★ إذا كان A, B نقطتين في المستوي فإن العدد العقدي الممثل للشعاع هو :

$Z_{\vec{AB}} = \{Z_B - Z_A\}$

مثال: $A(2,3)$, $B(-1,4)$:

مثل الشعاع $\vec{AB}$ بعدد عقدي :

$Z_{\vec{AB}} = Z_B - Z_A$

$= -1 + 4i - 2 - 3i$

$= -3 + i$

أو $\vec{AB}(-3,1)$

$Z_{\vec{AB}} = -3 + i$

العدد العقدي الممثل لمركز الأبعاد المتناسبة لنقاط $(A,\alpha), (B,\beta), (C,\gamma)$.

والتي تمثل النقاط.

Z_A, Z_B, Z_C

$$Z_G = \frac{\alpha Z_A + \beta Z_B + \gamma Z_C}{\alpha + \beta + \gamma}$$

العدد العقدي الممثل لمنتصف قطعة مستقيمة $[AB]$:

$$Z_I = \frac{Z_A + Z_B}{2}$$

العدد العقدي الممثل لمركز ثقل المثلث (ABC) :

$$Z_G = \frac{Z_A + Z_B + Z_C}{3}$$

إثبات وقوع نقاط على استقامة واحدة :

مثال امتحاني : في مستوي عقدي لدينا النقاط A, B, C

$Z_A = a = 6 - i$

$Z_B = b = -6 + 3i$

$Z_C = c = -18 + 7i$

أثبت أن A, B, C على استقامة واحدة :

نحول إلى نقاط :

$A(6,-1)$

$B(-6,3)$

$C(-18,7)$

$\vec{AB} = (-6-6, 3+1)$

$= (-12, 4)$

$\vec{AC} = (-24, 8)$

$\frac{-12}{-24} \overset{?}{=} \frac{4}{8}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

الشعاعان مرتبطان خطياً فالنقاط على استقامة واحدة.

المسافة التي تمثلها نقطتان بالشكل العقدي :

$AB = |Z_B - Z_A|$

في المثال السابق أوجد المسافة بين A و B.

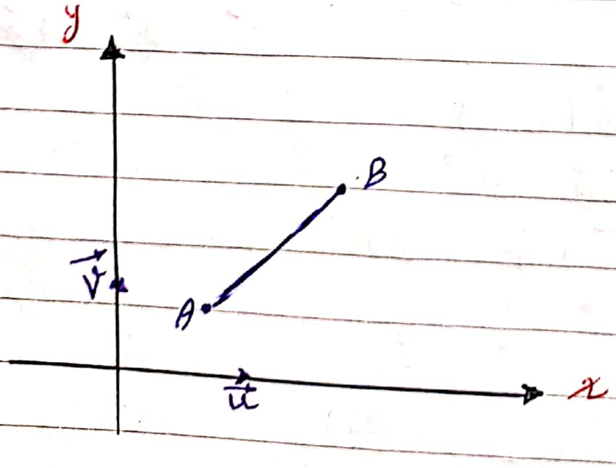
$AB = |b - a|$

$AB = |-12 + 4i|$

$= \sqrt{(-12)^2 + 4^2} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10} = 4\pi$

زاوية شعاع مع محور الفواصل :

$(\vec{AB}, \vec{u})$.



قياس الزاوية بين شعاعين : $\vec{AB}, \vec{CD}$

$$(\vec{AB}, \vec{CD}) = \arg \frac{Z_B - Z_A}{Z_D - Z_C}$$

*حالة خاصة:

اذا كان الشعاعان يشتركان بحرف.

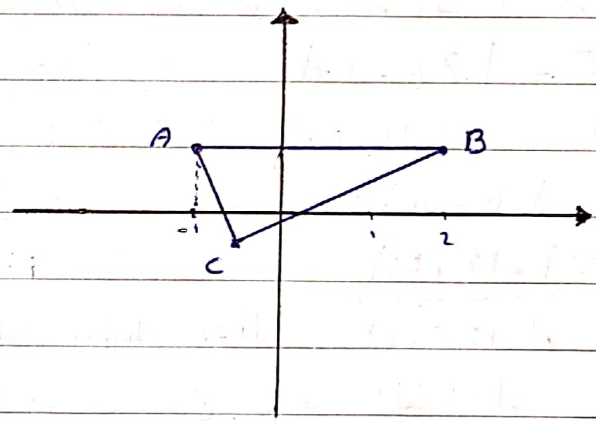
$$(\vec{AB}, \vec{AC}) = \arg \frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$$

تدريب : [1] لتكن النقاط A و B و C التي تمثلها الأعداد العقدية :

$Z_C = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$, $Z_B = 2 + i$, $Z_A = -1 + i$.

① وضح النقاط A و B و C في الشكل .

$A(-1,1)$, $B(2,1)$, $C(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$



② احسب الأعداد العقدية التي تمثل الأشعة $\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{BC}$

$\vec{AB}(3, 0)$

$Z_{\vec{AB}} = 3$

$\vec{AC}(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2})$

$Z_{\vec{AC}} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$

$\vec{BC}(\frac{-5}{2}, -\frac{3}{2})$

$Z_{\vec{BC}} = -\frac{5}{2} - \frac{3}{2}i$

③ احسب أطوال أضلاع المثلث ABC وبين إذا كان مثلثاً قائماً في C .

$AB = 3$

$BC = \frac{\sqrt{34}}{2}$

$AC = \frac{\sqrt{10}}{2}$

$AB^2 = BC^2 + AC^2$

$9 = 8,5 + 2,5$

$9 \neq 11$

حسب عكس فيثاغورث المثلث ليس قائماً في C

---

[2] المثلثان ABC و $A'B'C'$ معرفان بالأعداد العقدية التي تمثل رؤوسهما :

$c = 2 + i$, $b = 2 + 3i$, $a = 1 - i$

$c' = 1 + i$, $b' = 3 - i$, $a' = -2 - 3i$

① احسب العدد الممثل للشعاع $\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'}$

$\vec{aa'}(-3, 4)$

$Z_{\vec{aa'}} = -3 + 4i$

$\vec{bb'}(1, -4)$

$Z_{\vec{bb'}} = 1 - 4i$

$\vec{cc'}(2, 0)$

$Z_{\vec{cc'}} = 2$

$\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} =$

$= -3 + 4i + 1 - 4i + 2 = 0$

② جد العدد العقدي الممثل للنقطة G مركز ثقل المثلث ABC .

$$G = \frac{Z_A + Z_B + Z_C}{3}$$

$$= \frac{1 - i + 2 + 3i + 2 + i}{3}$$

$= \frac{3i + 5}{3} = \frac{3i}{3} + \frac{5}{3}$

$= i + \frac{5}{3}$

$\Rightarrow G'(\frac{5}{3}, 1)$

③ أثبت أن G هي مركز ثقل المثلث $A'B'C'$

$Z_{G'} = \frac{Z_{A'} + Z_{B'} + Z_{C'}}{3}$

$= \frac{-2+3i+3-i+4+i}{3}$

$= \frac{5+3i}{3} = \frac{5}{3} + i$

$G'(\frac{5}{3}, 1)$

$G' = G$ مركز ثقل المثلث $A'B'C'$

[B] سؤال دورة:

لتكن النقاط A, B اللتان تمثلهما الأعداد العقدية 1 و $3+2i$ بالترتيب مثل في كل من الحالتين الآتيتين مجموعة النقاط $M(z)$ التي تحقق:

① $|z-1| = |z-3-2i|$

لتكن M صورة العدد العقدي z

لتكن A صورة العدد العقدي $1+0i$

لتكن B صورة العدد العقدي $3+2i$

$AM = BM$

مجموعة النقاط M هي محور القطعة المستقيمة AB.

② $|z-3-2i| = 1$

لتكن B صورة العدد العقدي $3+2i$

لتكن M صورة العدد العقدي $BM = 1$

مجموعة النقاط تمثل دائرة مركزها $(3,2)$ و نصف قطرها [1].

قاعدة التمرين السابق:

عقدية

- $MA = MB$: محور القطعة AB
- $MA =$ عدد: دائرة
- $AB = AC$: دائرة مركزها A

* تمثيل مجموعات النقاط: 20 درجة امتحان:

[1] الدائرة:

العلاقة $= |z - \underbrace{\text{أعداد عقدي}}_{\text{المركز}}| = \underbrace{\text{عدد عقدي}}_{\text{نصف القطر}}$

مثال: $|z - 3 + i| = 1$

دائرة مركزها $(3,-1)$ ونصف قطرها [1].

[2] محور القطعة المستقيمة:

العلاقة $= |z - \text{عدد عقدي}| = |z - \text{عدد عقدي}|$

مثال: $|z-3+6i| = |z-5i|$

محور قطعة مستقيمة

$A(3,-6)$, $B(0,5)$

الكتابة العقدية للتحويلات الهندسية:

أولاً: الانسحاب:

لتكن z' التي تمثل M' هي صورة z التي تمثل M

وفق انسحاب شعاعه ((عدد عقدي)).

القانون: الصورة = الأصل + عدد عقدي

مثال: لتكن M تمثل $z = 1+i$ أوجد z'

صورة z وفق انسحاب شعاعه $(-2,3)$.

$$z' = z + (-2+3i)$$
$$= 1+i+(-2+3i)$$
$$= -1+4i$$

السؤال بالعكس: هام.

عين طبيعة التحول الهندسي

$$b = a + 2 - 4i$$

b صورة a وفق انسحاب شعاعه $\vec{u}(2,-4)$

مثال:

$$c - d = 2+3i$$

c صورة d وفق انسحاب شعاعه $(2,3)$.

ثانياً: التحاكي:

الصورة - مركز التحاكي = نسبة التحاكي (الأصل - مركز التحاكي)

z' - عدد عقدي = عدد حقيقي (z - عدد حقيقي)

مثال: أوجد صورة $z=1+i$ وفق تحاكي مركزه $(2,1)$ بنسبة $\frac{1}{2}$

$$z' - (2+i) = \frac{1}{2}[z-(2+i)]$$
$$z'-2-i = \frac{1}{2}[1+i-2-i]$$
$$z'-2-i = -\frac{1}{2}$$
$$z' = \frac{-3}{2}i$$

مثال: هام

عين طبيعة التحويل الهندسي:

$$b-1 = -(a-1)$$

b صورة a وفق تحاكي مركزه $(1,0)$ ونسبته -1

مثال: عين طبيعة التحويل الهندسي:

$$f = 4b$$

f صورة b بالنسبة لـ o ونسبته 4.

Note: بالتحاكي بعكس الإشارة.

بالانسحاب ما بعكس الإشارة.

ثالثاً: الدوران R.

الصورة - المركز = $e^{i\theta}$ (الأصل - المركز)

مثال: b صورة a حيث $a=1+i$ وفق دوران مركزه $F(4,2)$ وزاويته $\theta = \frac{\pi}{6}$

$$b-(4+2i) = e^{i\frac{\pi}{6}}[a-(4+2i)]$$
$$b-4-2i = e^{i\frac{\pi}{6}}(1+i-4-2i)$$
$$b-4-2i = e^{i\frac{\pi}{6}}(-3-i)$$

نحوله الى جبري

$$e^{i\frac{\pi}{6}} = \cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

نعوض و نفك القوس و ننقل فنتج b

Note: بالدوران بعكس الإشارة.

مثال: عين طبيعة التحويل الهندسي:

$c - 2 + i = e^{i\frac{\pi}{4}}(d - 2 + i)$

c صورة d وفق دوران مركزه $(2,-1)$ وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

* لا تنسى !!!!!!!:

$e^{\pi i} = e^{-\pi i} = -1$

$e^{\frac{\pi}{2} i} = i$

$e^{-\frac{\pi}{2} i} = -i$

هدول متل اسمك.

رابعاً: التناظر المحوري:

$z' = \bar{z}$

مرافق العدد = صورة العدد

محور التناظر ox

$z' = -\bar{z}$

صورة العدد = - مرافق العدد

محور التناظر oy

مثال: أوجد صورة a وفق تناظر محوري ox اذا علمت أن $a = 1 + i$

$b = \bar{a}$

$b = 1 - i$

مثال: عين طبيعة التحويل الهندسي:

$b = 2 + i$

$c = -2 + i$

c صورة b وفق تناظر محوري oy.

خامساً: التناظر المركزي:

$z' = 2 \times \underbrace{\text{المركز}}_{\text{عدد عقدي}} - z$

مثال: اوجد b صورة $a = 1 + i$ وفق تناظر مركزي $B(2+i)$.

$b = 2 \times (2+i) - (1+i)$

$b = 4 + 2i - 1 - i$

$b = 3 + i$