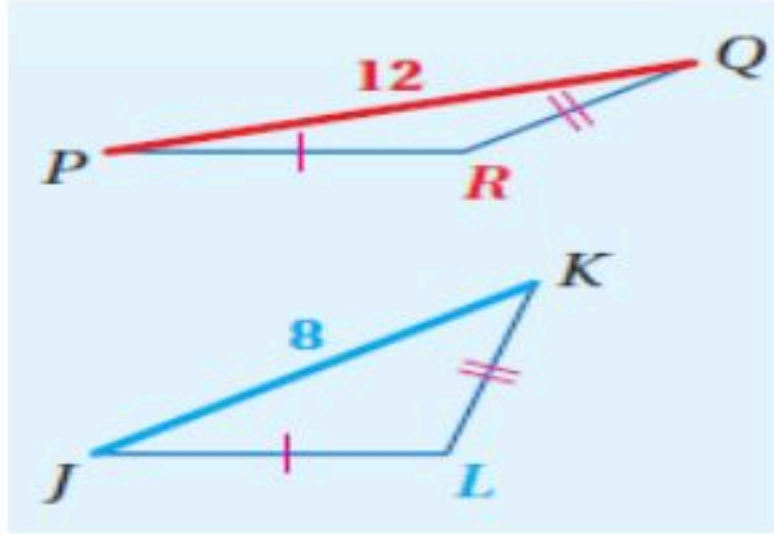
بما أن مجموع طولي أيّ قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، فإن القطع المستقيمة التي أطوالها 8, 15, 17 تكون مثلثًا.

## ( 6 - 4 ) المتباينات في مثلثين

### عكس متباينة SAS (SSS):

إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين  
مناظرين في مثلث آخر، وكان  
الضلع الثالث في المثلث الأول  
أطول من الضلع الثالث في المثلث  
الثاني، فإن قياس الزاوية  
المحصورة في المثلث الأول  
يكون أكبر من قياس الزاوية  
المحصورة في المثلث الثاني.

مثال:

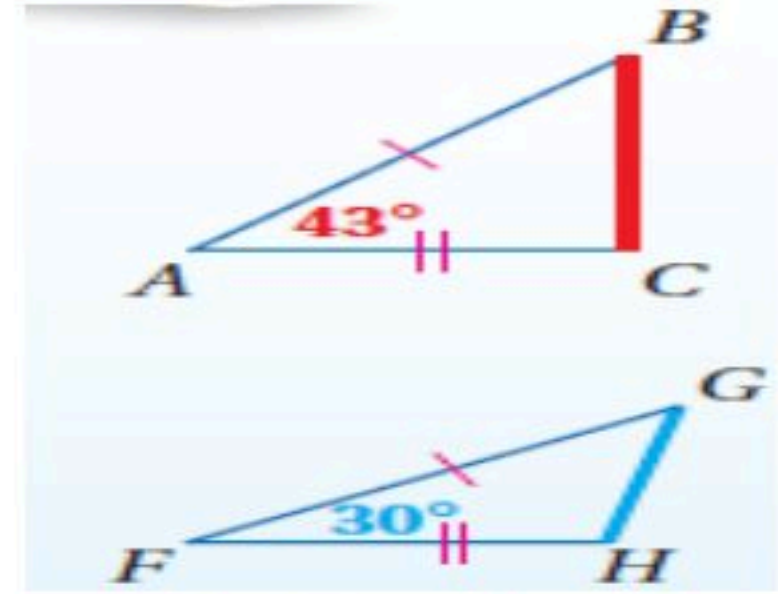


إذا كان:  $\overline{PR} \cong \overline{JL}$ ,  $\overline{QR} \cong \overline{KL}$ ,  $PQ > JK$   
فإن  $m\angle R > m\angle L$ .

### متباينة SAS:

إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين  
مناظرين في مثلث آخر، وكان  
قياس الزاوية المحصورة في  
المثلث الأول أكبر من قياس  
الزاوية المحصورة في المثلث  
الثاني، فإن الضلع الثالث في  
المثلث الأول يكون أطول من  
الضلع الثالث في المثلث الثاني.

مثال:



إذا كان:  $\overline{AB} \cong \overline{FG}$ ,  $\overline{AC} \cong \overline{FH}$ ,  $m\angle A > m\angle F$   
فإن  $BC > GH$ .

المتباينات  
في مثلثين

# الفصل الأول

## الأشكال الرباعية

<u>اختبر نفسك</u>	<u>الدرس</u>	١-١ زوايا المضلع
<u>اختبر نفسك</u>	<u>الدرس</u>	٢-١ متوازي الأضلاع
<u>اختبر نفسك</u>	<u>الدرس</u>	٣-١ تمييز متوازي الأضلاع
<u>اختبر نفسك</u>	<u>الدرس</u>	٤-١ المستطيل
<u>اختبر نفسك</u>	<u>الدرس</u>	٥-١ المعين و المربع
<u>اختبر نفسك</u>	<u>الدرس</u>	٦-١ شبه المنحرف والظائرة الورقية

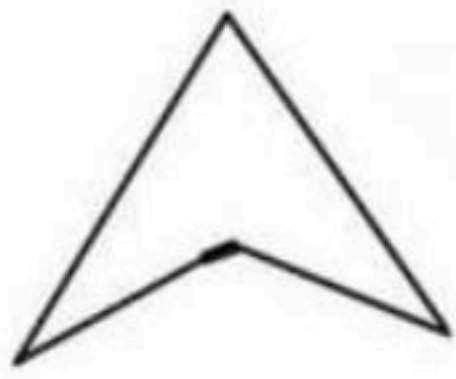


## زوايا المضلع

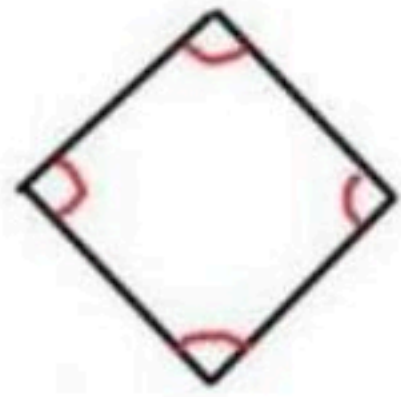
**المضلع** هو شكل مغلق يتكون من ثلاث قواطع مستقيمة أو أكثر

**بشرط:**

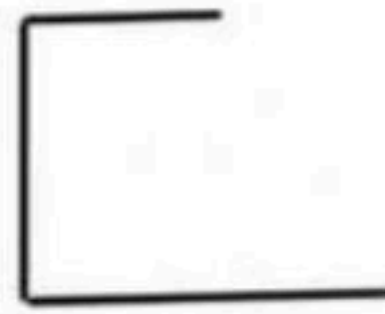
- لا يتقاطع بعضها مع بعض ..
- غير مفتوح ..



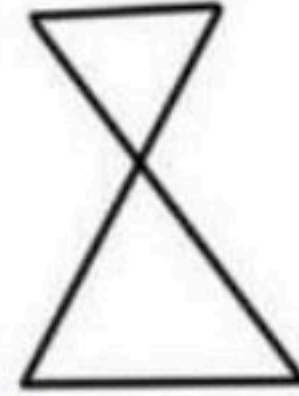
مضلع مقعر



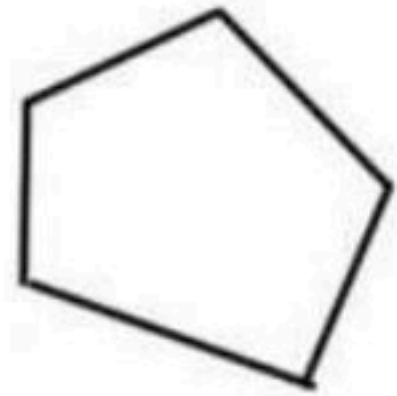
مضلع منتظم



ليس مضلع لأنه مفتوح



ليس مضلع لأنه متقاطع



مضلع محدب

## زوايا المضلع

قياس إزاوية الخارجية في مضلع منتظم

$$x = \frac{360^\circ}{n}$$

قياس الزوايا الداخلية لمضلع منتظم

$$x = \frac{(n-2)180^\circ}{n}$$

مجموع الزوايا الخارجية للمضلع المحدب

$$دائماً = 360^\circ$$

مجموع الزوايا الداخلية للمضلع المحدب

$$S = (n-2)180^\circ$$

حيث  $S$  مجموع الزوايا الداخلية  
 $n$  عدد الأضلاع  
 $x$  قياس الزاوية الواحد

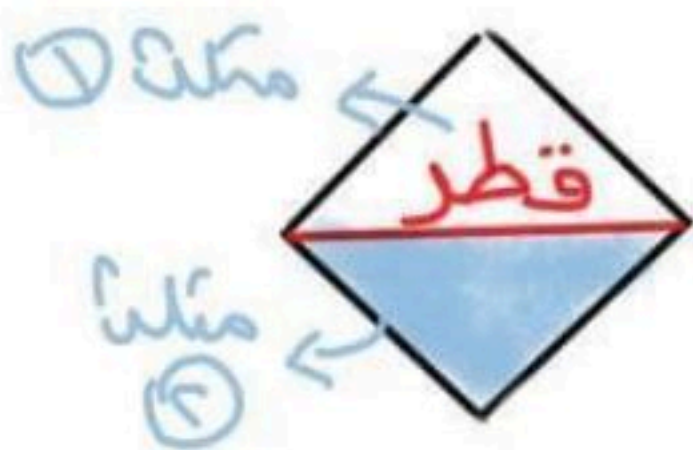
# # الزاوية الداخلية والزاوية الخارجية لأي

مضلع محدب متكاملة لأنها متجاورة

على خط مستقيم ..

الزاوية الداخلية =  $180^\circ -$  الزاوية الخارجية

الزاوية الداخلية =  $180^\circ -$  الزاوية الخارجية



\* عدد المثلثات في مضلع =  $n - 2$

\* عدد الأقطار في مضلع =  $n - 3$

عدد الأضلاع  $n$  للمضلع المحدب

عندما يكون المعطى زاوية داخلية في مضلع منتظم

عندما يكون المعطى مجموع الزوايا الداخلية لأي مضلع

عندما يكون المعطى زاوية خارجية في مضلع منتظم

$$n = \frac{360^\circ}{(زاوية - 180^\circ) \text{ الداخلية}}$$

$$n = \frac{\Sigma}{180^\circ} + 2$$

$$n = \frac{360^\circ}{\text{الزاوية الخارجية}}$$

\* اوجد عدد الاضلاع لمضلع منتظم اذا كان قياس زاوية الداخلية يساوي  $135^\circ$

$$n = \frac{360^\circ}{(180^\circ - 135^\circ)}$$

أضلاع  $n = 8$

\* اوجد عدد الاضلاع لمضلع مجموع قياسات زواياه الداخلية =  $360^\circ$

$$n = \frac{360}{180} + 2$$

أضلاع  $n = 4$

\* اوجد عدد الاضلاع لمضلع منتظم اذا كان قياس زاوية الخارجية =  $40^\circ$ !

$$n = \frac{360^\circ}{40^\circ}$$

أضلاع  $n = 9$

## أمثلة توضيحية

\* أوجد مجموع الزوايا الداخلية للمضلع السداسي!

$$S = (n-2) 180^\circ$$

$$S = (6-2) 180^\circ$$

$$S = (4) 180^\circ$$

$$S = 720^\circ$$

\* أوجد مجموع الزوايا الخارجية لمضلع سداسي في  $360^\circ$

\* اوجد قياس الزاوية الخارجية الواحدة في السداسي

$$X = \frac{360^\circ}{6}$$

$$X = 60^\circ$$

المنتظم!

\* أوجد قياس الزاوية الداخلية في المضلع السداسي

$$X = \frac{(6-2) 180^\circ}{6}$$

$$X = \frac{(4) 180^\circ}{6}$$

$$X = 120^\circ$$

المنتظم!



## ملحوظة

عدد الأقطار

المنطقة من رأس واحد

$$(n-3)$$

عدد المثلثات

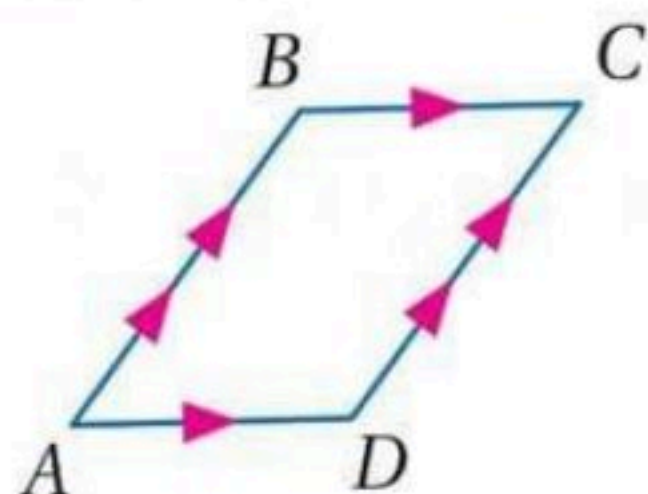
بالقسيم من رأس واحد

$$(n-2)$$



# متوازي الاضلاع

هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيين  
يرمز له بالرمز □



في □ ABCD نجد أن:

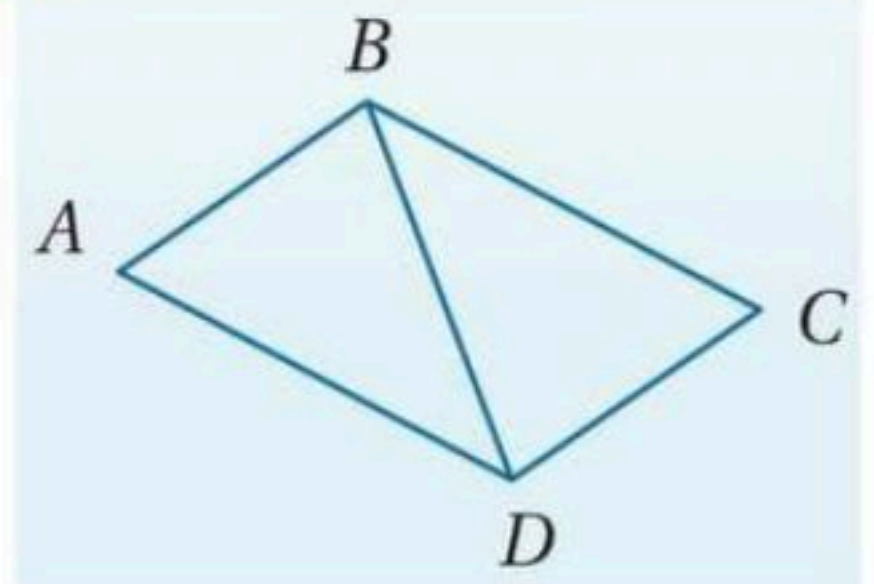
$$\overline{BC} \parallel \overline{AD} \text{ و } \overline{AB} \parallel \overline{DC}$$

## خصائصه

<p>إذا كانت إحدى زوايا متوازي الاضلاع قائمه فإن زواياه الأخرى قوائم</p>	<p>كل زاويتين متقابلتين متكاملتين <math>x^\circ + y^\circ = 180^\circ</math></p>	<p>كل زاويتين متقابلتين متطابقتين <math>\angle J \cong \angle L</math> <math>\angle K \cong \angle M</math></p>	<p>كل ضلعين متقابلين متطابقان <math>\overline{JK} \cong \overline{ML}</math> <math>\overline{JM} \cong \overline{KL}</math></p>

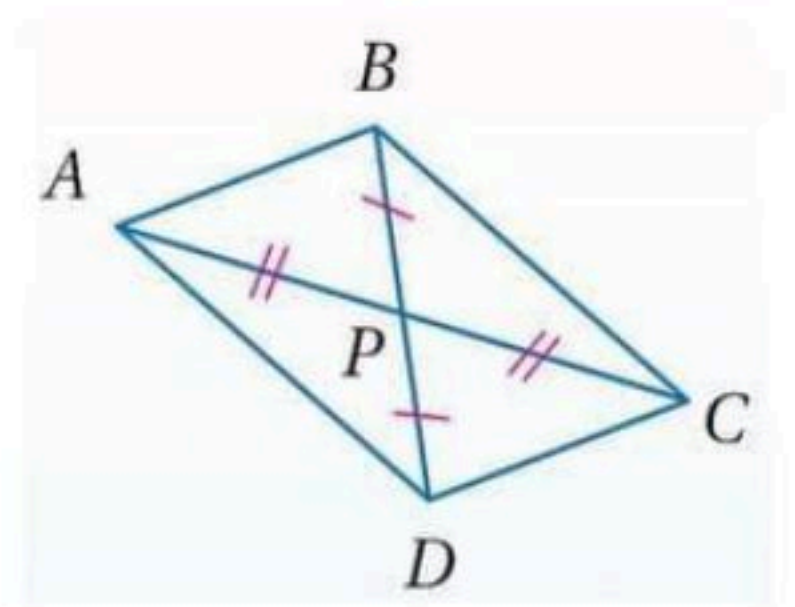
## أقطاره

قطر متوازي الاضلاع  
يقسمه إلى مثلين متطابقين



قطر متوازي الاضلاع  
ينصف كل منها الآخر

$$\overline{AP} \cong \overline{PC} \text{ و } \overline{DP} \cong \overline{PB}$$





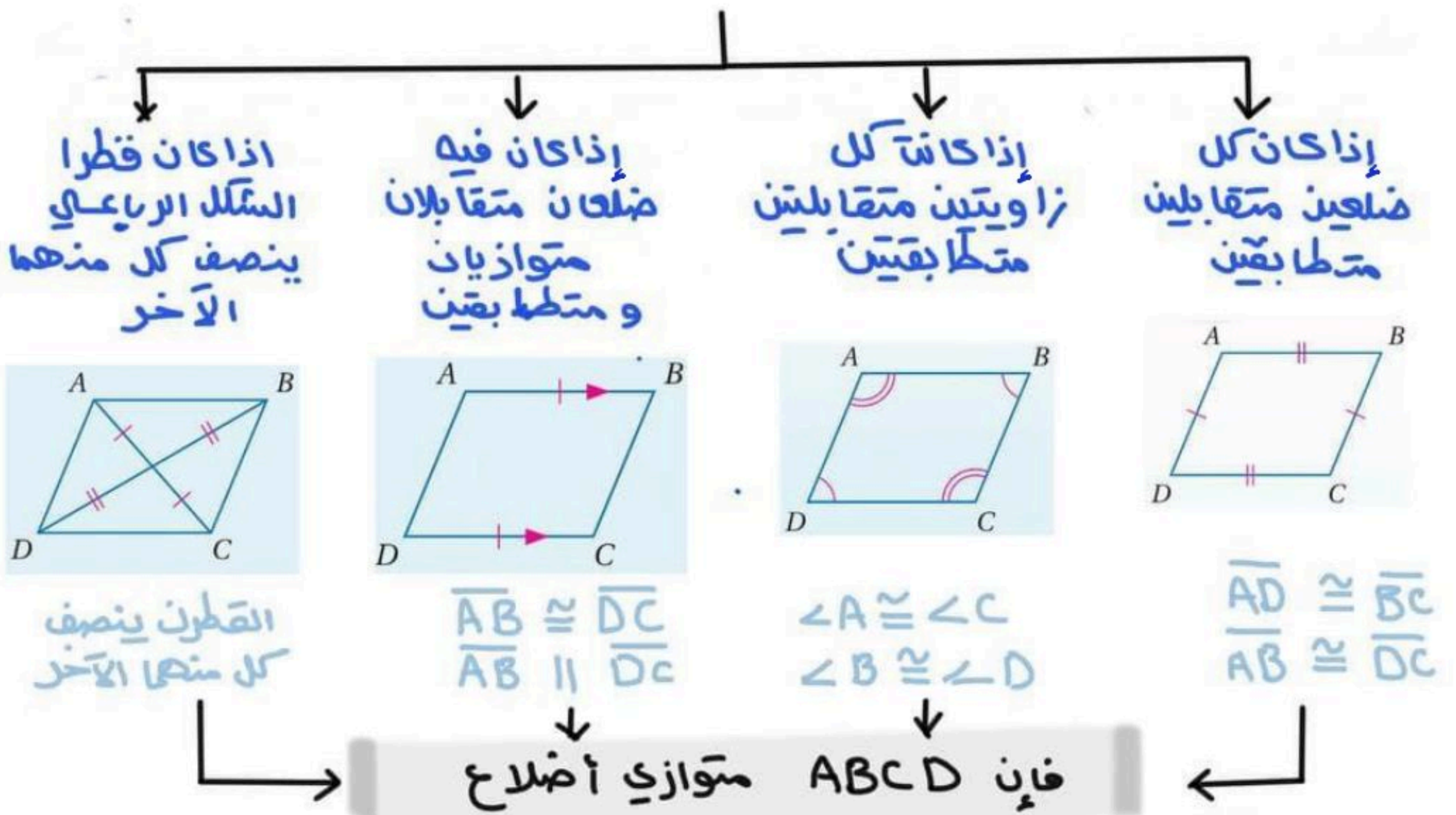


## تمييز متوازي الأضلاع

# لتحديد أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع يمكننا استعمال مبرهنة نقطة المنتصف فإذا كانت نقطتا المنتصف للقطرين متساويتين فإن القطرين ينصف كل منهما الآخر وبالتالي الشكل متوازي أضلاع ..

## شروط متوازي الأضلاع

لأي شكل رباعي متى يكون متوازي أضلاع



## لتمييز متوازي الأضلاع في المستوى الإحداثي

مبرهنة نقطة المنتصف

$$\left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

مبرهنة المسافة بين نقطتين

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

مبرهنة الميل

$$= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



# المستطيل

هو متوازي أضلاع زواياه الأربعة قوائم

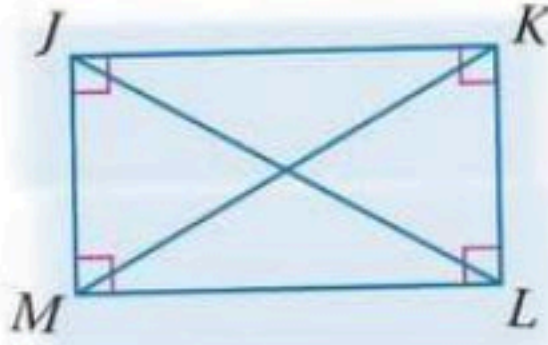
## قطر المستطيل

إذا كان متوازي الأضلاع

مستطيلاً فإن قطراه

متطابقين ..

إذا كان  $\square JKLM$   
فإن  $\overline{JL} \cong \overline{MK}$



## خصائصه

① الزوايا الأربع قوائم

② كل زاويتين متقابلتين متطابقتين

③ القطران ينصف كل منهما الآخر

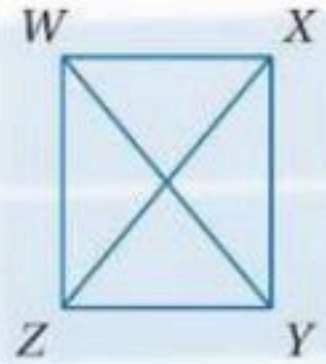
④ كل ضلعين متقابلين متوازيان  
ومتطابقين

⑤ كل زاويتين متجاورتين

متكاملتين

## \* متى يكون متوازي الأضلاع مستطيلاً؟

إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين فإنه مستطيل



\* مثال في  $\square WXYZ$  إذا كان

$\overline{WY} \cong \overline{XZ}$  فإنه مستطيل

# كل مستطيل متوازي أضلاع

لكن ليس كل متوازي أضلاع مستطيل ..

## لتمييز المستطيل في المستوى الإحداثي باستخدام

### صيغة الميل

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

### صيغة المسافة بين نقطتين

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



## المعين والمربع

المعين : متوازي أضلاع بجميع أضلاعه متطابقة ..

### قطرته

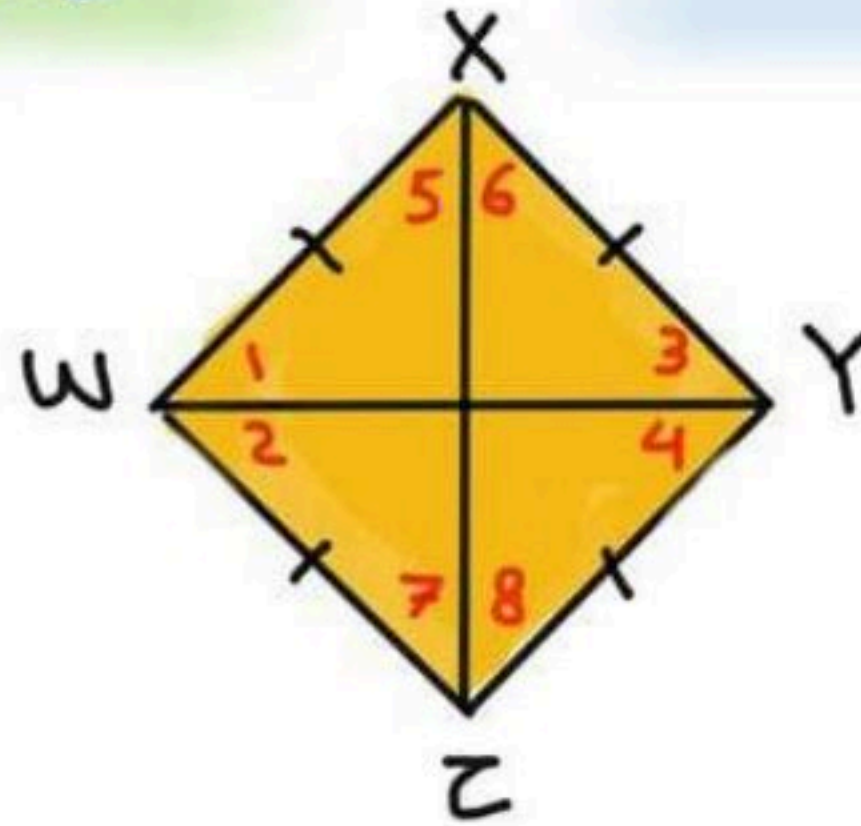
القطر ينصف الزوايا المتقابلة وعليه فإن

$$\angle 1 \cong \angle 2 \cong \angle 3 \cong \angle 4$$

و

$$\angle 5 \cong \angle 6 \cong \angle 7 \cong \angle 8$$

القطران متعامدان لذلك الزوايا الناتجة من تقاطع القطران قوائم وبذلك يقسمان الشكل إلى 4 مثلثات قائمة الزاوية ومتطابقة



### المعين الإلبي

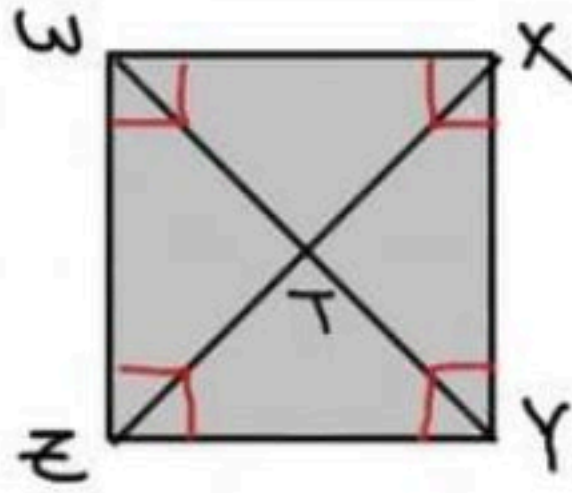
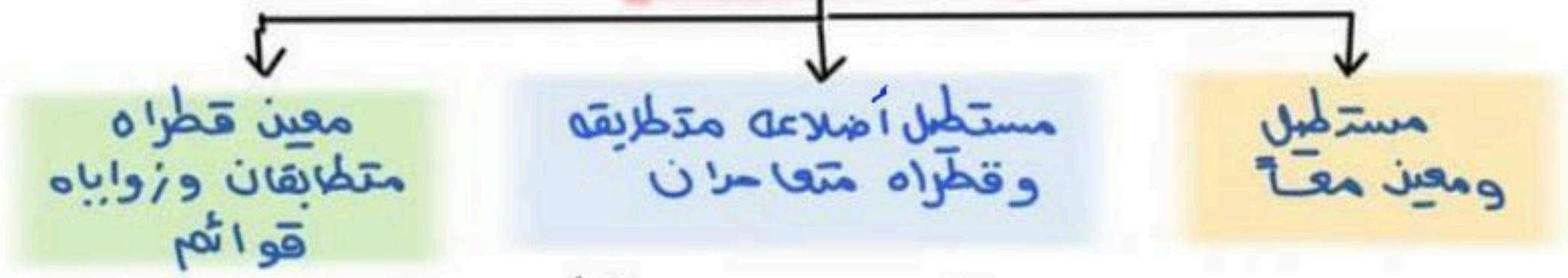
الإلبي يسمى بإلبي فكل معين متوازي أضلاع

وليس كل متوازي أضلاع معين ..

## المعين والمربع

لمربع : متوازي أضلاع زواياه قوائم و أضلاعه متطابقة .

### خصائصه



### المربع (المفيد) :

الإبن يسمى بأبيه ..

فنقول كل مربع مستطيل وكل مربع معين وكل

مربع متوازي أضلاع .. أما العكس غير صحيح ..

فليس كل مستطيل مربع ولا كل معين مربع ولا كل

متوازي أضلاع مربع ..

### لتحديد المعين والمربع في مستوى إحداثي

مسافة بين نقطتين

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

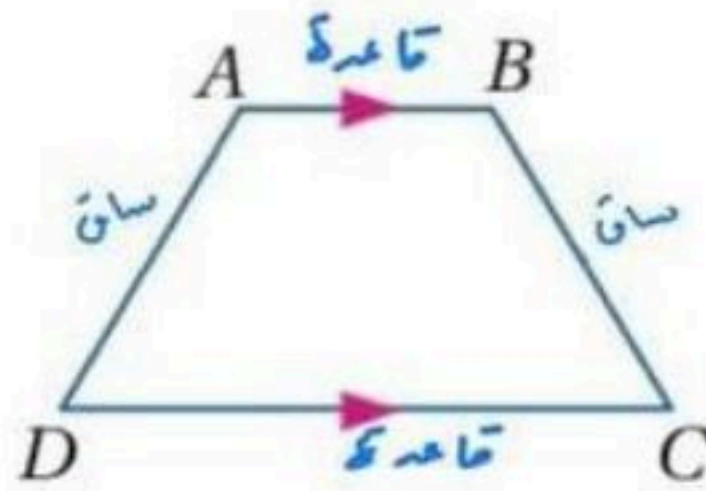
مائلة

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



## شبه المنحرف والطارئة الورقية

شبه المنحرف: شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان ويسميان قاعدتا شبه المنحرف وغير المتوازيان يسميان ساقا شبه المنحرف ..



إذا كان الساقان متطابقان سمي شبه المنحرف المتطابق الساقين

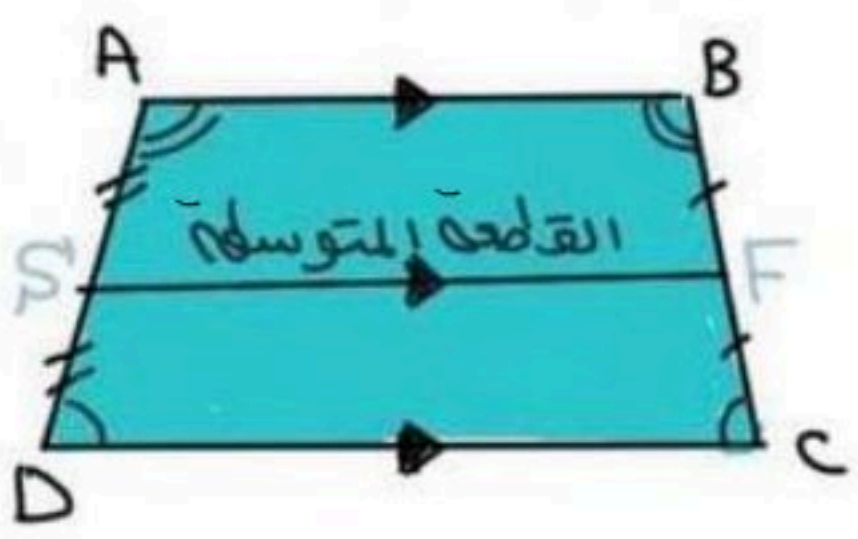
### خصائصه

**القطعة المتوسطة**  
في شبه المنحرف هي قطعة مستقيمة تصل بين منتصف الساقين لشبه منحرف ..

إذا كان متطابق الساقين فإن قطراه متطابقين وزاويتا القاعد متطابقان ويعكس صحيح

#### قاعدته

$$SF = \frac{1}{2} (AB + DC)$$



# ولايجاد إحدى القاعدتين من القطعة المتوسطة نضرب القطعة المتوسطة في 2 ثم نطرح منها القاعدة المعطاه

$$DC = 2SF - AB \quad \leftarrow \text{مثلاً}$$

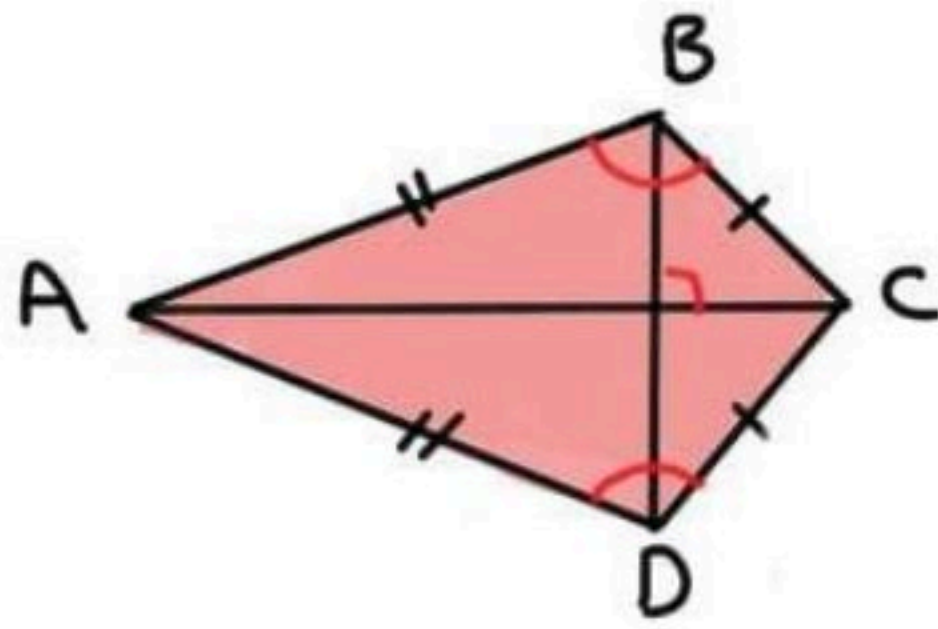
## شبه المنحرف والعاثرة الورقية

العاثرة الورقية: شكل رباعي فيه زوجين متقابلين

من الأضلاع المتجاورة المتطابقة ..

\* على عكس متوازي الأضلاع، كل ضلعين متقابلين

في شكل العاثر الورقية ليسا متطابقين ولا متوازيين



الأضلاع المتساوية

في الطول ..

$$BC = DC, AB = AD$$

AC تنصف  $\angle A$  و  $\angle C$  ولكنها غير متطابقتان

خصائصه:

١- قطرها شكل العاثر الورقية متعامدان -

٢- يوجد زوج واحد من الزوايا المتقابلة متطابقة

الزاويتان المحصورتان بين كل ضلعين متجاورين

$$\angle B \cong \angle D$$

$$\angle A \not\cong \angle C$$

لكن