8

الدائرة

التهيئة

أوجد النسبة المئوية من العدد المعطى في كلّ ممّا يأتي:

1) 26% من 500

%26 من 500 = 0.26× 500 = 130

2) 79% من 623

%79 من 623 = 0.79 × 623 = 492.17

3) 19% من 82

19 % من 82 = 0.19 × 82 = 15.58

4) 10% من 180

10 % من 180 = 0.10 × 180 = 18

5) 92% من 90

92 % من 90 = 0.92 × 90 = 82.8

6) 65% من 360

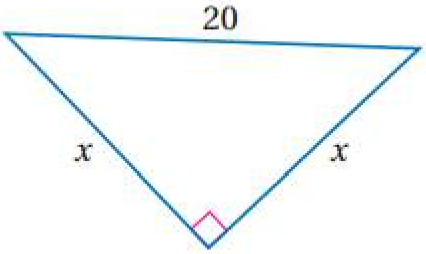
65 % من 360 = 0.65 × 360 = 234

7) **مطاعم:** يُضيف مطعمٌ رسم توصيل قدره 5% على كل طلبٍ. ما رسم خدمة توصيل وجبة غداء سعرها 65 ريالًا؟

رسم خدمة توصيل وجبة غداء = 65 × 5%

= 3.25 ريال

8) أوجد قيمة x ، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب عُشر.



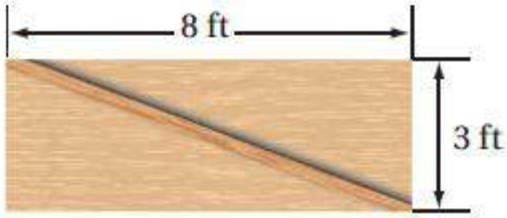
من قاعدة فيثاغورث:

$$x^2 + x^2 = 20^2$$

$$2x^2 = 400$$

$$x = 14.1$$

9) **نجارة:** أراد أحمد أن يضع دعامة على لوح من الخشب، كما في الشكل أدناه
ما طول هذه الدعامة؟



من فيثاغورث

$3^2 + 8^2 =$ (طول الدعامة)^2

طول الدعامة = 8.5 ft

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية باستعمال القانون العام مقربًّا إجابتك إلى أقرب عُشر إذا لزم ذلك.

10) $5x^2 + 4x - 20 = 0$

$$5x^2 + 4x - 20 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 5 \times -20}}{10}$$

$$x = 2.4 \quad \text{or} \quad 1.6$$

11) $x^2 = x + 12$

$$x^2 = x + 12$$

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times -12}}{2}$$

$$x = 4 \quad \text{or} \quad -3$$

12) **ألعاب نارية:** أطلقت ألعاب نارية في الهواء احتفاءً باليوم الوطني، ولم تنفجر إحدى هذه الألعاب، فارتدت إلى الأرض، إذا كان ارتفاعها عن سطح الأرض بعد t ثانية يُعطى بالمعادلة $d = 80t - 16t^2$، فبعد كم ثانية وصلت سطح الأرض؟

تبعد الطلقة النارية عن الأرض = 5 ثوان

$$d = 80t - 16t^2$$

$$0 = 80t - 16t^2$$

$$80t = 16t^2$$

$$t = 5$$

8-1 الدائرة ومحيطها

لماذا؟

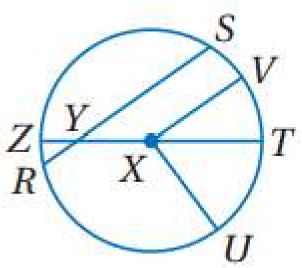
المسافة التي تقطعها في الدورة الواحدة = محيط الدائرة

$= 2\pi r$

$= 44 \times 3.14 \times 2$

$= 276.32$ ft

تحقق



1) سمِّ الدائرة، ونصف قطر، ووترًا، وقطرًا فيها.

بما أن مركز الدائرة هو x تسمى الدائرة x

نصف القطر بها هو: xv ، xt، xu ، xz

الوتر: rs ، tz

القطر: zt

2A) إذا كان $TU = 14$ ft، فأوجد نصف قطر $\odot Q$؟

$$r = \frac{1}{2} d$$

$$r = \frac{1}{2} \times 14 = 7ft$$

2B) إذا كان $QT = 11$ m، فأوجد QU .

$QU = QT$ أنصاف أقطار في الدائرة

$QU = 11m$

3) استعمل الشكل أعلاه لإيجاد RC .

قطر الدائرة r يساوي 20

$$rd = 10$$

$$rc + cd = rd$$

$$rc + 6 = 10$$

$$rc = 4$$

أوجد محيط كلٍّ من الدائرتين الآتيتين مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزءٍ من مئة.

4A) نصف القطر يساوي $2.5\,cm$

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2\pi(2.5)$$

$$C = 15.71cm$$

4B) القطر يساوي $16\,ft$

$$C = \pi d$$

$$C = \pi(16)$$

$$C = 50.27ft$$

5) إذا كان محيط دائرة يساوي $77.8\,cm$، فأوجد قطر الدائرة ونصف قطرها مقرّبين إلى أقرب جزء من مئة.

$$C = \pi d$$

$$77.8 = \pi d$$

$$d = 24.76cm$$

$$C = 2\pi r$$

$$77.8 = 2\pi(r)$$

$$C = 12.38cm$$

أوجد القيمة الدقيقة لمحيط الدائرة في كلٍّ ممَّا يأتي:

6A) إذا كانت تحيط بمثلثٍ قائم الزاوية طولا ساقيه 7 m , 3 m

ارسم شكل توضيحي أولا نجد أن وتر المثلث هو القطر

$a^2 + b^2 = d^2$ نظرية فيثاغورس

$3^2 + 7^2 = d^2$ بالتعويض

$d = 7.6m$ بالتبسيط و أخذ الجذر التربيعي

$C = d\pi$

$C = 7.6\pi$

6B) إذا كانت مُحاطَة بمربعٍ طول ضلعه 10 ft

ارسم شكل توضيحي أولا نجد أن القطر هو قطر المربع

$a^2 + b^2 = d^2$ نظرية فيثاغورس

$10^2 + 10^2 = d^2$ بالتعويض

$10^2 + 10^2 = d^2$ بالتبسيط و أخذ الجذر التربيعي

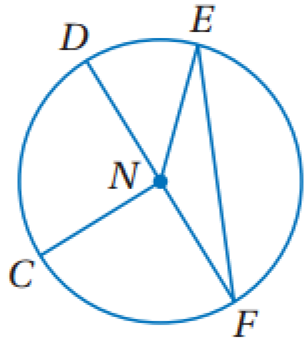
$d = 10\sqrt{2}$

$C = d\pi$

$C = 10\sqrt{2}\pi$

تأكد:

استعمل الدائرة في الشكل المجاور؛ للإجابة عن الأسئلة الآتية:



1) سمِّ هذه الدائرة.

بما أن مركزها n تسمي الدائرة ⊙ n

2) عيّن كلًّا ممّا يأتي:

a) وترًا

وتر: ef ، df

b) قطرًا

قطر: df

c) نصف قطر

نصف قطر: nf ،nd ،nc ،ne

3) إذا كان $CN = 8$ cm ، فأوجد DN .

CN = DN أنصاف أقطار

DN = 8 cm

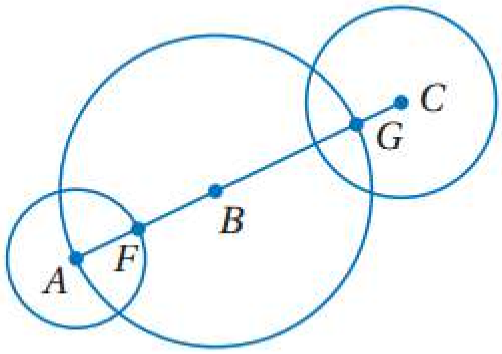
4) إذا كان $EN = 13$ ft ، فما قطر الدائرة؟

d = 2 r

D = 2(13)

D = 26 ft

قطر كل من $\odot C$, $\odot B$, $\odot A$ يساوي 8 cm , 18 cm , 11 cm على الترتيب. أوجد كلًّا من القياسين الآتيين:



5) FG

$$AG = AF + FG$$
$$18 = 4 + FG$$
$$FG = 14cm$$

6) FB

$$AB = AF + FB$$
$$9 = 4 + FB$$
$$FB = 9 - 4$$
$$FB = 5cm$$

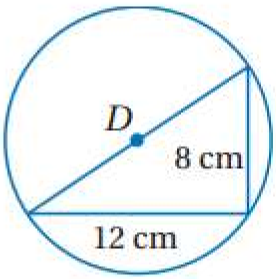
7) **عجلة دوارة:** عُد إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس. ما قطر هذه العجلة الدوارة؟ وما محيطها؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك.

$$D = 2r$$
$$D = 2(44)$$
$$D = 88ft$$
$$C = \pi d$$
$$C = \pi(88) = 88 \times 3.14$$
$$C = 276.46ft$$

8) **بركة سباحة:** محيط بركة السباحة الدائرية في الشكل المجاور يساوي 56.5 ft تقريبًا، ما قطر هذه البركة؟ وما نصف قطرها؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

$$C = \pi d$$
$$56.5 = \pi d$$
$$d = 17.99ft$$
$$d = 2r$$
$$r = 8.99ft$$

9) **إجابة قصيرة:** المثلث القائم الزاوية في الشكل المجاور مُحاط بالدائرة D، أوجد القيمة الدقيقة لمحيط $\odot D$.



$$a^2 + b^2 = d^2$$
$$12^2 + 8^2 = d^2$$
$$d = \sqrt{208} = 4\sqrt{13} = 14.42cm$$

طول القطر = 14.42 cm

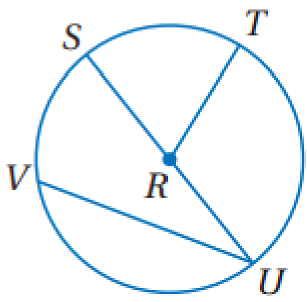
$C = \pi d$

محيط الدائرة= 45.3cm

تدرب وحل المسائل:

عُد إلى $\odot R$ في الشكل المجاور؛ للإجابة عن الأسئلة الآتية.

10) ما مركز الدائرة؟



مركز الدائرة : R

11) عيّن وترًا يكون قطرًا.

وتر يكون قطر: SU

12) هل $\overline{VU}$ نصف قطر؟ برِّر إجابتك.

ليس نصف قطر لان نصف القطر أحد طرفيه عند مركز الدائرة والطرف الآخر على الدائرة

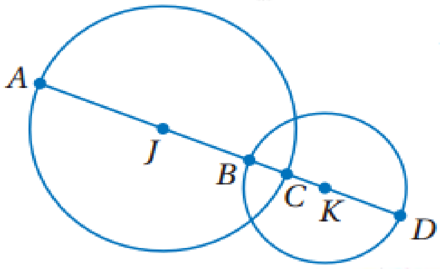
13) إذا كان $SU = 16.2\,\text{cm}$ ، فأوجد RT؟

$$d = 2\,r$$

$$16.2 = 2\,r$$

$$r = 8.1\ \text{cm}$$

إذا كان نصف قطر $\odot J$ يساوي 10 وحداتٍ، ونصف قطر $\odot K$ يساوي 8 وحداتٍ و BC يساوي 5.4 وحداتٍ، فأوجد كل قياسٍ ممّا يأتي:



14) CK

KB = CK + CB

8 = CK + 5.4

CK = 2.6

15) AB

AC = AB + BC

20 = AB + 5.4

AB = 14.6

16) JK

JK = JC + CK

JK = 10 + 2.6

JK = 12.6

17) AD

AD = AB + BD

AD = 14.6 + 16

AD = 30.6

18) **بيتزا:** أوجد نصف قطر قرص البيتزا ومحيطها في الشكل المجاور، مقرّبًا الإجابة إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم ذلك.

$$r = \frac{1}{2}d$$

$$r = \frac{14}{2}$$

$$r = 7in$$

$$C = \pi d$$

$$C = \pi(14)$$

$$C = 43.96in$$

19) **دراجات:** قطر إطار دراجة يساوي 26 in، أوجد نصف قطر الإطار ومحيطه، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم ذلك.

$$r = \frac{1}{2}d$$

$$r = 13in$$

$$C = \pi d$$

$$C = \pi(26)$$

$$C = 81.68in$$

أوجد قطر الدائرة ونصف قطرها إذا عُلِم محيطها في كلٍّ ممّا يأتي، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

20) $C = 18$ in

$$C = \pi d$$

$$d = \frac{18}{3.14} = 5.73\text{in}$$

$$r = \frac{1}{2}d$$

$$r = 2.86\text{in}$$

21) $C = 124$ ft

$$C = 2\pi r$$

$$124 = 2\pi r$$

$$r = \frac{124}{2\pi} = 19.74\text{ft}$$

$$d = 2r$$

$$d = 39.49\text{ft}$$

22) $C = 375.3$ cm

$$C = 2\pi r$$

$$375.3 = 2\pi r$$

$$r = \frac{124}{2\pi} = 59.76\text{cm}$$

$$d = 2r$$

$$d = 119.52\text{cm}$$

23) $C = 2608.25$ m

$C = 2\pi r$

$2608.25 = 2\pi r$

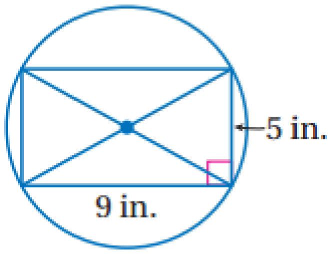
$r = \dfrac{2608.25}{2\pi} = 415.3m$

$d = 2r$

$d = 830.65m$

أوجد القيمة الدقيقة لمحيط كلٍّ من الدوائر الآتية باستعمال المضلّع الذي تحيط به أو الذي يُحيط بها.

24)



لإيجاد طول القطر من فيثاغورث

$a^2 + b^2 = d^2$

$5^2 + 9^2 = d^2$

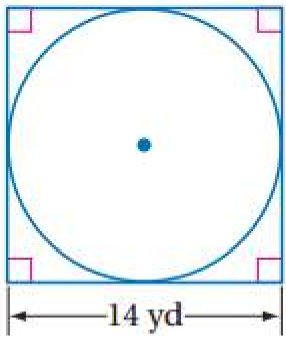
$d = 10.29in$

لإيجاد المحيط

$C = \pi d$

$C = 10.3\pi in$

(25

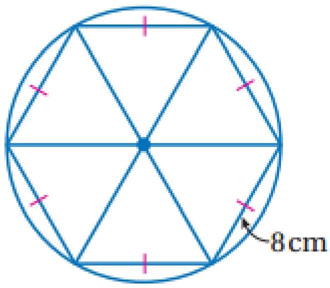


طول القطر = طول ضلع المربع المحيط بالدائرة = 14yd

$C = \pi d$

$C = 14\pi yd$

(26



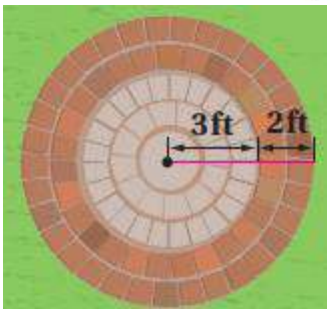
$C = 2r\pi$

$C = 2 \times 8\pi$

$C = 16\pi$

(27 **فناء:** أراد مصطفى أن يرصف فناءً، دائري الشكل، كما في الشكل المجاور.

a) ما المحيط التقريبي لهذا الفناء؟



$C = 2\pi r$

$C = 2\pi(5)$

$C = 31.4ft$

b) إذا غيّر مصطفى خطة إنشاء هذا الفناء، بحيث يصبح محيط الدائرة الداخلية 25 ft تقريبًا، فكم يكون نصف قطر الدائرة مقرّبًا إلى أقرب قدمٍ؟

$$C = 2\pi r$$

$$25 = 2\pi r$$

$$r = 3.98\text{ft}$$

في كلٍّ من الأسئلة 31–28، عُلِم نصف قطر أو قطر أو محيط دائرة. أوجد القياسين المجهولين مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

28) $d = 8\frac{1}{2}\text{ in}, r = \underline{\ ?\ }, C = \underline{\ ?\ }$

$$C = \pi d$$

$$C = 8\frac{1}{2}\pi$$

$$C = 26.69\text{in}$$

$$r = \frac{1}{2}d$$

$$r = \frac{8.5}{2}$$

$$r = 4.25$$

29) $r = 11\frac{2}{5}\text{ ft}, d = \underline{\ ?\ }, C = \underline{\ ?\ }$

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2\pi \times 11\frac{2}{5}$$

$$C = 71.6\text{in}$$

$$d = 2r$$

$$d = 2 \times 11\frac{2}{5}$$

$$d = 22.8$$

$C = 35x$ cm, $d = \underline{\ ?\ }$, $r = \underline{\ ?\ }$ (30

$$C = 2\pi r$$
$$35x = 2\pi \times r$$
$$r = 5.57x$$
$$d = 2r$$
$$d = 11.14$$

$r = \frac{x}{8}$, $d = \underline{\ ?\ }$, $C = \underline{\ ?\ }$ (31

c = 0.79x ، d= 0.25 x

$$C = 2\pi r$$
$$C = 2\pi \times \frac{x}{8}$$
$$r = \frac{1}{4}\pi x$$
$$d = 2r$$
$$d = 2 \times \frac{1}{4}\pi x$$
$$d = \frac{1}{2}\pi x$$

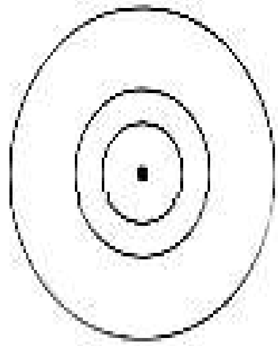
32) **حدائق:** يُراد إنشاء رصيف عرضه 4 m حول بركة دائرية الشكل محيطها 68 m، فما محيط الرصيف؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

C= 2πr

C = 93.13 ft

33) تمثيلات متعدّدة: في هذا السؤال ستستكشف أثر تغيير الأبعاد في الدائرة.

a) هندسيًا: مستعملا الفرجار ارسم ثلاث دوائر متحدة المركز، بحيث تكون نسبة طول نصف قطر كل دائرة إلى طول نصف قطر الدائرة الأكبر منها تساوي $\frac{1}{2}$



b) جدوليًا: احسب محيط كل من الدوائر السابقة مقربًا إلى أقرب جزء من مئة، وسجّل في جدول نصف القطر والمحيط لكلٍّ منها.

الدائرة	نصف القطر	المحيط
الأولي	0.5	3.14
الثانية	1	6.28
الثالثة	2	12.57

c) لفظيًا: فسّر لماذا تكون الدوائر الثلاث متشابهة هندسيًا.

لأن لها الشكل الدائري نفسه، إلا أنها تختلف في المقاس.

d) لفظيًا: ضع تخمينًا حول النسبة بين محيطَي الدائرتين، عندما تكون النسبة بين نصفَي قطريهما تساوي 2 .

النسبة بين محيطي الدائرتين هو 2 أيضا

e) تحليليًا: معامل التشابه من $\odot A$ إلى $\odot B$ يساوي $\frac{b}{a}$. اكتب معادلة تربط محيط $\odot A$ (C_A) بمحيط $\odot B$ (C_B)

النسبة بين محيطي الدائرتين تساوي نفس نسبة التمدد $C_B = \frac{b}{a}(C_A)$

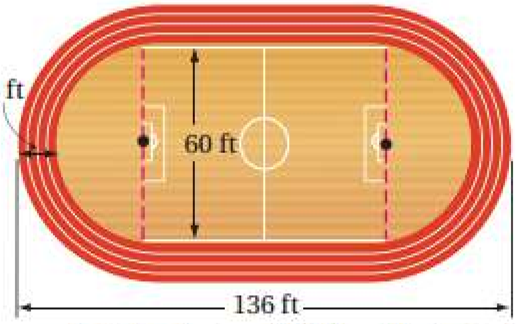
f) **عدديًا:** إذا كان معامل التشابه من $\odot A$ إلى $\odot B$ يساوي $\frac{1}{3}$، ومحيط $\odot A$ يساوي 12 in، فما محيط $\odot B$؟

$$\frac{1}{3} = \frac{12}{\square B}$$

$$\square B = \frac{12 \times 3}{1} = 36in$$

محيط الدائرة b = 36 in

34) **رياضة:** يظهر في الصورة أدناه مضمار جري.



a) كم تزيد المسافة التي يقطعها شخص يركض دورة واحدة على المسار الخارجي للمضمار، عن المسافة التي يقطعها شخص يركض دورة واحدة على المسار الداخلي؟

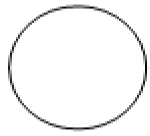
المسافة = 50.27 ft

b) كم دورة تقريبًا يجب أن يركض شخص على المسار الخارجي للمضمار؛ ليقطع ميلًا واحدًا؟

عدد الدورات = 15دورة

مسائل مهارات التفكير العليا:

35) **مسألة مفتوحة :** ارسم دائرة يكون محيطها بين 8 cm و 12 cm، ما نصف قطر هذه الدائرة؟



$$C = 2\pi r$$

$$10 = 2\pi r$$

$$r = \frac{10}{2\pi}$$

$$r = 1.59$$

نصف قطرها = 1.59سم

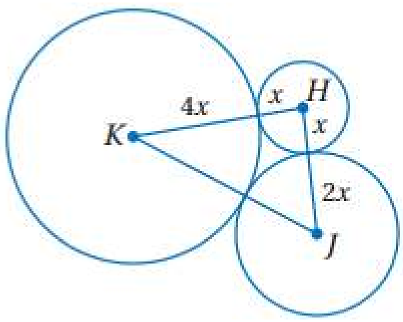
36) **اكتشف الخطأ :** رسم كلّ من حمود وسلمان شكلًا يُمثّل مجموعة النقاط التي تبعد 4 cm عن النقطة J، فهل إجابة أيٍّ منهما صحيحة؟ برِّر إجابتك.

كلاهما إجابته صحيحة

مجموعة النقاط التي عينها سلمان تبعد 4 cm عن j ولكنها واقعه في مستوى ثنائي الأبعاد

وأما النقاط التي عينها خليل فهي تبعد 4 cm عن j ولكنها في فضاء ثلاثي الأبعاد

37) تحدٍّ: مجموع محيطات الدوائر H, J, K التي تظهر في الشكل المجاور يساوي 56π . أوجد KJ

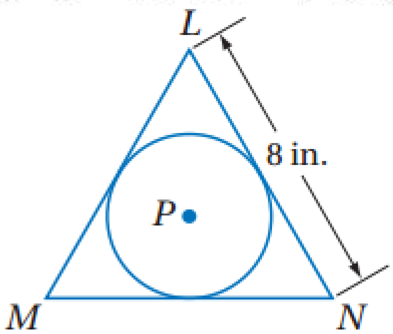


$$C_K + C_H + C_J = 56\pi$$
$$8x\pi + 2x\pi + 4x\pi = 56\pi$$
$$14\pi(x) = 56\pi$$
$$x = 4$$
$$KJ = 4x + 2x$$
$$KJ = 24$$

38) تبرير: هل المسافة بين مركز الدائرة وأي نقطة داخلها أقل من نصف قطرها دائمًا أو أحيانًا أو لا تكون كذلك أبدًا؟ فسّر إجابتك.

دائما المسافة بين مركز الدائرة وأي نقطة داخلها أصغر من نصف القطر
لأن نصف القطر أكبر مسافة من مركز الدائرة لأي نقطة علي مستوى الدائرة

39) تحدٍّ: $\odot P$ مُحاطة بالمثلث المتطابق الأضلاع LMN ، كما في الشكل أدناه، ما محيط $\odot P$ مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة؟



ارسم متوسطات المثلث وارمز للمتوسط بالرمز L
وباستخدام فيثاغورث:

$$(L)^2 = 8^2 - 4^2 = 48$$

$$L = \sqrt{48}$$

$$r = \frac{1}{3}L$$

$$r = 2.3$$

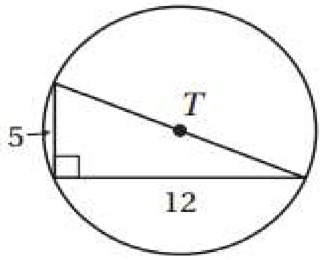
المحيط $= 2\pi r = 2.3 \times 3.14 \times 2 = 14.5$

$$\frac{8\pi}{\sqrt{3}} = \frac{8\pi\sqrt{3}}{3}$$

40) **اكتب:** بيّن أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين الدوائر المتطابقة والدوائر المتحدة في المركز.

من حيث	الدوائر المتطابقة	الدوائر متحدة المركز
نقطة المركز	لكل دائرة مركز	لها مركز واحد
نصف القطر	متساوي	مختلف
المحيط	متساوي	مختلف

41) ما محيط $\odot T$؟ قرّب إجابتك إلى أقرب عُشر.



لإيجاد طول القطر من فيثاغورث

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$5^2 + 12^2 = c^2$$

$$c = 13$$

لإيجاد المحيط

$$C = \pi d$$
$$C = 13 \times 3.14$$
$$C = 40.82cm$$

42) جبر: أحاط إبراهيم حديقته الدائرية الشكل بسياج. إذا كان طول السياج 50 m فما نصف قطر الحديقة؟ قرّب إجابتك إلى أقرب عددٍ صحيحٍ.

A 10 **C** 8

B 9 **D** 7

طول السياج = محيطه = 50m

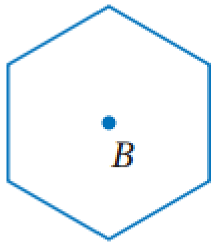
$$C = 2\pi r$$
$$50 = 2 \times 3.14 \times r$$
$$r = 7.96 \approx 8$$

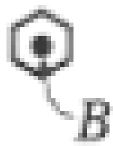
نصف قطر الحديقة = C : 8

مراجعة تراكمية

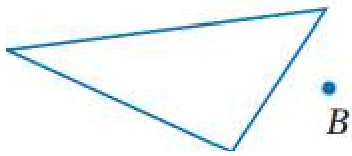
استعمل مسطرةً لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمدّد مركزه B ومعامله k المحدّد في كل من الأسئلة الآتية.

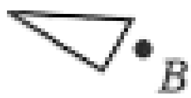
$k = \frac{1}{5}$ (43



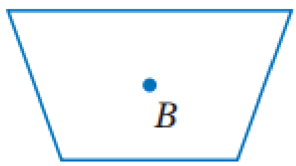


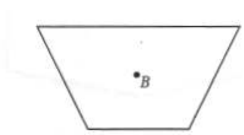
$k = \frac{2}{5}$ (44



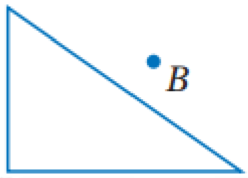


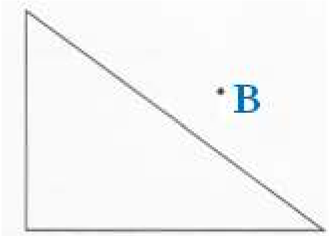
$k = 2$ (45





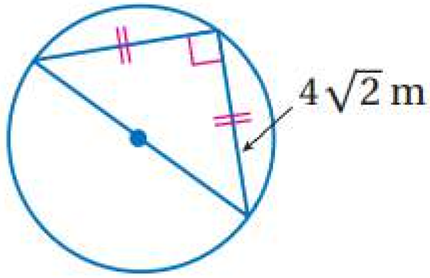
$k = 3$ (46





أوجد القيمة الدقيقة لمحيط كل دائرة ممّا يأتي: (الدرس 1-8)

(47



لإيجاد طول القطر من فيثاغورث

$$a^2 + b^2 = d^2$$

$$\left(4\sqrt{2}\right)^2 + \left(4\sqrt{2}\right)^2 = d^2$$

$$d = 8$$

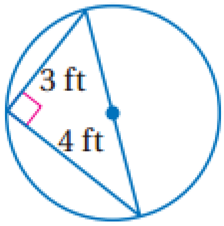
لإيجاد المحيط

$$C = \pi d$$

$$C = 3.14 \times 8$$

$$C = 25.1$$

(48



لإيجاد طول القطر من فيثاغورث

$a^2 + b^2 = d^2$

$C = 5ft$

لإيجاد المحيط

$C = \pi d$

$C = 3.14 \times 5$

$C = 15.7$

حدّد ما إذا كان يبدو لصورة كلٍّ من الأشكال الآتية تماثل دوراني أم لا؟ وإذا كان كذلك فانسخ الشكل في دفترك، وحدّد عليه مركز التماثل، واذكر رتبته ومقداره.

(49

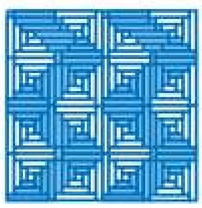
ليس له تماثل دوراني

(50

نعم له تماثل دوراني

مقداره = 4.90

(51



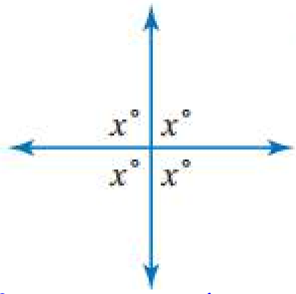
ليس له تماثل دوراني

(52

ليس له تماثل دوراني

أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي:

(53



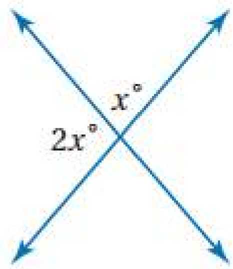
مجموع الأربع زوايا = 360° — مجموع الزوايا المتجمعة حول نقطة

$x + x + x + x = 360$ — اجمع

$4x = 360$ — اقسم على 4

$x = 90^\circ$

(54

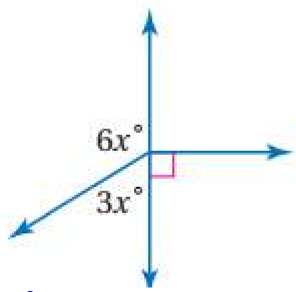


مجموع الزاويتين = 180° — زاوية مستقيمة

$2x + x = 180$ — اجمع

$x = 60^\circ$ — اقسم

(55



مجموع الزاويتين = 180°

$3x + 6x = 180$

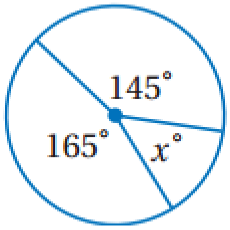
$9x = 180$

$x = 20^\circ$

8-2 قياس الزوايا والأقواس

تحقق

(1A

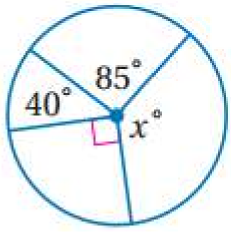


مجموع الزوايا المركزية $= 360^\circ$

$360^\circ = x + 165 + 145$

$x = 50$

(1B

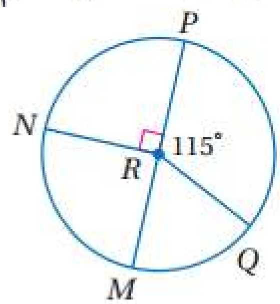


مجموع الزوايا المركزية $= 360^\circ$

$360^\circ = x + 86 + 40 + 90$

$x = 145^\circ$

$\overline{PM}$ قطر في $\odot R$، حدّد ما إذا كان كلٌّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



$\widehat{MQ}$ (2A

$\angle MRQ = \overset{\frown}{MQ}$

$\overset{\frown}{MQ}$ قوس أصغر وقياسه = $115 - 180° = 65°$

$\widehat{MNP}$ (2B

$\overset{\frown}{MNP}$ نصف دائرة، إذا قياسه $180°$

$\widehat{MNQ}$ (2C

$\overset{\frown}{MNQ}$ قوس أكبر مشترك مع القوس $\overset{\frown}{MQ}$ في نقطتين

قياسه = $65 - 360° = 295°$

$m\widehat{EF}$ (3A

$m\overset{\frown}{EF}$ هو قوس أصغر في الدائرة

ويمثل Ä4 من الدائرة

$\angle ESF = 0.14 \times 360° = 50.4°$

$m\widehat{FA}$ (3B

$m\overset{\frown}{FA}$ هو قوس أصغر في الدائرة

ويمثل 14% من الدائرة

$\angle FSA = 0.14 \times 360° = 50.4°$

4A) $m\widehat{CE}$

يساوي مجموع القوسين المتجاورين $m\widehat{CE}$

$$\angle CDE = m\angle DFE + m\angle CFD$$

$$\angle CDE = 90 + (90 - 63) = 117^\circ$$

4B) $m\widehat{ABD}$

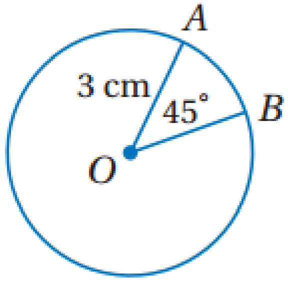
$m\widehat{ABD}$ يساوي مجموع ثلاث أقواس متجاورة

$$\angle ABD = m\angle AFB + m\angle BFC + m\angle CFD$$

$$\angle ABD = 27 + 180 = 207^\circ$$

أوجد طول $\widehat{AB}$ في كلٍّ ممَّا يأتي مقرّبًا إلى أقرب جزءٍ من مئة:

5A)

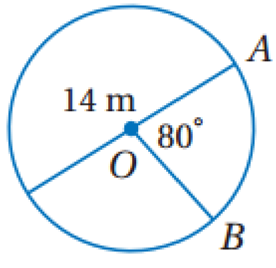


صيغة طول القوس $$L = \frac{X^\circ}{360^\circ} . 2\pi r$$

$$L = \frac{45^\circ}{360^\circ} . 2\pi \times 3$$

$$L = 2.35cm$$

5B)

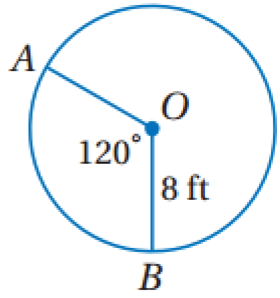


صيغة طول القوس $$L = \frac{X^\circ}{360^\circ} . 2\pi r$$

$$L = \frac{80^\circ}{360^\circ} . 2\pi \times 7$$

$$L = 9.8cm$$

(5C



صيغة طول القوس $L = \frac{X^\circ}{360^\circ} . 2\pi r$

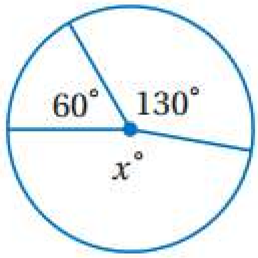
$$L = \frac{120^\circ}{360^\circ} . 2\pi \times 8$$

$$L = 16.74ft$$

تأكد:

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين:

(1

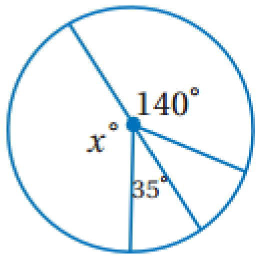


مجموع النقاط حول مركز الدائرة = 360°

$$x = 360 - (130 + 60)$$

$$x = 170^\circ$$

(2

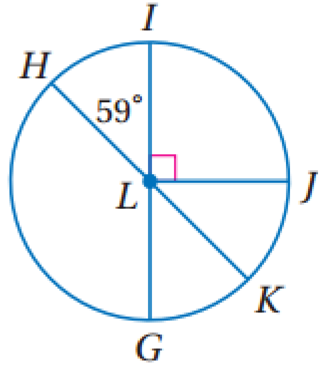


مجموع النقاط حول مركز الدائرة = 360°

$$x = 360 - (140 + 35 + 35)$$

$$x = 150^\circ$$

$\overline{IG}$, $\overline{HK}$ قطران في $\odot L$، حدّد ما إذا كان كلّ قوس فيما يأتي قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



3) $\widehat{IHJ}$

HHJ قوس نصف دائرة، وقياسة = 180°

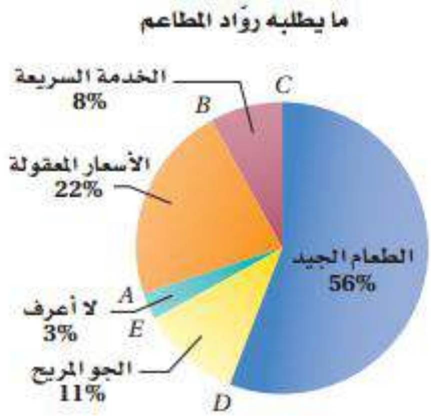
4) $\widehat{HI}$

HJ قوس أصغر وقياسه 59°

5) $\widehat{HGK}$

HGK قوس نصف دائرة وقياسه = 180°

6) **مطاعم:** يعرض الشكل المجاور نتائج استطلاع حول ما يطلبه روّاد المطاعم.



يعرض الشكل المجاور نتائج استطلاع حول ما يطلبه رواد المطاعم

a) أوجد $m\widehat{AB}$.

m AB يمثل Ä22 من الدائرة

وقياسه = $0.22 \times 360 = 79.2°$

b) أوجد $m\widehat{BC}$.

$m\widehat{BC}$ يمثل Ä8 من الدائرة

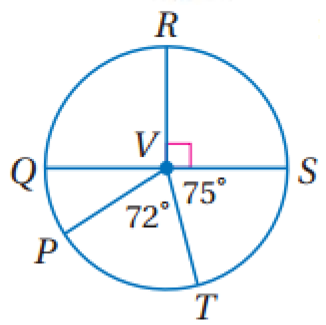
وقياسه $= 360 \times 0.08 = 28.8^{\circ}$

c) صف نوع قوس قطاع الطعام الجيد.

قوس قطاع الطعام الجيد هو قوس أكبر

قياسه $= 360 \times 0.56 = 201.6^{\circ}$

$\overline{QS}$ قطر في $\odot V$، أوجد كلًّا من القياسات الآتية:



7) $m\widehat{STP}$

$m\widehat{STP}$ يساوي الزاوية المركزيه المقابلة له

$\angle STP = \angle TVS + \angle PVT$

$m\widehat{STP} = 147^{\circ}$

8) $m\widehat{QRT}$

$m\widehat{QRT} = \angle SVT + \angle QVS$

$180 + 75 = 255^{\circ}$

9) $m\widehat{PQR}$

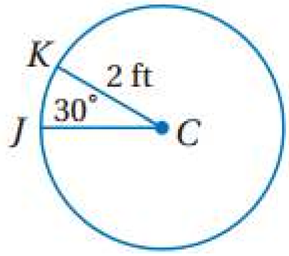
$m\widehat{PQR} = \angle PVQ + \angle QVR$

$m\widehat{PQR} = 33^{\circ} + 90^{\circ}$

$m\widehat{PQR} = 123^{\circ}$

أوجد طول $\overset{\frown}{JK}$ مقرّبًا إلى أقرب جزءٍ من مئةٍ في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(10

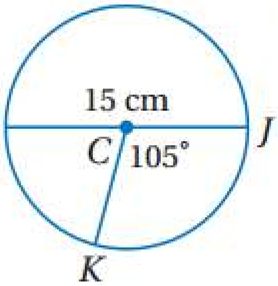


$$L = \frac{X^\circ}{360^\circ}.2\pi r$$ صيغة طول القوس

$$L = \frac{30}{360^\circ}.2\pi \times 2$$

$$L = 1.04\text{ft}$$

(11



$$L = \frac{X^\circ}{360^\circ}.2\pi r$$ صيغة طول القوس

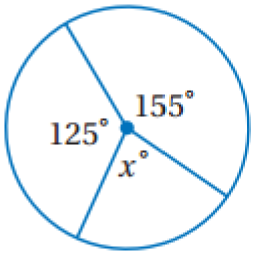
$$L = \frac{105}{360^\circ}.2\pi \times \frac{15}{2}$$

$$L = 13.73\text{cm}$$

تدرب وحل المسائل:

أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي:

(12



مجموع قياسات الزوايا المركزية = 360°

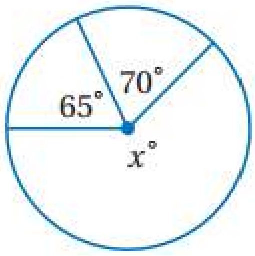
$$x + 155 + 125 = 360$$

$$x = 360 - (125 + 155)$$

$$x = 360 - 280$$

$$x = 80$$

(13



مجموع قياسات الزوايا المركزية = 360°

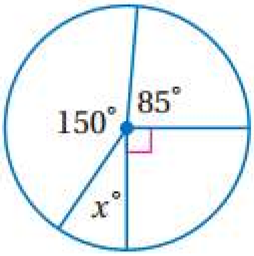
$$x + 65 + 70 = 360$$

$$x = 360 - (65 + 70)$$

$$x = 360 - 135$$

$$x = 225^\circ$$

(14



مجموع قياسات الزوايا المركزية $= 360^\circ$

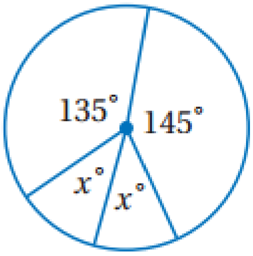
$$x + 150 + 85 + 90 = 360$$

$$x = 360 - (150 + 85 + 90)$$

$$x = 360 - 325$$

$$x = 35$$

(15



مجموع قياسات الزوايا المركزية $= 360^\circ$

$$x + x + 145 + 135 = 360$$

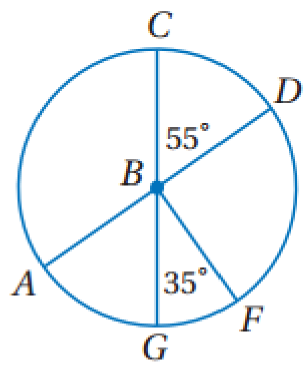
$$2x = 360 - (145 + 135)$$

$$2x = 360 - 280$$

$$2x = 80$$

$$x = 40^\circ$$

$\overline{CG}$, $\overline{AD}$ قطران في $\odot B$، حدّد ما إذا كان كلّ قوسٍ ممّا يأتي قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



16) $\widehat{CD}$

$m\ \widehat{CD}$ قوس أصغر قياسه = قياس الزاوية المقابلة = 55°

17) $\widehat{AC}$

$m\ \widehat{AC}$ قوس أصغر وقياسه = $m\angle ABC = 125^\circ$

$m\angle ABC = 180 - 55 = 125^\circ$

18) $\widehat{CG}$

$m\ \widehat{CG}$ نصف دائرة وقياسها = 180°

19) $\widehat{CGD}$

$m\ \widehat{CGD}$ قوس أكبر وقياسه $= 360^\circ - 55^\circ = 305^\circ$

20) $\widehat{GCF}$

$m\ \widehat{GCF}$ قوس أكبر وقياسه $= 360^\circ - 35^\circ = 325^\circ$

21) $\widehat{ACF}$

$m\ \widehat{ACF}$ قوس أكبر وقياسه $= 360^\circ - \left(35^\circ + 55^\circ\right) = 270^\circ$

22) **تسوّق:** يعرض الشكل المجاور نتائج استطلاعٍ حول المكان المفضل لشراء الملابس، شمل مجموعة من الشباب.

أفضل الأماكن لشراء الملابس

a) ما قياس القوس المقابل لفئة التسوق في كلٍّ من المجمعات التجارية والمحلات المتخصصة؟

قياس قوس المجمعات التجارية = $360 \times 0.76 = 273.6$

قياس قوس المحلات المتخصصة = $360 \times 0.76 = 14.4$

b) صِفْ نوع القوس المقابل لفئة المجمعات التجارية وفئة الأسواق الشعبية.

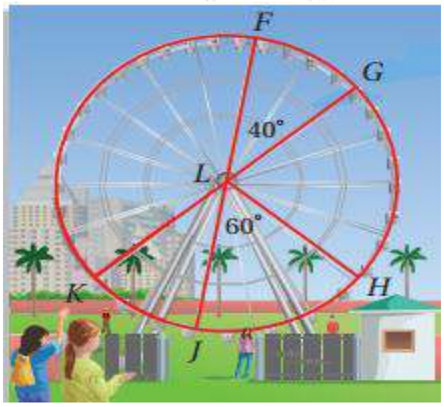
القوس المقابل للمجمعات التجارية قوس أكبر

القوس المقابل للأسواق الشعبية هو قوس أصغر

c) هل توجد أقواس متطابقة في هذا الشكل؟ وضّح إجابتك.

نعم، القوسين المقابلين للفئتين عبر الانترنت وغير هذه الأماكن لهما القياس نفسه؛ لأن كل من هاتين الفئتين لهما نفس النسبة المئوية 9 % نفسها في الدائرة

تسلية : استعمل العجلة الدوارة في الشكل المجاور، لإيجاد كلٍّ من القياسات الآتية:



23) $m\widehat{FG}$

$m\ \widehat{FG}$ قوس أصغر = قياس الزاوية المركزية المقابلة له = 40°

24) $m\widehat{JH}$

$m\ \widehat{JH}$ قوس أصغر = قياس الزاوية المركزية المقابلة له = 60°

25) $m\widehat{JKF}$

$m\ \widehat{JKF}$ هو نصف دائرة قياسه = 180°

26) $m\widehat{JFH}$

$m\ \widehat{JFH}$ هو قوس أكبر قياسه = $360 - 60 = 300^\circ$

27) $m\widehat{GHF}$

$m\ \widehat{GHF}$ هو قوس أكبر قياسه = $360 - 40 = 320^\circ$

28) $m\widehat{GHK}$

$m\ \widehat{GHK}$ هو نصف دائرة قياسه = 180°

29) $m\widehat{HK}$

$m\ \widehat{HK}$ هوقوس أصغر = قياس الزاوية المركزية المقابلة له

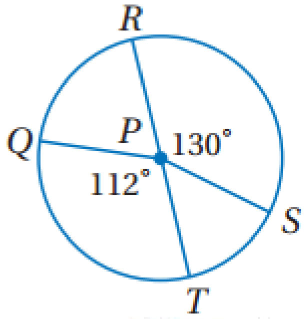
$= 40 + 60 = 100^\circ$

30) $m\widehat{JKG}$

$m\ \widehat{JKG}$ هو قوس أكبر قياسه = $360 - (\angle GLH + \angle JLH)$

$360 - (80 + 60) = 220^\circ$

$\overline{RT}$ قطر في $\odot P$ ، أوجد طول كل قوس ممّا يأتي مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.



31) $\widehat{RS}$ ، إذا كان نصف القطر يساوي 2 in .

$$L = \frac{X^\circ}{360^\circ} . 2\pi r$$

$$L = \frac{130}{360^\circ} . 2\pi \times 2$$

$$L = 4.54 \text{in}$$

32) $\widehat{QT}$ ، إذا كان القطر يساوي 9 cm .

$$L = \frac{X^\circ}{360^\circ} . 2\pi r$$

$$L = \frac{112}{360^\circ} . 2\pi \times \frac{9}{2}$$

$$L = 8.79 \text{cm}$$

33) $\widehat{QR}$ ، إذا كان $PS = 4$ mm

$$L = \frac{X^\circ}{360^\circ} . 2\pi r$$

$$L = \frac{180 - 112}{360^\circ} . 2\pi \times 4$$

$$L = 4.74 \text{mm}$$

34) $\widehat{QRS}$ ، إذا كان $RT = 11$ ft .

$$L = \frac{X^\circ}{360^\circ}.2\pi r$$

$$L = \frac{360-(112+50)}{360^\circ}.2\pi \times \frac{11}{2}$$

$$L = 19.01ft$$

ساعات: يعرض الشكل المجاور الساعة التي وردت في فقرة "لماذا؟" في بداية هذا الدرس.

35) ما قياس الزاوية المركزية الصغرى المحصورة بين عقربَي الساعات والدقائق؟

فسّر الطريقة التي توصّلت بها إلى إجابتك.

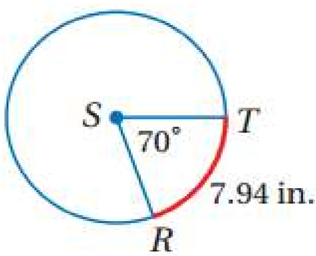
قياس الزاوية بين كل رقمين في الساعة تساوي 30° ؛ إذا قياس الزاوية المركزية المحصورة بين العقربين = 60°

36) إذا تضاعف قطر الدائرة، فما تأثير ذلك في طول القوس الأصغر بين الرقم 1 والرقم 12؟

يتضاعف طول القوس

أوجد قياس كلّ ممّا يأتي مقرّبًا الأطوال إلى أقرب جزء من مئة وقياسات الأقواس إلى أقرب درجة.

37) محيط $\odot S$



$$L = \frac{X^\circ}{360^\circ}.2\pi r$$

$$7.94 = \frac{70}{360^\circ}.2\pi \times r$$

$$r = 6.50$$

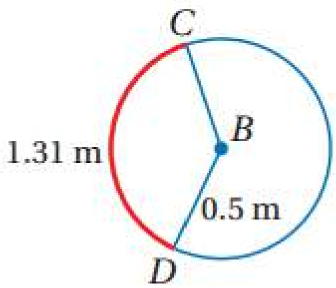
محيط الدائرة $S \square =$

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2\pi \times 6.50$$

$$C = 40.82$$

(38 $m\,\widehat{CD}$



$$L = \frac{X^\circ}{360^\circ}.2\pi r$$

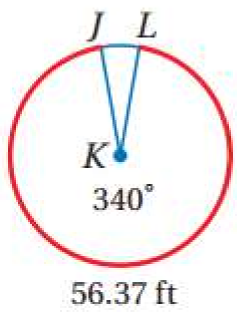
$$1.31 = \frac{X^\circ}{360^\circ}.2\pi \times 0.5$$

$$1.31 \times 360 = 3.14X$$

$$X = 150.2^\circ$$

طول $\widehat{CD} = 150^\circ$ لأنه يساوي الزاوية المركزية المقابلة له وهي $\angle CBD$

39) نصف قطر $\odot K$

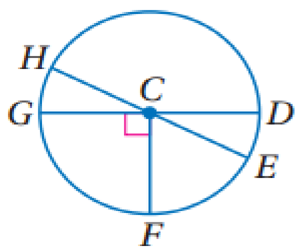


$$L = \frac{X^{\circ}}{360^{\circ}} . 2\pi r$$

$$56.37 = \frac{340}{360^{\circ}} . 2\pi \times r$$

$$r = 9.5ft$$

جبر: في $\odot C$، إذا كان $m\angle HCD = (6x + 28)^{\circ}$, $m\angle HCG = (2x)^{\circ}$ ، فأوجد قياس كلٍّ ممّا يأتي:



40) $\widehat{EF}$

$$\angle HCD + \angle HCG = 180^{\circ}$$

$$2x + 6x + 28 = 180$$

$$8x + 28 = 180$$

$$8x = 180 - 28$$

$$x = 19$$

$$\angle HCG = 2x = 38$$

$\angle DCE = \angle HCG = 38^{\circ}$ بالتبادل بالرأس

$$\angle FCE = 90 - 38 = 52^{\circ}$$

$\widehat{EF}$ = قياسالزاوية المركزية المقابله له = 52°

$\widehat{HD}$ (41

$\widehat{HD}$ قياسه = قياس الزاوية المركزية المقابلة له وهي $\angle HCD$

$$\angle HCD = 6x + 28 = 6 \times 19 + 28$$

$$\angle HCD = 142^\circ$$

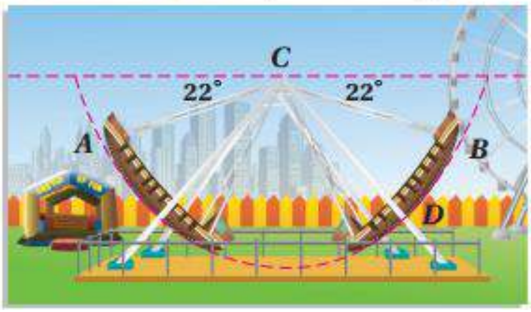
$\widehat{HGF}$ (42

$$\angle GCF + \angle HCG = \widehat{HGF}$$

$$90 + 38 = \widehat{HGF}$$

$$128^\circ = \widehat{HGF}$$

43) **ألعاب:** يأخذ مسار لعبة السفينة في مدينة ألعاب شكل نصف دائرة كما في الشكل المجاور.



a) أوجد $m\widehat{AB}$

$$\widehat{AB} = 180 - (22 + 22)$$

$$\widehat{AB} = 136^\circ$$

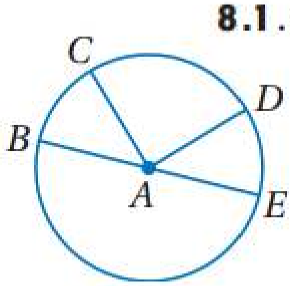
b) إذا كان $CD = 62$ ft، فما طول $\widehat{AB}$؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

$$L = \frac{X^\circ}{360^\circ} . 2\pi r$$

$$L = \frac{136}{360^\circ} . 2\pi \times 62$$

$$r = 147.17 ft$$

44) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين للنظرية 8.1 .



المعطيات: $\angle BAC \cong \angle DAE$

المطلوب: $\widehat{BC} \cong \widehat{DE}$

(معطيات) $\angle BAC \cong \angle DAE$

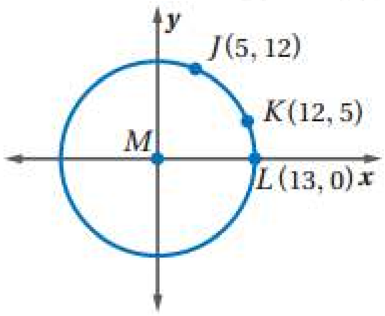
(تعريف تطابق الزوايا) $m\angle BAC = m\angle DAE$

(تعريف قياس القوس) $m\angle BAC = m\widehat{BC}$, $m\angle DAE = m\widehat{DE}$

(بالتعويض) $m\widehat{BC} = m\widehat{DE}$

(تعريف تطابق الأقواس) $\widehat{BC} \cong \widehat{DE}$

45) **هندسة إحداثية:** تُمثّل النقطة M نقطة الأصل في الشكل المجاور.
أوجد كلًّا مما يأتي في $\odot M$، مقرّبًا الأطوال إلى أقرب جزء من مئة،
وقياسات الأقواس إلى أقرب عُشر درجة.



a) $m\widehat{JL}$

$m\widehat{JL}$ قياسه $= 67.4^\circ$

b) $m\widehat{KL}$

$22.6^\circ = m\widehat{KL}$

c) $m\widehat{JK}$

قياسه $= 44.8^\circ$

d) طول $\widehat{JL}$

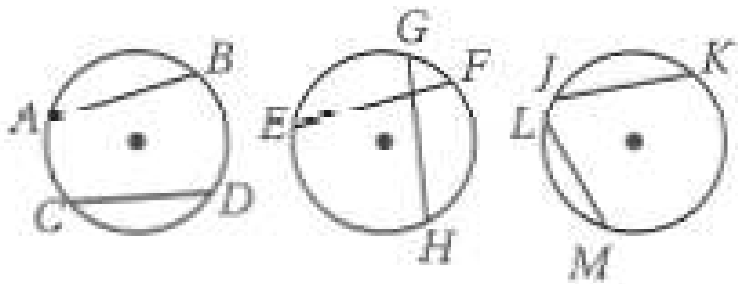
طوله $=$ 15.29 وحدة

e) طول $\widehat{JK}$

طوله = 10.16وحدة

46) **تمثيلات متعددة:** في هذا السؤال ستستقصي العلاقة بين الأقواس والأوتار.

a) **هندسيًّا:** ارسم دائرة فيها وتران متطابقان مثل $\overline{AB}$, $\overline{CD}$، حدّد مركز هذه الدائرة. كرّر العملية مع دائرتين أخريين ووترين متطابقين في كلّ منهما، على أن تكون أطوال الأوتار في الدوائر الثلاث مختلفة.



b) **حسيًّا:** قُصّ ثلاث قطع من الورق الشفّاف أكبر من كلٍّ من الدوائر الثلاث، ثم ثبّت ورقة شفافة من منتصفها مستعملًا دبّوسًا عند مركز كل دائرة، ارسم القوس المقابل لأحد الوترين في كل دائرة على الورقة الشفافة، ثم قم بتدوير قطعة الورق الشفّاف حول الدبّوس؛ لمقارنة طول القوس الذي رسمته بطول القوس المقابل للوتر الآخر.

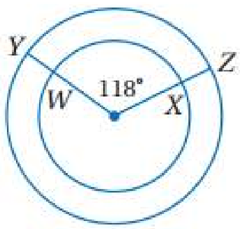
متروك للطالب

c) **لفظيًّا:** ضع تخمينًا حول العلاقة بين الأقواس التي تقابل أوتارًا متطابقةً في الدائرة.

عندما يكون الوتران في الدائرة متطابقين فإن القوسين المحدودين بهاتين الوترين يكونان متطابقين

مسائل مهارات التفكير العليا:

47) **اكتشف الخطأ:** يقول إبراهيم: إن $\widehat{WX}$, $\widehat{YZ}$ متطابقان؛ لأن زاويتَيهما المركزيتين متطابقتان، بينما يقول سالم: إنهما غير متطابقين. هل أيٌّ منهما على صواب؟ برِّر إجابتك.



سالم على صواب، لأن الدائرتين غير متطابقتين لأن نصفي قطريهما غير متطابقان فإن القوسين غير متطابقين

تبرير: حدّد ما إذا كانت كلٌّ من العبارات الآتية صحيحة دائمًا أو أحياناً أو ليست صحيحة أبدًا. برّر إجابتك.

48) قياس القوس الأصغر أقل من $180°$.

صحيحة دائما؛ لأن تعريف القوس الأصغر هو القوس الذي قياسه أقل من $180°$

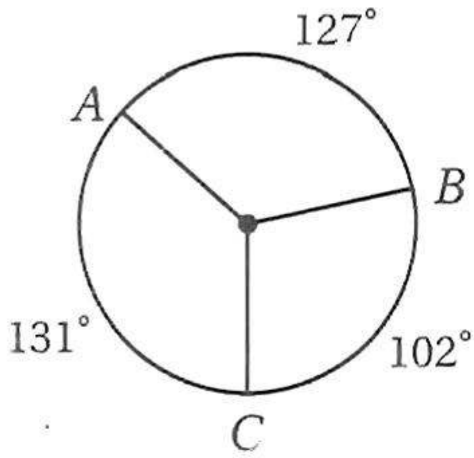
49) إذا كانت الزاوية المركزية منفرجة، فإن القوس المقابل لها قوس أكبر.

غير صحيحة أبدا؛ لأن الزاوية المنفرجة تحدد قوسا قياسه بين $90°$ ، $180°$

50) يعتمد مجموع قياسَي قوسين متجاورين في دائرةٍ، على قياس نصف قطر تلك الدائرة.

غير صحيحة أبدا؛ لأنه يعتمد مجموع قوسين متجاورين على قياس كل منهما

51) **مسألة مفتوحة:** ارسم دائرةً وعيّن عليها ثلاث نقاط، قدّر قياس الأقواس الثلاثة الناتجة وغير المتداخلة، ثم استعمل المنقلة لإيجاد قياس كلٍّ منها، واكتب على كل قوس قياسه.



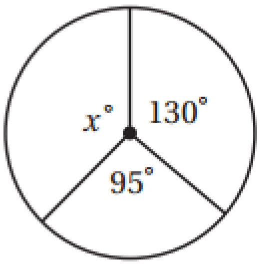
52) تحدٍّ: تشير عقارب ساعة إلى 8:10، ما قياس الزاوية المقابلة للقوس الأصغر بين عقربَي الساعة؟

قياس الزاوية = 175°

53) اكتب: صِفِ الأنواع الثلاثة للأقواس في الدائرة، وطريقة إيجاد قياس كلٍّ منها.

القوس الأصغر؛ قياسه يساوي قياس الزاوية المركزية المناظرة له
القوس الأكبر؛ قياسه يساوي 360 مطروح منها قياس القوس الأصغر المشترك معه في الطرفان
نصف الدائرة وقياسه يساوي 180°

تدريب على اختبار

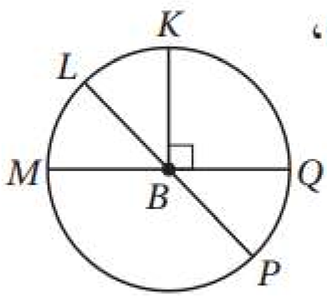


54) أوجد قيمة x؟

A 120 **C** 145

B 135 **D** 160

$$x = 360 - (130 + 95)$$
قيمة $x = 135^\circ$



55) في $\odot B$، إذا كان: $m\angle LBM = (3x)^\circ$، $m\angle LBQ = (4x + 61)^\circ$، فما قياس $\angle PBQ$؟

$$m\angle LBM + m\angle LBQ = 180$$

$$3x + 4x + 61 = 180$$

$$7x + 61 = 180$$

$$7x = 180 - 61$$

$$x = 17$$

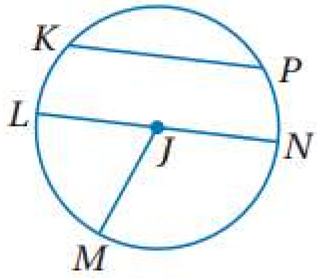
$$m\angle LBM = 3x$$

$$m\angle LBM = 3 \times 17 = 51^\circ$$

$$m\angle PBQ = 51^\circ$$

مراجعة تراكمية

عُد إلى $\odot J$ في الشكل المجاور للإجابة عن كلٍّ من الأسئلة الآتية: (الدرس 1-8)



56) سمِّ مركز الدائرة.

اسم الدائرة: j

57) عيّن وترًا يكون قطرًا أيضًا.

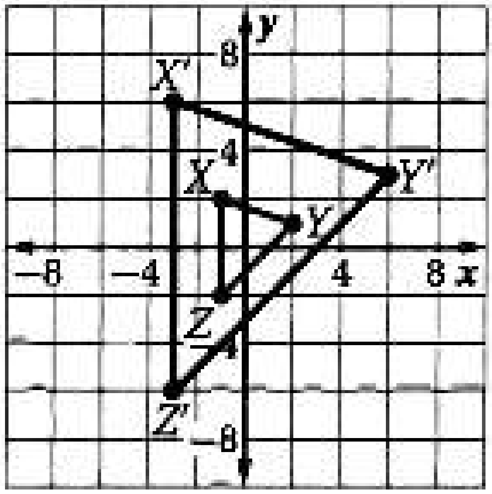
وترا يكون قطرا: LN

58) إذا كان $LN = 12.4$، فأوجد JM؟

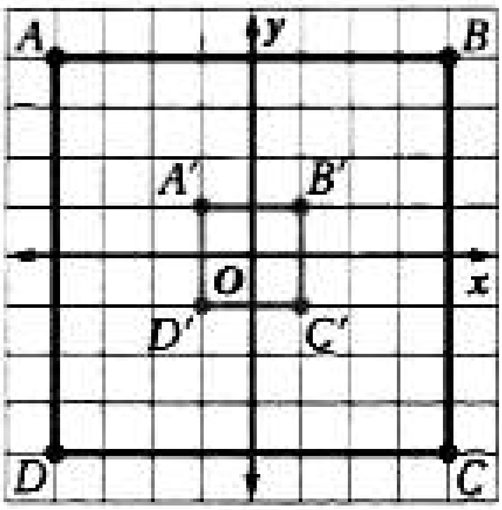
$$JM = LJ = JN = \frac{12.4}{2} = 6.2$$

مثّل بيانيًّا المضلع المعطاه إحداثيات رؤوسه، ثم مثّل صورته الناتجة عن تمددٍ مركزه نقطة الأصل ومعامله k المُعطى في كلٍّ من السؤالين الآتيين: (الدرس 6-7)

59) $X(-1, 2)$, $Y(2, 1)$, $Z(-1, -2)$ ؛ $k = 3$



$k = 0.25$ ؛ $A(-4, 4)$, $B(4, 4)$, $C(4, -4)$, $D(-4, -4)$ **(60**



استعد للدرس اللاحق

أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي:

$24^2 + x^2 = 26^2$ **(61**

$x^2 = 26^2 - 24^2$

$x^2 = 26^2 - 24^2$

$x^2 = 100$

$x = \pm 10$

$x^2 + 5^2 = 13^2$ **(62**

$x^2 = 13^2 - 5^2$

$x^2 = 144$

$x = \sqrt{144}$

$x = \pm 12$

$30^2 + 35^2 = x^2$ (63

$x^2 = 35^2 + 30^2$

$x = 5\sqrt{85}$

$x = \pm 46.09$

8-3 الأقواس والأوتار

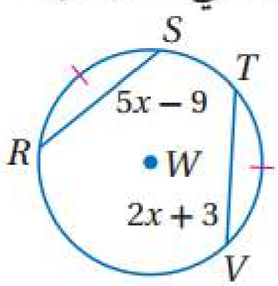
تحقق

1) إذا كان $m\widehat{AB} = 78°$ في الشكل أعلاه، فأوجد $m\widehat{CD}$.

$\overline{AB}$, $\overline{CD}$ وتران متطابقان إذن القوسان المقابلان لهما $\widehat{AB}$, $\widehat{CD}$ متطابقان

أي أن $m\widehat{CD} = m\widehat{AB} = 78^\circ$

2) في $\odot W$ ، إذا كان $\widehat{RS} \cong \widehat{TV}$، فأوجد RS.



بما أن القوسين متطابقين؛ إذا الوترين متطابقين

$RS = TV$ تعريف القطع المتطابقة

$2x + 3 = 5x - 9$ بالتعويض

$2x + 3 = 5x - 9$

$5x - 2x = 3 + 9$

$3x = 12$

$x = 4$

$RS = 5x - 9$

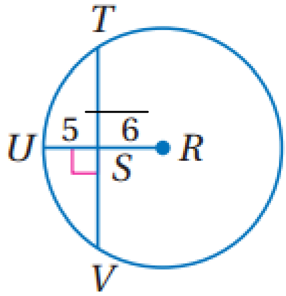
$RS = 5 \times 4 - 9 = 11$

3) أوجد PR في $\odot S$.

بما أن SQ عمودي وينصف الوتر PR بحسب النظرية 8.3

إذا $PR = 6 + 6 = 12$

4) أوجد TV في $\odot R$ مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.



ارسم RV أولا، بما أن RU = RV كأنصاف أقطار

$$RV = 6 + 5 = 11$$

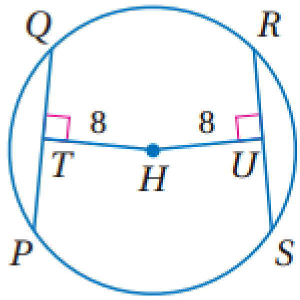
$$(VS)^2 + (SR)^2 = (VR)^2$$

$$VS = 9.22$$

بما أن UR عمودي وينصف الوتر TV بحسب النظرية 8.3

إذا $TV = 9.22 + 9.22 = 18.44$

5) في $\odot H$ إذا كان: $RS = 14$, $PQ = 3x - 4$ ، فأوجد قيمة x



بما أن HT = HU

إذا PQ = RS

$$3x - 4 = 14$$

$$3x = 14 + 4$$

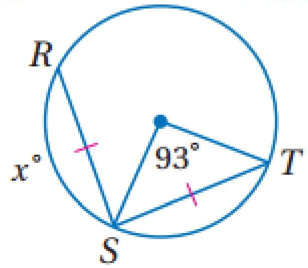
$$3x = 18$$

$$x = 6$$

تأكد:

جبر: أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي:

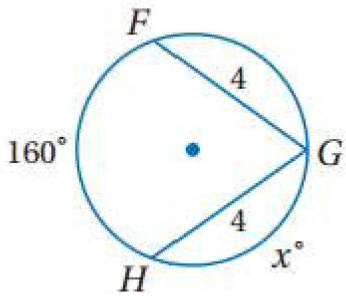
(1



بما أن $ST = SR$ وتران متطابقان إذا أطوال الأقواس المتقابلة متطابقة

$x = 93^\circ$

(2

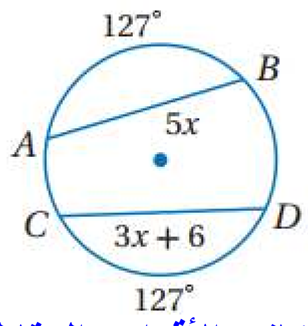


القوس الأكبر قياسه $200^\circ = 360^\circ - 160^\circ$

$$x = \frac{200}{2}$$

$$x = 100^\circ$$

(3



إذا كانت الأقواس المقابلة للأوتار متطابقة إذا الأوتار متطابقة

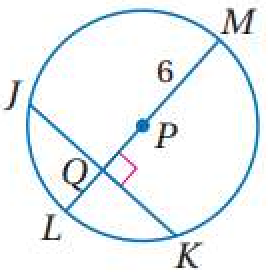
$5x = 3x + 6$

$5x - 3x = 6$

$2x = 6$

$x = 3$

في $\odot P$ ، إذا كان: $m\widehat{JLK} = 134°$ ، $JK = 10$ ، فأوجد القياسات الآتية، مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك.



$m\widehat{JL}$ (4

$m\widehat{JLK} = 134$

$m\widehat{JL} = \dfrac{134}{2} = 67^{\circ}$

PQ (5

ارسم $\overline{JP} = 6$ و $\overline{JQ} = \dfrac{10}{2} = 5$

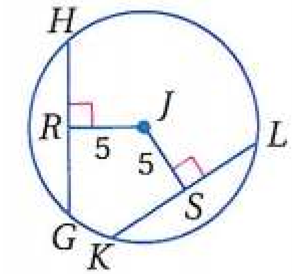
وبتطبيق نظرية فيثاغورث

$(JP)^2 = (JQ)^2 + (QP)^2$

$(6)^2 = (5)^2 + (QP)^2$

$QP = \sqrt{11} = 3.3$

6) في $\odot J$ ، إذا كان $GH = 9, KL = 4x + 1$ ، فأوجد قيمة x .



$\because RJ = JS$

$\therefore KL = GH$

$4x + 1 = 9$

$4x = 9 - 1$

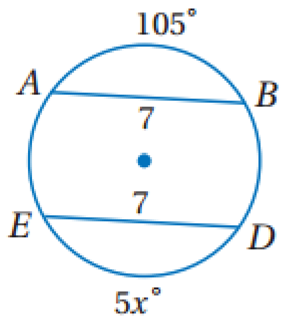
$4x = 8$

$x = 2$

تدرب وحل المسائل:

جبر: أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي:

(7

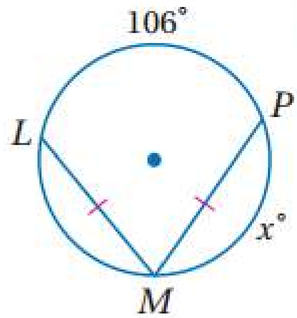


بما أن الأوتار متطابقة إذا الأقواس المقابلة لها متطابقة

$$5x = 105$$

$$x = \frac{105}{5} = 21$$

(8



$$m\overset{\frown}{LP} = 360 - 106$$

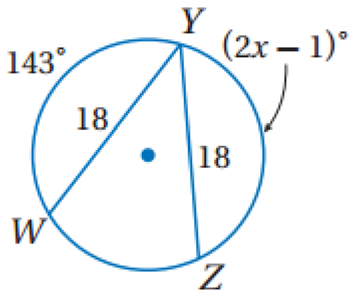
$$m\overset{\frown}{LP} = 254^\circ$$

$$\because LM = MP$$

$$\therefore \overset{\frown}{LM} = \overset{\frown}{MP}$$

$$\overset{\frown}{MP} = \frac{254}{2} = 127^\circ$$

(9



بما أن الأوتار متطابقة إذا الأقواس المقابلة لها متطابقة

$\because \overline{YZ} = \overline{WY}$

$\therefore \overset{\frown}{YZ} = \overset{\frown}{WY}$

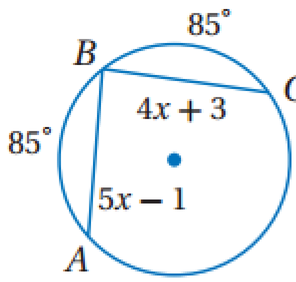
$2x - 1 = 143$

$2x = 143 + 1$

$2x = 144$

$x = 72$

(10



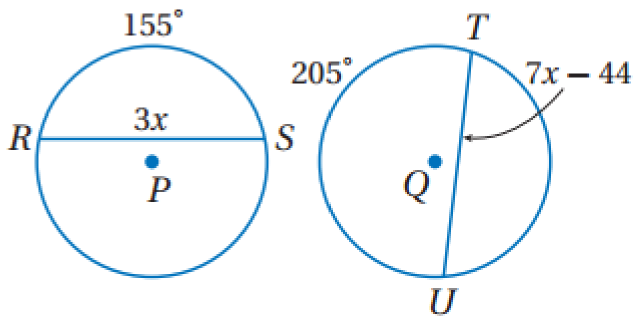
$\overline{BA} = \overline{BC}$

$4x + 3 = 5x - 1$

$5x - 4x = 3 + 1$

$x = 4$

$\odot P \cong \odot Q$ (11



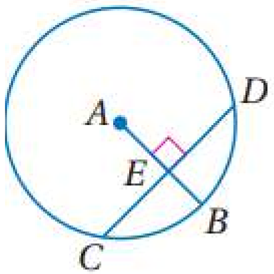
$\overline{UT} = \overline{RS}$

$7x - 44 = 3x$

$7x - 3x = 44$

$4x = 44$

$x = 11$



إذا كان طول نصف قطر $\odot A$ يساوي 14 و $CD = 22$ فأوجد القياسين الآتيين مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم ذلك.

CE (12

بما أن $\overline{AB}$ عمودي على الوتر $\overline{CD}$ إذا فهو ينصفه

$$CE = \frac{CD}{2} = \frac{22}{2} = 11$$

EB (13

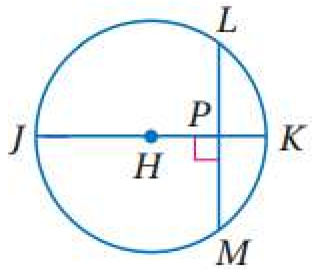
$$(AC)^2 = (AE)^2 + (EC)^2$$

$$(14)^2 = (AE)^2 + (11)^2$$

$AE = 8.66$

$EB = 14 - 8.66$

$EB = 5.34$



إذا كان طول قطر $\odot H$ يساوي 18 و $LM = 12$ و $m\widehat{LM} = 84°$، فأوجد القياسين الآتيين مقرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم ذلك.

14) $m\widehat{LK}$

بما أن $\overline{JK}$ عمودي على الوتر $\overline{LM}$ إذا فهو ينصفه

$$m\widehat{LK} = \frac{84}{2} = 42^\circ$$

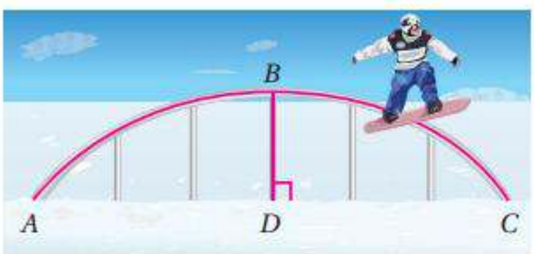
15) HP

ارسم HM وبتطبيق نظرية فيثاغورث:

$$(HM)^2 = (MP)^2 + (HP)^2$$

$$\left(\frac{18}{2}\right)^2 = \left(\frac{12}{2}\right)^2 + (HP)^2$$

$$HP = \sqrt{45} = 6.7$$

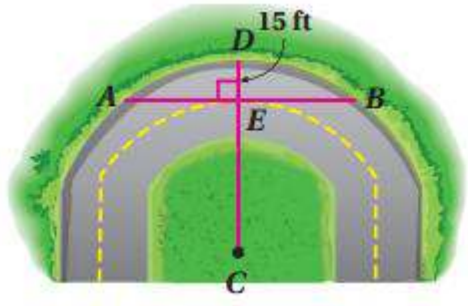


16) **تزلج:** سكة التزلّج في الشكل المجاور تأخذ شكل قوس من دائرة، حيث $\overline{BD}$ جزء من قطرها. إذا كان قياس $\widehat{ABC}$ يساوي 32% من الدائرة الكاملة، فأوجد $m\widehat{AB}$؟

$$\widehat{ABC} = 0.32 \times 360 = 115.2$$

$$\widehat{AB} = \frac{115.2}{2} = 57.6$$

17) **طُرق:** الحافة الخارجية للطريق المنحنية المبيّنة في الشكل المجاور جزء من $\odot C$ التي نصف قطرها 88 ft. أوجد AB مقرّبًا إجابتك إلى أقرب عُشرٍ.



ارسم $\overline{CB}$ نصف قطر

$\overline{EC} = \overline{CD} - \overline{DE}$

$\overline{EC} = 88 - 15 = 73$

وبتطبيق فيثاغورث:

$(CB)^2 = (EC)^2 + (EB)^2$

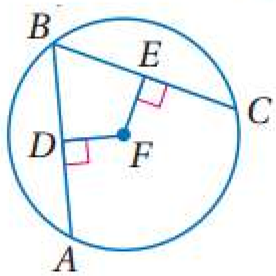
$(88)^2 = (73)^2 + (EB)^2$

$EB = 49.14$

$AB = 2 \times 49.14$

$AB = 98.28ft$

18) **جبر:** في $\odot F$ ، إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ ، $DF = 3x - 7, FE = x + 9$ ، فأوجد قيمة x .



$\because \overline{AB} \cong \overline{BC}$

$\therefore EF = FD$

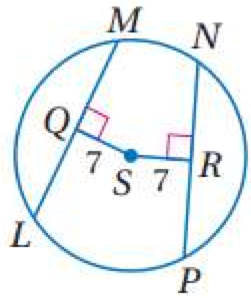
$x + 9 = 3x - 7$

$3x - x = 9 + 7$

$2x = 16$

$x = 8$

(19 **جبر:** في $\odot S$ ، إذا كان: $LM = 16 , PN = 4x$، فأوجد قيمة x.



بما أن $SR = SQ$

$4x = 16$

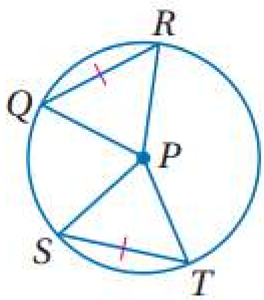
$x = 4$

برهان: اكتب برهانًا من النوع المحدّد في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(20 برهان حرّ للجزء الثاني من النظرية 8.2 ،

المعطيات: $\overline{QR} \cong \overline{ST}$ في $\odot P$.

المطلوب: $\widehat{QR} \cong \widehat{ST}$



بما أن أتصاف أقطار الدائرة متطابقة فإن $\overline{PT} \cong \overline{SP} \cong \overline{PR} \cong \overline{QP}$ ، ومن المعطيات نعلم أن $\overline{ST} \cong \overline{QR}$ ، إذن $\Delta PST \cong \Delta PQR$ حسب SSS

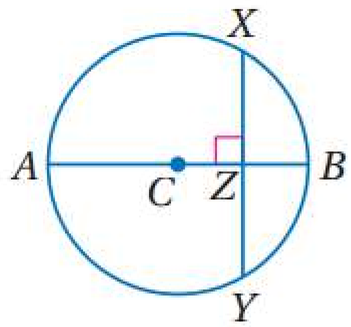
إذن، $\angle SPT \cong \angle QPR$ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة.

ولأن للزوايا المركزية القياس نفسه فإن للأقواس المقابلة لها القياس نفسه أيضا ومن ثم فهي متطابقة ولذلك فإن $\widehat{ST} \cong \widehat{QR}$

21) برهان ذو عمودين للنظرية 8.3 ،

المعطيات: $\overline{AB} \perp \overline{XY}$ في $\odot C$.

المطلوب: $\overline{XZ} \cong \overline{YZ}$, $\widehat{XB} \cong \widehat{YB}$



البرهان:

$\overline{AB} \perp \overline{XY}$ (معطى)

$90^\circ = \angle XZB = \angle BZY$ (تعريف العمود الساقط)

إذا $\widehat{XB} \cong \widehat{BY}$ (بحسب نظرية 8.1)

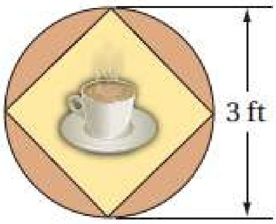
$\overline{CX} \cong \overline{CY}$ (تعريف أنصاف أقطار)

$\overline{CZ} \cong \overline{CZ}$ (خاصية الإنعكاس)

$90^\circ = \angle XZB = \angle BZY$ (قائمتان)

$\Delta XCZ \cong \Delta YCZ$

$\overline{XZ} \cong \overline{YZ}$



22) **تصميم:** صمَّم زيد شعارًا لمقهىً كما في الشكل المجاور. إذا كانت أطوال الأوتار جميعها متساوية، فما قياس كل قوس؟ وما طول كل وتر؟

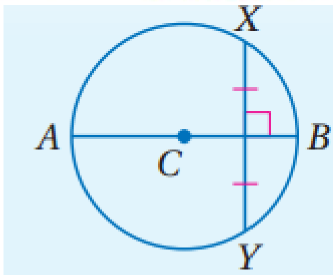
قياس كل قوس $= 90^\circ$ لأن الزاوية المقبلة لكل قوس $= 90^\circ$

طول كل وتر $= 2.12$ ft

$$(1.5)^2 + (1.5)^2 = (L)^2$$

$$L = 2.12\text{ft}$$

23) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين للنظرية 8.4



البرهان: العبارات (المبررات)

1) $\overline{AB}$ عمود منصف لـ $\overline{XY}$ (معطيات)

2) تقع C على بعدين متساويين عن A, B (جميع أنصاف أقطار الدائرة متطابقة)

3) تقع C على العمود المنصف لـ $\overline{XY}$ (عكس نظرية العمود المنصف)

4) $\overline{AB}$ قطر للدائرة للدائرة □ C

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين للجزء المُشار إليه من النظرية 8.5 في كلٍّ من السؤالين الآتيين.

24) إذا تساوَى بُعدا وترين في دائرةٍ عن مركزها، فإن هذين الوترين متطابقان.

البرهان: العبارات والمبررات

1) $\overline{LG} \cong \overline{LH}$ (أنصاف أقطار الدائرة متطابقة)

2) $\overline{LX} \cong \overline{LY}$, $\overline{LY} \perp \overline{LH}$, $\overline{LX} \perp \overline{FG}$ (معطيات)

3) $\angle LYH$, $\angle LXG$ قائمتان (تعريف المستقيمات المتعامدة)

4) $\Delta XGL \cong \Delta YHL$ (HL)

5) $\overline{XG} \cong \overline{YH}$ (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)

6) $XG = YH$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

7) $2(XG) = 2(YH)$ (خاصية الضرب)

8) $\overline{LX}$ ينصف $\overline{FG}$ $\overline{LY}$ ينصف $\overline{JH}$ (نصف القطر العمودي على الوتر ينصفه)

9) $FG = 2(XG), JH = 2(YH)$ (تعريف منصف القطع المستقيمة)

10) $JH = FG$ (بالتعويض)

11) $\overline{JH} \cong \overline{FG}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

25) إذا تطابق وتران في دائرةٍ، فإن بعدَيهما عن مركزها متساويان.

البرهان:

1) $\overline{JH} \cong \overline{FG}, \overline{LH}, \overline{LG}$ (أنصاف أقطار) ،

$\overline{JH} \perp \overline{LY}, \overline{FG} \perp \overline{LX}$ (معطيات)

2) $\overline{LX}$ ينصف $\overline{FG}$ ، $\overline{LY}$ ينصف $\overline{JH}$ ($\overline{LX}$ ، $\overline{LY}$) محتواتان في نصفي قطرين ونصف القطر العمودي على الوتر ينصف هذا الوتر)

3) $YH = \frac{1}{2}JH$ ، $XG = \frac{1}{2}FG$ (تعريف العمود المنصف)

4) $JH = FG$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

5) $\frac{1}{2}JH = \frac{1}{2}FG$ (خاصية الضرب)

6) $YH = XG$ (بالتعويض)

7) $YH \cong XG$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

8) $\overline{LH} = \overline{LG}$ (جميع أنصاف أقطار الدائرة متطابقة)

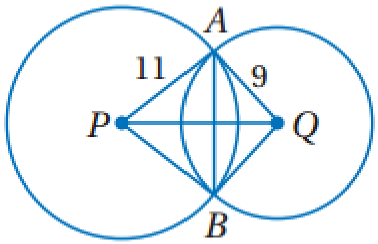
9) $\angle HYL, \angle GXL$ (قائمتان)

10) $\Delta YLH \cong \Delta XLG \,(HL)$

11) $\overline{LY} \cong \overline{LX}$ (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)

مسائل مهارات التفكير العليا:

26) **تحدٍّ:** الوتر $\overline{AB}$ المشترك بين $\odot P, \odot Q$ يعامد القطعة المستقيمة الواصلة بين مركزي هاتين الدائرتين، إذا كان $AB = 10$، فما طول $\overline{PQ}$؟ وضّح ذلك.



Q , P تبعدان مسافات متساوية عن نقطتي طرفي $\overline{AB}$ ، إذن كلاهما واقعة على العمود المنصف للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$ ، لذلك نجد أن $\overline{PQ}$ هي العمود المنصف للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$ ، لذا فإن طول كل جزء من القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ يساوي 5. بما أن $\overline{PC}$ عمودي على الوتر $\overline{AB}$ ، حيث C نقطة تقاطع $\overline{AB}$ ، $\overline{PQ}$ فإن $\angle PCA$ قائمة. إذن ΔPCA قائم الزاوية. وبتطبيق فيثاغورث

$$(AQ)^2 = (AC)^2 + (CQ)^2$$

$$(9)^2 = \left(\frac{10}{2}\right)^2 + (CQ)^2$$

$$CQ = \sqrt{56} = 7.48$$

$$(AP)^2 = (AC)^2 + (CP)^2$$

$$(11)^2 = \left(\frac{10}{2}\right)^2 + (CP)^2$$

$$CP = \sqrt{96} = 9.79$$

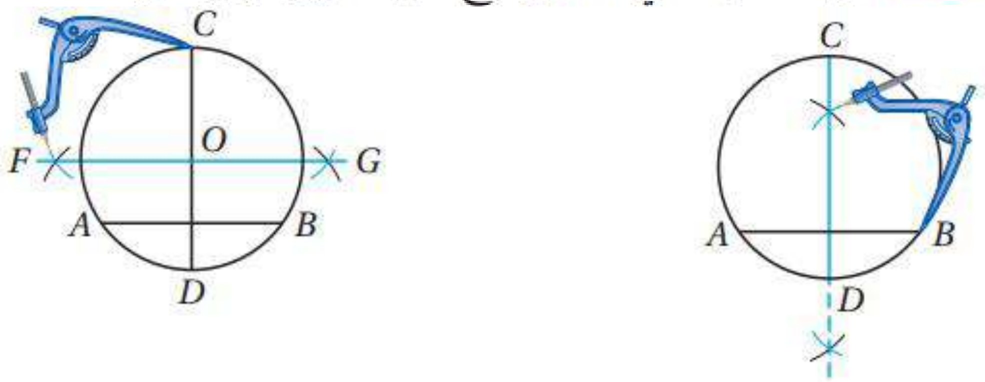
$$PQ = CP + CQ$$

$$\overline{PQ} = 17.27$$

27) **تبرير:** $\overline{AB}$ قطر في الدائرة و $\overline{HG}$ وتر يتقاطع مع $\overline{AB}$ في النقطة X، فهل العبارة $HX = GX$ صحيحة دائمًا، أم أحيانًا، أم غير صحيحة أبدًا؟

صحيحة أحيانا؛ إذا كان القطر عموديا على الوتر فإنه ينصفه

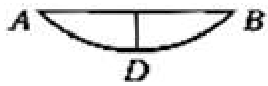
28) **تحدٍّ:** الإنشاء الهندسي أدناه يوضح طريقة تعيين مركز دائرة معطاة.



الخطوة 1: ارسم الوتر $\overline{AB}$، وأنشئ العمود المنصف للوتر $\overline{AB}$ وسمّه $\overline{CD}$.

الخطوة 2: أنشئ العمود المنصّف للوتر $\overline{CD}$ وسمّه $\overline{FG}$. سمِّ نقطة تقاطع العمودين O.

a) استعمل البرهان غير المباشر لإثبات أن $\overline{CD}$ يمرّ بمركز الدائرة، مفترضًا أن مركز الدائرة لا يقع على $\overline{CD}$.



أفرض أن X لا تقع على $\overline{CD}$. ارسم $\overline{XE}$ وأنصاف الأقطار $\overline{XA}, \overline{XB}$

بما أن $\overline{CD}$ هو العمود المنصف لـ $\overline{AB}$ و E نقطة منتصف $\overline{AB}$، فإن $\overline{AE} \cong \overline{EB}$، وكذلك $\overline{XB} \cong \overline{XA}$، لأن جميع أنصاف أقطار الدائرة متطابقة.

$\overline{XE} \cong \overline{XE}$ حسب خاصية الانعكاس. لذا $\Delta AXE \cong \Delta BXE$

ولأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة فإن $\angle XEA \cong \angle XEB$.

وبما أن $\angle XEA, \angle XEB$ متجاورتان متطابقتان تكونان $\angle AEB$

فإن $\overline{AB} \perp \overline{XE}$ لذا $\overline{XE}$ عمود منصف لـ $\overline{AB}$، لكن $\overline{CD}$ هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة وحيدا، لذا فالفرض خطأ. والمركز X يجب أن يقع على $\overline{CD}$

b) أثبت أن O هي مركز الدائرة.

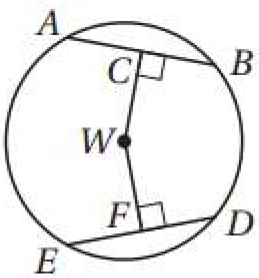
بما أن النقطة X تقع على $\overline{CD}$، C , D تقعان على X ، فإن $\overline{CD}$ قطر للدائرة X .وبما أن $\overline{FG}$ ينصف $\overline{CD}$ عند O فإن O نقطة منتصف $\overline{CD}$ وبما أن نقطة منتصف القطر هي مركز الدائرة، فأن O هي مركز الدائرة. لذلك فالنقطة O هي النقطة X

29) **اكتب:** إذا أصبح قياس قوس في دائرة ثلاثة أمثال قياسه الأصلي، فهل يصبح طول الوتر المقابل لهذا القوس الجديد ثلاثة أمثال طول الوتر المقابل للقوس الأصلي؟ ارسم شكلًا يؤيِّد استنتاجك.

لا، لأن في دائرة نصف قطرها 12 القوس الذي قياسه 60° يقابل وترا طوله 12، إذا أصبح قياس القوس ثلاثة أمثال قياس القوس الأصلي؛ أي أصبح 180°، فإن طول الوتر يساوي 24 لأنه أصبح قطرا، وهذا لا يساوي ثلاثة أمثال 12.

تدريب على اختبار

30) إذا كان: $ED = 30$ ، $CW = WF$، فأوجد DF؟



A 60

B 45

C 30

D 15

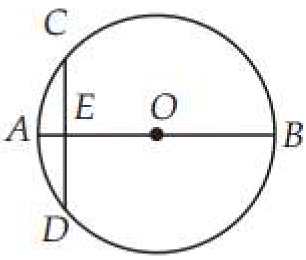
بما أن CW = WF وعموديان على كلا من AB , ED

إذا CW ,WF ينصفان AB , ED

$$ED = \frac{30}{2} = 15$$

الاختيار : D 15

(31 في $\odot O$، $\overline{AB}$ قطر عمودي على الوتر $\overline{CD}$، ويقطعه في النقطة E، إذا كان: $OB = 10$، $AE = 2$، فما طول $\overline{CD}$؟



A 4

B 6

C 8

D 12

$$AE = 2$$

$$EO = AO - AE$$

$$EO = 10 - 2 = 8$$

$$(DO)^2 = (ED)^2 + (EO)^2$$

$$(10)^2 = (ED)^2 + (8)^2$$

$$ED = 6$$

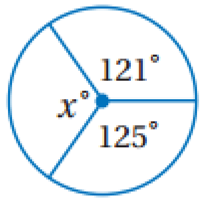
$$CD = 2 \times 6 = 12$$

طول $CD = 12$

مراجعة تراكمية

أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي: (الدرس 2-8)

32)

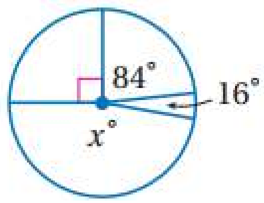


$$x + 121 + 125 = 360$$

$$x = 360 - (121 + 125)$$

$$x = 114^\circ$$

33)

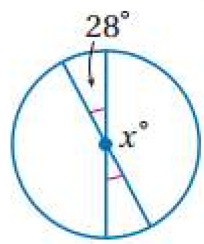


$$x + 84 + 16 + 90 = 360$$

$$x = 360 - (84 + 16 + 90)$$

$$x = 170^\circ$$

34)



$$x + 28 + 28 + x = 360$$

$$2x = 360 - (28 + 28)$$

$$2x = 304$$

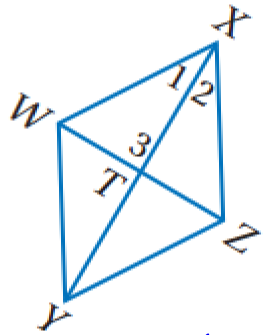
$$x = 152^\circ$$

35) حِرف يدوية: صمّمت شيماء مخططًا لتطريز 10 ورداتٍ على قطعة قماش، فرسمت 10 أشكال خماسية منتظمة طول ضلع كلٍّ منها 3.5 in ، ثم رسمت نصف دائرة على كل ضلع فتشكّلت 10 ورداتٍ لكلٍّ منها خمس بتلاتٍ، فكم بوصةً طول الشريط الذهبي الذي تحتاجه لتزيين حواف جميع الوردات؟ قرّب إجابتك إلى أقرب بوصةٍ.

طول الشريط = 275 in

جبر: أجب عن السؤالين الآتيين مستعينًا بالمعين $WXZY$:

36) إذا كان: $m\angle 3 = (y^2 - 31)^\circ$ ، فأوجد y .



بما أن قطرا المعين متعامدان إذا:

$$y^2 - 31 = 90$$

$$y^2 = 90 + 31$$

$$y^2 = 121$$

$$y = \pm 11$$

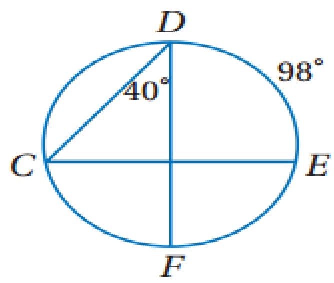
37) إذا كان: $m\angle XZY = 56^\circ$ ، فأوجد $m\angle YWZ$.

$$28^\circ = \frac{56}{2} = m\angle YWZ$$

8-4 الزوايا المحيطية

تحقق

أوجد القياسات الآتية مستعملًا الشكل المجاور:



$m\widehat{CF}$ (1A

$\angle CDF$ زاوية محيطة لأن رأسها تقع على الدائرة وضلعاها وترين في الدائرة

$$\angle CDF = \frac{1}{2}\widehat{CF}$$

$$\widehat{CF} = 2\times 40 = 80^{\circ}$$

$m\angle C$ (1B

$\angle DCE$ زاوية محيطة وبحسب النظرية 8.6:

$$\angle DCE = \frac{1}{2}\widehat{DE}$$

$$\angle DCE = \frac{1}{2}\times 98$$

$$\angle DCE = 49^{\circ}$$

2) إذا كان: $m\angle V = (x+16)^\circ$, $m\angle S = (3x)^\circ$ ، فأوجد $m\angle S$ مستعملًا الشكل أعلاه.

$m\angle V = m\angle S$ $\angle V$, $\angle S$ كلاهما تقابلان $\overset{\frown}{TU}$

$x + 16 = 3x$

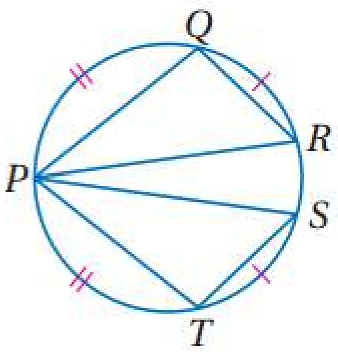
$3x - x = 16$

$2x = 16$

$x = 8$

$\angle S = 3x$

$\angle S = 24^\circ$



3) اكتب برهانًا ذا عمودين:

المعطيات: $\overset{\frown}{QR} \cong \overset{\frown}{ST}$, $\overset{\frown}{PQ} \cong \overset{\frown}{PT}$

المطلوب: $\triangle PQR \cong \triangle PTS$

البرهان: العبارات والمبررات

$\overset{\frown}{QR} \cong \overset{\frown}{ST}$, $\overset{\frown}{PQ} \cong \overset{\frown}{PT}$ (معطيات)

$m\overset{\frown}{QR} = m\overset{\frown}{ST}$, $m\overset{\frown}{PQ} = m\overset{\frown}{PT}$ (تعريف تطابق الأقواس)

$\frac{1}{2}m\overset{\frown}{QR} = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{ST}$, $\frac{1}{2}m\overset{\frown}{PQ} = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{PT}$ (خاصية الضرب)

$m\angle QPR = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{QR}$, $m\angle TPS = \frac{1}{2}m\angle\overset{\frown}{ST}$

$m\angle QRP = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{PQ}$, $m\angle TSP = \frac{1}{2}m\angle\overset{\frown}{PT}$ (نظرية الزاوية المحيطة)

$m\angle QPR = m\angle TPS$, $m\angle QRP = m\angle TSP$ (بالتعويض)

$m\angle QPR \cong m\angle TPS$, $m\angle QRP \cong m\angle TSP$ (تعريف تطابق القطع الزوايا)

$\overset{\frown}{QR} \cong \overset{\frown}{ST}$ (الأقواس المتطابقة تحددها أوتار متطابقة)

$\Delta PQR \cong \Delta PTS$ (AAS)

4) إذا كان $m\angle H = (17x - 8)^\circ$, $m\angle F = (7x + 2)^\circ$ ، فأوجد قيمة x مستعملًا الشكل أعلاه.

$$\angle H + \angle F = 90$$

$$17x - 8 + 7x + 2 = 90$$

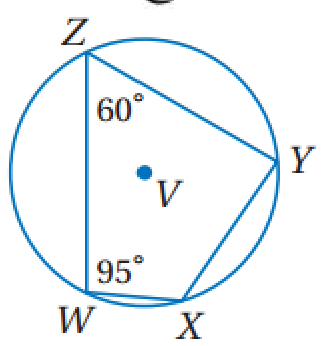
$$24x - 6 = 90$$

$$24x = 90 + 6$$

$$24x = 96$$

$$x = 4$$

5) المضلع $WXYZ$ شكل رباعي محاط بِـ $\odot V$ ، أوجد $m\angle X, m\angle Y$.



المضلع الرباعي المحاط بالدائرة كل زاويتين فيه متقابلين متكاملين

$$\angle Y + \angle W = 180$$

$$\angle Y + 95 = 180$$

$$\angle Y = 180 - 95$$

$$\angle Y = 85^\circ$$

$$\angle X + \angle Z = 180$$

$$\angle X + 60 = 180$$

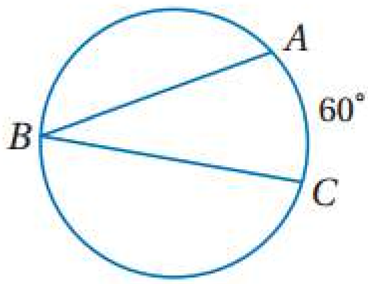
$$\angle X = 180 - 60$$

$$\angle X = 120^\circ$$

تأكد:

أوجد كل قياس ممّا يأتي:

1) $m\angle B$



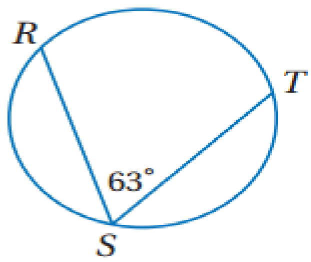
$\angle ABC$ زاوية محيطة لأن رأسها تقع على الدائرة وضلعاها وترين في الدائرة

$$\angle ABC = \frac{1}{2}\overset{\frown}{AC}$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2}\times 60$$

$$\angle ABC = 30^\circ$$

2) $m\overset{\frown}{RT}$



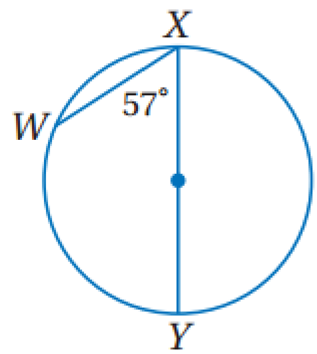
$$\angle RST = \frac{1}{2}\overset{\frown}{RT}$$

$$63 = \frac{1}{2}\overset{\frown}{RT}$$

$$\overset{\frown}{RT} = 2\times 63$$

$$\overset{\frown}{RT} = 126^\circ$$

3) $m\widehat{WX}$



ارسم $\overline{WY}$ و $\angle XWY = 90^\circ$ لأنها زاوية محيطية تقابل نصف دائرة

$\angle WYX = 180 - (90 + 57) = 33^\circ$

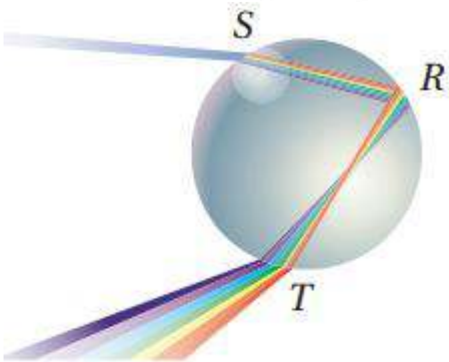
$$\angle WYX = \frac{1}{2}\overset{\frown}{WX}$$

$$33 = \frac{1}{2}\overset{\frown}{WX}$$

$$\overset{\frown}{WX} = 2 \times 33$$

$$\overset{\frown}{WX} = 66^\circ$$

4) **علوم:** يُبيّن الشكل المجاور انكسار أشعة الضوء في قطرة مطر لإنتاج ألوان الطيف، فإذا كان $m\widehat{ST} = 144^\circ$، فأوجد $m\angle R$؟



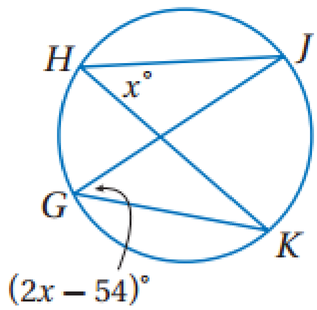
$$\angle R = \frac{1}{2} ST$$

$$\angle R = \frac{1}{2} \times 144$$

$$\angle R = 72^\circ$$

جبر: أوجد كلًّا من القياسين الآتيين:

$m\angle H$ (5



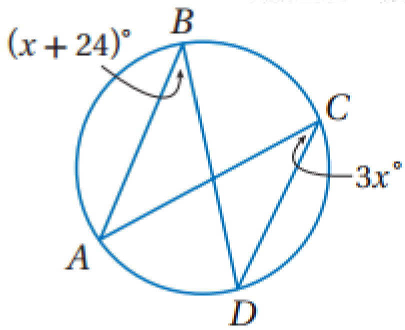
الزاويتين المحيطتين المشتركين في نفس القوس متطابقين

$x = 2x - 54$

$2x - x = 54$

$x = 54$

$m\angle B$ (6



$\angle B = \angle C$

$x + 24 = 3x$

$3x - x = 24$

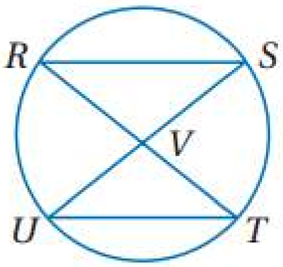
$2x = 24$

$x = 12$

$\angle B = x + 24$

$\angle B = 36^\circ$

7) برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين.



المعطيات: $\overline{RT}$ تُنصِّف $\overline{SU}$.

المطلوب: $\triangle RVS \cong \triangle UVT$

البرهان:

$\overline{RT}$ ينصف $\overline{SU}$. (معطيات)

$\overline{SV} \cong \overline{VU}$ (تعريف منصف القطعة المستقيمة)

$\angle SRT$ تقابل $\overset{\frown}{ST}$.

$\angle SUT$ تقابل $\overset{\frown}{ST}$. (تعريف القوس المقابل)

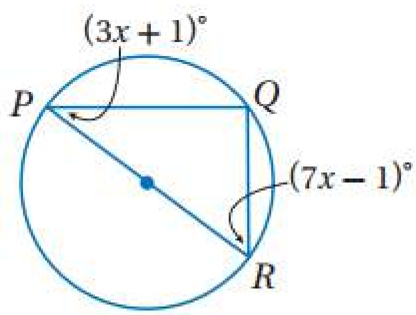
$\angle SRT \cong \angle SUT$ (الزوايا المحيطية المرسومة على القوس نفسه متطابقة)

$\angle RVS \cong \angle UVT$ (الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة)

$\Delta RVS \cong \Delta UVT$ (AAS)

جبر: أوجد قيمة كلٍّ ممَّا يأتي:

8) $m\angle R$



بما أن $\angle Q$ زاوية محيطية تقابل نصف دائرة إذا قياسها $= 90^\circ$

$\angle R + \angle P = 90$

$3x + 1 + 7x - 1 = 90$

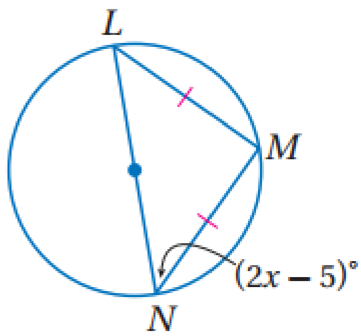
$10x = 90$

$x = 9$

$\angle R = 3x + 1$

$\angle R = 28^\circ$

x (9



مجموع زوايا المثلث الداخلة = 180°

$\angle M + \angle L + \angle N = 180$

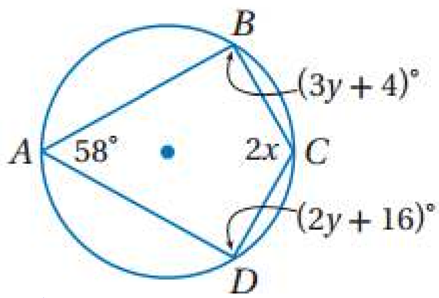
$2x - 5 + 2x - 5 + 90 = 180$

$4x - 10 = 90$

$4x = 100$

$x = 25$

$m\angle C, m\angle D$ (10



كل زاويتين متقابلين متكاملين في المضلع المحاط بدائرة

$3y + 4 + 2y + 16 = 180$

$5y + 20 = 180$

$5y = 180 - 20$

$5y = 160$

$y = 32$

$m\angle D = 2y + 16$

$m\angle D = 80^\circ$

$$2x + 58 = 180$$

$$2x = 180 - 58$$

$$2x = 122$$

$$x = 61$$

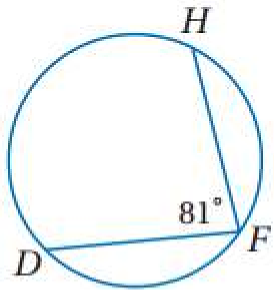
$$\angle C = 2x$$

$$\angle C = 122^{\circ}$$

تدرب وحل المسائل:

أوجد كل قياس ممّا يأتي:

$m\widehat{DH}$ (11



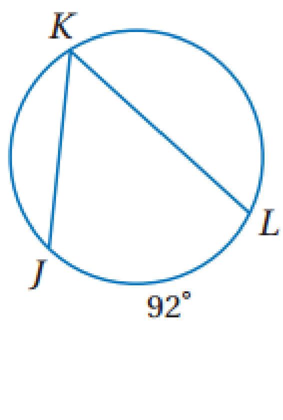
$$\angle F = \frac{1}{2}\overset{\frown}{HD}$$

$$81 = \frac{1}{2}\overset{\frown}{HD}$$

$$\overset{\frown}{HD} = 2 \times 81$$

$$\overset{\frown}{HD} = 162^{\circ}$$

$m\angle K$ (12

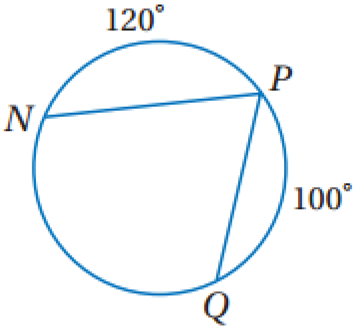


$$\angle K = \frac{1}{2}\overset{\frown}{JL}$$

$$\angle K = \frac{1}{2} \times 92$$

$$\angle K = 46^{\circ}$$

$m\angle P$ (13



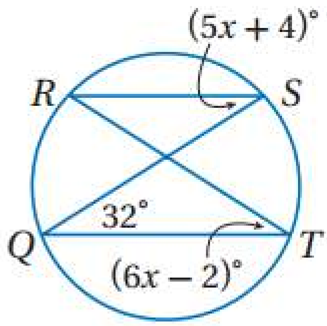
$$m\widehat{NQ} = 360 - (120 + 100)$$

$$m\widehat{NQ} = 140^\circ$$

$$\angle P = \frac{1}{2}\widehat{NQ}$$

$$\angle P = \frac{140}{2} = 70^\circ$$

جبر: أوجد كل قياسٍ ممّا يأتي:



$m\angle R$ (14

لأن الزوايا المحيطية المشتركة في نفس القوس متطابقة $m\angle R = 32^\circ$

$m\angle S$ (15

$\angle S = \angle T$

$5x + 4 = 6x - 2$

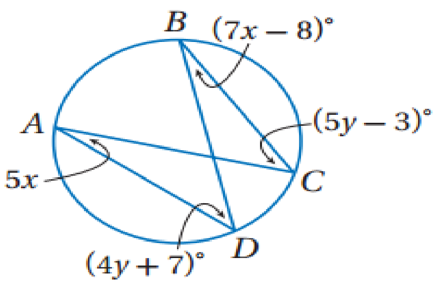
$6x - 5x = 4 + 2$

$x = 6$

$\angle S = 5x + 4$

$\angle S = 34^\circ$

$m\angle A$ (16



$\angle A = \angle B$

$5x = 7x - 8$

$7x - 5x = 8$

$2x = 8$

$x = 4$

$\angle A = 5x$

$\angle A = 20^\circ$

$m\angle C$ (17

$\angle C = \angle D$

$5y - 3 = 4y + 7$

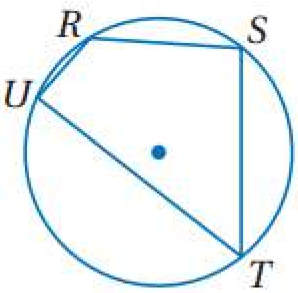
$5y - 4y = 7 + 3$

$y = 10$

$\angle C = 5y - 3$

$\angle C = 47^\circ$

18) برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين.



المعطيات: $m\angle T = \frac{1}{2} m\angle S$

المطلوب: $m\widehat{TUR} = 2m\widehat{US}$

البرهان: **العبارات والمبررات**

1) $m\angle T = \frac{1}{2} m\angle S$ (معطيات)

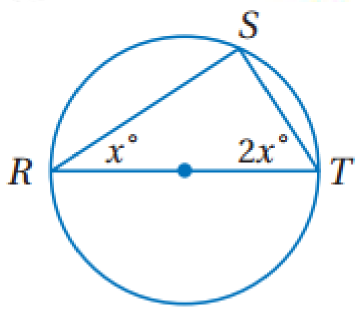
2) $m\angle S = 2m\angle T$ (خاصية الضرب)

3) $m\angle S = \frac{1}{2} m\widehat{TUR}, \; m\angle T = \frac{1}{2} m\widehat{URS}$ (قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل)

4) $\frac{1}{2} m\widehat{TUR} = 2\left(\frac{1}{2} m\widehat{URS}\right)$ (بالتعويض)

5) $m\widehat{TUR} = 2m\widehat{URS}$ (خاصية الضرب)

جبر: أوجد قيمة كلٍّ ممّا يأتي:



19) x

مجموع زوايا المثلث الداخلة = 180، وزاوية S تقابل نصف دائرة إذا قياسها $= 90^\circ$

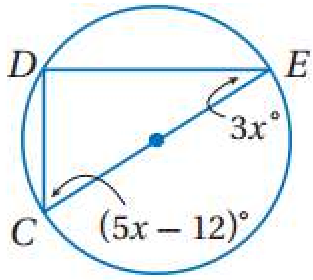
$x + 2x + 90 = 180$

$3x = 180 - 90$

$3x = 90$

$x = 30^\circ$

x (20



مجموع زوايا المثلث الداخلة = 180، وزاوية D تقابل نصف دائرة إذا قياسها = 90°

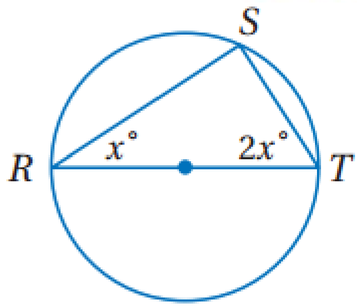
$5x - 12 + 3x + 90 = 180$

$8x - 12 = 90$

$8x = 102$

$x = 12.75^\circ$

$m\angle T$ (21



مجموع زوايا المثلث الداخلة = 180، وزاوية S تقابل نصف دائرة إذا قياسها = 90°

$x + 2x + 90 = 180$

$3x = 180 - 90$

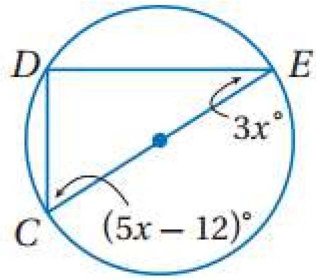
$3x = 90$

$x = 30^\circ$

$\angle T = 2x$

$\angle T = 60^\circ$

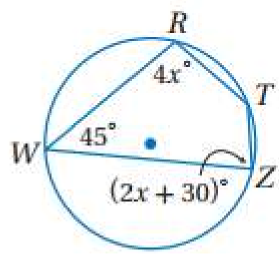
$m\angle C$ (22



$$m\angle C = 5x - 12 + 3x + 90 = 180$$
$$8x - 12 = 90$$
$$8x = 102$$
$$x = 12.75$$
$$m\angle C = 5x - 12$$
$$m\angle C = 51.75$$

جبر: أوجد كلّ قياسٍ ممّا يأتي:

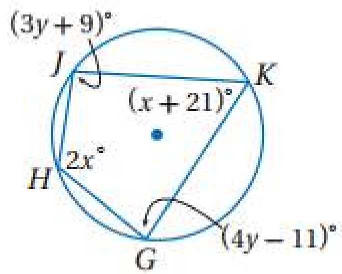
$m\angle T$ (23



كل زاويتين متقابلين متكاملين في المضلع الرباعي

$$m\angle T + \angle W = 180$$
$$m\angle T + 45 = 180$$
$$m\angle T = 180 - 45$$
$$m\angle T = 135^{\circ}$$

$m\angle H$ (24



كل زاويتين متقابلين متكاملين في المضلع الرباعي

$\angle K + \angle H = 180$

$x + 21 + 2x = 180$

$3x = 180 - 21$

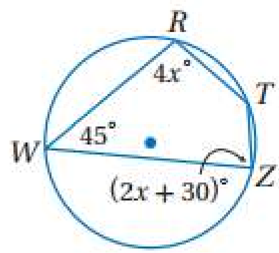
$3x = 159$

$x = 53$

$\angle H = 2x$

$\angle H = 106^\circ$

$m\angle Z$ (25



$2x + 30 + 4x = 180$

$6x = 180 - 30$

$6x = 150$

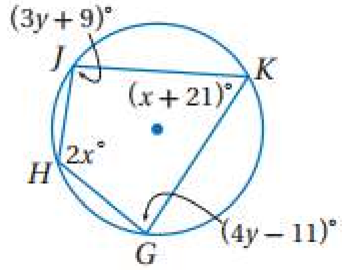
$x = 25$

$\angle Z = 2x + 30$

$\angle Z = 50 + 30$

$\angle Z = 80^\circ$

$m\angle G$ (26



$\angle G + \angle J = 180$

$4y - 11 + 3y + 9 = 180$

$7y - 2 = 180$

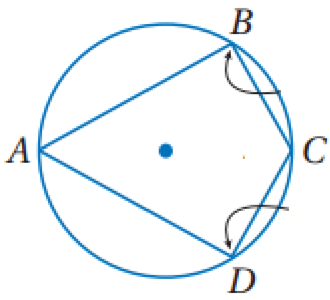
$7y = 182$

$y = 26$

$\angle G = 4y - 11$

$\angle G = 93^\circ$

(27 **برهان:** اكتب برهانًا حرًّا للنظرية 8.9 .



البرهان:

بتطبيق مسلمة جمع الأقواس وتعريف قياس القوس ومجموع الزوايا المركزية، يكون $m\overset{\frown}{DCB} + m\overset{\frown}{DAB} = 360^\circ$.

وبما أن $m\angle A = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{DCB}, m\angle C = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{DAB}$

فإن $m\angle C + m\angle A = \frac{1}{2}\left(m\overset{\frown}{DCB} + m\overset{\frown}{DAB}\right)$

ولكن $m\overset{\frown}{DCB} + m\overset{\frown}{DAB} = 360^\circ$

إذن $m\angle C + m\angle A = \frac{1}{2}\left(360^\circ\right) = 180^\circ$ وهذا يثبت أن $m\angle C, m\angle A$ متكاملتان. ولأن مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الرباعي.

يساوي 360° فإن $m\angle A + m\angle C + m\angle B + m\angle D = 360^\circ$
ولكن $m\angle A + m\angle C = 180^\circ$، إذن $m\angle B + m\angle D = 180^\circ$ وهذا يثبت أن هاتين الزاويتين متكاملتين أيضا.

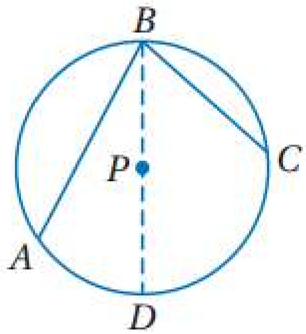
برهان: برهن النظرية 8.6 لحالتَي الزاوية المحيطية في الدائرة فيما يأتي:

28) الحالة الثانية:

المعطيات: يقع المركز P داخل $\angle ABC$.

$\overline{BD}$ قطر للدائرة.

المطلوب: $m\angle ABC = \frac{1}{2} m\widehat{AC}$



البرهان: العبارات والمبررات

1) $m\angle ABC = m\angle ABD + m\angle DBC$ (مسلمة جمع الزوايا)

2) $m\overset{\frown}{ADC} = m\overset{\frown}{AD} + m\overset{\frown}{DC}$ (مسلمة جمع الأقواس)

3) $\frac{1}{2} m\overset{\frown}{ADC} = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{AD} + \frac{1}{2} m\overset{\frown}{DC}$ (خاصية الضرب)

4) $m\angle ABD = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{AD}\ ,\ m\angle DBC = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{DC}$ (قياس الزاوية المحيطية التي يكون أحد ضلعيها قطرا في الدائرة يساوي نصف قياس القوس المقابل (الحالة1).

5) $\frac{1}{2} m\overset{\frown}{ADC} = m\angle ABD + m\angle DBC$ (بالتعويض الخطوتان 3,4)

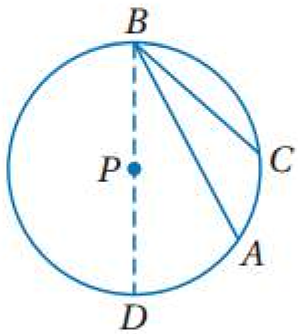
6) $\frac{1}{2} m\overset{\frown}{ADC} = m\angle ABC$ (بالتعويض الخطوتان 5,1)

29) الحالة الثالثة:

المعطيات: يقع المركز P خارج $\angle ABC$.

$\overline{BD}$ قطر للدائرة.

المطلوب: $m\angle ABC = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{AC}$



1) $m\angle ABC = m\angle DBC - m\angle DBA$ (مسلمة جمع الزوايا)

2) $m\overset{\frown}{AC} = m\overset{\frown}{DC} - m\overset{\frown}{DA}$ (مسلمة جمع الأقواس.خاصية الطرح)

3) $\frac{1}{2} m\overset{\frown}{AC} = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{DC} - \frac{1}{2} m\overset{\frown}{DA}$ (خاصية الضرب)

4) $m\angle DBA = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{DA},\ m\angle DBC = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{DC}$

(قياسات الزاوية المحيطية التي يكون أحد ضلعيها قطرا في الدائرة يساوي نصف قياس القوس المقابل لها (الحالة1))

5) $m\angle ABC = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{DC} - \frac{1}{2} \overset{\frown}{DA}$ (بالتعويض الخطوتان 1,4)

6) $m\angle ABC = \frac{1}{2}\left(m\overset{\frown}{DC} - \overset{\frown}{DA}\right)$ (خاصية التوزيع)

7) $m\angle ABC = \frac{1}{2} \overset{\frown}{AC}$ (بالتعويض (الخطوتان 6,3))

برهان: اكتب برهانًا من النوع المحدد لكلٍّ من النظريتين الآتيتين:

30) النظرية 8.7، برهانًا ذا عمودين.

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $\angle CBD, \angle FAE$ محيطيتان، $\overset{\frown}{FE} \cong \overset{\frown}{DC}$ (معطيات)

2) $m\angle FAE = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{FE}$, $m\angle CBD = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{DC}$

(قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها)

3) $m\overset{\frown}{FE} = m\overset{\frown}{DC}$ (تعريف تطابق الأقواس)

4) $\frac{1}{2} m\overset{\frown}{FE} = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{DC}$ (خاصية الضرب)

5) $m\angle FAE = m\angle CBD$ (بالتعويض)

6) $\angle FAE \cong \angle CBD$ (تعريف تطابق الزوايا)

31) النظرية 8.8، برهانًا حرًّا.

البرهان: ADC نصف دائرة، $m\overset{\frown}{ADC} = 180^\circ$، $\angle ABC$ محيطية

$$m\angle ABC = \frac{1}{2} m\overset{\frown}{ADC} = 90^\circ$$

وهذا يعني أن $\angle ABC$ قائمة.

الجزء2:

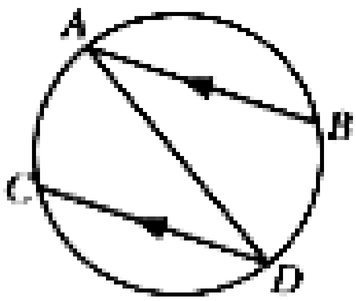
المعطيات: $\angle ABC$ قائمة

المطلوب: $\overset{\frown}{ADC}$ نصف دائرة.

البرهان: بما أن $m\angle ABC = 90^\circ$ فإن قياس القوس المقابل لها يساوي 180°. وبما أن قياس القوس المقابل يساوي 180°، فهو نصف دائرة

32) **تمثيلات متعدّدة:** في هذا السؤال ستستقصي العلاقة بين القوسين المحصورين بين وترين متوازيين في الدائرة.

a) **هندسيًا:** ارسم دائرة تحوي وترين متوازيين هما $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ مستعملًا الفرجار، ثم صِلْ A, D برسم $\overline{AD}$.



b) **عدديًا:** أوجد $m\angle A, m\angle D$ مستعملًا المنقلة، ثم حدّد $m\widehat{AC}, m\widehat{BD}$، ما العلاقة بين هذين القوسين؟ فسّر إجابتك.

$$m\angle A = 30^\circ , m\angle D = 30^\circ$$

$$m\widehat{AC} = 60^\circ , m\widehat{BD} = 60^\circ$$

القوسان متطابقان، لأن قياسيهما متساويان

c) **لفظيًا:** ارسم دائرةً أخرى وكرّر الخطوتين **a , b**، ثم ضع تخمينًا حول القوسين المحصورين بين وترين متوازيين في الدائرة.

يحصر الوتران المتوازيان في الدائرة قوسين متطابقين

مسائل مهارات التفكير العليا:

تبرير: حدِّد ما إذا كان يمكن إحاطة كلٍّ من الأشكال الرباعية الآتية بدائرة دائمًا أو أحيانًا أو لا يمكن أبدًا. برِّر إجابتك.

33) المربع

صحيحة دائما؛ جميع زوايا المربع قائمة إذن زواياه المتقابلة سوف تكون محيطية مرسومة في الدائرة

34) المستطيل

صحيحة دائما؛ جميه زوايا المستطيل قائمة إذن زواياه المتقابلة سوف تكون محيطية مرسومة في الدائرة

35) المعين

صحيحة أحيانا؛ يمكن أن يكون المعين محاطا بالدائرة إذا كان مربع، بما أن الزوايا المتقابلة في المعين الذي لا يكون فيه مربعا ليست متكاملة ، إذا لا يمكن أن يحيط بالمعين دائرة.

36) شكل الطائرة الورقية

صحيحة أحيانا؛ في حالة كل زاويتين متقابلتين متكاملتين.

37) **تحدٍّ:** إذا كان مربع ما محاطًا بدائرة، فما نسبة مساحة الدائرة إلى مساحة المربع؟

نسبة مساحة الدائرة إلى مساحة المربع $= \frac{\Pi}{2}$

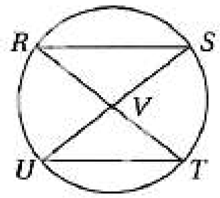
38) **اكتب:** إذا كان مثلث قائم زواياه $90°-45°-45°$ محاطًا بدائرة، وأُعطيت نصف قطر الدائرة، فاشرح طريقة لإيجاد طولَي ساقَي هذا المثلث.

المثلث الذي زواياه 90-45-45 يمكن أن يحاط بدائرة يكون فيها قوسان أصغران متساويين، كل منهما يساوي 90، تقابل الزوايا المحيطية في مثلث قطرا أو نصف دائرة إذا وفقط إذا كانت قائمة إذا وتر المثلث القائم الزاوية يسمي قطر الدائرة وباستعمال المثلثات فإن طول ساق المثلث يساوي

$$\sin 45^{\circ}.2r = \sqrt{2}r$$

(39 مسألة مفتوحة : أوجد شعارًا من واقع الحياة يحوي مضلعًا محاطًا بدائرة، وارسمه.

شكل عجلة الدراجة

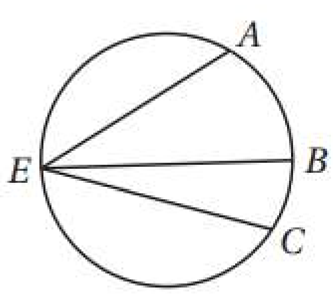


(40 اكتب: بيّن أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين الزاوية المركزية والزاوية المحيطية في الدائرة، وإذا كانت هاتان الزاويتان تقابلان القوس نفسه، فما العلاقة بينهما؟

الزاوية المحيطية يقع رأسها على الدائرة، أما الزاوية المركزية فيقع رأسها عند مركز الدائرة وأذا كانت الزاوية المحيطية والزاوية المركزية تقابلان القوس نفسه فإن قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية.

تدريب على اختبار

(41 إذا كان: $m\widehat{AC} = 160°$، $m\angle BEC = 38°$، فأوجد قيمة $m\angle AEB$ مستعملًا الدائرة المجاورة:



A 42°　　**B** 61°　　**C** 80°　　**D** 84°

$$\angle AEC = \frac{1}{2}\widehat{AC}$$

$$\angle AEC = \frac{1}{2}\times 160$$

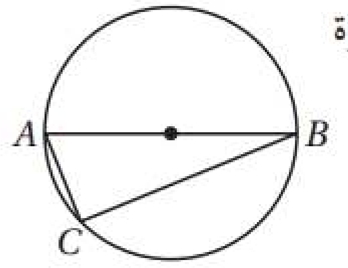
$$\angle AEC = 80^\circ$$

$$\angle AEB = \angle AEC - \angle AEC$$

$$\angle AEB = 80 - 38$$

$$\angle AEB = 42^\circ$$

42) إجابة قصيرة: $\overline{AB}$ قطر في الدائرة المجاورة، وAC يساوي 8 in ، و BC يساوي 15 in ، أوجد قطر الدائرة ونصف قطرها ومحيطها.



$\angle ACB = 90$ زاوية قائمة

بتطبيق فيثاغورث:

$$(AB)^2 = (AC)^2 + (CB)^2$$

$$(AB)^2 = (8)^2 + (15)^2$$

$$AB = 17in$$

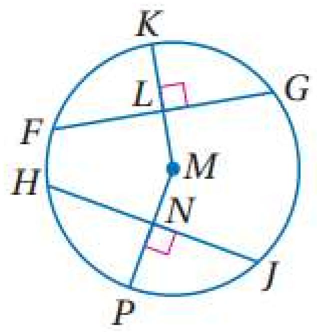
نصف القطر: $\frac{17}{2} = 8.5in$

محيط الدائرة:

$$2\pi r = 2 \times 3.14 \times 8.5 = 53.4in$$

مراجعة تراكمية

إذا كان: $m\widehat{HP} = 65°$, $HJ = 48\,in$, $FL = 24\,in$، فأوجد كلَّ قياسٍ ممَّا يأتي مستعملاً $\odot M$:



43) FG

$\overline{KM}$ نصف قطر وعمودي على $\overline{FG}$ وينصفه

$$\overline{FG} = 2\overline{FL} = 2 \times 24$$

$$\overline{FG} = 48$$

$m\widehat{PJ}$ (44

$$m\widehat{HP} = m\widehat{PJ} = 65^\circ$$

NJ (45

$$\overline{NJ} = \frac{48}{2} = 24$$

$m\widehat{HJ}$ (46

$$m\widehat{HJ} = 2 \times 65 = 130^\circ$$

استعد للدرس اللاحق

جبر: افترض أن B نقطة منتصف $\overline{AC}$، استعمل المعلومات المعطاة في كلٍّ ممّا يأتي لإيجاد القياسات المجهولة:

$AB = 4x - 5, BC = 11 + 2x, AC = ?$ (47

$$AB = BC$$
$$4x - 5 = 11 + 2x$$
$$4x - 2x = 11 + 5$$
$$2x = 16$$
$$x = 8$$
$$AC = AB + BC$$
$$AC = 4x - 5 + 11 + 2x$$
$$AC = 6x + 6$$
$$AC = 54$$

$AB = 10s + 2, AC = 49 + 5s, BC = ?$ (48

$$AB + BC = AC$$

$$10s + 2 + BC = 49 + 5s$$

$$BC = 49 + 5s - 10s - 2$$

$$BC = 47 - 5s$$

$$AB = BC = 10s + 2$$

$$10s + 2 = 47 - 5s$$

$$10s + 5s = 47 - 2$$

$$15s = 45$$

$$s = 3$$

$$BC = 10s + 2$$

$$BC = 30 + 2 = 32$$

اختبار منتصف الفصل

أجب عن الأسئلة 3 – 1، مستعينًا بالدائرة أدناه. (الدرس 1-8)

1) اسم الدائرة $\odot A$

2) قطر : CE

3) وتر: ED

4) دراجة هوائية:

a) $c = 2\pi r$

$c = 75.4$ in

b) 100 دورة $= 100 \times c$

$= 7540$ in

أوجد قطر ونصف قطر الدائرة المعطى محيطها في كل من السؤالين الآتيين، مقربا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة:

5) $c = 2\pi r$

$R = 3.7$ cm

$D = 2r$

$D = 7.3$ cm

6) $c = 2\pi r$

$R = 12.4$ ft

$D = 2r$

$D = 24.8$ ft

7)

طول $\overset{\frown}{BC} = 2.20$ CM

8) أفلام:

a) $m\overset{\frown}{ADC} = 240^\circ$

b) طوله = 30.4 in

9) $2x = 360 - (110 + 110)$

$x = 70$

10) $BD = 4.29$

11) $3X - 7 = 2X + 9$

$X = 16$

طول الوتر = 41

أوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

12) $m\overset{\frown}{TU} = 46$

13) $m\angle A = 85^\circ$

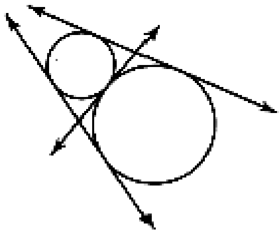
14) $X = 5$

15) $D = 14\sqrt{2}$ cm

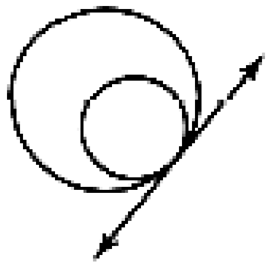
8-5 المماسات

تحقق

ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كل مما يأتي:



(1A
يوجد ثلاث مماسات مشتركة



(1B
يوجد مماس واحد مشترك

(2 $8^2 + 6^2 = 12^2$
$100 \neq 144$
إذا ليس مماسا

أوجد قيمة X في كل من الشكلين الآتيين مفترضا أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماسا للدائرة هي مماس فعلا:

(3A
$X^2 + 14^2 = 17^2$
$X = 9.94$

(3B

$X^2 + 4^2 = (2+X)^2$

$X = 3$

جبر: أوجد قيمة X في كل من الشكلين الآتيين، مفترضا أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماسا للدائرة هي مماسا فعلا:

(4A

$3X + 8 = 26$

$X = 6$

(4B

$2X + 9 = 3X + 6$

$X = 3$

(5

$4X + 12 = 18$

$X = 1.5$

تأكد:

حدد ما لاإذا كانت FG في كل من الشكلين الآتيين مماسا للدائرة Eأم لا وبرر إجابتك:

1) لا يوجد مماس مشترك للدائرتين المجاورتين

2) $10^2 + 6^2 = 12^2$

$136 \neq 144$

إذا ليس مماس

3) $36^2 + 15^2 = 39^2$

$1521 = 1521$

مماس

أوجد قيمة X في كل مما يـأتي مفترضا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلا:

4) $16^2 + 12^2 = X^2$

$X = 20$

5) $30^2 + X^2 = (18 + X)^2$

$X = 16$

6) $5X - 8 = 3X$

$X = 4$

7) هندسة الحدائق:

$X + 250 = 4X - 500$

$X = 250$

$500 + Y = 775$

$Y = 275$

8) *جبر:* يحيط المثلث JKL بالدائرة R

a) $x + 3 = 4x - 9$

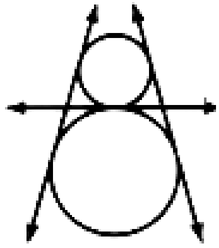
$x = 4$

b) محيط المثلث = 52 وحدة

تدرب وحل المسائل:

ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كل مما يأتي وإذا لم يوجد مماس مشترك فاكتب لا يوجد مماس مشترك:

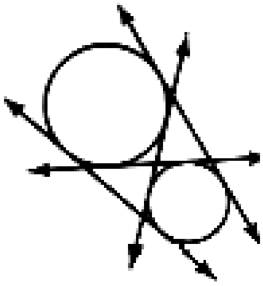
9)



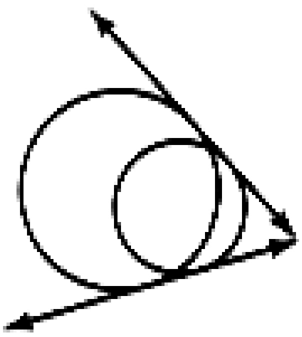
يوجد مماسان مشتركان

10) لا يوجد مماس مشترك

11)



12)



حدد ما إذا كانت XY مماسا للدائرة المعطاه في كل من السؤالين الآتيين أم لا وبرر إجابتك:

13) $8^2 + 5^2 = 8^2$

$89 \neq 64$

14) $8^2 + 6^2 = 10^2$

$100 = 100$

إذا مماس

أوجد قيمة X لكل من الأسئلة الآتية مفترضا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات الدائرة هي مماسات فعلا:

15) $24^2 + 10^2 = X^2$

$X = 26$

16) $X^2 + 12^2 = (X + 6)^2$

$X = 9$

17) $5X - 9 = X + 7$

$X = 4$

أوجد قيمة X ثم أوجد محيط المضلع في كل من السؤالين الآتيين:

18) $2X = 14$

$X = 7$ in

$C = 24 + 27 + 31$

$C = 82$ in

19) $x = 8$

$C = 52$ cm

أوجد قيمة x *في كل من السؤالين الآتيين* مفترضا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات الدائرة هي مماسات فعلا:

20) $x + 10 = 3x - 8$

$X = 9$

21) $RS^2 + 4^2 = 9^2$

$RS = 8.06$

$X = 8.06$

اكتب برهانا من النوع المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

22)

العبارات (المبررات)

1) $\overline{AC}$ مماس للدائرة H عند C؛ $\overline{AB}$ مماس للدائرة H عند B.
(معطيات)

2) ارسم $\overline{CH}$, $\overline{BH}$, $\overline{AH}$. (أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد)

3) $\overline{AB} \perp \overline{BH}$, $\overline{AC} \perp \overline{CH}$ (مماس الدائرة عمودي على نصف القطر عند نقطة التماس)

4) $\angle ABH$, $\angle ACH$ قائمتان . (تعريف تعامد المستقيمات)

5) $\overline{BH} \cong \overline{CH}$ (جميع أنصاف أقطار الدائرة متطابقة)

6) $\overline{AH} \cong \overline{AH}$ (خاصية الانعكاس)

7) $\triangle ABH \cong \triangle ACH$ (HL)

8) $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ (العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة)

23) أقمار صناعية:

$$EC^2 + BC^2 = BE^2$$

BC = 3110.76 km

Bc = BA

BA = 3110.76 km

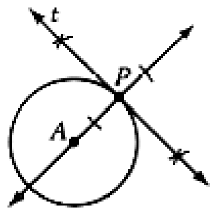
24) برهان:

البرهان: افترض أن ℓ ليس عموديًا على $\overline{ST}$. إذا لم يكن ℓ عموديًا على $\overline{ST}$، فإنه يوجد قطعة مستقيمة $\overline{SQ}$ أخرى تكون عمودية على ℓ. وأيضًا يوجد نقطة R على $\overleftrightarrow{TR}$ كما يظهر في الشكل أدناه بحيث إن $\overline{QT} \cong \overline{QR}$. $\angle SQR$, $\angle SQT$ قائمتان من تعريف التعامد، ولذلك $\angle SQT \cong \angle SQR$, $\overline{SQ} \cong \overline{SQ}$. إذن $\triangle SQT \cong \triangle SQR$ حسب SAS، لذا فإن $\overline{ST} \cong \overline{SR}$ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة. وبناءً عليه فإن كلًا من R , T تقع على $\odot S$. لكن وجود نقطتين تقعان على ℓ وأيضًا تقعان على $\odot S$ أمرٌ يناقض الحقيقة المعطاة بأن ℓ مماس للدائرة $\odot S$ عند النقطة T. إذن $\overline{ST} \perp \ell$ نتيجة صحيحة بالتأكيد.

25) برهان:

افترض أن L ليس مماسا S عند T لذا يجب أن يقطع الدائرة في نقطة أخرى ولتكن Q إذا ST = SQ

ولكن إذا كان L عمودي على ST يجب أن تكون أقصر قطعة مستقيمة من S إلى L بما أن Q ، T نقطتان مختلفتان واقعتان على L فإن هذا تناقض لذا L مماسا للدائرة.



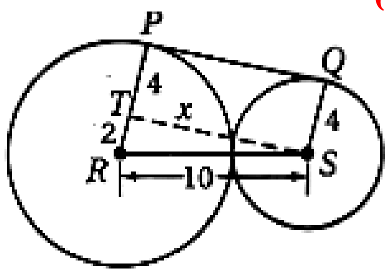
26)إنشاءات هندسية:

a) ارسم $\overleftrightarrow{AP}$ وحدد نقطتين يمر بهما هذا المستقيم

b) أنشئ عمودا على المستقيم عند النقطة P بما أن المماس عمودي على نصف القطر عند نقطة التماس

مسائل مهارات التفكير العليا:

27)



من فيثاغورث

$2^2 + X^2 = 10^2$

$X = 9.8$

بما أن TQPS مستطيل

$PQ = X = 9.8$

28)

مثلث يحيط بدائرة

مثلث مُحاط بدائرة

29)تبرير:

بما أن مماسا الدائرة المرسومان من نقطة واحدة خارجها متطابقان

لذا فإن $XY = XZ$

وكذلك $XZ = XW$

إذا $XY = XZ = XW$

30) اكتب:

يمكن رسم مماسين من نقطة خارج الدائرة في حين يمكن رسم مماس واحد فقط من نقطة علي الدائرة بينما لا يمكن رسم أي مماس من نقطة داخل الدائرة لأن المستقيم المار بداخل الدائرة يقطعها في نقطتين.

تدرب على الاختبار المعياري:

31) طول $EF = 16\ cm$

32) محيط المثلث = $36\ cm$

مراجعة تراكمية

أوجد كل قياس مما يأتي:

33) $m\widehat{JK} = 56$

34) $m\angle B = 61^\circ$

35) $m\widehat{VX} = 152^\circ$

في $\odot F$ إذا كان $m\widehat{JHK} = 142^\circ$، $GK = 14$، فأوجد كلا من القياسات الآتية مقربا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة:

36) $m\widehat{GH} = 71^\circ$

37) $JK = 7$

38) $m\widehat{KM} = 109^\circ$

استعد للدرس اللاحق:

حل كلا من المعادلات الآتية:

39) $X = 110$

40) $X = 18$

41) $X = 58$

8-6 القاطع والمماس وقياسات الزوايا

تحقق

(1A $X = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{LK} + \overset{\frown}{HJ})$ النظرية 8.12

$X = \frac{1}{2}(116 + 47)$ بالتعويض

$X = 81.5^{\circ}$ بالجمع و التبسيط

(1B $m\angle NXQ = \frac{1}{2}(\overset{\frown}{NQ} + \overset{\frown}{MP})$

$m\angle NXQ = 65$

$X = 115^{\circ}$

(1C $110 = \frac{1}{2}(154 + X)$

$X = 102^{\circ}$

(2A $m\overset{\frown}{JKL} = 2m\angle KJH$

$m\overset{\frown}{JKL} = 232^{\circ}$

(2B $m\angle RQS = 180 - 119 = 61^{\circ}$

النظرية 8.14 $m\angle S = \frac{1}{2}\left(m\overset{\frown}{RU} - m\overset{\frown}{RT}\right)$ (3A

بالتعويض $m\angle S = \frac{1}{2}(179 - 71)$

بالتبسيط $m\angle S = 54^{\circ}$

نفس الحل السابق $m\overset{\frown}{XZ} = 88^{\circ}$ (3B

$25 = \frac{1}{2}(m\overset{\frown}{XZ} - X)$ (4

$X = 60^{\circ}$

تأكد:

أوجد كلا من القياسات الآتية مفترضا القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلا:

1) $m\angle 1 = \frac{1}{2}(134 + 86) = 110^\circ$

2) $m\widehat{TS}$

$126 = \frac{1}{2}(108 + m\widehat{TS})$

$m\widehat{TS} = 144^\circ$

3) $m\angle 2 = \frac{1}{2} \times 146 = 73^\circ$

4) $m\angle H = \frac{1}{2}(88 - 26) = 31^\circ$

5) $m\widehat{QTS} = 248^\circ$

6) $36 = \frac{1}{2}(\widehat{LP} - 78)$

$m\widehat{LP} = 150^\circ$

7) ألعاب بهلوانية:

قياس الزاوية = 15°

تدرب وحل المسائل:

أوجد كلا من القياسات الآتية مفترضا القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلا:

8) $m\angle 3=\frac{1}{2}\ (74+90)=82^{\circ}$

9) $m\angle JMK=180-78=102^{\circ}$

10) $m\angle K=\frac{1}{2}\times 194=97^{\circ}$

11) $m\widehat{PM}=72\times 2=144^{\circ}$

12) $m\ \widehat{DAB}=180-55=125^{\circ}$

13) $m\ \widehat{GJF}=98\times 2=196^{\circ}$

14) رياضة:

a) $m\ \angle ACE=100^{\circ}$

b) $m\angle ADC=20^{\circ}$

أوجد كلا من القياسات الآتية:

15) $m\angle A=81^{\circ}$

16) $m\ \widehat{XY}\ =185^{\circ}$

17) $m\ \widehat{SU}=22^{\circ}$

18) مجوهرات:

$Y=80^{\circ}$

19) تصوير:

a) قياس القوس = 145°

b) قياس زاوية الرؤية = 30°

أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

20) $4x = \frac{1}{2}(-35 + 9x + 26)$

$8X = 9X - 9$

$X = 9^\circ$

21) $3 = \frac{1}{2}(5X - 6 - 4X - 8)$

$6 = X - 14$

$X = 20^\circ$

22) $2X = \frac{1}{2}(9X - 1 - 94)$

$4X = 9X - 95$

$X = 19^\circ$

23) فضاء:

قياس القوس المرئي من الأرض = 168°

اكتب برهانا ذا عمودين لكل حاله من حالات النظرية:

24)حالة 1:

1) $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AE}$ قاطعان للدائرة. (معطيات)

2) $m\angle DCE = \frac{1}{2} m\widehat{DE}$,

$m\angle ADC = \frac{1}{2} m\widehat{BC}$

(قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس الذي تقابله)

3) $m\angle DCE = m\angle ADC + m\angle A$ (نظرية الزاوية الخارجية للمثلث)

4) $\frac{1}{2} m\widehat{DE} = \frac{1}{2} m\widehat{BC} + m\angle A$ (بالتعويض)

5) $\frac{1}{2} m\widehat{DE} - \frac{1}{2} m\widehat{BC} = m\angle A$ (خاصية الطرح)

6) $\frac{1}{2} (m\widehat{DE} - m\widehat{BC}) = m\angle A$

(خاصية التوزيع)

25)حالة2:

1) $\overline{FM}$ مماس للدائرة

و $\overrightarrow{FL}$ قاطع لها. (معطيات)

2) $m\angle FLH = \frac{1}{2} m\,\widehat{HG},\ m\angle LHM = \frac{1}{2} m\,\widehat{LH}$

(قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها)

3) $m\angle LHM = m\angle FLH + m\angle F$

(نظرية الزاوية الخارجية للمثلث)

4) $\frac{1}{2} m\,\widehat{LH} = \frac{1}{2} m\,\widehat{HG} + m\angle F$

(بالتعويض)

5) $\frac{1}{2} m\,\widehat{LH} - \frac{1}{2} m\,\widehat{HG} = m\angle F$

(خاصية الطرح)

6) $\frac{1}{2}(m\,\widehat{LH} - m\,\widehat{HG}) = m\angle F$

(خاصية التوزيع)

26) حالة3 :

1) $\overrightarrow{RS}$ ، $\overrightarrow{RV}$ مماسان للدائرة. (معطيات)

2) $m\widehat{SWT}\frac{1}{2} = m\angle STV$ ،

$m\widehat{ST}\frac{1}{2} = m\angle RST$

(قياس الزاوية بين المماس والقاطع عند نقطة التماس يساوي نصف قياس القوس المقابل)

3) $m\angle STV = m\angle RST + m\angle R$ (نظرية الزاوية الخارجية للمثلث)

4) $\frac{1}{2} m\widehat{SWT} = \frac{1}{2} m\widehat{ST} + m\angle R$

(بالتعويض)

5) $\frac{1}{2} m\widehat{SWT} - \frac{1}{2} m\widehat{ST} = m\angle R$

(خاصية الطرح)

6) $\frac{1}{2}(m\widehat{SWT} - m\widehat{ST}) = m\angle R$

(خاصية التوزيع)

27) برهان:

$\angle CAB$ ، $\angle CAE$ زاويتان متجاورتان على مستقيم ولذلك $m\angle CAB + m\angle CAE = 180°$.

وبما أن $\angle CAB$ منفرجة، فإن $\angle CAE$ حادة. ولذلك تنطبق عليها الحالة الأخرى للنظرية، أي أن $m\angle CAE = \frac{1}{2} m\widehat{CA}$

لكن $m\widehat{CA} + m\widehat{CDA} = 360°$ ،

وبالتعويض فإن: $\frac{1}{2}m\widehat{CA} + \frac{1}{2}m\widehat{CDA} = 180°$ بحسب خاصية الضرب.

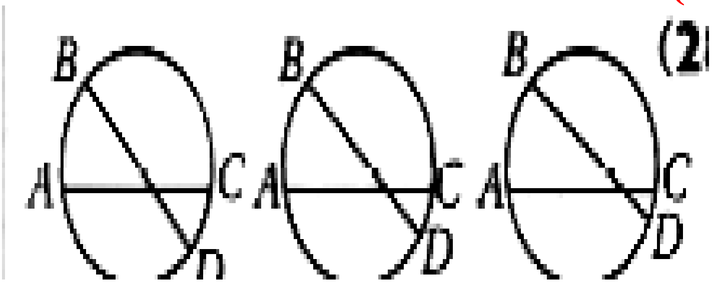
إذن، $m\angle CAE + \frac{1}{2}m\widehat{CDA} = 180°$. وبحسب خاصية التعدي ينتج أن:

$$m\angle CAB + m\angle CAE = m\angle CAE + \frac{1}{2}m\widehat{CDA}$$

وبحسب خاصية الطرح ينتج أن $m\angle CAB = \frac{1}{2}m\widehat{CDA}$.

28) تمثيلات متعددة:

a) هندسيا:



b) جدوليا:

القوس	الدائرة 1	الدائرة 2	الدائرة 3
CD	25	15	5
AB	50	50	50
X	37.5	32.5	27.5

c) لفظيا:

عندما يقترب قياس $\widehat{CD}$ من الصفر فإن قياس X يصبح نصف قياس $\widehat{AB}$ والزاوية AEB تصبح محيطية.

d) تحليليا:

$$x = \frac{1}{2}(m\widehat{AB} + m\widehat{CD})$$

$$x = \frac{1}{2}(m\widehat{AB} + 0);$$

$$x = \frac{1}{2}m\widehat{AB}$$

مسائل مهارات التفكير العليا:

29) اكتب:

يساوي نصف الفرق بين القوسين المحصورين بينهما

30)

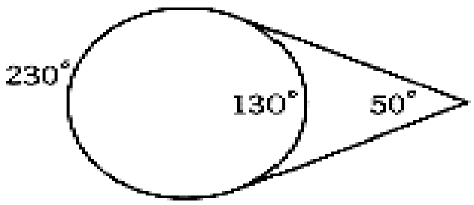
$$X = \frac{1}{2}\ (118 - 54) = 32^{\circ}$$

31) تبرير:

$m\angle BAC = m\angle BCA$ لأن المثلث متطابق الضلعين؛ إذن $m\angle QAB = m\angle RCB$ ؛ لأن الزوايا المكملة لزوايا متطابقة تكون متطابقة.

وبما أن $m\angle QAB = m\angle RCB$ ، فإن $m\widehat{AB} = m\widehat{BC}$.

32)



بتطبيق النظرية 8.13 ، يكون $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x - y)$.

إذن $50^{\circ} = \frac{1}{2}[(360 - x) - x]$ ،

إذن، (القوس الأصغر) $x = 130$ ،

(القوس الأكبر) $y = 360^{\circ} - 130^{\circ}$

أو 230°.

33) اكتب:

$$60^\circ = \frac{1}{2}((360 - x) - x)$$

وبحل المعادلة نجد أن قياس القوس الأول °120؛ وبتكرار هذه العملية بالنسبة للزاوية °50 نجد أن قياس القوس الثاني °130. ويمكن إيجاد قياس القوس الثالث بجمع 120+130 وطرح الناتج من 360 فيكون قياس القوس الثالث °110 .

تدرب على الاختبار المعياري:

34) $X = 64^\circ$

35) $m\angle BAC = 35^\circ$

مراجعة تراكمية

أوجد قيمة X في كل مما يأتي مفترضا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلا:

36) $X^2 + 4^2 = 5^2$

$X = 3$

37) $2X + 1 = 3X - 7$

$X = 8$

38) $15^2 + 5^2 = X^2$

$X = 15.81$

39)

العبارات (المبررات)

1) $\widehat{MHT}$ نصف دائرة؛ $\overline{TM} \perp \overline{RH}$. (معطيات)

2) $\angle THM$ قائمة. (الزاوية المحيطية التي تقابل نصف دائرة تكون قائمة)

3) $\angle TRH$ قائمة (تعريف تعامد مستقيمين)

4) $\angle THM \cong \angle TRH$ (جميع الزوايا القائمة متطابقة)

5) $\angle T \cong \angle T$ (خاصية الانعكاس)

6) $\triangle TRH \sim \triangle THM$ (مسلمة التشابه AA)

7) $\frac{TH}{HM} = \frac{TR}{RH}$ (تعريف تشابه المثلثات)

استعد للدرس اللاحق:

حل كلا من المعادلات الآتية:

40) $x^2 + 13x = -36$

$(x + 4)(x + 9) = 0$

$X = -4 \quad , \quad X = -9$

41) $x^2 + 6x = -9$

$(x - 3)(x - 3) = 0$

$X = 3$

42) $x^2 + 5x = -\frac{25}{4}$

$(x + \frac{5}{2})(x + \frac{5}{2}) = 0$

$x = -\frac{5}{2}$

8-7 قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

تحقق

1a) $QP \times PS = RP \times PT$ — النظرية 8.15

$6x = 4 \times 15$ — بالتعويض

$X = 10$ — بالضرب ثم القسمة على 6

1b) $x(x + 12) = (x + 2)(x + 6)$

$X = 3$

2) الاستروودوم:

المسافة بين طرفي القوس = 646 ft

3a) $4(4 + 5) = x(x + 9)$

$X = 3$

3b) $6(6 + x) = 7(7 + 12)$

$X = 16.17$

4) $10^2 = x(x + x + 4)$

$2x^2 + 4x - 100 = 0$

غير قابل للتحلل، استعمل القانون

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$x = 6.1$

تأكد:

أوجد قيمة x في كل من الأشكال الآتية مفترضا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة مماسات فعلا:

1) $8x = 4 \times 4$

$X = 2$

2) $x(x + 9) = (x + 3)(x + 4)$

$X = 6$

3) $6^2 = 4(4 + x)$

$X = 5$

4) $5(5 + x) = 7.5(7.5 + 4.5)$

$X = 13$

5) علم الآثار:

$10 \times 10 = 6 \times sp$

$Sp = 16.67$

$D = 16.67 + 6 = 22.67$

$C = \pi d$

$C = 71.17cm$

تدرب وحل المسائل:

أوجد قيمة x في كل من الأشكال الآتية مفترضا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة مماسات فعلا:

6) $6x = 5 \times 12$

$X = 10$

7) $x(x + 4) = (x - 1)(x - 5)$

$X = 0.5$

8) $x(x + 6) = 2(2 + 12)$

$X = 3.1$

9) $5(5 + x) = 9^2$

$X = 11.2$

10) $12^2 = x(x + 12)$

$X = 7.4$

11) كعك:

$6 \times 6 = 9b$

$B = 4$ in

$D = 4 + 9 = 13$ in

أوجد قيم المتغيرات في كل من الأشكال الآتية مفترضا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلا:

12) $174 = x(3x + 5)$

$X = 6$

13) $10^2 = 4(4 + a + 6)$

$A = 15$

$15 \times 6 = 8b$

$B = 11.3$

$15^2 = q(q + 16 + 2)$ (14

$Q = 9$

$R(r + 18.5)= 2(2 + 16 + 9)$

$R = 1.8$

برهان:اكتب برهانا من النوع المحدد لكل من النظريات الآتية:

15) برهان النظرية 8.15

العبارات، (المبررات)

1) $\overline{DE}$ ، $\overline{AC}$ وتران يتقاطعان في B .
(معطيات)

2) $\angle A \cong \angle D, \angle E \cong \angle C$
(الزوايا المحيطية التي تقابل
القوس نفسه تكون متطابقة)

3) $\triangle ABE \sim \triangle DBC$ (مسلمة
التشابه AA)

4) $\frac{AB}{BD} = \frac{EB}{BC}$
(تعريف تشابه المثلثات)

5) $AB \cdot BC = EB \cdot BD$ (الضرب
التبادلي)

16) برهان النظرية 8.16

$\overline{AE}$, $\overline{AC}$ قاطعان للدائرة.
بتطبيق خاصية الأنعكاس ،
$\angle DAB \cong \angle BAD$. وبما أن
الزوايا المحيطية التي تقابل
القوس نفسه تكون متطابقة،
فإن $\angle AEB \cong \angle ACD$. إذن
$\triangle ACD \sim \triangle AEB$ بحسب مسلمة
التشابه AA، ومن تعريف تشابه
المثلثات ينتج أن:
$\frac{AE}{AC} = \frac{AB}{AD}$. وبما أن نواتج الضرب
التبادلي في التناسب تكون متساوية
فإن $AB \cdot AC = AD \cdot AE$.

17) برهان النظرية 10.17

العبارات: (المبررات)

1) $\overline{JK}$ مماس و $\overline{JM}$ قاطع (معطيات)

2) $m\angle KML = \frac{1}{2} m\widehat{KL}$ (قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها)

3) $m\angle JKL = \frac{1}{2} m\widehat{KL}$ (قياس الزاوية المتكونة من القاطع والمماس يساوي نصف قياس القوس المقابل لها)

4) $m\angle KML = m\angle JKL$ (بالتعويض)

5) $\angle KML \cong \angle JKL$ (تعريف تطابق الزوايا)

6) $\angle J \cong \angle J$ (خاصية الانعكاس)

7) $\triangle JMK \sim \triangle JKL$ (مسلمة التشابه AA)

8) $\frac{JK}{JL} = \frac{JM}{JK}$ (تعريف تشابه المثلثات)

9) $JK^2 = JL \cdot JM$ (الضرب التبادلي)

مسائل مهارات التفكير العليا:

18)
معادلة عبد العزيز هي الصحيحة، يتقاطع قاطعان خارج الدائرة ولذا فإن المعادلة الصحيحة تتضمن ناتج ضرب طول القاطع كاملا في طول القطعة الخارجه منه

19)تبرير:
تكون متساوية أحيانا تتساوي قياسات الأقواس عندما يكون الوتران متعامدين

20) اكتب:
حاصل ضرب طولي جزئي أحد الوترين المتقاطعين يساوي حاصل ضرب طولي جزئي الوتر الآخر

تدرب على الاختبار المعياري:

21) $x = 5.7$

22) إجابة مطولة:

a) $x + y = 360^\circ$

$y - x = 140^\circ$

b) $x = 110^\circ$

$y = 250^\circ$

مراجعة تراكمية:

23) نسيج:

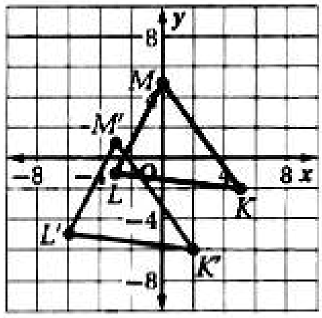
$38^\circ = (116 - \widehat{GD})$

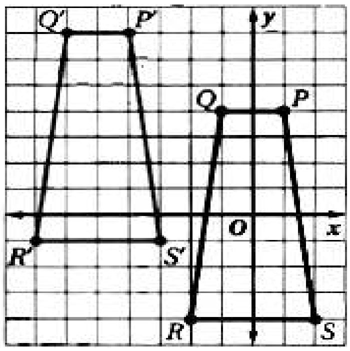
$78^\circ = \widehat{GD}$

الزاويه GCD = الزاوية BCH

$m\widehat{BH} = 141^\circ$

هندسة إحداثية:

(24 

(25 

استعد للدرس اللاحق:

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي علم ميله ومقطع Y له في كل مما يأتي:

(26 $Y = 3X - 4$

(27 $Y = 2X + 8$

(28 $Y = \frac{5}{8}X - 6$

(29 $Y = \frac{2}{9}X + \frac{1}{3}$

(30 $Y = -X - 3$

(31 $Y = -\frac{1}{12}X + 1$

8-8 استكشاف: معمل الحاسبة البيانية: معادلة الدائرة

تحليل النتائج:

١) العددان المضافان أو المطروحان إلى أو من X,Y يتغيران في المعادلة مع تغيير موقع مركز الدائرة

٢) يتغير العدد المربع الذي يقع وحده في أحد طرفي المعادلة كلما تغير نصف القطر

3) $X^2 + Y^2 = 16$
لقد تحرك مركز الدائرة إلي نقطة الأصل وتغير نصف قطرها إلى 4 سم

4) $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$
في المعادلة يتم طرح قيمة الإحداثي x من x وقيمة الإحداثي y منy والعدد المربع في هذه الصيغة يمثل نصف قطر الدائرة

8-8 معادلة الدائرة

تحقق

1A) $(X-h)^2+(Y-k)^2=r^2$ — معادلة الدائرة

$(X-0)^2+(Y-0)^2=r^2$ — $(h,k)=(0,0)$, $r=\sqrt{10}$

$X^2+Y^2=10$ — بالتبسيط

1B) $(X-h)^2+(Y-k)^2=r^2$ — معادلة الدائرة

$(X-4)^2+(Y+1)^2=r^2$ — $(h,k)=(4,-1)$, $r=4$

$(X-4)^2+(Y+1)^2=16$ — بالتبسيط

2A) $r=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$R=8$

$(X-5)^2+(Y-4)^2=64$

2B) $r=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$R=5.83$

$(X+3)^2+(Y+5)^2=34$

أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المعطاه معادلتها في كل مما يأتي:

3A) $R = 2$

مركز الدائرة عند النقطة **(0,0)**

3B) $R = 5$

مركز الدائرة عند النقطة (-4,7)

4) $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 10$

تأكد:

اكتب معادلة الدائرة في كل مما يأتي:

1) $(x - 9)^2 + y^2 = 25$

2) $(x - 3)^2 +(y - 1)^2 = 49$

3) $r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$R = 2.83$

$X^2 + y^2 = 8$

4) $r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$R= 9.22$

$(x + 5)^2 +(y - 3)^2 = 85$

5) $r = 2$

مركز الدائرة عند النقطة(2,1)

$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$

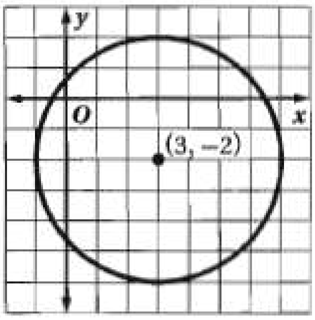
6) $r = 3.61$

مركز الدائرة عند النقطة(3,-4)

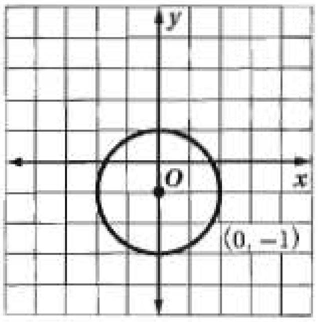
$(x - 3)^2 +(y + 4)^2 = 13$

أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المعطاة معادلتها في كل مما يأتي ثم مثلها بيانيا:

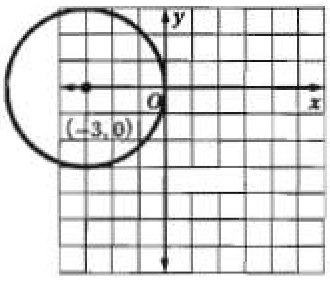
7) $r = 4$
مركز الدائرة عند النقطة (3,-2)



8) $r = 2$
مركز الدائرة عند النقطة (0,-1)



9) $r = 3$
مركز الدائرة عند النقطة (-3,0)



10) اتصالات:
موقع البرج الآخر عند النقطة (3,4)
معادلة الدائرة هي $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$

تدرب وحل المسائل:

اكتب معادلة الدائرة في كل مما يأتي:

11) $x^2 + y^2 = 16$

12) $(x - 6)^2 + (y - 1)^2 = 49$

13) $(x + 2)^2 + y^2 = 64$

14) $(x - 8)^2 + (y + 9)^2 = 11$

15) $r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$R = 3$

$(x + 3)^2 + (y - 6)^2 = 9$

16) $r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$R = 5$

$(x - 3)^2 + y^2 = 25$

17) $r = 3$

مركز الدائرة عند النقطة $(-5,-1)$

$(x + 5)^2 + (y + 2)^2 = 9$

18) $r = 4.2$

مركز الدائرة عند النقطة $(3,3)$

$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 18$

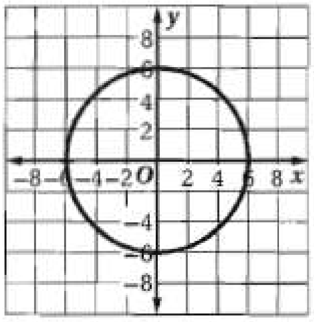
19) طقس:

معادلة الحلقة الثالثة هي $x^2 + y^2 = 2025$

أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المعطاة معادلتها في كل مما يأتي:

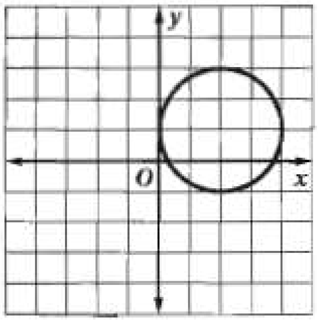
20) $r = 6$

مركزها $(0,0)$



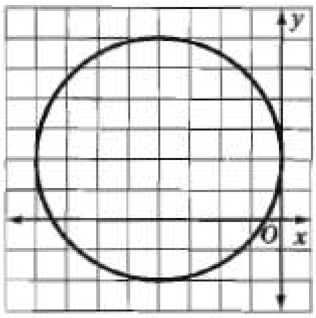
21) $r = 2$

مركزها $(2,1)$



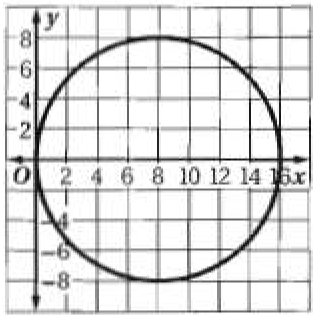
22) $r = 4$

مركزها $(-4,2)$



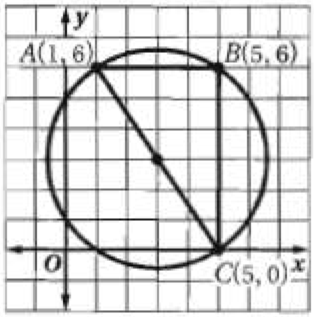
(23 $r = 8$

مركزها $(8,0)$

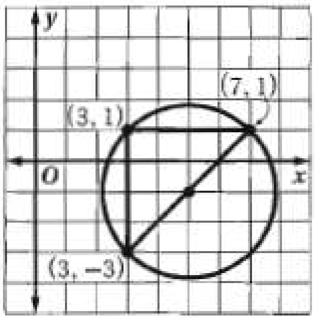


اكتب معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط المعطاة في كل من السؤالين الآتيين:

(24 $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 13$



(25 $(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 8$



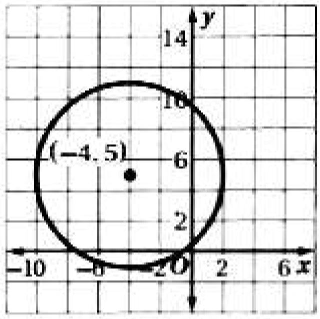
(26 صواريخ:

(a $X^2 + y^2 = 810000$

(b $r = 3000$ ft

27) خدمة التوصيل:

a) $(x + 4)^2 + (y - 5)^2 = 36$



b) تمثل الدائرة حدود منطقة خدمة التوصيل المجاني تحصل المنازل الواقعة ضمن هذه الدائرة على خدمة التوصيل المجاني بما أن منزل خالد الواقع عند (0,0) يقع خارج هذه الدائرة فلن يستفيد خالد من خدمة التوصيل المجاني

28) $r = 5$

مركزها (-3,1)

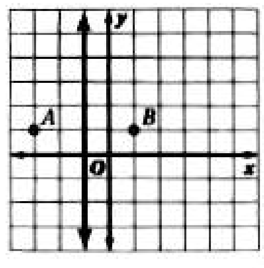
29) $(x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 36$

30) تمثيلات متعددة:

a) جدوليا:

x	y
-1	-3
-1	-1
-1	0
-1	2
-1	4

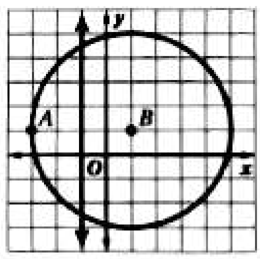
b) بيانيا:



c) لفظيا:

مستقيم، وهو المنصف للقطعة الواصلة بين هاتين النقطتين

d) بيانيا:



e) لفظيا:

المحل الهندسي للنقاط في المستوى التي تبعد مسافات متساوية عن نقطة معلومة هو دائرة والمحل الهندسي للنقاط التي تبعد مسافات متساوية من النقطتينA,B وتبعد مسافةAB عن B هو تقاطع المحل الهندسي للنقاط التي تبعد مسافات متساوية عن A,B والمحل الهندسي للنقاط التي تبعد مسافة AB عن B ويمثل المحل الهندسي المركب بيانيا بنقطتين

مسائل مهارات التفكير العليا:

(31

العبارات	(المبررات)
(1 $\frac{y-r}{x}$	ميل $\overline{AC}$
(2 $\frac{y-(-r)}{x}=\frac{y+r}{x}$	ميل $\overline{CB}$
(3 $\frac{y-r}{x}\cdot\frac{y+r}{x}=\frac{y^2-r^2}{x^2}$	بالضرب
(4 $=\frac{y^2-(x^2+y^2)}{x^2}$	$r^2=x^2+y^2$
(5 $=\frac{y^2-x^2-y^2}{x^2}$	$-(x^2+y^2)=-x^2-y^2$
(6 $\frac{-x^2}{x^2}=-1$	بالتبسيط

بما أن حاصل ضرب ميلي $\overline{AC}$ و $\overline{CB}$ يساوي -1، فإن $\overline{AC}\perp\overline{CB}$

و $\angle ACB$ قائمة .

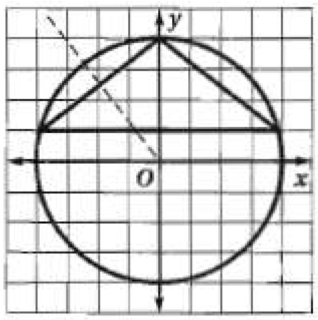
32) تبرير:

$$(X - 8)^2 + (Y- 2)^2 = 16$$

الدائرة الأولى يقع مركزها عند (5,-7) إذا ازحنا الدائرة 3 وحدات إلى اليمين و 9 وحدات إلي الأعلى سيكون المركز الجديد للدائرة (8,2) وتصبح معادلتها

$$(X - 8)^2 + (Y - 2)^2 = 16$$

(33



34)اكتب:

الدائرة هي المحل الهندسي لكل النقاط في المستوي الإحداثي التي تبعد مسافات متساوية (نصف القطر) عن نقطة معطاه(المركز) ويمكن اشتقاق معادلة الدائرة من صيغة المسافة بين نقطتين باستخدام النقطة المعطاة ونصف القطر المعطى أيضا

تدرب على الاختبار المعياري:

35) $(X - 6)^2 + (Y- 5)^2 = 5^2$

36) النقطة التي تقع على الدائرة (-4,4)

مراجعة تراكمية

أوجد قيمة X في كل مما يأتي:

37) $8X = 4 \times 6$

$X = 3$

38) $6X = 3 \times 12$

$X = 6$

39) $9X = 4(X + 7)$

$X = 5.6$

*

دليل الدراسة والمراجعة

اختبار المفردات:

بين ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة أو خاطئة، إذا كانت خاطئة فاستبدل بالكلمة التي تحتها خط كلمة من القائمة أعلاه، لتجعل الجملة صحيحة:

١)خطأ، وتر

٢)صحيحة

٣)صحيحة

٤)خطأ، القوس الأصغر

٥)صحيحة

٦)خطأ، نقطة التماس

٧)خطأ، نقطتين

٨)خطأ متطابقتين

8-1 الدائرة ومحيطها

عد إلى D $\odot$ في الشكل المجاور للإجابة عن الأسئلة 9-11 :

٩) $\odot D$

١٠) DM أو DP

١١) LN

أوجد القطر ونصف القطر للدائرة المعطى محيطها في كل مما يأتي، مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من مئة:

١٢) 13.69 cm , 6.84 cm

١٣) 8.5 yd , 4.25 yd

١٤) 34.54 ft , 17.27 ft

١٥) 71.9 mm , 35.95 mm

8-2 قياس الزوايا والأقواس

أوجد قيمة x° في كل من السؤالين الآتيين:

١٦) 163°

١٧) 130°

١٨) كتب:

a) 100.8

b) 18°

c) قوس أصغر

8-3 الأقواس والأوتار

١٩) 8

أوجد كل قياس مما يأتي مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من مئة:

٢٠) 131°

٢١) 8.94

٢٢) بستنه: 50.4°

8-4 الزوايا المحيطية

اوجد كلا من القياسين الآتيين:

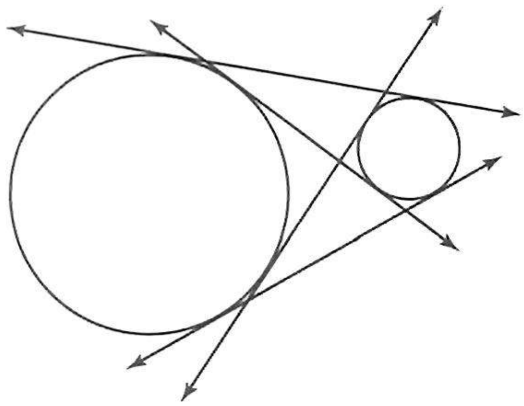
٢٣) 109°

٢٤) 56°

٢٥) شعارات: 42°

8-5 المماسات

٢٦) خيال علمي:



٢٧) $x = 10 , y = 12.6$

8-6 القاطع والمماس وقياسات الزوايا

أوجد القياسين الآتيين، مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً:

٢٨) 97°

٢٩) 56°

٣٠) تصوير: 140°

8-7 قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

اوجد قيمة x في كل من السؤالين الآتيين:

٣١) 9

٣٢) 4

٣٣) علم الآثار: 19.1 in

8-8 معادلة الدائرة

اكتب معادلة الدائرة في كل مما يأتي:

٣٤) $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$

٣٥) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 49$

٣٦) أخشاب: نصف قطر الدائرة يساوي 15 + 19 ويساوي 34 in، ومركزها (h,k)
هو (0 , 0).
إذن معادلة الدائرة هي $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 34^2$ أو $x^2 + y^2 = 34^2$.

* اختبار الفصل

١) برك سباحة: 79 ft

٢) 32Π

أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

٣) 23°

٤) 95°

٥) 4.1 in

٦) 3

٧) B

٨) 9

٩) A

١٠) لا، لأن EFG ليس مثلثاً قائم الزاوية، إذن الزاوية G ليست قائمة ولا يمكن أن يكون FG مماساً للدائرة.

١١) A

١٢) 58

أوجد كلا من القياسات الآتية:

١٣) 77°

١٤) $\frac{1}{2}$

١٥) أزهار: $x^2 + y^2 = 9$

* الإعداد للاختبارات المعيارية

تمارين ومسائل

١) D

٢) G

* اختبار معياري

أسئلة الاختيار من متعدد:

أقرأ كل سؤال مما يأتي، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة على نموذج الإجابة:

١) B

٢) B

٣) C

٤) C

٥) B

٦) A

أسئلة ذات إجابات قصيرة:

اكتب إجابتك على نموذج الإجابة:

٧) نعم، الرتبة 2

٨) 22.2 cm

٩) 8

١٠) 3

١١) 7.5

١٢) 11

أسئلة ذات إجابات مطولة

اكتب إجابتك على نموذج الإجابة مبيناً خطوات الحل

١٣) .

١٤) $(1 , -3)$

١٥) 3 وحدات

١٦) $(y - 1)^2 + (y + 3)^2 = 3^2$