

مزاكرة نهاية متتالية

السؤال الأول: فيما يأتي احسب نهاية المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ في حال وجودها:

$$u_n = \frac{3^n - 4^n}{4^{n-1}} \quad (2) \quad u_n = \frac{n! - 3}{n!} \quad (1)$$

السؤال الثاني: لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعطاة وفق $u_0 = 4$ و $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 2$ في حالة $n \geq 0$

- نعرف $(w_n)_{n \geq 0}$ بالعلاقة $w_n = u_n - 8$

- اثبت ان $(w_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية . واكتب w_n بدلالة n واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$

السؤال الثالث: لتكن $(x_n)_{n \geq 0}$ المتتالية المعرفة وفق العلاقة $x_0 = 5$ و $x_{n+1} = \frac{6}{5}x_n + \frac{4}{5}$

(1) احسب x_1, x_2, x_3 ، ثم ادرس اطراد المتتالية

(2) نعرف $(y_n)_{n \geq 0}$ بالعلاقة $y_n = x_n + 4$ اثبت ان $(y_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية

(3) اكتب y_n بدلالة n ثم احسب $y_2 + y_3 + \dots + y_{10}$ بدلالة قوة للعدد $\frac{6}{5}$.

السؤال الرابع: لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدرجية $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{u_n}{2 - u_n}$

(1) اثبت ان $0 < u_n < 1$ أيا كانت n من N

(2) نعرف $(v_n)_{n \geq 1}$ حيث $v_n = \frac{1}{u_n}$ اثبت ان $(v_n)_{n \geq 1}$ متتالية هندسية واستنتج v_n بدلالة n .

(3) اكتب u_n بدلالة n واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

السؤال الخامس: لتكن المتتاليتين $(y_n)_{n \geq 0}$ ، $(x_n)_{n \geq 0}$ المعرفتين وفق $y_n = \frac{4n+1}{n+2}$

- اثبت ان المتتاليتين $(x_n)_{n \geq 0}$ ، $(y_n)_{n \geq 0}$ متجاورتان

السؤال السادس: لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة كما يأتي $u_0 = 0$ ؛ $u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{u_n+2}$.. والمطلوب:

(1) أثبت ان $0 \leq u_n \leq 1$

(2) اثبت ان $(u_n)_{n \geq 0}$ متزايدة

(3) علل تقارب المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ واحسب نهايتها

السؤال السابع:

المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ معرفة وفق $u_n = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}} - \dots - \frac{1}{(\sqrt{2})^n}$

- اثبت ان $(u_n)_{n \geq 1}$ متقاربة

انتهت الأسئلة