نوّاس الفتلِ غيرُ المُتخامد

تعريفه: جسم صلب متجانس (ساق أو قرص) معلق من مركزه يهتز في مستوٍ أفقي حول سلك فتل شاقولي ثابت فتله k بتأثير عزم مزدوجة الفتل.

دراسة حركةِ نوّاس الفتل:

القوى الخارجيّة المؤثّرة في الساق: قوّة الثقل $\vec{W}$، قوّة التوتر $\vec{T}$.

عندما نُدير الساق زاوية θ عن وضع توازنها في مستوٍ أفقيٍ تنشأ في السلك مزدوجة فتل $\vec{\eta}$ تقاوم عمليّة الفتل تعمل على إعادة الساق إلى وضع توازنها عزمُها هو عزم إرجاع يتناسب طرداً مع زاوية الفتل θ ويعاكسها بالإشارة

$$\Gamma_{\vec{\eta}/\Delta} = -k\theta$$

ملاحظة: يُعطى ثابتُ فتل السلك بالعلاقة: $K=K'\frac{(2r)^4}{l}$

k' ثابت يتعلّق بنوع مادّة السلك، $2r$ قطر السلك، l طول السلك.

حيث k ثابت فتل السلك تقاس بـ : $m.N.rad^{-1}$

بتطبيق العلاقة الأساسيّة في التحريك الدوراني حول محور Δ منطبق على سلك الفتل الشاقولي:

$$\sum \Gamma_\Delta = I_\Delta \bar{\alpha}$$

حيثُ I_Δ عزمُ عطالة الساقِ حول محور الدوران Δ (السلك)

$\bar{\alpha}$ التسارع الزاوي

$$\Gamma_{\vec{W}/\Delta} + \Gamma_{\vec{T}/\Delta} + \Gamma_{\vec{\eta}/\Delta} = I_\Delta \alpha \; .... (1)$$

إنّ عزم كلٍ من قوّة الثقل $\vec{W}$ وقوّة التوتر $\vec{T}$ معدوم لأنّ:

حامل كلٍ منهما منطبقٌ على محور الدوران Δ .

عزمُ مزدوجة الفتل : $\Gamma_{\vec{\eta}/\Delta} = -K\bar{\theta}$.

$$0 + 0 = -k\bar{\theta} = I_\Delta \bar{\alpha}$$

$$-k\bar{\theta} = I_\Delta (\bar{\theta})''_t$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\frac{k}{I_\Delta}\bar{\theta} \; .... (2)$$

المعادلةُ (2) هي معادلةٌ تفاضليّةٌ من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبيّاً من الشكل:

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

وللتحقّق من صحة الحلّ نشتقّ مرّتين بالنسبة بالزمن:

$$\bar{\omega} = (\bar{\theta})'_t = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \varphi)$$
$$\alpha = (\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2\bar{\theta} \; ...... (3)$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{I_\Delta} \; .... (4)$$

بموازنة العلاقتين (2) و (3) نجد: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} > 0$

وهذا ممكن لأنّ: I_Δ، k موجبان أي أنّ

حركة نوّاس الفتل جيبيّة دورانيّة توافقيّة بسيطة تابعها الزمني من الشكل:

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$\bar{\theta}$: المطال الزاوي في اللحظة t واحدته rad .

θ_{max} : المطال الزاوي الأعظمي (السعة الزاويّة) واحدته rad .

ω_0: النبض الخاصّ بالحركة واحدتهُ $rad.s^{-1}$.

$\bar{\varphi}$: الطور الابتدائي للحركة واحدتهُ rad .

دورُ نوّاس الفتل:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} \Rightarrow \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

استنتج دور نواس الفتل :

- لا يتعلّقُ بالسعة الزاويّة للحركة θ_{max} .
- يتناسبُ طرداً مع الجذر التربيعيّ لعزم عطالة جملة النوّاس حول محور الدوران (سلك الفتل) .
- يتناسبُ عكساً مع الجذر التربيعيّ لثابت فتل السلك .

أجرّب وأستنتج:

- لا تتغيّرُ قيمةُ الدّورِ الخاصّ لنوّاس الفتل بتغيّرِ السعةِ الزاويّة للحركة .
- يزدادُ الدورُ الخاصُّ لنوّاس الفتل بزيادة عزم عطالة الجملة .
- ينقصُ الدورُ الخاصُّ لنوّاس الفتل بنقصان طول سلك الفتل .

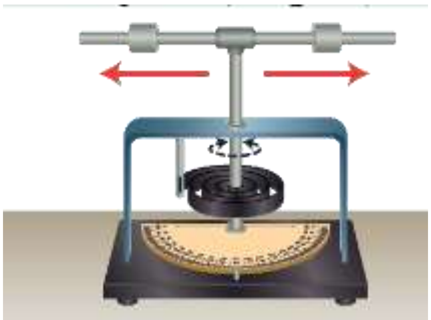
التشابهُ الشكليُّ بين النوّاس المرن ونوّاس الفتل:

نواس مرن	نواس فتل
حركة جيبية انسحابية	حركة جيبية دورانية
المطال $\bar{x}$	مطال زاوي $\bar{\theta}$
السرعة $\bar{v} = (\bar{x})'_t$	السرعة الزاوية: $\omega = (\bar{\theta})'_t$
التسارع $\bar{a} = (\bar{x})''_t$	التسارع الزاوي: $\bar{\alpha} = (\bar{\theta})''_t$
ثابت الصلابة k	ثابت الفتل k
قوة الإرجاع F	عزم الإرجاع Γ
الطاقة الكامنة المرونية: $E_P = \frac{1}{2}kX^2$	الطاقة الكامنة المرونية: $E_P = \frac{1}{2}k\theta^2$
الطاقة الحركية: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$	الطاقة الحركية: $E_k = \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2$
الطاقة الميكانيكية: $E = \frac{1}{2}kX^2_{max}$	الطاقة الميكانيكية: $E = \frac{1}{2}k\theta^2_{max}$

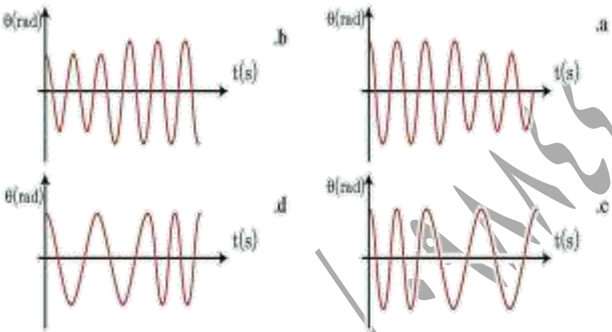
اختبر نفسي:

أولا: اخترِ الإجابةَ الصحيحةَ فيما يأتي:

1- يهتزُّ نوّاس فتل بدور خاصّ T_0 في لحظة ما أثناء حركته ابتعدت الكتلتان عن محور الدوران بالمقدار نفسِه كما هو موضّحُ بالشكل



فالرسمُ البيانيُّ الذي يعبّرُ عن تغيّر المطال مع الزمن



في هذه الحالة هو: الإجابة الصحيحة: (c)

التوضيح: بازدياد البعد بين الكتلتين يزداد عزم عطالة جملة النواس وبالتالي سيزداد الدور (أي ينقص التواتر) .

2- ميقاتيّة تعتمدُ في عملها على نوّاس فتل كما في الشكل

ولتصحيح التأخير الحاصل بالوقت فيها، قدّم الطلاب مقترحاتهم، فإنّ الاقتراح الصحيح هو:

a. زيادةُ طول سلك الفتل بمقدار ضئيل.

b. زيادة كتلة القرص مع المحافظة على قطره.

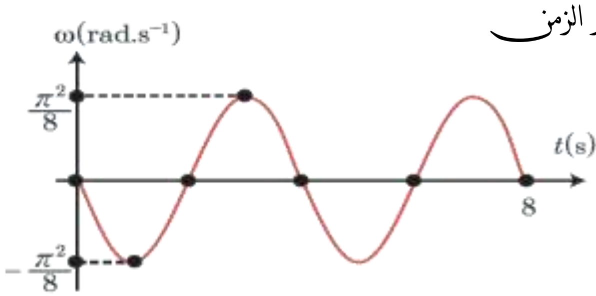
c. إنقاصُ طول سلك الفتل بمقدار ضئيل.

d. زيادةُ قطر القرص مع المحافظة على كتلته.

الإجابة الصحيحة: (C) إنقاص طول سلك الفتل بمقدار ضئيل.

التوضيح: التأخير بالوقت يعني الدور أكبر من 2s ويجب إنقاصه لذا يجب إنقاص طول سلك الفتل بمقدار ضئيل.

3– يمثّلُ الرسمُ البياني المجاورُ تغيّراتِ السرعة الزاويّة لنوّاس فتل بتغيّر الزمن



فإنّ تابع السرعة الزاويّة الذي يمثّله هذا المنحني هو:

a. $\bar{\omega} = \frac{\pi^2}{8}\sin 3\pi t$

b. $\bar{\omega} = -\frac{\pi^2}{8}\sin 2\pi t$

c. $\bar{\omega} = +\frac{\pi^2}{8}\sin \frac{\pi}{2} t$

d. $\bar{\omega} = -\frac{\pi^2}{8}\sin \frac{\pi}{2} t$

الإجابة الصحيحة: (d)

التوضيح: من الشكل نجد: $\omega_{max} = \frac{\pi^2}{8}\,\mathrm{rad.s^{-1}}$

$$2T_0 = 8 \Rightarrow T_0 = 4\ s$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\,\mathrm{rad.s^{-1}}$$

نعوض شروط البدء $(t = 0 \text{ ، } \omega = 0)$ في التابع الزمني للسرعة الزاويّة:

$$\bar{\omega} = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega t + \bar{\varphi})$$
$$0 = -\omega_0\theta_{max}\sin(0 + \bar{\varphi})$$

$$\sin(\bar{\varphi}) = 0 \Rightarrow \varphi = 0 \text{ أو } \pi\ rad$$

نختار الحل الذي يجعل السرعة سالبة من أجل زمن $t=\frac{T_0}{4}$

إما: الحل $\bar{\varphi} = 0\,rad$ مقبول لأنه **يحقق السرعة سالبة** في اللحظة $t = \frac{T_0}{4} = 1s$

$$\omega = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \Rightarrow$$
$$\bar{\omega} = -\frac{\pi}{2}\times\frac{\pi}{4}\sin\left(\frac{\pi}{2}.1 + 0\right) = -\frac{\pi^2}{8}\ rad.s^{-1}$$

أو: الحل $\bar{\varphi} = \pi\,rad$ مرفوض لأنه **يحقق السرعة موجبة** في اللحظة $t = \frac{T_0}{4} = 1s$

$$\bar{\omega} = -\frac{\pi}{2}\times\frac{\pi}{4}\sin\left(\frac{\pi}{2}.1 + \pi\right) = +\frac{\pi^2}{8}\ rad.s^{-1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{\omega} = -\frac{\pi^2}{8}\sin\frac{\pi}{2}t}$$

ثانياً) أجبْ عن الأسئلةِ الآتيةِ:

1_ انطلاقاً من مصونيّة الطاقة الميكانيكيّة برهن أنّ حركة نوّاس الفتل حركةٌ جيبيّةٌ دورانيّة.

$$E_{tot} = E_p + E_k = const$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2}k\theta^2 + \frac{1}{2}I_\Delta\omega^2$$

نشتق طرفي العلاقة بالنسبة للزمن:

$$0 = \frac{1}{2}k\,2(\bar{\theta}.\bar{\omega}) + \frac{1}{2}I_\Delta 2(\bar{\omega}.\bar{\alpha})$$

$0=\omega\,(k\theta + I_\Delta\bar{\alpha})$ لكن $\omega \neq 0$

$$0 = k(\bar{\theta}) + I_\Delta(\bar{\theta})''_t$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\frac{K}{I_\Delta}(\bar{\theta}) \ldots\ldots\ldots (1)$$

نشتق التابع مرتين بالنسبة للزمن:

$$(\bar{\theta})'_t = \bar{\omega} = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{\theta})''_t = \bar{\alpha} = -\omega_0^2\theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{\theta})''_t = -\omega_0^2\bar{\theta} \quad \ldots\ldots\ldots(2)$$

بالمقارنة بين (1) و (2) نجد أن: $\omega_0^2 = \frac{k}{I_\Delta}$

ومنه: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}}$ وهذا محقق لأن k, I_Δ موجبان

ودوره $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$ وبالتالي حركة نواس الفتل حركة جيبية دورانية توافقية بسيطة.

2- نعلق ساقين متماثلتين بسلكي فتل متماثلين طول الأول l_1 وطول الثاني l_2 فإذا علمت أن: $T_{0_1} = 2T_{0_2}$، أوجد العلاقة بين طولي السلكين.

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k'\frac{(2r)^4}{l}}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta\, l}{k'(2r)^4}}$$

$$T_0 = const\sqrt{l}$$

$$\frac{T_{0_1}}{T_{0_2}} = \frac{const\sqrt{l_1}}{const\sqrt{l_2}}$$

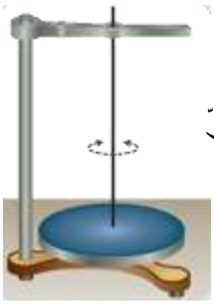
$$\frac{2T_{0_2}}{T_{0_2}} = \sqrt{\frac{l_1}{l_2}} \text{ (بالتربيع) } \Rightarrow \frac{4}{1} = \frac{l_1}{l_2} \Rightarrow l_1 = 4l_2$$

ثالثاً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى: يتألف نوّاس فتل من قرصٍ متجانسٍ كتلته $m = 2\ kg$، نصف قطره $r = 4\ cm$ معلّقٌ من مركزه إلى سلك فتل شاقوليٍّ ثابت فتله $k = 16 \times 10^{-3} m.N.rad^{-1}$

نُدير القرص في مستوٍ أفقيٍّ زاوية $\theta = +\frac{\pi}{4} rad$ عن وضع توازنه، ونتركه دون سرعةٍ ابتدائيّةٍ في اللحظة $t = 0$.

المطلوب:



1) احسب الدورَ الخاصّ للنوّاس.

2) استنتج التابعَ الزمنيَّ للمطال الزاويّ انطلاقاً من شكله العام.

3) احسب الطاقة الكامنة في وضع مطاله الزاويّ $\theta = \frac{\pi}{8} rad$، ثم احسب الطاقة الحركيّة عندئذٍ.

(عزم عطالة قرص حول محور عموديّ على مستويه ومار من مركزه $I_{\Delta/C} = \frac{1}{2}mr^2$)

الحل: 1)

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$$

$$I_\Delta = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2} \times 2(4 \times 10^{-2})^2$$

$$= 16 \times 10^{-4}\ Kg.m^2$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{16 \times 10^{-4}}{16 \times 10^{-3}}} \Rightarrow T_0 = 2s$$

2) استنتاج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقا من شكله العام: إيجاد ثوابت الحركة (ω_0، θ_{max}، $\bar{\varphi}$):

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

السعة الزاوية: $\theta_{max} = \frac{\pi}{4}\,rad$ لأن القرص تُرك دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$.

النبض الخاص: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2} = \pi rad.s^{-1}$

لإيجاد الطور الابتدائي نعوض شروط البدء في التابع الزمني: ($\theta = +\frac{\pi}{4}\,rad$ ، $t = 0$):

$$\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}\cos(0 + \bar{\varphi}) \Rightarrow \cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0\,rad$$

نعوض ثوابت الحركة في التابع الزمني للمطال الزاوي:

$$\bar{\theta} = \frac{\pi}{4}\cos(\pi t)$$

2) حساب الطاقة الكامنة والطاقة الحركية في وضع مطاله الزاوي: $\theta = \frac{\pi}{8}\,rad$

$$E_p = \frac{1}{2}k\theta^2 = \frac{1}{2} \times 16 \times 10^{-3} \times (\frac{\pi}{8})^2$$

$$E_p = \frac{1}{8} \times 10^{-2}\,J$$

$$E_{tot} = E_p + E_k \Rightarrow E_k = E_{tot} - E_p$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2}k\theta_{max}^2 = \frac{1}{2} \times 16 \times 10^{-3}(\frac{\pi}{4})^2$$

$$E_{tot} = \frac{1}{2} \times 10^{-2}\,J$$

$$E_k = \frac{1}{2} \times 10^{-2} - \frac{1}{8} \times 10^{-2} = \frac{3}{8} \times 10^{-2}$$

$$E_k = 375 \times 10^{-5} J$$

المسألة الثانية: ساقٌ مهملة الكتلة طولها l، نثبتُ في كلٍّ من طرفيها كتلة نقطيّة $125g$، ونعلق الجملة من منتصفها إلى سلكِ فتلٍ شاقولي ثابتُ فتله $16 \times 10^{-3} m.N.rad^{-1}$ لتؤلفَ الجملة نوّاس فتل، نزيحُ الساق عن وضع توازنها في مستوٍ أفقي بزاوية $\theta = \frac{\pi}{3} rad$ وتترك دون سرعةٍ ابتدائيّةٍ لحظة بدء الزمن، فتهتزُّ بحركةٍ جيبيّة دورانيّة، دورها الخاص $2.5\ s$.

المطلوب:

1) استنتج التابعَ الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام

2) احسبْ قيمة السرعة الزاويّة للساق لحظة مرورها الأوّل بوضع التوازن.

3) احسبْ طول الساق.

الحل: 1) استنتاج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقا من شكله العام: إيجاد ثوابت الحركة (ω_0، θ_{max}، $\bar{\varphi}$):

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

السعة الزاوية: $\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\,rad$ لأن الساق تُركت دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$.

النبض الخاص: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2.5} = \frac{4\pi}{5} rad.s^{-1}$

لإيجاد الطور الابتدائي نعوض شروط البدء في التابع الزمني: ($\theta_{max} = \frac{\pi}{3}\,rad$ ، $t = 0$):

$$\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}\cos(0 + \bar{\varphi}) \Rightarrow \cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0\,rad$$

بالتالي:

$$\bar{\theta} = \frac{\pi}{3}\cos(\frac{4\pi}{5}t)$$

2) حساب قيمة السرعة الزاويّة للساق لحظة مروره الأول بوضع التوازن:

$$\bar{\omega} = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{\omega} = -\frac{4\pi}{5}\times\frac{\pi}{3}\sin(\frac{4\pi}{5}t)$$

$$\bar{\omega} = -\frac{8}{3}\sin(\frac{4\pi}{5}t)$$

لحظة المرور الأول بوضع التوازن يوافق ربع هزة أي:

$$t = \frac{T_0}{4} = \frac{2.5}{4} = \frac{5}{8}\ S$$

$$\bar{\omega} = -\frac{8}{3}\sin(\frac{4\pi}{5}\times\frac{5}{8}) = -\frac{8}{3}\sin(\frac{\pi}{2}) = -\frac{8}{3}\,rad.s^{-1}$$

3) حساب طول الساق:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2m_1r_1^2}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2m_1(\frac{\ell}{2})^2}{k}}$$

$$2.5 = 2\pi\sqrt{\frac{2\times125\times10^{-3}\times\frac{\ell^2}{4}}{16\times10^{-3}}}$$

$$\Rightarrow 6.25 = 40\times\frac{2\times125\times10^{-3}\times\frac{\ell^2}{4}}{16\times10^{-3}}$$

$$\ell = \sqrt{\frac{4\times6.25\times16}{40\times2\times125}} \Rightarrow \ell = 0.2\ m$$

المسألة الثالثة: ساقٌ أفقيّةٌ متجانسةٌ طولها $\ell = ab = 40cm$ معلّقةٌ بسلك فتلٍ شاقوليّ يمرُّ من منتصفها

a) نديرُ الساقَ في مستوٍ أفقيّ بزاوية $\theta = 60^\circ$ انطلاقاً من وضع توازنها، ونتركها دون سرعة ابتدائيّة في اللحظة t=0، فتهتزّ بحركة جيبيّة دورانيّة دورُها الخاصّ $T_0 = 1S$

فإذا علمتَ أنّ عزم عطالة الساق بالنسبة لسلك $I_{\Delta/C} = 2\times10^{-3}Kg.m^2$

1) استنتجِ التابعَ الزمنيَّ للمطال الزاويّ انطلاقاً من شكله العامّ.

2) احسبْ قيمةَ السرعة الزاويّة للساق لحظة مرورها الثاني بوضع التوازن.

3) احسبْ قيمةَ التسارع الزاويّ للساق عندما تصنع زاوية -30° مع وضع توازنها.

b) نثبّت بالطرفين a, b كتلتين نقطيّتين $m_1 = m_2 = 75\ g$، استنتجْ قيمةَ الدورِ الخاصّ الجديد للجملة المهتزّة، ثم احسب قيمة ثابت فتل السلك.

C) نقسّمُ سلكَ الفتل قسمين متساويين، ونعلّقُ الساقَ بعدئذٍ بنصفَي السلك معاً؛ أحدُهما من الأعلى، والآخرُ من الأسفل ومن منتصفها، ويثبت طرف هذا السلك من الأسفل بحيث يكون شاقوليّاً. استنتجْ قيمةَ الدور الخاصّ الجديد للساق(دون وجود كتل نقطية).

الحل: 1- استنتاج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقا من شكله العام: إيجاد ثوابت الحركة (ω_0، θ_{max}، $\bar{\varphi}$):

$$\bar{\theta} = \theta_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

السعة الزاوية: $\theta_{max} = \frac{\pi}{3}rad$ لأن الساق تركت دون سرعة ابتدائية في اللحظة t=0

النبض الخاص: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi rad.s^{-1}$

لإيجاد الطور الابتدائي نعوض شروط البدء في التابع الزمني: ($\theta_{max} = \frac{\pi}{3}rad$، $t = 0$):

$$\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}\cos(0+\bar{\varphi}) \Rightarrow \cos\bar{\varphi} = 1 \Rightarrow \bar{\varphi} = 0\ \text{rad}$$

نعوض ثوابت الحركة في التابع الزمني للمطال الزاوي:

$$\bar{\theta} = \frac{\pi}{3}\cos(2\pi t)$$

2-حساب قيمة السرعة الزاويّة للساق لحظة مرورها الثاني بوضع التوازن:

$$\bar{\omega} = -\omega_0\theta_{max}\sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$\bar{\omega} = -2\pi \times \frac{\pi}{3}\sin(2\pi t) = -\frac{20}{3}\sin(2\pi t)$$

لحظة المرور الثاني بوضع التوازن يوافق ثلاث أرباع هزة

أي: $t = \frac{3T_0}{4} = \frac{3\times 1}{4} = \frac{3}{4}\,s$

$$\bar{\omega} = -\frac{20}{3}\sin(2\pi\frac{3}{4}) = +\frac{20}{3}\ \text{rad.s}^{-1}$$

-3 $\alpha = -\ \omega_0^2\ \theta$

$$\bar{\alpha} = -40 \times (\frac{-\pi}{6}) \Rightarrow \bar{\alpha} = \frac{20\pi}{3}\ \text{rad.s}^{-2}$$

b) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K}}$ $\qquad T'_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I'_\Delta}{K}}$

$$\frac{T'_0}{T_0} = \frac{\sqrt{I_\Delta + 2m_1r_1^2}}{\sqrt{I_\Delta}} = \frac{\sqrt{I_\Delta + 2m_1(\frac{\ell}{2})^2}}{\sqrt{I_\Delta}}$$

$$\frac{T'_0}{T_0} = \frac{\sqrt{2\times10^{-3} + 2\times75\times10^{-3}\times400\times10^{-4}}}{\sqrt{2\times10^{-3}}}$$

$$\frac{T'_0}{1} = \sqrt{\frac{8\times10^{-3}}{2\times10^{-3}}} = 2 \Rightarrow T'_0 = 2\ S$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{I_\Delta} \Rightarrow k = \omega_0^2 I_\Delta = 40\times2\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow k = 8\times10^{-2}\ \text{m.N.rad}^{-1}$$

C) $(k_1 = k'\frac{(2r)^4}{\frac{1}{2}l'} = 2k'\frac{(2r)^4}{l'}) \Rightarrow k_1 = 2k$

$$(k_2 = k'\frac{(2r)^4}{\frac{1}{2}l'} = 2k'\frac{(2r)^4}{l'}) \Rightarrow k_2 = 2k$$

K*=2K+2K=4K

$$T'_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{K^*}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{4k}} = \frac{1}{2}\times2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

$$T'_o = \frac{1}{2}T_0 = \frac{1}{2}\times1 \Rightarrow T'_0 = \frac{1}{2}\ S$$

التفكير الناقد:

نواس فتل مؤلف من سلك فتل ثابت فتله k وقرص معدني عزم عطالته $I_\Delta=\frac{1}{2}mr^2$ وقد ثبت على محيطه كأسان متماثلان يحويان نفس الكمّيّة من الماء وقد جهز كل منهما بصمّام يتجه نحو مركز القرص. تُزاح الجملة عن موضع توازنها زاوية $\theta_{max}=\frac{\pi}{2}$ rad وتُترك دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$، وفي إحدى النوسات تمّ فتح الصمامين هل تزداد السرعة الزاوية أم تنقص ولماذا؟ الجواب:

سوف ينقص عزم عطالة الجملة فينقص الدور ويزداد النبض الخاص فتزداد السرعة الزاوية العظمى.

_ _ _ _ انتهى البحث _ _ _ _