



التعلّم المبني على المفاهيم والنتائج الأساسية

الرياضيات

١٠

الصف العاشر

الناشر
وزارة التربية والتعليم
إدارة المناهج والكتب المدرسية

الحقوق جميعها محفوظة لوزارة التربية والتعليم

عمان - الأردن / ص.ب: 1930

أشرف على تأليف هذه المادة التعليمية كل من:

د. نواف العقيل العجارمة/ الأمين العام للشؤون التعليمية

د. نجوى ضيف الله القبيلات/ الأمين العام للشؤون الإدارية والمالية

د. محمد سلمان كنانة/ مدير إدارة المناهج والكتب المدرسية

د. أسامة كامل جرادات/ مدير المناهج

د. زايد حسن عكور/ مدير الكتب المدرسية

نفين أحمد جوهر / عضو مناهج الرياضيات

المتابعة والتنسيق: د. زبيدة حسن أبو شويمة/ ر.ق المباحث المهنية

لجنة تأليف المادة التعليمية:

د. سميرة حسن أحمد تهاني عبد الرحمن العملة لينا فتحي الجمل

التحرير العلمي: نفين أحمد جوهر

التحرير الفني: نيرمين داود العزة

الرسوم: عمر أحمد أبو عليان

التحرير اللغوي: ميسرة عيد الحليم صويص

التصميم: عمر أحمد أبو عليان

الإنتاج: سليمان أحمد الخلايلة

راجع الطباعة: نفين أحمد جوهر

دقق الطباعة: د. سميرة حسن أحمد

قائمة المحتويات

رقم الصفحة	الموضوع	المجال / المحور
	المقدمة	
٧	أولاً: الفرق بين مربعين وتحليله.	المجال: الأنماط والجبر والاقترانات
١٠	ثانياً: مجموع مكعبين وتحليله.	المحور: المقادير الجبرية وتحليلها
١٣	ثالثاً: تحليل العبارة التربيعية.	
١٩	أولاً: الاقتران التربيعي.	المجال: الأنماط والجبر والاقترانات
٢٣	ثانياً: حل المعادلة التربيعية.	المحور: الاقترانات والمعادلات
٣١	أولاً: الأسس النسبية وقوانينها.	المجال: الأعداد والعمليات المحور: الأسس النسبية
٣٨	أولاً: المسافة بين نقطتين.	المجال: الهندسة والقياس
٤١	ثانياً: معادلة الخط المستقيم.	المحور: الهندسة الإحداثية
٤٧	أولاً: النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة.	المجال: الهندسة والقياس المحور: حساب المثلثات

المقدمة

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على سيد المرسلين سيدنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين.

وبعد، فانطلاقاً من رؤية وزارة التربية والتعليم إلى تحقيق التعليم النوعي المتميز على نحوٍ يلئم حاجات الطلبة، وإعداد جيل من المتعلمين على قدر من الكفاية في المهارات الأساسية اللازمة للتكيف مع متطلبات الحياة وتحدياتها، مزوِّدين بمعارف ومهارات وقيمٍ تساعد على بناء شخصياتهم بصورة متوازنة.

بُنِيَ هذا المحتوى التعليمي على المفاهيم والنتائج الأساسية لمبحث الرياضيات للصف العاشر الذي يشكّل أساس الكفاءة العلمية لدى الطلبة، ويركّز على المفاهيم التي لا بدّ منها لتمكين الطلبة من الانتقال إلى المرحلة اللاحقة انتقالاً سلساً من غير وجود فجوة في التعلّم؛ لذا حرصنا على بناء المفهوم بصورة مختزلة ومكثّفة ورشيقة بعيداً عن التوسّع الأفقيّ والسرد وحشد المعارف؛ إذ عُني بالتركيز على المهارات، وإبراز دور الطالب في عملية التعلّم، بتفعيل إستراتيجية التعلّم الذاتي، وإشراك الأهل في عملية تعلّم أبنائهم. وقد اشتمل هذا المحتوى التعليمي على أربعة موضوعات رئيسة، يتضمّن كلّ منها المفاهيم الأساسية لتعلّم مهارات الرياضيات ومحاورها، بأسلوبٍ شائق ومركّز.

لذا؛ بني هذا المحتوى على تحقيق النتائج العامة الآتية:

- يحل معادلات مستعملاً طرائق التحليل المختلفة (الفرق بين مربعين، مجموع مكعبين أو الفرق بينهما، تحليل العبارة التربيعية، إخراج العامل المشترك، القانون العام لحل المعادلة التربيعية).
- يتعرف الاقتران التربيعي وخصائصه ومجاله ومداه.
- يجد معادلة الخط المستقيم في حالات مختلفة.
- يتعرف النسب المثلثية الأساسية (الجيب، وجيب التمام، والظل) للزاوية الحادة موظفاً لها في إيجاد أطوال وقياسات زوايا.

والله ولي التوفيق

المجال: الأنماط والجبر والاقترانات

المحور: المقادير الجبرية وتحليلها



تحليل العبارة التربيعية

- أتعرف العبارة التربيعية على الصورة: $أس^2 + ب س + ج$ حيث أ، ب، ج أعداد حقيقية، $أ \neq صفر$
- أحلل العبارة التربيعية.

أكتب عاملاً من عوامل:
 $٤س^2 - ١٠س + ١٢$



مجموع مكعبين وتحليله

- أتعرف مجموع مكعبين.
- أتعرف الفرق بين مكعبين.
- أحلل مجموع مكعبين أو الفرق بينهما.

خزانا ماءً على شكل مكعبٍ ممتلئان، حجمهما بالمترات المكعبة على الترتيب:
١، ص^٢. أفرغاً في خزانٍ ثالثٍ على شكلٍ متوازي مستطيلات، ارتفاعه بالأمتار ص + ١؛ فما مساحة قاعدته؟



الفرق بين مربعين وتحليله

- أتعرف الفرق بين مربعين.
- أحلل الفرق بين مربعين.

أكتب العدد ١١٩ على صورة فرق بين مربعي عددين.

أَتَذَكَّرُ

مثال (١): أجد ناتج ما يأتي: $(س + ١)(٣س - ٦)$

الحل: $(س + ١)(٣س - ٦)$

٣س^٢ - ٢س^٢ + ٦س - ٣س^٢ + ٦س - ٦ خاصية توزيع الضرب على الجمع.

٣س^٢ - ٢س^٢ - ٣س^٢ - ٦ تجميع الحدود المتشابهة:
(٦س - ٣س^٢ = ٣س - ٣س^٢)

مثال (٢): أجد مكعب ٤ س.

الحل:

$$\text{مكعب } (٤س) = (٤س)^٣$$

$$= ٤س \times ٤س \times ٤س$$

$$= (٤ \times ٤ \times ٤) \times (س \times س \times س) = ٦٤س^٣$$

مثال (٣): أحل المعادلة $٧س + ٤ = ١٨$

الحل:

٧س + ٤ = ١٨ - ٤ - ٤ طرفي المعادلة.

ضرب الطرفين في النظير
الضربي للعدد ٧

$$\frac{١}{٧} \times ٧س = ١٤ \times \frac{١}{٧}$$

$$س = ٢$$

أختبر نفسي

(١) أجد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية:

$$(١) (٢س - ٢)$$

$$(٢) (٢س + ٤)(٢س - ١)$$

$$(٣) (٩س - ٩)(٩س - ٩)$$

(٢) أجد مكعب كل من:

$$(١) ٩$$

$$(٢) س ص$$

$$(٣) س^٢$$

(٣) أحل كلاً من المعادلات الآتية:

$$(١) ٩ = ٤ + س$$

$$(٢) ١٤ = (٥ + س)٢$$

أولاً: الفرق بين مربعين وتحليله



اشترت عائشة بيتاً قاعدته مربعه الشكل في الكرك، طول ضلعه ١٢,٥ م، واشترى أخوها خطاب بيتاً قاعدته مربعه الشكل في إربد، طول ضلعه ١٣,٥ م. ما الفرق بين مساحتي قاعدتي البيتين؟

ماذا سأتعلم؟

- الفرق بين مربعين.
- تحليل الفرق بين مربعين.

أتذكر

تحليل العدد إلى العوامل الأولية
تعني كتابته على صورة حاصل ضرب عوامله الأولية.
مثال:

$$3 \times 7 \times 2 = 42$$

أجد ناتج كل مما يأتي:

$$(1) (a - b)(a + b) = \dots\dots\dots$$

$$(2) (l - e)(l + e) = \dots\dots\dots$$

$$(3) (w - h)(w + h) = \dots\dots\dots$$

$$(4) (w + h)(w + h) = \dots\dots\dots$$

$$(5) \text{ (ألاحظ أن: ناتج ضرب الفروع (1)،}$$

$$(2)، (3) \text{ يُمثل } \dots\dots\dots$$

نشاط



يسمى المقدار الجبري $s^2 - v^2$ ص^٢ الفرق بين مربعين؛ حيث s^2 مربع s ، و v^2 مربع v ، ويكون تحليل الفرق بين مربعين على الصورة:

$$s^2 - v^2 = (s - v)(s + v)$$

مثال (١)

أحلل المقدار الجبري الآتية:

$$(1) \quad 9 - s^2 \quad (2) \quad 144 - \frac{s^2}{225}$$

الحل:

$$(1) \quad 9 - s^2 = (3 - s)(3 + s)$$

$$(3 - s)(3 + s) =$$

الفرق بين مربعين.

تحليل الفرق بين مربعين.

الفرق بين مربعين.

تحليل الفرق بين مربعين.

$$(2) \quad 144 - \frac{s^2}{225} = (12 - \frac{s}{15})(12 + \frac{s}{15})$$

$$(12 + \frac{s}{15})(12 - \frac{s}{15}) =$$

أحاول

أحلل ما يأتي:

$$(1) \text{ س}^2 - 36 \quad (2) \text{ س}^2 - \frac{1}{4}$$

مثال (2)

أحلل كلاً مما يأتي:

$$(1) (س - 3)^2 - 4 \quad (2) \text{ س}^2 - 2س$$

الحل:

$$(1) (س - 3)^2 - 4 = (س - 3)^2 - 2^2$$

$$= (س - 3 + 2)(س - 3 - 2) = (س - 1)(س - 5)$$

$$(2) \text{ س}^2 - 2س = س(س - 2)$$

الفرق بين مربعين.

تحليل الفرق بين مربعين.

بتجميع الحدود المتشابهة.

إخراج (س) عاملاً مشتركاً.

تحليل المقدار $\text{س}^2 - 1$ فرقاً بين مربعين.

$$(2) \text{ س}^2 - 2س = س(س - 2)$$

$$= س(س - 2)$$

أحاول

أحلل كلاً مما يأتي:

$$(1) (س + 4)^2 - 36 \quad (2) \text{ س}^4 - 4س^2$$



أختبرُ تعلّمي

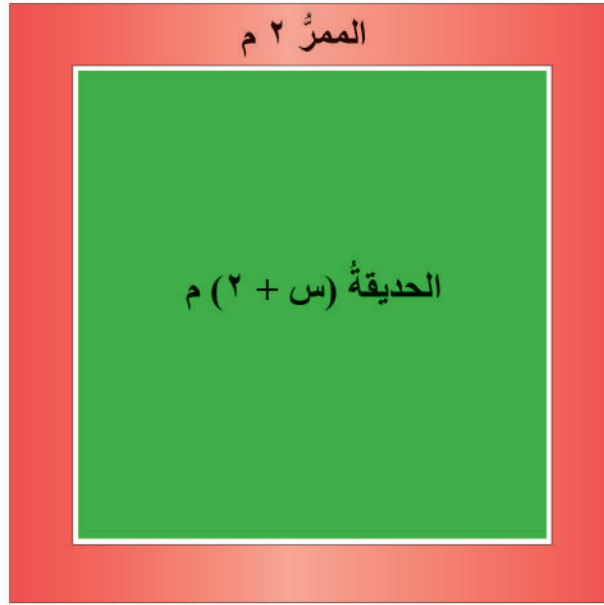
(١) أُحلّلُ ما يأتي:

(أ) $س^٢ - ١٢١$ (ب) $٢س^٢ - ٢٠٠$ (ج) $س^٥ - س^٣$

(٢) أكتبُ مثالاً لفرقٍ بينَ مربعَينِ، وأحلّلهُ.

(٣) قال أسعدُ إنَّ تحليلَ مقدارٍ جبريٍّ يُغيّرُ منَ قيمةِ المقدارِ. هلْ هوَ على صوابٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

(٤) حديقةٌ مربعَةٌ الشكلِ طولُ ضلعِها بالأمتارِ $(س + ٢)$ ، يُحيطُ بها ممرٌ عرضه ٢م. ما مساحةُ هذا الممرِّ؟



مساحةُ المربعِ = (طولُ الضلع)^٢

(٥) باستعمالِ الفرقِ بينَ مربعَينِ؛ أجدُ زوجًا منَ العواملِ للعددِ ٩٩

ثانيًا: مجموع مكعبين وتحليله



خزان ماء مكعب الشكل ممتلئان، طولاً حرفيهما بالأمتار على التوالي: ص، ٢، أفرغ الماء الذي فيهما في خزان ثالث على شكل متوازي مستطيلات، ارتفاعه يساوي (ص+٢) مترًا. ما مساحة قاعدته؟

ماذا سأتعلم؟

- تحليل مجموع مكعبين.
- تحليل الفرق بين مكعبين.

أتعلم

يسمى المقدار $ص^٣ + ص^٢$ مجموع مكعبين.

$$\text{تحليل } ص^٣ + ص^٢ = (ص + ص) (ص^٢ - ص + ص + ص^٢).$$

أي إن تحليل مجموع مكعبين يساوي:

$$\begin{aligned} & (\text{الحد الأول} + \text{الحد الثاني}) (\text{مربع الحد الأول} - \text{الحد الأول} \times \\ & \text{الحد الثاني} + \text{مربع الحد الثاني}) \end{aligned}$$

أتذكر

مكعب العدد هو حاصل ضرب

العدد في نفسه ثلاث مرات.

$$\text{مكعب } ٥ = ٥ \times ٥ \times ٥ = ١٢٥$$

$$\text{مكعب } ص = ص \times ص \times ص$$

$$= ص^٣$$

مثال (١)

أحل ما يأتي:

$$(١) ص^٣ + ١٢٥$$

$$(٢) ٣٢ ص^٢ + ٤$$

الحل:

$$(١) ص^٣ + ١٢٥ = (ص + ٥) (ص^٢ - ٥ ص + ٢٥)$$

كتابة المقدارين على صورة مكعبات كاملة.

$$= (ص + ٥) (ص^٢ - ٥ ص + ٢٥)$$

تحليل مجموع مكعبين.

$$(٢) ٣٢ ص^٢ + ٤ = (٤ ص + ١) (٨ ص - ٤ ص^٢ + ١)$$

إخراج ٤ عاملاً مشتركاً.

$$= (٤ ص + ١) (٨ ص - ٤ ص^٢ + ١)$$

كتابة الحدود على صورة مكعبات كاملة.

$$= (٤ ص + ١) (٢ ص - ٢ ص^٢ + ١) (٢ ص + ١)$$

تحليل.

$$= (٤ ص + ١) (٢ ص - ٢ ص^٢ + ١) (٢ ص + ١)$$

$$(٢ ص + ١) (٢ ص - ٢ ص^٢ + ١) = ٢ ص^٢ - ٢ ص + ٢ ص + ١$$

$$\text{أحل } ٥ ص^٢ + ٤٠$$

أحاول

مثال (٢)

$$\frac{27}{8} + {}^2(1 + س)$$

الحل:

$${}^2\left(\frac{3}{4}\right) + {}^2(1 + س) = \frac{27}{8} + {}^2(1 + س)$$

$$\text{تحليل: } \left(\frac{3}{4}\right) + \frac{3}{4} \times (1 + س) - {}^2(1 + س) = \left(\frac{3}{4} + (1 + س)\right) =$$

$$\left(\frac{9}{4} + \frac{3}{4} - س - \frac{3}{4} - {}^2(1 + س)\right) \left(\frac{5}{4} + س\right) =$$

$$\left(\frac{3}{4} + س - \frac{3}{4} - {}^2(1 + س)\right) \left(\frac{5}{4} + س\right) =$$

$$\left(\frac{3}{4} + س - 1 + س + س\right) \left(\frac{5}{4} + س\right) =$$

$$\left(\frac{5}{4} + س\right) \left(\frac{5}{4} + س\right) =$$

كتابة المقدار على صورة مجموع مكعبين.

تحليل:

تبسيط:

$$\frac{3}{4} = \frac{9+6-}{4} = \frac{9}{4} + \frac{2 \times 3}{2 \times 2} -$$

تبسيط المقدار (س+١)

تجميع الحدود المتشابهة.

أحاول

$$\frac{1}{4} + {}^2(8 + س)$$

يُسمى المقدار $س^2 - ص^2$ فرقاً بين مكعبين. ويُحلل الفرق بين المكعبين بالرموز على الصورة:

$$س^2 - ص^2 = (س - ص)(س + ص)$$

(الحد الأول - الحد الثاني) (مربع الحد الأول + الحد الأول × الحد الثاني + مربع الحد الثاني)

مثال (٣)

أحلل كلاً مما يأتي إلى عوامله:

$$(1) \quad 40س^2 - 5 \quad (2) \quad 2ل^3م^2 - 2ن^3$$

الحل:

$$(1) \quad 40س^2 - 5 = 5(8س^2 - 1)$$

$$= 5(2س - 1)(2س + 1)$$

$$(2) \quad 2ل^3م^2 - 2ن^3 = 2(ل^3م^2 - ن^3)$$

$$= 2(ل - ن)(ل^2م^2 + لنم^2 + ن^2ل^2)$$

إخراج ٥ عاملاً مشتركاً.

فرق بين مكعبين المقدارين ٢س، ١

تحليل:

تجميع الحدود المتشابهة.

الفرق بين المكعبين ل^٣م^٢، ن^٣.

تحليل الفرق بين مكعبين.

أكتب المقدار في أبسط صورة.

$$(2) \quad 2ل^3م^2 - 2ن^3 = 2(ل^3م^2 - ن^3)$$

$$= 2(ل - ن)(ل^2م^2 + لنم^2 + ن^2ل^2)$$

$$= 2(ل - ن)(ل^2م^2 + لنم^2 + ن^2ل^2)$$

(س ص) = س ن ص ن
(س ن) = م س ن × م

أختبرُ تعلُّمي



(١) أحلُّ كلاً ممَّا يأتي:

تحليلُ المقدار

(س - ١) (س + ١) (س^٢ + س + ١) (س + ١) (س + ١)

.....

.....

.....

.....

.....

المقدارُ الجبريُّ

س^٣ - ١٠٠١

ص^٣ - ن^٦

٢٧ ع^٣ - ١

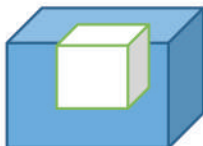
٤ س^٤ - ٣٢ س

١٢٥ س^٢ - ٨

ص^٩ - ١

(٢) أحلُّ س^٦ - ع^٦ بطريقتين مختلفتين وأوضِّحْهُما.

(٣) صندوقٌ على شكلِ مكعبٍ طولُ ضلعيه بالسنتيمتراتِ (س + ٣)، وُضِعَ في داخلِهِ مكعبٌ طولُ ضلعيه بالسنتيمتراتِ (س + ١). ما الجزء المتبقي من الصندوق؟



ثالثًا: تحليل العبارة التربيعية

لوحة مستطيلة الشكل مساحتها بالوحدات المربعة $(س^2 + ٤س + ٣)$. إذا كان طولها $(س + ٣)$ وحدة طول؛ فما عرضها؟



ماذا سأتعلم؟

- العبارة التربيعية.
- تحليل العبارة التربيعية.

يُسمى المقدار $أس^٢ + بس + ج$ ، $أ \neq ٠$ ، $أ$ ، $ب$ ، $ج$ أعدادًا حقيقية؛ العبارة التربيعية.

تحليل العبارة التربيعية

ثانيًا: إذا كان معامل $س^٢$ ، $أ \neq ١$

أولًا: إذا كان معامل $س^٢$ ، $أ = ١$

مثال (١)

أحلل كلاً مما يأتي:

$$(٣) س^٢ + ٣س - ٤$$

$$(٢) س^٢ - ١١س + ٢٤$$

$$(١) س^٢ + ٥س + ٦$$

الحل:

$$(١) س^٢ + ٥س + ٦$$

$$= (س + ٢) (س + ٣)$$

$$(٢) س^٢ - ١١س + ٢٤$$

$$= (س - ٣) (س - ٨)$$

$$(٣) س^٢ + ٣س - ٤$$

البحث عن عددين حاصل ضربهما ٦، وناتج جمعهما ٥ (هما: ٢ و ٣).

البحث عن عددين حاصل ضربهما ٢٤، وناتج جمعهما -١١ (هما: -٣، -٨).

البحث عن عددين حاصل ضربهما -٤، وناتج جمعهما ٣ (هما: -١، ٤).

للتأكد من الحد الأوسط؛ نضرب الحدين على الطرفين والحدين

الأوسطين ونجمعهما (-س + ٤س = ٣س).

$$= (س - ١) (س + ٤) + ٣س$$

أحاول أُحلُّ كلًّا ممَّا يأتي:

(١) $١٢ + ٢س + ٧س$ (٢) $١٦ + ٢س - ٨س$ (٣) $٦٠ - ٢س - ٤س$

مثال (٢)

أحلُّ كلًّا ممَّا يأتي:

(١) $١ + ٢س + ٤س$ (٢) $٤ - ٢س - ٧س$

الحل:

تحليل $٣س + ٤س + ١$ إلى عواملها وتحليل الحد المطلق إلى عوامله؛ مع مراعاة إشارات الحدود.
 أتأكد من التحليل؛ بضرب الحدين في الطرفين والحددين الأوسطين ثم أجمعهما.

$$\begin{aligned} & (١ + ٢س + ٤س) = \\ & \begin{array}{c} +س \\ \hline (١ + س)(١ + ٣س) = \\ \hline +٣س \end{array} \end{aligned}$$

للتأكد من الحد الأوسط: (حاصل ضرب الطرفين + حاصل ضرب الوسطين = الحد الأوسط).

$$\begin{aligned} & (٢) \quad ٤ - ٢س - ٧س \\ & \begin{array}{c} ٢س \times -٤ \\ \hline (٤ - س)(١ + ٢س) = \\ \hline ١ \times س \end{array} \end{aligned}$$

أحاول أُحلُّ ما يأتي إلى عوامله:

(١) $٨ + ٢س + ١٠س$ (٢) $٧٠ + ٥س + ٤٥س$



(١) أحلّلُ كلًّا ممّا يأتي، وأجدُ البطاقةَ الصحيحة:

$$(أ) \text{ س}^2 + ٤ \text{ س} - ٣٢$$

$$(س + ٨) (س + ٤)$$

$$(س + ١٦) (س - ٢)$$

$$(س + ٢) (س - ١٦)$$

$$(س + ٨) (س - ٤)$$



$$(ب) \text{ س}^2 + ١١ \text{ س} + ٢٨$$

$$(س + ٤) (س - ٧)$$

$$(س + ١٤) (س + ١٤)$$

$$(س + ٢) (س + ١٤)$$

$$(س + ٧) (س + ٤)$$



$$(ج) ٦ \text{ س}^2 - ٢ \text{ س} - ٢$$

$$(٦ \text{ س} - ١) (س - ٢)$$

$$(٢ \text{ س} - ١) (٣ \text{ س} + ٢)$$

$$(٣ - ٢ \text{ س}) (١ + ٢ \text{ س})$$

$$(٢ \text{ س} - ٣) (١ + ٢ \text{ س})$$



(٢) أجدُ ٣ قيمٍ للرمز (ك) لتُصبحَ العبارةُ التربيعيةُ الآتيةُ قابلةً للتحويلِ إلى العواملِ، ثمَّ أحلّلُ كلَّ حالةٍ:

$$\text{س}^2 - ٣ \text{ س} + ك$$

(٣) أكتبُ تعبيرًا جبريًا يمثّلُ محيطَ لوحِ خلايا شمسيةٍ مستطيلةٍ الشكلِ، مساحتُها $(س^2 + ٤س - ٨١)$ وحدةً مربعةً.

(٤) ما قيمُ (ك) التي تجعلُ تحليلَ كلِّ ممّا يأتي صحيحًا:

$$(أ) \text{ س}^2 + ك \text{ س} - ١٩ = (س - ١٩) (س + ١)$$

$$(ب) ٢ \text{ س}^2 + ك \text{ س} - ٢١ = (٣ - ٢ \text{ س}) (٧ + \text{س})$$

(٥) أنا أحدُ عواملِ العبارةِ التربيعيةِ $٥ \text{ س}^2 - ٢١ \text{ س} + ٤$ ، إذا كان أحدُ العواملِ $(س - ٤)$ ؛ فما العاملُ الآخرُ؟

المجال: الأنماط والجبر والاقترانات

المحور: الاقترانات والمعادلات



حل المعادلة التربيعية

- أتعرف الصورة القياسية للمعادلة التربيعية.
- أحل المعادلة التربيعية.

هل توجد معادلة تربيعية ليس لها حلول حقيقية؟ أبرر إجابتي.

الاقتران التربيعي

- أتعرف الاقتران التربيعي وصورته العامة:
- ق (س) = $أس^2 + ب س + ج$ حيث أ، ب، ج أعداد حقيقية، $أ \neq 0$
- أتعرف مجال الاقتران التربيعي ومداه.
- أمثل الاقتران التربيعي بيانياً.

كيف أجد القيمة العظمى للاقتران: ق (س) = $-س^2 - 4س + 1$ ؟

أختبر نفسي

(١) إذا كان ق (س) = ٣س + ١؛ فأجيب بـ (نعم أو لا):

أ) () () الاقتران ق (ق) اقتران خطي مجاله

ومداه مجموعة الأعداد الحقيقية.

ب) () ق (-١) = ٤

ج) () ق (٢) = ٧

د) () نقطة تقاطعه مع محور (ص)

هي: (١، ٠).

(٢) أمتلئ الاقتران هـ (س) = ٢س + ٦ بيانياً.

أتذكر

مثال (١): أكتب الصورة العامة للاقتران الخطي.

وأجدُ مقطعيه السيني والصادي.

الحل:

الصورة العامة للاقتران الخطي:

ق (س) = أس + ب حيث أ ≠ صفرًا، ب أعداد حقيقية.

المقطع السيني عندما ص = ٠ أي أس + ب = ٠

$$\text{ومنها س} = \frac{-ب}{أ}$$

المقطع الصادي عندما س = ٠ أي ق (٠) = ب

مثال (٢): أمتلئ الاقتران ق (س) = ١س + ١ بيانياً.

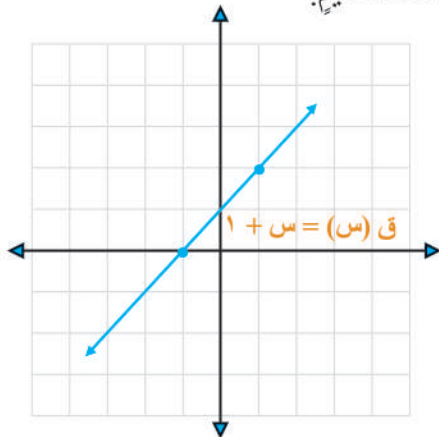
الحل:

- أختارُ قِيمًا لـ (س)، وأعوّضها في قاعدة الاقتران.

س	١-	١
ق (س)	٠	٢
(س، ص)	(٠، ١-)	(٢، ١)

- أعينُ النقطتين على المستوى الإحداثي، وأصلُ

بينها بخط مستقيم.



أولاً: الاقتران التربيعي

ماذا سأتعلم؟

- الاقتران التربيعي.
- تمثيل الاقتران التربيعي بيانياً.
- خصائص الاقتران التربيعي.

رمت لاعبة كرة فأتخذت مساراً وفق العلاقة $ل = ٢٠ن - ٥ن^٢$ حيث $ن$ الزمن بالثواني، $ل$ ارتفاع الكرة بالأقدام. ما أقصى ارتفاع ستصل إليه الكرة؟



تعلمت سابقاً الاقتران الخطي، وسأتعلم الاقتران التربيعي.

الاقتران التربيعي اقتران على الصورة:

ق (س) = $أس^٢ + ب س + ج$ ، حيث $أ$ ، $ب$ ، $ج$ أعداد حقيقية، $أ \neq ٠$ صفراً، وتسمى الصورة العامة للاقتران التربيعي.

ألاحظ في ما يأتي التمثيلات البيانية لاقترانات تربيعية، وأملأ الفراغ أمام كل تمثيل:

الاقتران

علاقة تربط كل عنصر في المجال، بعنصر واحد فقط في المدى.

١) الاقتران ق (س) = $س^٢$ ، حيث $أ = ١$ ، $ب = ٠$ ، $ج = ٠$ ،

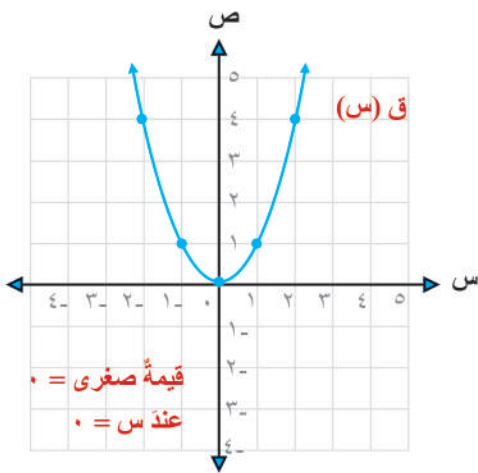
إشارة أ

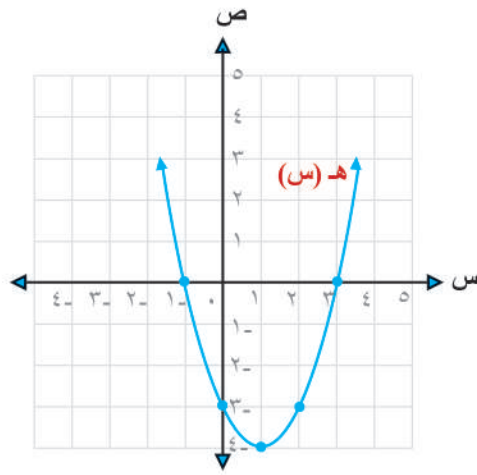
مجال الاقتران ق

اتجاه فتحة المنحنى

معادلة محور التماثل

للاقتران قيمة (عظمى أم صغرى)؟ وتساوي





٢) الاقتران هـ (س) = $s^2 - 2s - 3$

أ = ، ب = ، ج =

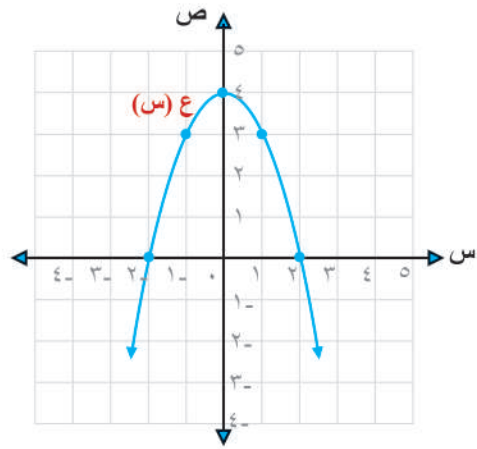
إشارة أ

مجال الاقتران هـ، ومداه

اتجاه فتحة المنحنى

معادلة محور التماثل

للاقتران قيمة (عظمى أم صغرى)؟ وتساوي



٣) ع (س) = $-s^2 + 4$

أ = ، ب = ، ج =

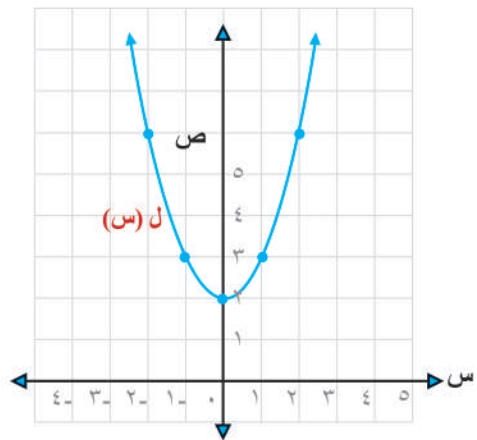
إشارة أ

مجال الاقتران ع، ومداه

اتجاه فتحة المنحنى

معادلة محور التماثل

للاقتران قيمة (عظمى أم صغرى)؟ وتساوي



٤) ل (س) = $s^2 + 1$

أ = ، ب = ، ج =

إشارة أ

مجال الاقتران ل، ومداه

اتجاه فتحة المنحنى

معادلة محور التماثل

للاقتران قيمة (عظمى أم صغرى)؟ وتساوي

ألاحظُ ممَّا سبقَ أنَّ منحنى الاقترانِ تربيعيَّ مفتوحٌ للأعلى أو للأسفلِ، ورأسُ المنحنى النقطةُ التي يكونُ للاقترانِ عندها قيمةٌ عظمى أو صغرى، وإحداثياتُ رأسِ المنحنى هي $(\frac{b}{2a}, c - \frac{b^2}{4a})$ ، ومحورُ التماثلِ هو مستقيمٌ رأسيٌّ يمرُّ برأسِ المنحنى.

الصورةُ العامَّةُ للاقترانِ التربيعيِّ ق (س) = $أس^2 + ب س + ج$ ، $أ \neq 0$ ، $أ$ ، $ب$ ، $ج$ أعدادٌ حقيقيةٌ.

مفتوحٌ للأسفلِ	أ سالبةٌ
	المجالُ
	المدى
	معادلتهُ محورُ التماثلِ

مفتوحٌ للأعلى	أ موجبةٌ
ح	المجالُ
$ص \leq ق - \frac{b^2}{4a}$	المدى
$س = \frac{b}{2a}$	معادلتهُ محورُ التماثلِ

مثال (١)

أمثلُ الاقترانَ ق (س) = $س^2 + ٢ س - ٤$ بيانياً.

الحل:

لتمثيلِ الاقترانِ بيانياً؛ أتبعُ الخطواتِ الآتية:

(١) أُحدِّدُ معاملاتِ الحدودِ $أ = ١$ ، $ب = ٢$ ، $ج = -٤$.

(٢) أجدُ إحداثياتِ رأسِ القطعِ $(\frac{٢}{(١)٢}, c - \frac{٢^2}{(١)٢}) = (١ - , c - ٤)$

ق (١ -) = $٢(١ -) + ٢(١ -) - ٤$

$٥ - = ٤ - ٢ - + ١ =$

(٣) أنشئُ جدولاً للنقاطِ، ثمَّ أعينُّها على المستوى الإحداثيِّ.

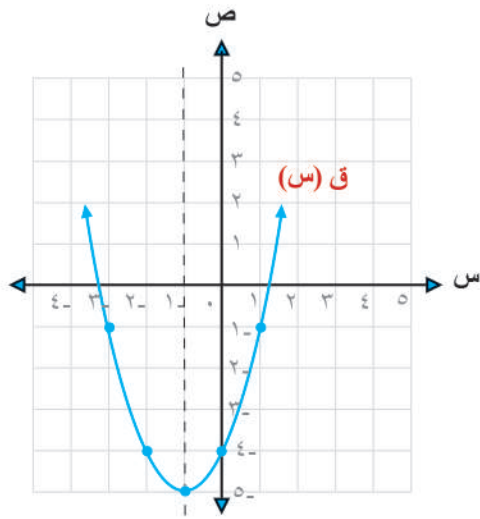
المستقيمُ الرأسيُّ

مستقيمٌ يوازي محورَ

الصاداتِ، معادلتهُ

$س = أ$

حيثُ $أ$ عددٌ حقيقيٌّ.



س	١	٠	١-	٢-	٣-
ق(س)	١-	٤-	٥-	٤-	١-

مجال الاقتران يساوي ح، مدى الاقتران هو $ص \leq -٥$ ،
معادلته محور التماثل $س = ١$

أمتلئ الاقتران ك (س) = $٩ - س^٢$ ، وأذكر المجال والمدى ومعادلة محور التماثل.

أحاول

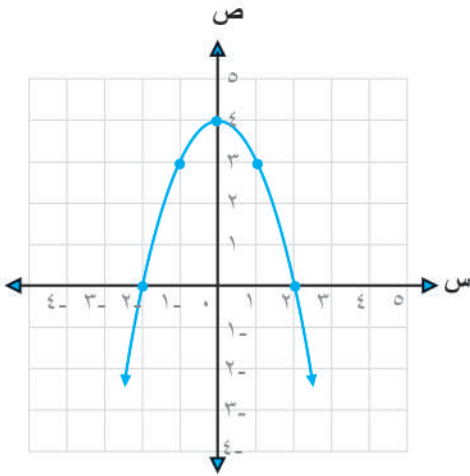
أختبر تعلمي



(١) أمتلئ بيانياً الاقترانات الآتية:

أ) ق (س) = $س^٢ - ١$

ب) هـ (س) = $س^٢ - ٤س + ١$



(٢) أدرس الرسم المجاور، ثم أجب عن الأسئلة الآتية:

أ) ما إحداثيات رأس القطع؟

ب) للاقتران قيمة عظمى أم صغرى؟ أعددّها.

ج) ما مجال الاقتران؟

د) ما إشارة معامل $س^٢$ ؟

هـ) ما نقاط التقاطع مع محور $س$ ؟

(٣) أطلق صاروخ إلى أعلى، وكان ارتفاعه بالأمتار فوق سطح البحر بعد (ن) ثانية من إطلاقه وفق العلاقة:
ل (ن) = $٤ - ن^٢ + ١٦ن + ٥٠٠٠$ ؛ أجد أقصى ارتفاع يبلغه الصاروخ.

ثانياً: حلّ المعادلة التربيعية



مربعان يزيد طول أحدهما على الثاني
بالسنتيمترات بمقدار ٣، وكان مجموع
مساحتهما بالسنتيمترات المربعة ٢٦٩
ما طول ضلع كل منهما؟

ماذا سأتعلم؟

- المعادلة التربيعية.
- حلّ المعادلة التربيعية.
- القانون العامّ لحلّ المعادلة التربيعية.
- مميز العبارة التربيعية.

الصورة العامة للمعادلة التربيعية بمتغير واحد هي: $أس^٢ + ب س + ج = ٠$: أ، ب، ج أعداد حقيقية $أ \neq ٠$

أما حلّ المعادلة فهو إيجاد قيم (س) التي تُحقّق المعادلة، وتُسمى جذور المعادلة. ويوجد عدّة طرائق لحلّ المعادلة التربيعية.

حلّ المعادلة التربيعية بالتحليل إلى العوامل:

خطوات حلّ المعادلة التربيعية بالتحليل:

- (١) أكتب المعادلة التربيعية بالصورة العامة $أس^٢ + ب س + ج = ٠$
- (٢) أحلّ المعادلة التربيعية إلى عواملها الأولية؛ بكتابتها على شكل حاصل ضرب عبارتين خطيتين.
- (٣) أستعمل الخاصية الصفرية.
- (٤) أحلّ المعادلتين الخطيتين التي حصلت عليهما في الخطوة السابقة.

أتعلم

إذا كان أ، ب عددين حقيقيين، وكان $أ \times ب = ٠$ ؛ فإن $أ = ٠$ أو $ب = ٠$ أو كليهما يساوي صفراً.

تُسمى هذه الخاصية الخاصية الصفرية.

مثال (١)

أحلّ المعادلتين الآتيتين:

$$(٢) \text{ س}^٢ + ٧ \text{ س} - ٨ = ٠$$

$$(١) \text{ س}^٢ - ٤ = ٥$$

الحل:

كتابة المعادلة بالصورة العامة.

$$(١) \text{ س}^٢ - ٤ - ٥ = ٠$$

$$\text{س}^٢ - ٩ = ٠$$

تحليل المعادلة باستعمال الفرق بين مربعين.

$$\text{س}^٢ - ٩ = (\text{س} - ٣)(\text{س} + ٣) = ٠$$

استعمال الخاصية الصفرية.

$$\text{إما س} - ٣ = ٠ ، \text{ ومنه س} = ٣$$

$$\text{أو س} + ٣ = ٠ ، \text{ ومنه س} = -٣$$

إذن: مجموعة الحل هي: $\{٣ ، -٣\}$.

$$(٢) \text{ س}^٢ + ٧ \text{ س} - ٨ = ٠$$

$$\text{س}^٢ + ٧ \text{ س} - ٨ = ٠$$

البحث عن عددين حاصل ضربيهما (-٨) ومجموعهما (+٧).

باستعمال الخاصية الصفرية.

$$\text{إما س} - ١ = ٠ \text{ صفر} ، \text{ ومنه س} = ١$$

$$\text{أو س} + ٨ = ٠ ، \text{ ومنه س} = -٨$$

مجموعة حلّ المعادلة هي: $\{١ ، -٨\}$.

أجد حلّ المعادلتين الآتيتين:

أحاول

$$(٢) \text{ س}^٢ - ٤ \text{ س} - ٥ = ٠$$

$$(١) \text{ س}^٢ + ٣ \text{ س} + ٢ = ٠$$

حلّ المعادلة التربيعية باستعمال القانون العام:

$$\text{أتأمل المعادلات الآتية: } \text{س}^٢ - ٤ \text{ س} - ١ = ٠ ، \text{س}^٢ - ٢ \text{ س} - ١٠ = ٠ ، \text{س}^٢ + ٣ \text{ س} + ٧ = ٠$$

سأجد صعوبة في حلّ هذه المعادلات بالتحليل إلى العوامل الأولية؛ لذا، **أستعمل القانون العام**

لحلّ المعادلة التربيعية.

أي معادلة تربيعية أس^٢ + ب س + ج = ٠، حيث أ، ب، ج أعداد حقيقية، أ ≠ ٠، يُمكنني حلها باستعمال القانون العام للمعادلة التربيعية، وهو:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ ج}}{٢ أ}$$

ويُسمّى المقدار $ب^2 - ٤ أ ج$ **مميّز المعادلة التربيعية** ويُرمز له بالرمز Δ : $ب^2 - ٤ أ ج \leq ٠$ (لماذا؟)

ألاحظ أنّ المميّز يُمكن استعماله للكشف عن إمكانية تحليل المعادلات التربيعية وتحديد عدد الحلول الحقيقية (إن وجدت).

إذا كان:

- (١) $\Delta < ٠$ فإن للمعادلة التربيعية جذرين حقيقيين مختلفين.
- (٢) $\Delta > ٠$ فإنه لا يوجد للمعادلة التربيعية جذور حقيقية.
- (٣) $\Delta = ٠$ فإن للمعادلة التربيعية جذراً حقيقياً مكرراً هو $س = \frac{-ب}{٢ أ}$

مثال (٢)

أجد قيمة المميّز للمعادلة التربيعية $٣س^٢ - ٤س - ١٠ = ٠$ ، ثم أتبيّن إذا كان للمعادلة حلولاً حقيقية.

الحل:

كتابة المعادلة بالصورة العامة.

$$٣س^٢ - ٤س + ١٠ = ٠$$

تحديد معاملات الحدود

$$أ = ٣، ب = -٤، ج = ١٠$$

كتابة مميّز المعادلة التربيعية.

$$\Delta = ب^2 - ٤ أ ج$$

تعويض قيم أ، ب، ج.

$$= (-٤)^2 - ٤(٣) \times (١٠)$$

$$= ١٦ - ١٢٠$$

$$= -١٠٤ < ٠$$

∴ لا يوجد حلولاً حقيقية للمعادلة التربيعية.

أجد قيمة المميز للمعادلة التربيعية $س^2 + 1 + 3س = 0$ ؛ ثم أثبتن إذا كان للمعادلة حلول حقيقية.

مثال (3)

أجد حل المعادلة $س^2 + 3س - 3 = 0$ باستعمال القانون العام للمعادلة التربيعية:

الحل:

$$أ = 2، ب = 3، ج = -3$$

تحديد معاملات الحدود.

$$\Delta = ب^2 - 4أج = 3^2 - 4(2)(-3)$$

كتابة مميز المعادلة التربيعية.

$$= (3)^2 - 4(2)(-3)$$

تعويض.

$$= 9 + 24 = 33 > 0$$

إذن: يوجد للمعادلة حلان حقيقيان.

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - 4أج}}{2أ}$$

كتابة القانون العام لحل المعادلة التربيعية.

$$س = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{2}$$

التعويض في القانون، ثم التبسيط.

أجد حل المعادلة $س^2 - 3س = 4$ باستعمال القانون العام للمعادلة التربيعية.

حل المعادلة التربيعية على الصورة: $(أس + ب)^2 = ج^2$

مثال (4)

$$أجد حل المعادلة $س^2 = 4(س + 3)$$$

الحل:

$$س^2 = 4(س + 3)$$

$$\sqrt{س^2} = \sqrt{4(س + 3)}$$

أخذ الجذر التربيعي لطرفي المعادلة.

$$س = 4 + 3$$

تطبيق القاعدة.

$$س = 4 + 3، ومنه س = 1$$

حل المعادلة الخطية.

$$أو س = 4 - 3، ومنه س = 7$$

فائدة

$$\sqrt{س^2} = |س|$$

إذا كان $|س| = أ$ ؛ حيث

$أ \geq 0$ ، فإن:

$$س = أ أو س = -أ$$

هل للمعادلة $s^2 = 4$ - حل؟ لماذا؟

أحلّ المعادلة $(s - 3)^2 = 49 - 0$

أحاول

أختبرُ تعلّمي

(١) أحلّ المعادلات الآتية:

(أ) $0 = 25 - s^2$ (ب) $ص 5 = 6 + s^2$

(٢) إذا كانت $s^2 + 2s + 4 = 0$ ، فأجد قيمة (أ) التي تجعل للمعادلة حلاً وحيداً.

(٣) يُنتج مصنع للحديد والصلب قطعة على شكل متوازي مستطيلات أبعادها بالسنتيمترات: ٤، $(s+2)$ ، $(s+2)$ ، وحجمها يساوي ١٠٠ سم^٣. أجد قيمة (س).

(٤) أحلّ المعادلة $s^3 + 2s + 4 = 1 - 0$

(٥) ما العدد الحقيقي الذي ينقص مربعه عن خمسة أمثاله بمقدار ٤؟

(٦) حلّت بيان المعادلة $(s + 1)^2 = 100$ كالآتي:

$$100 = (s + 1)^2$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$$s + 1 = 10$$

$$s = 9$$

أبين الخطأ الذي وقعت فيه.



التقويم الختامي

أمامي عددٌ من الأسئلة، لكلِّ سؤالٍ عددٌ من الخياراتٍ أحدها صحيحٌ، ولكلِّ خيارٍ عددٌ من النقاط. أستعملُ الجدولَ في الانتقالِ من مربعٍ إلى آخرٍ حسبَ عددِ نقاطِ الإجابة. سأصلُ لهدفي إذا كانتِ إجاباتي جميعُها صحيحةً.

للاقتران ق (س) $2 = 2س + 4س + 2$
 أ) قيمةٌ عظيمةٌ = صفرًا. (4 نقاط)
 ب) قيمةٌ صغيرةٌ = صفرًا. (3 نقاط)
 ج) قيمةٌ صغيرةٌ = -2. (نقطةٌ واحدة)

البداية	٢	٣	٤	٥	٦
٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨
النهاية					

حلُّ المعادلة: (س - 6) $81 = 2س$ هو:
 أ) س = 15 (4 نقاط)
 ب) س = 3 أو س = 15 (نقطتان)
 ج) س = 15 أو س = -3 (نقطةٌ واحدة)

مجموعةُ حلِّ المعادلةِ $س + 5س - 84 = 0$ هي:
 أ) {-12}. (5 نقاط)
 ب) {-7، 12}. (4 نقاط)
 ج) {-7، 12}. (نقطةٌ واحدة)

حلُّ المعادلةِ $3س + 6س = 9$
 أ) س = 3 أو س = -3 (3 نقاط)
 ب) س = 1 أو س = -3 (نقطتان)
 ج) س = 3 أو س = -1 (3 نقاط)

للاقتران ق (س) $8 - س = 2س$
 أ) قيمةٌ عظيمةٌ = 8 (3 نقاط)
 ب) قيمةٌ عظيمةٌ = صفرًا. (4 نقاط)
 ج) قيمةٌ صغيرةٌ = 8 (نقطتان)

المعادلةُ التي ليسَ لها حلولٌ حقيقيةٌ:
 أ) $س^2 - 4س + 1 = 0$ (3 نقاط)
 ب) $س^2 + 4س + 6 = 0$ (نقطتان)
 ج) $س^2 + 3س - 11 = 0$ (4 نقاط)

مدى الاقتران ق (س) $س + 4س = 0$ هو:
 أ) $ص ≤ -2$ (نقطتان)
 ب) $ص ≥ -4$ (3 نقاط)
 ج) $ص ≥ -2$ (5 نقاط)

المجال: الأعداد والعمليات

المحور: الأسس النسبية



الأسس النسبية وقوانينها

- أتعرف قوانين الأسس النسبية.
- أحل مسائل على قوانين الأسس.

كيف أستعمل قوانين الأسس النسبية، في تبسيط التعبيرات العددية؟

أختبر نفسي

(١) أكتب كلاً ممّا يأتي على صورة أُسس:

$$\text{أ) } \frac{1}{\sqrt[4]{}} = \frac{1}{\sqrt[4]{}} \times \frac{1}{\sqrt[4]{}} \times \frac{1}{\sqrt[4]{}} \times \frac{1}{\sqrt[4]{}} \times \frac{1}{\sqrt[4]{}} \times \frac{1}{\sqrt[4]{}}$$

$$\text{ب) } \frac{1}{\sqrt[4]{}} = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$$

(٢) أكتب كلاً ممّا يأتي على صورة أُسّ واحد:

$$\text{أ) } 6^{\circ} \times 2^{\circ}$$

$$\text{ب) } 5^{\circ} \div 3^{\circ}$$

$$\text{ج) } 10^{\circ} \times 10^{\circ}$$

$$\text{د) } \frac{6^{\circ}}{2^{\circ}}$$

$$\text{هـ) } (6^{\circ})^{\circ} \times \left(\frac{1}{6}\right)^{\circ}$$

(٣) أحلّ الأعداد الآتية إلى عواملها الأوليّة، ثمّ

أكتبها باستعمال الأُسّ:

$$\text{أ) } 3125$$

$$\text{ب) } 216$$

$$\text{ج) } 8000$$

$$\text{د) } 1024$$

أتذكّر

مثال (١): أكتب $(3^- \times 3^- \times 3^- \times 3^-)$ على

صورة أُسس.

الحل:

$$\text{الأساس} = 3^- ، \text{ الأس} = 4$$

$$\therefore (3^-)^4 = 3^- \times 3^- \times 3^- \times 3^-$$

مثال (٢): أكتب كلاً ممّا يأتي على صورة أُسّ

واحد:

$$\text{أ) } 8^4 \times 8^6 \quad \text{ب) } 5^2 \div 5^4$$

الحل:

$$\text{أ) } 8^4 \times 8^6 = 8^{4+6} = 8^{10}$$

$$\text{ب) } 5^2 \div 5^4 = 5^{2-4} = 5^{-2}$$

مثال (٣): أحلّ العدد 243 إلى عوامله الأوليّة،

ثمّ أكتبه باستعمال الأُسّ.

الحل:

أستعمل القسمة المتكرّرة:

$$\therefore \text{العدد } 243 = 3^5$$

3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

أولاً: الأسس النسبية وقوانينها



هل أنا بارعٌ بلعبِ المكعبِ السحريِّ (روبك)؟
إذا علمتُ أنّ حجمَ المكعبِ السحريِّ المسموحِ
به في المباراة هو ٢٧٠٠٠ مم^٣، فما طولُ
ضلعِ هذا المكعبِ؟

ماذا سأتعلمُ؟

- الأسسُ النسبيةُ.
- قوانينُ الأسسِ.
- تبسيطُ التعابيرِ.

أتأملُ البطاقاتِ الآتية، وأملأُ الفراغَ في كلِّ منها:

نشاط

$$\frac{1}{3^8}$$



$$3^{-8}$$

$$\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} \times \frac{1}{\square} \times \frac{1}{\square}$$

$$3^8$$

$$\square = 8 \times 8 \times 8$$

ألاحظُ أن:

البطقتين الأولى والثانية، تحتوي على أسسٍ لأعدادٍ صحيحةٍ وقد درستها سابقاً. ولكن، كيف سأجدُ
الحلَّ في البطاقة الثالثة؟ ما نوعُ الأسِّ فيها؟

تُكتبُ $(8)^{\frac{1}{3}}$ على الصورة $\sqrt[3]{8}$ ويُسمى $(\frac{1}{3})$ **أساً نسبياً**.

أتعلمُ

$\sqrt[n]{s} = s^{\frac{1}{n}}$ (إذا كانَ (ن) عدداً زوجياً موجباً، و(س) عدداً حقيقياً ليسَ سالباً).

$\sqrt[n]{s} = s^{\frac{1}{n}}$ (إذا كانَ (ن) عدداً فردياً موجباً، و(س) عدداً حقيقياً).

$$\frac{3}{4} \xrightarrow{\text{الأسُّ النسبيُّ}} (13)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{3^3} \xleftarrow{\text{دليلُ الجذر}} \xleftarrow{\text{الأسُّ}} \text{مثل:}$$

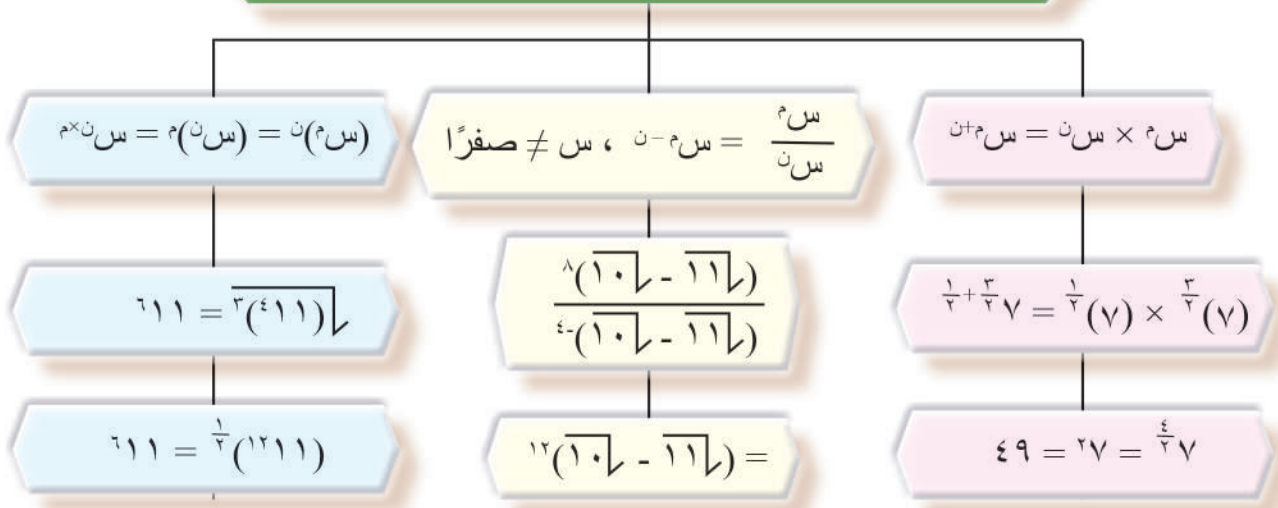
مثال (١)

أكتبُ $(\frac{1}{64})^{\frac{3}{4}}$ على صورةِ أسسٍ نسبيةٍ، ثم أجدُ قيمتها:

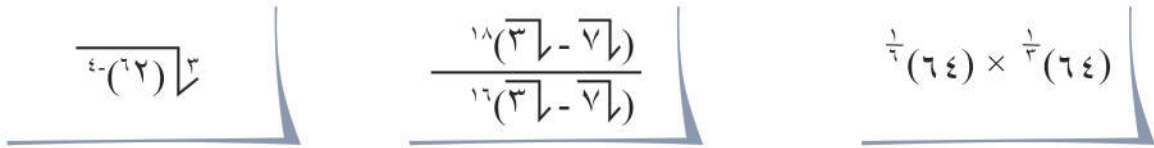
$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{64} \right)^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{1}{64} \right)^{\frac{3}{4}} \text{ الحل:}$$

أجد قيمة كلٍّ من: $\sqrt[4]{625}$ ، $\sqrt[6]{\frac{729}{64}}$

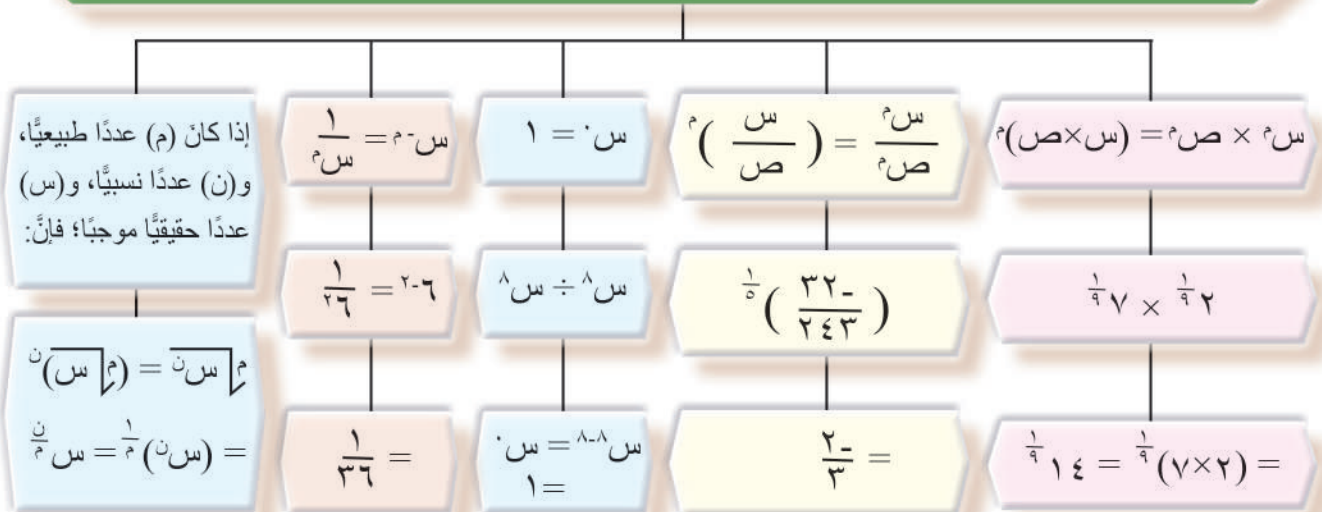
إذا كان (س) عددًا حقيقيًا، وكان (م)، (ن) عددين نسبيين؛ فإن:



أجد قيمة كلٍّ مما يأتي:



إذا كان (س) و(ص) عددين حقيقيين، حيث $s \neq 0$ ، $v \neq 0$ ، وكان (م) عددًا نسبيًا؛ فإن:



يمكنني تبسيط العبارات التي تتضمن أسسًا نسبية؛ عن طريق تحويل الأسس السالبة إلى موجبة، ثم التبسيط باستعمال قوانين الأسس.

مثال (٢)

أجد قيمة المقدار الآتي في أبسط صورة: $(\sqrt[9]{\frac{9 \cdot 5 \times 203}{113}})$

تبسيط ما داخل الجذر باستعمال قوانين الأسس.

تحويل الجذر إلى أس نسبي.

تغيير الأس السالب إلى موجب ($\frac{1}{9} = 9^{-1}$).

الحل: $\sqrt[9]{9 \cdot 5 \times 11 \cdot 203} = \sqrt[9]{9 \cdot 5 \times 11 \cdot 203}$

$$\frac{1}{9}(9 \cdot 5 \times 11 \cdot 203) =$$

$$\frac{3}{9} = 9^{-1} \times 11 \cdot 203 = (\frac{1}{9} \cdot 5 \times \frac{1}{9} \cdot 11 \cdot 203) =$$

أجد قيمة المقادير الآتية في أبسط صورة:

أحاول

(ب) $\sqrt[5]{\frac{109 \times 08}{10(4 \times 2)}}$

(أ) $\sqrt[3]{\left(\frac{67 \times 04}{3-4 \times 4-7}\right)}$

أختبر تعلمي



(١) أجد قيمة كل مما يأتي:

(أ) $\sqrt[3]{25}$ (ب) $\sqrt[4]{64}$ (ج) $\frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt[4]{2}}$ (د) $\sqrt[7]{(13)^7}$

(٢) أجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة:

(أ) $\frac{\sqrt[5]{(6) - \sqrt[3]{11}}}{\sqrt[10]{(6) - \sqrt[3]{11}}}$ (ب) $\sqrt{\left(\frac{1}{(3) - \sqrt[5]{0}}\right)}$

(ج) $\sqrt[2]{(4-8) \times \sqrt[6]{8}}$ (د) $\sqrt[3]{\frac{62 \times \sqrt[7]{(5 \times 2)}}{80 \times \sqrt[2]{10}}}$

٣) أجبَ رشيدٌ عن ورقة عملٍ خاصّةٍ بقوانين الأسسِ كالاتي، أساعدهُ على الحكمِ على صحّةِ إجابةِ كلِّ سؤالٍ؛ موضّحاً ذلكَ في العمودِ الثاني من الجدول:

السؤال	الإجابة (مع التوضيح)
$٤ = ٠,٢٥ ٤ \times ٠,٧٥ ٤$	
$٣ع = ١٠ع \div ٧٠$	
$\sqrt[٦]{س} = -٦$	
$\sqrt[٦]{٣-} = \sqrt[٢]{٣-}$	
$\sqrt[٧]{ص} = \sqrt[٣]{(٢-ص)} \times \sqrt[٨]{ص}$	
$\sqrt[٥]{١٠} = \sqrt[٥]{٩} + \sqrt[٥]{١}$	
$\frac{٣}{٥} = \sqrt[٢]{\left(\frac{٤٥}{١٢٥}\right)^{\frac{٤}{٥}}}$	

مسألة مفتوحة: أكتب مسألةً رياضيّةً تعتمدُ على الأسسِ، تُوضّحُ انتشارَ فيروسِ كورونا.

أمسحُ رمزَ الاستجابةِ السريعةِ المجاورَ؛ لمشاهدةِ الفيديو الذي يشرحُ النموَّ المتسارعَ لفيروسِ كورونا.



أبحثُ عن اسمِ العالمِ المسلمِ الذي يُعدُّ أوّلَ من استعملَ الأسسَ السالبة، وعن اسمِ أوّلِ عالمٍ استعملَ الأسسَ النسبيّةَ في الرياضياتِ.





المجال: الهندسة والقياس

المحور: الهندسة الإحداثية



معادلة الخط المستقيم

- أجد معادلة الخط المستقيم؛ إذا علمت ميله ونقطة واقعة عليه.
- أجد معادلة الخط المستقيم؛ إذا علمت نقطتين عليه.

ما معادلة الخط المستقيم الذي يمرُّ بالنقطتين (أ، ب)، (ل، ن)؟

المسافة بين نقطتين

- أجد المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي.

كيف أجد طول نصف قطر دائرة مركزها (أ، ب)، وتمرُّ بالنقطة (س، ص)؟

أختبر نفسي

(١) أجد طول الضلع الثالث في كلِّ ممَّا يأتي:

أ (المثلث هـ ع ل قائم الزاوية في ع، فيه

هـ ع = ٩ سم، ع ل = ١٢ سم،

فما طول هـ ل؟

ب (المثلث س ص ع قائم الزاوية في ص،

فيه س ص = ١٥ سم، س ع = ٢٥ سم،

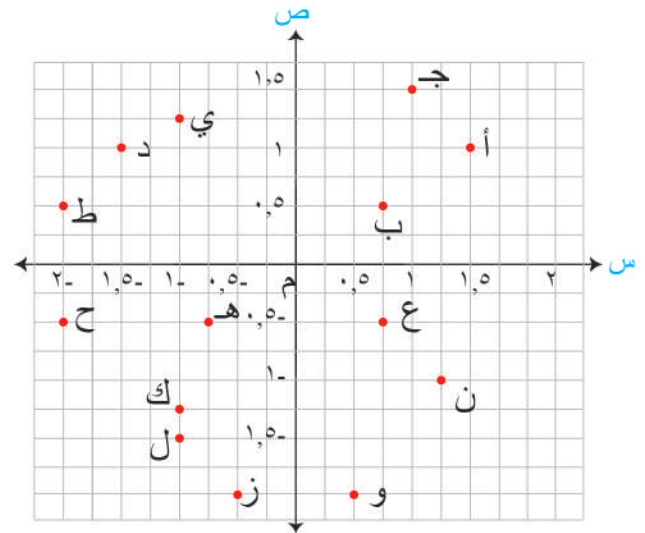
فما طول ص ع؟

(٢) بناءً على الشكل الآتي، أجد ما يأتي:

أ (إحداثيات النقاط: أ، ط، ل، و.

ب (النقاط التي إحداثياتها:

(١، ٢٥)، (١، ٢٥)، (١، -١).



أتذكر

مثال (١): المثلث أ ب ج قائم الزاوية في ب، فيه

أ ب = ٥ سم، ب ج = ١٢ سم، فما طول أ ج؟

الحل:

(أ ج)² = (أ ب)² + (ب ج)² نظريّة فيثاغوروس.

٢٥ + ١٤٤ = (١٢)² تعويض.

١٦٩ = ١٤٤ + ٢٥ =

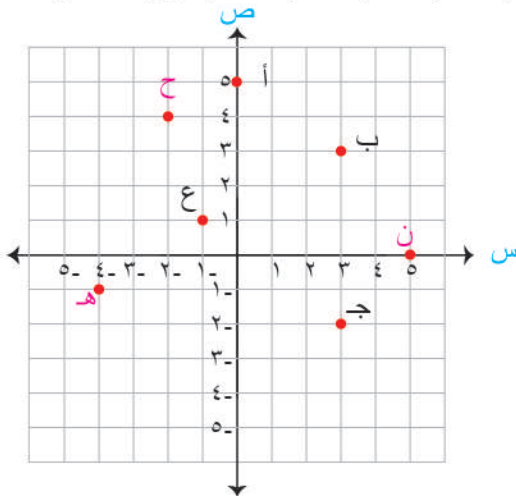
∴ أ ج = ١٣ سم بأخذ الجذر التربيعي للطرفين.

مثال (٢):

أ (أمثل النقاط الآتية في المستوى الإحداثي:

أ (٥، ٠)، ب (٣، ٣)، ج (٣، -٢)، ع (-١، ١)

الحل:



ب (بناءً على الشكل أعلاه؛ أكتب إحداثيات النقاط:

ن، ح، هـ

الحل: ن (٥، ٠)، ح (٣، -٢)، هـ (-٤، -١)

مثال (٣): أجد حلّ المعادلة: س² - ٧ = ١٨

الحل: س² - ٧ = ١٨

س² = ٢٥ بإضافة العدد ٧ إلى الطرفين.

س = ٥ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين.

أو س = -٥

(٣) أحلّ كلاً من المعادلات الآتية:

أ ($\frac{4}{y} - 5 = 7$)

ب (س² + ٩ = ٥٨)

أولاً: المسافة بين نقطتين

كيف يعمل نظام GPS؟

ماذا سأتعلم؟

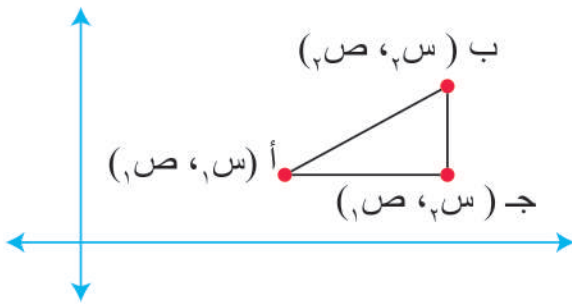
- المسافة بين نقطتين.



تستطيع طائرة الإنقاذ المروحية التحليق ٩٠٠ كم قبل إعادة تزويدها بالوقود. إذا كانت مهمة الطائرة نقل شخص من مكة المكرمة إلى الرياض، وافترضنا أن المدينة المنورة هي نقطة الأصل، ومكة المكرمة عند النقطة (٠، ٤٠٠) والرياض عند النقطة (٨٠٠، ٠)؛ فهل يمكن للطائرة إكمال المهمة من دون التزود بالوقود في أثناء الطريق؟

نشاط

في الشكل المجاور، إذا كان إحداثيا النقطة أ (س_١، ص_١)، وإحداثيا النقطة ب (س_٢، ص_٢)، فإن:



طول $\overline{ب ج} = ص_٢ - ص_١$

وطول $\overline{أ ج} = \dots\dots\dots$

باستعمال نظرية فيثاغورس،

طول $\overline{أ ب} = \dots\dots\dots$

أتعلم

إذا كانت النقطتان أ (س_١، ص_١)، ب (س_٢، ص_٢) نقطتين في المستوى الإحداثي؛ فإن المسافة بينهما

$$\text{هي: } \overline{أ ب} = \sqrt{(س_٢ - س_١)^2 + (ص_٢ - ص_١)^2}$$

مثال (١)

أجد المسافة بين النقطتين ل (٣، ٣)، ن (٩، ٢-)

س_١ = ٣، ص_١ = ٣، س_٢ = ٩، ص_٢ = ٢- تحديد الإحداثي السيني والصادي في كل نقطة؛ (المعطيات).

القانون

$$\overline{المسافة \text{ بين النقطتين ل، ن هي طول ل ن}} = \sqrt{(س_٢ - س_١)^2 + (ص_٢ - ص_١)^2}$$

التعويض.

$$= \sqrt{(٩ - ٣)^2 + (٢- - ٣)^2}$$

التبسيط.

$$= \sqrt{(٦)^2 + (٥-)^2}$$

$$= \sqrt{٣٦ + ٢٥}$$

$$= \sqrt{٦١} = ٦.١٦٤ \text{ وحدة طول}$$

مثال (٢)

أجد القيم الممكنة جميعها للمتغير (أ)، إذا علمت أن المسافة بين النقطتين ك (-٥، أ)، ل (٣، ١) تساوي $\sqrt{89}$ وحدة طول.

تحديد الإحداثيين السيني والصادي في كل نقطة.

القانون.

التعويض.

تربيع الطرفين للتخلص من الجذور.

تبسيط المعادلة.

طرح ٦٤ من الطرفين.

$$\text{الحل: } س = -٥، ص = ١، أ = ٣، س = ٣، ص = ١$$

$$\sqrt{(س - ص)^2 + (س - ص)^2} = \sqrt{(١ - ٣)^2 + (١ - ٣)^2}$$

$$\sqrt{(أ - ١)^2 + (٥ - ٣)^2} = \sqrt{89}$$

$$^2(أ - ١) + ^2(٨) = ٨٩$$

$$^2(أ - ١) + ٦٤ = ٨٩$$

$$^2(أ - ١) = ٢٥$$

بأخذ الجذر التربيعي للطرفين: إما $١ - أ = ٥$ ومنها $أ = -٤$

وإما $١ - أ = -٥$ ومنها $أ = ٦$

أتعلم

إذا كان $|س| = ب$ ،
فإن $س = ب$ ،
أو $س = -ب$

إذا كانت أ ب قطعةً مستقيمةً طولها $(\sqrt{41})$ وحدة طول، وكانت أ (-١، س)،

ب (٤، -٤)، فما قيم (س) الممكنة؟

أختبر تعلمي

(١) أحدد اسم البطاقة التي تحمل الإجابة الصحيحة، للمسافة بين النقطتين لكل من النقاط الآتية:

البطاقة الخضراء
١٠

البطاقة الوردية
٩

البطاقة الزرقاء
٨، ٤٩

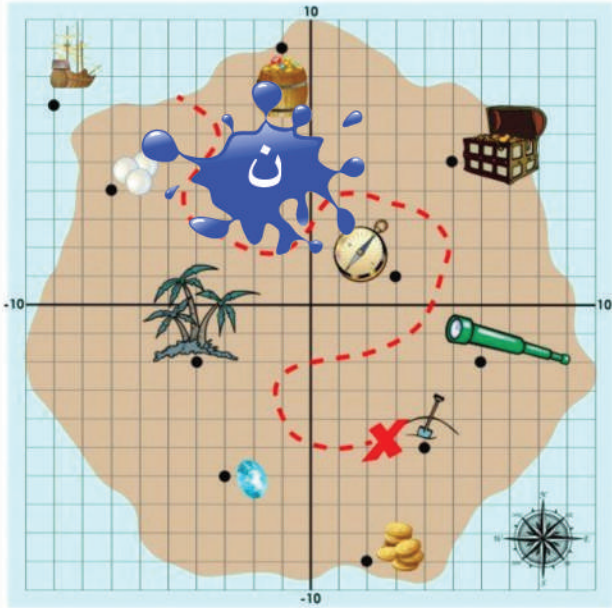
البطاقة الصفراء
٧

أ) م (-٥، ٢)، ن (-١، ٦) :

ب) س (٣، -٢)، ص (-٣، ٤) :

ج) ل (٣، ٣)، ع (-٤، ٣) :

- ٢) باستعمال قانون المسافة بين نقطتين؛ أجد طريقة لتحديد إذا كان المثلث أ ب ج قائم الزاوية أم لا:
حيث: أ(-٣، ٧)، ب(٤، ٠)، ج(-٤، ٤).
- ٣) دائرة مركزها النقطة م (٠، ٨)، وتمرُّ بالنقطة هـ (٨، ١٤). ما طول قطرها؟



- ٤) بينما كان أيهم يحسب المسافة الأقصر ليصل إلى الكنز، وقعت بقعة من الحبر على إحدى النقاط المهمة، ولم يتمكن من تذكر أحد إحداثياتها. أساعد أيهم على إيجاد القيمة (القيم المحتملة) لهذه النقطة؛ علمًا بأن المسافة بين النقطتين:
م (أ، ٧)، ن (-٢، ٣) هي ٥ وحدات طول.

أفسر؟
لماذا توجد قيمتان ممكنتان عند البحث عن الإحداثي المجهول لنقطة؛ عند إعطاء إحداثيات نقطتين والمسافة بينهما؟



- ٥) أراد سعد وجمال أن يلتقيا في مطعم السفينة، فاستعمل سعد القارب ليصل إلى المطعم، بينما استعمل جمال سيارته (أتأمل الشكل المجاور).
- أ) ما المسافة التي قطعها كلُّ منهما ليصل إلى المطعم؟
ب) من منهما كانت طريقته أقصر من حيث المسافة؟
ج) كم يبعد بيت سعد عن بيت جمال؟
- ٦) أجد مساحة الشكل الذي يقع في المستوى الإحداثي عند النقطتين (٣، ٩)، ل (٣، ٥)، هـ (٥، ٩).
(مساعدة: أحدد النقطتين بالمستوى الإحداثي ثم أصل بينها لأعرف الشكل الناتج)



أبحث نظرًا لأن الأرض ليست مسطحة ولأنها سطح منحني؛ فهل حساب المسافة باستعمال نظام تحديد المواقع العالمي (GPS) تُقاس كما تعلمت اليوم باستعمال المسافة بين نقطتين على المستوى الإحداثي، أم تُستعمل طريقة أخرى؟ أبحث عن الإجابة الصحيحة موضِّحًا إجابتي.

ثانياً: معادلة الخط المستقيم

هل مدرستي معدة لدمج الطلبة ذوي الإعاقة؟

من الإرشادات الخاصة التي يُمكن اتّباعها لدمج الطلبة ذوي الإعاقة في مدارسنا، توفيرُ السطوح المائلة لهم؛ لتسهيل حركة الكراسي المدوّلة الخاصة بهم. ويُمكن استعمالُ



القياسات الموصى بها عالمياً بارتفاع عمودي مقدارُه مترٌ واحدٌ لكل ١٢ متراً أفقيّاً للسطوح المائلة*.

النسبة $(\frac{1}{12})$ تُسمّى ميل السطح المائل وتصفُ شدة انحداره. إذا كان الارتفاع العمودي $(\frac{1}{12})$ م، فما أقلُّ بعد أفقي مناسب؟ وما ميل سطحه؟

ماذا سأتعلّم؟

- ميل الخط

المستقيم.

- معادلة الخط

المستقيم.

أتعلّم

ميل الخط المستقيم الذي يمرُّ بالنقطتين $(س_١ ، ص_١)$ ، $(س_٢ ، ص_٢)$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$
 $س_١ \neq س_٢$ ، ويُرمز للميل بالرمز (م).

مثال (١)

أجد ميل الخط المستقيم المارّ بالنقطتين $(٥ ، ٣)$ ، $(٢- ، ٠)$.

المعطيات.

الحل: $س_١ = ٣$ ، $ص_١ = ٥$ ، $س_٢ = ٠$ ، $ص_٢ = ٢-$

قانون ميل الخط المستقيم.

$$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

تعويض.

$$\frac{٧}{٣} = \frac{٧-}{٣-} = \frac{٥-٢-}{٣-٠} =$$

أجد ميل الخط المستقيم المارّ بالنقطتين $(٣ ، ٤-)$ ، $(١٥ ، ٨)$.

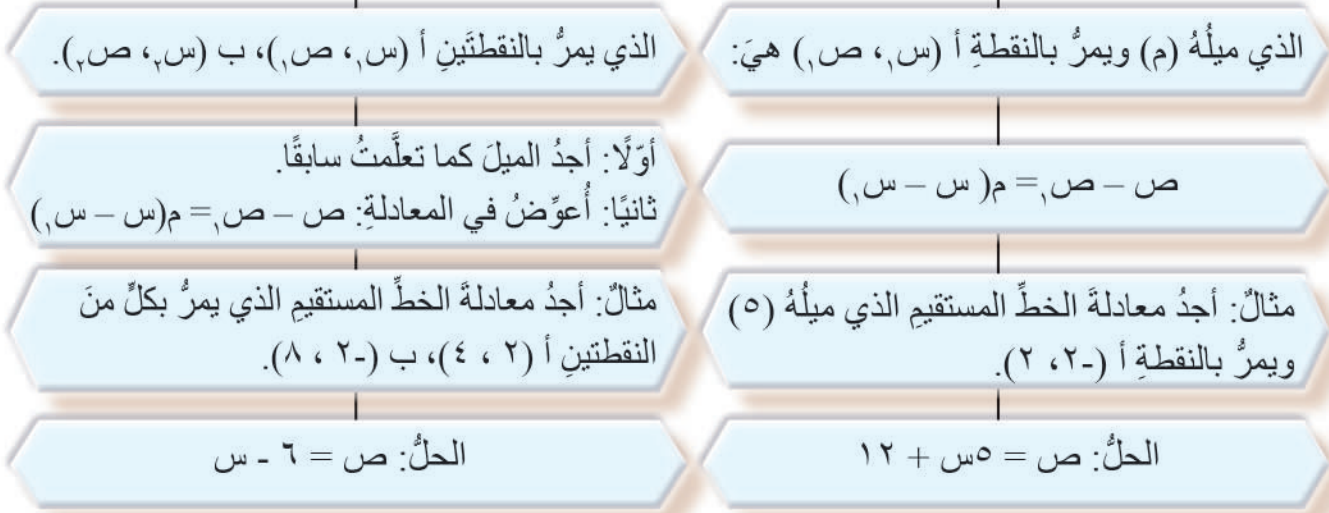
أحاول

أتعلّم

معادلة الخط المستقيم الذي ميله (م) ويمرُّ بالنقطة أ $(س_١ ، ص_١)$ هي:

$$ص - ص_١ = م (س - س_١)$$

معادلة الخطّ المستقيم



مثال (٢)

أكتب معادلة الخطّ المستقيم، في كلّ حالةٍ من الحالات الآتية:

أ) ميله ٤ ويمرُّ بالنقطة (٣، -٥). ب) يمرُّ بالنقطتين أ (١، ٧)، ب (٤، -٢).

المعطيات:

معادلة الخطّ المستقيم.

تعويض.

تبسيط.

المعطيات:

قانون، تعويض، تبسيط.

معادلة الخطّ المستقيم.

تعويض (يجوز استعمال النقطة ب) بالتعويض).

تبسيط.

الحل: أ) م = ٤، س = ٣، ص = -٥

ص - ص = م(س - س)

ص - (-٥) = (٣ - س) ٤

ص + ٥ = ١٢ - س

ص = ٤ - س

ب) س = ١، ص = ٧، س = ٤، ص = -٢

م = $\frac{ص - ص}{س - س} = \frac{-٢ - ٧}{٤ - ١} = \frac{-٩}{٣} = -٣$

ص - ص = م(س - س)

ص - (-٢) = (١ - س) (-٣)

ص - ٢ = ٣ - س

ص = ١٠ - س

أجدُ معادلةَ الخطِّ المستقيم لكلِّ ممَّا يأتي:
 أ) ميله يساوي ٥، ويمرُّ بالنقطة ن (-٢، ٣).
 ب) يمرُّ بالنقطتين: أ (-٢، ١)، ب (١، ١).

المقطع الصادي للمستقيم عندما تكون قيمة الإحداثي السيني صفراً، وتكون إحداثيات النقطة (٠، ص).
المقطع السيني للمستقيم عندما تكون قيمة الإحداثي الصادي صفراً، وتكون إحداثيات النقطة (س، ٠).

أختبرُ تعلّمي

١) أكتبُ معادلةَ الخطِّ المستقيم في كلِّ ممَّا يأتي:
 أ) ميله -٦، ويمرُّ بنقطة الأصل.
 ب) يمرُّ بالنقطتين (-٤، ٣)، (١، ٠).

٢) أساعدُ سلمى في البحثِ عن الحالةِ الصحيحة التي تكون فيها معادلةُ الخطِّ المستقيم، هي:
 ص = ٥س + ١٣

الميل = ٥
 يمرُّ بالنقطة (-٢، ٣)

يمرُّ بالنقطتين:
 (-٢، ٥)
 (-٢، ٣)

الميل = ٥
 المقطع الصادي = ٣

٣) إذا كانت النقطة (١، -٢) تقع على الخطِّ المستقيم الذي معادلته أس + ٢ص - ٧ = صفراً؛ فأحسبُ قيمة (أ).



في مسابقة من سيربح المليون، بقيَ لَدَي ٤ أسئلة فقط وأحصلُ على المليون! ولكن مع الأسف لم يبقَ لَدَي أيُّ وسيلة مساعدة.



١) دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها وحدتان، أيُّ النقاط الآتية تقع على الدائرة:

(ب) $(-٢, ١)$

(أ) $(١, ٢)$

(د) $(\sqrt{٢}, ١)$

(ج) $(\sqrt{٣}, ١)$

٢) إذا كان البعد بين النقطتين (أ، ٧)، $(-٢, ٣)$ يُساوي ٥؛ فإنَّ قيمَ (أ) تُساوي:

(ب) $-٧, ٣$

(أ) $-١, ٥$

(د) $-٣, ٧$

(ج) $-٥, ١$

٣) معادلة الخط المستقيم الذي ميله $(٥, ٠)$ ، ويمرُّ بالنقطة $(-٢, ٥)$ ، هي:

(ب) $٥ = ٠س - ٤$

(أ) $٥ = ٠س - ٤$

(د) $٥ = ٠س - ٦$

(ج) $٥ = ٠س + ٦$

٤) ميل الخط المستقيم الذي معادلته $٧ = ٤ - (٤ - س)$ ، يُساوي:

(ب) -٤

(أ) ٤

(د) -٧

(ج) ٧

المجال: الهندسة والقياس

المحور: حساب المثلثات



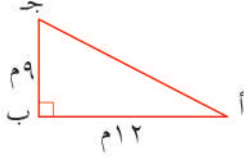
النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة.

- أحسب النسب المثلثية (الجيب، جيب التمام، الظل) للزاوية الحادة في مثلث قائم الزاوية.
- أحسب قياس الزاوية؛ إذا علمت إحدى نسبها المثلثية.

- ما علاقة جيب الزاوية وجيب تمامها بظل الزاوية؟

أتذكّر

مثال (١): يقفُ سليمٌ على النقطةِ (أ) التي تبعدُ ١٢ م، عن قاعدةِ بنايةٍ ارتفاعها ٩ م. أجدُ البعدَ بينَ النقطةِ (أ) وقمّةِ البنايةِ.



الحل:

$$\begin{aligned} \text{نظريةُ فيثاغوروس.} \quad & \text{أج}^2 = \text{أب}^2 + \text{بج}^2 \\ \text{تعويض.} \quad & \text{أج}^2 = 9^2 + 12^2 = \\ \text{تبسيط.} \quad & 225 = 81 + 144 = \\ \text{أخذُ الجذرِ التربيعي.} \quad & \therefore \text{أج} = 15 \text{ م} \end{aligned}$$

مثال (٢): مثلثُ قائمُ الزاويةِ إحدى زواياهُ يساوي 47° . أجدُ قياسَ الزاويةِ الثالثةِ.

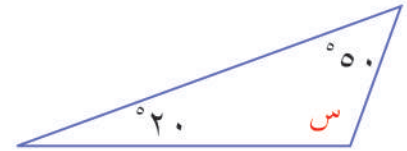
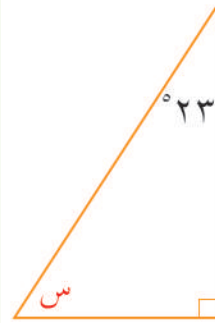
$$\begin{aligned} \text{الحل:} \quad & \text{مجموعُ زوايا المثلث} = 180^\circ \\ & 180^\circ = 90^\circ + 47^\circ + \text{س} \\ & \therefore \text{س} = 43^\circ \end{aligned}$$

أختبر نفسي

(١) تقفُ سيّارةٌ على نقطةٍ تبعدُ ٨ م عن قاعدةِ بنايةٍ ارتفاعها ٦ م، ما البعدُ بينَ السيّارةِ وقمّةِ البنايةِ؟

(٢) مثلثُ قائمُ الزاويةِ متطابقُ الضلعين، طولُ وتره يساوي $10\sqrt{2}$ سم. أجدُ طولَ كلِّ من الضلعين الآخرين.

(٣) أجدُ قياسَ الزاويةِ (س) في كلِّ من المثلثاتِ الآتية:



أولاً: النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

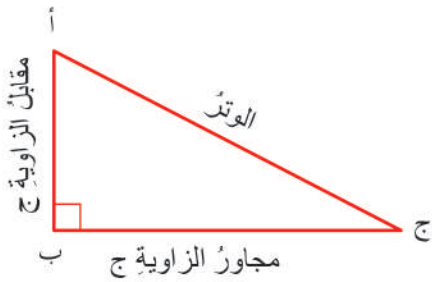


هل سمعت بطائر الكويتزال؟

وقع طائر الكويتزال بشباك أحد الصيادين؛ فأرادت لجنة حماية البيئة إنقاذه لأنه مهدد بالانقراض. نُبت سلم طوله ١٠م على غصن شجرة بزاوية ٥٧° بين حافة السلم وسطح الأرض. ما ارتفاع الشجرة؟

ماذا سأتعلم؟

- جيب الزاوية (جا).
- جيب التمام (جتا)
- الظل (ظا)
- مقابل الزاوية.
- مجاور الزاوية.



ألاحظ أن إيجاد المطلوب في مسألة طائر الكويتزال؛ يتطلب قانوناً يربط الزاوية مع الوتر، فهما المعطيان الوحيدان في المسألة. يمكنني إيجاد ارتفاع الشجرة باستعمال نسبة جيب الزاوية، إذ إن:

$$\text{جيب الزاوية ج} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية ج}}{\text{طول الوتر}} = \frac{\text{ب}}{\text{ج}}$$

$$\text{جيب تمام الزاوية ج} = \frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية ج}}{\text{طول الوتر}} = \frac{\text{أ}}{\text{ج}}$$

- الزاويتان ج ، أ زاويتان _____ ؛ لأن قياس كل منهما أكبر من صفر وأقل من ٩٠°

- أسمى المثلث أ ب ج مثلثاً _____ ؛ لأن قياس الزاوية ب = ٩٠°

- الضلع المقابل للزاوية أ هو _____ ، وجيب الزاوية أ = جا أ = $\frac{\text{ب}}{\text{ج}}$

- الضلع المجاور للزاوية أ هو _____ ، وجيب تمام الزاوية أ = جتا أ = $\frac{\text{أ}}{\text{ج}}$

- ظل الزاوية أ = ظا أ = $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية أ}}$

أتعلم

- **جيب الزاوية الحادة** هو نسبة ثابتة في المثلث القائم الزاوية، وتُمثل ($\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$) وهي نسبة طول الضلع

المقابل للزاوية الحادة إلى طول الوتر، ويُرمز لها بالرمز (جا) وبالإنجليزية (Sine) واختصاراً (sin).

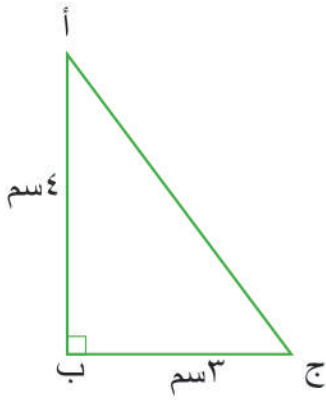
- **جيب تمام** الزاوية الحادة هو نسبة ثابتة في المثلث القائم الزاوية، وتُمثل ($\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$) وهي نسبة طول

الضلع المجاور للزاوية الحادة إلى طول الوتر، ويُرمز لها بالرمز (جتا) وبالإنجليزية (Cosine) واختصاراً (cos).

- **ظل الزاوية الحادة** هو نسبة ثابتة في المثلث القائم الزاوية، وتُمثل ($\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$) وهي نسبة طول الضلع

المقابل للزاوية الحادة إلى طول الضلع المجاور، ويُرمز لها بالرمز (ظا) وبالإنجليزية (Tangent) واختصاراً (tan).

مثال (١)



نظرية فيثاغورس.

تعويض.

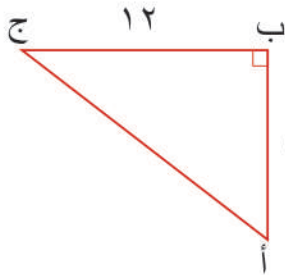
أخذ الجذر التربيعي للطرفين.

نسبة جيب الزاوية، تعويض.

نسبة جيب الزاوية، تعويض.

نسبة جيب تمام الزاوية، تعويض.

نسبة ظل الزاوية، تعويض.



الشكل المجاور يُبين المثلث أ ب ج القائم الزاوية في ب،

فيه أ ب = ٤ سم، ب ج = ٣ سم. أجد: جا أ، جتا ج، ظا ج.

الحل: أجد طول الوتر (أ ج) باستعمال نظرية فيثاغورس.

$$(\text{الوتر})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب ج})^2$$

$$(\text{أ ج})^2 = ٤^2 + ٣^2$$

$$(\text{أ ج})^2 = ١٦ + ٩ = ٢٥$$

$$\therefore \text{أ ج} = \sqrt{٢٥} = ٥ \text{ سم}$$

$$\text{جا أ} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية أ}}{\text{طول الوتر}} = \frac{٣}{٥}$$

$$\text{جتا ج} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية ج}}{\text{طول الوتر}} = \frac{٤}{٥}$$

$$\text{جتا ج} = \frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية ج}}{\text{طول الوتر}} = \frac{٣}{٥}$$

$$\text{ظا ج} = \frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية ج}}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية ج}} = \frac{٤}{٣}$$

أحاول

بناءً على الشكل المجاور، أجد جا أ، جتا ج، ظا أ

أتعلم

أستعمل الآلة الحاسبة؛ لإيجاد جيب زاوية معلومة حسب الخطوات الآتية:

أضغط على
المفتاح (sin).

أدخل قياس
الزاوية المطلوبة.

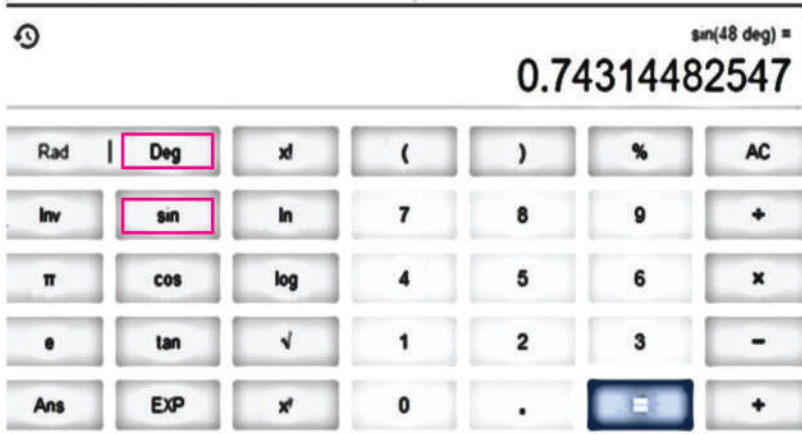
أؤكد أن النظام في الآلة الحاسبة
بالدرجات (Degrees).

تنويه: - في بعض الآلات الحاسبة؛ أحتاج إلى الضغط على مفتاح (sin) أولاً، ثم إدخال قياس الزاوية المطلوبة.

- لإيجاد جيب تمام زاوية معلومة، أستخدم المفتاح (cos).

- لإيجاد ظل زاوية معلومة، أستخدم المفتاح (tan).

مثال (٢)



أستعمل الآلة الحاسبة؛ لإيجاد جا 48°

الحل:

(١) أتأكد من ضبط نظام الدرجات (Deg).

(٢) أدخل قياس الزاوية (48) .

(٣) أضغط على المفتاح (sin).

(٤) الناتج: جا $48^\circ \approx 0,74$

أستعمل الآلة الحاسبة؛ لإيجاد ما يأتي:

أحاول

(١) جا 79° (٢) - جا 15° (٣) جتا 65° (٤) ظا 80°

أتعلم

أستعمل الآلة الحاسبة؛ لإيجاد قياس الزاوية؛ إذا علمت قيمة الجيب لها حسب الخطوات الآتية:

أدخل قيمة جيب الزاوية. ← أضغط على مفتاح (Inv) أو (shift). ← أضغط على المفتاح (sin).

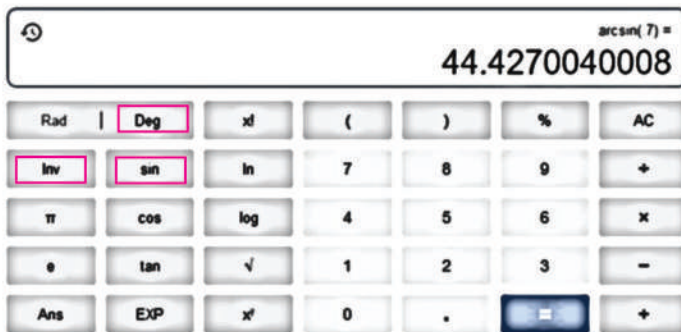
تنوية

(١) توجد آلات حاسبة فيها مفتاح (\sin^{-1}) ، وبهذه الحالة أضغط على المفتاح (\sin^{-1}) ، ثم أدخل قيمة الجيب لأحصل على الزاوية المطلوبة.

(٢) توجد آلات حاسبة أخرى أضغط بها على مفتاح (Inv) ثم (\sin) أو (\sin^{-1}) ، وبعدها أدخل قيمة النسبة المثلثية للزاوية المطلوبة ثم (=) أو (enter).

مثال (٣)

أستعمل الآلة الحاسبة لإيجاد قياس الزاوية س؛ حيث جا س = $0,7$



الحل:

(١) أتأكد من ضبط الآلة على نظام الدرجات.

(٢) أدخل قيمة جيب الزاوية $0,7$

(٣) أضغط على المفتاح (Inv) ثم (\sin) .

(٤) الناتج: قيمة الزاوية س $\approx 44,4^\circ$

أستعمل الآلة الحاسبة؛ لإيجاد قياس الزاوية س في كل مما يأتي:

أحاول

(١) جا س = $0,65$ (٢) جتا س = $0,37$ (٣) ظا س = $0,58$



١) المثلثُ أ ب ج قائمُ الزاويةِ في ب، فيه أ ب = ١٢ سم، أ ج = ٢٠ سم. أجدُ كلاً ممّا يأتي:

أ) ب ج

ب) ج أ

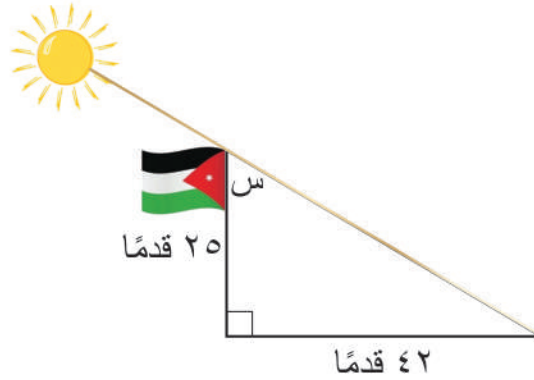
ج) جتا ج

د) ظا أ

هـ) قياسُ الزاويةِ (أ) باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ (إلى أقربِ عددٍ صحيحٍ).

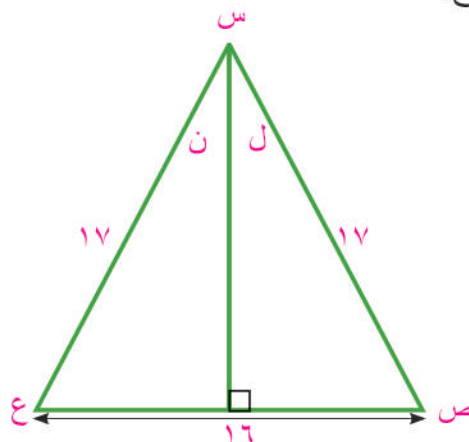
و) قياسُ الزاويةِ (ج).

٢) ساريةُ علمٍ بطولِ ٢٥ قدمًا تُلقَى بظلٌّ طوله ٤٢ قدمًا. ما قياسُ الزاويةِ س التي تضربُ فيها الشمسُ قمّةَ ساريةِ العلمِ؟

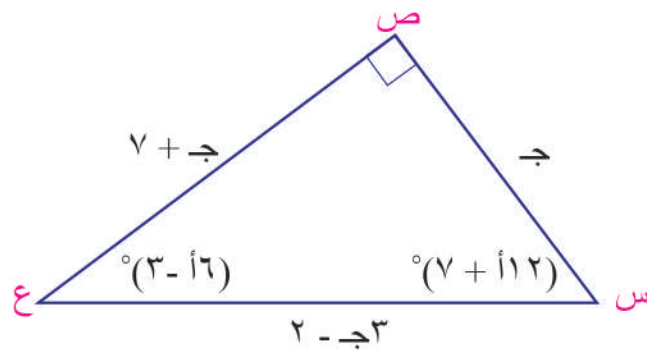


٣) أتأمّلُ الشكلَ المجاورَ، ثمَّ أجدُ جان، ج ا ص،

وقياسَ كلِّ من الزوايا س، ص، ع.



٤) المثلثُ س ص ع قائمُ الزاويةِ في ص، كما يُوضَحُ الشكلُ المجاورُ، أجدُ قيمةَ كلِّ من: أ، ج، جتا س، ظا ع.



٥) أقرأ البطاقات الآتية، ثم أختار البطاقة (البطاقات) الصحيحة منها. أبررُ إجابتي:

كلّما زاد قياسُ الزاويةِ الحادّةِ زادت قيمةُ ظلّها.

إذا كانت (س) زاويةً حادّةً، بحيثُ $\text{جا س} = \text{جتاس}$ ؛ فإنّ $\text{س} = ٤٥^\circ$

إذا كانت:

$٩٠^\circ > \text{هـ} > ٤٥^\circ$
فإنّ $\text{ظا هـ} < ١$

إذا كانت هـ زاويةً حادّةً؛ فإنّ $\text{جا هـ} < ١$

كلّما زاد قياسُ الزاويةِ الحادّةِ، زادت قيمةُ جيبِ تمامها.

إذا كانت هـ زاويةً حادّةً؛ فإنّ $\text{ظا هـ} \geq ١$

إذا كانت هـ زاويةً حادّةً؛ فإنّ $\text{جتا هـ} > ١$

إذا كانت (س) زاويةً حادّةً، بحيثُ $\text{ظا س} = ١$ فإنّ $\text{س} = ٤٥^\circ$

أبحثُ



- عن أكبر قيمةٍ لجيبِ الزاويةِ وأقلّ قيمةٍ له.
- عن سببِ تسميةِ جيبِ الزاويةِ هذا الاسم.
- للعرب والمسلمين إنجازاتٌ مهمّةٌ في علمِ حسابِ المثلثاتِ، أبحثُ عن العالمِ المسلمِ الذي يُعدُّ أوّلَ من استعملَ مصطلحي جيبِ الزاويةِ وجيبِ التمام، وأكتبُ عنه وعن إنجازاته.

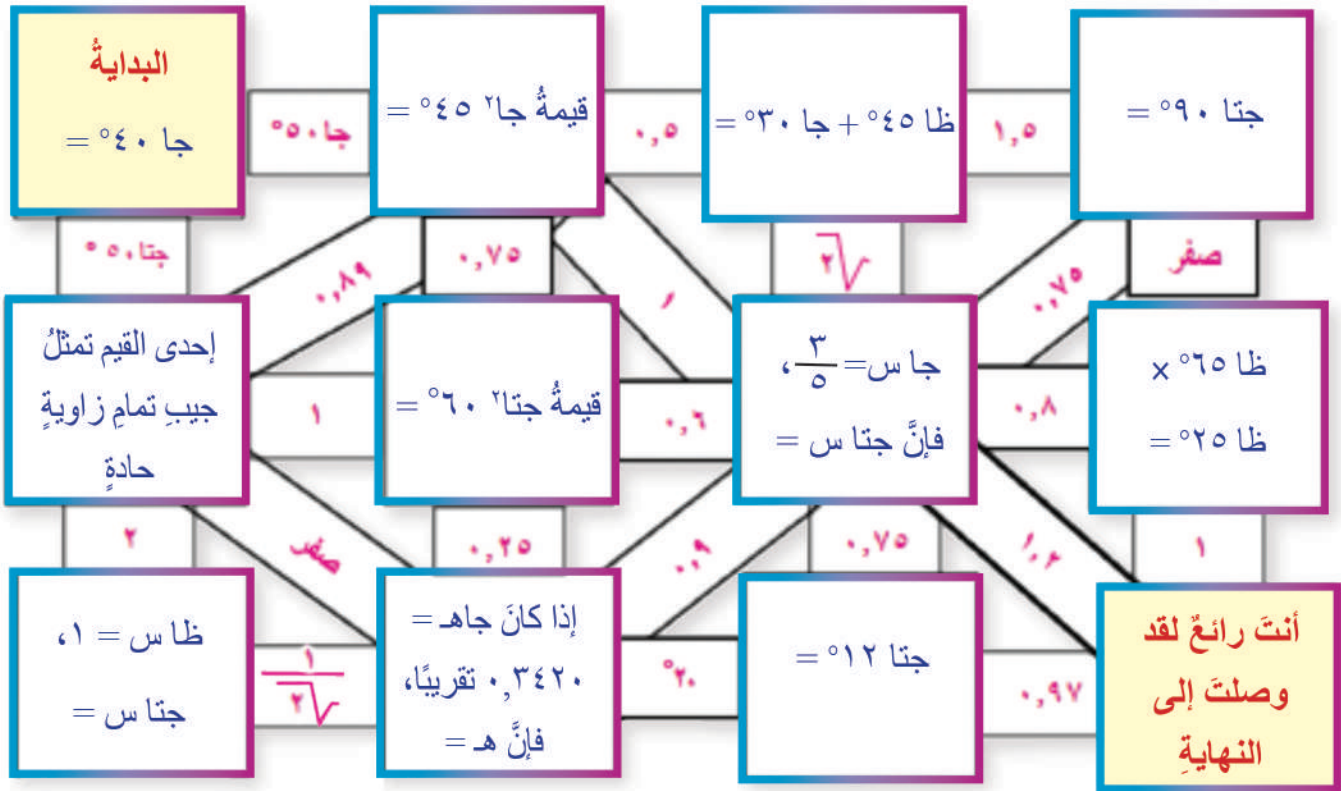


- أمسحُ رمزَ الاستجابةِ السريعةِ المجاورَ؛ لأخذِ لمحةٍ عن أهميّةِ علمِ حسابِ المثلثاتِ.



المتاهة

تضمُّ المتاهة عدَّة أسئلةٍ عن حساب المثلثات متبوعةٍ بخياراتٍ محيطيةٍ بكلِّ سؤالٍ، كلُّ إجابةٍ صحيحةٍ تنقلُّني إلى السؤالِ التالي، عليَّ تتبُّعُ الإجاباتِ الصحيحة؛ كي أستطيعَ الخروجَ منَ المتاهةِ.



تَمَّ بِحَمْدِ اللَّهِ تَعَالَى