قوانين عش المتتاليات

قوانين عش النهايات

[1] التابع الصحيح

$f(x) = x^2 + 2x + 3$

[2] التابع الكسري

$f(x) = \frac{x+1}{x+2}$

[3] نهاية التابع الكسري

$\frac{عدد}{\infty} = 0$

$\frac{عدد}{0} = \infty$

[4] نهاية تابع كسري عند $+\infty$, $-\infty$

$\frac{\text{أكبر أس في البسط}}{\text{أكبر أس في المقام}}$

[1] متتالية حسابية

$S = \frac{n(a+l)}{2}$

[2] متتالية هندسية

$S = a\frac{1-q^n}{1-q}$

[3] الشكل العام لمتتالية حسابية

$U_n - U_m = R(n-m)$

[4] حساب البرهان بالتدريج

- نثبت صحة القضية $E(n)$ من أجل $n = n_0$
- نفرض صحة القضية من أجل $n = K$
- نثبت صحة القضية من أجل $n = K+1$

[6] إثبات المقاربة:

$\lim f(x) - y_\Delta = 0$

[2] نهاية تابع صحيح عند $\mp\infty$

$\frac{1}{0^+} = +\infty$

$\frac{1}{0^-} = -\infty$

[7] إيجاد مجموعة التعريف من

$\Delta = b^2 - 4ac$

لها حلان

$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

[3] نهاية تابع جذري

$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

"لإزالة الجذر نضرب بالمرافق" البسط والمقام

[6] حالات عدم التعيين

$\frac{0}{0}$

$\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$

$0 \times \mp\infty$

$+\infty, -\infty$

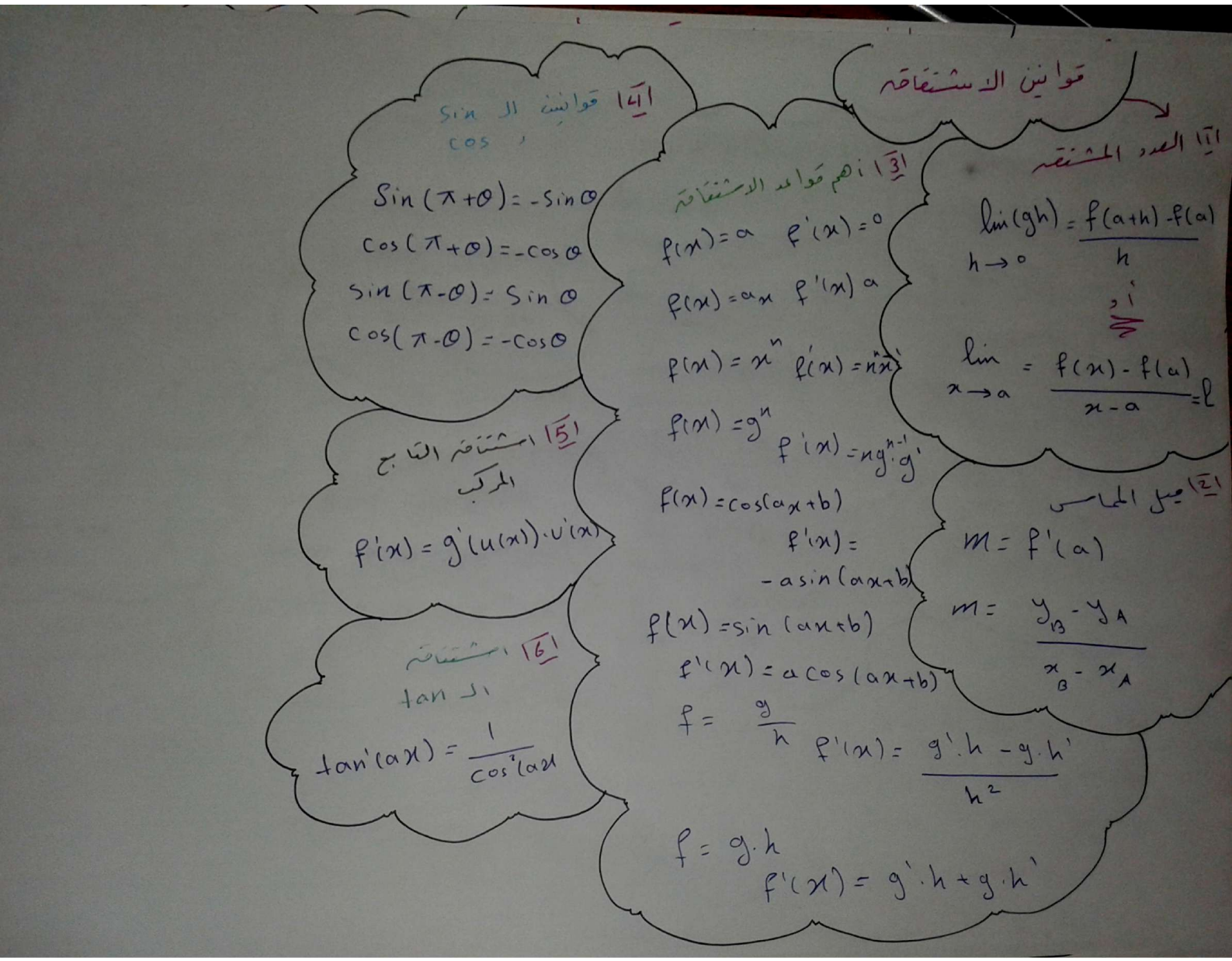
[7] مشتقة التابع عرفت بالعلاقة

$g(x) = \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

ملاحظات صغيرة وهامة:

- نهاية تابع صحيح عند عدد نعوض في قيمة العدد في التابع.
- نهاية عدد عند $\mp\infty$ نعوض في أكبر أس
- مجموعة تعريف التابع كسري شرط المقام $\neq 0$
- بين الجذرين يخالف إشارة أمثال x
- خارج الجذرين يماثل إشارة أمثال x
- لإيجاد مقارب مائل شرط أن تكون درجة البسط أكبر من درجة المقام بواحدة والطريقة استخدام القسمة الإقليدية

Scanned by CamScanner



Scanned by CamScanner

توابين التابع اللوغارتمي والأسي

اللوغارتم

1) مجموعة تعريفه

$\ln(a) = \ln(b) \Leftrightarrow a = b$

$\ln(a) \geq \ln(b) \Leftrightarrow a \geq b$

$\ln(a) \leq \ln(b) \Leftrightarrow a \leq b$

2) نهايته

$e^1 = e \Leftrightarrow \ln e = 1$

$e^0 = 1 \Leftrightarrow \ln_e 1 = 0$

$e^{+\infty} \to \infty \Leftrightarrow \ln \infty \to \infty$

$e^{-\infty} \to 0 \Leftrightarrow \ln 0^+ \to -\infty$

3) خواص التابع اللوغارتمي

$\ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$

$\ln \frac{a}{b} = \ln(a) - \ln(b)$

$\ln \frac{1}{a} = \ln 1 - \ln(a)$

$\ln a^n = n \ln a$

$\ln \sqrt{a}^n = \frac{1}{n} \ln a$

4) نهايات التابع اللوغارتمي

$\lim_{x \to +\infty} (\ln x) = +\infty$

$\lim_{x \to 0^+} (\ln x) = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{(\ln x)}{x} = 0$

$\lim_{x \to \infty} \frac{(x)}{\ln(x)} = +\infty$

$\lim_{x \to 0^+} x \cdot \ln x = 0$

$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$

5) مشتق التابع اللوغارتمي

$f(x) = \ln x \to f'(x) = \frac{1}{x}$

$f(x) = \ln g(x) \to f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)}$

الأسي

1) التابع الأسي

$y = \ln e^y \quad y > 0$

$x = e^{\ln x} \quad x > 0$

2) نهاية التابع الأسي

$\ln 1 = 0 \Rightarrow e^0 = 1$

$\ln e = 1 \Rightarrow e^1 = e$

$\ln \infty \to \infty \Rightarrow e^{\infty} = \infty$

$\ln(0^+) \to -\infty \Rightarrow e^{-\infty} = 0^+$

$e^{\ln(x)} > 0$

3) خواص التابع الأسي

$e^a \cdot e^b = e^{a+b}$

$(e)^{a \cdot b} = e^{a \cdot b}$

$\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b} = e^{a-b}$

$\frac{1}{a^e} = e^{-a}$

4) نهايات التابع الأسي

$\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0^+$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} x \cdot e^x = 0^+$

$\lim_{x \to -\infty} x^n \cdot e^x = 0^+$

$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim_{x \to 0} 1 + x \cdot \frac{1}{x} = e$

5) مشتقات التابع الأسي

$(e^x)' = e^x$

$(e^{g(x)})' = e^{(g)(x)} \cdot g'(x)$

Scanned by CamScanner

توابع التابع الأصلي:

1) بعض قواعد التابع الأصلي

$f(x) = 0 \rightarrow F(x) = a$

$f(x) = a \rightarrow F(x) = ax$

$f(x) = ax^n \rightarrow F(x) = \frac{a x^{n+1}}{n+1}$

$f(x) = \sin x \rightarrow F(x) = -\cos x$

$f(x) = \cos x \rightarrow F(x) = \sin x$

$f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} \rightarrow = \tan' x = F(x) = \tan x$

$f(x) = \frac{1}{\sin^2 x} = \cot' x \rightarrow F(x) = -\cot x$

$f(x) = u' \sin u \rightarrow F(x) = \cos u$

$f(x) = u' \cos u \rightarrow F(x) = \sin u$

$f(x) = u' u^n \rightarrow \frac{u^{n+1}}{n+1}$

$f(x) = u' e^u \rightarrow F(x) = e^u$

$f(x) = \frac{u'}{u} \rightarrow F(x) = \ln|u|$

$f(x) = e^{ax+b} \rightarrow F(x) = \frac{1}{a} e^{ax+b}$

$f(x) = (ax+b)^n \rightarrow F(x) = \frac{(ax+b)^{n+1}}{(n+1)^n}$

توابين التكامل

1) التكامل المحدد

$\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b$

2) التكامل بالتجزئة

$\int u'v\,dx = uv - \int uv'\,dx$

3) بعض توابين التكامل المحدد

$\sin b = \int_0^b \cos t\,dt \leq \int_0^b 1\,dt = b$

$1 - \cos b = \int_0^b \sin t\,dt \leq \int_0^b t\,dt = \frac{b^2}{2}$

$b - \sin b = \int_0^b (1 - \cos t)\,dt \leq \int_0^b \frac{t^2}{2}\,dt = \frac{b^3}{6}$

4) علاقة شال في التكامل

$\int_a^b f = \int_a^c f + \int_c^b f$

5) التكامل الخطي المحدد

$\int_a^b (\lambda f + \mu g) = \lambda \int_a^b f + \mu \int_a^b g$

Scanned by CamScanner