

مذاكرة أشعة ثلاث وحدات ..

السؤال الأول: لقطعة $A(1, 2, 1)$ و $B(2, 0, 4)$ والمستوي P الذي يمر بهما

١) أكتب معادلات الوسيط للقطعة AB بالنقطتين A, B
 ٢) أكتب معادلات الوسيط للقطعة AB بالنقطتين Q, Q'

٣) أكتب معادلات الوسيط (A, B) عند القطر للقطعة AB بالنقطتين Q, Q'

السؤال الثاني: لقطعة $A(2, 1, 0)$ و $B(1, 0, 1)$ والمستوي P الذي يمر بهما

$$P: 3x + 2y - z = 6 \quad \text{و} \quad \vec{n} = (3, 2, -1)$$

١) أثبت أن المستوي P يعبر عن القطعة AB
 ٢) أكتب معادلات الوسيط للقطعة AB بالنقطتين Q, Q'

السؤال الثالث: لقطعة $A(5, 2, 1)$ و $B(3, 0, 3)$ والمستوي P الذي يمر بهما

١) أكتب معادلات الوسيط للقطعة AB بالنقطتين Q, Q'

٢) أكتب معادلات الوسيط للقطعة AB بالنقطتين Q, Q'

$$D(1, 1, -3) \quad E(3, 2, 1) \quad C(-2, 5, -2)$$

السؤال الرابع: تأمل النقاط $A(3, 2, 1)$ و $B(1, 2, 0)$ و $C(3, 1, -2)$

١) أثبت أن النقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة

٢) عند أي نقطة للوسط m تنتمي النقطة $M(m, m, 3)$ إلى المستوي ABC ؟

٣) ما المعادلات المستوية التي تتقاطع مع AB, BC, CA في نقطة واحدة

في مستوي واحد

أ. محمد حسن
 ٠٩٢٤١١٥٩

السؤال الثاني

$$\vec{n} = (3, 2, -1) \quad \vec{n} \cdot \vec{u} \neq 0$$

$$\vec{u} = (1, -2, 0)$$

بافتراض أن المستقيم يعطى بالمعادلة

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = 0 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

نفسه في معادله المستقيم

$$6 + 3t - 2 - 4t - 0 = 6$$

$$-t = 2 \Rightarrow t = -2$$

منه

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \\ z = 0 \end{cases} \quad M(0, 3, 0)$$

نقطة تقاطع المستقيم مع المستوى

السؤال الثالث: لنفرض $M(x, y, z)$ نقطة في مستوي α

بافتراض $MA = MB \Rightarrow MA^2 = MB^2$

$$(x-5)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = (x-3)^2 + y^2 + (z-1)^2$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 4y + 4 + z^2 + 2z + 1 = x^2 - 6x + 9 + y^2 + z^2 - 2z + 1$$

$$-6x + 9 + y^2 + z^2 - 2z + 1 = x^2 - 10x - 4y + 2z + 29 = -6x + 9 - 2z$$

$$4x + 4y - 4z - 20 = 0 \quad +4$$

$$x + y - z - 5 = 0$$

C $\Rightarrow -2 + 5 + 2 - 5 = 0 \Rightarrow C \in \alpha$

D $\Rightarrow 1 + 1 + 3 - 5 = 0 \Rightarrow D \in \alpha$

E $3 + 2 - 1 - 5 \neq 0 \Rightarrow E \notin \alpha$

السؤال الرابع:

بافتراض أن المستقيم α يتقاطع مع المستوي β في نقطة واحدة

نوجد معادله المستوي α ABC \perp AB

$$\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0 \Rightarrow n \perp AB$$

$$(a, b, c) \cdot (-2, 0, -1) = 0 \Rightarrow -2a - c = 0 \quad *$$

$$\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0 \Rightarrow n \perp AC$$

$$(a, b, c) \cdot (0, -1, -3) = 0 \Rightarrow -b - 3c = 0 \Rightarrow b = -3c$$

بفرض $c = -2 \Rightarrow a = -1 \quad b = -6$

معادله المستوي α

$$-x - 6y + 2z + d = 0$$

$$-3 - 12 + 2 + d = 0 \Rightarrow d = 13$$

معادله المستوي α

$$-x - 6y + 2z + 13 = 0$$

نقطة التقاطع M

$$-m - 6 + 6 + 13 = 0 \Rightarrow m = 13$$

حل هذا سؤال أسئلة ثلاث درجات

السؤال الأول:

بافتراض أن المستوي α يتقاطع مع المستوي β في نقطة واحدة

$$\vec{p} \cdot \vec{q} = 0 \Rightarrow (a, b, c) \cdot (1, -1, 3) = 0$$

$$a - b + 3c = 0 \quad \text{--- (1)}$$

$$\vec{p} \cdot \vec{r} = 0 \Rightarrow (a, b, c) \cdot (1, 1, 2) = 0$$

$$a + b + 2c = 0 \quad \text{--- (2)}$$

بفرض $c = 2 \Rightarrow a - b + 6 = 0$

$$a + b + 4 = 0$$

$$2a + 10 = 0 \Rightarrow a = -5$$

$$b = 1$$

منه معادله المستوي α AB

$$-5x + y + 2z + d = 0$$

بافتراض $A \in \alpha \Rightarrow -5 + (-1) + 4 + d = 0 \Rightarrow d = 2$

$$d = 2 \Rightarrow -5x + y + 2z + 2 = 0$$

لنوجد معادله المستوي β AB

P: $x - y + 3z - 6 = 0$

Q: $-5x + y + 2z + 2 = 0$

$$-6x + 5z - 2 = 0$$

نفسه في (1)

$$x = \frac{5}{4}z - \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{4}z - \frac{1}{2} - y + 3z - 6 = 0$$

$$y = \frac{17}{4}z - \frac{9}{2}$$

بفرض $z = t$

$$\begin{cases} x = \frac{5}{4}t - \frac{1}{2} \\ y = \frac{17}{4}t - \frac{9}{2} \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

نلاحظ أنه إذا $(1, 1, 1) \in \alpha$ تقع على الخط α

المستوي β فإنه لابد C على الخط α

بإبني (10)

معادله المستوي β

$$-x - 6y + 6 + 13 = 0$$

$$-x - 6y + 19 = 0$$

نفسه في (1)

نقطة التقاطع M

السؤال الخامس