

❖ خواص تابع اللولو

بفرض: $a, b, x_1, x_2 \in \mathbb{R}^*$

$$1. \ln(a \cdot b) = \ln a + \ln b$$

$$2. \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

$$3. \ln a^r = r \ln a$$

$$4. \ln \sqrt{a} = \frac{1}{2} \ln a$$

$$5. \ln \frac{1}{a} = -\ln a$$

$$6. x_1 = x_2 \Leftrightarrow \ln x_1 = \ln x_2$$

$$7. x_1 > x_2 \Leftrightarrow \ln x_1 > \ln x_2$$

تستخدم في التبسيط و المقارنة و لإثبات لا يوزع اللوغاريتم إلا إذا كانت الحشوة جداء أو القسمة.

لا تستخدم الخواص إلا بعد إيجاد مجموعة التعريف.

معادلات ومتراجحات

a. معادلة بسيطة:

الشكل: $\ln(f(x)) = \ln(g(x))$

1. مابدها خواص.
2. طريقة التحضير:
- i. نوجد مجموعة التعريف لطرف الأيسر.
- ii. نوجد حل دون اللوغاريتم.
- iii. نأخذ الحلول التي تنتمي إلى D.

b. معادلة منّا بسيطة:

الشكل:

$$a \ln \square + b \ln \square = c \ln \square + d \ln \square$$

1. بددها الخواص.
2. طريقة التحضير:
- i. نوجد $D = D_1 \cap D_2 \dots$
- ii. نستخدم الخواص حتى تعود بسيطة.
- iii. نتابع الحل كما تعلمنا.

c. معادلة حالة سبسيال:

الشكل: $\ln x = m$

$$x = e^m$$

d. معادلة لوغاريتم تحاكي:

الشكل: $ax^2 + bx + c = 0$

لا تنسى أبداً ذكر الشرط

لازم يكون في $\ln^2 x$ او $(\ln x)^2$

تحل: أما Δ او تحليل مباشر

e. معادلة تحوي قيمة مطلقة:

لا تنسى ذكر الشرط.

وتذكر أن $\ln|x|$ معرف على \mathbb{R}^*

$$\text{أما } x = -a$$

$$|x| =$$

$$\text{أو } x = a$$

a. متراجحة بسيطة:

$$\ln(f(x)) \leq \ln(g(x))$$

1. نوجد مجموعة تعريف.
2. نوجد الحل دون لوغاريتم.
3. نقاط الحل.

بده يطلع معك دائماً خطين لازم تقاطعهم.

b. متراجحة منّا بسيطة:

$D = D_1 \cap D_2 \dots$ نوجد مجموعة التعريف لكل تابع ونقاط

1. نستخدم الخواص حتى تعود بسيطة.
2. نتابع الحل كما تعلمنا.
- c. متراجحة حالة سبسيال:

لا تنسى ذكر الشرط

$$\ln x < m \Rightarrow m < e^m$$

أثبت صحة علاقة

- تنتقل جميع الحدود إلى طرف واحد ونشكل تابع و ندرس اطرافه ونستخرج من الجدول المطلوب

نهايات تابع اللولو

- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln x} = +\infty$

جروب الانهائية

نخرج عامل مناسب أو $\infty - \infty$ أو $\frac{\infty}{\infty}$ بس تشوف
نستخدم الخواص

- $\lim_{x \rightarrow 0^-} x \cdot \ln x = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

- بس تشوف $\frac{0}{0}$ أو $0 \cdot \infty$ نحولها إلى احد الشكلين السابقين.

#مووولاحظة: ع

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ln x = 0$$

إذا وجدت بالمقام فهي 0^- .

#مووولاحظة:

$$\ln \text{ دب} = 0, \frac{\ln(1 + \text{دب})}{\text{دب}} = 1 \quad \text{دب} \rightarrow +\infty \quad \text{دب} \rightarrow 0$$

مووولاحظة:

ع المقارب المائل:

عند دراسة الوضع النسبي إذا كان في لوغريتم نقارن حشوته مع الواحد

اشتقاق و دراسة تغيرات

ليكن التابع: $f(x) = \ln[g(x)]$

نقول عن f اشتقاقي على المجال I

إذا تحقق الشرطان:

- 1- الحشوة $g(x)$ موجبة تماماً على I .
- 2- الحشوة $g(x)$ اشتقاقية على I

$$f'(x) = \frac{g'(x)}{g(x)} \quad \text{نكتب:}$$

- 1- نعين ال D_f ومجالات الاستمرار (كليشة).
- 2- نوجد النهايات عند المجالات المفتوحة وقيم التابع عند اطراف المجالات المغلقة.
- 3- نشق التابع وندرس إشارته.

نشكل جدولاً بالمعلومات السابقة نسميه جدول التغيرات للتابع

انتهى التابع
اللوغارتمي