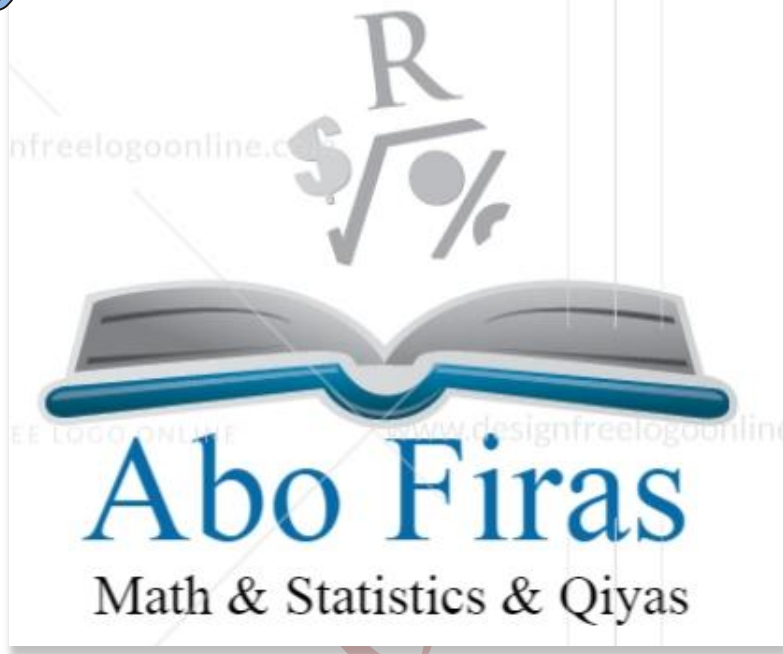


كامل المنهج مع نماذج أسئلة



MATH-111

رياضيات السنة التحضيرية

المسار الإداري والإنساني

0593232582



المجموعة

هي أي تجمع من الأشياء المعروفة والمحددة . وتكتب على شكل $\{ \}$ ويرمز لها عادةً بحروف كبيرة مثل A, B, C, \dots **مثال :** (1) مجموعة طلاب جامعة الملك عبد العزيز .

(2) مجموعة الحرف العربية .

(3) مجموعة الحروف المكونة لكلمة $APPLE$ هي $X = \{A, P, L, E\}$

(4) مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين العددين 2 ، 6 هي $A = \{3, 4, 5\}$

ملاحظة : يتم كتابة عناصر المجموعة بدون تكرار .

ونقول العنصر a ينتمي إلى المجموعة A بكتابة $a \in A$

ونقول العنصر b لا ينتمي إلى المجموعة A بكتابة $b \notin A$

المجموعة الخالية

هي المجموعة التي لا يوجد بها أي عنصر ، ويرمز لها بالرمز \emptyset أو $\{ \}$

المجموعة المنتهية والغير منتهية

تعريف : المجموعة المنتهية هي التي تحوي عدد منتهى من العناصر . **مثال** $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

تعريف : المجموعة الغير منتهية هي التي تحوي عدد غير منتهى من العناصر . **مثال** $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$

تمرين : مجموعة الأعداد الطبيعية الأقل من 9 .

تمرين : مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية .

(1)	المجموعة $\{2, 4, 6, \dots, 100\}$ تكون منتهية .
A	صواب
B	خطأ
(2)	المجموعة $\{1, 2, 3, \dots\}$ تكون منتهية .
A	صواب
B	خطأ

رتبة المجموعة

تعريف : رتبة المجموعة X ويرمز لها بالرمز $|X|$ ، وهي عدد عناصر المجموعة X .

مثال : رتبة المجموعة $X = \{a, b, c, d\}$ هي 4

تمرين : رتبة مجموعة الأعداد الطبيعية الأقل من 9 .

رتبة المجموعة {1,3,5,7,9} هي	3 (A)	4 (B)	5 (C)	6 (D)
رتبة المجموعة {5,6,8,17} تساوي	3 (A)	4 (B)	5 (C)	6 (D)

طريقة كتابة المجموعة

طريقة الوصف	طريقة السرد
ويتم فيها كتابة جميع العناصر المكونة للمجموعة داخل قوسين . مثال : مجموعة الحروف المكونة لكلمة car هي $X = \{c, a, r\}$	ويتم فيها ذكر صفة أو خاصية أو شرط يميز عناصر المجموعة داخل قوسين . مثال : { حرف من حروف كلمة car : X }

المجموعات العددية

(1) مجموعة الأعداد الطبيعية (\mathbb{N}) :

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

(2) مجموعة الأعداد الكلية (\mathbb{W}) :

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

(3) مجموعة الأعداد الصحيحة (\mathbb{Z}) :

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

(4) مجموعة الأعداد النسبية (\mathbb{Q}) :

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

مثال : $\frac{1}{2}, \frac{-1}{3}, -4, \frac{4}{1}, \frac{-2}{6}, \sqrt{4}$

(5) مجموعة الأعداد الغيرنسبية ($\bar{\mathbb{Q}}$) : هي جذور الأعداد الأولية بالإضافة لبعض الأعداد الخاصة

مثال : $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{17}, \frac{1}{\sqrt{7}}, e \approx (2.718), \pi \approx (3.14)$

(6) مجموعة الأعداد الحقيقية (\mathbb{R}) : تشمل جميع الأعداد السابقة .

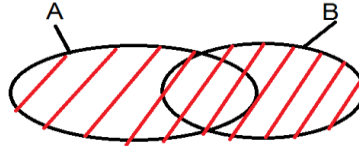
تمرين : إذا كان $A = \left\{ -8, -6, -\frac{12}{4}, \frac{3}{4}, 0, \frac{3}{8}, \frac{1}{2}, 1, \sqrt{2}, \sqrt{5}, 6, \frac{9}{0} \right\}$ فأوجد مايلي :

- (a) الأعداد الطبيعية (\mathbb{N}) :
- (b) الأعداد الكلية (\mathbb{W}) :
- (c) الأعداد الصحيحة (\mathbb{Z}) :
- (d) الأعداد النسبية (\mathbb{Q}) :
- (e) الأعداد الغيرنسبية ($\bar{\mathbb{Q}}$) :
- (f) الأعداد الحقيقية (\mathbb{R}) :

الاتحاد

تعريف: الاتحاد هو أخذ جميع العناصر بدون تكرار. ويرمز له بالرمز " \cup "

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ or } x \in B\}$$



مثال: إذا كانت $B = \{5, 7, 11\}$ و $A = \{1, 5, 13\}$ فإن $A \cup B = \{1, 5, 7, 11, 13\}$

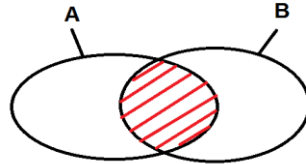
$$\{t, u, x, z\} \cup \{t, u, w\} = (1)$$

$$\{t, u, x, z, w\} \quad D \quad \{w\} \quad (C) \quad \{x, z, w\} \quad B \quad \{t, u\} \quad (A)$$

التقاطع

تعريف: التقاطع هو أخذ العناصر المشتركة فقط و بدون تكرار. ويرمز له بالرمز " \cap "

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ and } x \in B\}$$



مثال: إذا كانت $B = \{5, 7, 11\}$ و $A = \{1, 5, 13\}$ فإن $A \cap B = \{5\}$

تمرين: إذا كانت $C = \{2, 3, 5, 7\}$ و $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ و $A = \{1, 2, 3, 4\}$ فأوجد

(a) $A \cup B =$

(b) $A \cap B =$

(c) $A \cup C =$

(d) $A \cap C =$

(e) $B \cup C =$

(f) $B \cap C =$

$$\{a, b\} \cap \{a, b, c\} = (1)$$

$$\{ \} \quad D \quad \{c\} \quad (C) \quad \{a, b\} \quad B \quad \{a, b, c\} \quad (A)$$

$$\{a, b, c, d, f\} \cap \{a, b, s\} = (2)$$

$$\{c, d, f\} \quad D \quad \{b\} \quad (C) \quad \{a, b, s\} \quad B \quad \{a, b\} \quad (A)$$

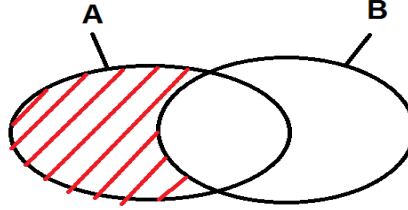
$$\{r, s, t, u, w\} \cap \{s, t, u, v\} = (3)$$

$$\{r, w\} \quad D \quad \{r, v, w\} \quad (C) \quad \{s, t, u\} \quad B \quad \{r\} \quad (A)$$

الفرق بين مجموعتين

تعريف: الفرق بين مجموعتين هو أخذ عناصر المجموعة الأولى A دون عناصر المجموعة الثانية B . ويرمز له بالرمز " $A - B$ "

$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$



مثال: إذا كانت $B = \{5, 7, 11\}$ و $A = \{1, 5, 13\}$ فإن $A - B = \{1, 13\}$ وأن $B - A = \{7, 11\}$

					$\{b, c, d, e, f\} - \{b, c\}$	(1)	
$\{d, e, f\}$	D	$\{b, d, e\}$	(C	$\{b, e, f\}$	B	$\{b, c\}$	(A
					$\{a, b, c, d, e\} - \{a, c\}$	(2)	
$\{a, d, e\}$	D	$\{b, d, e\}$	(C	$\{a, b, d\}$	B	$\{a, b\}$	(A

المجموعة الشاملة

تعريف: هي التي تشمل جميع العناصر ورمزها (U)

تعريف متممة A : وهي العناصر الموجودة في المجموعة الشاملة وغير موجودة في A ويرمز لها بالرمز A'

$$A' = \{x \mid x \in U, x \notin A\}$$

مثال: إذا كانت $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$ وكانت $B = \{5, 7, 11\}$ و $A = \{1, 5, 13\}$

$$B' = \{1, 3, 9, 13, 15\} \text{ و } A' = \{3, 7, 9, 11, 15\}$$

تمرين: إذا كانت $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 12\}$ وكانت $B = \{1, 2, 8, 9\}$ و $A = \{2, 4, 5, 9\}$ و $C = \{3, 8, 9, 12\}$ فأوجد ما يلي

- $A - B =$
- $A - C =$
- $B - C =$
- $A' =$
- $B' =$
- $C' =$



القيمة المطلقة

تعريف: القيمة المطلقة هي المسافة بين العدد x والصفير على خط الأعداد وهي دائماً موجبة. ويرمز لها بالرمز " | | "

مثال: $|-4| = 4$ ، $|\frac{5}{3}| = \frac{5}{3}$ ، $|4| = 4$

تمرين: أوجد ما يلي:

$|-6| = \dots\dots\dots$ ، $|6| = \dots\dots\dots$ ، $|\frac{2}{9}| = \dots\dots\dots$ ، $|\frac{-2}{9}| = \dots\dots\dots$

المسافة بين عددين على خط الأعداد

تعريف: المسافة بين عددين على خط الأعداد تقدر بالقيمة المطلقة للفرق بينهما. أي أن

$d(x, y) = |x - y|$

مثال: أوجد المسافة بين العددين $3, -1$

الحل: $d(-1, 3) = |-1 - 3| = |-4| = 4$

تمرين (1): أوجد المسافة بين العددين $10, 6$

الحل:

تمرين (2): أوجد المسافة بين العددين $-10, -6$

الحل:

1	المسافة بين العددين 7 و -4 تساوي	(A) 3	B 4	(C) 7	D 11
2	المسافة بين العددين 5 و -2 تساوي	(A) 10	B 7	(C) 2	D 3

قواعد الإشارات

(1) في حالة الجمع والطرح:

إذا تشابهت الإشارات نجمع ونضع نفس الإشارة **فمثلاً** $-2 - 4 = -6$

أما إذا اختلفت الإشارات نطرح ونضع إشارة العدد الأكبر **فمثلاً** $-5 + 9 = 4$ ، $7 - 10 = -3$

(2) في حالة الضرب والقسمة:

إذا تشابهت الإشارات الناتج موجب (+) **فمثلاً** $(4) \times (2) = 8$ ، $(-4) \times (-2) = 8$

أما إذا اختلفت الإشارات الناتج سالب (-) **فمثلاً** $(4) \times (-2) = -8$ ، $(-4) \times (2) = -8$

ترتيب إجراء العمليات

يتم ترتيب أسبقية العمليات الحسابية وفق التسلسل التالي :

(1) العمليات داخل الأقواس .

(2) رفع الأقواس .

(3) الضرب والقسمة .

(4) الجمع والطرح .

ملاحظة : نبدأ إجراء العمليات الحسابية من اليسار إلى اليمين .

مثال : أوجد مايلي :

(a) $15 \div 5 \times 4 \div 6 =$

$$3 \times 4 \div 6 = 12 \div 6 = 2$$

الحل :

(b) $30 \div 6 \times 3 \div 5 =$

$$5 \times 3 \div 5 = 15 \div 5 = 3$$

الحل :

(c) $-3 \times 8 \div 4 \div 3 =$

$$-24 \div 4 \div 3 = -6 \div 3 = -2$$

الحل :

تمرين : أوجد مايلي :

(a) $6 \div 3 + 2^3 \times 5 =$

..... الحل :

(b) $(8+6) \div 7 \times 3 - 6 =$

..... الحل :

(c) $[24 \div (8-4)] \div 6 =$

..... الحل :

$8 \div 4 + 2 \times 5 =$ (1)

20 D

16 (C

12 B

10 (A

$\{25 \div (7-2)\} \times 3 =$ (2)

15 D

25 (C

-15 B

5 (A



القاسم المشترك الأكبر (ق . م . ك)

نحلل العددين إلى عواملهم الأولية ثم نضرب العوامل الأولية المشتركة فقط .

مثال : أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 24 و 18

الحل : قواسم العدد 24 هو 3×2^3

قواسم العدد 18 هو 2×3^2

القاسم المشترك الأكبر للعددين 24 و 18 هو $3 \times 2 = 6$

تمرين (1) : أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 8 و 12

الحل :
.....
.....

تمرين (2) : أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 16 و 12

الحل :
.....
.....

1 (A)	2 (B)	3 (C)	7 (D)	القاسم المشترك الأكبر للعددين 21 و 14 هو
2 (A)	6 (B)	5 (C)	42 (D)	القاسم المشترك الأكبر للعددين 35 و 42 هو
3 (A)	6 (B)	18 (C)	12 (D)	القاسم المشترك الأكبر للعددين 24 و 36 هو

المضاعف المشترك الأصغر (م . م . ص)

نحلل العددين إلى عواملهم الأولية ثم نضرب العوامل الأولية المشتركة وغير المشتركة .

مثال : أوجد المضاعف المشترك الأصغر للعددين 24 و 18

الحل : المضاعف المشترك الأصغر للعددين 24 و 18 هو $2^3 \times 3^2 = 72$

تمرين (1) : أوجد المضاعف المشترك الأصغر للعددين 8 و 12

الحل :
.....
.....

تمرين (2) : أوجد المضاعف المشترك الأصغر للعددين 16 و 12

الحل :
.....
.....

170 (A)	187 B	17 (C)	77 D	(1) المضاعف المشترك الأصغر للعددين 17 و 11 هو
18 (A)	6 B	108 (C)	9 D	(2) المضاعف المشترك الأصغر للعددين 18 و 6 هو

ملاحظة : المضاعف المشترك الأصغر لعددين أوليين هو حاصل ضربهم . فمثلاً المضاعف المشترك الأصغر للعددين 5 و 7 هو 35

الكسور

(1) جمع وطرح الكسور :

$$\frac{3}{2} + \frac{5}{2} = \frac{8}{2} \text{ فمثلاً في حالة تساوي المقامات نجمع أو نطرح البسط فمثلاً}$$

$$\frac{5}{3} - \frac{3}{2} = \frac{5 \times 2}{3 \times 2} - \frac{3 \times 3}{2 \times 3} = \frac{10}{6} - \frac{9}{6} = \frac{1}{6} \text{ في حالة اختلاف المقامات نوحّد المقامات فمثلاً}$$

(2) ضرب الكسور :

$$\frac{3}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{15}{6} \text{ نضرب البسط في البسط و المقام في المقام فمثلاً}$$

(3) قسمة الكسور

$$\frac{3}{2} \div \frac{5}{3} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{10} \text{ نحول القسمة الى ضرب وذلك بقلب الكسر الثاني مثلاً}$$

تمرين : أوجد مايلي :

(a) $\frac{1}{4} - \frac{2}{3} =$

..... الحل :

(b) $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} =$

..... الحل :

(c) $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} =$

..... الحل :

(d) $2 \div \frac{4}{5} =$

..... الحل :

				$\frac{6}{5} - \frac{1}{3} =$	(1)
$\frac{15}{13}$	D	$\frac{13}{15}$	(C)	$\frac{5}{2}$	B
				$\frac{2}{5}$	(A)
				الكسر $\frac{3}{21}$ في أبسط صورة	(2)
				صواب	A
				خطأ	(B)

الأسس

إذا كان x عدد حقيقي وكان m عدد صحيح فإن : $x^m = \underbrace{x \cdot x \cdot x \dots x}_m$ **مثال :** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

تمرين : $2^5 = \dots\dots\dots$

خواص الأسس

إذا كانت x, y أعداد حقيقية و m, n أعداد صحيحة فإن :

(1) في حالة الضرب إذا تشابه الأساس **نجمع الأسس**
مثال : $x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$ ، $2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7 = 128$

(2) في حالة القسمة إذا تشابه الأساس **نطرح الأسس**
مثال : $\frac{x^4}{x^3} = x^{4-3} = x$ ، $\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 4$

(3) في حالة الرفع لقوة القوة نضرب الأسس
مثال : $(x^2)^3 = x^{2 \times 3} = x^6$ ، $(2^2)^3 = 2^{2 \times 3} = 64$

(4) نوزع الأس لداخل القوس
مثال : $(xy)^3 = x^3 \cdot y^3$

(5) نوزع الأس
مثال : $\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{x^2}{y^2}$

(6) في حالة الأس السالب
مثال : $x^{-6} = \frac{1}{x^6}$

مثال : $x^{-6} = \frac{1}{x^6}$

ملاحظة: أي عدد اس صفر يساوي واحد **فمثلاً**: $1000^0 = 1$

تمرين: أوجد ما يلي:

(a) $(x + 2)^4(x + 2)^3 =$

..... الحل:

(b) $\frac{(x + 2)^4}{(x + 2)} =$

..... الحل:

(c) $((x + 2)^4)^0 =$

..... الحل:

(d) $\left(\frac{-x}{y}\right)^4 =$

..... الحل:

(e) $(x^2y^{-3})^4 =$

..... الحل:

(f) $\left(\frac{6x^5y^4}{3x^3y}\right)^2$

..... الحل:

				$e^a \times e^b = e^{a+b}$	(1)
				صواب	A
				خطأ	(B)
				$\frac{x^3}{x^{-7}} =$	(2)
				x^4	(A)
				x^{-10} D	
				x^{10} (C)	
				x^{-4} B	
				$(x^3)^{\frac{1}{3}} =$	(3)
				x	(A)
				x^9 (C)	
				x^6 B	
				1 D	
				$\frac{1}{x^4} = x^{\frac{1}{4}}$	(4)
				صواب	A
				خطأ	(B)

الجزور

تعريف: الجذر النوني للعدد a يكتب بالصورة $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ حيث n عدد طبيعي أكبر من الواحد $a, x \in \mathbb{R}$

خواص الجزور

(1) في حالة n عدد زوجي $\sqrt[n]{x^n} = |x|$: مثال $\sqrt[4]{x^4} = |x|$

(2) في حالة n عدد فردي $\sqrt[n]{x^n} = x$: مثال $\sqrt[3]{x^3} = x$

(3) $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$: مثال $\sqrt{x^5} = x^{\frac{5}{2}}$

(4) $\sqrt[n]{xy} = \sqrt[n]{x} \sqrt[n]{y}$: مثال $\sqrt[3]{xy} = \sqrt[3]{x} \sqrt[3]{y}$

(5) $\sqrt[n]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}, y \neq 0$: مثال $\sqrt[3]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y}}$

(6) $\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[n \cdot m]{x}$: مثال $\sqrt{\sqrt[3]{x}} = \sqrt[6]{x}$

ملاحظة: ما داخل الجذر النوني في حالة n عدد زوجي يكون عدد موجب وليس سالب . وفي هذه الحالة يكون الجذر غير معرف .

تمرين: أوجد ما يلي :

(a) $\sqrt[3]{-8} =$

..... الحل :

(b) $\sqrt{(-5)^2} =$

..... الحل :

(c) $\sqrt[5]{-32} =$

..... الحل :

(d) $\sqrt{9x^4} =$

..... الحل :

(e) $\sqrt{\frac{16x^4}{9y^6}} =$

..... الحل :

(f) $\sqrt[3]{27x^{15}y^6} =$

..... الحل :

$\frac{9}{x^3}$ (D)	$\frac{9}{x^2}$ (C)	$\frac{3}{x^3}$ B	$\frac{3}{x^2}$ (A)	$\sqrt[3]{\frac{27}{x^6}} =$ (1)
(D) غير معرف	± 5 (C)	-5 B	5 (A)	$\sqrt{-25} =$ (2)

المقادير الجبرية

(1) في حالة الجمع والطرح : نجمع ونطرح الحدود المتشابهة (أي الحدود التي لها نفس الدرجة) مع ملاحظة في حالة الطرح نغير إشارة القوس الثاني .

(2) في حالة الضرب والقسمة : نضرب أو نقسم المعاملات ونستخدم خواص الأسس .

مثال : أوجد مايلي :

(a) $(3x^3 - 2x^2 - 6) + (4x^2 - 6x - 7) =$

..... $3x^3 + 2x^2 - 6x - 13$ الحل :

(b) $(7x^2 - 4x + 11) - (-2x^2 + 11x - 9) =$

..... $9x^2 - 15x + 20$ الحل :

(c) $(3x - 4)(2x^2 + 5x + 1) =$

..... $6x^3 + 7x^2 - 17x - 4$ الحل :

(d) $(3x^2 - 2x - 8) \div (x - 2) =$

	3	-2	-8
2		6	8
	3	4	0

نتاج القسمة هو $3x + 4$

..... الحل :

تمرين : أوجد مايلي :

(a) $(3x^2 + 4x + 5) + (2x^2 + 7x - 2) =$

..... الحل :

(b) $(x^3 - 3x^2 - 4x + 8) - (x^3 - 2x + 4) =$

..... الحل :

(c) $(4x - 5)(2x^2 + 7x - 8) =$

..... الحل :

(d) $\frac{3x^2 + 9x + 12}{3x} =$

..... الحل :

						$\frac{(x+2)^2}{x^2-4} \times \frac{(x-2)^2}{x+2} =$	(1)
$\frac{1}{x-2}$	(D)	$\frac{1}{x+2}$	(C)	$x-2$	B	$x+2$	(A)
						$\frac{x^2-x}{x} =$	(2)
x^2-1	D	x^2+1	(C)	$x-1$	B	$x+1$	(A)

التحليل باستخراج العامل المشترك

العامل المشترك هو المقدار الذي يقبل كل من المقادير القسمة عليه بدون باقي .

مثال : حلل المقادير الجبرية التالية باستخدام طريقة العامل المشترك

(a) $2x + 2y = 2(x + y)$

(b) $x^2 + 2x = x(x + 2)$

تمرين : حلل المقادير الجبرية التالية باستخدام طريقة العامل المشترك

(a) $x^2 - 3x =$

..... الحل :

(b) $2x^3 - 8x^2 + 6x =$

..... الحل :

تحليل الفرق بين مربعين

الفرق بين مربعين هو $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$

مثال : حلل المقادير الجبرية التالية :

(a) $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$

(b) $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

تمرين : حلل المقادير الجبرية التالية :

(a) $x^2 - 4 =$ الحل :

(b) $x^2 - 16 =$ الحل :

تحليل الفرق بين مكعبين

$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2) \quad \text{الفرق بين مكعبين هو}$$

مثال : حلل المقادير الجبرية التالية :

(a) $x^3 - 2^3 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

(b) $x^3 - 64 = (x - 4)(x^2 + 4x + 16)$

تمرين : حلل المقادير الجبرية التالية :

(a) $x^3 - 27 = \dots\dots\dots$: الحل

(b) $x^3 - 5^3 = \dots\dots\dots$: الحل

مجموع مكعبين

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) \quad \text{مجموع مكعبين هو}$$

مثال : حلل المقادير الجبرية التالية :

(a) $x^3 + 2^3 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

(b) $x^3 + 64 = (x + 4)(x^2 - 4x + 16)$

تمرين : حلل المقادير الجبرية التالية :

(a) $x^3 + 27 = \dots\dots\dots$: الحل

(b) $x^3 + 5^3 = \dots\dots\dots$: الحل

المربع الكامل

$$(x + y)^2 = (x^2 + 2xy + y^2) \quad \text{المربع الكامل في حالة جمع مربعين هو}$$

$$(x - y)^2 = (x^2 - 2xy + y^2) \quad \text{المربع الكامل في حالة طرح مربعين هو}$$

مثال : حلل المقادير الجبرية التالية :

(a) $(x + 2)^2 = (x^2 + 4x + 4)$

(b) $(x - 5)^2 = (x^2 - 10x + 25)$

تمرين : حلل المقادير الجبرية التالية :

(a) $(x + 3)^2 = \dots\dots\dots$: الحل

(b) $(3x - 4)^2 = \dots\dots\dots$: الحل

تحليل المقدار الثلاثي

يكون المقدار الثلاثي على الصورة $ax^2 + bx + c$ وتحليله يتمثل في عددين حاصل ضربهما c وحاصل جمعهما b
مثال : حلل المقادير الجبرية التالية :

(a) $x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2)$

(b) $(x^2 + 7x + 12) = (x + 4)(x + 3)$

تمرين : حلل المقادير الجبرية التالية :

(a) $(x^2 - x - 20) = \dots\dots\dots$: الحل

(b) $x^2 + 7x - 18 = \dots\dots\dots$: الحل

تبسيط المقادير الجبرية

الفترات المحدودة

تمثيلها	تعريفها	اسم الفترة	
	$[a, b] = \{x \mid a \leq x \leq b\}$	الفترة مغلقة	(1)
	$(a, b) = \{x \mid a < x < b\}$	الفترة المفتوحة	(2)
	$[a, b) = \{x \mid a \leq x < b\}$	نصف مفتوحة أو نصف مغلقة	(3)
	$(a, b] = \{x \mid a < x \leq b\}$	نصف مفتوحة أو نصف مغلقة	(4)

الفترات الغير محدودة

تمثيلها	تعريفها	اسم الفترة	
	$(-\infty, b] = \{x \mid x \leq b\}$	نصف مفتوحة أو نصف مغلقة	(1)
	$[a, \infty) = \{x \mid x \geq a\}$	نصف مفتوحة أو نصف مغلقة	(2)
	$(a, \infty) = \{x \mid x > a\}$	الفترة المفتوحة	(3)
	$(-\infty, b) = \{x \mid x < b\}$	الفترة المفتوحة	(4)
	$\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$	جميع الأعداد الحقيقية	(5)

$$\{x \mid x > a\} = (1)$$

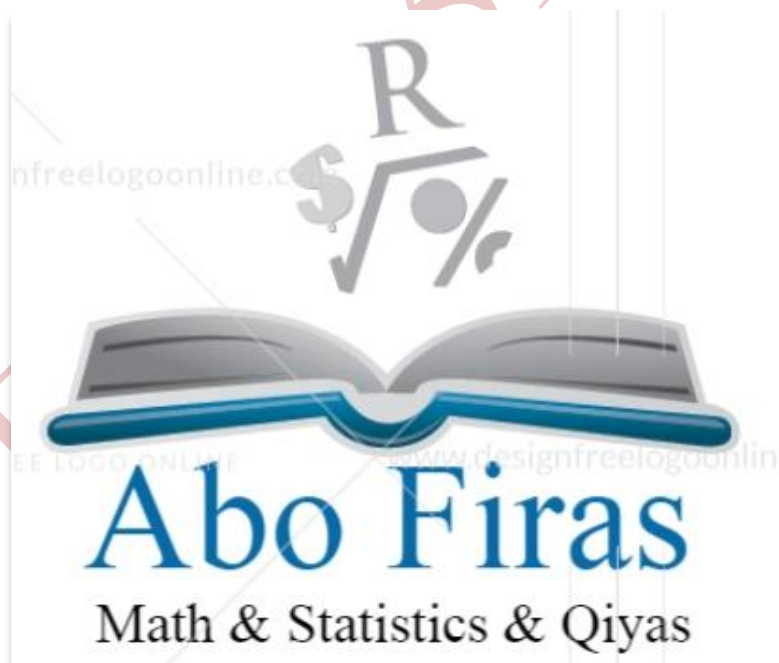
$(-\infty, a)$ D (a, ∞) (C) $(-\infty, a]$ B $[a, \infty)$ (A)

$$[-3, 1) \cup (0, 5) = (2)$$

$[-3, 5]$ D $[-3, 5)$ (C) $(-3, 5]$ B $(-3, 5)$ (A)

$$(1, 6) \cap (3, 7) = (3)$$

$(6, 7]$ D $[3, 6]$ (C) $(3, 6)$ B $(1, 7)$ (A)



تدريس طلاب جامعة الملك عبدالعزيز وجامعة جدة والجامعة

العربية و جامعة العلوم والتكنولوجيا والكلية التقنية وكلية

الاتصالات و كلية ادارة الاعمال

مواد التدريس رياضيات 111 - الإحصاء 111 - رياضيات 110

- رياضيات 202

رياضيات 203 رياضيات 204 رياضيات 205

وكذلك مدرب قدرات لطلاب الثانوية وطلاب الجامعة وطلاب

الدراسات العليا calculus _stat _matrix _sequence

_series

math 110_math

202_math203_math204_math205_math 206_math

207

توصيل المعلومة بكل يسر وسهولة والشرح بطريقة مبسطة و حل

المسائل و عمل حصص مراجعة لتغطه المنهج بالكامل في اقل

وقت ممكن مع خبرة ١٧ عام

التواصل على الواتس أو الاتصال المباشر على الرقم

0593232582



المصفوفات

تعريف :

المصفوفة هي ترتيب على شكل مستطيل لمتغيرات أو أعداد . ويرمز إلى المصفوفة عادة باستعمال الحروف الكبيرة .

تعريف :

رتبة المصفوفة التي عدد صفوفها m وعدد أعمدها n تكتب على الصورة $m \times n$

مثال : أوجد رتبة المصفوفات التالية :

$$A = \begin{pmatrix} -8 & 6 & 45 \\ 4 & 9 & -22 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ -5 & 16 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -7 & a \\ 12 & e & 3 \\ -8 & c & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

الحل :

رتبة المصفوفة A هي 2×3 لأن عدد صفوفها 2 وعدد أعمدها 3

رتبة المصفوفة B هي 3×2 لأن عدد صفوفها 3 وعدد أعمدها 2

رتبة المصفوفة C هي 3×3 لأن عدد صفوفها 3 وعدد أعمدها 3

رتبة المصفوفة D هي 3×1 لأن عدد صفوفها 3 وعدد أعمدها 1

(1)	رتبة المصفوفة $\begin{pmatrix} -3 & 0 & 8 \\ 12 & 4 & a \end{pmatrix}$ هي 2×3	A	صواب	(B)	خطأ
(2)	رتبة المصفوفة $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -9 & 8 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$ هي 2×3	A	صواب	(B)	خطأ

أشكال بعض المصفوفات

مصفوفة صف :

تحتوي صفاً واحداً . **مثال** $(2 \ 8 \ -5 \ 3)$

مصفوفة عمود :

تحتوي عموداً واحداً . **مثال** $\begin{pmatrix} 5 \\ -22 \\ 8 \end{pmatrix}$

المصفوفة المربعة :

عدد الصفوف فيها يساوي عدد الأعمدة مثال $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$

المصفوفة المستطيلة :

عدد الصفوف فيها لا يساوي عدد الأعمدة . مثال $\begin{pmatrix} 8 & -2 & 5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

المصفوفة الصفيرية :

جميع عناصرها أصفار . مثال $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

المصفوفة المربعة هي التي تكون فيها عدد الصفوف يساوي عدد الأعمدة	(1)
A صواب	B خطأ

مدور المصفوفة

إذا كانت A مصفوفة من الرتبة $m \times n$ فإننا نحصل على مدور المصفوفة بجعل الصفوف أعمدة والأعمدة صفوف اي انه تنتج مصفوفة أخرى من الرتبة $n \times m$ ويرمز له بالرمز A^T .

نتيجة :

إذا كانت A مصفوفة من الرتبة $m \times n$ فان $(A^T)^T = A$

مدور المصفوفة هو المصفوفة $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -3 & 0 \\ 8 & -7 \end{pmatrix}$	(1)
A $\begin{pmatrix} 8 & -7 \\ -3 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$	B $\begin{pmatrix} 5 & -3 & 8 \\ 1 & 0 & -7 \end{pmatrix}$
C $\begin{pmatrix} -5 & -1 \\ 3 & 0 \\ -8 & 7 \end{pmatrix}$	D $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -7 \\ 5 & -3 & 8 \end{pmatrix}$

مدور المصفوفة $\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ هو المصفوفة $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 0 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$	(2)
--	-----

A صواب	B خطأ
--------	-------

$(A^T)^T = A^T$	(3)
-----------------	-----

A صواب	B خطأ
--------	-------

تساوي المصفوفات

تكون المصفوفتان متساويتين إذا كانتا من الرتبة نفسها ، وتساوت عناصرها المتناظرة .

(1) إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & x \\ y & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -9 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ فإن قيمة x تساوي	(A) 3	(B) 2	(C) 9	(D) -9
(2) إذا كانت $\begin{pmatrix} x & y \\ 0 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ فإن قيمة	(A) $x = 1, y = 0$	(B) $x = 2, y = 1$	(C) $x = 1, y = 2$	(D) $x = 0, y = 2$

جمع المصفوفات وطرحها

يمكن جمع مصفوفتين أو طرحهما إذا وفقط إذا كان لهما الرتبة نفسها ، حيث تجمع العناصر المتناظرة في حالة الجمع ، وتطرح في حالة الطرح .

(1) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 0 & 4 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix} =$	(A) $\begin{pmatrix} 8 & -1 & 8 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$	(B) $\begin{pmatrix} 8 & -1 & 9 \\ 2 & 7 & 11 \end{pmatrix}$	(C) $\begin{pmatrix} 8 & -1 & 10 \\ 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$	(D) $\begin{pmatrix} 8 & -1 & 8 \\ 2 & 6 & 6 \end{pmatrix}$
---	---	--	--	---

ضرب المصفوفة في عدد ثابت k

إذا كانت $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ و k عدد ثابت فإن : $k \cdot A = \begin{pmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{pmatrix}$

(1) إذا كانت المصفوفة $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ فإن $3A =$	(A) $\begin{pmatrix} 3 & 15 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$	(B) $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -9 & 6 \end{pmatrix}$	(C) $\begin{pmatrix} 3 & 15 \\ -9 & 6 \end{pmatrix}$	(D) $\begin{pmatrix} 3 & 15 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$
--	--	---	--	---

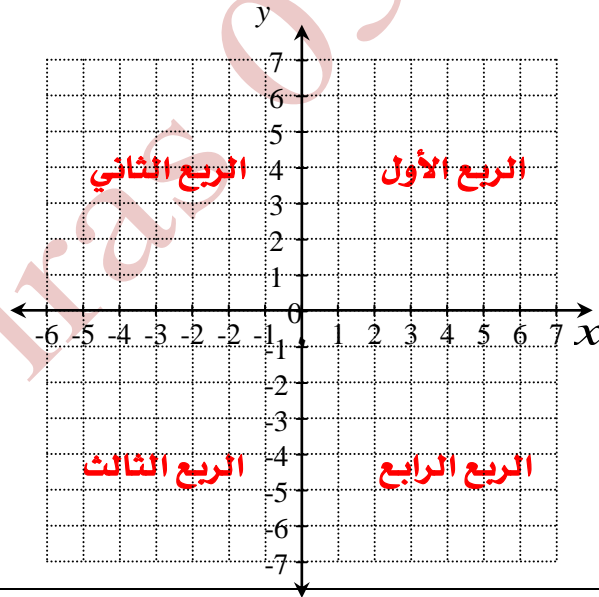
محددة مصفوفة الدرجة الثانية

يرمز لمحددة المصفوفة $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ بالرمز $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ وقيمتها $ad - bc$

(1) $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} =$	(A) 31	(B) -1	(C) 1	(D) 2
--	--------	--------	-------	-------

(2)	قيمة المحددة	$\begin{vmatrix} 6 & 5 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}$	تساوي	(A) -19	(B) 19	(C) 8	(D) 28
(3)	قيمة المحددة	$0 = \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$		(A) 51	(B) 3	(C) 15	(D) 6
(4)	إذا كانت المصفوفة	$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 9 \end{pmatrix}$	فإن محدد A^T يساوي	(A) 31	(B) 13	(C) $\frac{1}{13}$	(D) 6
(5)	إذا كانت	$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$	فإن قيمة المحدد للمصفوفة A^T تساوي	(A) صواب	(B) خطأ		

الإحداثيات في المستوى



(1)	النقطة $(2, -5)$ تقع في الربع	(A) الأول	(B) الثاني	(C) الثالث	(D) الرابع
(2)	النقطة $(1, -5)$ تقع في الربع الثاني	(A) صواب	(B) خطأ		

المسافة بين نقطتين في المستوى

المسافة بين نقطتين $P = (x_1, y_1)$ و $Q = (x_2, y_2)$ في المستوى تعطى بالقانون $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

(1) المسافة بين النقطتين (2, -1) ، (5, 4) هي	(A) $\sqrt{5}$	B $\sqrt{34}$	(C) $\sqrt{7}$	D $\sqrt{13}$
(2) المسافة بين النقطتين (1, 1) ، (5, 4) تساوي	(A) 4	B 6	(C) 3	D 5

نقطة المنتصف بين نقطتين في المستوى

احداثيات نقطة المنتصف بين نقطتين $P = (x_1, y_1)$ و $Q = (x_2, y_2)$ في المستوى تعطى بالقانون $M \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$

(1) احداثيات نقطة المنتصف بين نقطتين (2, -2) ، (4, 2) هي	(A) (3, 2)	B (3, 0)	(C) (1, 0)	D (1, 2)
(2) نقطة المنتصف بين النقطتين (7, -2) ، (5, 8) هي	(A) (6, 3)	B (1, 3)	(C) (2, 6)	D (6, 4)

معادلات الدرجة الأولى في مجهول واحد

لكي نوجد قيمة المجهول x فإننا نقوم بوضع المجاهيل (المتغيرات) في طرف ونضع الأعداد في الطرف الآخر ثم نقسم على معامل المتغير . مع ملاحظة انه عند نقل حد من طرف للأخر نغير إشارته .

(1) قيمة x في المعادلة $\sqrt{4x - 3} = 3$ هي $x = 3$	(A) صواب	(B) خطأ		
(2) حل المعادلة $-5(3 - x) = 25$ هو	(A) $x = -2$	B $x = 2$	(C) $x = 8$	D $x = 5$
(3) قيمة x في المعادلة $\frac{x - 2}{4} = \frac{3}{2}$ هي	(A) $x = 5$	B $x = 1$	(C) $x = 6$	D $x = 8$
(4) حل المعادلة $\sqrt{x - 4} = 2$ هو	(A) $x = 6$	B $x = 8$	(C) $x = 10$	D $x = 18$

حل المعادلة $\frac{x}{4} = \frac{1}{5}$ هو			
$x = \frac{5}{4}$ D	$x = \frac{4}{5}$ (C	$x = \frac{1}{4}$ B	$x = \frac{1}{5}$ (A
حل المعادلة $5x + 2 = 4x + 9$ هو			
$x = -9$ D	$x = 9$ (C	$x = -7$ B	$x = 7$ (A

معادلات الدرجة الأولى في مجهولين

إذا كان لدينا المعادلتين : $a_1x + b_1y = c_1 \dots (1)$ فإن هناك ثلاث حالات

الحالة الأولى : إذا كان $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ فإنه ليس هناك حل للمعادلتين .

الحالة الثانية : إذا كان $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ فإنه يوجد عدد لا نهائي من الحلول .

الحالة الثالثة : إذا كان $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ فإنه يوجد حل جبري وحيد .

حل المعادلتين $x + y = 3,$ $2x + 2y = 6$			
$x = 3, y = 3$ D	$x = 3, y = 0$ (C	$x = 3, y = 1$ B	$x = 0, y = 3$ (A
حل المعادلتين $x - y = 3$ $2x + y = 6$ هو			
$x = 3, y = 3$ D	$x = 3, y = 0$ (C	$x = 3, y = 1$ B	$x = 0, y = 3$ (A
النظام $2x + 3y + 7 = 0$ $6x + 9y + 21 = 0$ يمتلك عدد لا نهائي من الحلول .			
خطأ (B		صواب (A	
حل المعادلتين $3x + y = 3$ $5x - y = 13$ هو			
$x = 2, y = -3$ D	$x = -3, y = -2$ (C	$x = -2, y = 3$ B	$x = -3, y = 2$ (A

ميل المستقيم

تعريف: ميل الخط المستقيم $ax + by + c = 0$ يعطى بالعلاقة $m = -\frac{a}{b}$

تعريف: ميل المستقيم المار بالنقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) يعطى بالقانون التالي $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

(1)	ميل المستقيم العمودي على المستقيم $x + 5y = 6$ هو 5	A	صواب	(B)	خطأ
(2)	ميل الخط المستقيم $4x - 5y = 6$ يساوي	(A)	$\frac{4}{5}$	B	$\frac{5}{4}$
		(C)	$-\frac{4}{5}$	D	$-\frac{5}{4}$
(3)	ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين $(-2, 8), (-3, 9)$ يساوي	(A)	-1	B	0
		(C)	1	D	$-\frac{1}{5}$
(4)	ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين $(1, 12), (3, 6)$ يساوي	(A)	-1	B	-3
		(C)	3	D	1

معادلات الخط المستقيم

تعريف: الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم بدلالة الميل والجزء المقطع من محور الصادات هي $y = mx + b$ حيث m ميل المستقيم و b المقطع من محور الصادات y .

تعريف: الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (x_1, y_1) وميله يساوي m هي $y = m(x - x_1) + y_1$ ملاحظات (مهمة جداً):

(1) يكون المستقيمان متوازيان إذا كان ميل المستقيم الأول يساوي ميل الثاني أي أن: $m_1 = m_2$

(2) يكون المستقيمان متعامدان إذا كان حاصل ضرب ميل المستقيم الأول في الثاني يساوي -1

أي أن: $m_1 \times m_2 = -1$ وبمعنى آخر $m_1 = -\frac{1}{m_2}$

(3) معادلة محور السينات (محور x) هي $y = 0$

(4) معادلة محور الصادات (محور y) هي $x = 0$

(5) معادلة المستقيم الموازي لمحور السينات ويبعد عنه مقدار k هي $y = k$

(6) معادلة المستقيم الموازي لمحور الصادات ويبعد عنه مقدار h هي $x = h$

(1) معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(-2,8), (-3,9)$ هي	(A) $x + y = 10$	(B) $x - y = 10$	(C) $x + y = 6$	(D) $x - y = 6$
(2) معادلة المستقيم المار بالنقطة $(-1,2)$ وميله يساوي 3 هي	(A) $y = 3x - 5$	(B) $x = 3y - 5$	(C) $x = 3y + 5$	(D) $y = 3x + 5$
(3) الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم $2y - x = 6$ يساوي	(A) 6	(B) 2	(C) 3	(D) 1
(4) يتعامد المستقيمان إذا كان ميلهما متساوي	(A) صواب	(B) خطأ		
(5) معادلة محور x هي	(A) $x = 0$	(B) $x = 1$	(C) $y = 0$	(D) $y = 1$
(6) معادلة الخط المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(1,12), (3,6)$ هي	(A) $3x + y = 3$	(B) $3x + y = 15$	(C) $x + 3y = 18$	(D) $x + y = 18$
(7) معادلة محور y هي	(A) $x = 0$	(B) $y = 0$	(C) $y = x$	(D) $y = 1$
(8) معادلة الخط المستقيم الذي ميله -2 ويقطع جزءاً قدره -5 من محور y هي	(A) $y = -2x + 5$	(B) $y = -2x - 5$	(C) $y = 2x + 5$	(D) $y = -5x - 2$
(9) يتعامد المستقيمان إذا كان ميل الأول يساوي ميل الثاني	(A) صواب	(B) خطأ		
(10) ميل الخط المستقيم الموازي للمستقيم $y = -3x + 4$ يساوي	(A) $\frac{1}{3}$	(B) $-\frac{1}{3}$	(C) 3	(D) -3
(11) معادلة الخط المستقيم الذي ميله $\frac{1}{2}$ ويمر بالنقطة $(2,4)$ هي	(A) $2y - x - 10 = 0$	(B) $y - 2x - 6 = 0$	(C) $2y - x - 6 = 0$	(D) $2y + 2x + 10 = 0$

معادلات الدرجة الثانية

معادلات الدرجة الثانية تكون على الصورة $ax^2 + by + c = 0$ حيث a, b, c أعداد حقيقية ، $a \neq 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
 وحلها بالقانون العام

وما تحت الجذر ($b^2 - 4ac$) يسمى **المميز**، ويوجد ثلاث حالات للحل :

(1) إذا كان $b^2 - 4ac > 0$ فإن للمعادلة **جذران حقيقيان مختلفان** .

(2) إذا كان $b^2 - 4ac = 0$ فإن للمعادلة **جذران حقيقيان مكرران** .

(3) إذا كان $b^2 - 4ac < 0$ فليس للمعادلة **جذور حقيقية** .

1) مميز المعادلة $x^2 - 2x - 3 = 0$ يساوي 4			
A	صواب	(B) خطأ	
2) حل المعادلة $x^2 + 2x - 3 = 0$			
(A)	$x = 1, x = 3$	B	$x = 1, x = -3$
(C)	$x = -1, x = 3$	D	$x = -1, x = -3$
3) قيم x في المعادلة $x^2 + 2x = 0$ هي			
(A)	$x = 1, x = -2$	B	$x = 0, x = 2$
(C)	$x = 1, x = 2$	D	$x = 0, x = -2$
4) حل المعادلة $x^2 - 9 = 0$			
(A)	$x = 3$	B	$x = -3$
(C)	$x = 9$	D	$x = \pm 3$
5) حل المعادلة $x^2 - 25 = 0$ هو			
(A)	$x = 5, x = 0$	B	$x = 5, x = -5$
(C)	$x = 0, x = 25$	D	$x = -5, x = -5$
6) المميز للمعادلة $2x^2 + 2x + 5 = 0$ يساوي			
(A)	-10	B	36
(C)	30	D	-36
7) حل المعادلة $x^2 - 11x - 30 = 0$ هو			
(A)	$x = 6, x = -5$	B	$x = 6, x = 5$
(C)	$x = -6, x = 5$	D	$x = -6, x = -5$

المتباينات الخطية

حل المتباينات أو المتراجحات بنفس طريقة حل المعادلات ولكن في آخر خطوة نحدد فترة الحل مع ملاحظة انه في حالة القسمة على عدد سالب نغير اشارة المتراجحة .

(A) $(1, \infty)$	B $[-1, \infty)$	(C) $(-\infty, -1)$	D $(-\infty, -1]$	(١) حل المتراجحة $3x - 4 > 5x - 2$ هي
(A) $[3, \infty)$	B $(-\infty, 3)$	(C) $(3, \infty)$	D $(-\infty, 3]$	(٢) حل المتراجحة $3x - 9 \leq -x + 3$ هي
(A) $(4, \infty)$	B $(-\infty, 4)$	(C) $[4, \infty)$	D $(-\infty, 4]$	(٣) حل المتراجحة $2x - 3 \geq 5$ هو
(A) $(7, \infty)$	B $(-\infty, 7)$	(C) $[7, \infty)$	D $(-\infty, 7]$	(٤) حل المتراجحة $6x + 1 \geq 4x + 15$ هو

تدريس طلاب جامعة الملك عبدالعزيز وجامعة جدة و الجامعة العربية و جامعة العلوم
والتكنولوجيا (UBT) و الكلية التقنية و كلية الاتصالات و كلية ادارة الاعمال
مواد التدريس رياضيات ١١١ - الإحصاء ١١١ - رياضيات ١١٠ - رياضيات ٢٠٢
رياضيات ٢٠٣ رياضيات ٢٠٤ رياضيات ٢٠٥ وكذلك تدريس طلاب المدارس العالمية ()
International School) بالاضافة رياضيات المرحلة الثانوية من المستوى الأول الى السادس
سواء نظام فصلي أو مقررات

وكذلك مدرب قدرات لطلاب الثانوية وطلاب الجامعة وطلاب الدراسات العليا

calculus _ stat _ matrix _ sequence _ series

math 110 _ math 202 _ math203 _ math204 _ math205 _ math 206 _ math
207

توصيل المعلومة بكل يسر وسهولة والشرح بطريقة مبسطة و حل المسائل و عمل حصص مراجعة

لتغطه المنهج بالكامل في اقل

وقت ممكن مع خبرة ١٧ عام

الضرب الكارتيزي

يعرف حاصل الضرب الكارتيزي لمجموعتين A, B غير الخاليتين بأنه مجموعة الأزواج المرتبة (x, y) حيث $x \in A, y \in B$ ويرمز له بالرمز $A \times B$.

مثال: أوجد $A \times B$ ، $B \times A$ للمجموعتين $A = \{1, 2\}$ ، $B = \{a, b, c\}$

الحل: $A \times B = \{(1, a), (1, b), (1, c), (2, a), (2, b), (2, c)\}$

$B \times A = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2)\}$

ملاحظات (مهمة جداً):

(1) عدد عناصر $A \times B$ يساوي عدد عناصر A ضرب عدد عناصر B .

(2) $A \times B \neq B \times A$ ولكن عدد عناصر $A \times B$ يساوي عدد عناصر $B \times A$.

1	إذا كانت A و B مجموعتين غير خاليتين فإن $A \times B = B \times A$
A	صواب
B	خطأ
1	إذا كانت $A = \{a, b\}$ ، $B = \{1, 2\}$ فإن $A \times B = \{(1, a), (2, a)\}$
(A)	$\{(1, a), (2, a)\}$
B	$\{(1, 2), (a, b)\}$
(C)	$\{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2)\}$
(D)	$\{(1, a), (1, b), (2, a), (2, b)\}$
1	إذا كانت $A = \{4, 8, 9\}$ ، $B = \{a, b\}$ فإن $ A \times B = 6$
(A)	6
B	2
(C)	3
D	5

الدالة

تعريف: الدالة $f: X \rightarrow Y$ هي علاقة بين مجموعتين غير خاليتين X و Y بحيث يرتبط كل عنصر من المجموعة X بعنصر وحيد من المجموعة الثانية Y .

ملاحظات:

(1) المجموعة X تُسمى مجال الدالة f . ويرمز لها بالرمز D_f .

(2) المجموعة Y تُسمى بالمجال المقابل للدالة f .

(3) **المدى** عبارة عن المجموعة التي تحتوي على صور أو قيم عناصر المجال ، ويرمز لها بالرمز R_f ، حيث يمثل المدى مجموعة جزئية من المجال المقابل .

(١) إذا كانت $B = \{a, b, c, d\}$ ، $A = \{1, 2, 3, 4\}$ وكانت $f = \{(1, b), (2, b), (3, b), (4, d)\}$ دالة من A الى B فإن مدى الدالة هو

(A) $\{2, 3, 4\}$ (B) $\{b, d\}$ (C) $\{1, 2, 3, 4\}$ (D) $\{a, b, c, d\}$

(١) إذا كانت $B = \{a, b\}$ ، $A = \{2, 3, 4\}$ فأى من العلاقات التالية تمثل دالة من A الى B

(A) $\{(2, a), (3, a), (4, b)\}$ (B) $\{(2, a), (3, b)\}$ (C) $\{(2, a), (2, b), (3, a), (4, b)\}$ (D) $\{(a, 2), (b, 3)\}$

(١) مدى الدالة $f = \{(5, 1), (6, 2), (7, 2)\}$ هو

(A) $\{5, 6, 7\}$ (B) $\{1, 2, 5, 6, 7\}$ (C) $\{1, 2\}$ (D) غير ذلك

(1) مدى الدالة $\{(1, a), (2, b), (3, c)\}$ هو $\{1, 2, 3\}$

A صواب (B) خطأ

دالة كثيرات الحدود

تعريف: هي الدالة التي معادلتها على الصورة: $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ حيث $a_n \neq 0$ ، $a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$.
ملاحظات:

- درجة كثيرة الحدود هي أكبر درجة لوحدات المكونة لها (حيث n درجة كثيرة الحدود) .
- في حالة $n = 0$ تسمى **الدالة الثابتة** أو كثيرة حدود من **الدرجة الصفرية** .
- في حالة $n = 1$ تسمى **الدالة الخطية** أو كثيرة حدود من **الدرجة الأولى** .
- في حالة $n = 2$ تسمى **الدالة التربيعية** أو كثيرة حدود من **الدرجة الثانية** .
- في حالة $n = 3$ تسمى **الدالة التكعيبية** أو كثيرة حدود من **الدرجة الثالثة** .
- مجال جميع كثيرات الحدود هو جميع الأعداد الحقيقية $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$.

(١) الدالة $f(x) = x^3$ هي دالة

(A) ثابتة (B) خطية (C) تربيعية (D) تكعيبية

(١) درجة كثيرة الحدود $f(x) = 7x + x^2 + 5x^3$ هي

(A) 2 (B) 3 (C) 1 (D) 7

(1) الدالة $f(x) = \frac{5}{4}x^3 - 9x + 11$ تمثل كثيرة حدود .

A صواب (B) خطأ

(١) الدالة $f(x) = -6$ هي دالة

(A) ثابتة (B) خطية (C) تربيعية (D) تكعيبية

الدالة الكسرية

هي الدالة التي معادلتها على الصورة $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$ حيث $g(x), h(x)$ كثيرات حدود .

ملاحظة : مجال كثيرة الحدود هو جميع الأعداد الحقيقية ما عدا القيم التي تجعل المقام يساوي الصفر .

أي ان المجال هو { العدد الذي يجعل المقام يساوي الصفر } $\mathbb{R} - \{ \dots \}$

مجال الدالة $f(x) = \frac{7}{x-1}$ هو				
\mathbb{R} (A)	$\mathbb{R} - \{1\}$ B	$[0, \infty)$ (C)	$\mathbb{R} - \{0\}$ D	
مجال الدالة $f(x) = \frac{3}{x-1}$ هو				
$\{1\}$ (A)	$\{-1\}$ B	$\mathbb{R} - \{1\}$ (C)	$\mathbb{R} - \{-1\}$ D	

الدالة الجذرية

تعريف : هي الدالة التي معادلتها على الصورة $f(x) = \sqrt[n]{x}$ حيث $n > 1, n \in \mathbb{N}$

ملاحظات :

(1) مجال الدالة الجذرية في حالة n عدد فردي هو $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$

(2) مجال الدالة الجذرية في حالة n عدد زوجي هو ماتحت الجذر $0 \leq$

مجال الدالة $f(x) = \sqrt{x+4}$ هو				
$[-4, \infty)$ (A)	$(-4, \infty)$ B	$[4, \infty)$ (C)	$(4, \infty)$ D	
مجال الدالة $f(x) = \sqrt{x-4}$ هو				
\mathbb{R} (A)	$\mathbb{R} - \{4\}$ B	$[4, \infty)$ (C)	$(4, \infty)$ D	

العمليات على الدوال

إذا كان لدينا دالتين f, g فإن

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \quad (1)$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) \quad (2)$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x)g(x) \quad (3)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0 \quad (4)$$

(A) -5	B -3	(C) 5	D 3	(١) إذا كانت $f(x) = x^3 - 4$ فإن $f(-1) =$
(A) 10	B -1	(C) 9	D 8	(١) إذا كانت $f(x) = x^3 + 9$ فإن $f(-1) =$
(A) $3x + 2$	B $3x + 8$	(C) $9x + 2$	D $3x + 5$	(١) إذا كانت $f(x) = 6x + 5$, $g(x) = 3x - 3$ فإن $(f - g)(x) =$

الدوال الزوجية والدوال الفردية

تعريف :

- تسمى الدالة $f(x)$ دالة زوجية إذا كانت $f(-x) = f(x)$ لكل x في مجال f .
- تسمى الدالة $f(x)$ دالة فردية إذا كانت $f(-x) = -f(x)$ لكل x في مجال f .

ملاحظات (مهمة جداً) :

- منحنى الدالة الزوجية متماثل حول محور y .
- منحنى الدالة الفردية متماثل حول نقطة الأصل.

(A) صواب	(B) خطأ	(١) الدالة $f(x) = 5x$ هي دالة فردية
(A) صواب	(B) خطأ	(١) منحنى الدالة الفردية متماثل حول محور السينات
(A) زوجية	B فردية	(١) الدالة $f(x) = x^4 + 7x^2 + 3$ تكون
(C) ليست فردية وليست زوجية		

الدالة الأسية العامة

تعريف : الدالة الأسية العامة هي الدالة التي معادلتها على الصورة $f(x) = a^x$ حيث a عدد حقيقي موجب غير الواحد يسمى a بالأساس والمتغير x هو الأس .

(A) صواب	(B) خطأ	(١) الدالة $f(x) = x^6$ تمثل دالة أسية .
----------	---------	--

(١) حل المعادلة $2^{3x-2} = 8$ هو

- (A) $\frac{1}{3}$ B $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ D $\frac{5}{3}$

(١) قيمة x في المعادلة $5^{3x-3} = 125$ هي $x = 2$

- A صواب (B خطأ)

الدالة اللوغاريتمية العامة

تعريف: هي الدالة التي معادلتها على الصورة $f(x) = \log_a x \Leftrightarrow x = a^y$ حيث يسمى a أساس الدالة اللوغاريتمية وهو عدد موجب لا يساوي واحد.

(١) إذا كانت $\log_5 x = 2$ فإن قيمة x تساوي

- (A) 10 B 25 (C) 32 D 7

الدالة اللوغاريتمية الطبيعية

تعريف: هي الدالة التي على الصورة $f(x) = \ln(x)$

ملاحظة: إذا كان الأساس 10 على الصورة $\log_{10} x$ ويكتب دون كتابة الأساس $\log x$.

(١) الدالة $f(x) = \ln(x)$ هي دالة لوغاريتمية طبيعية

- A صواب (B خطأ)

خصائص اللوغاريتمات

إذا كانت a, y, x أعداد حقيقية موجبة، حيث $a \neq 1$ فإن:

(1) خاصية الضرب $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

(2) خاصية القسمة $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

(3) خاصية القوة $\log_a x^m = m \log_a x$

(4) لوغاريتم الواحد $\log_a 1 = 0$

(5) لوغاريتم الأساس $\log_a a = 1$

(6) تحويل الصورة اللوغاريتمية الى الصورة الأسية $\log_a x = y \Leftrightarrow a^y = x$

$\log_2 16 + \log_7 49 =$	(A) 2	B 4	(C) 6	D 8
$\log(a \times b) = \log a \times \log b$	(1)			
	A صواب	(B) خطأ		
حل المعادلة $\log_3 x = 2$ هو	(A) 5	B 6	(C) 8	(D) 9
$\log 1 = 1$	(1)			
	A صواب	(B) خطأ		
إذا كانت $\log_5(x) = 2$ فإن قيمة x تساوي	(A) 10	B 25	(C) 32	D 7
$\log(9) + \log(8) =$	(A) -1	B 5	(C) 4	D $\log_6(72)$
$\log_8(8) = 0$	(1)			
	A صواب	(B) خطأ		

المتتابعات

تعريف: المتتابعة هي مجموعة من الأعداد مرتبة في نمط محدد أو ترتيب معين ويسمى كل عدد في المتتابعة حداً .

المتابعة الحسابية

تعريف: هي متتابعة كل حد فيها يساوي الحد السابق مضافاً إليه مقدار ثابت يسمى الأساس ويرمز له بالرمز d .

$$d = a_{n+1} - a_n \text{ أي أن :}$$

ملاحظة: إذا كان الفرق ثابت بين كل حد تعتبر متتابعة حسابية ، أما إذا كان الفرق غير ثابت فتكون المتتابعة ليست حسابية .

المتتابعة $3, 6, 9, 12, \dots$ هي متتابعة حسابية	(1)			
	A صواب	(B) خطأ		
المتتابعة $7, 12, 16, 20, \dots$ هي متتابعة حسابية	(1)			
	A صواب	(B) خطأ		

المتابعة الهندسية

تعريف: هي متابعة كل حد فيها يساوي الحد السابق مضروب في عدد ثابت حقيقي يسمى الأساس ويرمز له بالرمز r .
ملاحظة: إذا كانت النسبة بين كل حدين متتالين متساوية فإن المتابعة هندسية أما إذا كانت النسبة بين كل حدين غير متساوية ، فإن المتابعة ليست هندسية .

1	المتابعة 3,6,12,24,... هي متابعة هندسية .	A	صواب
		(B)	خطأ
1	المتابعة 1,3,7,15,... هي متابعة هندسية .	A	صواب
		(B)	خطأ

التناسب

الأعداد a, b, c, d تكون متناسبة إذا تحقق الشرط $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ أي أن $a \times d = b \times c$

قاعدة : عند تقسيم عدد p إلى النسبة $m : n$ تقوم بالتالي :

(1) نقسم العدد الكلي p على مجموع النسب $m + n$ ينتج عدد وليكن q أي أن : $\frac{p}{m+n} = q$

(2) النسبة المطلوبة بنفس ترتيب $m : n$ هي : $m \times q$, $n \times q$

1	إذا كانت $x, 1, 7, 3$ أعداد متناسبة ، فإن قيمة x تساوي	A	7
		(B)	3
		(C)	$\frac{7}{3}$
		D	$\frac{3}{7}$
1	عند تقسيم العدد 300 بنسبة 2 : 4 فتكون الأعداد هي	A	150,300
		(B)	200,100
		(C)	100,200
		D	125,175
1	الأعداد 4,5,8,10 تكون متناسبة .	A	صواب
		(B)	خطأ

النسبة المئوية

قاعدة ايجاد النسبة المئوية : وذلك بضرب الكسر في 100 والنتيجة يتبع بالرمز % .

قاعدة الزيادة والنقصان : الزيادة والنقصان لنسبة مئوية x

(1) نوجد مقدار الخصم أو الزيادة ويساوي $\frac{x}{100} \times \text{المبلغ}$

(2) في حالة الخصم نطرح المقدار من المبلغ وفي حالة الزيادة نضيف المقدار إلى المبلغ .

(١) إذا كان راتب عامل هو 6,000 ريال وحصل على زيادة بمقدار 20% من راتبه ، فإن راتبه الجديد هو
 (A) 7,000 ريال (B) 7,200 ريال (C) 7,400 ريال (D) 7,600 ريال

(١) إذا كان راتب عامل هو 3000 ريال فإذا حصل على زيادة بمقدار 25% من راتبه ، فإن الراتب الجديد هو
 (A) 2250 (B) 3750 (C) 3450 (D) 3550

(١) الكسر $\frac{1}{5}$ يكافئ النسبة المئوية
 (A) 20% (B) 40% (C) 50% (D) 10%

مقدار الزكاة

مقدار الزكاة هو 2.5% أو $\frac{25}{1000}$ أو $\frac{1}{40}$ ومقدار النصاب 92 جراماً من الذهب .

(١) مقدار زكاة المال على مبلغ قدره 90000 ريال حال عليه الحول هو
 (A) 2150 (B) 2300 (C) 2250 (D) 2000

(١) إذا كانت زكاة مبلغ من المال هي 400 ريال فإن المبلغ المدخر هو
 (A) 12000 (B) 14000 (C) 16000 (D) 18000

مسائل الفرائض

نموذج (1) : مات رجل وترك زوجة وأم وأب وأولاد (على الأقل ابن واحد)

النصيب	الوارث
$\frac{1}{8}$	الزوجة
$\frac{1}{6}$	الأم
$\frac{1}{6}$	الأب
باقي التركة بشرط أن يرث الذكر مثل حظ الأنثيين	الأولاد

نموذج (2) : مات رجل وترك زوجة وأولاد (على الأقل ابن واحد)

النصيب	الوارث
$\frac{1}{8}$	الزوجة
باقي التركة بشرط أن يرث الذكر مثل حظ الأنثيين	الأولاد

نموذج (3) : ماتت امرأة وتركت زوج و أم وأب وأولاد (على الأقل ابن واحد)

النصيب	الوارث
$\frac{1}{4}$	الزوج
$\frac{1}{6}$	الأم
$\frac{1}{6}$	الأب
باقي التركة بشرط أن يرث الذكر مثل حظ الأنثيين	

نموذج (4) : ماتت امرأة وتركت زوج وأولاد (على الأقل ابن واحد)

النصيب	الوارث
$\frac{1}{4}$	الزوج
باقي التركة بشرط أن يرث الذكر مثل حظ الأنثيين	

(1) توفي رجل وترك ميراثاً قدره 90000 ريال وترك أم وأب وزوجة وابن فإن نصيب الأم	(A) 45000	(B) 15000	(C) 11250	(D) 20000
(1) توفي رجل وترك مالاً قدره 360000 ريال وترك زوجة وأماً وأباً وابنان وبناتان فإن نصيب الزوجة هو 44000 ريال . (علماً بأن مقدار نسبة نصيب الزوجة من الإرث هو الثمن)	A صواب	(B خطأ		
(1) توفي رجل وترك مالاً قدره 240000 ريال وترك زوجة وأماً وأباً وابنان وبناتان فإن نصيب الزوجة هو 60000 ريال . (علماً بأن مقدار نسبة نصيب الزوجة من الإرث هو الثمن)	A صواب	(B خطأ		

ادعو الله أن يتقبل هذا العمل وينتفع منه الجميع مع

دعائي لكم بالتوفيق والسداد في كل اختباراتكم .