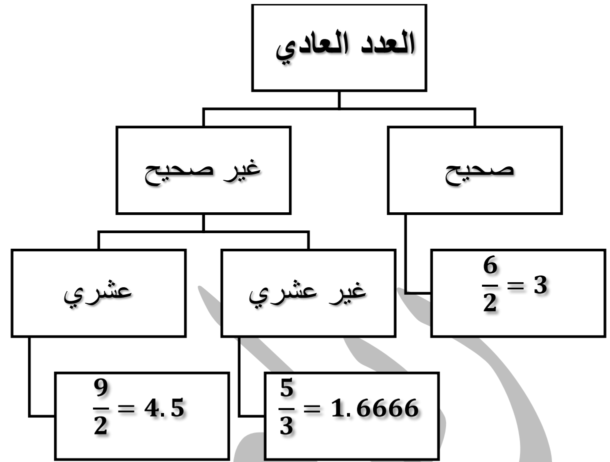
ملخص جبر وهندسة نظري

للصف التاسع

الدورة المكثفة

الآنسة بيان الجمال 0999427574
على الفيس بوك و التلغرام و اليوتيوب :
رياضيات مع بيان mathbjammal@

الوحدة الأولى جبر



العدد **الغير عادي** ⇐ غير منتهي **+** غير دوري مثال: $\pi, \sqrt{2}$

العدد 3=3.0 العدد الصحيح دائماً عشري

العدد العشري هو عدد عادي يكتب بالشكل $a \times 10^n$

خواص القاسم المشترك الأكبر GCD(a,a)=a

- إذا كان b قاسماً للعدد a كان GCD(a,b)=b
- إذا كان a و b أوليان فيما بينهما كان GCD(a,b)=1
- GCD(a,b)= GCD(b,a-b)
- **إن 2 يَقسِم 6**

أو 2 قاسم لِـ 6

أو 6 مُضاعف لِـ 2

أو 6 يقبل القسمة على 2

لأن $\frac{6}{2}=3$ وهو عدد صحيح

إن قواسم العدد 12

1 , 2, 3, 4, 6, 12

بينما من مضاعفات العدد 12

12, 24, 36, 48,....

- خوارزمية الطرح المتتالي:
القاسم المشترك الأكبر هو آخر ناتج طرح غير معدوم.

- خوارزمية القسمة الإقليدية:
القاسم المشترك الأكبر هو آخر باق غير معدوم.

- الكسر المختزل:

نقول أن $\frac{a}{b}$ كسر مختزل إذا كان a و b أوليان فيما بينهما
الكسر المختزل غير قابل للاختصار

إذا أردنا اختصار كسر بخطوة واحدة نقسم البسط والمقام على القاسم المشترك الأكبر GCD لهما.

الجذر التربيعي

$\sqrt{1}=1$	$\sqrt{36}=6$	$\sqrt{121}=11$
$\sqrt{4}=2$	$\sqrt{49}=7$	$\sqrt{144}=12$
$\sqrt{9}=3$	$\sqrt{64}=8$	$\sqrt{169}=13$
$\sqrt{16}=4$	$\sqrt{81}=9$	$\sqrt{196}=14$
$\sqrt{25}=5$	$\sqrt{100}=10$	$\sqrt{225}=15$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$$

$$\sqrt{\boldsymbol{a}}^{2} = \boldsymbol{a} \quad , \quad \sqrt{\boldsymbol{a}^{2}} = \boldsymbol{a}$$

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

انتبه $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$

$$\sqrt{a^n} = a^{\frac{n}{2}}$$

$\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{2} + \sqrt{3} =$ لا يمكن جمع جذور مختلفة

$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$

$\sqrt{2^2} = 2$

$\sqrt{2^4} = 2^2$

لإزالة الجذر من المقام

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \frac{1}{\sqrt{a}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$$

تبسيط الجذر نبحث عن داء عددين أحدهما يمكن جذره
أو نحلل العدد لعوامله الأولية

تبسيط الجذور

$\sqrt{8}=\sqrt{4\times2}=2\sqrt{2}$

$\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=2\sqrt{3}$

$\sqrt{20}=\sqrt{4\times5}=2\sqrt{5}$

$\sqrt{24}=\sqrt{4\times6}=2\sqrt{6}$

$\sqrt{28}=\sqrt{4\times7}=2\sqrt{7}$

$\sqrt{18}=\sqrt{9\times2}=3\sqrt{2}$

$\sqrt{27}=\sqrt{9\times3}=3\sqrt{3}$

$\sqrt{45}=\sqrt{9\times5}=3\sqrt{5}$

$\sqrt{54}=\sqrt{9\times6}=3\sqrt{6}$

$\sqrt{63}=\sqrt{9\times7}=3\sqrt{7}$

$\sqrt{32}=\sqrt{16\times2}=4\sqrt{2}$

$\sqrt{48}=\sqrt{16\times3}=4\sqrt{3}$

$\sqrt{80}=\sqrt{16\times5}=4\sqrt{5}$

$\sqrt{96}=\sqrt{16\times6}=4\sqrt{6}$

$\sqrt{112}=\sqrt{16\times7}=4\sqrt{7}$

$\sqrt{50}=\sqrt{25\times2}=5\sqrt{2}$

$\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=5\sqrt{3}$

$\sqrt{125}=\sqrt{25\times5}=5\sqrt{5}$

$\sqrt{150}=\sqrt{25\times6}=5\sqrt{6}$

$\sqrt{175}=\sqrt{25\times7}=5\sqrt{7}$

$\sqrt{72}=\sqrt{36\times2}=6\sqrt{2}$

$\sqrt{108}=\sqrt{36\times3}=6\sqrt{3}$

$\sqrt{180}=\sqrt{36\times5}=6\sqrt{5}$

$\sqrt{216}=\sqrt{36\times6}=6\sqrt{6}$

$\sqrt{252}=\sqrt{36\times7}=6\sqrt{7}$

$\sqrt{200}=\sqrt{100\times2}=10\sqrt{2}$

$\sqrt{300}=\sqrt{100\times3}=10\sqrt{3}$

$\sqrt{500}=\sqrt{100\times5}=10\sqrt{5}$

$\sqrt{600}=\sqrt{100\times6}=10\sqrt{6}$

$\sqrt{700}=\sqrt{100\times7}=10\sqrt{7}$

مثال للتحليل بالعوامل الأولية

$\sqrt{98}$

2	98	ما تكرر مرتان يوضع خارج الجذر
7	49	أما من تكرر مرة واحدة داخل الجذر
7	7	فيكون الناتج
	1	

$\sqrt{98}=7\sqrt{2}$

ويمكن بهذه الطريقة معرفة تبسيط أي جذر

الوحدة الثانية جبر

قوة عدد عادي

$\boxed{a^0 = 1}$, $\boxed{a^1 = a}$, $a^n = a \times a \ldots a$ (n:مضروباً)

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^n)^m = a^{m \times n}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

وبحالة خاصة للعدد 10

$10^n = 10 \ldots 0 \qquad n$: صفراً

$10^{-n} = 0.0 \ldots 1 \qquad n$: صفراً

انتبه:

$$\frac{7^2}{7^2} = 1$$

بينما

$$\frac{7^2}{7^{-2}} = 7^4$$

نظير (معاكس)	**مقلوب**
a نظير a - **ناتج جمع عدد ومعاكسه يساوي الصفر** a^n نظيره $-a^n$	a مقلوبه a^{-1} أو $\frac{1}{a}$ **ناتج جداء عدد بمقلوبه يساوي الواحد** a^n مقلوبه a^{-n}

انتباه : لا يتم توزيع القوى على الجمع أو الطرح

$$(a+b)^n \neq a^n + b^n$$

النشر هو تحويل الجداء إلى مجموع

التحليل هو تحويل المجموع إلى جداء

- النشر (قاعدة التوزيع + جداء ذي حدين بمثله)

$$a(x+y) = ax + ay$$

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

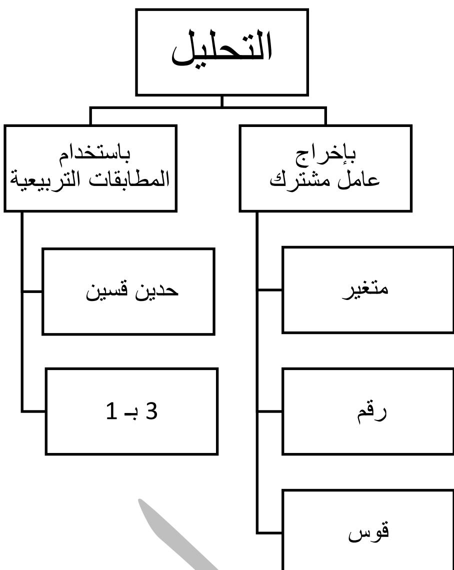
مطابقات شهيرة

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

- في التحليل إما نخرج عامل مشترك ويكون رقم أو متغير أو قوس



أو نستخدم المطابقات الشهيرة

$$a^2 \pm 2ab + b^2$$

جذر إشارة جذر

$$a^2 - b^2$$

قوسين (جذر الثاني- جذر الأول) (جذر الثاني+ جذر الأول)

الوحدة الثالثة جبر

- **لحل معادلة من الدرجة الأولى**

ننقل المجاهيل إلى طرف والمعاليم إلى طرف ونجري التغيرات اللازمة .

$$\boldsymbol{ax = c \Rightarrow x = \frac{c}{a}}$$

$$\boldsymbol{5x = 10 \Rightarrow}$$
$$\boldsymbol{x = \frac{10}{5} = 2}$$

$$\boldsymbol{\frac{x}{a} = c \Rightarrow x = c \cdot a}$$

$$\boldsymbol{\frac{x}{2} = 5 \Rightarrow}$$
$$\boldsymbol{x = 5 \times 2 = 10}$$

$$\boldsymbol{x + a = c \Rightarrow x = c - a}$$

$$\boldsymbol{x + 1 = 5 \Rightarrow}$$
$$\boldsymbol{x = 5 - 1 = 4}$$

$$\boldsymbol{x - a = c \Rightarrow x = c + a}$$

$$\boldsymbol{x - 1 = 4 \Rightarrow}$$
$$\boldsymbol{x = 4 + 1 = 5}$$

- **معادلة $x^2=a$**

لها حلان أحدهما موجب $+\sqrt{a}$ والآخر سالب $-\sqrt{a}$

$$x^2 = a$$

$a > 0$	$a < 0$	$a = 0$
حلان متعاكسان	مستحيلة الحل	حل وحيد

- **مثل :**

$x^2 = 5$

لها حلان متعاكسان

$x^2 - 5 = 0$

أيضاً لها حلان معاكسان

- **الجداء الصفري**

إذا كان $a \times \boldsymbol{b} = \boldsymbol{0}$ فإما a=0 أو b=0

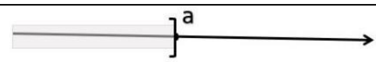
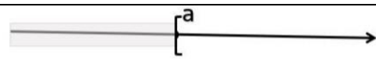
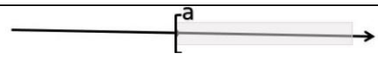
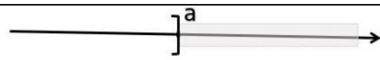
$$(ax + b)(cx + d) = 0$$

فإما $cx + d = 0$ أو $ax + b = 0$

- **حل المتراجحة**

نحل المتراجحة كمل نحل المعادلة لكن

إذا ضربنا طرفي المتراجحة بعدد **سالب** تماماً أو قسمنا طرفيها على عدد **سالب** تماماً <u>يعكس اتجاهها</u>

$x > a$	
$x \geq a$	
$x < a$	
$x \leq a$	

في الأعداد السالبة كلما اقتربنا من 0 كان الرقم ذو قيمة أكبر

مثال: $-3 > -9$ لأن الأعداد سالبة

لدينا المتراجحة $2x - 7 \geq 3$ والمطلوب

-1 تحقق أي الأعداد -2 , 6 , $\frac{1}{2}$ حلاً للمتراجحة وأيهما ليس حلاً لها

-2 حل المتراجحة

- نعوض (-2) في المتراجحة $2(-2) - 7 \geq 3$

فتصبح $-11 \geq 3$ المتراجحة غير محققة إذا -2 ليس حل

- نعوض (6) في المتراجحة $2(6) - 7 \geq 3$

فتصبح $5 \geq 3$ المتراجحة محققة إذا 6 حل للمتراجحة

- نعوض $(\frac{1}{2})$ في المتراجحة $2(\frac{1}{2}) - 7 \geq 3$

فتصبح $-6 \geq 3$ المتراجحة غير محققة إذا $\frac{1}{2}$ ليس حل

حل المتراجحة : $2x - 7 \geq 3 \Rightarrow 2x \geq 3 + 7$

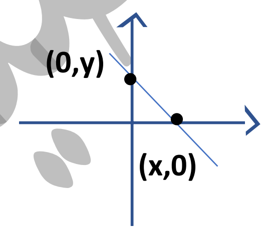
$$2x \geq 10 \Rightarrow x \geq 5$$

الوحدة الرابعة جبر

- **لحل معادلتين بمجهولين**
يوجد طريقتين (جبرياً)

- **طريقة الحذف بالجمع**
نحاول أن نجعل الأمثال لأحد المجاهيل عدد ومعاكسه في كلا المعادلتين (نفس الرقم وعكس الإشارة) كي يحذف هذا المتغير عند جمع المعادلتين
- **طريقة الحذف بالتعويض**
نكتب أحد المتغيرات بدلالة الثاني ثم نعوض بالمعادلة الأخرى فتصبح معادلة بمجهول واحد

- **الحل بيانياً يعني هندسياً**
يكون باختيار نقطتين تمران بالمستقيم
وعادة ما نأخذ نقطة تقاطع المستقيم مع المحاور



نقطة تقاطع المستقيم مع محور الفواصل يكون $y=0$

نقطة تقاطع المستقيم مع محور التراتيب يكون $x=0$

- ✓ إذا كانت معادلة المستقيم $x=a$ فإن المستقيم يوازي محور التراتيب
- ✓ إذا كانت معادلة المستقيم $y=b$ فإن المستقيم يوازي محور الفواصل

عندما يطلب إثبات نقطة على مستقيم أو تنتمي لمستقيم أو ثنائية حل للمعادلة .. نعوض x , y عند تساوي الطرفين إذا النقطة تنتمي أو تقع أو حلل للمعادلة

قد يطلب منا في نهاية المسألة حساب مساحة المثلث

فنستخدم القانون (مثلث بشكل عام أو مثلث قائم)
ونعوض بأعداد موجبة دائماً

أو ربما طلب حساب tan أو إثبات تعامد مستقيمين

الوحدة الخامسة جبر

التابع

هو إجرائية تربط بكل قيمة للمتحول x عدداً واحداً $f(x)$

مثال: نربط لكل عدد مربعه $f(x)=x^2$
لا يوجد سوى مربع واحد لكل عدد

إذا كان : $f(x)=y$

نسمي

- y صورة x وفق التابع f
- X هو سلف لـ y وفق التابع f

- **طرائق تعريف التابع**

1- التعيين بالجدول
ويتم استنتاج الإجابة من النظر للجدول المعطى بالسؤال

2- التعيين بالخط البياني:

مجموعة التعريف ننظر أين بدأ الخط البياني و إلى أين انتهى على محور الفواصل ونضعها في شكل مجال [,]

ما هي صورة العدد نرفع من النقطة على محور الفواصل عموداً

ما هي الأعداد التي صورتها أو أسلاف نرسم من النقطة على محور التراتيب خط أفقياً.

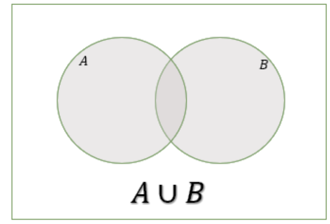
3- التعيين بإعطاء صيغة:

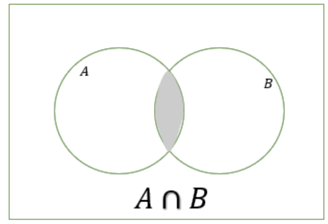
عندما يطلب صورة aنعوض القيمة $f(a)$ بدل كل xنضع القيمة التي طُلبت a

عندما يطلب سلف نكتب $f(x)=a$ ثم نقوم بحل المعادلة وكثيراً ما نستخدم هنا المطابقات والجداء الصفري

الوحدة السادسة جبر

الاحتمالات





- **تقاطع مجموعتين $A \cap B$:** العناصر المشتركة فقط بين المجموعتين
- **اجتماع مجموعتين $A \cup B$:** العناصر المشتركة وغير المشتركة

احتمال حدث = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر التجربة}}$

احتمال **الحدث الممكن** (بسيط) محصور بين 0 و1

مجموع احتمالات النتائج الممكنة في اختبار عشوائي (أي مجموع احتمالات الأحداث البسيطة) يساوي 1

الحدث المستحيل $\mathbb{P}(\phi) = 0$ الحدث الذي لا يحوي أي عنصر، غير قابل للتحقق

الحدث الأكيد $\mathbb{P}(\Omega) = 1$ الحدث الذي يضم كافة عناصر الفضاء، لا بد من أن يتحقق

- **حدثين متنافيين** يستحيل وقوعهما معاً

$$A \cap B = \phi$$

إذا كان A,B حدثين متنافيين كان احتمال A أو B مساوياً مجموع احتماليهما

- **حدثين متعاكسين**

الحدث المعاكس لحدث A هو الحدث الذي يتحقق إن لم يتحقق A ونرمز له A'

$$P(A) + P(A') = 1$$

1- $A \cap A' = \phi$

2- $A \cup A' = \Omega$

على شجرة الإمكانات لتجربة عشوائية نسمي فرعين متتاليين مساراً

احتمال حدث في نهاية أي مسار يساوي جداء ضرب الاحتمالات المسار .

الإحصاء

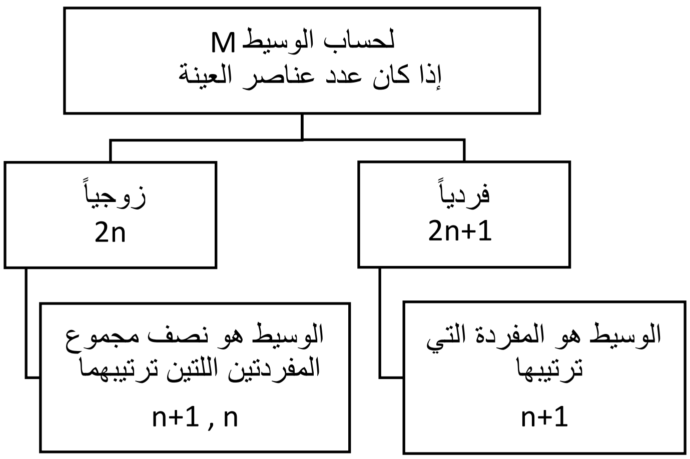
المدى : هو الفرق بين أكبر مفردة وأصغر مفردة رمزه E

المنوال : المفردة الأكثر تكرار

المتوسط الحسابي : مجموع المفردات على عددهم رمزه $\bar{x}$

الوسيط : هو المفردة التي تكون في الوسط بعد الترتيب رمزه M أو Q_2

لحساب الوسيط نرتب المفردات تصاعدياً أو تنازلياً



مثال: لدينا العينة 2-3-1-4-5-6-2-8-9

عدد المفردات فردي

أولاً نرتب العينة 1-2-2-3-4-5-6-8-9

عدد المفردات 2n+1=9

إذاً n=4

والوسيط

هو المفردة التي ترتيبها n+1=5 المفردة الخامسة في العينة المرتبة وهي M=4

لاحظ 1-2-2-3-4-5-6-8-9 رقم 4 الوسيط في الوسط بعد ترتيب العينة

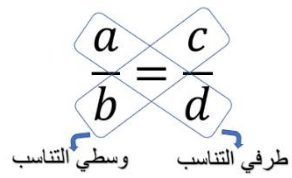
لدينا العينة 1,2,3,3,4,4,5,6,7,7

لحساب الربيع الأول والثالث

1,2,3,3,4 منتصف المفردات الأدنى $Q_1 = 3$

4,5,6,7,7 منتصف المفردات الأعلى $Q_3 = 6$

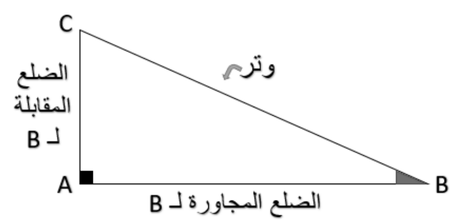
الوحدة الأولى هندسة



في **التناسب** خواص كثيرة من أهمها:
إذا ثبتنا المقامين وأضفنا (أو طرحنا) كل مقام إلى البسط الموافق له نحصل على تناسب جديد.
(وكذلك الأمر إذا ثبتنا البسطين و ...)
وإذا بدلنا بين طرفي التناسب أو بين وسطي التناسب نحصل على تناسب جديد.

النسب المثلثية لزاوية حادة

$\sin \hat{B} =$ جيب
$\cos \hat{B} =$ تجيب
$\tan \hat{B} =$ ظل



النسب المثلثية ليس لها وحدات قياس

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$cos\ \hat{B} = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$tan\ \hat{B} = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

النسب المثلثية لزاوية حادة هي أعداد موجبة تماماً

$0 < \cos \hat{B} < 1$ $\qquad$ $0 < \sin \hat{B} < 1$

$0 < tan\ \hat{B}$

متطابقتان مثلثيتان $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

النسب الشهيرة:

θ	30	45	60
$\sin \theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \theta$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

الضلع المقابلة للزاوية 30 تساوي نصف الوتر.

ملاحظة:

- إن
$$sin\ \theta = cos(90 - \theta)$$
$$cos\ \theta = sin(90 - \theta)$$

مثال: sin80=cos10

- إذا كان ABC مثلث قائم في A
B,C زاويتان حادتان B+C=90 متتامتان

sinB

cosB	cosC
نطبق $\sin^2B+\cos^2B=1$	فإن sinB=cosC

y زاويتان حادتان في مثلث قائم
فيمكن كتابة

- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
- $\cos^2 y + \sin^2 y = 1$
- $\sin^2 x + \sin^2 y = 1$
- $\cos^2 x + \cos^2 y = 1$

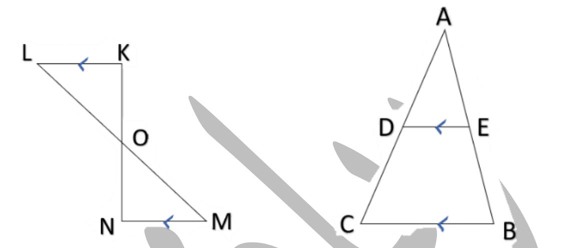
والخطأ

- $\cos^2 x + \sin^2 y = 1$

الوحدة الثانية هندسة

مبرهنة النسب الثلاث

إذا كان $CB \| DE$, $LK \| MN$ فإن



$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{CB} \qquad \frac{KO}{NO} = \frac{LO}{MO} = \frac{KL}{NM}$$

عكس مبرهنة النسب الثلاث: (تستخدم لإثبات التوازي)

إذا كانت الأضلاع متناسبة كان المستقيمان متوازيان.

<u>ملاحظة:</u> القطعة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالثة وتساوي نصفها

نسبة التشابه k

	K نسبة التشابه	
$k > 1$ تكبير	$0 < k < 1$ تصغير	$k = 1$ تطابق

نسبة التناسب دائماً أكبر من 0

التشابه

- يحافظ على قياسات الزوايا
- يضرب الأطوال بالعدد K

في المساحة $S' = k^2 S$

في الحجم $v' = k^3 v$

معامل التكبير= $\frac{\text{كبير}}{\text{صغير}}$ و معامل التصغير = $\frac{\text{صغير}}{\text{كبير}}$

- عندما يكون في الكسر البسط <المقام يكون الكسر أصغر من 1
- عندما يكون في الكسر البسط >المقام يكون الكسر أكبر من 1

لإثبات أن مثلثين متشابهين يوجد حالتين :

- من التوازي بمبرهنة النسب الثلاث نستنتج أن الأضلاع متناسبة من تعريف التشابه يكون المثلثين متشابهين
  توازي ⇐ تناسب ⇐ تشابه
- إن لم نجد توازي نقوم بمقارنة $\frac{\text{الأكبر}}{\text{الأكبر}}$ و $\frac{\text{الأوسط}}{\text{الأوسط}}$ و $\frac{\text{الأصغر}}{\text{الأصغر}}$
  إذا كانت النسب متساوية فالأضلاع متناسبة فالمثلثين متشابهين

<u>ملاحظة:</u> كل المضلعات المنتظمة متشابهة
المضلع المنتظم هو الذي تساوت كل أطوال أضلاعه وقياس زواياه
مثل المربع..

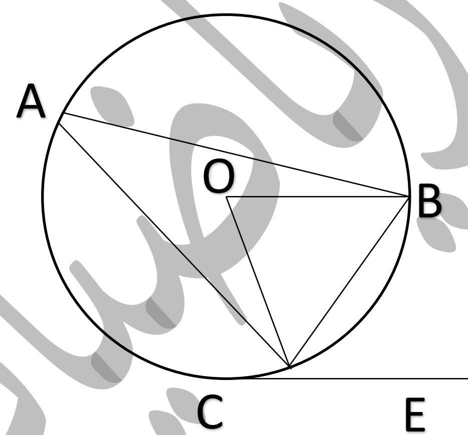
الوحدة الثالثة هندسة

الزوايا في الدائرة

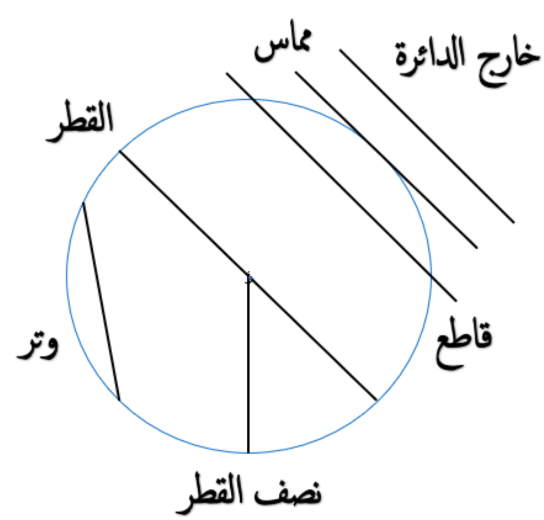
زاوية محيطية $B\hat{A}C$ تساوي نصف القوس المقابل لها

زاوية مركزية $B\hat{O}C$ تساوي القوس المقابل لها

زاوية مماسية $B\hat{C}E$ تساوي نصف القوس المقابل لها



- قياس زاويتين محيطيتين مشتركتين بالقوس في دائرة متساويان
- قياس الزاوية المحيطية في دائرة يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها بالقوس
- الوتران المتساويان في دائرة يحدان قوسين متساويين وبالعكس
- المماس تشترك مع الدائرة في نقطة ويكون عمودي على نصف القطر فيها



قياس قوس الدائرة =360

قياس نصف قوس الدائرة =180

قياس ربع قوس الدائرة =90

الوضع النسبي لدائرتين:

في الدائرتين المتماستين خارجاً يكون $[OO'] = R' + R$

في الدائرتين المتماستين داخلاً يكون $[OO'] = R' - R$

في الدائرتين المتباعدتان خارجاً يكون $[OO'] > R' + R$

في الدائرتين المتباعدتان داخلاً يكون $[OO'] < R' - R$

في الدائرتان المتقاطعتان $R' - R < [OO'] < R' + R$

الرباعي الدائري

- فيه زاويتان متقابلتان متكاملتان
- الزاوية الخارجية تساوي الزاوية المقابلة لمجاورتها
- تتساوى زاويتان تحصران مستقيم في جهة واحدة بالنسبة للمستقيم.

يتعين مركز الدائرة المارة برؤوس رباعي دائري أحد زواياه قائمة في **((منتصف الوتر المشترك))**

المضلع المنتظم: هو مضلع قياسات زواياه متساوية وأطوال أضلاعه متساوية

- كل مضلع منتظم قابل للارتسام في دائرة
- إذا كان AB ضلع في مضلع منتظم وo مركزه وعدد أضلاعه n كان $AOB = \frac{360^0}{n}$ الزاوية

كيفية حل مسألة 100 علامة هندسة

- لإثبات أن المثلث **قائم** الزاوية أو إثبات **تعامد**:

نستخدم حسب المعطيات

1- المثلث الذي تمر من رؤوسه دائرة أحد أضلاعه قطراً فيها هو مثلث قائم وتره تلك القطر
2- مبرهنة فيثاغورث العكسية
/وهنا يجب أن أعلم أطوال الأضلاع الثلاثة/
3- الزاوية المحيطية التي تقابل نصف قوس الدائرة
4- إذا وجد مماس للدائرة، المماس عمودي على نصف القطر في نقطة التماس.
5- مجموع زوايا المثلث 180
/وهنا يجب أن أعلم قياس زاويتين/
6- المثلث الذي يكون فيه طول المتوسط مساوياً نصف طول الضلع التي ينصفها هو مثلث قائم
7- العمود على أحد مستقيمين متوازيين عمود على الآخر.

- لإثبات **توازي** مستقيمين:

نستخدم حسب المعطيات

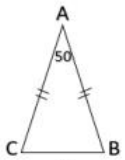
1- عكس مبرهنة النسب الثلاث
2- تساوي زاويتان متناظرتان أو متبادلتان داخلاً أو خارجاً
3- العمودان على مستقيم واحد متوازيان
4- ضلعان متقابلان في متوازي الأضلاع أو المستطيل أو المربع أو المعين ... أو قاعدتا شبه المنحرف
5- القطعة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالثة وتساوي نصفها
(المبرهنة الأولى في المنتصفات)
6- كل مستقيمين موازيين لثالث متوازيان

- لحساب **طول ضلع** في مثلث:

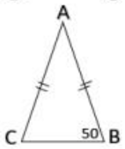
نستخدم حسب المعطيات

1- في المثلث القائم حسب مبرهنة فيثاغورث
/وهنا يجب أن أعلم أطوال ضلعين أو ضلع معلوم وضلعين بدلالة مجهول/
2- في المثلث القائم نستخدم النسب المثلثية sin – cos- tan لزاوية شهيرة (لدينا زاوية 30-45-60 وطول ضلع)
3- في المثلث القائم نستخدم النسب المثلثية sin – cos- tan لنفس الزاوية أو زاويتين متساويتين في مثلثين مختلفين
4- في المثلث القائم الضلع المقابلة للزاوية 30 يساوي نصف طول الوتر.
5- عند وجود التوازي نستخدم مبرهنة النسب الثلاث.
6- في الدائرة يمكن الاستفادة من تساوي أنصاف الأقطار.
7- يمكن الاستفادة من نوع المثلث كالمتساوي الأضلاع.

لحساب زاوية في مثلث متساوي الساقين



$$C = B = \frac{180-50}{2} = 65$$



$$C = B = 50$$
A=180-(50+50)=80

كثيراً ما نستفيد في الدائرة
بإن نجد مثلث متساوي الساقين لأن أنصاف الأقطار متساوية
وإذا كان هناك زاوية 60 فيكون المثلث متساوي الأضلاع.

في المثلث المتساوي الساقين الارتفاع المتعلق بالقاعدة أي المرسوم من الرأس هو أيضاً منصف ومتوسط ومحور
وفي المثلث متساوي الأضلاع كل ارتفاع هو محور ومتوسط ومنصف

- ننتبه دائماً عند التعامل مع الدائرة إن تم إعطائنا القطر أم نصف القطر.

محور :المستقيم العمودي في منتصف الضلع
نقطة التقاء المحاور مركز الدائرة المارة برؤوس المثلث
وتلتقي في المثلث القائم في منتصف الوتر.

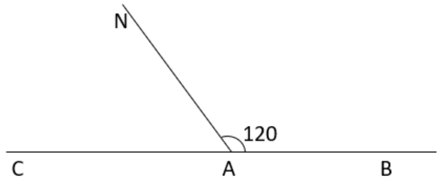
الارتفاع :المستقيم العمودي من الرأس

المتوسط :المستقيم من الرأس إلى منتصف الضلع
نقطة التقاء المنصفات في مركز ثقل المثلث

المنصف :المستقيم الذي يقسم الزاوية إلى زاويتين متساويتين.
نقطة التقاء المنصفات في مركز الدائرة الماسة لأضلاع المثلث

- قد يكون أحد الطلبات يعتمد على فكرة بسيطة مثل:

أن نحسب $C\hat{A}N$ هي مكملة $B\hat{A}N$ تساوي 60=180-120



أو فكرة مشابهة بما يخص الأقواس في الدائرة.

الوحدة الرابعة هندسة (قوانين)

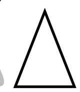
قوانين المحيط :

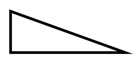
- محيط المربع = طول الضلع ×4
- محيط المعين = طول الضلع ×4
- محيط المستطيل= (الطول+العرض)×2
- محيط الدائرة= $2\pi r$ حيث أن r هي نصف القطر
- محيط المثلث متساوي الأضلاع= طول الضلع×3
- محيط أي شكل مضلع (مثلث- متوازي أضلاع- شبه منحرف..)= مجموع أطوال أضلاعه

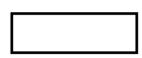
....

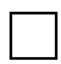
قوانين المساحة:

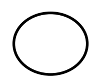
مساحة متوازي الأضلاع= القاعدة × الارتفاع المتعلق بها 

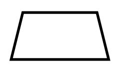
مساحة المثلث = $\frac{\text{القاعدة}\times\text{الارتفاع}}{2}$ 

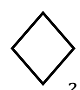
مساحة المثلث القائم = $\frac{\text{جداء الضلعين القائمين}}{2}$ 

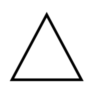
مساحة المستطيل = الطول × العرض 

مساحة المربع = الضلع × الضلع = ^{2} (الضلع) 

مساحة الدائرة = πr^2 

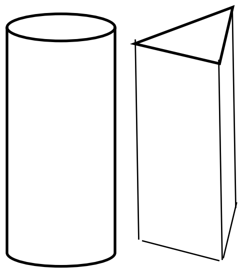
مساحة شبه المنحرف= القاعدة الوسطى × الارتفاع 
والقاعدة الوسطى = (القاعدة الكبرى +الصغرى)/2

مساحة المعين = نصف جداء قطريه 

مساحة المثلث متساوي الأضلاع = $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$
وارتفاعه يساوي $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ 

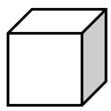
ملاحظة :
وحدة المحيط أو الطول m وتحويلاته
وحدة المساحة m^2 وتحويلاته
وحدة الحجم m^3 وتحويلاته + اللتر ويساوي $1dm^3$

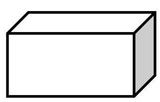
الموشور والأسطوانة



- المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع
- المساحة الكلية = المساحة الجانبية + ضعفا مساحة القاعدة
- الحجم = مساحة القاعدة × الارتفاع

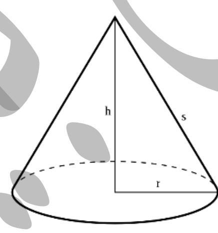
المكعب ومتوازي المستطيلات حالات خاصة من الموشور يمكن أن نكتب لهم قوانين الحجم كالتالي

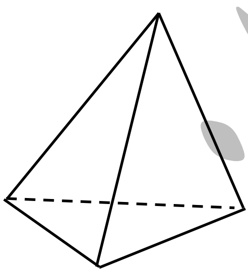

حجم المكعب = ^{3}(طول الحرف)
$V= x^3$


حجم متوازي المستطيلات= جداء أبعاد الثلاث
$v=x.y.z$

الهرم والمخروط
الحجم يساوي ثلث مساحة القاعدة بالارتفاع
$V= \frac{1}{3}sh$

مخروط هرم





حجم المخروط يساوي **ثلث** حجم الأسطوانة إذا اشتركا بـ القاعدة والارتفاع

الكرة

مساحة سطح كروي $S = 4\pi R^2$
حجم الكرة $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

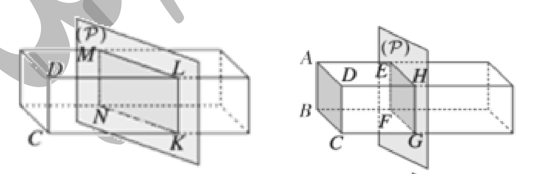
ملاحظات:

- الهرم المنتظم قاعدته مضلع منتظم + ارتفاعه قطعة مستقيمة تصل بين رأس الهرم ومركز القاعدة.

- **سطح كروي :** هو شكل كروي مجوف مثل كرة القدم
مجسم كروي: هو شكل كروي مليء مثل كرة البيليارد

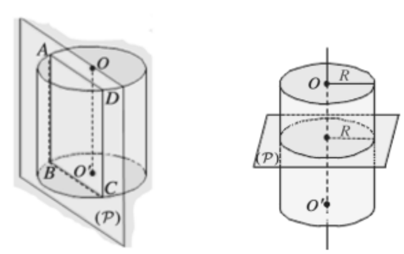
- **السطح الكروي** ذو مركز o ونصف قطر R
هو مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقق **OM=R**
المجسم الكروي ذو مركز o ونصف قطر R
هو مجموعة نقاط الفراغ M التي تحقق **OM≤R**

- **الدائرة الكبرى:** هي دائرة واقعة على الكرة وقطرها يساوي قطر الكرة.



مقطع متوازي المستطيلات بمستوٍ يوازي أحد أحرفه هو مستطيل أحد بعديه يساوي ذلك الحرف.

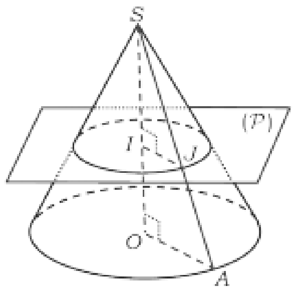
مقطع متوازي المستطيلات بمستوٍ يوازي أحد أوجهه هو مستطيل يطابق ذلك الوجه.



مقطع أسطوانة دورانية بمستوٍ يوازي قاعدتها أو يعامد محورها هو دائرة تطابق القاعدة.

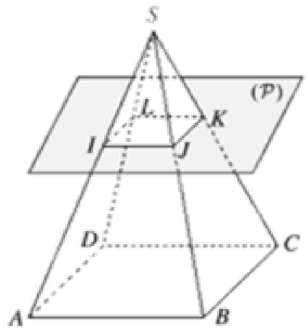
مقطع أسطوانة دورانية بمستوٍ يوازي محورها هو مستطيل أحد بعديه يساوي ارتفاع الأسطوانة.

مقطع مخروط دوراني بمستوٍ يوازي قاعدته هو دائرة مصغرة عن دائرة القاعدة.



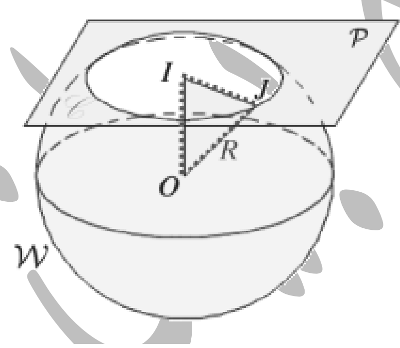
مقطع هرم بمستوٍ يوازي قاعدته هو تصغير للقاعدة.

أضلاع المقطع توازي مقابلاتها في القاعدة.



مقطع كرة بمستوٍ هو دائرة.

مقطع مجسم كروي بمستوٍ هو قرص دائري.



عندما يمر المستوي القاطع $\mathcal{P}$ بمركز الكرة O، المقطع هو دائرة

عندما يمس المستوي $\mathcal{P}$ الكرة ، المقطع هو النقطة.

انتهى الملخص