



# سلسلة التجمع التعليمي

القناة الرئيسية: [T.me/BAK111](https://t.me/BAK111)

بوت الملفات العلمي @Ob\_Am2020bot



للتواصل

[T.me/BAK117\\_BOT](https://t.me/BAK117_BOT)

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

## تمارين متتالية

ملاحظة: محتوى هذه الأوراق:

تمارين في المتتاليات مأخوذة من:

1\_ الدورات.

2\_ النماذج الوزارية.

3\_ الاختبارات.

التجمع التعليمي @BAK111

مدرس المأفة: عبد الرحمن عبطيني

/0934321238/

التمرين الأول: (دورة 2017 الأولى).

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق:  $u_0 = 1$  ،  $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2$  .

ولتكن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق  $v_n = u_n + 3$

1- أثبت أن  $(v_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية ، وأوجد أساسها.

2- اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ، ثم عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  .

3- ليكن في حالة عدد طبيعي  $n$  :  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  ، عبّر عن  $S_n$  بدلالة  $n$  ، واستنتج نهاية المتتالية  $(S_n)_{n \geq 0}$  .

التمرين الثاني: (دورة 2017 الثانية).

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق ما يأتي:  $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

1- أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متناقصة.

2- أثبت أن  $0 \leq u_n \leq 1$  واستنتج أنها متقاربة واحسب نهايتها.

التمرين الثالث: (دورة 2018 الأولى).

ليكن لدينا المتتاليتان  $(u_n)_{n \geq 1}$  ،  $(v_n)_{n \geq 1}$  المعرفتان وفق:  $u_n = 5 - \frac{1}{n}$  ،  $v_n = 5 + \frac{1}{n^2}$  والمطلوب:

1- اثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 1}$  متزايدة.

2- اثبت أن المتتالية  $(v_n)_{n \geq 1}$  متناقصة.

3- هل المتتاليتان  $(u_n)_{n \geq 1}$  ،  $(v_n)_{n \geq 1}$  متجاورتان ؟ علل إجابتك .

التمرين الرابع: (دورة 2018 الثانية).

$(u_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية أساسها  $q = 2$  وفيها  $u_0 = 1$  ، والمطلوب:

احسب  $u_3$  ثم احسب المجموع  $S = u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7$  .

التمرين الخامس: (دورة 2019 الأولى).

لتكن المتتالية  $(S_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق:  $S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}$  والمطلوب :

1) ايب أن المتتالية  $(S_n)_{n \geq 0}$  متزايدة تماماً.

2) أثبت أن  $S_n$  تكتب بالشكل  $S_n = \frac{1}{2} \left( 3 - \frac{1}{3^n} \right)$  ، ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية  $(S_n)_{n \geq 0}$

وبيّن أنها متقاربة.

التمرين السادس: (دورة 2019 الثانية).

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة وفق:  $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$  والمطلوب:

- (1) ادرس اطراد المتتالية.
- (2) أثبت أن العدد 2 راجح على  $(u_n)_{n \geq 0}$ .
- (3) احسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ ، ثم جد عدداً طبيعياً أيأ كان  $n > n_0$  كان  $u_0$  في المجال  $]1.9, 2.1[$ .

التمرين السابع: (النموذج الوزاري الأول).

لتكن  $x_n$  المتتالية المعطاة وفق  $x_0 = 4$  و  $x_{n+1} = \frac{3}{4}x_n + 2$  في حالة  $n \geq 0$ .

- (1) نعرّف  $y_n$   $n \geq 0$  بالعلاقة  $y_n = x_n - 8$ .
- أثبت أن  $y_n$   $n \geq 0$  متتالية هندسية. واكتب  $y_n$  بدلالة  $n$ . واحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n$ .

التمرين الثامن: (النموذج الوزاري الثاني).

لتكن  $x_n$   $n \geq 0$  المتتالية المعرفة وفق العلاقة  $v_0 = 5$  و  $x_{n+1} = \frac{6}{5}x_n + \frac{4}{5}$ .

- (1) احسب  $x_1, x_2, x_3$ ، ثم ادرس اطراد المتتالية.
- (2) نعرّف  $y_n$   $n \geq 0$  بالعلاقة  $y_n = x_n + 4$ . أثبت أن  $y_n$   $n \geq 0$  متتالية هندسية.
- (3) اكتب  $y_n$  بدلالة  $n$ . ثم احسب  $y_2 + y_3 + \dots + y_{10}$  بدلالة قوة للعدد  $\frac{6}{5}$ .

التمرين التاسع: (النموذج الوزاري الثالث).

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بالعلاقة التدرجية:  $u_0 = \frac{1}{2}$  و  $u_{n+1} = \frac{u_n}{2 - u_n}$ .

1. أثبت أن  $0 < u_n < 1$  أيأ كانت  $n$  من  $N$ .
2. نعرّف  $(v_n)_{n \geq 0}$  حيث  $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$ . أثبت أن  $(v_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية وامنتج  $v_n$  بدلالة  $n$ .
3. اكتب  $u_n$  بدلالة  $n$ ، واحسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ .

التمرين العاشر: (النموذج الوزاري الرابع).

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$ ،  $u_{n+1} = e\sqrt{u_n}$ ،  $u_0 = e^3$

$v_n$  متتالية معرفة بالشكل:  $v_n = \ln(u_n) - 2$  والمطلوب:

- (1) أثبت أن  $v_n$  هندسية وعين  $v_0, q$ .
- (2) اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$ .
- (3) أثبت أن  $\lim u_n = e^2$ .

التمرين الحادي عشر: (النموذج الوزاري الخامس).

لتكن  $u_n = 4n + 1$  أثبت أن المتتالية حسابية عين أساسها واحسب  $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$ .

التمرين الثاني عشر: (النموذج الوزاري الخامس).

لتكن المتتاليتين  $x_n$   $n \geq 0$ ,  $y_n$   $n \geq 0$  المعرفتين وفق  $x_n = \frac{4n+5}{n+1}$  و  $y_n = \frac{4n+1}{n+2}$ .

أثبت أن المتتاليتين  $x_n$   $n \geq 0$ ,  $y_n$   $n \geq 0$  متجاورتان.

التمرين الثالث عشر: (النموذج الوزاري السادس).

لتكن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة كما يأتي:  $u_0 = 0$ ,  $u_{n+1} = \frac{2u_n + 1}{u_n + 2}$  والمطلوب

(1) أثبت أن  $0 \leq u_n \leq 1$

(2) أثبت أن  $(u_n)_{n \geq 0}$  متزايدة.

(3) علل تقارب المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  واحسب نهايتها.

التمرين الرابع عشر: (النموذج الوزاري 2020).

المتتالية  $(U_n)_{n \geq 1}$  معرفة عند كل  $n \geq 1$  وفق

$$U_n = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!}$$

(1) أثبت أن  $\frac{1}{(n+1)!} \leq \frac{1}{2^n}$

(2) أثبت أن  $U_n < 2$  و استنتج أن  $U_n$  متقاربة.

التمرين الخامس عشر: (الاختبار الأول).

أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة تدريجياً بالعلاقات:  $u_0 = 0$  و  $u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n^2}$

متزايدة تماماً.

التمرين السادس عشر: (الاختبار الثاني).

نعرف المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  كما يأتي:  $u_0 = 1$ ,  $u_{n+1} = \sqrt{12 + u_n}$

1) أثبت أن  $0 \leq u_n \leq 4$  أيأ كان العدد الطبيعي  $n$ .

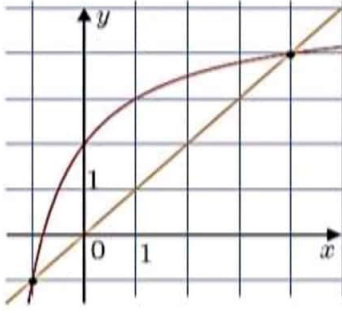
2) أثبت أن المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  متزايدة.

التمرين السابع عشر: (الاختبار الثالث).

لتكن المتتاليتان  $(u_n)_{n \geq 1}$  و  $(v_n)_{n \geq 1}$  المعرفتان كما يأتي

$$v_n = u_n + \frac{1}{4n} \text{ و } u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$$

أثبت أن هاتين المتتاليتين متجاورتان.



نعرف المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  كما يأتي  $u_0 = \frac{1}{2}$  و  $u_{n+1} = \frac{5u_n + 4}{u_n + 2}$

❶ باستعمال الرسم ، مثل على محور الفواصل ودون حساب الحدود

$u_0, u_1, u_2, u_3$

❷ ضع تخميناً حول اطراد المتتالية  $(u_n)_{n \geq 0}$  وتقاربها.

❸ نعرف المتتالية  $(v_n)_{n \geq 0}$  بالعلاقة  $v_n = \frac{u_n - 4}{u_n + 1}$

1. بيّن أنّ  $(v_n)_{n \geq 0}$  متتالية هندسية، وعيّن أساسها وحدها الأول.

2. اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ ، وعين نهاية المتتالية  $u_n$ .

﴿ تَهْ رَحْمَنُ اللّٰهِ تَعَالٰى ﴾

مدرس الماوة: عبد الرحمن عبطيني

/0934321238/

التجمع التعليمي @BAK111



# سلسلة التجمع التعليمي

القناة الرئيسية: [T.me/BAK111](https://t.me/BAK111)

بوت الملفات العلمي @Ob\_Am2020bot



للتواصل

[T.me/BAK117\\_BOT](https://t.me/BAK117_BOT)