شغف رفيقك خطوة بخطوة

شغف التعليمي

Educational passion

القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "

https://t.me/alsh276

مكتبة شغف " بوت الملفات "

@passion_study_bot

قناة الرياضيات

https://t.me/passion_maths12

السؤال الثاني عشر

فيما يأتي يرتبط العددان العقديان b, a الممثلان للنقطتين B, A بالعلاقة المعطاة.
عين طبيعة التحويل الهندسي الذي يقرن النقطة B بالنقطة A في كل مما يأتي:

1. $b = a - 1 + 3i$
2. $b = 2a$
3. $b - 1 = -(a - 1)$
4. $b + 1 - i = e^{i\frac{\pi}{4}}(a + 1 - i)$

الحل:

١. نلاحظ أن: $b = a - 1 + 3i = a + (-1 + 3i)$ من الشكل: $z' = 2 + w$
فالنقطة B هي صورة النقطة A وفق انسحاب شعاعه $\vec{w} = -\vec{u} + 3\vec{v}$

٢. إن: $b = 2a$ يعني أن النقطة B هي صورة النقطة A وفق تحاك مركزه O ونسبته $k = 2$

٣. نلاحظ أن: $b - 1 = -(a - 1) \Rightarrow b = 1 - (a - 1)$ من الشكل: $z' = w - (z - w)$
هذا يعني أن النقطة B هي صورة النقطة A وفق تناظر مركزي مركزه النقطة $w(1,0)$

٤. $b + 1 - i = e^{i\frac{\pi}{4}}(a + 1 - i) \Rightarrow b = (-1 + i) + e^{i\frac{\pi}{4}}\left(a - (-1 + i)\right)$
من الشكل: $z' = w + e^{i\theta}(z - w)$
هذا يعني أن النقطة B هي صورة النقطة A وفق دوران مركزه $\Omega(-1 + i)$ وزاويته $\theta = \frac{\pi}{4}$

السؤال الثالث عشر:

لتكن M النقطة التي يمثلها العدد العقدي $Z = 1 + i$ جد العدد العقدي Z' الممثل للنقطة M' صورة M وفق التحويل الموصوف في كل مما يأتي:

١) T الانسحاب الذي شعاعه $\vec{w} = -2\vec{u} + 3\vec{v}$.
٢) H التحاكي الذي مركزه O ونسبته 3.
٣) S التناظر الذي مركزه $A(1 - 3i)$.
٤) R الدوران الذي مركزه $A(2 - i)$ وزاويته $\frac{2\pi}{3}$.

الحل:

١) انطلاقا من الصيغة العقدية للانسحاب $Z' = Z + W$ يكون:

$$Z' = 1 + i - 2 + 3i = -1 + 4i$$

٢) انطلاقا من الصيغة العقدية للتحاكي $Z' = W + K(Z - W)$ يكون:

$$Z' = 0 + 3(1 + i - 0) = 3 + 3i$$

٣) حسب الصيغة العقدية للتناظر الذي مركزه (w) ∩ يكون لدينا $Z' = -Z + 2W$ يكون:

$$Z' = -1 - i + 2(1 - 3i) = 1 - 7i$$

٤) حسب الصيغة العقدية للدوران الذي مركزه (w) ∩ يكون لدينا $Z' - W = e^{i\theta}(Z - W)$ حيث:

$$Z' - (2 - i) = e^{i\frac{2\pi}{3}}(1 + i - 2 + i)$$

$$Z' = 2 - i + \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}\right)(-1 + 2i) = 2 - i + \frac{1}{2} - i - \frac{\sqrt{3}i}{1} - \sqrt{3}$$

$$Z' = \left(\frac{5}{2} - \sqrt{3}\right) - \left(2 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)i$$

السؤال الرابع عشر:

لتكن النقطة A, B, C, D التي تمثلها الاعداد العقدية:

$a=2-2i$ $b=-1+7i$ $c=4+2i$ $D=-4-2i$

١. ليكن e العدد الممثل للنقطة E منتصف $[AB]$ احسب e وبرهن أن: $\frac{a-e}{d-e}=\frac{c-e}{a-e}$

٢. ماذا يمثل المستقيم (EA) في المثلث DEC .

الحل:

١. حساب e العدد الممثل للنقطة E منتصف $[AB]$:

$$e=Z_E=\frac{Z_A+Z_B}{2}=\frac{a+b}{2}=\frac{1+5i}{2}=\frac{1}{2}+\frac{5i}{2}$$

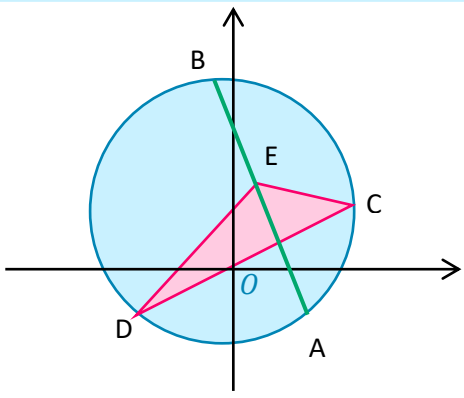
$$\frac{a-e}{d-e}=\frac{2-2i-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i}{-4-2i-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i}=\frac{3-9i}{-9-9i}=\frac{1-3i}{-3-3i}=\frac{-3-3i+9i+9}{18}=\frac{1+2i}{3}$$

$$\frac{c-e}{a-e}=\frac{4+2i-\frac{1}{2}-\frac{5i}{2}}{2-2i-\frac{1}{2}-\frac{5i}{2}}=\frac{7-i}{3-9i}=\frac{21+63i-3i+9}{90}=\frac{1+2i}{3}$$

ومنه نلاحظ أن: $\frac{a-e}{d-e}=\frac{c-e}{a-e}$

٢. يمثل المستقيم (EA) هو منصف للزاوية $\widehat{CED}$ في المثلث DEC وذلك لأن:

$$arg\left(\frac{a-e}{d-e}\right)=arg\left(\frac{c-e}{a-e}\right)\Rightarrow A\hat{E}C=A\hat{E}D$$



شغف رفيقك خطوة بخطوة

شغف التعليمي

Educational passion

القناة الرئيسية " فريق شغف التعليمي "

https://t.me/alsh276

مكتبة شغف " بوت الملفات "

@passion_study_bot

قناة الرياضيات

https://t.me/passion_maths12