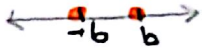
2.5 Absolute Value Equations and Inequalities

معادلات ومتباينات القيمة المطلقة.

$|a|$ ⇒ distance between 0 and a on number line

« القيمة المطلقة للعدد a تعني المسافة بين العدد a ، 0 على خط الأعداد »

حالات القيمة المطلقة في حالة $(k>0)$ « k عدد موجب فقط »

	①	②	③	④
الحالة	$\|x\| = k$ معادلة	$\|x\| < k$ متباينة	$\|x\| > k$ متباينة	$\|a\| = \|b\|$ معادلة
معناها	$x=k$ or $x=-k$	$-k<x<k$	$x<-k$ or $x>k$	$a=b$ or $a=-b$
تمثيلها على خط الأعداد				
مجموعة الحل Solution set	لحالها عندما معادلة فإن مجموعة الحل تكون عبارة عن نقاط $\{-k,k\}$ * نستخدم قوس المجموعة للتعبير عن مجموعة حل المعادلة.	لحالها عندنا متباينة فإن مجموعة الحل تكون عبارة عن فترات. $(-k,k)$	$(-\infty,-k)\cup(k,\infty)$	هنا معادلة ∴ مجموعة الحل نقاط $\{-b,b\}$
Example مثال	$\|x\| = 3$ $x=-3$ or $x=3$ solution set $\{-3,3\}$	$\|x\| < 3$ $-3<x<3$ solution set $(-3,3)$	$\|x\| > 3$ $x<-3$ or $x>3$ solution set $(-\infty,-3)\cup(3,\infty)$	$\|x\| = \|3\|$ $x=3$ or $x=-3$ $\{-3,3\}$
		في حالة $\|x\| \leq k$ $-k \leq x \leq k$ $[-k,k]$	في حالة $\|x\| \geq k$ $x \leq -k$ or $x \geq k$ $(-\infty,-k]\cup[k,\infty)$	

Scanned by CamScanner

Example 1. p. (81) Solve حل

(a) $|5-3x| = 12$

هنا عندنا معادلة ← نستخدم الحالة الأولى.

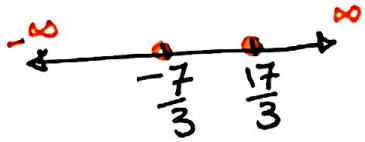
$5-3x = 12$ or $5-3x = -12$

$-3x = 12-5$, $-3x = -12-5$

$-3x = 7$, $-3x = -17$

$x = \frac{-7}{3}$, $x = \frac{17}{3}$

∴ Solution set $\left\{-\frac{7}{3}, \frac{17}{3}\right\}$



عند رسم الخط الأعداد نضع فقط نقاط
لا نرسم عبارة عن معادلة.
* ممنوع نضع فترة في المعادلة.

(b) $|4x-3| = |x+6|$

هنا معادلة على الصورة (4) ← نستخدم الحالة الرابعة

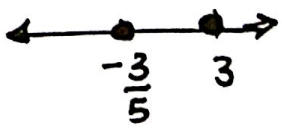
$4x-3 = x+6$ or $4x-3 = -(x+6)$

$4x-x = 6+3$, $4x+x = -6+3$

$3x = 9$ $5x = -3$

$x = 3$ $x = -\frac{3}{5}$

∴ Solution set $\left\{-\frac{3}{5}, 3\right\}$



Scanned by CamScanner

HW1 · p.(81) Solve

(a) $|2x+1|<7$

هنا عندنا متباينة ← الحالة الثانية

$-7 < 2x+1 < 7$

بإضافة (-1) لجميع الأطراف.

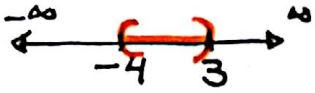
$-7-1 < 2x+1-1 < 7-1$

$-8 < 2x < 6$

$\frac{-8}{2} < x < \frac{6}{2}$

$-4 < x < 3$

Solution set $(-4, 3)$



هنا مجموعة الحل عبارة عن فترة لأن عندنا متباينة.

(b) $|2x+1|>7$

متباينة ← الحالة الثالثة.

$2x+1<-7$ or $2x+1>7$

$2x<-7-1$

$2x<-8$

$x<\frac{-8}{2}$

$x<-4$

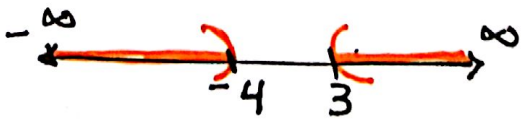
$2x>7-1$

$2x>6$

$x>\frac{6}{2}$

$x>3$

Solution set $(-\infty,-4)\cup(3,\infty)$



Scanned by CamScanner

Example 2. p.(82) Solve:

$$|2-7x| - 1 > 4$$

(+1)

أولاً: ننقل الحد الثابت إلى الطرف الآخر

$$|2-7x| > 4+1$$

$$|2-7x| > 5$$

هنا متباينة من الحالة الثانية.

$$2-7x < -5 \quad \text{or} \quad 2-7x > 5$$

$$-7x < -5-2 \qquad -7x > 5-2$$

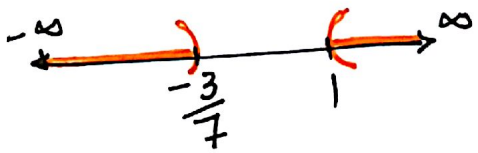
$$-7x < -7 \qquad -7x > 3$$

بالقسمة على -7 تنعكس إشارة المتباينة

$$x > 1 \qquad x < \frac{-3}{7}$$

بالقسمة على -7 تنعكس إشارة المتباينة

Solution set $(-\infty, -\frac{3}{7}) \cup (1, \infty)$



* هذه حفظة للحلول ..

① جميع الحالات السابقة تكون في حالة k أكبر من صفر فقط

"k عدد موجب"

② الصيغة المطلقة دائماً موجبة أو تساوي صفر.

③ في حالة : k عدد سالب أو يساوي صفر نرسم كما لتالي ←

Scanned by CamScanner

في حالة $k \geq 0$ « عدد سالب أو يساوي صفر »

⑦ عدد سالب
$|x| < k$
حيث k عدد سالب
والقيمة المطلقة دائماً موجبة
فإن المتباينة غير متحققة
يوجد تعارض.
مستحيل أن تكون القيمة المطلقة أقل من عدد سالب.
∴ مجموعة الحل ϕ.

Example
$|x| < -3$
تعارض
Solution set
ϕ.
لا يوجد حل.
no solution

⑥ عدد سالب
$|x| > k$
حيث k عدد سالب
والقيمة المطلقة دائماً موجبة
فإن المتباينة متحققة لجميع قيم x.
∴ مجموعة الحل جميع الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$
Solution set $\mathbb{R}$

Example:
$|x| > -3$
Solution set
$\mathbb{R}$ « All real numbers »

⑤
$|x| = 0$
ما بداخل القيمة المطلقة = صفر
$x = 0$
Solution set
$\{0\}$

HW2 p.(82) Solve:

(a) $|2-5x| \geq -4$

① في حالة $|2-5x| = -4$ هذه مستحيلة. لأنه مستحيل أن تكون القيمة المطلقة تساوي عدد سالب.

② في حالة $|2-5x| > -4$ ⟸ من خلال الحالة (6) أعلاه فإن المتباينة متحققة لجميع الأعداد الحقيقية. دائماً القيمة المطلقة أكبر من جميع الأعداد السالبة

⟸ Solution set $\mathbb{R}$. « All real numbers »

(b) $|4x-7| < -3$

استحالة أن تكون القيمة المطلقة أقل من عدد سالب. من الحالة (7)
تعارض = contradiction

⟸ Solution set ϕ « no solution »

Scanned by CamScanner

(c) $|5x+15|=0$ معادلة

من الحالة (5) ⟵ ما بداخل المعيّة المطلقة = صفر .

$5x+15=0$

$5x=-15$

$x=\frac{-15}{5}$

$x=-3$

∴ Solution set $\{-3\}$

Distance between Points:

المسافة بين النقط a ، b .

if we have two points a ، b then the distance between a and b can be given as:

$|a-b|$ or $|b-a|$

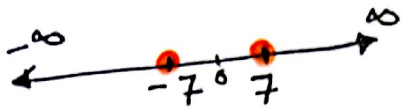
Scanned by CamScanner

Exercises 2.5 : P.(83)

① $|x| = 7$ من خلال الحالة الأولى.

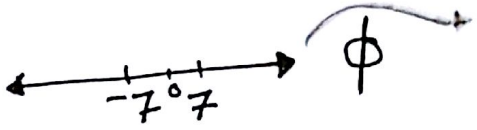
$x = -7$ or $x = 7$

Solution set $\{-7, 7\}$



② $|x| = -7 \Rightarrow$ مستحيل أن تكون القيمة المطلقة تساوي عدد سالب.

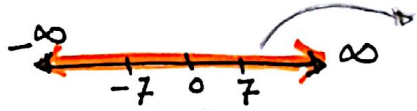
Solution set ϕ



لا يوجد حل

③ $|x| > -7 \Rightarrow$ دائماً القيمة المطلقة أكبر من الأعداد السالبة

Solution set $\mathbb{R}$

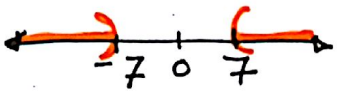


جميع الأعداد عدا فقط الأعداد

④ $|x| > 7 \Rightarrow$ من الحالة (3)

$x < -7$ or $x > 7$

Solution set $(-\infty, -7) \cup (7, \infty)$



⑤ $|x| < 7 \Rightarrow$ من الحالة (2)

$-7 < x < 7$

Solution set $(-7, 7)$

⑥ $|x| \geq 7 \Rightarrow$ من الحالة (3)

$x \leq -7$ or $x \geq 7 \Rightarrow$ Solution set $(-\infty, -7] \cup [7, \infty)$

⑦ $|x| \leq 7 \Rightarrow$ من الحالة (2)

$-7 \leq x \leq 7 \Rightarrow$ Solution set $[-7, 7]$

Scanned by CamScanner

(8) $|x| \neq 7$

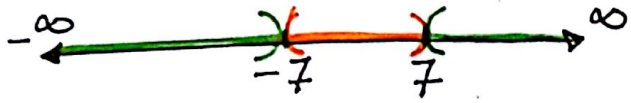
العبارة المطلقة لا تساوي 7 تعني ان العبارة المطلقة أكبر من 7 أو العبارة المطلقة أقل من 7

$|x| > 7$ or $|x| < 7$

من الحالة (3) من الحالة (2)

$x < -7$ or $x > 7$ $\quad -7 < x < 7$

$(-\infty, -7) \cup (7, \infty)$ $\quad (-7, 7)$



(9) Solve $|3x - 1| = 2$ من الحالة (1)

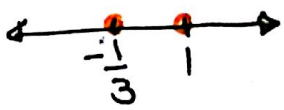
$3x - 1 = 2$ or $3x - 1 = -2$

$3x = 2 + 1$, $3x = -2 + 1$

$3x = 3$, $3x = -1$

$x = 1$ $\quad x = -\frac{1}{3}$

∴ Solution set $\{-\frac{1}{3}, 1\}$



(15) $|4 - 3x| = |2 - 3x|$ من الحالة (4)

$4 - 3x = 2 - 3x$ or $4 - 3x = -(2 - 3x) = -2 + 3x$

$-3x + 3x = 2 - 4$, $-3x - 3x = -2 - 4$

$0 = -2$ $\quad -6x = -6$

تعارض $\quad x = 1$

∴ Solution set $\{1\}$

Scanned by CamScanner

(18) $|2x+5|<3$ من الحالة (2)

بإضافة (-5) لجميع الأطراف

$-3 < 2x+5 < 3$

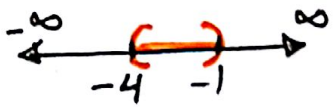
$-3-5 < 2x+5-5 < 3-5$

$-8 < 2x < -2$

$\frac{-8}{2} < x < \frac{-2}{2}$

$-4 < x < -1$

Solution set $(-4,-1)$



(37) $|3x+2|>0$ من الحالة (3)

$3x+2>0$ or $3x+2<0$

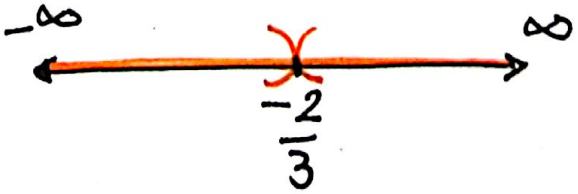
$3x>-2$ $3x<-2$

$x>\frac{-2}{3}$ $x<\frac{-2}{3}$

Solution set $(-\infty, \frac{-2}{3}) \cup (\frac{-2}{3}, \infty)$

$R-\{\frac{-2}{3}\}$ هذه الفترة نستطيع كتابتها بالشكل

يعني جميع الاعداد الحقيقية تحقق المتباينة ماعدا العدد $\frac{-2}{3}$



Scanned by CamScanner