



الرياضيات

للفصل الأول الثانوي

الفصل الدراسي الثاني

دليل المعلم

العبيكان
Obekon

Mc
Graw
Hill Education

يوزع مجاناً ولا يباع

قررت وزارة التربية والتعليم بالمملكة العربية السعودية
تدريس هذا الكتاب وطبعه على نفقتها

طبعة ١٤٣٥ هـ - ٢٠١٤ م

Original Title:

Geometry © 2010

By:

John A. Carter, Ph. D
Gilbert J. Cuevas, Ph. D
Roger Day, Ph. D
Carol E. Malloy, Ph. D

Contributing Authors

Jerry Cummins
Dinah Zike

CONSULTANTS

Mathematical Content

Prof. Viken Hovsepian
Grant A. Fraser, Ph. D
Arthur K. Wayman, Ph. D

Gifted and talented

Shelbi K. Cole

College Readiness

Robert Lee Kimball, Jr.

Graphing Calculator

Ruth M. Casey

Mathematical Fluency

Robert M. Capraro, Ph.D

Pre-AP

Dixie Ross

Reading and Writing

Releah Cossett Lent
Lynn T. Havens

الرياضيات الصف الأول الثانوي

أعدَّ النسخة العربية : شركة العبيكان للتعليم

التحرير والمراجعة والمواءمة

د. ناصر بن حمد العويشق
محمد بن عبد الله البصيص
عمر محمد أبو غليون
عبد الحكيم عبد الله سليمان
يوسف سليمان جرادات
د. عبد الله محمد الجوعي
صلاح بن عبد الله الزيد
أحمد مصطفى سمارة
هاني جميل زريقات

التعريب والتحرير اللغوي

نخبة من المتخصصين

حول الغلاف

تسقط أشعة الشمس المتوازية على الطبق الشمسي
فترتد مكونة زوايا متناظرة وأخرى متحالفة.
تدرس هذه الزوايا في هذا الصف.



www.macmillanmh.com

www.obeikaneducation.com



Education

English Edition Copyright © 2010 the McGraw-Hill Companies. Inc.
All rights reserved.

Arabic Edition is published by Obeikan under agreement with
The McGraw-Hill Companies. Inc. © 2008.



حقوق الطبعة الإنجليزية محفوظة لشركة ماجروهل © ٢٠١٠م.

الطبعة العربية: مجموعة العبيكان للاستثمار
وفقاً لاتفاقيتها مع شركة ماجروهل © ٢٠٠٨م / ١٤٢٩هـ.

لا يسمح بإعادة إصدار هذا الكتاب أو نقله في أي شكل أو واسطة، سواءً أكانت إلكترونية أو ميكانيكية، بما في ذلك التصوير بالنسخ «فوتوكوبي»، أو التسجيل، أو التخزين والاسترجاع، دون إذن خطي من الناشر.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

أخي المعلم / أختي المعلمة

يسرنا أن نقدّم دليل المعلم لمادة الرياضيات، آمليّن أن يكون مرشداً لكم في تدريس المادة، والداعم في تقويم الطلاب، بما يحقق الأهداف المنشودة من تدريس الرياضيات.

ويشتمل هذا الدليل على الآتي:

أولاً: مقدمة حول السلسلة:

توضح هذه المقدمة كيفية بناء السلسلة علمياً وتربوياً، وتبرز النقاط المحورية التي يركز عليها المنهج في هذا الصف، وفلسفة السلسلة المتوازنة أفقياً والمتراصة رأسياً، وأساليب التدريس المتبعة والمتنوعة في الدليل، وأنواع التقويم، وأدواته المقترحة، التي تراعي الفروق الفردية بين الطلاب.

ثانياً: نظرة عامة على الفصل:

تم توزيع المقرر إلى فصول. ويبدأ دليل المعلم في كل فصل بتقديم نظرة عامة عليه تتضمن مخططاً للدروس وأهدافها، ومصادر تدريسها، والخطة الزمنية المقترحة للتدريس. ثم يقدم الترابط الرأسي لموضوع الفصل خلال الصف والصفوف الأخرى. كما يقترح الدليل آلية لتعلم مهارات الفصل من خلال مهارة الدراسة. ثم يقدم دعماً للمعلم من خلال صفحة استهلال الفصل الموجودة في كتاب الطالب، وكيفية الاستفادة منها في تقديم موضوع الفصل، كما يبرز غرض المطويات ووظيفتها ووقت استعمالها. ثم يعرض مخططاً للتقويم بأنواعه المختلفة وأدواته المتعددة.

ثالثاً: الدروس:

يقدم الدليل أنشطة مقترحة تراعي الفروق الفردية بين الطلاب، وبأساليب تدريس متنوعة، تساعد المعلم على تدريس كل درس. بعد ذلك يعرض الدليل الدرس بخطوات محددة هي:

التركيز: يبين ترابط المهارات الرئيسة قبل الدرس وفي أثنائه وبعده.

التدريس: يقدم مقترحات للمعلم حول كيفية تدريس الدرس، تتضمن أسئلة تعزيز حوارية وأنشطة مقترحة، ويبرز المحتوى الرياضي لموضوع الدرس. كما يقدم أمثلة إضافية للمعلم.

التدريب: يتضمن تدريبات متنوعة بحسب مستويات الطلاب تحقق أهداف الدرس.

التقويم: يقدم مقترحات لتقويم الدرس، كما يتضمن مقترحاً للمعلم للتأكد من مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم وإتقانهم المهارات المقدمة في الدرس، ويعرض الدليل آلية لمتابعة المطويات. كما يقدم الدليل في كل درس إجابات مفصلة لبعض الأسئلة والتمارين.

رابعاً: أساليب التقويم:

تقدم السلسلة أساليب متنوعة لتقويم الطلاب (التشخيصي والتكويني والختامي)، وآليات لمعالجة الأخطاء والصعوبات لدى الطلاب.

ونحن إذ نقدّم هذا الدليل لزملائنا المعلمين والمعلمات، لنأمل أن يحوز على اهتمامهم، ويلبي متطلباتهم لتدريس هذا المقرر، ويساعدهم في أداء رسالتهم.

والله ولي التوفيق

الأشكال الرباعية

الفصل
5

الفهرس

10A	مخطط الفصل 5
10C	التقويم والمعالجة
10D	تنوع التعليم
10E	المحتوى الرياضي
11	التهيئة للفصل 5
12	زوايا المضلع 5-1
20	توسع 5-1  معمل الجداول الإلكترونية : زوايا المضلع
21	متوازي الأضلاع 5-2
29	تمييز متوازي الأضلاع 5-3
37	اختبار منتصف الفصل
38	المستطيل 5-4
44	المعين والمربع 5-5
52	شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية 5-6
61	دليل الدراسة والمراجعة
65	اختبار الفصل
66	الإعداد للاختبارات
68	اختبار تراكمي
69A	ملحق الإجابات

التشابه

الفصل
6

70A	مخطط الفصل 6
70C	التقويم والمعالجة
70D	تنوع التعليم
70E	المحتوى الرياضي
71	التهيئة للفصل 6
72	المضلع المتشابهة 6-1
80	المثلثات المتشابهة 6-2
89	اختبار منتصف الفصل
90	المستقيمت المتوازية والأجزاء المتناسبة 6-3
99	عناصر المثلثات المتشابهة 6-4
106	توسع 6-4  معمل الهندسة : الكسريات
108	دليل الدراسة والمراجعة
111	اختبار الفصل
112	الإعداد للاختبارات
114	اختبار تراكمي
115A	ملحق الإجابات

التحويلات الهندسية والتماثل

الفصل
7

116A	مخطط الفصل 7
116C	التقويم والمعالجة
116D	تنوع التعليم
116E	المحتوى الرياضي
117	التهيئة للفصل 7
118	7-1 الانعكاس
126	7-2 الإزاحة (الانسحاب)
132	استكشاف 7-3  معمل الهندسة : الدوران
133	7-3 الدوران
139	اختبار منتصف الفصل
140	استكشاف 7-4  معمل الحاسبة البيانية : تركيب التحويلات الهندسية
141	7-4 تركيب التحويلات الهندسية
149	توسع 7-4  معمل الهندسة : التليط
154	7-5 التماثل
160	7-6 التمدد
167	دليل الدراسة والمراجعة
171	اختبار الفصل
172	الإعداد للاختبارات
174	اختبار تراكمي
175A	ملحق الإجابات

الدائرة

الفصل
8

176A	مخطط الفصل 8
176C	التقويم والمعالجة
176D	تنوع التعليم
176E	المحتوى الرياضي
177	التهيئة للفصل 8
178	8-1 الدائرة ومحيطها
186	8-2 قياس الزوايا والأقواس
194	8-3 الأقواس والأوتار
201	8-4 الزوايا المحيطية
208	اختبار منتصف الفصل
209	8-5 المماسات
216	8-6 القاطع والمماس وقياسات الزوايا
224	8-7 قطع مستقيمة خاصة في الدائرة
230	استكشاف 8-8  معمل الحاسبة البيانية : معادلة الدائرة
231	8-8 معادلة الدائرة
236	دليل الدراسة والمراجعة
241	اختبار الفصل
241	الإعداد للاختبارات
244	اختبار تراكمي
245A	ملحق الإجابات

التقويم التشخيصي

اختبار سريع، ص (11)

العنوان	الدرس 5-1 حصتان	توسع 5-1 حصة واحدة	الدرس 5-2 حصتان
زوايا المضلع	- إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع واستعماله. - إيجاد مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع واستعماله.	استعمال الجداول الإلكترونية لإيجاد قياسات الزوايا الداخلية والخارجية للمضلع المنتظم.	متوازي الأضلاع
الاهداف			- تعرف خصائص أضلاع وزوايا متوازي الأضلاع وتطبيقها. - تعرف خصائص أقطار متوازي الأضلاع وتطبيقها.
المفردات	القطر		متوازي الأضلاع
التمثيلات المتعددة	ص (18)		ص (27)
مصادر الدرس	مصادر المعلم للأنشطة الصفية - تدريبات إعادة التعليم، ص (6) دون - تدريبات المهارات، ص (8) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (9) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (10) دون ضمن فوق - كتاب التمارين، ص (6) دون ضمن فوق	المواد: - حاسوب - برنامج الجداول الإلكترونية	مصادر المعلم للأنشطة الصفية - تدريبات إعادة التعليم، ص (11) دون - تدريبات المهارات، ص (13) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (14) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (15) دون ضمن فوق - كتاب التمارين، ص (7) دون ضمن فوق
التقنيات لكل درس	جهاز العرض، ص (14)		الأسبورة التفاعلية، ص (23)
تنويع التعليم	ص (13, 15)		ص (23, 26)

المفاتيح: **دون** دون المتوسط **ضمن** ضمن المتوسط **فوق** فوق المتوسط

الخطة الزمنية		
التدريس	المراجعة و التقويم	المجموع
(13) حصة	(4) حصص	(17) حصة

الدرس 5-3 حصتان	الدرس 5-4 حصتان	الدرس 5-5 حصتان	الدرس 5-6 حصتان
تميز متوازي الأضلاع	المستطيل	المعين والمربع	شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية
- تعرف الشروط التي تؤكد أن شكلاً رباعياً متوازي أضلاع، وتطبيقها. - إثبات أن أربع نقاط في المستوى الإحداثي تشكل رؤوس متوازي أضلاع.	- تعرف خصائص المستطيل وتطبيقها - تحديد ما إذا كان متوازي أضلاع مستطيلاً.	- تعرف خصائص المعين والمربع وتطبيقها. - تحديد ما إذا كان الشكل الرباعي مستطيلاً أو معيناً أو مربعاً.	- تعرف خصائص شبه المنحرف وتطبيقها. - تعرف خصائص شكل الطائرة الورقية وتطبيقها.
المستطيل	المعين المربع	شبه المنحرف قاعدتا شبه المنحرف ساقا شبه المنحرف زاويتا القاعدة شبه المنحرف المتطابق الساقين القطعة المتوسطة لشبه المنحرف شكل الطائرة الورقية	
ص (35)	ص (42)	ص (50)	ص (59)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	مصادر المعلم للأنشطة الصفية	مصادر المعلم للأنشطة الصفية	مصادر المعلم للأنشطة الصفية
- تدريبات إعادة التعليم، ص (16) دون - تدريبات المهارات، ص (18) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (19) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (20) ضمن فوق - كتاب التمارين ص (8) دون ضمن فوق	- تدريبات إعادة التعليم، ص (21) دون - تدريبات المهارات، ص (23) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (24) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (25) ضمن فوق - كتاب التمارين ص (9) دون ضمن فوق	- تدريبات إعادة التعليم، ص (26) دون - تدريبات المهارات، ص (28) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (29) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (30) ضمن فوق - كتاب التمارين ص (10) دون ضمن فوق	- تدريبات إعادة التعليم، ص (31) دون - تدريبات المهارات، ص (33) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (34) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (35) ضمن فوق - كتاب التمارين ص (11) دون ضمن فوق
مدونة، ص (32)	مدونة، ص (40)	تسجيل مرئي، ص (47)	السبورة التفاعلية، ص (55)
ص (31, 34, 36)	ص (39, 43)	ص (47, 48, 51)	ص (54, 56, 58)

التقويم الختامي

- دليل الدراسة والمراجعة، ص (61-64)
- اختبار الفصل، ص (65)

التقويم التكويني

اختبار منتصف الفصل ص (37)

المعالجة	التشخيص	
	5 بداية الفصل التهيئة للفصل 5، ص (11)	التقويم التشخيصي
مخطط المعالجة، ص (11)	بداية كل درس فيما سبق، والآن، لماذا؟	
مستوى المعالجة 1 تدريبات المهارات، الفصل 5 www.obeikaneducation.com مستوى المعالجة 2 تنويع التعليم تنويع الواجبات المنزلية تدريبات إعادة التعليم، الفصل 5	خلال كل درس وبعده تحقق من فهمك، لكل مثال تأكد مسائل مهارات التفكير العليا مراجعة تراكمية أمثلة إضافية تنبيه! الخطوة 4، التقويم الاختبارات القصيرة، ص (11، 12) www.obeikaneducation.com	التقويم التكويني
مستوى المعالجة 1 تدريبات المهارات، الفصل 5 www.obeikaneducation.com مستوى المعالجة 2 تدريبات إعادة التعليم، الفصل 5	منتصف الفصل اختبار منتصف الفصل، ص (37) اختبار منتصف الفصل، ص (13) www.obeikaneducation.com	
مستوى المعالجة 1 تدريبات المهارات، الفصل 5 www.obeikaneducation.com مستوى المعالجة 2 تدريبات إعادة التعليم، الفصل 5	نهاية الفصل دليل الدراسة والمراجعة، ص (61-64) اختبار الفصل، ص (65) اختبار تراكمي، ص (66-69) www.obeikaneducation.com	
تدريبات إعادة التعليم، الفصل 5 www.obeikaneducation.com	بعد انتهاء الفصل 5 اختبار الفصل، النماذج 1، 2A، 2B، ص (15-20) اختبار الفصل، النموذج 3، ص (21-22) اختبار المفردات، ص (14) اختبار الفصل ذو الإجابة المطولة، ص (23) الاختبار التراكمي: الفصول 1-5، ص (24-26) www.obeikaneducation.com	التقويم الختامي

فوق المتوسط

البديل 3

اطلب إلى الطلاب أن يبحثوا عن أعمال الفنان ايشر "Escher" في الإنترنت. وأن يقرأوا عن الطرائق التي استعملها في دمج زوايا المضلعات، والانعكاس والدوران في أعماله. ثم اطلب إليهم أن يختاروا واحدًا من أعماله لتحليله، أو يتعاونوا لاستخراج إحدى رسوم Escher، وأن يكتبوا ملاحظات حول: لماذا وجدوا هذا الرسم مثيرًا ولافتًا للانتباه. ويجب أن يلاحظوا الخصائص الهندسية للعمل من حيث الأشكال والتماثلات والانعكاسات والدورانات.

جميع المستويات

دون ضمن فوق

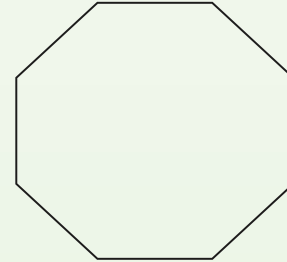
البديل 1

المتعلمون البصريون والمكانيون: اعرض صورًا لأغطية لحف تتكوّن من مضلع مكرر. قُصّ أحد المضلعات المتكررة، ثم قسّمه إلى مضلعات أخرى تكوّن هذا المضلع. فمثلاً إذا كان الشكل المضلع سداسياً منتظماً، فإنه يمكن تقسيمه إلى أشباه منحرفات متطابقة الساقين، أو معينات، أو مثلثات متطابقة الضلعين، أو مثلثات متطابقة الأضلاع، أو أشكال طائرة ورقية. وعلى الطلاب أن يعملوا فرادى لتصميم أغطية لحف عليها صور لأشكال منبثقة من مضلع سداسي منتظم ويلوّنوها. وحالما تنتهي التصميم، اطلب إليهم أن يقيسوا الزوايا ويضعوا تخميناً حول مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع (S)، وأن يستعملوا الصيغة $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$ ، حيث n عدد الأضلاع، ثم اطلب إليهم أن يكتبوا تقريراً مختصراً لتفسير حساباتهم، وأي خصائص للمضلعات المنتظمة مثل التماثل والتطابق التي تظهر في تصاميمهم، ثم اعرض تصاميم اللحف في غرفة الصف.

دون المتوسط

البديل 2

اعط الطلاب المسألة الآتية:
ما قياس كل زاوية داخلية وكل زاوية خارجية في مضلع ثماني منتظم؟ وضح طريقة تفكيرك بالكلمات أو الأعداد أو المعادلات أو الرسم.



القراءة والكتابة بلغة الرياضيات

الدراسة



مهارات الدراسة

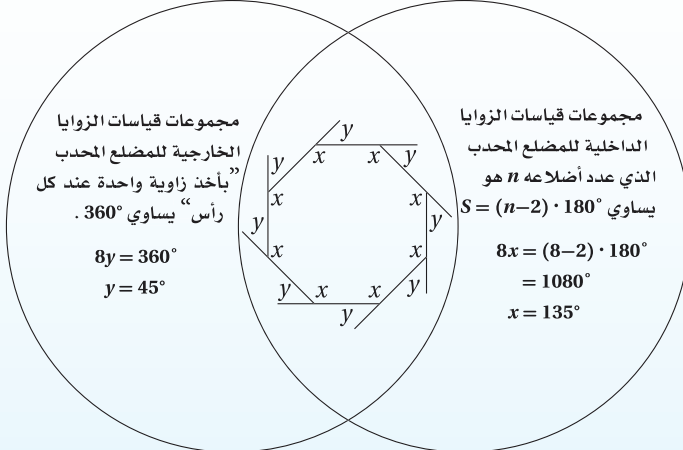
يمكن عمل شكل فن كنشاط تعاوني بعد دراسة موضوع ما في هذا الفصل.

اعط مجموعات من الطلاب لوحات ورقية كبيرة وأقلام تخطيط، واطلب إلى كل مجموعة اختيار موضوعين متشابهين من موضوعات الفصل، مثل مجموع الزوايا الداخلية والخارجية للمضلع، واطلب إليهم المقارنة بينها برسم شكل فن.

يسهم هذا النشاط وماشابهه في بناء استقلالية الطلاب من خلال استعمالهم الاستراتيجيات الخاصة بهم.

الزوايا الخارجية

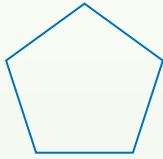
الزوايا الداخلية



ملخص الدروس

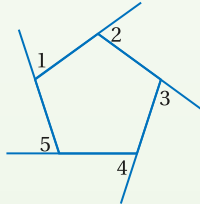
5-1 زوايا المضلع

تنص نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع على أنه إذا كان عدد أضلاع مضلع محدب، n ومجموع قياسات الزوايا الداخلية S ، فإن $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$. ويمكن استعمال هذه المعادلة لإيجاد قياس كل زاوية داخلية لمضلع منتظم. كما يمكن استعمالها لإيجاد عدد أضلاع مضلع إذا عُرف مجموع قياسات زواياه الداخلية.



$$\begin{aligned} n &= 5 \\ S &= (n - 2) \cdot 180^\circ \\ &= (5 - 2) \cdot 180^\circ = 540^\circ \end{aligned}$$

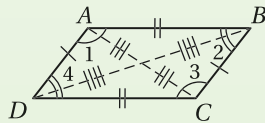
أما مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع محدب "بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس" فيساوي دائماً 360° ، وذلك بغض النظر عن عدد أضلاعه. وهذه هي نظرية مجموع الزوايا الخارجية.



$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 = 360^\circ$$

5-2 متوازي الأضلاع

متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان. ولمتوازي الأضلاع عدة خصائص خاصة تساعد على تعريفه. الأولى: الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة، والزوايا المتقابلة متطابقة أيضاً. والثانية: الزوايا المتحالفة في متوازي الأضلاع متكاملة. والثالثة: إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإن زواياه الأربع تكون قوائم. وأخيراً: فإن قطري متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر، وكل قطر يقسم متوازي الأضلاع إلى مثلثين متطابقين.



$$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$$

$$m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$$

$$m\angle 3 + m\angle 4 = 180^\circ$$

$$m\angle 4 + m\angle 1 = 180^\circ$$

$$\triangle ABC \cong \triangle CDA$$

الترباط الراسي

ما قبل الفصل 5

- استعمال مفاهيم وخصائص هندسية لحل مسائل في مجالات عملية مختلفة مثل الفن والعمارة.
- تطبيق الرياضيات في مواقف حياتية يومية، وفي أنشطة داخل المدرسة وخارجها وفي مجالات معرفية ومواضيع رياضية أخرى.
- التعبير عن الأفكار الرياضية باستعمال اللغة والأدوات الفعالة والوحدات المناسبة والنماذج الرياضية البيانية أو العددية أو الحسية أو الجبرية.

الفصل 5

- استعمال الأنماط العددية والهندسية لصياغة تعميمات حول الخصائص الهندسية متضمنة خصائص المضلعات.
- وضع تخمينات حول خصائص المضلعات الأساسية واختبارها.
- اشتقاق صيغ تتضمن الطول والميل ونقطة المنتصف واستعمالها.

مابعد الفصل 5

التهيئة للصف الثالث الثانوي

- استعمال خصائص القطوع المخروطية لوصف ظواهر طبيعية مثل خصائص انعكاس الضوء والصوت.
- استعمال مفهوم المتجهات لعمل نماذج لكميات تُحدد من خلال مقدارها واتجاهها.

الأشكال الرباعية

5-3

تمييز متوازي الأضلاع

بالإضافة إلى تعريف متوازي الأضلاع بوصفه شكلاً رباعياً أضلاعه المتقابلة متوازية، توجد طرائق أخرى يمكن استعمالها لتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا. فإذا كان كل ضلعين متقابلين لشكل رباعي متطابقين، فإنه متوازي أضلاع. وإذا كانت كل زاويتين متقابلتين في شكل رباعي متطابقتين، فإنه متوازي أضلاع، وإذا كان قطرا الشكل الرباعي ينصف كل منهما الآخر، فإنه متوازي أضلاع. وإذا كان ضلعان متقابلان لشكل رباعي متوازيين ومتطابقين، فإنه متوازي أضلاع.

ويكفي أن يحقق الشكل الرباعي واحداً من هذه الشروط الخمسة حتى يكون متوازي أضلاع. ولا حاجة لإثبات جميع خصائص متوازي الأضلاع.

وإذا رُسم شكل رباعي في مستوى إحداثي، فيمكنك استعمال صيغة المسافة بين نقطتين وصيغة الميل وصيغة نقطة المنتصف لتحديد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا. حيث تستعمل صيغة الميل لتحديد ما إذا كانت الأضلاع المتقابلة متوازية أم لا. أما صيغة المسافة بين نقطتين، فتستعمل لاختبار تطابق الأضلاع المتقابلة، أما صيغة نقطة المنتصف للقطرين، فتستعمل لاختبار ما إذا كان القطران ينصف كل منهما الآخر، أي لكل منهما نقطة المنتصف نفسها.

5-4

المستطيل

المستطيل هو شكل رباعي جميع زواياه قوائم. ولأن كل ضلعين متقابلين فيه متطابقان، فإن للمستطيل جميع خصائص متوازي الأضلاع. وله خصائص أخرى خاصة به. فمثلاً، قطرا المستطيل متطابقان، ويمكن أن يستعمل هذا لإثبات أن متوازي الأضلاع مستطيل.

وإذا رُسم شكل رباعي في مستوى إحداثي، فإنه يمكن استعمال صيغة الميل للتحقق من كون الأضلاع المتجاورة متعامدة، فإذا كانت متعامدة يكون الشكل الرباعي مستطيلاً. كما يمكن استعمال صيغة المسافة بين نقطتين لإثبات أن شكلاً رباعياً مستطيلاً، فيمكنك استعمال صيغة المسافة بين نقطتين لحساب طولي القطرين، فإذا كانا متطابقين فإن متوازي الأضلاع مستطيل.

5-5

المعين والمربع

المعين هو شكل رباعي أضلاعه الأربعة متطابقة. ونظراً لأن الأضلاع المتقابلة متطابقة، فإن المعين متوازي أضلاع. لذلك فجميع خصائص متوازي الأضلاع تنطبق على المعين. وللمعين أيضاً خصائص خاصة به. فقطراه متعامدان. وعكس هذه النظرية صحيح أيضاً. فإذا كان قطرا متوازي الأضلاع متعامدين يكون معيناً، وقطر المعين ينصف الزاويتين عند طرفيه.

وإذا كان شكل رباعي معيناً ومستطيلاً فإنه مربع. فالمربع حالة خاصة جداً، وله جميع خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين. ومن المهم ملاحظة أن كل مربع معين ولكن ليس بالضرورة أن يكون كل معين مربعاً.

5-6

شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية

شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان فقط متوازيان. يُسمى الضلعان المتوازيان قاعدتي شبه المنحرف والضلعان غير المتوازيين ساقيه. وكل قاعدة وساق يشكّلان زاوية قاعدة. وإذا كان ساقاً شبه المنحرف متطابقين، فإنه متطابق الساقين. وزاويتا قاعدة شبه المنحرف المتطابق الساقين متطابقتان. وقطراه متطابقان أيضاً.

وتُسمى القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفَي ساقَي شبه المنحرف قطعة متوسطة. والقطعة المتوسطة لشبه المنحرف توازي كلا من القاعدتين، وطولها يساوي نصف مجموع طولي القاعدتين. وهذه العلاقة صحيحة لكل شبه منحرف، وليس لمتطابق الساقين فقط.

وشكل الطائرة الورقية هو شكل رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الأضلاع المتجاورة المتطابقة، كما يوجد فيه زوج واحد فقط من الزوايا المتقابلة المتطابقة، هما الزاويتان المحصورتان بين كل ضلعين متجاورين غير متطابقين. كما أن قطري شكل الطائرة الورقية متعامدان.

الأشكال الرباعية

Quadrilaterals

مشروع الفصل

وقت اللعب:



يستعمل الطلاب ما تعلموه من تصنيفات مختلفة للأشكال الرباعية لتصميم لوحة لعب باستعمال هذه الأشكال.

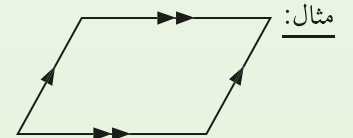
- نظم الطلاب في مجموعات ثنائية، واطلب إليهم استعمال أنواع مختلفة من الأشكال الرباعية لتصميم لوحة لعب خاصة بهم. واطلب إليهم أن يحددوا الهدف للعبة، ويضعوا تعليمات ممارسة اللعبة والفوز بها.

- بعد إكمال الخطوة السابقة وتجهيز لوحة اللعب، اطلب إلى الطلاب تصنيف الأشكال الرباعية التي استعملوها في لوحاتهم، ثم اطلب إليهم أن يضعوا معايير لتصنيفات جديدة وتنظيم الأشكال الرباعية على أساس هذه المعايير.

- وأخيراً، اطلب إلى كل مجموعة أن تعرض لوحة اللعب التي صممتها وتعليمات اللعبة، وما توصلت إليه في بحثها أمام طلاب الصف، ثم تتبادل المجموعات لوحات اللعب، وتلعب كل مجموعة لعبة مجموعة أخرى.

المفردات: قدّم مفردات الفصل مستعملاً النمط الآتي:

التعريف: متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان.



سؤال: ما العلاقة بين أطوال الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع؟ وما العلاقة بين قياسات الزوايا المتقابلة فيه بحسب توقعك؟

إجابة ممكنة: متطابقة

فيما سبق:

درست تصنيف المضلعات وميزت خصائصها وطبقتها.

والآن:

- أجد مجموع قياسات كل من الزوايا الداخلية والخارجية لمضلع، وأستعملها.
- أتعرف خصائص الأشكال الرباعية، وأطبقها.
- أقارن بين الأشكال الرباعية.

لماذا:

أدوات رياضية: تستعمل خصائص الأشكال الرباعية لإيجاد قياسات زوايا أو أطوال أضلاع، كقياس زوايا الملاعب وتخطيطها.

الأشكال الرباعية: اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم معلوماتك حول الفصل 5. ابدأ بثلاث أوراق A4.

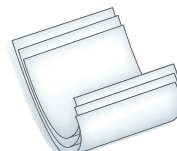
4 أكتب عنوان الفصل وأرقام الدروس، وسجل ملاحظاتك.



3 ثبّت الأوراق على طول خط الطي.



2 اطو الأوراق بحيث تكون لحواظها الظاهرة العرض نفسه.



1 ضّع 3 أوراق بعضها فوق بعض بحيث تبعد كل ورقة عن الأخرى 2 cm



10 الفصل 5 الأشكال الرباعية

وقت استعمالها:

أوراق المطوية	الدروس
زوايا المضلع	5-1
متوازي الأضلاع	5-2, 5-3
المستطيل	5-4
المربع والمعين	5-5
شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية	5-6

تنوع التعليم

نموذج بناء المفردات، ص (9). يكمل الطلاب هذا النموذج بكتابة تعريف كل مفردة جديدة تظهر لهم في أثناء دراسة الفصل أو مثال عليها، ويستفيدون من ذلك في أثناء المراجعة والاستعداد لاختبار الفصل.

منظم أفكار

المطويات

اطلب إلى الطلاب عمل مطوياتهم وعنونتها كما هو موضح.

غرضها: يدوّن الطلاب ملاحظاتهم حول دروس هذا الفصل.

وظيفتها:

يستعمل الطلاب مطوياتهم لتدوين ملاحظاتهم وتعريفات المصطلحات وتسجيل المفاهيم وتطبيق خصائص الأشكال الرباعية. شجّع الطلاب على استعمال البيانات المسجلة لمقارنة الأشكال الرباعية الستة التي يدرسونها في هذا الفصل.

المعالجة

استعمل نتائج الاختبار السريع ومخطط المعالجة؛ لمساعدتك على تحديد مستوى المعالجة المناسب. وتساعدك العبارة "إذا... فعد إلى"، في الجدول، على تحديد المستوى المناسب للمعالجة، واقتراح مصادر لكل مستوى.

مخطط المعالجة

المستوى	ضمن المتوسط
1	إذا: أخطأ بعض الطلاب في حل ما نسبته 25% أو أقل من الأسئلة، فعد إلى: تدريبات المهارات، الفصل (3)، ص (13, 18) مشروع الفصل، ص (10) www.obeikaneducation.com
المستوى	دون المتوسط
2	إذا: أخطأ بعض الطلاب في حل ما نسبته 50% تقريباً من الأسئلة، فعد إلى: تدريبات إعادة التعليم، الفصل (3)، ص (11-12, 16-17) www.obeikaneducation.com

التهيئة للفصل 5

تشخيص الاستعداد: هناك بديلان للتأكد من المهارات السابقة الضرورية.

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

البديل 1

مراجعة سريعة

مثال 1

أوجد x, y, z في الشكل الآتي:

معطى

بالتعويض

بالطرح

بالتبسيط

نظرية الزاوية الخارجية للمثلث

بالتبسيط

بالجمع

بالتبسيط

AC = BC

$9x - 6 = 7x + 4$

$2x = 10$

$x = 5$

$124^\circ = y + 48$

$y = 76^\circ$

$124^\circ = z + z$

$124^\circ = 2z$

$z = 62^\circ$

مثال 2

إذا كان $A(-2, 5), B(4, 17), C(0, 1), D(8, -3)$ ، فحدد ما إذا كان $\overline{AB}, \overline{CD}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك.

صيغة الميل

ميل $\overline{AB}$: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{17 - 5}{4 - (-2)} = \frac{12}{6} = 2$

ميل $\overline{CD}$: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 1}{8 - 0} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$

بما أن ميلي المستقيمين غير متساويين، فهما غير متوازيين.

حاصل ضرب ميلي $\overline{AB}, \overline{CD}$: $2(-\frac{1}{2}) = -1$

وبما أن حاصل ضرب ميليها يساوي -1، فهما متعامدان.

مثال 3

أوجد المسافة بين النقطتين $J(2, -1), K(7, 1)$ ، ثم أوجد إحداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بينهما.

صيغة المسافة بين نقطتين

$JK = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(7 - 2)^2 + (1 - (-1))^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29}$

بالتعويض

بالتبسيط

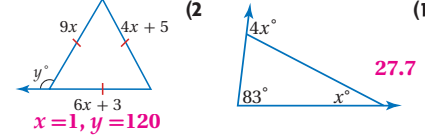
صيغة نقطة المنتصف

$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{2 + 7}{2}, \frac{-1 + 1}{2}\right) = (4.5, 0)$

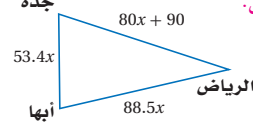
اختبار سريع

(يستعمل مع الدروس 5-1, 5-2, 5-3, 5-6)

أوجد قيم x, y في كل مما يلي مقرر إلى أقرب عُشر:



(3) مدن: تمثل مواقع كل من الرياض وجدة وأبها رؤوس مثلث كما في الشكل أدناه. إذا كان محيط هذا المثلث 2198 km، فأوجد المسافة الجوية بين كل من المدن الثلاث. انظر الهامش.



(يستعمل مع الدروس 5-3, 5-4, 5-5, 5-6)

حدد ما إذا كان $\overline{AB}, \overline{CD}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كل مما يلي:

(4) متوازيان $A(3, 3), B(8, 2), C(6, -1), D(1, 0)$

(5) متعامدان $A(4, 2), B(1, -3), C(-3, 5), D(2, 2)$

(6) $A(-8, -7), B(4, -4), C(-2, -5), D(1, 7)$

(7) حدائق: صمم مهندس رسماً لحديقة رباعية الشكل، إحداثيات رؤوسها: $A(-2, 1), B(3, -3), C(5, 7), D(-3, 4)$ ، فإذا رسم ممرين يقطعانها $\overline{AC}, \overline{BD}$ ، فهل الممران متعامدان؟ فسر إجابتك. انظر الهامش.

(يستعمل مع الدروس 5-3, 5-4, 5-5, 5-6)

أوجد المسافة بين كل نقطتين، ثم أوجد إحداثيات نقطة منتصف القطعة الواصلة بينهما في كل مما يلي:

(8) $J(-6, 2), K(-1, 3)$ $\sqrt{26}; (-3.5, 2.5)$

(9) $R(2, 5), S(8, 4)$ $\sqrt{37}; (5, 4.5)$

(10) مسافات: وقف شخص عند النقطة $T(80, 20)$ من مستوى إحداثي، ورغب في الانتقال إلى كل من $U(20, 60)$ و $V(110, 85)$ ، فما أقصر مسافة يمكن أن يقطعها الشخص؟ فسر إجابتك.

ينتقل من T إلى V ثم إلى U ؛ لأن $TU \approx 72.1, TV \approx 71.6$

البديل 2

أسئلة تهيئة إضافية على الموقع www.obeikaneducation.com

الفصل 5 التهيئة للفصل 5 11

إجابات:

(3) الرياض - جدة: 850 km تقريباً،

الرياض - أبها: 841 km تقريباً،

جدة - أبها: 507 km تقريباً

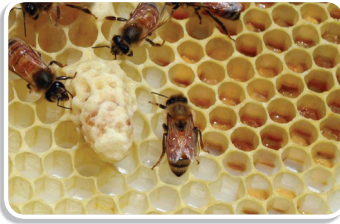
(7) نعم؛ لأن ميل AC: $\frac{1-7}{-2-5} = \frac{6}{7}$

ميل BD: $\frac{-3-4}{3-(-3)} = -\frac{7}{6}$

$\frac{6}{7} \cdot \left(-\frac{7}{6}\right) = -1$

بما أن حاصل ضرب ميليها يساوي -1 فهما متعامدان.

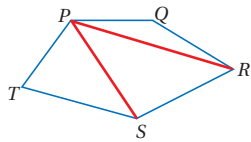
زوايا المضلع Angles of Polygon



لماذا؟

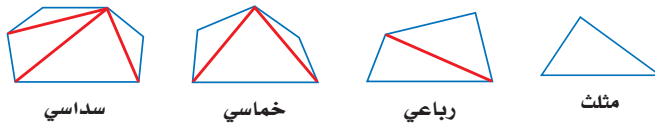
تنتج عاملات النحل الياقة شمعا تشكّله بعناية نحلات أخريات على صورة خلايا سداسية. ومع أنّ سُمك جدران الخلايا 0.1 mm، إلّا أنّها تتحمّل ثقلاً يعادل 25 مثل وزنها. وتشكّل جدران الخلايا الزاوية نفسها عند كل التقاء. وقياس هذه الزاوية يساوي قياس الزاوية الداخلية للسداسي المنتظم.

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع: **نظر** المضلع هو قطعة مستقيمة تصل بين أي رأسين غير متتاليين فيه.



رأسا المضلع $PQRST$ غير التالين للرأس P هما R ، S ؛
لذا فالمضلع $PQRST$ له قطران من الرأس P هما PR ، PS .
لاحظ أن هذين القطرين يقسمان الشكل الخماسي إلى ثلاثة مثلثات.

مجموع قياسات زوايا المضلع يساوي مجموع قياسات زوايا المثلثات التي تشكّل عند رسم جميع الأقطار الممكنة من أحد الرؤوس.



بما أن مجموع قياسات زوايا المثلث 180° ، فإنّه يمكننا إنشاء جدول والبحث عن نمط لإيجاد مجموع قياسات زوايا أي مضلع محدّب.

المضلع	عدد الأضلاع	عدد المثلثات	مجموع قياسات الزوايا الداخلية
مثلث	3	1	$180^\circ = 180^\circ (1)$
رباعي	4	2	$360^\circ = 180^\circ (2)$
خماسي	5	3	$540^\circ = 180^\circ (3)$
سداسي	6	4	$720^\circ = 180^\circ (4)$
ذو n من الأضلاع	n	$n - 2$	$180^\circ (n - 2)$

وهذا يقودنا إلى النظرية الآتية:

نظرية 5.1 مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدّب
عدد أضلاعه n يساوي $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$.

مثال:

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D + m\angle E = (5 - 2) \cdot 180^\circ = 540^\circ$$

سوف تبرهن النظرية 5.1 لثمانية في السؤال 39

فيما سبق:

درست أسماء المضلعات وتصنيفها.
(مهارة سابقة)

والآن:

- أجّد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع، وأستعمله.
- أجّد مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع، وأستعمله.

المفردات:

القطر

diagonal

www.obeikaneducation.com

مراجعة المفردات

المضلع:

هو شكل مغلق، يتكوّن من ثلاث قطع مستقيمة أو أكثر، تلتقي كل قطعة بطرفي قطعتين أخريين من المضلع، ولا تقع أي قطعتين منها على استقامة واحدة، وتكون رؤوس المضلع هي أطراف القطع المستقيمة فيه. أما قطر المضلع فهو القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين غير متتاليين فيه.

مراجعة المفردات

الزاوية الداخلية:

هي الزاوية المحصورة بين ضلعين متجاورين في مضلع وتقع داخله.

1 التركيز

الترباط الرأسي

ما قبل الدرس 5-1

تعرف أسماء المضلعات وتصنيفها.

الدرس 5-1

إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع واستعماله.

إيجاد مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع واستعماله.

ما بعد الدرس 5-1

تعرّف خصائص أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه وتطبيقها.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟"

وأسأل:

- ما عدد الزوايا الداخلية لكل خلية؟ 6
- ماذا نستفيد من كون الخلية على شكل سداسي منتظم بالنسبة لقياس الزوايا الداخلية فيها؟ بما أن الشكل سداسي منتظم، فإن جميع قياسات زواياه الداخلية متساوية.

- قارن بين الزوايا الداخلية لكل خلية، والزوايا الداخلية لجميع الخلايا. الزوايا الداخلية لكل خلية متساوية في القياس. وجميع الخلايا متطابقة، إذن قياسات الزوايا الداخلية لجميع الخلايا متساوية.

- إذا كان مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع السداسي يساوي 720° ، فما قياس كل زاوية داخلية لخلية النحل؟ 120°

مصادر الدرس 5-1

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (13)	• تنويع التعليم، ص (13، 15)	• تنويع التعليم، ص (13، 15)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين، ص (6)	• كتاب التمارين، ص (6)	• كتاب التمارين، ص (6)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (6) • تدريبات المهارات، ص (8) • تدريبات حل المسألة، ص (9)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (6) • تدريبات المهارات، ص (8) • تدريبات حل المسألة، ص (9) • التدريبات الإثرائية، ص (10)	• تدريبات حل المسألة، ص (9) • التدريبات الإثرائية، ص (10)

يمكنك استعمال النظرية 5.1 لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع والقياسات المجهولة لزواياه.

إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع

مثال 1

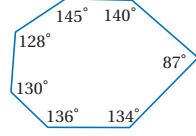
(a) أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للسباعي المحدب.

السباعي المحدب له سبعة أضلاع. استعمال النظرية 5.1؛ لإيجاد مجموع قياسات زواياه الداخلية.

$$\begin{aligned} n &= 7 & (n-2) \cdot 180^\circ &= (7-2) \cdot 180^\circ \\ & & &= 5 \cdot 180^\circ = 900^\circ \end{aligned}$$

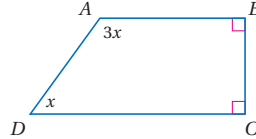
بالتبسيط

إذن فمجموع قياسات الزوايا الداخلية للسباعي المحدب يساوي 900° .



تحقق: ارسم سباعياً محدباً، واستعمل المنقلة لقياس كل زاوية داخلية تقريباً إلى أقرب درجة، ثم أوجد مجموع هذه القياسات.

$$128^\circ + 145^\circ + 140^\circ + 87^\circ + 134^\circ + 136^\circ + 130^\circ = 900^\circ \quad \checkmark$$



(b) **جبر:** أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية للرباعي المجاور.

الخطوة 1: أوجد قيمة x .

بما أن للرباعي 4 زوايا، فإن مجموع قياسات زواياه الداخلية يساوي $(4-2) \cdot 180 = 360$.

$$\text{مجموع قياسات الزوايا الداخلية} \quad 360^\circ = m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D$$

$$\text{بالتعويض} \quad 360^\circ = 3x + 90^\circ + 90^\circ + x$$

$$\text{بتجميع الحدود المتشابهة} \quad 360^\circ = 4x + 180^\circ$$

$$\text{بطرح } 180^\circ \text{ من كلا الطرفين} \quad 180^\circ = 4x$$

$$\text{بقسمة كلا الطرفين على 4} \quad 45^\circ = x$$

الخطوة 2: استعمال قيمة x لإيجاد قياس كل زاوية.

$$m\angle A = 3x$$

$$m\angle B = 90^\circ$$

$$m\angle D = x$$

$$= 3(45^\circ)$$

$$m\angle C = 90^\circ$$

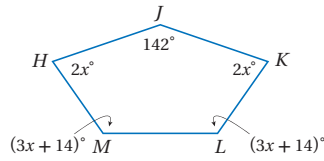
$$= 45^\circ$$

$$= 135^\circ$$

تحقق: اكتب قياسات الزوايا الداخلية للرباعي، ثم أوجد مجموع هذه القياسات.

$$90^\circ, 90^\circ, 45^\circ, 3(45^\circ) = 135^\circ$$

$$90^\circ + 90^\circ + 45^\circ + 135^\circ = 360^\circ \quad \checkmark$$



(1A) أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للثماني المحدب. 1080° .

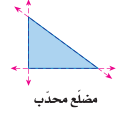
(1B) أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية للخماسي المجاور.

تحقق من فهمك

مراجعة المفردات

المضلع المحدب:

يكون المضلع محدباً إذا لم يحتوِ امتداد أي من أضلاعه نقاطاً داخله، ويعكس ذلك يكون مقعراً.



إرشادات للدراسة

المضلع:

عند ذكر كلمة مضلع في هذا الفصل فإننا نعني المضلع المحدب.

$$\begin{aligned} m\angle H &= 74^\circ, & (1B) \\ m\angle K &= 74^\circ, \\ m\angle L &= 125^\circ, \\ m\angle M &= 125^\circ \end{aligned}$$

مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع

الأمثلة 1-3 تبين كيفية إيجاد مجموع

قياسات الزوايا الداخلية لمضلع باستعمال

نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية

للمضلع.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد

كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلبة

للمفاهيم.

مثال إضافي

(a) أوجد مجموع قياسات

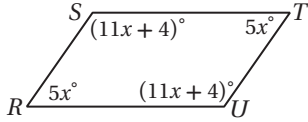
الزوايا الداخلية للتساعي

المحدب. 1260°

(b) أوجد قياسات جميع الزوايا

الداخلية لمتوازي الأضلاع

$RSTU$.



$$m\angle R = m\angle T = 55^\circ;$$

$$m\angle S = m\angle U = 125^\circ$$

إرشادات للمعلم الجديد

الحس الرياضي: ذكّر الطلاب بأنهم إذا

نسوا صيغة مجموع قياسات الزوايا الداخلية

لمضلع، يمكنهم رسم جميع الأقطار

الممكنة من أحد الرؤوس، ثم ضرب عدد

المثلثات الناتجة في 180° . قدّم لهم مثلاً

باستعمال مضلع خماسي أو سداسي.

الدرس 5-1 زوايا المضلع 13

تنويع التعليم

دون ضمن فوق

المتعلمون المنطقيون: اطلب إلى الطلاب أن يستعملوا مسطرة لرسم مضلع غير منتظم له خمسة أضلاع أو أكثر، واطلب إليهم أن يستعملوا منقلة لإيجاد قياس نصف زواياه الداخلية وزواياه الخارجية عند الرؤوس الأخرى، واطلب إليهم أن يتبادلوا رسوماتهم ويجدوا قياسات الزوايا الداخلية والزوايا الخارجية الباقية دون استعمال المنقلة، ثم يعيدوا الرسوم إلى أصحابها الأصليين؛ ليتحققوا من الإجابات باستعمال المنقلة.

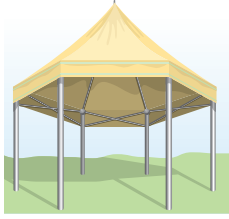
تذكر أن جميع الزوايا الداخلية للمضلع المنتظم متطابقة. ويمكنك استعمال هذه الحقيقة ونظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع لإيجاد قياس الزاوية الداخلية لأي مضلع منتظم.

مراجعة المفردات

المضلع المنتظم:
هو مضلع محدب جميع أضلاعه متطابقة، وجميع زواياه متطابقة.

مثال 2 من واقع الحياة

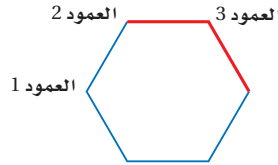
قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم



ملاحظة: في المنظر العلوي للمظلة المجاورة، تشكل الأعمدة رؤوس مضلع سداسي منتظم. أوجد قياس الزاوية التي تشكل عند أي من أركان المظلة.

افهم: المعطيات: منظر علوي لمظلة سداسية منتظمة الشكل.
المطلوب: إيجاد قياس الزاوية التي تشكل عند أي ركن من أركان المظلة.

ارسم شكلاً يمثل المنظر العلوي للمظلة.



الزاوية التي تشكل عند أي من أركان المظلة هي زاوية داخلية لسداسي منتظم.

خطط: استعمل نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للسداسي. وبما أن الزوايا الداخلية للسداسي المنتظم متطابقة، فإن قياس كل زاوية داخلية يساوي ناتج قسمة المجموع على عدد الزوايا.

حل: أولاً: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية.

صيغة مجموع قياسات الزوايا الداخلية

$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$n = 6$$

$$= (6 - 2) \cdot 180^\circ$$

بالتبسيط

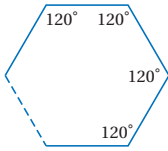
$$= 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$$

ثانياً: أوجد قياس كل زاوية داخلية.

$$\text{بالتعويض} \quad \frac{\text{مجموع قياسات الزوايا الداخلية}}{\text{عدد الزوايا الداخلية}} = \frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$$

بالقسمة

إذن قياس الزاوية المتكوّنة عند كل ركن يساوي 120° .



تحقق: للتحقق من أن هذا القياس صحيح، استعمل المسطرة والمنقلة لرسم سداسي منتظم قياس زواياه الداخلية 120° . سيرتبط الضلع الأخير بنقطة البداية لأول قطعة مستقيمة رُسمت. ✓

تحقق من فهمك

(2A) **سجاد:** أوجد قياس الزاوية الداخلية لسجادة على شكل ثماني منتظم. 135°

(2B) **نوافير:** تزيّن النوافير الأماكن العامة، ويقام بعضها على شكل مضلعات منتظمة. أوجد قياس الزاوية الداخلية لنافورة على شكل تساعي منتظم. 140°

التعليم باستعمال التقنيات

جهاز العرض: استعمل برمجية هندسية لرسم عدّة مضلعات. واطلب إلى الطلاب أن يتناوبوا في قياس الزوايا الداخلية، وإيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل مضلع. واطلب إليهم أن يكتبوا ملخصاً لتنتائجهم، ويشرحوا ذلك لطلاب الصف. احفظ أعمالهم ووزّعها على طلاب الصف.

مثال إضافي

2

فن العمارة: صمّم مركز تجاري بحيث تتلاقى خمس ممرات فيه عند ساحة الطعام على شكل مضلع خماسي منتظم. أوجد قياس إحدى الزوايا الداخلية لهذا المضلع. 108°



تنبيه!

الزوايا الداخلية: يجب على الطلاب أن يتأكدوا من المعلومة المطلوبة في السؤال. هل السؤال يطلب قياس زاوية داخلية واحدة، أم مجموع قياسات الزوايا الداخلية؟

يمكنك أيضًا استعمال نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع لإيجاد عدد أضلاع مضلع منتظم إذا علم قياس زاوية داخلية له.

مثال 3

إيجاد عدد الأضلاع إذا عُلم قياس زاوية داخلية

إذا كان قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم يساوي 135° ، فأوجد عدد أضلاعه.

افترض أن عدد أضلاع المضلع يساوي n . وبذلك يكون مجموع قياسات زواياه الداخلية $135n$ ؛ لأن جميع الزوايا الداخلية للمضلع المنتظم متطابقة. وبناءً على نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية يمكن التعبير أيضًا عن مجموع قياسات الزوايا الداخلية بالعلاقة $S = (n - 2) \cdot 180$.

$$135^\circ n = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$135^\circ n = 180^\circ n - 360^\circ$$

$$-45^\circ n = -360^\circ$$

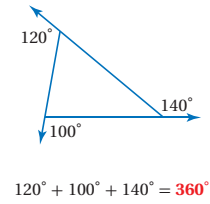
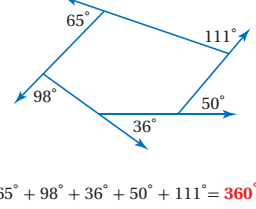
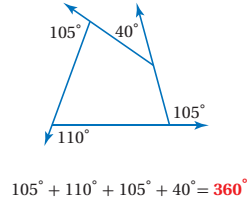
$$n = 8$$

إذن للمضلع 8 أضلاع.

تحقق من فهمك

(3) إذا كان قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم يساوي 144° ، فأوجد عدد أضلاعه. 10 أضلاع

مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع: هل توجد علاقة بين عدد أضلاع مضلع محدب ومجموع قياسات زواياه الخارجية؟ انظر المضلعات أدناه التي أعطي في كل منها قياس زاوية خارجية عند كل رأس.



لاحظ أن مجموع قياسات الزوايا الخارجية بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس في كل حالة يساوي 360° . وتقودنا هذه الملاحظة إلى النظرية الآتية:

نظرية 5.2

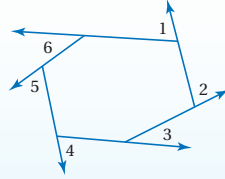
مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع

مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع المحدب بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي 360° .

مثال:

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 = 360^\circ$$

أضف إلى
مطوبتك



ستبرهن نظرية 5.2 في السؤال 40

الدرس 5-1 زوايا المضلع 15

مثال إضافي

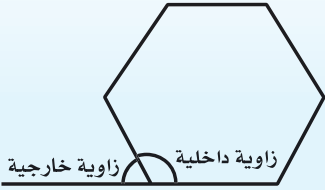
3

إذا كان قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم يساوي 150° ، فأوجد عدد أضلاعه. 12 ضلعًا

المحتوى الرياضي

الزوايا الخارجية:

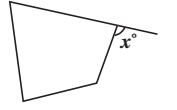
يمكن إيجاد قياس زاوية خارجية لمضلع باستعمال نظرية الزاويتين المتكاملتين. فإذا علم قياس زاوية داخلية لمضلع، فإن قياس الزاوية الخارجية للمضلع عند الرأس نفسه يساوي الفرق الموجب بين 180° (قياس الزاوية المستقيمة) وقياس الزاوية الداخلية.



مراجعة المفردات

الزاوية الخارجية:

الزاوية الخارجية لمضلع محدب هي زاوية محصورة بين أحد أضلاعه وامتداد ضلع آخر.



إرشادات للدراسة

قياس الزاوية الخارجية:

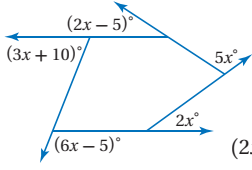
قياس الزاوية الخارجية لمضلع منتظم عدد أضلاعه n يساوي $\frac{360^\circ}{n}$

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: اطلب إلى الطلاب أن يرسموا مضلعًا محدبًا، وأن يقيسوا الزوايا الداخلية والزوايا الخارجية له باستعمال المنقلة، ثم اطلب إليهم أن يلاحظوا ما إذا كانت قياساتهم تتفق مع النظريتين 5.1 و 5.2. انظر أعمال الطلاب.

مثال 4 إيجاد قياسات الزوايا الخارجية للمضلع



(a) جبر: أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

استعمل نظرية مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع لكتابة معادلة، ثم حلّها لإيجاد قيمة x .

$$\begin{aligned} (2x-5)^\circ + 5x^\circ + 2x^\circ + (6x-5)^\circ + (3x+10)^\circ &= 360^\circ \\ (2x+5x+2x+6x+3x)^\circ + [-5+(-5)+10]^\circ &= 360^\circ \\ 18x^\circ &= 360^\circ \\ x^\circ &= \frac{360^\circ}{18} = 20 \end{aligned}$$

(b) أوجد قياس الزاوية الخارجية للتساعي المنتظم.

تتطابق الأضلاع والزوايا الداخلية في التساعي المنتظم وتكون الزوايا الخارجية متطابقة لأن المكملات للزوايا المتطابقة تكون متطابقة أيضًا. افترض أن قياس كل زاوية خارجية يساوي x ، ثم اكتب معادلة وحلّها.

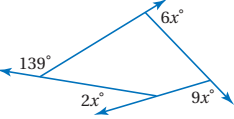
$$\begin{aligned} 9x &= 360^\circ \\ x &= 40^\circ \end{aligned}$$

إذن قياس كل زاوية خارجية للمضلع التساعي المنتظم يساوي 40.

تحقق من فهمك

(4A) أوجد قيمة x في الشكل المجاور. 13

(4B) أوجد قياس الزاوية الخارجية لمضلع منتظم ذي 12 ضلعًا. 30°



إرشادات للدراسة

طريقة بديلة:

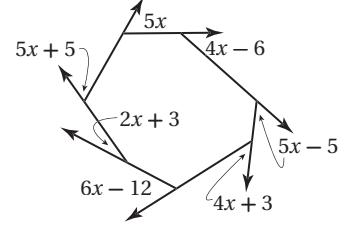
لإيجاد قياس زاوية خارجية لمضلع منتظم يمكنك إيجاد قياس زاوية داخلية وطرح هذا القياس من 180°، لأنّ الزاوية الخارجية والزاوية الداخلية المرتبطة بها متكاملتان.

مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع

المثال 4 يبيّن كيفية استعمال نظرية مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع محدب في حل مسائل.

مثال إضافي

(a) أوجد قيمة x في الشكل الآتي: 4



$$x = 12$$

(b) أوجد قياس الزاوية الخارجية للتساعي المنتظم. 36°

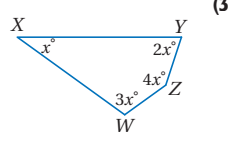
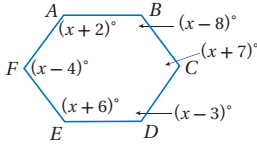
تأكد

المثال 1

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل من المضلعين المحدبين الآتيين:

(1) العشاري 1440° (2) الخماسي 540°

أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من المضلعين الآتيين:



(3) $m\angle X = 36^\circ$, $m\angle Y = 72^\circ$, $m\angle Z = 144^\circ$, $m\angle W = 108^\circ$
(4) $m\angle A = 122^\circ$, $m\angle B = 112^\circ$, $m\angle C = 127^\circ$, $m\angle D = 117^\circ$, $m\angle E = 126^\circ$, $m\angle F = 116^\circ$

(5) عجلة دوارة: العجلة الدوّارة في الصورة المجاورة على شكل مضلع منتظم عدد أضلاعه 15 ضلعًا. أوجد قياس الزاوية الداخلية له. 156°

إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلية لمضلع منتظم معطى، فأوجد عدد الأضلاع في كل مما يأتي:

(6) 150° (7) 170° 36

3 التدريب

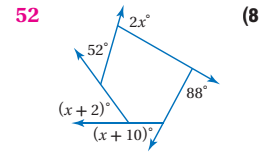
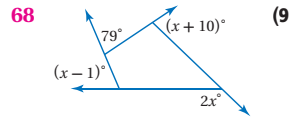
التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 1-11 للتأكد من فهم الطلبة، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتحديد الواجبات المنزلية للطلبة بحسب مستوياتهم.

تنوع الواجبات المنزلية

الأسئلة	المستوى
45-55, 43, 12-34	دون المتوسط
50-55, 43, 38-41, 13-37 فردي	ضمن المتوسط
55, 54, 36-53 اختياري	فوق المتوسط

المثال 4 أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيين :



أوجد قياس الزاوية الخارجيّة لكل من المضلعين المنتظمين الآتيين:

(11) ثماني 45°

(10) رباعي 90°

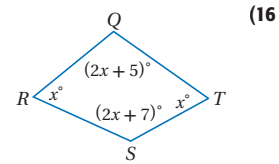
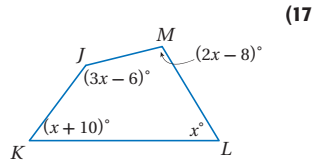
تدرب وحل المسائل

المثال 1

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخليّة لكل من المضلعات المحدبة الآتية:

(12) ذو 12 ضلعًا 1800° (13) ذو 20 ضلعًا 3240° (14) ذو 29 ضلعًا 4860° (15) ذو 32 ضلعًا 5400°

أوجد قياسات جميع الزوايا الداخليّة لكل من المضلعات الآتية:

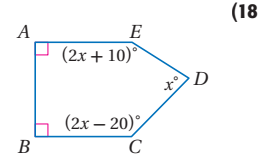
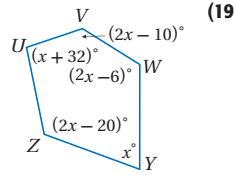


$m\angle Q = 121^\circ, m\angle R = 58^\circ, (16)$

$m\angle S = 123^\circ, m\angle T = 58^\circ$

$m\angle J = 150^\circ, m\angle K = 62^\circ, (17)$

$m\angle L = 52^\circ, m\angle M = 96^\circ$



$m\angle A = 90^\circ, m\angle B = 90^\circ, (18)$

$m\angle C = 128^\circ, m\angle D = 74^\circ,$

$m\angle E = 158^\circ$

$m\angle U = 100^\circ, m\angle V = 126^\circ, (19)$

$m\angle W = 130^\circ, m\angle Y = 68^\circ,$

$m\angle Z = 116^\circ$

(20) ما مجموع قياسات الزوايا الداخليّة للمضلع في الشكل المجاور؟ 540°



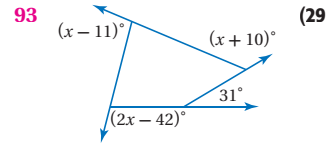
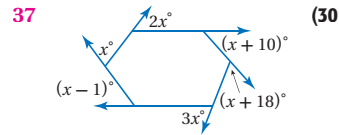
المثال 2 أوجد قياس زاوية داخليّة لكل من المضلعات المنتظمة الآتية:

(21) الاثنا عشري 150° (22) الخماسي 108° (23) العشري 144° (24) التساعي 140°

المثال 3 إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخليّة لمضلع منتظم معطى، فأوجد عدد الأضلاع في كل مما يأتي:

(25) 60° (26) 90° (27) 120° (28) 156° (29) 60° (30) 120°

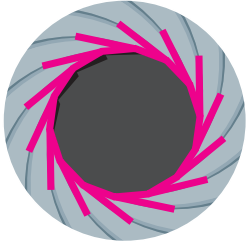
المثال 4 أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيين:



الدرس 5-1 زوايا المضلع 17

أوجد قياس زاوية خارجية لكل من المضلعات المنتظمة الآتية:

- (31) العشاري 36° (32) الخماسي 72° (33) السداسي 60° (34) ذو 15 ضلعاً 24°



(35) **تصوير:** تشكّل الفتحة التي ينفذ منها الضوء إلى عدسة آلة التصوير في الشكل المجاور مضلعاً منتظماً ذا 14 ضلعاً.

- (a) أوجد قياس الزاوية الداخلية مقربة إلى أقرب عُشر. 154.3° تقريباً
(b) أوجد قياس الزاوية الخارجية مقربة إلى أقرب عُشر. 25.7° تقريباً

أوجد قياس زاوية خارجية وزاوية داخلية للمضلع المنتظم المعطى عدد أضلاعه في كل مما يأتي، وقرب إجابتك إلى أقرب عُشر:

- (36) 7 $51.4^\circ, 128.6^\circ$ (37) 13 $27.7^\circ, 152.3^\circ$

(38) أثبت أن مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع الثماني يساوي 1080° ، دون استعمال صيغة مجموع الزوايا الداخلية للمضلع. **انظر الهامش.**

(39) **برهان:** استعمل الجبر لإثبات نظرية مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع. **انظر الهامش.**

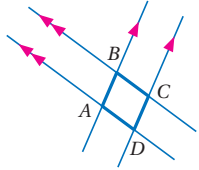
جبر: أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من المضلعين الآتيين:

(40) عشاري قياسات زواياه الداخلية:

$$(x+5)^\circ, (x+10)^\circ, (x+20)^\circ, (x+30)^\circ, (x+35)^\circ, (x+40)^\circ, (x+60)^\circ, (x+70)^\circ, (x+80)^\circ, (x+90)^\circ$$

(41) الخماسي $ABCDE$ الذي قياسات زواياه الداخلية: $(4x-1)^\circ, (2x-8)^\circ, (x+9)^\circ, (4x+13)^\circ, 6x$
 $m\angle A = 186^\circ, m\angle B = 137^\circ, m\angle C = 40^\circ, m\angle D = 54^\circ, m\angle E = 123^\circ$

(42) **تمثيلات متعددة:** سوف تستقصي في هذه المسألة العلاقات بين الزوايا والأضلاع في متوازي أضلاع.



(a) **هندسياً:** ارسم زوجين من المستقيمتين المتوازيتين تقاطع كما في الشكل المجاور، وسمّ الشكل الرباعي الناتج $ABCD$. ثم كرّر هذه الخطوات لتكوين شكلين آخرين: $FGHJ$, $QRST$. **انظر الهامش.**

(b) **جدولياً:** أكمل الجدول الآتي:

أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا								الشكل الرباعي
79°	$m\angle D$	101°	$m\angle C$	79°	$m\angle B$	101°	$m\angle A$	$ABCD$
0.6 cm	DA	0.6 cm	CD	0.6 cm	BC	0.6 cm	AB	
104°	$m\angle J$	76°	$m\angle H$	104°	$m\angle G$	76°	$m\angle F$	$FGHJ$
0.9 cm	JF	1 cm	HJ	0.9 cm	GH	1 cm	FG	
59°	$m\angle T$	121°	$m\angle S$	59°	$m\angle R$	121°	$m\angle Q$	$QRST$
1.2 cm	TQ	0.5 cm	ST	1.2 cm	RS	0.5 cm	QR	

(c) **لفظياً:** خمن العلاقة بين كل زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعي الناتج عن زوجين من المستقيمتين المتوازيتين.

(d) **لفظياً:** خمن العلاقة بين كل زاويتين متحالفتين في الشكل الرباعي الناتج عن زوجين من المستقيمتين المتوازيتين.

(e) **لفظياً:** خمن العلاقة بين كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي الناتج عن زوجين من المستقيمتين المتوازيتين.

(42c) **إجابة ممكنة:** في الشكل الرباعي المتكوّن من زوجين من المستقيمتين المتوازيتين تكون الزاويتان المتقابلتان متطابقتين.

(42d) **إجابة ممكنة:** في الشكل الرباعي المتكوّن من زوجين من المستقيمتين المتوازيتين تكون الزاويتان المتحالفتان متكاملتين.

(42e) **إجابة ممكنة:** في الشكل الرباعي المتكوّن من زوجين من المستقيمتين المتوازيتين يكون الضلعان المتقابلان متطابقين.

18 الفصل 5 الأشكال الرباعية



تاريخ الرياضيات

أبو علي الحسن بن الهيثم
354 - 430 هـ

يعد ابن الهيثم رائد علم الضوء والبصريات؛ فقد وصف العديد من الظواهر الضوئية وصفاً دقيقاً في كتابه المناظر.

تنبيه لحل سؤال

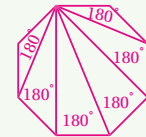
المسطرة والفرجار والمنقلة:

يتطلب السؤال 42 استعمال مسطرة وفرجار ومنقلة.



تمثيلات متعددة: في السؤال 42، يستعمل الطلاب الرسوم الهندسية والجدول والوصف اللفظي لاستقصاء علاقات الزوايا والأضلاع في أشكال رباعية خاصة.

إجابات:



(38) ارسم جميع الأقطار لمضلع ثماني محدّب من أحد رؤوسه.

لاحظ أنّ المضلع قُسم إلى 6 مثلثات وبما أنّ مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل مثلث 180° ، فإنّ مجموع قياسات الزوايا الداخلية للثماني يساوي

$$6 \cdot 180^\circ = 1080^\circ$$

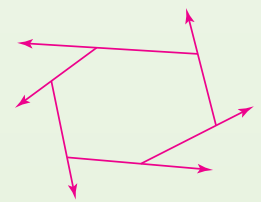
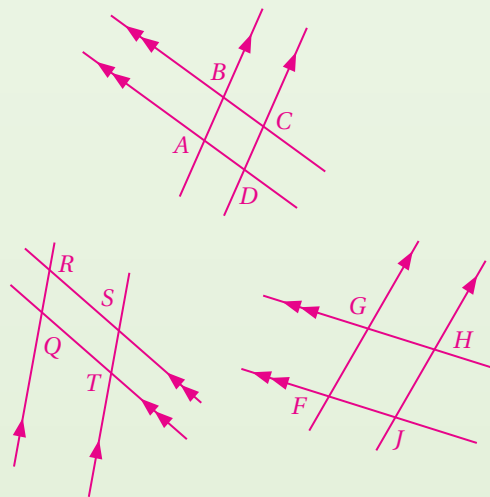
(39) افترض أن N تساوي مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع عدد أضلاعه n .

حيث أنه عند كل رأس تشكل الزاوية الخارجية والزاوية الداخلية المرتبطة بها زوجاً من الزوايا المتجاورة على مستقيم، فإن N تساوي مجموع قياسات أزواج الزوايا المتجاورة على مستقيم مطروحاً منه مجموع قياسات الزوايا الداخلية.

$$\begin{aligned} N &= 180^\circ n - 180^\circ \cdot (n-2) \\ &= 180^\circ n - 180^\circ n + 360^\circ \\ &= 360^\circ \end{aligned}$$

لذا فإن مجموع قياسات الزوايا الخارجية لأي مضلع محدّب يساوي 360° .

(42a) **إجابة ممكنة:**



تنبيه!

اكتشف الخطأ: في السؤال 43،

يجب على الطلاب أن يفهموا أن مجموع قياسات الزوايا الخارجية لأي مضلع يساوي 360° . في حين يزداد مجموع قياسات الزوايا الداخلية بازدياد عدد الأضلاع.

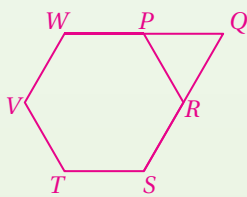
4 التقويم

تعلّم لاحق: اطلب إلى الطلاب أن يصفوا كيفية إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع، وكيف ترتبط هذه العملية بالدرس التالي حول قياسات زوايا متوازي الأضلاع.

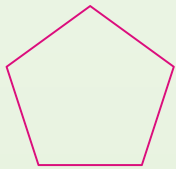
إجابات:

(43) لبنى؛ بحسب نظرية مجموع قياسات الزوايا الخارجية، سيكون مجموع قياسات الزوايا الخارجية لأي مضلع محدّب يساوي 360° .

(45) دائماً؛ بحسب نظرية مجموع الزوايا الخارجية، $m\angle QPR = 60^\circ$ و $m\angle QRP = 60^\circ$. ولما كان مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأي مثلث يساوي 180° ، فإن $m\angle PQR = 180^\circ - m\angle QPR - m\angle QRP = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$. إذن فالمثلث $\triangle PQR$ متطابق الأضلاع.

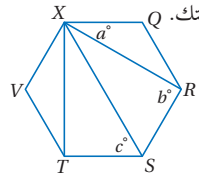


(46) 8؛ إجابة ممكنة:



مجموع قياسات الزوايا الداخلية لهذا المضلع يساوي $S = (5 - 2) \cdot 180^\circ = 540^\circ$. ومثلاً هذا المجموع يساوي $2(540^\circ) = 1080^\circ$. وعدد أضلاع المضلع الذي مجموع قياسات زواياه الداخلية 1080° هو حل المعادلة $(n - 2) \cdot 180^\circ = 1080^\circ$ ومنها $n = 8$.

(43) **اكتشف الخطأ:** قالت مريم: إن مجموع قياسات الزوايا الخارجية للعشاري أكبر منه للسباعي؛ لأن عدد أضلاع العشاري أكثر من أضلاع السباعي. وقالت لبنى: إن مجموع قياسات الزوايا الخارجية لكلا المضلعين متساو. فهل أيّ منهما ادعاؤها صحيح؟ وضح تبريرك. **انظر الهامش.**



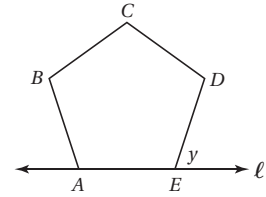
(44) **تحّد:** أوجد قيم a, b, c في الشكل السداسي المنتظم $QRSTVX$ المجاور. برّر إجابتك. **انظر ملحق الإجابات.**

(45) **تبرير:** إذا مدّد ضلعان لسداسي منتظم بحيث يلتقيان في نقطة خارجه، فهل يكون المثلث الناتج متطابق الأضلاع دائماً، أو أحياناً، أو لا يمكن أن يكون متطابق الأضلاع أبداً؟ برّر إجابتك. **انظر الهامش.**

(46) **مسألة مفتوحة:** ارسم مضلعاً، وأوجد مجموع قياسات زواياه الداخلية. ما عدد أضلاع المضلع الذي مجموع قياسات زواياه الداخلية مثلاً المجموع الذي أوجدته؟ برّر إجابتك. (47) **اكتب:** وضح العلاقة بين المثلثات ونظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع.

تدريب على اختبار

(48) **إجابة قصيرة:** الشكل $ABCDE$ خماسي منتظم، والمستقيم ℓ يحوي AE . ما قياس $\angle y$ ؟ 72°



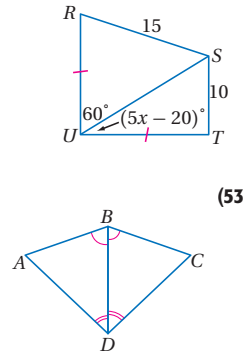
(49) إذا كان مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع مثلي مجموع قياسات زواياه الخارجية، فما نوع هذا المضلع؟ **C**

- | | |
|---------|---------|
| A مربع | C سداسي |
| B خماسي | D ثماني |

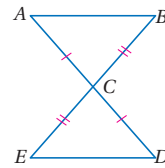
مراجعة تراكمية

(50) **جبر:** اكتب متباينة تمثّل مدى القيم الممكنة لـ x (الدرس 4-6) $4 < x < 16$

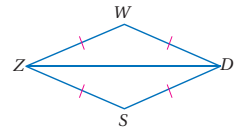
بيّن في كل مما يأتي أن المثلثين متطابقان، وحدّد حالة التطابق، ثم اكتب عبارة تطابق: (الدرس 3-5, 3-4) (51-53) **انظر الهامش.**



(53)



(52)

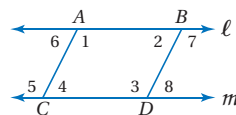


(51)

استعد للدرس اللاحق

(54, 55) **انظر الهامش.**

في الشكل المجاور $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$ ، $\ell \parallel m$ ، حدّد جميع أزواج الزوايا التي تصنف وفقاً لما يلي:



الدرس 5-1 زوايا المضلع 19

(53) $\angle CDB \cong \angle ADB$ ؛ $\angle CBD \cong \angle ABD$ ؛ $\overline{BD} \cong \overline{DB}$ ؛ يتطابق المثلثان $\triangle ABD$ ، $\triangle CBD$ بالحالة $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ ؛ ASA

(54) $\angle 1$ و $\angle 5$ ؛ $\angle 4$ و $\angle 6$ ؛ $\angle 2$ و $\angle 8$ ؛ $\angle 3$ و $\angle 7$

(55) $\angle 1$ و $\angle 4$ ؛ $\angle 2$ و $\angle 3$ ؛ $\angle 1$ و $\angle 3$ ؛ $\angle 2$ و $\angle 4$ ؛ $\angle 5$ و $\angle 8$ ؛ $\angle 6$ و $\angle 7$

(48) اشتقت نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع من النمط الذي يربط عدد أضلاع المضلع بعدد المثلثات. والصيغة هي حاصل ضرب مجموع قياسات زوايا المثلث أي 180° في عدد المثلثات في المضلع.

(51) $\overline{ZD} \cong \overline{DZ}$ ؛ $\overline{WZ} \cong \overline{SZ}$ ؛ $\overline{WD} \cong \overline{SD}$ ؛ يتطابق المثلثان $\triangle ZWD$ ، $\triangle ZSD$ بالحالة SSS؛ $\triangle ZWD \cong \triangle ZSD$

(52) $\angle ACB \cong \angle DCE$ ؛ $\overline{BC} \cong \overline{EC}$ ؛ $\overline{AC} \cong \overline{DC}$ ؛ يتطابق المثلثان $\triangle ACB$ ، $\triangle DCE$ بالحالة SAS؛ $\triangle ACB \cong \triangle DCE$

زوايا المضلع

Angles of Polygon

5-1

الدرس

5-1

من الممكن إيجاد قياسات الزوايا الداخلية والزوايا الخارجية بالإضافة إلى مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأي مضلع منتظم عدد أضلاعه n ، وذلك باستعمال برنامج الجداول الإلكترونية.

نشاط

- صمّم جدولاً إلكترونياً باتباع الخطوات الآتية:
- اكتب عناوين للأعمدة كما في الجدول أدناه.
- أدخل الأرقام 3-10 في العمود الأول بدءاً من الخلية A2.
- عدد المثلثات في كل مضلع أقل من عدد أضلاعه بـ 2. اكتب صيغة في الخلية B2 ل طرح 2 من كل عدد في الخلية A2 وذلك بوضع المؤشر في الخلية B2 وكتابة $=A2-2$ ثم ضغط **enter**.
- اكتب صيغة في الخلية C2 لحساب مجموع قياسات الزوايا الداخلية. تذكر أن صيغة مجموع قياسات زوايا مضلع هي $S = (n-2) \cdot 180^\circ$ ، وذلك بوضع المؤشر في الخلية C2 وكتابة $=B2*180$ ثم ضغط **enter**.
- استمر في كتابة صيغ لحساب القيم المشار إليها في الجدول، ثم اسحب هذه الصيغ على القيم حتى الصف 9. سيظهر الجدول في النهاية على النحو الآتي:

المضلعات والزوايا						
	A	B	C	D	E	F
	عدد الأضلاع	عدد المثلثات	مجموع قياسات الزوايا الداخلية	قياس كل زاوية داخلية	قياس كل زاوية خارجية	مجموع قياسات الزوايا الخارجية
1	3	1	180	60	120	360
3	4	2	360	90	90	360
4	5	3	540	108	72	360
5	6	4	720	120	60	360
6	7	5	900	128.57	51.43	360
7	8	6	1080	135	45	360
8	9	7	1260	140	40	360
9	10	8	1440	144	36	360

تمارين ومسابقات:

- اكتب الصيغة التي استعملتها لإيجاد قياس زاوية داخلية للمضلع المنتظم. $=C2/A2$
- اكتب الصيغة التي استعملتها لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع المنتظم. $=A2*E2$
- ما قياس كل زاوية داخلية إذا كان عدد الأضلاع 1 أو 2؟ $0^\circ, 180^\circ$
- هل من الممكن أن يكون عدد الأضلاع 1 أو 2؟ وضح إجابتك. لا، لأن المضلع شكل مغلق مكون من قطع مستقيمة تقع في المستوى نفسه.
- استعمل جدولاً إلكترونياً لحل الأسئلة 5-8:
- ما عدد المثلثات في مضلع عدد أضلاعه 17 ضلعاً؟ 15
- أوجد قياس الزاوية الخارجية لمضلع منتظم عدد أضلاعه 16 ضلعاً. 22.5°
- أوجد قياس زاوية داخلية لمضلع منتظم عدد أضلاعه 115 ضلعاً مقرباً إيجابتك إلى أقرب عُشر. 176.9° تقريباً
- إذا كان قياس كل من الزوايا الخارجية 0° ، فأوجد قياس الزاوية الداخلية. وهل هذا ممكن؟ وضح إجابتك.

(8) سيكون قياس كل زاوية داخلية 180° ، وهذا غير ممكن للمضلع.

20 الفصل 5 الأشكال الرباعية

1 التركيز

الهدف

استعمال الجداول الإلكترونية لإيجاد قياسات الزوايا الداخلية والخارجية للمضلع المنتظم.

المواد

- حاسوب
- برنامج الجداول الإلكترونية

إرشادات للتدريس

يمكن أن يستعمل الطلاب خاصية "Fill - down" للجداول الإلكترونية لإدخال البيانات في العمودين الأول والثاني. وسوف يلاحظ الطلاب أن بإمكانهم إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع كثير الأضلاع بهذه الطريقة بما في ذلك مضلع عدد أضلاعه 115 ضلعاً (السؤال 7).

2 التدريس

العمل في مجموعات

متعاونة

وزّع الطلاب في مجموعات ثنائية متفاوتة القدرات، واطلب إلى أحد الطالبين في كل مجموعة أن يدخل البيانات في الحاسوب، في حين يملي عليه الطالب الآخر المعلومات المدخلة، ثم اطلب إلى الطلاب حل الأسئلة 1-4.

واسأل:

- ما فائدة الجداول الإلكترونية؟
- يمكنك إدخال البيانات مرة واحدة ثم البناء على هذه البيانات.
- ما عيوب استعمال الجداول الإلكترونية؟
- قد تجعل الأخطاء في أثناء إدخال البيانات (كتأثيرها) نتائج غير صحيحة.

تدريب: اطلب إلى الطلاب حل الأسئلة 5-8.

3 التقويم

التقويم التكويني

تحقق من إجابات الطلاب عن الأسئلة 5-8، لتقويم إذا أدخل الطلاب الصيغ إدخالاً صحيحاً في الجدول الإلكتروني.

من المحسوس إلى المجرد

اطلب إلى الطلاب توقع قياسات الزوايا الداخلية والزوايا الخارجية لمضلع محدب منتظم عدد أضلاعه 360 ضلعاً باستعمال المعلومات أعلاه.



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 1 - 5

دون	دون المتوسط	ضمن	فوق	فوق المتوسط
تدريبات إعادة التعليم (6)	تدريبات إعادة التعليم (7)	تدريبات إعادة التعليم (7)	تدريبات إعادة التعليم (7)	تدريبات إعادة التعليم (7)
الاسم _____ التاريخ _____ 5-1 تدريبات إعادة التعليم زوايا المضلع مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع، القطعة المستقيمة التي تصل بين رأسين غير متتاليين تُسمى قُطرًا له، والأقطار المرسومة من أحد رؤوس مضلع عدد أضلاعه n تنقسم إلى مثلثات عددها $2 - n$، ويكسبك إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع، جميع قياسات الزوايا الداخلية هذه المثلثات. مثال 1: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع. مثال 2: إذا كان عدد أضلاع مضلع محدد هو n، ومجموع قياسات زواياه الداخلية هو S، فإن $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$ مثال 3: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدد عدد أضلاعه 13 ضلعًا. $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$ $= (13 - 2) \cdot 180^\circ$ $= (11) \cdot 180^\circ$ $= 1980^\circ$ تعاريف: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل من المضلعات المحيطة الآتية: (1) السباعي: 1260° (2) ذي 16 ضلعًا: 2520° (3) ذي 30 ضلعًا: 5040° (4) الثنائي: 1080° (5) ذي 18 ضلعًا: 2880° (6) ذي 35 ضلعًا: 5940° إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلية لمضلع منتظم معطى، فأوجد عدد الأضلاع في كل من يأتي: (7) 12° (8) 160° (9) 175° (10) 165° (11) 144° (12) 135° (13) أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية للمضلع المجاور: $m\angle A = 90^\circ$ $m\angle B = 130^\circ$ $m\angle C = 95^\circ$ $m\angle D = 85^\circ$ $m\angle E = 140^\circ$ الصف: الأول التتويي 6 الفصل 5، الأشكال الرباعية	الاسم _____ التاريخ _____ 5-1 تدريبات إعادة التعليم زوايا المضلع مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع، توجد علاقة بين عدد أضلاع مضلع محدد، ومجموع قياسات زواياه الخارجية. مثال 1: أوجد مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع محدد عدد أضلاعه 27. مثال 2: أوجد قياس الزاوية الخارجية للمضلع المنتظم $ABCDEF$. بما أن مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع المحدب بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي 360° وللضلع n زوايا خارجية، وعلى فرض أن قياس كل زاوية خارجية هو n فإن: $6n = 360^\circ$ $n = 60^\circ$ أي أن قياس كل زاوية خارجية للمضلع المنتظم يساوي 60°. تعاريف: أوجد مجموع قياسات الزوايا الخارجية بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس لكل مضلع منتظم: (1) العشاري: 360° (2) ذي 16 ضلعًا: 360° (3) ذي 36 ضلعًا: 360° (4) ذي 12 ضلعًا: 30° (5) ذي 16 ضلعًا: 157.5° (6) ذي 20 ضلعًا: 18° (7) ذي 40 ضلعًا: 9° (8) السباعي: 51.4° (9) ذي 18 ضلعًا: 20° (10) ذي 24 ضلعًا: 15° (11) ذي 180 ضلعًا: 2° (12) الثنائي: 45° الصف: الأول التتويي 7 الفصل 5، الأشكال الرباعية	الاسم _____ التاريخ _____ 5-1 تدريبات إعادة التعليم زوايا المضلع مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع، القطعة المستقيمة التي تصل بين رأسين غير متتاليين تُسمى قُطرًا له، والأقطار المرسومة من أحد رؤوس مضلع عدد أضلاعه n تنقسم إلى مثلثات عددها $2 - n$، ويكسبك إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع، جميع قياسات الزوايا الداخلية هذه المثلثات. مثال 1: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع. مثال 2: إذا كان عدد أضلاع مضلع محدد هو n، ومجموع قياسات زواياه الداخلية هو S، فإن $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$ مثال 3: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدد عدد أضلاعه 13 ضلعًا. $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$ $= (13 - 2) \cdot 180^\circ$ $= (11) \cdot 180^\circ$ $= 1980^\circ$ تعاريف: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل من المضلعات المحيطة الآتية: (1) السباعي: 1260° (2) ذي 16 ضلعًا: 2520° (3) ذي 30 ضلعًا: 5040° (4) الثنائي: 1080° (5) ذي 18 ضلعًا: 2880° (6) ذي 35 ضلعًا: 5940° إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلية لمضلع منتظم معطى، فأوجد عدد الأضلاع في كل من يأتي: (7) 12° (8) 160° (9) 175° (10) 165° (11) 144° (12) 135° (13) أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية للمضلع المجاور: $m\angle A = 90^\circ$ $m\angle B = 130^\circ$ $m\angle C = 95^\circ$ $m\angle D = 85^\circ$ $m\angle E = 140^\circ$ الصف: الأول التتويي 6 الفصل 5، الأشكال الرباعية	الاسم _____ التاريخ _____ 5-1 تدريبات إعادة التعليم زوايا المضلع مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع، توجد علاقة بين عدد أضلاع مضلع محدد، ومجموع قياسات زواياه الخارجية. مثال 1: أوجد مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع محدد عدد أضلاعه 27. مثال 2: أوجد قياس الزاوية الخارجية للمضلع المنتظم $ABCDEF$. بما أن مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع المحدب بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي 360° وللضلع n زوايا خارجية، وعلى فرض أن قياس كل زاوية خارجية هو n فإن: $6n = 360^\circ$ $n = 60^\circ$ أي أن قياس كل زاوية خارجية للمضلع المنتظم يساوي 60°. تعاريف: أوجد مجموع قياسات الزوايا الخارجية بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس لكل مضلع منتظم: (1) العشاري: 360° (2) ذي 16 ضلعًا: 360° (3) ذي 36 ضلعًا: 360° (4) ذي 12 ضلعًا: 30° (5) ذي 16 ضلعًا: 157.5° (6) ذي 20 ضلعًا: 18° (7) ذي 40 ضلعًا: 9° (8) السباعي: 51.4° (9) ذي 18 ضلعًا: 20° (10) ذي 24 ضلعًا: 15° (11) ذي 180 ضلعًا: 2° (12) الثنائي: 45° الصف: الأول التتويي 7 الفصل 5، الأشكال الرباعية	الاسم _____ التاريخ _____ 5-1 تدريبات إعادة التعليم زوايا المضلع مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع، القطعة المستقيمة التي تصل بين رأسين غير متتاليين تُسمى قُطرًا له، والأقطار المرسومة من أحد رؤوس مضلع عدد أضلاعه n تنقسم إلى مثلثات عددها $2 - n$، ويكسبك إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع، جميع قياسات الزوايا الداخلية هذه المثلثات. مثال 1: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع. مثال 2: إذا كان عدد أضلاع مضلع محدد هو n، ومجموع قياسات زواياه الداخلية هو S، فإن $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$ مثال 3: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدد عدد أضلاعه 13 ضلعًا. $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$ $= (13 - 2) \cdot 180^\circ$ $= (11) \cdot 180^\circ$ $= 1980^\circ$ تعاريف: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل من المضلعات المحيطة الآتية: (1) السباعي: 1260° (2) ذي 16 ضلعًا: 2520° (3) ذي 30 ضلعًا: 5040° (4) الثنائي: 1080° (5) ذي 18 ضلعًا: 2880° (6) ذي 35 ضلعًا: 5940° إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلية لمضلع منتظم معطى، فأوجد عدد الأضلاع في كل من يأتي: (7) 12° (8) 160° (9) 175° (10) 165° (11) 144° (12) 135° (13) أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية للمضلع المجاور: $m\angle A = 90^\circ$ $m\angle B = 130^\circ$ $m\angle C = 95^\circ$ $m\angle D = 85^\circ$ $m\angle E = 140^\circ$ الصف: الأول التتويي 6 الفصل 5، الأشكال الرباعية
تدريبات المهارات (8)	تدريبات حل المسألة (9)	تدريبات حل المسألة (9)	تدريبات حل المسألة (9)	تدريبات حل المسألة (9)
الاسم _____ التاريخ _____ 5-1 تدريبات المهارات زوايا المضلع أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع المحدب في كل من يأتي: (1) السباعي: 1260° (2) السباعي: 900° (3) العشاري: 1440° إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلية لمضلع منتظم معطى، فأوجد عدد الأضلاع في كل من يأتي: (4) 5108° (5) 120° (6) 150° (7) 120° أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من المضلعات الآتية: (8) $m\angle L = 100^\circ$, $m\angle M = 110^\circ$, $m\angle N = 70^\circ$, $m\angle P = 80^\circ$ (9) $m\angle A = 115^\circ$, $m\angle B = 65^\circ$, $m\angle C = 115^\circ$, $m\angle D = 65^\circ$ (10) $m\angle D = 140^\circ$, $m\angle E = 140^\circ$, $m\angle F = 80^\circ$, $m\angle G = 140^\circ$, $m\angle H = 140^\circ$ (11) الرباعي: 90° (12) الخماسي: 108° (13) العشاري: 144° أوجد قياس زاوية خارجية وزاوية داخلية للمضلع المنتظم المعطى عدد أضلاعه في كل من يأتي: (14) الثنائي: 45°, 135° (15) السباعي: 40°, 140° (16) ذي 12 ضلع: 30°, 150° الصف: الأول التتويي 8 الفصل 5، الأشكال الرباعية	الاسم _____ التاريخ _____ 5-1 تدريبات حل المسألة زوايا المضلع (1) هندسة معمارية، شُيّدت صالة لعرض قطع أثرية على شكل مضلع ثنائي منتظم كما في الشكل أدناه، فما قياس الزاوية بين كل جدارين متجاورين فيها؟ صالة عرض 135° (2) ستاديق، شُيّدت جبهة صندوقًا على شكل مضلع منتظم، لتحقق فيه إكسواراتها، فكان قياس زاوية الداخلية يساوي نصف قياس زاوية الخارجية، فما المضلع المنتظم الذي ستصنعه؟ مثث متساوي الأضلاع (3) سراح، بين الشكل أدناه مضلع أربعة سراح، الأضلاع الخمسة المتبقية جزء من مضلع منتظم عدد أضلاعه اثنا عشر ضلعًا، أوجد $m\angle 1$. الصف: الأول التتويي 9 الفصل 5، الأشكال الرباعية	الاسم _____ التاريخ _____ 5-1 تدريبات حل المسألة زوايا المضلع (4) علم الآثار، كشف علماء آثار أجزاء من جدارين متجاورين في قلعة قديمة. وقد علموا من مخطوطات عثروا عليها في الموقع أن قاعدة القلعة على شكل مضلع منتظم، إلا أنهم اختلفوا في عدد أضلاعها، فما عدد أضلاع القلعة تبعًا للمعلومات المبينة في الشكل؟ 15 ضلعًا (5) تصميم، ضمن مشروع الفصل، صمم عدد من الطلاب نموذجًا باستعمال مضلعات منتظمة، أضلاعها متصلة بعضها ببعض كما في الشكل أدناه. (a) أوجد $m\angle 2$ و $m\angle 5$ 60° و 90° (b) أوجد $m\angle 3$ و $m\angle 4$ 132° و 162° (c) ما قياس $\angle 1$ 96° الصف: الأول التتويي 9 الفصل 5، الأشكال الرباعية	الاسم _____ التاريخ _____ 5-1 تدريبات حل المسألة زوايا المضلع (1) هندسة معمارية، شُيّدت صالة لعرض قطع أثرية على شكل مضلع ثنائي منتظم كما في الشكل أدناه، فما قياس الزاوية بين كل جدارين متجاورين فيها؟ صالة عرض 135° (2) ستاديق، شُيّدت جبهة صندوقًا على شكل مضلع منتظم، لتحقق فيه إكسواراتها، فكان قياس زاوية الداخلية يساوي نصف قياس زاوية الخارجية، فما المضلع المنتظم الذي ستصنعه؟ مثث متساوي الأضلاع (3) سراح، بين الشكل أدناه مضلع أربعة سراح، الأضلاع الخمسة المتبقية جزء من مضلع منتظم عدد أضلاعه اثنا عشر ضلعًا، أوجد $m\angle 1$. الصف: الأول التتويي 9 الفصل 5، الأشكال الرباعية	الاسم _____ التاريخ _____ 5-1 تدريبات حل المسألة زوايا المضلع (4) علم الآثار، كشف علماء آثار أجزاء من جدارين متجاورين في قلعة قديمة. وقد علموا من مخطوطات عثروا عليها في الموقع أن قاعدة القلعة على شكل مضلع منتظم، إلا أنهم اختلفوا في عدد أضلاعها، فما عدد أضلاع القلعة تبعًا للمعلومات المبينة في الشكل؟ 15 ضلعًا (5) تصميم، ضمن مشروع الفصل، صمم عدد من الطلاب نموذجًا باستعمال مضلعات منتظمة، أضلاعها متصلة بعضها ببعض كما في الشكل أدناه. (a) أوجد $m\angle 2$ و $m\angle 5$ 60° و 90° (b) أوجد $m\angle 3$ و $m\angle 4$ 132° و 162° (c) ما قياس $\angle 1$ 96° الصف: الأول التتويي 9 الفصل 5، الأشكال الرباعية



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 1 - 5

دون دون المتوسط

ضمن ضمن المتوسط

فوق فوق المتوسط

التدريبات الإثرائية (10)

ضمن فوق

كتاب التمارين (6)

دون ضمن فوق

الفصل الخامس: الأشكال الرباعية

5-1 زوايا المضلع

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل من المضلعات المحدبة الآتية:

1 ذو 11 ضلعاً 1620° 2 ذو 14 ضلعاً 2160° 3 ذو 17 ضلعاً 2700°

أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من المضلعين الآتيين:

4 $m\angle J = 115^\circ, m\angle K = 130^\circ, m\angle M = 50^\circ, m\angle N = 65^\circ$

5 $m\angle R = 128^\circ, m\angle S = 52^\circ, m\angle T = 128^\circ, m\angle U = 52^\circ$

إذا كان قياس إحدى الزوايا الداخلية لمضلع منتظم معطى، فأوجد عدد الأضلاع في كل مما يأتي:

6 144° 7 156° 8 160° 9 18° 10 15°

أوجد قياس الزاوية الخارجية والزاوية الداخلية للمضلع المنتظم المعطى عدد أضلاعه في كل مما يأتي، وقرب إجاباتك إلى أقرب عُشر إذا كان ذلك ضرورياً:

11 30° 12 40° 13 22° 14 168° 15 171°

16 أوجد قيمة x في الشكل المجاور: 36

17 أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأحد هذه الوجوه. 360°

الاسم _____

التاريخ _____

5-1 التدريبات الإثرائية

الزوايا المركزية للمضلع المنتظم

درست الزوايا الداخلية والزوايا الخارجية للمضلع، وتحوي المقادير المنتظمة على زوايا مركزية أيضاً، ويكون رأس الزاوية المركزية عند مركز المضلع.

ومركز المضلع نقطة ما البعد نفسه عن جميع رؤوس المضلع، وهو مثل مركز الدائرة الذي يبعد بُعْداً ثابتاً عن جميع نقاط الدائرة قائماً، والزاوية المركزية هي الزاوية التي رأسها عند مركز الدائرة، ويمر ضلعاهما برأسين متتاليين من رؤوس المضلع، فالزاوية APB هي إحدى الزوايا المركزية في المضلع السداسي المنتظم المجاور، ولعلك تذكر من التمثيل بالقطاعات الدائرية أن مجموع قياسات الزوايا حول مركز الدائرة يساوي 360° .

1 أوجد قياس الزاوية المركزية لكل مضلع منتظم فيما يأتي مستخدماً المنطق، أو برسم أشكال تقريبية:

2 خُصِّن العلاقة بين قياس الزاوية المركزية للمضلع منتظم وقياسي زاويتيهِ الداخلية والخارجية.

قياس الزاوية المركزية يساوي قياس الزاوية الخارجية، والزاوية المركزية مكملة للزاوية الداخلية.

3 تحمّل المضلع $\overline{BC}$ هو أطول الأضلاع في $\triangle ABC$ المنفرج الزاوية، ضلع في مضلع منتظم عدد أضلاعه 21 أيضاً، و $\overline{AB}$ ضلع في مضلع منتظم عدد أضلاعه 28. المضلع المنتظم ذو 21 ضلعاً والمضلع المنتظم ذو 28 ضلعاً لهما نقطة المركز P نفسها. إذا كان $\overline{BC}$ ضلعاً في مضلع منتظم عدد أضلاعه n ومركزه النقطة P ، فأوجد قيمة n . (برسدها، ارسم دائرة مركزها P ، وخبّن عليها النقاط A, B, C).

إجابة ممكنة:

12 ضلعاً. قياس الزاوية المركزية للمضلع المنتظم ذي 21 ضلعاً، والذي $\overline{AC}$ ضلع فيه يساوي $17.14^\circ \approx \frac{360^\circ}{21}$. وقياس الزاوية المركزية للمضلع المنتظم ذي 28 ضلعاً، والذي $\overline{AB}$ ضلع فيه يساوي $12.86^\circ \approx \frac{360^\circ}{28}$. فهكون بحسب الشكل المجاور قياس الزاوية المركزية للمضلع المنتظم ذي $\overline{BC}$ ضلع فيه يساوي $30^\circ = 12.86^\circ + 17.14^\circ$ أي أن، $n = 12$ ، $\frac{360^\circ}{n} = 30^\circ$.

الفصل 5، الأشكال الرباعية

10

المصدر: الأول الثانوي

1 التركيز

الترباط الرأسي

ما قبل الدرس 5-2

تصنيف المضلعات ذات الأضلاع الأربعة بوصفها أشكالاً رباعية.

الدرس 5-2

تعرف خصائص أضلاع وزوايا متوازي الأضلاع وتطبيقها.

تعرف خصائص أقطار متوازي الأضلاع وتطبيقها.

ما بعد الدرس 5-2

تعرف الشروط التي تؤكد أن شكلاً رباعياً متوازي أضلاع.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

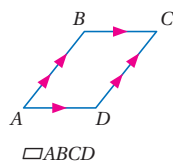
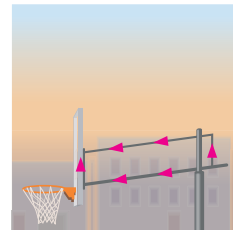
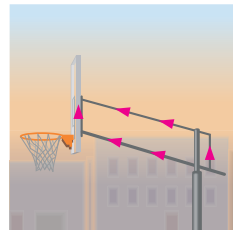
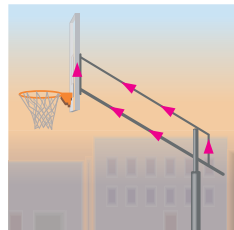
اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

وسائل:

- ما الخصائص التي تجعل الشكل المكوّن من الأذرع الخلفية متوازي أضلاع؟ كل ذراعين متقابلين يقيان متوازيين دائماً.
- ماذا يحصل لقياسات الزوايا عندما ينخفض الهدف من ارتفاع 10 ft إلى 5 ft؟ الزوايا الحادة تصبح منفرجة والزوايا المنفرجة تصبح حادة.
- ما التخمينات التي يمكن أن تضعها حول العلاقة بين الزوايا الأربعة بغض النظر عن ارتفاع الهدف؟ مجموع قياسات الزوايا الأربعة يبقى دائماً 360° . والزوايا المتقابلة تبقى دائماً متطابقة. وإذا أصبحت إحدى الزوايا قائمة، فإن جميع الزوايا تصبح قائمة.

الملاحظة

يمكن التحكم في ارتفاع مرمى كرة السلة من خلال أذرع خلفية كما في الشكل أدناه. لاحظ أنه كلما تم تعديل الارتفاع، يبقى كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي الذي تشكّله الأذرع متوازيين.



أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه: متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه

كل ضلعين متقابلين متوازيين. ويُرمز لمتوازي الأضلاع بالرمز $\square$. ففي $\square ABCD$ المبين جانباً $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ، $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ بحسب التعريف.

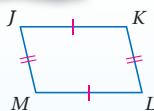
تقدم النظريات الآتية خصائص أخرى لمتوازي الأضلاع.

نظريات

خصائص متوازي الأضلاع

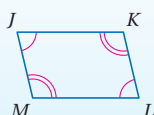
5.3 كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متطابقان.

مثال: $\overline{JK} \cong \overline{ML}$ ، $\overline{JM} \cong \overline{KL}$



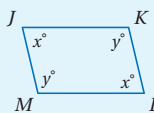
5.4 كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع متطابقتان.

مثال: $\angle J \cong \angle L$ ، $\angle K \cong \angle M$



5.5 كل زاويتين متجاورتين في متوازي الأضلاع متكاملتان.

مثال: $x^\circ + y^\circ = 180^\circ$

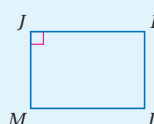


5.6 إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة،

فإن زواياه الأربعة قوائم.

مثال: في $\square JKLM$ ، إذا كانت $\angle J$ قائمة، فإن:

$\angle K$ ، $\angle L$ ، $\angle M$ قوائم أيضاً.



سوف تبرهن النظريات 5.3، 5.4، 5.5 في الأسئلة 5، 25، 27 على الترتيب

الدرس 5-2 متوازي الأضلاع 21

قياس سابق:

درست تصنيف المضلعات الرباعية.

(مهارة سابقة)

والآن:

- أتعرّف خصائص أضلاع وزوايا متوازي الأضلاع وأطبقها.
- أتعرّف خصائص أقطار متوازي الأضلاع وأطبقها.

المفردات:

متوازي الأضلاع

parallelogram

www.obeikaneducation.com

مصادر الدرس 5-2

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (23)	• تنويع التعليم، ص (23، 26)	• تنويع التعليم، ص (26)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين، ص (7)	• كتاب التمارين، ص (7)	• كتاب التمارين، ص (7)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (11) • تدريبات المهارات، ص (13) • تدريبات حل المسألة، ص (14)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (11) • تدريبات المهارات، ص (13) • تدريبات حل المسألة، ص (14) • التدريبات الإثرائية، ص (15)	• تدريبات حل المسألة، ص (14) • التدريبات الإثرائية، ص (15)

إرشادات للدراسة

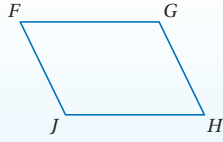
رسم الأشكال:

تكتب النظريات بمصطلحات عامة، أما في البرهان فيجب رسم شكل بحيث يمكن من خلاله الإشارة إلى القطع المستقيمة والزوايا بصورة دقيقة.

برهان

نظرية 5.4

اكتب برهاناً ذا عمودين للنظرية 5.4.
المعطيات: $\square FGHJ$
المطلوب: $\angle F \cong \angle H, \angle J \cong \angle G$
البرهان:



المبررات	العبارة
(1) معطى.	(1) $\square FGHJ$
(2) تعريف متوازي الأضلاع.	(2) $\overline{FG} \parallel \overline{JH}, \overline{FJ} \parallel \overline{GH}$
(3) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.	(3) $\angle F, \angle J$ متكاملتان. $\angle J, \angle H$ متكاملتان. $\angle H, \angle G$ متكاملتان.
(4) الزاويتان المكملتان للزاوية نفسها تكونان متطابقتين.	(4) $\angle F \cong \angle H, \angle J \cong \angle G$

أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه

المثال 1 يبين كيفية استعمال خصائص متوازي الأضلاع لإيجاد القياسات المجهولة.

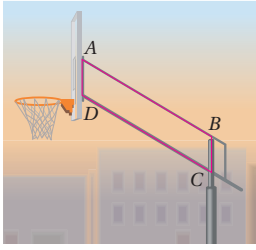
التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

استعمال خصائص متوازي الأضلاع

مثال 1 من واقع الحياة

كرة سلة: في $\square ABCD$ ، إذا كان $AB = 2.5 \text{ ft}$, $m\angle A = 55^\circ$, $BC = 1 \text{ ft}$ ، فأوجد كل ما يأتي، وبرّر إجابتك.



كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متطابقان
تعريف تطابق القطع المستقيمة
بالتعويض

$$\overline{DC} \cong \overline{AB}$$

$$DC = AB$$

$$= 2.5 \text{ ft}$$

$m\angle B$ (b)

$$m\angle B + m\angle A = 180^\circ$$

$$m\angle B + 55^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle B = 125^\circ$$

$m\angle C$ (c)

$$m\angle C = m\angle A$$

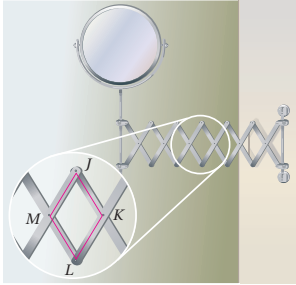
$$= 55^\circ$$

تحقق من فهمك

(1) مرايا: تُستعمل في مرآة الحائط المبيّنة جانباً متوازيات أضلاع يتغير شكلها كلما مُدّ الذراع. في $\square JKLM$ ، إذا كان $m\angle J = 47^\circ$, $MJ = 8 \text{ cm}$ ، فأوجد كل ما يأتي:

$$47^\circ \quad m\angle L \quad (B) \quad 8 \text{ cm} \quad LK \quad (A)$$

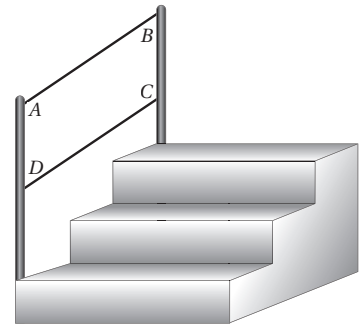
(C) إذا مُدّ الذراع حتى أصبح $m\angle J = 90^\circ$ ، فكم يصبح قياس كل من $\angle K$, $\angle L$, $\angle M$ ؟ برّر إجابتك.



الربط مع الحياة

الأبعاد القياسية لملاعب كرة السلة هي $94 \text{ ft} \times 50 \text{ ft}$ ، والارتفاع القياسي للهدف عن الأرض 10 ft.

مثال إضافي



إنشاءات: في $\square ABCD$ ، افترض أن $m\angle B = 32^\circ$, $CD = 80 \text{ in}$, $BC = 15 \text{ in}$ ، أوجد كل قياس مما يأتي:

$$15 \text{ in} \quad AD \quad (a)$$

$$148^\circ \quad m\angle C \quad (b)$$

$$32^\circ \quad m\angle D \quad (c)$$

(1C) سيكون قياس كل من الزوايا الأخرى 90° تبعاً للنظرية 5.6

إرشادات للمعلم الجديد

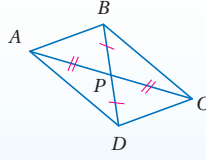
متوازي الأضلاع: قبل أن تقدّم النظريات 5.3–5.6 إلى الطلاب، استعمل معهم أسلوب العصف الذهني؛ لمعرفة الخصائص التي يعتقدون أنها صحيحة بالنسبة لمتوازي الأضلاع.

تنبيه!

متوازي الأضلاع: لا تطبق النظريات 5.3–5.6 إلا إذا كُنْتَ تعرف أن الشكل متوازي أضلاع.

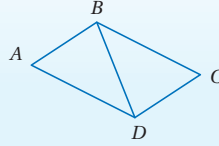
5.7 قطرا متوازي الأضلاع ينصّف كل منهما الآخر.

مثال: $\overline{AP} \cong \overline{PC}$, $\overline{DP} \cong \overline{PB}$.



5.8 قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين.

مثال: $\triangle ABD \cong \triangle CDB$.



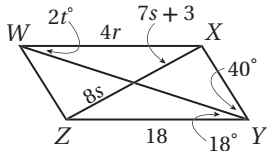
سوف تبرهن النظريتين 5.7, 5.8 في السؤالين 26, 28 على الترتيب

قطرا متوازي الأضلاع

الأمثلة 2-4 تبين كيفية استعمال النظريات لإثبات أن قطري متوازي الأضلاع ينصّف كل منهما الآخر.

مثال إضافي

2 إذا كان الشكل WXYZ متوازي أضلاع، فأوجد قيمة المتغير المحدد فيما يلي:



(a) $r = 4.5$

(b) $s = 3$

(c) $t = 9$

المحتوى الرياضي

القواطع: يمثل قطرا متوازي الأضلاع قاطعين لأضلاعه؛ لذلك فكل زاويتين متبادلتين داخلياً متطابقتان.

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: قدّم للطلاب عدة أسئلة حول إيجاد طولي قطري متوازي أضلاع، ثم اختر بعض الطلاب ليشرحوا أعمالهم لطلاب الصف، ثم احتفظ بأعمالهم ووزّعها على طلاب الصف.

خصائص متوازي الأضلاع والجبر

مثال 2

جبر: إذا كان QRST متوازي أضلاع، فأوجد قيمة كل من المتغيرات الآتية:

x (a)

$$\overline{QT} \cong \overline{RS}$$

$$QT = RS$$

$$5x = 27$$

$$x = 5.4$$

y (b)

$$\overline{TP} \cong \overline{PR}$$

$$TP = PR$$

$$2y - 5 = y + 4$$

$$y = 9$$

z (c)

$$\triangle TQS \cong \triangle RSQ$$

$$\angle QST \cong \angle SQR$$

$$m\angle QST = m\angle SQR$$

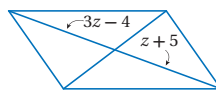
$$3z = 33^\circ$$

$$z = 11$$

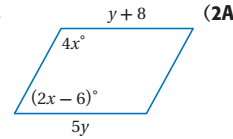
تحقق من فهمك

أوجد قيمة المتغير في كل من متوازي الأضلاع الآتين:

$$z = 4.5$$



$$(2B) \quad x = 31, y = 2$$



تنويع التعليم

دون ضمن

المتعلمون البصريون / المكانيون: أكّد للطلاب أن أقطار بعض متوازيات الأضلاع تبدو كأنها تنصّف الزوايا المتقابلة، إلا أن هذه ليست خاصية لمتوازيات الأضلاع. نبّه الطلاب ألا يفترضوا أن الزوايا منصفة. وفي الدرس 5-5 سوف يدرس الطلاب المعين والمربع؛ حيث القطران ينصفان الزوايا المتقابلة في هذين الشكلين.

يمكنك استعمال النظرية 5.7 لتحديد إحداثيات نقطة تقاطع قطري متوازي أضلاع في المستوى الإحداثي إذا عُلِّمت إحداثيات رؤوسه.

مثال 3 متوازي الأضلاع والهندسة الإحداثية

هندسة إحداثية: أوجد إحداثي نقطة تقاطع قطري $\square FGHI$ الذي إحداثيات رؤوسه $F(-2, 4), G(3, 5), H(2, -3), I(-3, -4)$.

بما أن قطري متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر، فإن نقطة تقاطعهما هي نقطة منتصف كل من $\overline{FH}$ ، $\overline{GI}$. أوجد نقطة منتصف $\overline{FH}$ التي طرفاها $(-2, 4)$ ، $(2, -3)$.

$$\text{صيغة نقطة المنتصف} \quad \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \left(\frac{-2 + 2}{2}, \frac{4 + (-3)}{2} \right)$$

$$\text{بالتبسيط} \quad = (0, 0.5)$$

إذن إحداثي نقطة تقاطع قطري $\square FGHI$ هما $(0, 0.5)$.

تحقق: أوجد نقطة منتصف $\overline{GI}$ التي طرفاها $(-3, -4)$ ، $(3, 5)$.

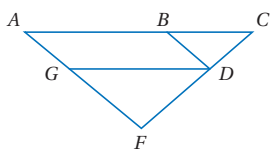
$$\left(\frac{3 + (-3)}{2}, \frac{5 + (-4)}{2} \right) = (0, 0.5) \quad \checkmark$$

تحقق من فهمك

(3) هندسة إحداثية: أوجد إحداثي نقطة تقاطع قطري $\square RSTU$ الذي رؤوسه $R(-8, -2), S(-6, 7), T(6, 7), U(4, -2)$.

يمكنك استعمال خصائص متوازي الأضلاع وأقطاره لكتابة براهين.

مثال 4 استعمال خصائص متوازي الأضلاع لكتابة براهين



اكتب برهاناً حرّاً.

المعطيات: $\square ABDG, \overline{AF} \cong \overline{CF}$

المطلوب: $\angle BDG \cong \angle C$

البرهان:

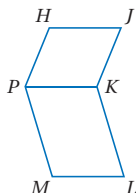
من المعطيات متوازي أضلاع $ABDG$. وبما أن الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة، فإن $\angle BDG \cong \angle A$. ومعطى أيضاً أن $\overline{AF} \cong \overline{CF}$. ومن نظرية المثلث المتطابق الضلعين تكون $\angle A \cong \angle C$. ومن خاصية التعدي للتطابق تكون $\angle BDG \cong \angle C$.

تحقق من فهمك

(4) اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $\square HJKP, \square PKLM$

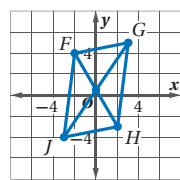
المطلوب: $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$ انظر الهامش.



إرشادات للدراسة

التحقق من الإجابة:

في المثال 3، مثل متوازي الأضلاع على المستوى الإحداثي وعين نقطة تقاطع القطرين التي أوجدتها. ارسم القطرين لتجد أن نقطة تقاطعهما هي $(0, 0.5)$.



مثالان إضافيان

هندسة إحداثية:

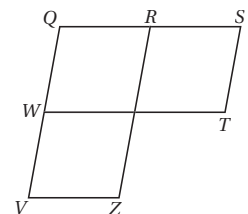
أوجد إحداثي نقطة تقاطع قطري $\square MNPR$ الذي إحداثيات رؤوسه $P(5, 4), N(-1, 3), M(-3, 0), R(3, 1)$.

اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $VZRQ, WQST$

متوازي أضلاع.

المطلوب: $\angle Z \cong \angle T$



البرهان

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $VZRQ, WQST$
	متوازي أضلاع
(2) الزاويتان المتقابلتان في متوازي الأضلاع متطابقتان.	(2) $\angle Z \cong \angle Q, \angle Q \cong \angle T$
(3) خاصية التعدي	(3) $\angle Z \cong \angle T$

إجابة (تحقق من فهمك):

(4) البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $HJKP, PKLM$
	متوازي أضلاع
(2) الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة.	(2) $\overline{HJ} \cong \overline{PK}, \overline{PK} \cong \overline{ML}$
(3) خاصية التعدي	(3) $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$

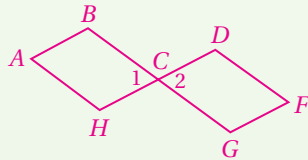
3 التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 1-6 للتأكد من فهم الطلبة، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة بحسب مستوياتهم.

إجابات:

(5) **البرهان:** بحسب تعريف متوازي الأضلاع $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ولأن $\angle A$ قائمة فإن $\overline{AD} \perp \overline{AB}$ وبحسب نظرية القاطع العمودي يكون $\overline{AB} \perp \overline{CB}$. إذن $\angle B$ قائمة؛ لأن المستقيمين المتعامدين يشكلان زاوية قائمة، وكذلك $\angle B \cong \angle D$ و $\angle A \cong \angle C$ لأن الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة؛ إذن $\angle C$ و $\angle D$ قائمتان؛ لأن لجميع الزوايا المتطابقة القياس نفسه.



البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $ABCH$ و $DCGF$ متوازي أضلاع
(2) الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان	(2) $\angle C_1 \cong \angle C_2$
(3) الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة	(3) $\angle A \cong \angle BCH$ و $\angle DCG \cong \angle F$
(4) خاصية التعدي	(4) $\angle BCH \cong \angle F$
(5) خاصية التعدي	(5) $\angle A \cong \angle F$



(1) **ملاحظة:** يستعمل البحارة مسطرتين متوازيتين، يصل بينهما ذراعان متساويا الطول لتحديد اتجاه الإبحار، ثم يحركون المسطرة الأخرى المسطرتين بمحاذاة مسار الإبحار، ثم يحركون المسطرة الأخرى حتى تصل إلى قرص بوصلة مرسوم على الخريطة. تُشكل المسطرتان والذراعان الواصلتان بينهما $\square MNPQ$.

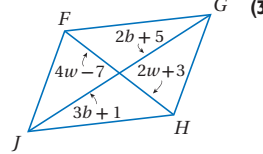
(a) إذا كان $MQ = 2$ in، فأوجد NP . **2 in**

(b) إذا كان $m\angle NMQ = 38^\circ$ ، فأوجد $m\angle MNP$. **142°**

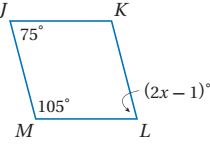
(c) إذا كان $m\angle MQP = 128^\circ$ ، فأوجد $m\angle MNP$. **128°**

جبر: أوجد قيمة المتغير في كل من متوازي الأضلاع الآتين:

$w = 5$,
 $b = 4$



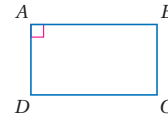
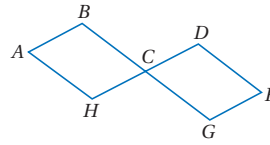
38



(4) **هندسة إحداثية:** أوجد إحداثي نقطة تقاطع قطري $\square ABCD$ الذي رؤوسه $A(-4, 6)$, $B(5, 6)$, $C(4, -2)$, $D(-5, -2)$. **(0, 2)**

(5) **برهان:** اكتب برهاناً من النوع المحدد في كل من السؤالين الآتيين: (5, 6) **انظر الهامش.**

(6) برهاناً ذا عمودين. المعطيات: $ABCH$, $DCGF$ متوازي أضلاع. المطلوب: $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ قوائم. (النظرية 5.6). **المطلوب:** $\angle A \cong \angle F$.



تدرب وحل المسائل

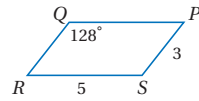
(1) **المثال 1** استعمل $\square PQRS$ المبين جانباً لإيجاد كل مما يأتي:

(7) $m\angle R = 52^\circ$

(8) $QR = 3$

(9) $QP = 5$

(10) $m\angle S = 128^\circ$



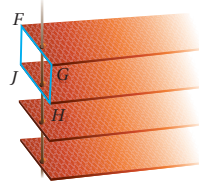
(11) **ستائر:** في الشكل المقابل صورة لشرائح ستائر النوافذ المتوازية دائماً؛ لتسمح بدخول أشعة الشمس. في $\square FGHI$ ، إذا كان $FJ = \frac{3}{4}$ in، $FG = 1$ in، $m\angle JHG = 62^\circ$ ، فأوجد كل مما يأتي:

(a) $JH = 1$ in

(b) $GH = \frac{3}{4}$ in

(c) $m\angle JFG = 62^\circ$

(d) $m\angle FJH = 118^\circ$

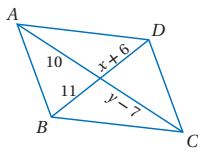


الدرس 2-5 متوازي الأضلاع 25

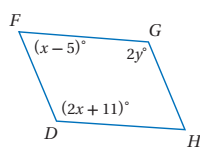
تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	33-52، 7-17
ضمن المتوسط	33-52، 31، 7-29 فردي
فوق المتوسط	25-49، (اختياري: 50-52)

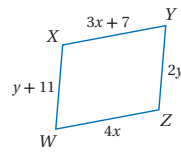
المثال 2 جبر: أوجد قيمتي x, y في كل من متوازيات الأضلاع الآتية :



(14)



(13)



(12)

$$x = 7, y = 11$$

$$x = 58, y = 63.5$$

$$x = 5, y = 17$$

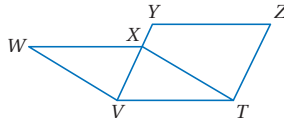
إجابات:

المثال 3 هندسة إحدائية: أوجد إحداثي نقطة تقاطع قطري $WXYZ$ المعطاة رؤوسه في كل من السؤالين الآتيين :

$$W(-4, 5), X(5, 7), Y(4, -2), Z(-5, -4) \quad (16) \quad W(-1, 7), X(8, 7), Y(6, -2), Z(-3, -2) \quad (15)$$

$$(0, 1.5)$$

$$(2.5, 2.5)$$



المثال 4 برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين فيما يأتي :

(17) المعطيات: $\square WXTV, \square ZYVT$

المطلوب: $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$ انظر الهامش.

جبر: استعمل $\square ABCD$ المبيّن جانباً لإيجاد كل مما يأتي :

$$11 \quad y \quad (19)$$

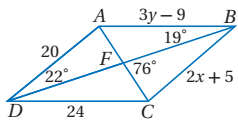
$$7.5 \quad x \quad (18)$$

$$82^\circ \quad m\angle DAC \quad (21)$$

$$104^\circ \quad m\angle AFB \quad (20)$$

$$139^\circ \quad m\angle DAB \quad (23)$$

$$57^\circ \quad m\angle ACD \quad (22)$$

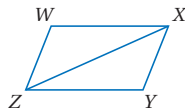


(24) هندسة إحدائية: إذا كانت $A(-2, 5), B(2, 2), C(4, -4)$ رؤوساً في $\square ABCD$ ، فأوجد إحداثيات الرأس D . وبزر إجابتك. انظر الهامش.

برهان: اكتب برهاناً من النوع المحدد في كل مما يأتي : (25-28) انظر ملحق الإجابات.

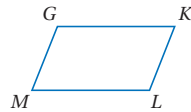
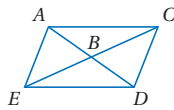
(25) برهاناً ذا عمودين. المعطيات: $GKLM$ متوازي أضلاع، $WXYZ$ متوازي أضلاع، $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$ (النظرية 5.8)

المطلوب: اثبات أن كل زاويتين في الأزواج التالية متكاملتان $\angle G$ و $\angle K$ ، $\angle L$ و $\angle M$ ، $\angle L$ و $\angle G$ ، $\angle M$ و $\angle K$. (النظرية 5.5)



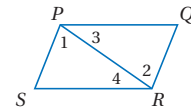
(28) برهاناً حرّاً.

المعطيات: $ACDE$ متوازي أضلاع. المطلوب: القطران $\overline{AC}$ و $\overline{AD}$ ينصف كل منهما الآخر. (النظرية 5.7)



(27) برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $PQRS$ متوازي أضلاع. المطلوب: $\overline{PQ} \cong \overline{RS}$, $\overline{QR} \cong \overline{SP}$ (النظرية 5.3)



26 الفصل 5 الأشكال الرباعية

(17) البرهان:

المبررات	المبارات
(1) معطيات	$\square WXTV, \square ZYVT$
(2) الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة	$\overline{WX} \cong \overline{VT}, \overline{VT} \cong \overline{YZ}$
(3) خاصية التعدي	$\overline{WX} \cong \overline{ZY}$

(24) $(0, -1)$ ؛ إجابة ممكنة: الأضلاع

المتقابلة في متوازي الأضلاع متوازية،

وبما أن ميل $\overline{BC}$ يساوي $-\frac{6}{2}$ فإن

ميل $\overline{AD}$ يساوي $-\frac{6}{2}$ أيضاً. ولتعيين

الرأس D ، ابدأ من الرأس A وتحرك

إلى الأسفل 6 وحدات وإلى اليمين

وحدتين.

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: اطلب إلى الطلاب أن يرسموا متوازي أضلاع يقع في الأرباع الأربعة للمستوى الإحداثي، ثم اطلب إليهم أن يرسموا قطري الشكل. اطلب إليهم بعد ذلك أن يرسموا على المستوى الإحداثي نفسه تمديدات للشكل مركزهما نقطة الأصل، ومعاملاتهما 0.5 و 2، وأن يرسموا أقطار الشكلين الناتجين. اطلب إلى الطلاب أن يسجلوا العلاقة بين الزوايا الداخلية للأشكال الثلاثة، وكذلك العلاقة بين أقطار تلك الأشكال. إخضاع متوازي الأضلاع للتمددات لا يغير قياسات الزوايا الداخلية للأشكال الناتجة. وجميع الأقطار المتناظرة متوازية.

$$JP = \sqrt{13}, LP = \sqrt{13}, (29a)$$

$$MP = \sqrt{34}, KP = \sqrt{34} \text{ (بما أن } 29 \text{ هندسة إحدائية: استعن بالشكل المجاور)}$$

في كل مما يأتي:

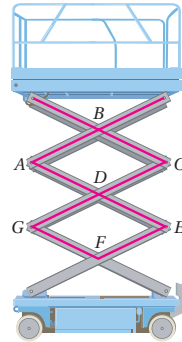
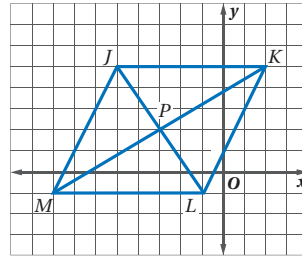
- (a) استعمل صيغة المسافة بين نقطتين لتحديد ما إذا كان قطراً $JKLM$ ينصف كل منهما الآخر. وضح إجابتك.
(b) حدّد ما إذا كان قطراً $JKLM$ متطابقين. وضح إجابتك.
(c) استعمل صيغة الميل لتحديد ما إذا كانت الأضلاع المتتالية متعامدة أم لا. وضح إجابتك.

$JP = LP, MP = KP$ فإن القطرين ينصف كل منهما الآخر.

$$JP + LP \neq MP + KP \text{ (29b)}$$

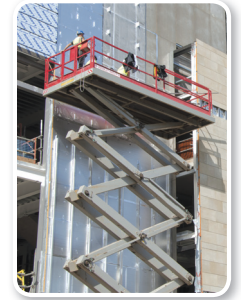
$$(29c) \text{ لا؛ ميل } \overline{JK} \text{ يساوي } 0$$

وميل $\overline{JM}$ يساوي 2؛ وحاصل ضرب ميليهما لا يساوي -1



(30) **رافعات:** في الشكل المجاور: $ABCD, GDEF$ متوازي أضلاع متطابقان. (a-c) انظر الهامش.

- (a) حدّد الزوايا التي تطابق $\angle A$. وضح تبريرك.
(b) حدّد القطع المستقيمة التي تطابق $\overline{BC}$. وضح تبريرك.
(c) حدّد الزوايا المكمل للزاوية C . وضح تبريرك.



الربط مع الحياة

توفر الرافعات المقصية مساحات عمل على ارتفاعات مختلفة تصل إلى 100 m.

تنبيه لحل سؤال

المسطرة والمنقلة والفرجار: يتطلب

السؤال 31 استعمال مسطرة ومنقلة

وفرجار.

تمثيلات متعددة: في السؤال

31، يستعمل الطلاب الرسوم الهندسية

والجدول والوصف اللفظي لاستقصاء

شروط كون الشكل الرباعي متوازي

أضلاع.

(31) **تمثيلات متعددة:** سوف تستقصي في هذه المسألة اختبارات لتمييز متوازي الأضلاع.

(a) **هندسيًا:** ارسم ثلاثة أزواج من القطع المستقيمة المتطابقة والمتوازية. صل الأطراف لتكوّن أشكالاً رباعية، وسّمها $ABCD, MNOP, WXYZ$. ثم قس أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا لكل منها. انظر الهامش.

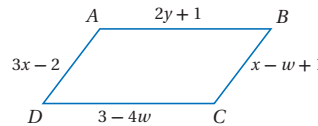
(b) **جدوليًا:** أكمل الجدول الآتي:

الشكل الرباعي	هل الأضلاع المتقابلة متطابقة؟	هل الزوايا المتقابلة متطابقة؟	هل الشكل متوازي أضلاع؟
$ABCD$	نعم	نعم	نعم
$MNOP$	نعم	نعم	نعم
$WXYZ$	نعم	نعم	نعم

(c) **لفظيًا:** ضع تخمينًا حول الأشكال الرباعية التي لها ضلعان متطابقان ومتوازيان.

مسائل مهارات التفكير العليا

(32) **تحّد:** إذا كان محيط $\square ABCD$ في الشكل أدناه يساوي 22 in، فأوجد AB . 7in



(33) **اكتب:** هل توجد نظرية SSSS في تطابق متوازيات الأضلاع. برّر إجابتك. انظر الهامش

الدرس 2-5 متوازي الأضلاع 27

(31c) **إجابة ممكنة:**

إذا كان في الشكل

الرباعي ضلعان متوازيان

ومتطابقان، فإن هذا الشكل

متوازي أضلاع.

(30a) $\angle C, \angle E, \angle G$ ، إجابة ممكنة: $\angle C$

تطابق $\angle A$ ؛ لأنّ الزوايا المتقابلة

في متوازي الأضلاع متطابقة. $\angle E$

تطابق $\angle A$ ؛ لأنّ الزوايا المتناظرة في

الأشكال المتطابقة تكون متطابقة.

$\angle G$ تطابق $\angle E$ ؛ لأنّ الزوايا المتقابلة

في متوازي الأضلاع متطابقة،

وتطابق $\angle A$ بحسب خاصية التعدي.

(30b) $\overline{AD}, \overline{DE}, \overline{GF}$ ؛ إجابة ممكنة:

$\overline{AD}$ تطابق $\overline{BC}$ ؛ لأنّ الأضلاع المتقابلة

في متوازي الأضلاع متطابقة. $\overline{DE}$

تطابق $\overline{BC}$ ؛ لأنّ الأضلاع المتناظرة في

الأشكال المتطابقة تكون متطابقة.

$\overline{GF}$ تطابق $\overline{DE}$ ؛ لأنّ الأضلاع

المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة

وتطابق $\overline{BC}$ بحسب خاصية التعدي.

(30c) $\angle ABC, \angle ADC, \angle EDG, \angle EFG$ ؛

إجابة ممكنة: الزاويتان ABC

و ADC مكملتان لـ $\angle C$ ؛ لأنّ الزوايا

المتحالفة في متوازي الأضلاع

متكاملة. $\angle EDG$ مكمل لـ $\angle C$ ؛

لأنّها تطابق $\angle ADC$ بحسب نظرية

الزوايا المتقابلة بالرأس ومكاملة

لـ $\angle C$ بالتعويض، $\angle EFG$ تطابق

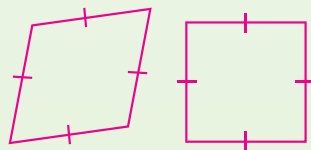
$\angle EDG$ ؛ لأنّ الزوايا المتقابلة في

متوازي الأضلاع متطابقة، ومكاملة

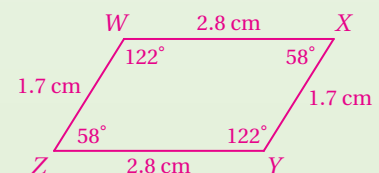
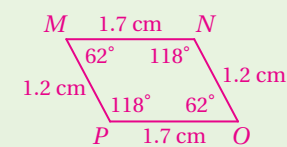
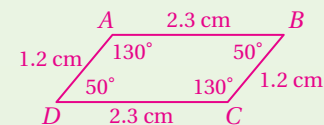
لـ $\angle C$ بالتعويض.

(33) **لا؛** قد يكون لمتوازي الأضلاع أطوال نفسها،

ولكن تختلف قياسات الزوايا.



(31a) **إجابة ممكنة:**



4 التقويم

بطاقة مكافأة: اطلب إلى الطلاب

أن يعدوا قائمة لجميع خصائص متوازي الأضلاع التي تعلموها، واطلب إليهم أن يسلموك أوراقهم قبل خروجك من غرفة الصف.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للدرس 1-5 و 2-5 بإعطائهم:

الاختبار القصير 1، ص (11).

إجابات:

(34)



(35) $m\angle 1 = 116^\circ$, $m\angle 10 = 115^\circ$ ؛

إجابة ممكنة: $m\angle 8 = 64^\circ$ ؛ لأن

الزوايا المتبادلة داخلياً متطابقة.

$\angle 1$ مكمل لـ $\angle 8$ ؛ لأن الزوايا

المتحالفة في متوازي الأضلاع

متكاملة. لذلك $m\angle 1$ يساوي 116° .

$\angle 10$ مكمل للزاوية التي قياسها 65° ؛

لأن الزوايا المتحالفة في متوازي

الأضلاع متكاملة. لذلك فإن $m\angle 10$

يساوي $180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$.

(49) بحسب نظرية المتباينة SAS، إذا بدأت

الشجرة تميل، فإن إحدى زوايا المثلث

المتكون من الشجرة وسطح الأرض

والدعامة سوف تتغير، والضلع المقابل

للك الزاوية سوف يتغير. ولأن

الدعامة تركز على الأرض ومثبتة في

الشجرة، فإنه لن يتغير طول أي ضلع

من أضلاع المثلث. لذلك لا يمكن أن

تتغير أي زاوية. وهذا يؤكد أن الشجرة

ستبقى مستقيمة.

(36) إجابة ممكنة: في متوازي

الأضلاع تكون الأضلاع المتقابلة

متطابقة، والزوايا المتقابلة

متطابقة، وتكون كل زاويتين

متحالفتين متكاملتين. وإذا كانت

إحدى الزوايا قائمة تكون جميع

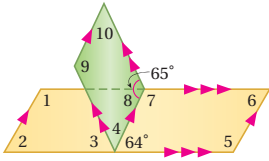
زواياه قائمة. وقطرا متوازي

الأضلاع ينصف كل منهما الآخر.

(34) **إجابة مفتوحة:** أعط مثلاً مضاداً يبين أن متوازيات الأضلاع ذات الأضلاع المتناظرة المتطابقة ليست متطابقة دائماً. **انظر الهامش.**

(35) **تبرير:** أوجد $m\angle 1$, $m\angle 10$ **انظر الهامش.** في الشكل المجاور. وبرر إجابتك.

(36) **اكتب:** لخص خصائص أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه وأقطاره.



تدريب على اختبار

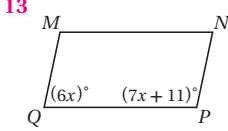
(37) قياسا زاويتين متحالفتين في متوازي أضلاع هما:

$9x - 18$, $3x + 42$. ما قياس الزاويتين؟ **D**

A 13, 167 **B** 58.5, 31.5

C 39, 141 **D** 81, 99

(38) إذا كان $QPNM$ متوازي أضلاع، فما قيمة x ؟



مراجعة تراكمية

أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى قياس إحدى زواياه الداخلية في كل مما يأتي: (الدرس 1-5)

(39) 108° **5** (40) 140° **9** (41) 147.3° **11**

(42) 160° **18** (43) 135° **8** (44) 176.4° **100**

حدد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أو متعامدين، أو غير ذلك في كل مما يأتي: (الدرس 2-5)

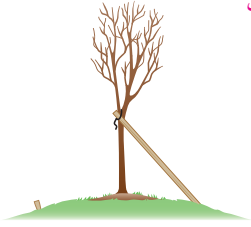
(45) $y = -x + 6$ **45** $y - 7x = 6$ **46**

$x + y = 20$ متوازيان **متعامدان** $7y + x = 8$

(47) $3x + 4y = 12$ **47** $2x + 5y = -1$ **48**

$6x + 2y = 6$ غير ذلك **متوازيان** $10y = -4x - 20$

(49) **زراعة:** عند زراعة الأشجار، تسند الشجرة بدعامة (على شكل عصا) تركز على الأرض وتربط في جذع الشجرة لتثبيتها. استعمل متباينة SAS لتفسير سبب فعالية هذه الطريقة في تثبيت الأشجار المزروعة رأسياً. (الدرس 4-6) **انظر الهامش.**



استعد للدرس اللاحق

رؤوس شكل رباعي هي $W(3, -1)$, $X(4, 2)$, $Y(-2, 3)$, $Z(-3, 0)$. حدد ما إذا كانت كل قطعة مستقيمة مما يأتي تمثل ضلعاً أو قطرًا في الشكل الرباعي، وأوجد ميل كل منها.

(50) $\overline{YZ}$ ضلع؛ الميل: 3 **50** $\overline{YW}$ قطر؛ الميل: $-\frac{4}{5}$ **51** $\overline{ZW}$ ضلع؛ الميل: $-\frac{1}{6}$ **52**



مصادر الدرس 2 - 5

فوق المتوسط

ضمن المتوسط

دون المتوسط

فوق

كتاب التمارين (7)

ضمن

التدريبات الإثرائية (15)

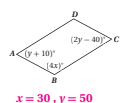
5-2 متوازي الأضلاع

جبر، استعمل $CRSTU$ الميّن جانباً لإيجاد كل مما يأتي :

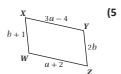
(1) $m\angle STU = 55^\circ$ (2) $m\angle RST = 125^\circ$

(3) $m\angle TUR = 125^\circ$ (4) $b = 6$

جبر، أوجد قيمة المتغير في كل من متوازيات الأضلاع الآتية:



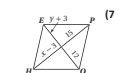
$$x = 30, y = 50$$



$$a = 3, b = 1$$



$$x = 2, y = 4.5$$

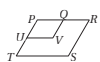


$$x = 18, y = 9$$

هندسة إحداثية، أوجد إحداثي نقطة تقاطع قطري $PRYZ$ المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل من السؤالين الآتيين:

(9) $P(2, 3), R(1, -2), Y(-5, -7), Z(-4, -2)$ (10) $P(2, 5), R(3, 3), Y(-2, -3), Z(-3, -1)$

(11) $(-1.5, -2)$ (12) $(0, 1)$

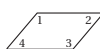


برهان، اكتب برهاناً حراً فيما يأتي :

المعطيات: $\square PRST, \square PQVU$

المطلوب: $\angle V \cong \angle S$

البرهان: $PRST, PQVU$ متوازي أضلاع. وبما أن الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة، فإن $\angle V \cong \angle S$ ، وكذلك $\angle P \cong \angle S$ وبما أن التوازي يحقق خاصية التمديد، فإن $\angle V \cong \angle S$.



تصميم، استعمل خالدة متوازي الأضلاع المجاور لتصميم نمط من بلاط الأرضية.

إذا كان $m\angle 1 = 130^\circ$ ، فأوجد كلًا من $m\angle 2, m\angle 3, m\angle 4$

$m\angle 2 = 50^\circ, m\angle 3 = 130^\circ, m\angle 4 = 50^\circ$

7

5-2 التدريبات الإثرائية

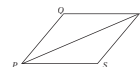
التاريخ

الاسم

قسطاً متوازي الأضلاع،

قطر متوازي الأضلاع في بعض الرسوم يبدو على شكل مستقيم لأزوين متقابلتين، فمتى يكون ذلك صحيحاً؟

(1) إذا كان PR قطراً في متوازي الأضلاع $SRQP$ ، و PR مستقيم لكل من $\angle QRS$ و $\angle QPS$ ، فما نوع متوازي الأضلاع $PQRS$ ؟ برّر إجابتك.



$$\angle QRS \cong \angle QPS$$

$$\angle QPR \cong \angle RPS$$

$$\angle QRP \cong \angle SRP$$

$$\angle QPR \cong \angle PRS$$

$$\angle RPS \cong \angle PRS$$

$$\overline{SP} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{SP} \cong \overline{RQ}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

$$\overline{PQ} \cong \overline{SR}$$

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 5-3

تعرف خصائص متوازي الأضلاع وتطبيقها.

الدرس 5-3

تعرف الشروط التي تؤكد أن شكلاً رباعياً متوازي أضلاع وتطبيقها.

إثبات أن أربع نقاط في المستوى الإحداثي تشكل رؤوس متوازي أضلاع.

ما بعد الدرس 5-3

استعمال خصائص التشابه وتوسيعها لاستقصاء تخمينات حول المستطيلات وتبريرها.

2 التدريس

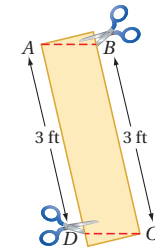
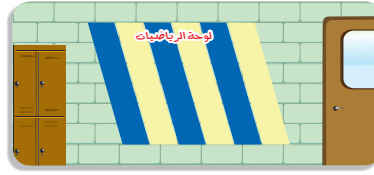
أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟"

واسأل:

- هل كانت الأطوال الأصلية لشرائح الورق أكبر من أو أصغر من أو تساوي 3 ft؟ أطوال شرائح الورق كانت في الأصل أكبر من 3 ft؛ لأن هناك جزءاً من طول الشريط سيَقصُصُ ويَطرح، مما يتطلب زيادة في طول الورقة عن 3 ft.

- قالت فاطمة أيضاً إنه يُوجد قياس آخر يجب أن يكون متساوياً بين جميع شرائح الورق؛ وذلك من أجل التأكد من أن شرائح الورق تشكل متوازي أضلاع. فما القياس الذي أشارت إليه فاطمة؟ طول كل من الضلعين العلوي والسفلي يجب أن يكون متساوياً.



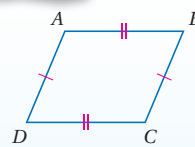
أجاب فاطمة: بما أن الضلعين الأيمن والأيسر للشريط متوازيان، فإننا نحتاج فقط للتأكد من أن الضلعين العلوي والسفلي قد تم قصهما بطول متساوٍ حتى نضمن أن الشرائح سوف تشكل متوازيات أضلاع.

شروط متوازي الأضلاع: في الشكل الرباعي، إذا كان كل ضلعين متقابلين متوازيين، فإنه متوازي أضلاع بحسب التعريف. ولكن ليس هذا هو الشرط الوحيد الذي يمكن استعماله لتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

أضف إلى
مطوّبتك

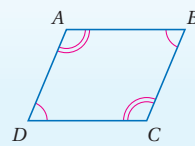
شروط متوازي الأضلاع

نظريات



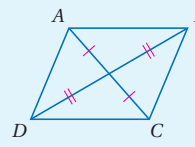
5.9 في الشكل الرباعي، إذا كان كل ضلعين متقابلين متطابقين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

مثال: إذا كان $AB \cong DC$, $AD \cong BC$, فإن ABCD متوازي أضلاع.



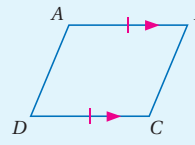
5.10 في الشكل الرباعي، إذا كانت كل زاويتين متقابلتين متطابقتين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

مثال: إذا كانت $\angle A \cong \angle C$, $\angle B \cong \angle D$, فإن ABCD متوازي أضلاع.



5.11 إذا كان قطراً شكل رباعي ينصف كل منهما الآخر، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

مثال: إذا كان $\overline{AC}$, $\overline{DB}$ ينصف كل منهما الآخر، فإن ABCD متوازي أضلاع.



5.12 في الشكل الرباعي، إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

مثال: إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AB} \cong \overline{DC}$, فإن ABCD متوازي أضلاع.

سوف تبرهن النظريتين 5.10, 5.11 في السؤالين 29, 31 على الترتيب، وتبرهن النظرية 5.12 في مثال 5

الدرس 5-3 تمييز متوازي الأضلاع 29

فيما سبق:

درست خصائص متوازي الأضلاع وطبقتها.

(الدرس 5-2)

والآن:

- أتعرف الشروط التي تؤكد أن شكلاً رباعياً متوازي أضلاع وأطبقها.
- أبرهن على أن أربع نقاط في المستوى الإحداثي تشكل رؤوس متوازي أضلاع.

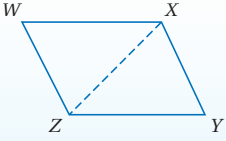
www.obeikaneducation.com

مصادر الدرس 5-3

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (31)	• تنويع التعليم، ص (31, 34)	• تنويع التعليم، ص (31, 34, 36)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين، ص (8)	• كتاب التمارين، ص (8)	• كتاب التمارين، ص (8)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (16)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (16)	• تدريبات حل المسألة، ص (19)
	• تدريبات المهارات، ص (18)	• تدريبات المهارات، ص (18)	• التدريبات الإثرائية، ص (20)
	• تدريبات حل المسألة، ص (19)	• تدريبات حل المسألة، ص (19)	
		• التدريبات الإثرائية، ص (20)	

برهان

نظرية 5.9

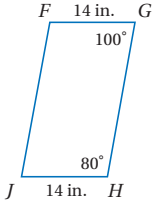


اكتب برهاناً حراً للنظرية 5.9
المعطيات: $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$, $\overline{WZ} \cong \overline{XY}$
المطلوب: $WXYZ$ متوازي أضلاع.
البرهان:

ارسم قطعة مستقيمة مساعدة $\overline{XZ}$ (قطر $WXYZ$) لتشكيل $\triangle ZWX$, $\triangle XYZ$. ومن المعطيات $\triangle ZWX \cong \triangle XYZ$ بحسب خاصية الانعكاس للتطابق؛ إذن $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$, $\overline{WZ} \cong \overline{XY}$. وبما أن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة، فإن $\angle WXZ \cong \angle YZX$ ، $\angle WZX \cong \angle YXZ$. وهذا يعني أن $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$, $\overline{WZ} \parallel \overline{XY}$ بحسب عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً. وبما أن الأضلاع المتقابلة في $WXYZ$ متوازية، فإنه متوازي أضلاع بحسب التعريف.

تحديد متوازي الأضلاع

مثال 1

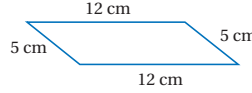


حدد ما إذا كانت المعطيات على الشكل الرباعي المجاور كافية ليكون متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك.
الضلعان المتقابلان $\overline{FG}$, $\overline{JH}$ متطابقان؛ لأنهما متساويان في الطول. وبما أن $\angle FGH$, $\angle GHJ$ متحالفان ومتكاملتان، فإن $\overline{FG} \parallel \overline{JH}$. إذن فمن النظرية 5.12، يكون $FGHJ$ متوازي أضلاع.

تحقق من فهمك



(1B)



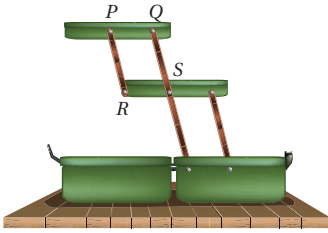
(1A)

(1A) نعم؛ لأن كل ضلعين متقابلين فيه متطابقان.
(1B) لا؛ المعطيات غير كافية لمعرفة هل هو متوازي أضلاع أم لا، حيث تشير قيم الزاويتين المتحالفتين إلى أن الضلعين المتقابلين متوازيان، لكن لا يوجد ما يدل على أنهما متطابقان.

يمكنك استعمال شروط متوازي الأضلاع لإثبات علاقات من واقع الحياة.

استعمال متوازي الأضلاع لإثبات علاقات

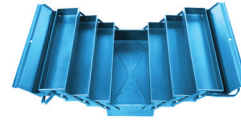
مثال 2 من واقع الحياة



صندوق الأدوات: في الشكل المجاور، إذا كان $PQ = RS$, $PR = QS$ ، فبيّن لماذا تبقى الطبقتان العلوية والوسطى متوازيتين عند أي ارتفاع.
بما أن كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي $PQSR$ متطابقان، فإن $PQSR$ متوازي أضلاع بحسب النظرية 5.9. إذن $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$ ؛ ولذا ويغض النظر عن ارتفاع الطبقتين، فستبقى متوازيتين.

تحقق من فهمك

(2) **لوحات:** عد إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس، وضح لماذا يكون خطي القص أعلى وأسفل كل شريحة متوازيين. **انظر ملحق الإجابات.**



الربط مع الحياة

يضع الفنيون أدواتهم في صناديق ذات طبقات متداخلة تسهل تنظيم الأدوات وتبقيها في متناول أيديهم.

شروط متوازي الأضلاع

الأمثلة 1-3 تبين كيفية استعمال نظريات جديدة وهي عكس النظريات: 5.4، 5.3، 5.5 في الدرس 5-2 للتأكد من أن شكلاً رباعياً متوازي أضلاع.

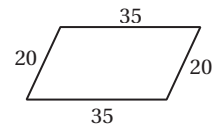
التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلبة للمفاهيم.

مثال إضافي

1

حدد ما إذا كان الشكل الرباعي أدناه متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك.



لكل زوج من الأضلاع المتقابلة الطول نفسه. لذلك فهما متطابقان. وإذا كان كل زوج من الأضلاع المتقابلة متطابقين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

إرشادات للمعلم الجديد

إرشاد: أكد على استعمال النظريات الواردة في الصفحة السابقة في البراهين. وفي هذا الدرس يتعلم الطلبة أنه لإثبات أن شكلاً رباعياً هو متوازي أضلاع، فإن عليهم إثبات أن واحدة فقط من هذه النظريات تنطبق عليه.

تنبيه

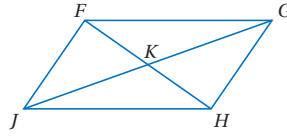
متوازي الأضلاع:

في المثال 3، إذا كانت x تساوي 4، فإن y يجب أن تساوي 2.5 حتى يكون الشكل الرباعي $FGHJ$ متوازي أضلاع. وهذا يعني أنه إذا كانت x تساوي 4 و y تساوي 1 مثلاً، فلن يكون $FGHJ$ متوازي أضلاع.

يمكنك استعمال الجبر مع شروط متوازي الأضلاع لإيجاد القيم المجهولة التي تجعل شكلاً رباعياً متوازي أضلاع.

مثال 3

استعمال متوازي الأضلاع لإيجاد القيم المجهولة



في الشكل المجاور: $FK = 3x - 1$, $KG = 4y + 3$, $JK = 6y - 2$, $KH = 2x + 3$. أوجد قيمتي x , y بحيث يكون الشكل الرباعي $FGHJ$ متوازي أضلاع.

بناءً على النظرية 5.11، إذا كان قطراً شكل رباعي ينصف كل منهما الآخر، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع؛ لذا أوجد قيمة x التي تجعل $FK \cong KH$ ؛ وقيمة y التي تجعل $JK \cong KG$.

تعريف تطابق القطع المستقيمة

بالتعويض

بطرح $2x$ من كلا الطرفين

بإضافة 1 إلى كلا الطرفين

تعريف تطابق القطع المستقيمة

بالتعويض

بطرح $4y$ من كلا الطرفين

بإضافة 2 إلى كلا الطرفين

بقسمة كلا الطرفين على 2

$$FK = KH$$

$$3x - 1 = 2x + 3$$

$$x - 1 = 3$$

$$x = 4$$

$$JK = KG$$

$$6y - 2 = 4y + 3$$

$$2y - 2 = 3$$

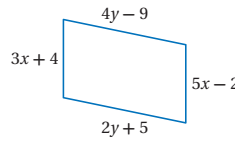
$$2y = 5$$

$$y = 2.5$$

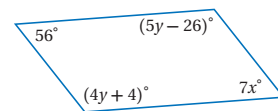
إذن عندما تكون $x = 4$, $y = 2.5$ ، يكون الشكل الرباعي $FGHJ$ متوازي أضلاع.

تحقق من فهمك

أوجد قيمتي x , y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



(3B)



(3A)

$$x = 8, y = 30 \text{ (3A)}$$

$$x = 3, y = 7 \text{ (3B)}$$

تعرفت شروط متوازي الأضلاع، وفيما يأتي ملخص يوضح كيفية استعمال هذه الشروط لإثبات أن شكلاً رباعياً يمثل متوازي أضلاع.

ملخص المفهوم

إثبات أن شكلاً رباعياً يمثل متوازي أضلاع

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا حقق أيًا من الشروط الآتية:

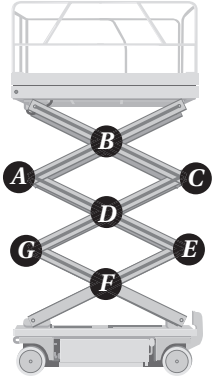
- إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين. (التعريف)
- إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متطابقين. (النظرية 5.9)
- إذا كانت كل زاويتين متقابلتين فيه متطابقتين. (النظرية 5.10)
- إذا كان قطراه ينصف كل منهما الآخر. (النظرية 5.11)
- إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين. (النظرية 5.12)

الدرس 3-5 تمييز متوازي الأضلاع 31

مثال إضافي

2

رافعات: تستعمل الرافعة المقصية عادة لبلوغ أماكن عمل مرتفعة بأمان. في الشكل أدناه $\angle A \cong \angle C$ و $\angle B \cong \angle D$. وضح لماذا ستبقى الزوايا المتحالفة متكاملة دائماً بغض النظر عن ارتفاع المنصة.

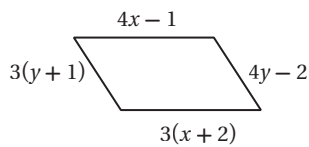


بما أن كل زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعي $ABCD$ متطابقتان، فإن $ABCD$ متوازي أضلاع بحسب النظرية 5.10. وتنص النظرية 5.5 على أن كل زاويتين متحالفتين في متوازي الأضلاع متكاملتان. لذلك $m\angle A + m\angle B = 180^\circ$ و $m\angle C + m\angle D = 180^\circ$ وبالتعويض $m\angle A + m\angle D = 180^\circ$ و $m\angle C + m\angle B = 180^\circ$.

مثال إضافي

3

أوجد قيمتي x , y بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



$$x = 7; y = 5$$

تنويع التعليم

المتعلمون الفرديون:

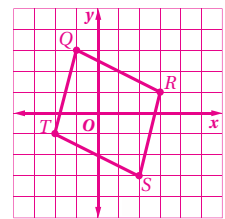
اطلب إلى الطلاب أن يختار كل واحد منهم شريكاً، وكلّف أحدهما برسم متوازي أضلاع في مستوى إحداثي، واطلب إلى شريكه إثبات أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع. بدّل الأدوار وكرّر النشاط مرة ثانية.

متوازي الأضلاع في المستوى الإحداثي

المثالان 4، 5 يبينان كيفية استعمال صيغة الميل في تحديد ما إذا كان الشكل الرباعي في المستوى الإحداثي متوازي أضلاع أم لا، وكذلك يمكن استعمال صيغتي المسافة بين نقطتين، ونقطة المنتصف في تحديد ما سبق.

مثالان إضافيان

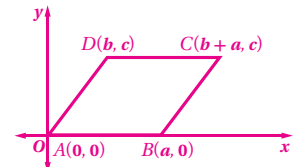
4 هندسة إحداثية: مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي $QRST$ الذي رؤوسه: $S(2, -3)$, $R(3, 1)$, $Q(-1, 3)$, $T(-2, -1)$. وحدد ما إذا كان متوازي أضلاع أو لا، ثم برر إجابتك باستعمال صيغة الميل.



ميل $\overline{QR}$ يساوي $\frac{1-3}{3-(-1)} = -\frac{1}{2}$
ميل $\overline{ST}$ يساوي $\frac{-3-(-1)}{2-(-2)} = -\frac{1}{2}$
ميل $\overline{RS}$ يساوي $\frac{1-(-3)}{3-2} = 4$
ميل $\overline{TQ}$ يساوي $\frac{-1-3}{-2-(-1)} = 4$
إذن $QRST$ متوازي أضلاع بحسب التعريف.

5 اكتب برهاناً إحصائياً للعبارة الآتية:
إذا كان كل ضلعين متقابلين لشكل رباعي متطابقاً فإنه متوازي أضلاع.

ارسم الشكل الرباعي $ABCD$ في مستوى إحداثي بحيث يكون $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AD} \cong \overline{BC}$.



استعمل الشكل الرباعي $A(0, 0)$, $B(a, 0)$, $D(b, c)$, $C(b+a, c)$.

البرهان:

بحسب التعريف يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كانت أضلاعه المتقابلة متوازية، استعمال صيغة الميل.

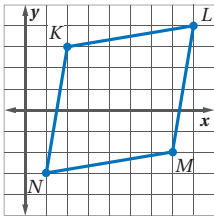
$$\text{ميل } \overline{AD} : \frac{c-0}{b-0} = \frac{c}{b}$$

$$\text{ميل } \overline{BC} : \frac{c-0}{b+a-a} = \frac{c}{b}$$

ميل كل من $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ يساوي الصفر. وبما أن $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$ لهما الميل نفسه، و $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$ لهما الميل نفسه، فإن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ و $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. إذن الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع؛ لأن الأضلاع المتقابلة متوازية.

متوازي الأضلاع في المستوى الإحداثي: يمكننا استعمال صيغ المسافة بين نقطتين والميل ونقطة المنتصف لتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي في المستوى الإحداثي متوازي أضلاع أم لا.

مثال 4 متوازي الأضلاع والهندسة الإحداثية



هندسة إحداثية: مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي $KLMN$ الذي رؤوسه $K(2, 3)$, $L(8, 4)$, $M(7, -2)$, $N(1, -3)$. وحدد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا. برر إجابتك باستعمال صيغة الميل.

إذا كانت الأضلاع المتقابلة في الشكل الرباعي متوازية فإنه متوازي أضلاع.

$$\text{ميل } \overline{KL} : \frac{4-3}{8-2} = \frac{1}{6}$$

$$\text{ميل } \overline{NM} : \frac{-2-(-3)}{7-1} = \frac{1}{6}$$

$$\text{ميل } \overline{KN} : \frac{-3-3}{1-2} = 6$$

$$\text{ميل } \overline{LM} : \frac{-2-4}{7-8} = 6$$

بما أن الأضلاع المتقابلة لها الميل نفسه، فإن $\overline{KL} \parallel \overline{NM}$, $\overline{KN} \parallel \overline{LM}$. لذا فالشكل الرباعي $KLMN$ متوازي أضلاع بحسب التعريف.

تحقق من فهمك

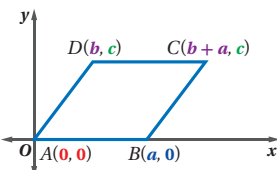
مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي الذي أعطيت إحداثيات رؤوسه فيما يأتي. وحدد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا. برر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال:

(4A) $A(3, 3)$, $B(8, 2)$, $C(6, -1)$, $D(1, 0)$ ، صيغة المسافة. **انظر الهامش.**

(4B) $F(-2, 4)$, $G(4, 2)$, $H(4, -2)$, $J(-2, -1)$ ، صيغة نقطة المنتصف. **انظر ملحق الإجابات.**

درست في الفصل 3، أنه يمكن التعبير عن إحداثيات رؤوس المثلثات بمتغيرات. ثم استعمال صيغ المسافة بين نقطتين والميل ونقطة المنتصف لكتابة براهين إحصائية للنظريات. ويمكن عمل الشيء نفسه مع الأشكال الرباعية.

مثال 5 متوازي الأضلاع والبرهان الإحداثي



اكتب برهاناً إحصائياً للعبارة الآتية:

في الشكل الرباعي، إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

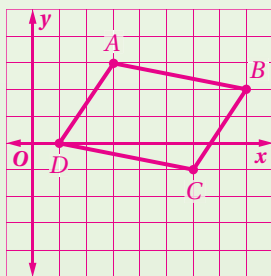
الخطوة 1: ارسم الشكل الرباعي $ABCD$ في المستوى الإحداثي على أن يكون $\overline{AB} \cong \overline{DC}$, $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

- عتّن الرأس A عند النقطة $(0, 0)$.
- افترض أن طول $\overline{AB}$ يساوي a وحدة. فيكون إحداثيا B هما $(a, 0)$.
- بما أن القطع المستقيمة الأفقية متوازية دائماً، فعتّن نقطتي طرفي $\overline{DC}$ على أن يكون لهما الإحداثي y نفسه وليكن c .
- بما أن المسافة من D إلى C تساوي أيضاً a وحدة، وبفرض أن الإحداثي x للنقطة D يساوي b ، يكون الإحداثي x للنقطة C يساوي $b+a$.

مراجعة المفردات

البرهان الإحصائي: هو برهان تستعمل فيه أشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات مفاهيم هندسية.

إجابات (تحقق من فهمك):



(4A) إذا كانت الأضلاع المتقابلة

لشكل رباعي متطابقة، فإنه متوازي أضلاع.

$$AB = \sqrt{26}, DC = \sqrt{26}$$

$$AD = \sqrt{13},$$

$$BC = \sqrt{13}$$

بما أن $AD = BC$ و $AB = DC$

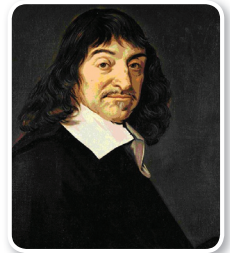
فإن $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{DC}$

لذلك فالشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع بحسب النظرية 5.9.

التعليم باستعمال التقنيات

مدونة: اطلب إلى كل طالبين أن

يشاركوا معاً لعمل مدونة، يذكرون فيها مع الشرح الطرائق المختلفة لإثبات أن شكلاً رباعياً ما هو متوازي أضلاع، واطلب إليهم العمل معاً لتحضير أعمالهم ومراجعتها ليتأكدوا من أنها صحيحة وواضحة.

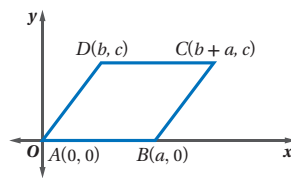


تاريخ الرياضيات

رينيه ديكارت

(1650م - 1596م)

عالم رياضيات فرنسي، وهو أول من استعمل المستوى الإحداثي. وقيل إنه فكر أولاً بربط كل موقع في مستوى مع زوج من الأعداد.



الخطوة 2: استعمل الشكل الذي رسمته لكتابة برهان.

المعطيات: $ABCD$ شكل رباعي فيه $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AB} \cong \overline{DC}$
المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.

برهان إحداي:

من التعريف يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كانت أضلاعه المتقابلة متوازية.

ومن المعطيات $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. يبقى أن نثبت أن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$.

استعمل صيغة الميل.

$$\text{ميل } \overline{AD} : \frac{c-0}{b-0} = \frac{c}{b} \quad \text{ميل } \overline{BC} : \frac{c-0}{b+a-a} = \frac{c}{b}$$

وبما أن $\overline{AD}$ ، $\overline{BC}$ لهما الميل نفسه، فإن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ؛ لذا فالشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع؛ لأن كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان.

تحقق من فهمك

(5) اكتب برهاناً إحداثياً للعبارة الآتية: إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع فإن أضلاعه المتقابلة متطابقة.

انظر ملحق الإجابات.

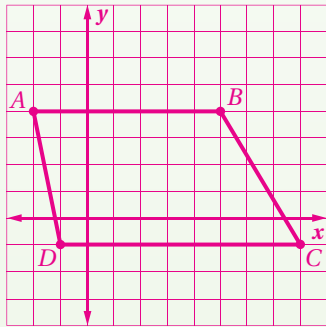
إجابات:

(6) لا؛ يجب أن يكون كل ضلعين متقابلين متوازيان.

$$\text{ميل } \overline{AD} \text{ يساوي: } \frac{-1-4}{-1-(-2)} = -5$$

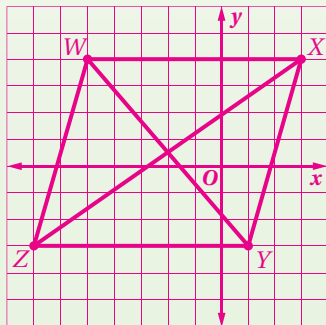
$$\text{ميل } \overline{BC} \text{ يساوي: } \frac{-1-4}{8-5} = \frac{-5}{3}$$

وبما أن ميل $\overline{BC} \neq \text{ميل } \overline{AD}$ ، فإن $ABCD$ ليس متوازي أضلاع.

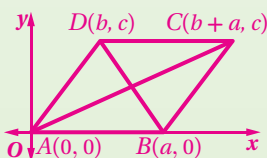


(7) نعم؛ نقطة منتصف كل من $\overline{XZ}$ و $\overline{WY}$ هي $(-2, \frac{1}{2})$.

وبما أن القطرين ينصف كل منهما الآخر، فإن الشكل $WXYZ$ متوازي أضلاع.



(8) المعطيات: $ABCD$ متوازي أضلاع.
المطلوب: $\overline{AC}$ و $\overline{DB}$ ينصف كل منهما الآخر.



الخطوة 1:

استعمل المسطرة لرسم $\overline{AB}$. ثم افتح الفرجار، وثبته عند النقطة A، وارسم قوساً فوقها. ثبت الفرجار عند النقطة B، وافتح الفرجار نفسها ارسم قوساً فوق B.

الخطوة 2:

اختر نقطة على القوس الذي فوق A وسمها D. افتح الفرجار فتحة مساوية لـ $\overline{AB}$ ، وثبته عند النقطة D وارسم قوساً يقطع القوس المرسوم من النقطة B، سم نقطة التقاطع C.

الخطوة 3:

استعمل حافة المسطرة لرسم $\overline{AD}$ ، $\overline{BC}$ ، $\overline{CD}$.

الخطوة 4:

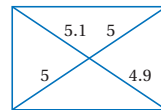
استعمل حافة المسطرة لرسم $\overline{AD}$ ، $\overline{BC}$ ، $\overline{CD}$.

تأكد

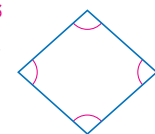
المثال 1

حدّد ما إذا كان كل شكل رباعي فيما يأتي متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك.

لا؛ لأن قطراه لا يتقاطعان في منتصفهما.

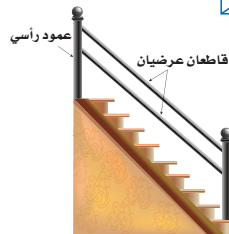


(2) نعم؛ لأن كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.



المثال 2

(3) نجارة؛ صنع نجار درجياً للدرج يتكوّن من عمودين رأسيين؛ الأول مثبت فوق الدرجة الأولى، والثاني مثبت فوق الدرجة الأخيرة، ويصل بينهما قاطعان خشبيان كما في الشكل المجاور. كيف يمكن للنجار التحقق من أن القاطعين الخشبيين العرضيين متوازيان، وذلك بأقل عدد من مرات القياس، إذا علمت بأن الدرجتين الأولى والأخيرة مستويتان مع الأرض. انظر ملحق الإجابات.



الدرس 3-5 تمييز متوازي الأضلاع 33

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	9-28، 37، 38، 40-53
ضمن المتوسط	9-29 فردي، 32، 35، 37، 38، 40-53
فوق المتوسط	29-51، (اختياري: 52، 53)

ونقطة منتصف $\overline{DB}$

البرهان:

$$\begin{aligned} \text{نقطة منتصف } \overline{AC} &= \left(\frac{a+b}{2}, \frac{0+c}{2} \right) \\ &= \left(\frac{0+(a+b)}{2}, \frac{0+c}{2} \right) \\ &= \left(\frac{a+b}{2}, \frac{c}{2} \right) \end{aligned}$$

وبما أن لكل من $\overline{AC}$ و $\overline{DB}$ نقطة المنتصف نفسها، إذن $\overline{AC}$ و $\overline{DB}$ ينصف كل منهما الآخر.

إجابات:

(9) نعم؛ لأن كل ضلعين متقابلين متطابقان.

(10) نعم؛ لأن فيه ضلعين متقابلين متوازيان ومتطابقان.

(11) لا؛ المعطيات غير كافية لمعرفة هل هو متوازي أضلاع أم لا، حيث يوجد ضلعان متقابلان متطابقان، لكن لا يوجد ما يدل على أنهما متوازيان.

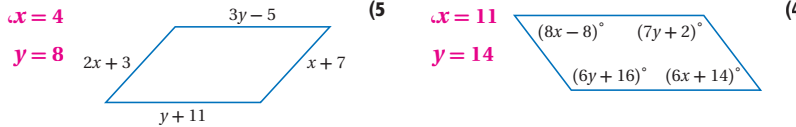
(12) لا؛ المعطيات غير كافية لمعرفة هل هو متوازي أضلاع أم لا، حيث إن أحد قطريه ينصف الآخر، ولكن لا يوجد ما يدل على أن القطر الآخر ينصفه. كما أنه يوجد ضلعان متقابلان متطابقان، ولكن لا يوجد ما يدل على أنهما متوازيان.

(13) نعم؛ لأن قطريه ينصف كل منهما الآخر.

(14) لا؛ المعطيات غير كافية لمعرفة هل هو متوازي أضلاع أم لا، حيث تشير قيم الزاويتين المتحالفتين إلى أن الضلعين المتقابلين متوازيان، لكن لا يوجد ما يدل على أنهما متطابقان.

المثال 3

جبر: أوجد قيمتي x, y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



المثال 4

هندسة إحدائية: مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه فيما يأتي. وحدّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا، برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال.

(6) $A(-2, 4), B(5, 4), C(8, -1), D(-1, -1)$ صيغة الميل.

(7) $W(-5, 4), X(3, 4), Y(1, -3), Z(-7, -3)$ صيغة نقطة المنتصف.

(8) اكتب برهاناً إحدائياً للعبارة الآتية: إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن قطريه ينصف كل منهما الآخر.

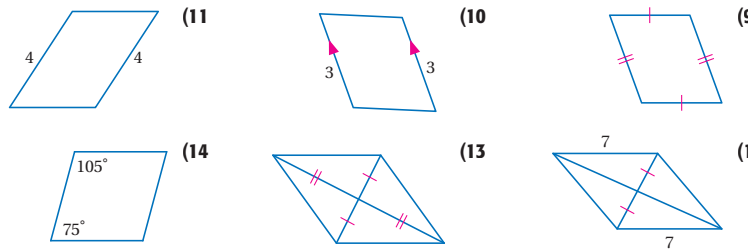
المثال 5

تدرب وحل المسائل

المثال 1

(9-14) انظر الهامش.

حدّد ما إذا كانت المعطيات في كل مما يأتي كافية ليكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك.

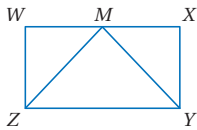


المثال 2

(15) برهان: إذا كان $WXYZ$ متوازي أضلاع،

حيث M نقطة منتصف WX ، $\angle W \cong \angle X$

فاكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن $\triangle ZMY$ متطابق الضلعين. انظر ملحق الإجابات.



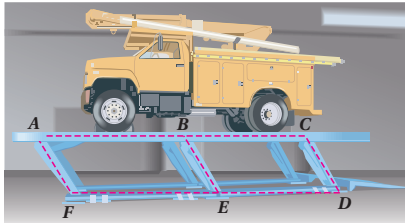
(16) رافعات: تستعمل رافعات متوازيات الأضلاع

لرفع المركبات الثقيلة عند صيانتها. ففي الشكل

أدناه: $ABEF, BCDE$ متوازي أضلاع. اكتب

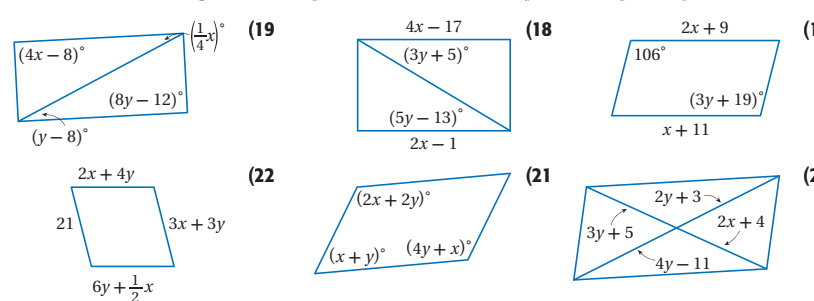
برهاناً ذا عمودين لإثبات أن $ACDF$ متوازي

أضلاع أيضاً. انظر ملحق الإجابات.



المثال 3

جبر: أوجد قيمتي x, y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.



34 الفصل 5 الأشكال الرباعية

تنويع التعليم

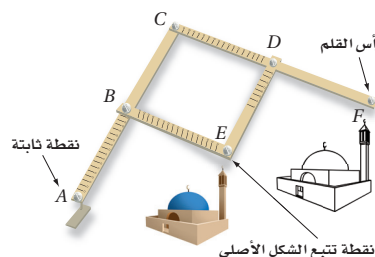
ضمن فوق

توسّع: اطلب إلى الطلاب تعيين النقاط $P(-4, -3), L(-1, 2), S(5, 1)$ في المستوى الإحداثي، واطلب إليهم تعيين نقطة رابعة T بحيث تصنع مع النقط الثلاث متوازي أضلاع، وأن يبرهنوا أن الشكل متوازي أضلاع باستعمال النظريات التي تعلموها في هذا الدرس. إحداثيات ممكنة للنقطة الرابعة $(2, -4)$. ويمكن إثبات ذلك باستعمال صيغة المسافة بين نقطتين أو صيغة الميل.

إجابة ممكنة: ميل $\overline{PL}$ يساوي $\frac{5}{3}$ ، ميل $\overline{LS}$ يساوي $-\frac{1}{6}$ ، ميل $\overline{ST}$ يساوي $\frac{5}{3}$ ، ميل $\overline{TP}$ يساوي $-\frac{1}{6}$. وبما أن للأضلاع المتقابلة الميل نفسه، فإن $\overline{ST} \parallel \overline{PL}$ و $\overline{LS} \parallel \overline{TP}$ ، لذلك فالشكل $PLST$ متوازي أضلاع بحسب التعريف.

المثال 4

- هندسة إحدائية:** مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه فيما يأتي. وحدد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا، برر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال.
- (23-29) **انظر ملحق الإجابات.**
- (23) $A(-3, 4), B(4, 5), C(5, -1), D(-2, -2)$ ، صيغة الميل.
- (24) $J(-4, -4), K(-3, 1), L(4, 3), M(3, -3)$ ، صيغة المسافة بين نقطتين.
- (25) $V(3, 5), W(1, -2), X(-6, 2), Y(-4, 7)$ ، صيغة الميل.
- (26) $Q(2, -4), R(4, 3), S(-3, 6), T(-5, -1)$ ، صيغتا الميل والمسافة بين نقطتين.
- (27) اكتب برهاناً إحداثياً للعبارة: إذا كان كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي متطابقين، فإنه متوازي أضلاع.
- (28) اكتب برهاناً إحداثياً للعبارة: إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإن جميع زواياه قوائم.
- (29) **برهان:** اكتب برهاناً حرّاً للنظرية 5.10.
- (30) **المُنسَخ:** استعن بمعلومات الربط مع الحياة إلى اليمين والشكل أدناه.



الربط مع الحياة

المُنسَخ هو أداة هندسية تستعمل لنسخ صورة أو مخطط وفق مقياس رسم معين.

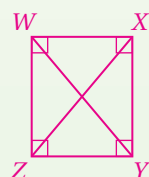
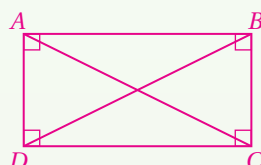
تنبيه لحل سؤال

المسطرة والفرجار: يتطلب السؤال 35 استعمال مسطرة وفرجار.

تمثيلات متعددة: في السؤال 35، يستعمل الطلاب الرسوم الهندسية والجدول والوصف اللفظي لاستقصاء خصائص المستطيل.

إجابة:

(35a) إجابة ممكنة:



(35c) إجابة ممكنة: قطرا المستطيل متطابقان.

انظر ملحق الإجابات.

(a) إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{CF}$, $\overline{AB} \cong \overline{CD} \cong \overline{BE}$, $\overline{DF} \cong \overline{DE}$ فكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$.

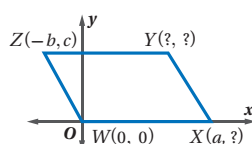
(b) مقياس الرسم للشكل المنسوخ بالنسبة للشكل الأصلي هو نسبة CF إلى BE ، فإذا كان $AB = 12 \text{ in}$, $DF = 8 \text{ in}$, 5.5 in ، فما طول صورة الشكل المنسوخ؟

9.2 in تقريباً

(31) **برهان:** اكتب برهاناً ذا عمودين للنظرية 5.11. **انظر ملحق الإجابات.**

أوجد الإحداثيات المجهولة لرؤوس كل من متوازي الأضلاع الآتين:

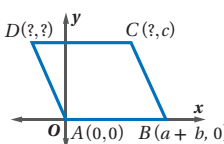
$Y(a-b, c), X(a, 0)$



(33)

إجابة ممكنة:

$C(a, c), D(-b, c)$



(32)



(34) **برهان:** اكتب برهاناً إحداثياً لإثبات أن القطع المستقيمة الواصلة بين منتصفات أضلاع أي شكل رباعي تشكّل متوازي أضلاع. **انظر ملحق الإجابات.**

(35) **تمثيلات متعددة:** في هذه المسألة سوف تستقصي إحدى خصائص المستطيل.

المستطيل	القطر	الطول
ABCD	$\overline{AC}$	3.3 cm
	$\overline{BD}$	3.3 cm
MNOP	$\overline{MO}$	2.8 cm
	$\overline{NP}$	2.8 cm
WXYZ	$\overline{WY}$	2.0 cm
	$\overline{XZ}$	2.0 cm

(a) **هندسياً:** ارسم ثلاثة مستطيلات بأبعاد مختلفة وسمّها $ABCD, MNOP, WXYZ$ ، ثم ارسم قطري كل منها.

(b) قس طولي قطري كل مستطيل، ثم أكمل الجدول المجاور. **انظر الهامش.**

(c) **لفظياً:** اكتب تخميناً حول قطري المستطيل. **انظر الهامش.**

مراجعة المفردات

مقياس الرسم:

هو نسبة تستعمل لتمثيل الأشياء التي تكون كبيرة جداً أو صغيرة جداً عندما ترسم بحجمها الحقيقي. ويعطي المقياس نسبة تقارن بين قياسات الرسم أو النموذج وقياسات الأشياء الحقيقية.

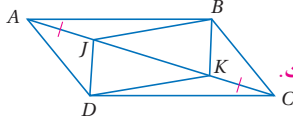
الدرس 3-5 تمييز متوازي الأضلاع 35

مسائل مهارات التفكير العليا

(36) **تحديد:** يتقاطع قطرا متوازي أضلاع عند النقطة (0, 1). ويقع أحد رؤوسه عند النقطة (2, 4)، بينما يقع رأس آخر عند النقطة (3, 1). أوجد موقعي الرأسين الآخرين. (1, -3) و (-2, -2)

(37) **اكتب:** بين أوجه الشبه والاختلاف بين النظريتين 5.9 و 5.3. **انظر الهامش.**

(38) **تبرير:** إذا كانت الزوايا المتناظرة في متوازي أضلاع متطابقة، فهل يكون متوازي الأضلاع متطابقين أحياناً، أم دائماً، أم لا يكونان متطابقين أبداً؟ **انظر الهامش.**

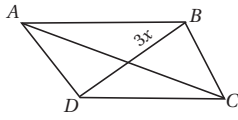


(39) **تحديد:** في الشكل المجاور، متوازي أضلاع $ABCD$ ، $\overline{AJ} \cong \overline{KC}$. بين أن الشكل الرباعي $JBKD$ متوازي أضلاع. **انظر ملحق الإجابات.**

(40) **اكتب:** استعمل العبارات الشرطية الثنائية "إذا فقط إذا" في دمج كل من النظريات: 5.9 و 5.10 و 5.11 و 5.12 وعكسها. **انظر الهامش.**

تدريب على اختبار

(42) **إجابة قصيرة:** في الشكل الرباعي $ABCD$ أدناه، إذا كان $\overline{AC}$ تنصف $\overline{BD}$ ، $AC = 40$ ، $BD = \frac{3}{5}AC$ ، فما قيمة x التي تجعل $ABCD$ متوازي أضلاع؟ 4



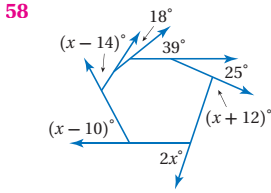
(41) إذا كان الضلعان $\overline{AB}$ ، $\overline{DC}$ في الشكل الرباعي $ABCD$ متوازيين، فأَي المعطيات الآتية كافية لإثبات أن $ABCD$ متوازي أضلاع؟ B

- $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ C $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ A
 $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ D $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ B

مراجعة تراكمية

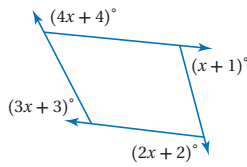
هندسة إحدائية: أوجد إحداثي نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع $ABCD$ في كل من السؤالين الآتيين (الدرس 5-2) (44) $A(2, 5)$ ، $B(10, 7)$ ، $C(7, -2)$ ، $D(-1, -4)$ (4.5, 1.5) (45) $A(-3, 5)$ ، $B(6, 5)$ ، $C(5, -4)$ ، $D(-4, -4)$ (1, 0.5)

أوجد قيمة x في كل من الأسئلة الآتية: (الدرس 5-1)



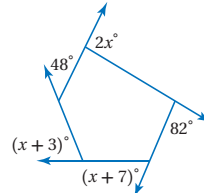
58

35 (47)



46

55



45

أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى قياس إحدى زواياه الداخلية في كل مما يأتي: (الدرس 5-1)

20 162° (51)

30 168° (50)

18 160° (49)

9 140° (48)

استعد للدرس اللاحق

استعمل الميل لتحديد ما إذا كان $\overline{XY}$ ، $\overline{YZ}$ متعامدين أم لا في كل مما يأتي:

(53) $X(4, 1)$ ، $Y(5, 3)$ ، $Z(6, 2)$ غير متعامدين

(52) $X(-2, 2)$ ، $Y(0, 1)$ ، $Z(4, 1)$ غير متعامدين

36 الفصل 5 الأشكال الرباعية

4 التقييم

تعلّم سابق: اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا فقرة يوضحوا من خلالها كيف ساعدهم الدرس السابق حول متوازي الأضلاع في درس تمييز متوازي الأضلاع.

التقييم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للدرس 3-5 بإعطائهم:

الاختبار القصير 2، ص (11)

إجابات:

(37) إجابة ممكنة: النظريتان إحداهما

عكس الأخرى، فرض النظرية 5.3

"الشكل □" وفرض النظرية 5.9

"الأضلاع المتقابلة في الشكل الرباعي

متطابقة". نتيجة النظرية 5.3 الأضلاع

المتقابلة متطابقة ونتيجة النظرية 5.9

الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

(38) أحياناً؛ إجابة ممكنة: يمكن أن يكون

متوازي الأضلاع متطابقين، ويمكن أن

يكونا غير متطابقين؛ لأنه قد يكون

لمتوازي الأضلاع قياسات الزوايا

نفسها، ولكن أطوال الأضلاع في

أحدهما أكبر أو أصغر من الآخر.

(40) - يكون الشكل الرباعي متوازي

أضلاع إذا فقط إذا كان كل ضلعين

متقابلين فيه متطابقين.

- يكون الشكل الرباعي متوازي

أضلاع إذا فقط إذا كان كل زاويتين

متقابلتين فيه متطابقتين.

- يكون الشكل الرباعي متوازي

أضلاع إذا فقط إذا كان قطراه

ينصف كل منهما الآخر.

- يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع

إذا فقط إذا كان فيه ضلعان متقابلان

متوازيين ومتطابقين.

فوق

تنويع التعليم

توسع: قدّم للطلاب متوازي أضلاع مرسومًا على مستوى إحداثي، إحداثيات رؤوسه (2, 4)، (0, 0)، (8, 4)، (6, 0)، ثم صل بين النقطتين (2, 4) و (5, 0)، وبين النقطتين (3, 4) و (6, 0)، وبين النقطتين (0, 0) و (6, 4)، وبين النقطتين (2, 0) و (8, 4). ما الشكل الناتج عن تقاطعات القطع المستقيمة الأربع؟ متوازي أضلاع



مصادر الدرس 3 - 5

فوق **فوق المتوسط**

تدريبات إعادة التعليم - تمة (17)

دون

الاسم _____ التاريخ _____	5-3 تدريبات إعادة التعليم تمييز متوازي الأضلاع
------------------------------	---

متوازي الأضلاع في المستوى الإحداثي

يمكنك استعمال صيغ المسافة بين نقطتين والميل ونقطة المنتصف لتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي في المستوى الإحداثي متوازي أضلاع أم لا.

مثال ٣-١: معطى في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي $ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه:
 $A(0, -2), B(3, 2), C(-2, -1), D(-3, 0)$. ومطلوب أن تكون أصلا M .

الحل: اعتمادا على الصيغة، نحصل على

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-2)}{3 - 0} = \frac{4}{3}, \text{ ونحصل } \overline{AD};$$

$$\overline{BC}: m = \frac{-1 - 2}{-2 - 3} = \frac{-3}{-5} = \frac{3}{5}, \text{ ونحصل } \overline{BC};$$

$$\overline{AC}: m = \frac{-1 - (-2)}{-2 - 0} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}, \text{ ونحصل } \overline{AC};$$

$$\overline{BD}: m = \frac{0 - 2}{-3 - 3} = \frac{-2}{-6} = \frac{1}{3}, \text{ ونحصل } \overline{BD};$$

أي أنه كل من ضلعين متقابلين ليس له ميل، فإن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ، إذن الشكل $ABCD$ هو شكل متوازي.

باعتبار المساحة المثلثية، فنحن نعلم أن $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$AB = \sqrt{(-2-3)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$ $AD = \sqrt{(-2-(-3))^2 + (3-0)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$
 $CD = \sqrt{(2-(-3))^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{25+1} = \sqrt{26}$ $BC = \sqrt{(3-2)^2 + (2-(-1))^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$

5.9 انظر إلى الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع. طبق النظرية 5.9، فإن كل ضلعين متقابلين متساويين في الطول، إذن $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ ، $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

تقارير
مفصلة إحصائية، مثل في المستوى الإحصائي الشكل الرباعي المعطاة إحصائيات رؤوس فيما يأتي، وحدّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا، برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال: **انظر رسومات الطلاب**

$\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ (D-1), $\overline{EF} \parallel \overline{AC}$, $\overline{P64}$, $\overline{G3}$, (2)	مستقيمات $\overline{AC}$ ، $\overline{DE}$ ، $\overline{EF}$ متوازيات
$\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ (D-1)، $\overline{FG} \parallel \overline{AC}$ (D-1)، $\overline{P64}$ ، $\overline{G3}$ ، (2)	مستقيمات $\overline{AC}$ ، $\overline{DE}$ ، $\overline{FG}$ متوازيات
$\overline{EF} \parallel \overline{AC}$ (D-1)، $\overline{DG} \parallel \overline{AC}$ (D-1)، $\overline{P64}$ ، $\overline{G3}$ ، (2)	مستقيمات $\overline{AC}$ ، $\overline{EF}$ ، $\overline{DG}$ متوازيات
كل مستقيمان $\overline{DEFG}$ من كلتي المستقيمان المتوازيين $\overline{AC}$ (D-1)، $\overline{AC}$ (D-1)، $\overline{P64}$ ، $\overline{G3}$ ، (2)، $\overline{D0}$ ، (1) (4)	كل مستقيمان $\overline{DEFG}$ من كلتي المستقيمان المتوازيين $\overline{AC}$ متوازيان
$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ (D-1)، $\overline{EF} \parallel \overline{AC}$ (D-1)، $\overline{P64}$ ، $\overline{G3}$ ، (2)	مستقيمات $\overline{AC}$ ، $\overline{AB}$ ، $\overline{CD}$ متوازيات
$\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ (D-1)، $\overline{EF} \parallel \overline{AC}$ (D-1)، $\overline{P64}$ ، $\overline{G3}$ ، (2)	مستقيمات $\overline{AC}$ ، $\overline{BC}$ ، $\overline{AD}$ متوازيات
كل مستقيمان $\overline{ABCD}$ من كلتي المستقيمان المتوازيين $\overline{AC}$ (D-1)، $\overline{AC}$ (D-1)، $\overline{P64}$ ، $\overline{G3}$ ، (2)، $\overline{D0}$ ، (1) (4)	كل مستقيمان $\overline{ABCD}$ من كلتي المستقيمان المتوازيين $\overline{AC}$ متوازيان
$\overline{BC} = 3 \sqrt{2}$ ، $\overline{CD} = 2 \sqrt{2}$ ، $\overline{AB} = 2 \sqrt{2}$ ، (1)	الضلع $\overline{BC}$ يساوي الضلع $\overline{CD}$ يساوي الضلع $\overline{AB}$
$\overline{AB} = \overline{BC}$ ، $\overline{AB} = \overline{CD}$ ، $\overline{BC} = \overline{CD}$ ، $\overline{AB} = 3 \sqrt{2}$ ، (1)	الضلع $\overline{AB}$ يساوي الضلع $\overline{BC}$ يساوي الضلع $\overline{CD}$
$\overline{AB} = \overline{BC}$ ، $\overline{AB} = \overline{CD}$ ، $\overline{BC} = \overline{CD}$ ، $\overline{AB} = 3 \sqrt{2}$ ، (1)	الضلع $\overline{AB}$ يساوي الضلع $\overline{BC}$ يساوي الضلع $\overline{CD}$
$\overline{BC} = 3 \sqrt{2}$ ، $\overline{CD} = 2 \sqrt{2}$ ، $\overline{H} = 3$ ، $\overline{I} = 4$ ، (1) (6)	الضلع $\overline{BC}$ يساوي الضلع $\overline{CD}$ يساوي $\overline{H}$ يساوي $\overline{I}$
كل نقطة التصفيف $\overline{GH}$ على $\overline{AC}$ (2)، (2)	كل نقطة التصفيف $\overline{GH}$ على $\overline{AC}$
متساوية $\overline{GH}$ (2)	متساوية $\overline{GH}$

الصف: الأول الثانوي 17 الفصل 5: الأشكال الرباعية

تدريبات حل المسألة (19)

دون **ضمن** **فوق**

5-3 تدريبات حل المسألة تميز متوازي الأضلاع

4. وضع خالد مستوى إحداثي فوي خريطة مدينة
فقطرت أركانها الأربعة كما في الشكل أدناه، فهل تشكل
الأركان الأربعة رؤوس متوازي أضلاع؟ وضع إجابته.



فيقول: يوازن خالد سعد وفهد. وعندما انقسمهم إلى جسم
شكل "X" فقد حصلوا على سطح واحد، وذلك الجالس
في أربعة مواقع تشكل رؤوساً لمتوازي أضلاع كما في
الشكل أدناه.

فيقول: أيا، أربعة الأشخاص الأربعة للسلطة تقسموا عن:

[illegible]

أو 3, 4, 3, 4

(b) ما عدد متوازيات الأضلاع التي يمكنها تكوينها بهذه القطع الأربعة؟

عدد ٧

(c) وضح ما يمكن أن نفعله نوال لتحديد شكل متوازي الأضلاع بدقة.

إجابة ممكنة، يمكنها أن تحدد طول أحد القطرين.



	$(1, 7); (9, -1); (-7, -3)$
--	-----------------------------



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 3 - 5

دون	ضمن	فوق	فوق المتوسط
دون	ضمن	فوق	فوق المتوسط
التدريبات الإثرائية (20)	كتاب التمارين (8)	دون	ضمن
الاسم: _____ التاريخ: _____ 5-3 التدريبات الإثرائية استقصاء شروط متوازي الأضلاع: وفق التعريف، يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع، إذا وقطع إذا كان كل ضلعين متقابلين متوازيين. ما الشروط الأخرى الكافية لإثبات أن شكلاً رباعياً ما متوازي أضلاع غير شرط توازي كل ضلعين متقابلين؟ في هذا النشاط، سنستقصي عدة حالات ممكنة من خلال رسم أشكال رباعية تحقق شروطاً معينة. نذكر أن أي شرط يدم كافياً حتى يكون شكلاً رباعياً ما متوازي أضلاع، يجب إثبات صحته أولاً حتى يُعدّ صالحاً. نقدّم لك ما يأتي: 1) ارسم شكلاً رباعياً فيه ضلعان متقابلان متطابقان. هل أنت متأكد من كونه متوازي أضلاع؟ 2) ارسم شكلاً رباعياً فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان. هل أنت متأكد من كونه متوازي أضلاع؟ 3) ارسم شكلاً رباعياً فيه ضلعان متقابلان متوازيان والضلعان الآخران متطابقان. هل أنت متأكد من كونه متوازي أضلاع؟ 4) ارسم شكلاً رباعياً فيه ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان. هل أنت متأكد من كونه متوازي أضلاع؟ 5) ارسم شكلاً رباعياً فيه زاويتان متقابلتان متطابقان. هل أنت متأكد من كونه متوازي أضلاع؟ 6) ارسم شكلاً رباعياً فيه كل زاويتين متقابلتين متطابقان. هل أنت متأكد من كونه متوازي أضلاع؟ 7) ارسم شكلاً رباعياً فيه ضلعان متقابلان متوازيان وزاويتان متقابلتان متطابقان. هل أنت متأكد من كونه متوازي أضلاع؟ الفصل 5، الأشكال الرباعية	5-3 تمييز متوازي الأضلاع حدّد ما إذا كانت المعطيات في كلٍّ مما يأتي كافية؛ ليكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا، وبرز إجابتك. 1) نعم؛ لأن القطرين يتشكّل كل منهما الآخر. 2) لا؛ المعطيات غير كافية لمعرفة هل الشكل متوازي أضلاع أم لا؛ حيث يوجد ضلعان متقابلان متوازيان، لكن لا يوجد ما يدل على أنهما متطابقان. 3) نعم؛ لأن كل زاويتين متقابلتين متطابقتان. 4) لا؛ المعطيات غير كافية لمعرفة هل هو متوازي أضلاع أم لا، حيث نسير قيم الزاويتين المتحالفتين إلى أن الضلعين المتقابلين متوازيان، لكن لا يوجد ما يدل على أنهما متطابقان. جبر. أوجد قيمتي x و y في كلٍّ مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع: 5) $(5y - 9)^\circ$ و $(3x + 25)^\circ$ $x = 20, y = 12$ 6) $(7x - 11)^\circ$ و $(5y + 15)^\circ$ $x = -6, y = 13$ 7) $(2y - 7)^\circ$ و $(-4x + 6)^\circ$ $x = -3, y = 2$ 8) $(-4y - 5)^\circ$ و $(-3x + 25)^\circ$ $x = -2, y = -5$ هندسة إحصائية. مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في السؤالين الآتيين. وحدّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا، برز إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال. 9) أنماط: يتكون النمط في الشكل المجاور من متوازيات أضلاع متطابقة. كيف يمكن التحقق من أنها متوازيات أضلاع؟ 10) إجابة ممكنة: بالتحقق من أن كل زاويتين متقابلتين متطابقان. 11) $P(-5, 1), S(-2, 2), R(-2, 5), O(1, 3), M(-3, -4), Y(-6, -2)$ صيغة الميل نعم	الاسم: _____ التاريخ: _____ 5-3 تمييز متوازي الأضلاع حدّد ما إذا كانت المعطيات في كلٍّ مما يأتي كافية؛ ليكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا، وبرز إجابتك. 1) نعم؛ لأن القطرين يتشكّل كل منهما الآخر. 2) لا؛ المعطيات غير كافية لمعرفة هل الشكل متوازي أضلاع أم لا؛ حيث يوجد ضلعان متقابلان متوازيان، لكن لا يوجد ما يدل على أنهما متطابقان. 3) نعم؛ لأن كل زاويتين متقابلتين متطابقتان. 4) لا؛ المعطيات غير كافية لمعرفة هل هو متوازي أضلاع أم لا، حيث نسير قيم الزاويتين المتحالفتين إلى أن الضلعين المتقابلين متوازيان، لكن لا يوجد ما يدل على أنهما متطابقان. جبر. أوجد قيمتي x و y في كلٍّ مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع: 5) $(5y - 9)^\circ$ و $(3x + 25)^\circ$ $x = 20, y = 12$ 6) $(7x - 11)^\circ$ و $(5y + 15)^\circ$ $x = -6, y = 13$ 7) $(2y - 7)^\circ$ و $(-4x + 6)^\circ$ $x = -3, y = 2$ 8) $(-4y - 5)^\circ$ و $(-3x + 25)^\circ$ $x = -2, y = -5$ هندسة إحصائية. مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في السؤالين الآتيين. وحدّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا، برز إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال. 9) أنماط: يتكون النمط في الشكل المجاور من متوازيات أضلاع متطابقة. كيف يمكن التحقق من أنها متوازيات أضلاع؟ 10) إجابة ممكنة: بالتحقق من أن كل زاويتين متقابلتين متطابقان. 11) $P(-5, 1), S(-2, 2), R(-2, 5), O(1, 3), M(-3, -4), Y(-6, -2)$ صيغة الميل نعم	الاسم: _____ التاريخ: _____ 5-3 تمييز متوازي الأضلاع حدّد ما إذا كانت المعطيات في كلٍّ مما يأتي كافية؛ ليكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا، وبرز إجابتك. 1) نعم؛ لأن القطرين يتشكّل كل منهما الآخر. 2) لا؛ المعطيات غير كافية لمعرفة هل الشكل متوازي أضلاع أم لا؛ حيث يوجد ضلعان متقابلان متوازيان، لكن لا يوجد ما يدل على أنهما متطابقان. 3) نعم؛ لأن كل زاويتين متقابلتين متطابقتان. 4) لا؛ المعطيات غير كافية لمعرفة هل هو متوازي أضلاع أم لا، حيث نسير قيم الزاويتين المتحالفتين إلى أن الضلعين المتقابلين متوازيان، لكن لا يوجد ما يدل على أنهما متطابقان. جبر. أوجد قيمتي x و y في كلٍّ مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع: 5) $(5y - 9)^\circ$ و $(3x + 25)^\circ$ $x = 20, y = 12$ 6) $(7x - 11)^\circ$ و $(5y + 15)^\circ$ $x = -6, y = 13$ 7) $(2y - 7)^\circ$ و $(-4x + 6)^\circ$ $x = -3, y = 2$ 8) $(-4y - 5)^\circ$ و $(-3x + 25)^\circ$ $x = -2, y = -5$ هندسة إحصائية. مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في السؤالين الآتيين. وحدّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا، برز إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال. 9) أنماط: يتكون النمط في الشكل المجاور من متوازيات أضلاع متطابقة. كيف يمكن التحقق من أنها متوازيات أضلاع؟ 10) إجابة ممكنة: بالتحقق من أن كل زاويتين متقابلتين متطابقان. 11) $P(-5, 1), S(-2, 2), R(-2, 5), O(1, 3), M(-3, -4), Y(-6, -2)$ صيغة الميل نعم

التقويم التكويني

استعمل اختبار منتصف الفصل لتقويم تقدم الطلبة في النصف الأول من الفصل.

للأسئلة التي لم يجيبوا عنها بشكل صحيح، اطلب إليهم مراجعة الدروس المشار إليها بعد كل سؤال.

التقويم التكويني

اختبار منتصف الفصل، ص (13)

المطويات متابعة المطويات

شجّع الطلاب قبل حل أسئلة اختبار منتصف الفصل على مراجعة الملاحظات التي دوّنوها في مطوياتهم حول الدروس 5-1 إلى 5-3.

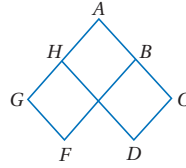
إجابات:

(5) $m\angle A = 158^\circ$, $m\angle B = 46^\circ$,
 $m\angle C = 110^\circ$, $m\angle D = 46^\circ$

(6) $m\angle P = 61^\circ$, $m\angle Q = 106^\circ$,
 $m\angle R = 122^\circ$, $m\angle S = 71^\circ$

(19) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين. (الدرس 5-2)

المعطيات: $\square GFBA$, $\square HACD$ انظر ملحق الإجابات
المطلوب: $\angle F \cong \angle D$



أوجد قيمتي x , y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع: (الدرس 5-3)

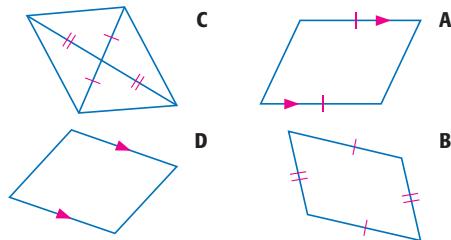
(21) $3x - 2$, $4y + 6$, $2x + 6$, $6y - 8$
 $x = 8$, $y = 7$

(20) $x + 5$, $2x + 5$, $y + 10$, $2x + 2$
 $x = 3$, $y = 5$

(22) طاولات: لماذا يبقى سطح طاولة كي الثياب في الصورة أدناه موازياً لأرضية الغرفة دائماً؟ (الدرس 5-3) انظر ملحق الإجابات



(23) اختيار من متعدد: أي الأشكال الرباعية الآتية ليس متوازي أضلاع؟ (الدرس 5-3) D



هندسة إحدائية: حدّد ما إذا كان الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي متوازي أضلاع. برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال. (الدرس 5-3) (24, 25) انظر ملحق الإجابات.

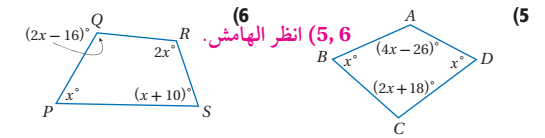
(24) $A(-6, -5)$, $B(-1, -4)$, $C(0, -1)$, $D(-5, -2)$

(25) $Q(-5, 2)$, $R(-3, -6)$, $S(2, 2)$, $T(-1, 6)$
صيغة الميل.

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية في كل من المضلعات المحددة الآتية: (الدرس 5-1)

(1) الخماسي 540° (2) السباعي 900°
(3) ذو 18 ضلعاً 2880° (4) ذو 23 ضلعاً 3780°

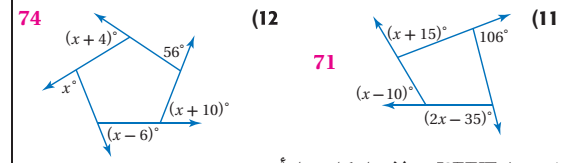
أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية في كل من المضلعين الآتين: (الدرس 5-1)



أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى مجموع قياسات زواياه الداخلية في كل مما يأتي: (الدرس 5-1)

(7) 720° (8) 1260° (9) 1800° (10) 4500°

أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتين: (الدرس 5-1)



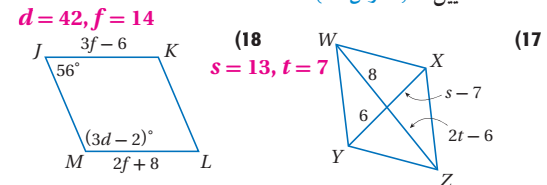
استعمل $\square WXYZ$ لإيجاد كل مما يأتي: (الدرس 5-2)

(13) $m\angle WZY = 75^\circ$ (14) $WZ = 24$
(15) $m\angle XYZ = 105^\circ$



(16) إنارة: استعمل مقبض الإنارة العلوي الذي يشكل متوازي أضلاع في إيجاد $m\angle p$ في $\square PQRS$. (الدرس 5-2) 116°

جبر: أوجد قيم المتغيرات في كل من متوازي الأضلاع الآتين: (الدرس 5-2)



مخطط المعالجة

المستوى 1	ضمن المتوسط	المستوى 2	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلبة في 25% تقريباً من الأسئلة أو أقل،	إذا	أخطأ بعض الطلبة في 50% تقريباً من الأسئلة أو أقل،
فاختر	أحد المصادر الآتية:	فاختر	أحد المصدرين الآتين:
	مراجعة الدروس 5-1, 5-2, 5-3.		تدريبات إعادة التعليم، ص (6, 11, 16).
	تدريبات المهارات، ص (8, 13, 18).		
	www.obeikaneducation.com		www.obeikaneducation.com

المستطيل Rectangle



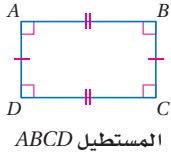
لماذا؟

أحمد هو الطالب المسؤول عن عرض لوحات الرياضيات في يوم النشاط المدرسي. ولعمل خلفية مميزة يعرض عليها لوحات الرياضيات، قام بطلاء جزء من جدار على شكل مستطيل يبدأ طوله من أسفل الجدار ويمتد للأعلى، وكان طوله 80 in، وعرضه 36 in. كيف يمكنه أن يتحقق من أن الجزء الذي قام بطلائه مستطيل؟

خصائص المستطيل: المستطيل هو متوازي أضلاع زواياه الأربع قائمة. ونجد من ذلك أن للمستطيل الخصائص الآتية:

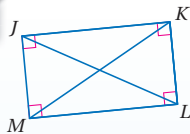
- الزوايا الأربع قائمة.
- كل ضلعين متقابلين متوازيان ومتطابقان.
- كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.
- كل زاويتين متجاورتين متكاملتان.
- القطران ينصف كل منهما الآخر.

وبالإضافة إلى ذلك، قطرا المستطيل متطابقان، كما توضح النظرية الآتية:



المستطيل ABCD

أضف إلى
مطوبتك



نظرية 5.13 قطرا المستطيل

إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان.

مثال: إذا كان $\square JKLM$ مستطيلاً، فإن $\overline{JL} \cong \overline{KM}$.

سوف تبرهن النظرية 5.13 في السؤال 33.

فيما سبق:

درست استعمال خصائص متوازي الأضلاع وتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

(الدرس 5-2)

والآن:

- أتعرّف خصائص المستطيل وأطبقها.
- أحدد ما إذا كان متوازي أضلاع مستطيلاً.

المفردات:

المستطيل
rectangle

www.obeikaneducation.com

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 5-4

استعمال خصائص متوازي الأضلاع وتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

الدرس 5-4

تعرّف خصائص المستطيل وتطبيقها. تحديد ما إذا كان متوازي أضلاع مستطيلاً.

ما بعد الدرس 5-4

استعمال التبرير الاستنتاجي لإثبات صحة عبارة.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟"

واسأل:

- كيف يمكنك البدء بعمل خلفية لو كنت أحمد؟

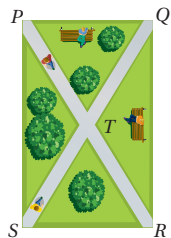
إجابة ممكنة: أبدأ برسم مستطيل بأن أقيس 80 in إلى الأعلى من أسفل الجدار. ثم 36 in عرضياً وبزاوية قائمة، ثم أعود ثانية إلى أسفل الجدار، ثم أقوم بطلاء المستطيل.

- ماذا سيعمل أحمد للتأكد من أن الخلفية مستطيلة؟

إجابة ممكنة: التأكد من أن أركان الخلفية زوايا قائمة. التأكد من أن جانبي الخلفية متساويان في الطول، والتأكد من أن حافة الخلفية العلوية وحافتها السفلية متساويتان في الطول.

استعمال خصائص المستطيل

مثال 1 من واقع الحياة



حداث: حديقة مستطيلة الشكل تحتوي على ممرين كما في الشكل المجاور. إذا كان $PR = 200$ m، فأوجد QT .

$$\overline{QS} \cong \overline{PR} \quad \text{قطرا المستطيل متطابقان}$$

$$QS = PR \quad \text{تعريف تطابق القطع المستقيمة}$$

$$QS = 200 \quad \text{بالتعويض}$$

وبما أن $PQRS$ مستطيل، لذا فإن قطريه ينصف كل منهما الآخر؛ لذا

$$QT = \frac{1}{2} QS$$

$$QT = \frac{1}{2} (200) = 100$$

بالتعويض

تحقق من فهمك

استعن بالشكل في المثال 1.

(1A) إذا كان $TS = 120$ ، فأوجد PR . 240 (1B) إذا كان $m\angle PRS = 64^\circ$ ، فأوجد $m\angle SQR$. 26°

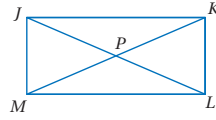
مصادر الدرس 5-4

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (39)	• تنويع التعليم، ص (39, 43)	• تنويع التعليم، ص (43, 39)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين، ص (9)	• كتاب التمارين، ص (9)	• كتاب التمارين، ص (9)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (21)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (21)	• تدريبات حل المسألة، ص (24)
	• تدريبات المهارات، ص (23)	• تدريبات المهارات، ص (23)	• التدريبات الإثرائية، ص (25)
	• تدريبات حل المسألة، ص (24)	• تدريبات حل المسألة، ص (24)	
	• تدريبات الإثرائية، ص (25)	• تدريبات الإثرائية، ص (25)	

يمكنك استعمال خصائص المستطيل والجبر لإيجاد قيم مجهولة.

مثال 2

استعمال خصائص المستطيل والجبر



جبر: الشكل الرباعي $JKLM$ مستطيل. إذا كان $m\angle KJL = (2x + 4)^\circ$ و $m\angle JLK = (7x + 5)^\circ$ ، فأوجد قيمة x .

بما أن $JKLM$ مستطيل، فإن زواياه الأربع قائمة؛ إذن $m\angle MLK = 90^\circ$. وبما أن $JKLM$ المستطيل متوازي أضلاع، فإن الأضلاع المتقابلة متوازية، والزوايا المتبادلة داخلياً بالنسبة للقطر متطابقة.

لذا فإن $\angle JLM \cong \angle KJL$ ، ومن ذلك $m\angle JLM = m\angle KJL$.

$$m\angle JLM + m\angle JLK = m\angle MLK$$

$$m\angle KJL + m\angle JLK = 90^\circ$$

$$(2x + 4) + (7x + 5) = 90^\circ$$

$$(9x + 9) = 90^\circ$$

$$9x = 81^\circ$$

$$x = 9$$

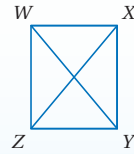
تحقق من فهمك

2 استعن بالشكل في المثال 2. إذا كان $MP = 3y - 5$ ، $MK = 5y + 1$ ، فأوجد قيمة y . 11

إثبات أن متوازي أضلاع يكون مستطيلاً: عكس النظرية 5.13 صحيح أيضاً.

نظرية 5.14

أضف إلى
مطوبتك



إذا كان قطرا متوازي أضلاع متطابقين فإنه مستطيل.

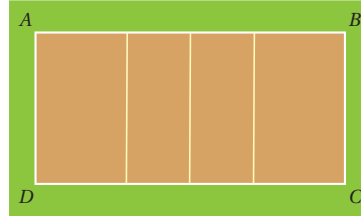
مثال: في $\square WXYZ$ ، إذا كان $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ ، فإن $\square WXYZ$ مستطيل.

سوف تبرهن هذه النظرية في السؤال 34.

مثال 3 من واقع الحياة

إثبات علاقات في المستطيل

كرة طائرة: أنشأ نادر رياضي ملعباً لكرة الطائرة، وللتأكد من أنه يحقق المواصفات المطلوبة، قاس المشرفون أطوال أضلاع الملعب وقطره، فإذا كان $AB = 60$ ft، $BC = 30$ ft، $CD = 60$ ft، $AD = 30$ ft، $BD = 67$ ft، $AC = 67$ ft، فكيف يمكنهم التحقق من أنه مستطيل.



بما أن $AB = CD$ ، $BC = AD$ ، $AC = BD$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ ، $\overline{AC} \cong \overline{BD}$. ولأن قطران متطابقان في $\square ABCD$ ، فإن $\square ABCD$ مستطيل.

الدرس 4-5 المستطيل 39

إرشادات للدراسة

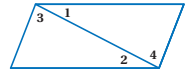
الزوايا القوائم:

تذكر من النظرية 5.6 أنه إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإن زواياه الأربع قائمة.

إرشادات للدراسة

الزاويتان المتبادلتان داخلياً بالنسبة لقطر:

درست في نظرية 2.1 (الزاويتان المتبادلتان داخلياً) أنه إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين داخلياً متطابقتان، وينطبق هذا على الزاويتين المتبادلتين بالنسبة لقطر متوازي الأضلاع.



مثال:

$$\angle 1 \cong \angle 2, \angle 3 \cong \angle 4$$



الربط مع الحياة

كرة الطائرة هي رياضة جماعية يتنافس فيها فريقان، لكل منهما ستة لاعبين، أما الكرة المستخدمة في هذه اللعبة، فهي متوسطة الحجم وأصغر من كرة القدم وأخف منها وزناً.

خصائص المستطيل

المثالان 1، 2 يبينان كيفية استعمال

خصائص المستطيل ونظرياته لإيجاد قيم مجهولة.

التقويم التكويني

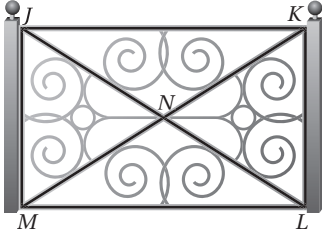
استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلبة للمفاهيم.

مثالان إضافيان

1

بوابات: دُعِمت بوابة حديقة

مستطيلة الشكل بدعامتين قطريتين لتثبيتها. فإذا كان $LN = 6.5$ ft، فأوجد KM .



$$KM = 13 \text{ ft}$$

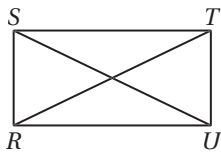
2

جبر: الشكل الرباعي $RSTU$ مستطيل. إذا كان

$$m\angle RTU = (8x - 4)^\circ$$

$$m\angle STR = (3x + 6)^\circ$$

و فأوجد قيمة x . 8



تنويع التعليم

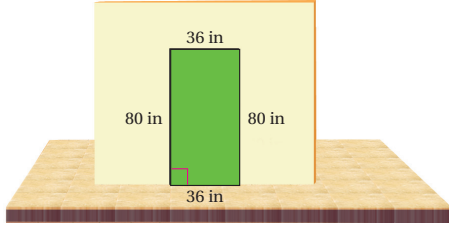
دون ضمن فوق

المتعلمون الحركيون: ارسم مستطيلاً على أرضية مبلطة باستعمال شريط لاصق، واستعمل الخيط

للتحقق من أن الشكل الذي رسمته مستطيل من خلال قياس طولي قطريه.

تحقق من فهمك

(3) **تصميم:** بالرجوع إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس. قاس أحمد أبعاد المنطقة التي قام بطلائها كما في الشكل أدناه. وباستعمال زاوية النجارين تحقق من أن الزاوية عند الركن الأيسر السفلي قائمة. فهل يمكنه استنتاج أن المنطقة مستطيلة الشكل؟ وضح إجابتك. **انظر الهامش.**



يمكنك أيضًا استعمال خصائص المستطيل لإثبات أن شكلًا رباعيًا مرسومًا في المستوى الإحداثي عُلمت إحداثيات رؤوسه هو مستطيل.



الربط مع الحياة

زاوية النجارين: عبارة عن ضلع خشبي سميك ومسطرة معدنية مثبتة معه بحيث يصنعان زاوية 90°، وتُصنع من المعدن أو الخشب، وتستخدم لقياس وتحديد الزوايا القائمة، ورسم خطوط عمودية على الأخرى.

إثبات أن متوازي الأضلاع يكون مستطيلًا

المثالان 3, 4: يبينان كيفية إثبات أن متوازي الأضلاع يكون مستطيلًا باستعمال النظرية 5.14.

مثالان إضافيان

3

تطريز: يشد بعض الخياطين

القماش الذي يطرزون عليه رسومًا جميلة فوق أطر خشبية فيسهل

عملهم، مما يتيح لهم التطريز بدقة كبيرة. ومن أجل التأكد من أن الإطار

مستطيل الشكل يقيس الخياط قبل مد القماش أضلاع الإطار وأقطاره.

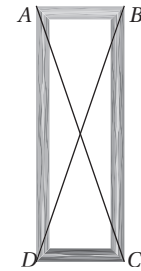
إذا كان $BC = 35$ in، $AB = 12$ in

$DA = 35$ in، $CD = 12$ in

$AC = 37$ in و $BD = 37$ in

وضّح كيف يمكن للخياط التأكد من أن

الإطار مستطيل.



بما أن $\overline{AB} \cong \overline{DC}$

و $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ ؛ فإن،

$ABCD$ متوازي

أضلاع. وبما أن $\overline{BD}$

و $\overline{AC}$ قطران متطابقان

في $\square ABCD$ ؛ فإن

$\square ABCD$ مستطيل.

4

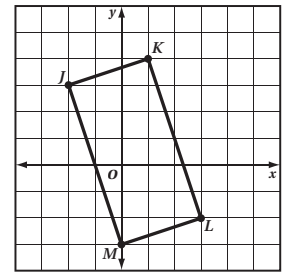
هندسة إحداثية: رؤوس

الشكل الرباعي $JKLM$ هي

$J(-2, 3)$ ، $K(1, 4)$ ، $L(3, -2)$ ،

$M(0, -3)$. حدّد ما إذا كان $JKLM$

مستطيلًا باستعمال صيغة المسافة بين نقطتين.



بما أن $JK = ML = \sqrt{10}$

و $JM = KL = \sqrt{40}$ ؛ فإن

$JKLM$ متوازي أضلاع. ولأن

$KM = JL = \sqrt{50}$

فإن $JKLM$ مستطيل.

مثال 4

المستطيل والهندسة الإحداثية

هندسة إحداثية: إذا كانت إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $PQRS$ هي $P(-5, 3)$ ، $Q(1, -1)$ ، $R(-1, -4)$ ، $S(-7, 0)$ فهل $PQRS$ مستطيل؟ استعمل صيغة المسافة بين نقطتين.

الخطوة 1: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين لتحديد ما إذا كان $PQRS$ متوازي أضلاع، وذلك بالتحقق من أن أضلاعه المتقابلة متطابقة.

$$PQ = \sqrt{(-5 - 1)^2 + [3 - (-1)]^2} = \sqrt{52}$$

$$RS = \sqrt{[-1 - (-7)]^2 + (-4 - 0)^2} = \sqrt{52}$$

$$PS = \sqrt{[-5 - (-7)]^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{13}$$

$$QR = \sqrt{[1 - (-1)]^2 + [-1 - (-4)]^2} = \sqrt{13}$$

بما أن أضلاع $PQRS$ المتقابلة متساوية الطول، فإنها متطابقة؛ لذا فإن $PQRS$ متوازي أضلاع.

الخطوة 2: هل قطرا $PQRS$ متطابقان؟

$$PR = \sqrt{[-5 - (-1)]^2 + [3 - (-4)]^2} = \sqrt{65}$$

$$QS = \sqrt{[1 - (-7)]^2 + (-1 - 0)^2} = \sqrt{65}$$

بما أن للقطرين الطول نفسه، فإنهما متطابقان؛ لذا فإن $PQRS$ مستطيل.

تحقق من فهمك

(4) إذا كانت إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $JKLM$ هي $J(-10, 2)$ ، $K(-8, -6)$ ، $L(5, -3)$ ، $M(2, 5)$ فهل $JKLM$ مستطيل؟ استعمل صيغة الميل. **لا؛ لأن الضلعين $\overline{JK}$ و $\overline{ML}$ غير متوازيين.**

إجابة (تحقق من فهمك):

(3) نعم؛ بما أن الأضلاع المتقابلة متطابقة، فإن المنطقة التي قام بطلائها تشكل متوازي أضلاع. وإذا كانت إحدى زوايا متوازي أضلاع قائمة فإن جميع الزوايا قائمة. وبما أن الزاوية السفلى إلى اليسار قائمة فإن جميع الزوايا قائمة، لذلك وبحسب التعريف، تكون المنطقة مستطيلة الشكل.

التعليم باستعمال التقنيات

مدونة: اطلب إلى الطلاب أن

يكتبوا في مدونة الفصل فقرة توضح طريقتين مختلفتين لإثبات أن متوازي أضلاع مستطيل.

3 التدريب

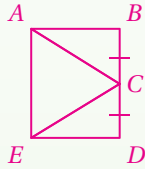
التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 1-9 للتأكد من فهم الطلبة، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة بحسب مستوياتهم.

إجابات:

(7) المعطيات: $ABDE$ مستطيل؛

$$\overline{BC} \cong \overline{DC}$$

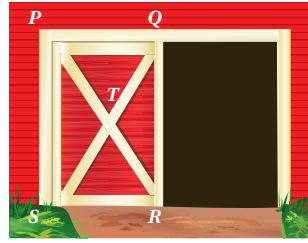
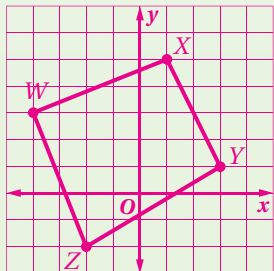


المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{EC}$

البرهان:

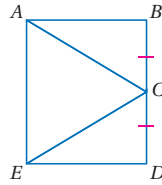
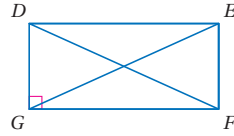
المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $ABDE$ مستطيل؛ $\overline{BC} \cong \overline{DC}$
(2) تعريف المستطيل	(2) $ABDE$ متوازي أضلاع.
(3) الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة	(3) $AB \cong DE$
(4) تعريف المستطيل	(4) $\angle D$ و $\angle B$ قائمتان.
(5) جميع الزوايا القائمة متطابقة	(5) $\angle B \cong \angle D$
(6) نظرية التشابه SAS	(6) $\triangle ABC \cong \triangle EDC$
(7) العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة	(7) $\overline{AC} \cong \overline{EC}$

(8) لا؛ ميل $\overline{WX}$ يساوي $\frac{2}{5}$ ، وميل $\overline{YZ}$ يساوي $\frac{3}{5}$ ، وبما أن ميليهما غير متساويان وهما ضلعان متقابلان غير متوازيين، فإن $WXYZ$ ليس متوازي أضلاع؛ لذلك $WXYZ$ ليس مستطيلاً.



زراعة: الشكل المجاور يبين بوابة مخزن حبوب مستطيلة الشكل، فيها الدعامتان المتقاطعتان تقويان دفة البوابة، وتحفظانها من الالتواء مع مرور الزمن.
إذا كان $PS = 7 \text{ ft}$, $ST = 3\frac{13}{16} \text{ ft}$, $m\angle PTQ = 67^\circ$
فأوجد كلاً مما يأتي:

- (1) $QR = 7 \text{ ft}$
(2) $SQ = 7\frac{5}{8} \text{ ft}$
(3) $m\angle TQR = 33.5^\circ$
(4) $m\angle TSR = 56.5^\circ$



جبر: استعن بالمستطيل $DEFG$ المبين جانباً.

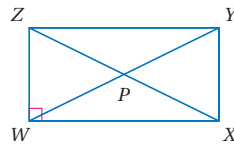
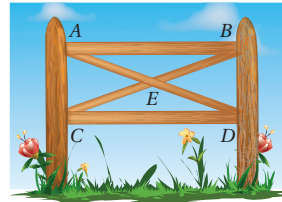
- (5) إذا كان $EG = x + 5$, $FD = 3x - 7$, فأوجد EG . 11
(6) إذا كان $m\angle DFG = (x + 12)^\circ$, $m\angle EFD = (2x - 3)^\circ$, فأوجد $m\angle EFD$. 51°

(7) **برهان:** إذا كان $ABDE$ مستطيلاً، و $\overline{BC} \cong \overline{DC}$ ، فأثبت أن $\overline{AC} \cong \overline{EC}$. انظر الهامش.

هندسة إحداثية: مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل من السؤالين الآتيين، وحدد ما إذا كان مستطيلاً أم لا. برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال.

- (8) $W(-4, 3)$, $X(1, 5)$, $Y(3, 1)$, $Z(-2, -2)$ ، صيغة الميل. انظر الهامش.
(9) $A(4, 3)$, $B(4, -2)$, $C(-4, -2)$, $D(-4, 3)$ ، صيغة المسافة. انظر ملحق الإجابات.

تدرب وحل المسائل



سياج: سياج مستطيل الشكل تُستعمل فيه دعائم متقاطعة لتقوية السياج.
إذا كان $AB = 6 \text{ ft}$, $AC = 2 \text{ ft}$, $m\angle CAE = 65^\circ$
فأوجد كلاً مما يأتي:

- (11) $CB \approx 6.3 \text{ ft}$ تقريباً
(12) $BD = 2 \text{ ft}$
(13) $m\angle ECD = 25^\circ$
(14) $m\angle DEB = 50^\circ$

جبر: استعن بالمستطيل $WXYZ$ المبين جانباً.

- (15) إذا كان $ZY = 2x + 3$, $WX = x + 4$ ، فأوجد WX . 5
(16) إذا كان $WP = 2x + 11$, $PY = 3x - 5$ ، فأوجد ZP . 43
(17) إذا كان $m\angle ZYW = (2x - 7)^\circ$, $m\angle WYX = (2x + 5)^\circ$ ، فأوجد $m\angle ZYW$. 39°
(18) إذا كان $ZP = 4x - 9$, $PY = 2x + 5$ ، فأوجد ZX . 38
(19) إذا كان $m\angle XZY = (3x + 6)^\circ$, $m\angle XZW = (5x - 12)^\circ$ ، فأوجد $m\angle YXZ$. 48°
(20) إذا كان $m\angle ZXY = (x - 11)^\circ$, $m\angle WZX = (x - 9)^\circ$ ، فأوجد $m\angle ZXY$. 46°

الدرس 4-5 المستطيل 41

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	10-25, 40-51
ضمن المتوسط	11-31 فردي، 32، 33-39 فردي، 40-51
فوق المتوسط	26-48، (اختياري: 49-51)

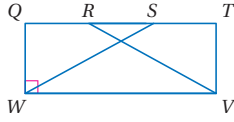
المثال 3

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين في كل مما يأتي: (20-25) انظر ملحق الإجابات.

(21) المعطيات: $QTVW$ مستطيل.

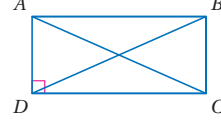
$$\overline{QR} \cong \overline{ST}$$

المطلوب: $\triangle SWQ \cong \triangle RVT$



(20) المعطيات: $ABCD$ مستطيل.

$$\triangle ADC \cong \triangle BCD$$



المثال 4

هندسة إحدائية: مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي، وحدد ما إذا كان مستطيلًا أم لا. برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال. انظر ملحق الإجابات.

(22) $W(-2, 4), X(5, 5), Y(6, -2), Z(-1, -3)$ ، صيغة الميل.

(23) $J(3, 3), K(-5, 2), L(-4, -4), M(4, -3)$ ، صيغة المسافة بين نقطتين.

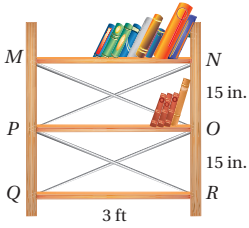
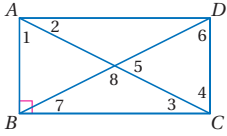
(24) $Q(-2, 2), R(0, -2), S(6, 1), T(4, 5)$ ، صيغة المسافة بين نقطتين.

(25) $G(1, 8), H(-7, 7), J(-6, 1), K(2, 2)$ ، صيغة الميل.

في المستطيل $ABCD$ ، إذا كان $m\angle 2 = 40^\circ$ ، فأوجد كلاً مما يأتي:

(26) $m\angle 1 = 50^\circ$ (27) $m\angle 7 = 40^\circ$ (28) $m\angle 3 = 40^\circ$

(29) $m\angle 5 = 80^\circ$ (30) $m\angle 6 = 50^\circ$ (31) $m\angle 8 = 100^\circ$



(32) مكتبات: أضاف زيد رفًا جديدًا لمكتبته ودعائم معدنية متقاطعة كما في الشكل المجاور. كم يجب أن يكون طول كل من الدعائم المعدنية بحيث تكون الرفوف عمودية على الجانبين؟ وضح إجابتك. (إرشاد: $12 \text{ in} = 1 \text{ ft}$) انظر الهامش.

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات النظرية في كل من السؤالين الآتيين: (33، 34) انظر ملحق الإجابات.

(33) النظرية 5.13 (34) النظرية 5.14

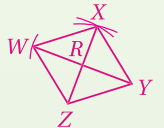
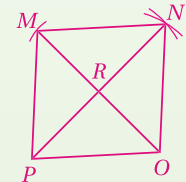
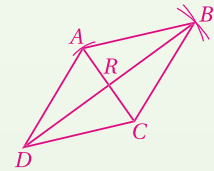
(35) رياضة: قام سلمان بعمل التخطيط الخارجي لملاعب كرة قدم. وضح كيف يمكنه التحقق من أن الملعب مستطيل الشكل باستعمال شريط القياس فقط. انظر ملحق الإجابات.



الربط مع الحياة

حددت رابطة كرة القدم الدولية (IFAP) الأبعاد القياسية لملاعب كرة القدم في البطولات الرسمية الدولية فكانت 105m طولًا، و 68m عرضًا.

(36a) إجابة ممكنة:



(36) تمثيلات متعددة: سوف تستقصي في هذه المسألة خصائص متوازيات أضلاع خاصة.

(a) هندسيًا: ارسم ثلاثة متوازيات أضلاع كل منها أضلاعه الأربعة متطابقة وسمّها $ABCD, MNOP, WXYZ$. ثم ارسم قطري كل منها وسم نقطة تقاطعها R . انظر الهامش.

(b) جدولياً: استعمل المنقلة لقياس الزوايا وأكمل الجدول الآتي.

WXYZ		MNOP		ABCD	
$\angle XRY$	$\angle WRX$	$\angle NRO$	$\angle MRN$	$\angle BRC$	$\angle ARB$
90°	90°	90°	90°	90°	90°

(c) لفظيًا: اكتب تخمينًا حول قطري متوازي الأضلاع المتطابق الأضلاع. انظر الهامش.

تنبيه لحل سؤال

المنقلة والفرجار والمسطرة: يتطلب السؤال 36 استعمال الفرجار والمسطرة والمنقلة.



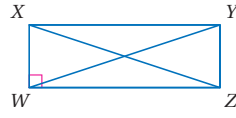
تمثيلات متعددة: في السؤال 36، يستعمل الطلاب الرسوم الهندسية والجدول والوصف اللفظي لاستقصاء خصائص متوازيات أضلاع خاصة.

إجابات:

(32) 3.25 ft

إجابة ممكنة: حتى تكون الزوايا قوائم يجب أن تكون أطوال الدعائم الحديدية متساوية. وبما أن طول الرف معلوم، والمسافة بين الرفوف معلومة، فيمكن استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الدعامة الحديدية.

(36c) إجابة ممكنة: إذا كانت الأضلاع الأربعة في متوازي الأضلاع متطابقة، فإن قطريه متعامدان.

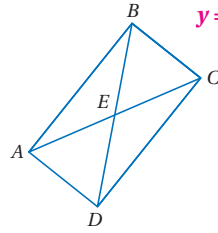


جبر: استعن بالمستطيل $WXYZ$ المبين جانباً.

(37) إذا كان $XW = 3$, $WZ = 4$ فأوجد YW . 5

(38) إذا كان $ZY = 6$, $XY = 8$ فأوجد WY . 10

مسائل مهارات التفكير العليا



(39) **تحذّر:** في المستطيل $ABCD$ ، إذا كان $m\angle EAB = (4x + 6)^\circ$, $y = -10$, $x = 6$, $m\angle DEC = (10 - 11y)^\circ$, $m\angle EBC = 60^\circ$ فأوجد قيمة كل من x , y .

(40) **اكتشف الخطأ:** قالت بسمّة: إنّ أيّ مثلثين حادّي الزوايا ومتطابقين يمكن ترتيبهما ليشكّلا مستطيلًا. وقالت شيما: إنّ المثلثين القائمي الزاوية المتطابقين هما فقط اللذان يمكن ترتيبهما ليشكّلا مستطيلًا. هل أي منهما على صواب؟ وضح تبريرك. **انظر الهامش.**

(41) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلات أربعة مستقيمت بحيث تكون نقاط تقاطعها رؤوس مستطيل. تحقق من إجابتك باستعمال الهندسة الإحداثيّة. **انظر ملحق الإجابات.**

(42) **اكتب:** وضح لم تُعدّ جميع المستطيلات متوازيات أضلاع، بينما لا تُعدّ جميع متوازيات الأضلاع مستطيلات. **انظر الهامش.**

4 التقويم

فهم الرياضيات: اطلب إلى الطلاب أن يوضّحوا طريقة كتابة برهان ذي عمودين لإثبات أن متوازي الأضلاع الذي قطراه متطابقان مستطيل.

تنبيه!

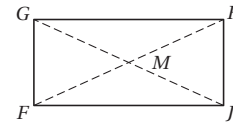
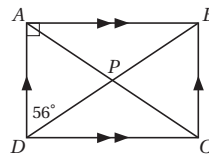
اكتشف الخطأ: للسؤال 40 يجب أن يدرك الطلاب أنّ أيّ مثلثين حادّي الزوايا ومتطابقين يمكن أن يرتّبا ليشكّلا متوازي أضلاع. ولأنّ زوايا المستطيل قائمة فإنّ أيّ مثلثين قائمي الزاوية ومتطابقين يمكن أن يرتّبا ليشكّلا مستطيلًا.

تدريب على اختبار

(43) في الشكل الرباعي $FGHJ$ ، إذا كان $FJ = -3x + 5y$, $FM = 3x + y$, $GH = 11$, $GM = 13$ اللتين تجعلان $FGHJ$ مستطيلًا؟ **A**

B $x = 3$, $y = 4$
C $x = 4$, $y = 3$
D $x = 7$, $y = 8$
E $x = 8$, $y = 7$

(44) **إجابة قصيرة:** ما قياس $\angle APB$ ؟ 112°



إجابات:

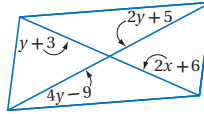
(40) شيما؛ إجابة ممكنة: عندما يرتّب مثلثان متطابقان ليشكّلا شكلاً رباعيًّا فإنّ زاويتين من زوايا الشكل الرباعي ناتجتان من رأس منفرد لمثلث. ولكي يكون الشكل الرباعي مستطيلًا يجب أن تكون إحدى الزوايا في المثلثين المتطابقين قائمة.

(42) إجابة ممكنة: كل المستطيلات تكون متوازيات أضلاع؛ لأنه بناءً على تعريف المستطيل يكون كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين. ومتوازي الأضلاع الذي تكون زواياه قوائم يكون مستطيلًا. لذا تكون بعض متوازيات الأضلاع مستطيلات، وأما بعضها الآخر الذي زواياه ليست قوائم فلا تكون مستطيلات.

مراجعة تراكمية

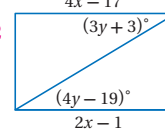
جبر: أوجد قيمتي x , y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع: (الدرس 3-5)

$x = 2$, $y = 7$



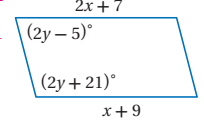
(47)

$x = 8$, $y = 22$



(46)

$x = 2$, $y = 41$



(45)

(48) **هندسة إحداثيّة:** أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطري $ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $A(1, 3)$, $B(6, 2)$, $C(4, -2)$, $D(-1, -1)$: (الدرس 5-2) **(2.5, 0.5)**

استعد للدرس اللاحق

أوجد المسافة بين النقطتين في كلّ مما يأتي:

(51) $(-4, 3)$, $(3, -4)$ $7\sqrt{2}$

(50) $(0, 6)$, $(-1, -4)$ $\sqrt{101}$

(49) $(4, 2)$, $(2, -5)$ $\sqrt{53}$

الدرس 5-4 المستطيل 43

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: اطلب إلى الطلاب مراجعة الدروس 1-5 إلى 4-5. وكتابة ما توصلوا إليه في صورة تخمين عن قطري المعين أو المربع. يبين الدرس 4-5 أنه إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلًا فإنّ القطرين متطابقان ولأنّ الدرس 4-5 يركّز على طول القطر، فإنّ الخطوة التالية هي التركيز على الزوايا الناتجة عن تقاطع القطرين. ومن التخمينات الممكنة أن قطري المعين أو المربع متعامدان.



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 4 - 5

دون ضمن فوق المتوسط

دون ضمن فوق المتوسط

دون ضمن فوق المتوسط

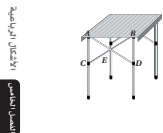
دون ضمن فوق

كتاب التمارين (9)

دون ضمن فوق

التدريبات الإثرائية (25)

5-4 المستطيل



مطلوب: بين الشكل المجاور طائرة واجهتها مستطيلة الشكل، فيها دعامتان متقاطعتان ومتساويتان، وينصف كل منهما الآخر. إذا كان $\angle CED = 115^\circ$ ، $BE = 6.5$ ft، فأوجد كل ما يأتي:

1. AD 13 ft

2. $\angle EDB$ 57.5°

3. $\angle ABE$ 32.5°

جبر: استعن بالمستطيل $RSTU$ الميّن جائبًا، ثم أجب.

4. إذا كان $UZ = x + 21$ ، $ZS = 3x - 15$ ، فأوجد US . 78

5. إذا كان $RT = 5x + 8$ ، $RZ = 4x + 1$ ، فأوجد ZT . 9

6. إذا كان $\angle RUS = (5x - 4)^\circ$ ، $\angle SUT = (3x + 6)^\circ$ ، فأوجد $\angle SUT$. 39°

7. إذا كان $\angle UTR = (2x - 44)^\circ$ ، $\angle SRT = (x + 9)^\circ$ ، فأوجد $\angle UTR$. 62°

8. منتزهات: قرّر مجلس البلدية تخصيص قطعة أرض مستطيلة الشكل وسط المدينة لتكون متنزهًا. هل تكفي معرفة أن كل ضلعين متقابلين متساويان ومتوازيان للتحقق من أن قطعة الأرض مستطيلة؟ وضح إجابتك.

لا؛ لا يمكن أن نستنتج أكثر من كون الشكل متوازي أضلاع. هندسة إحدائهم: مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل ما يأتي، وحدّد ما إذا كان مستطيلًا أم لا. برز إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال. انظر إجابات الطلاب.

9. $L(-1, -3)$ ، $H(1, -2)$ ، $G(-2, 4)$ ، $B(-4, 3)$ ، صيغة الميل.

نعم؛ إجابة ممكنة: كل ضلعين متقابلين متوازيين، وكل ضلعين متجاورين متعامدان.

10. $Q(-7, -1)$ ، $P(3, -6)$ ، $O(6, 0)$ ، $N(-4, 5)$ ، صيغة المسافة بين نقطتين.

نعم؛ إجابة ممكنة: كل ضلعين متقابلين متساويين، والقطران متساويان.

11. $P(1, 2)$ ، $R(5, 4)$ ، $E(4, 7)$ ، $D(4, 7)$ ، $C(0, 5)$ ، صيغة الميل.

لا؛ إجابة ممكنة: الضلعان المتجاوران غير متعامدين.

في المستطيل $GHJK$ ، إذا كان $\angle 1 = 37^\circ$ ، فأوجد كل ما يأتي:

12. $\angle 3$ 37°

13. $\angle 5$ 53°

14. $\angle 6$ 106°

15. $\angle 7$ 74°



5-4 التدريبات الإثرائية

المحيط الثابت والمساحة الثابتة للمستطيل

في هذا النشاط مستطيلين أن المستطيل الذي محيطه ثابت (معلوم) لا يعني أن أبعاده ثابتان؛ فقد يوجد أكثر من مستطيل له المحيط نفسه ويختلفان. وستربط ذلك بالمساحة؛ لتستج أن المستطيل المعلوم المحيط ومساحته أكبر ما يمكن سيكون مربعًا، كما ستستضي أن المستطيل المعلوم المساحة ومحيطه أقل ما يمكن سيكون مربعًا أيضًا.

المحيط الثابت

يريد سلمان أن يحيط قطعة مستطيلة الشكل من حديقة بيته بسياج، فاشترى 200 ft من.

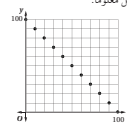
المحيط (ft)	الطول (ft)	العرض (ft)	المساحة (ft ²)
200	80	20	1600
200	70	30	2100
200	60	40	2400
200	50	50	2500
200	45	55	2475

لا؛ القطعة التي أبعادها 50:50 لها أكبر مساحة.

3. اكتب قاعدة لإيجاد أبعاد المستطيل الذي له أكبر مساحة ممكنة، عندما يكون محيط المستطيل معلومًا.

المستطيل ذو المساحة الأكبر لمحيط معلوم يكون مربعًا.

4. ليكن x يمثل طول مستطيل و y يمثل عرضه، اكتب علاقة تربط بين x و y لجميع المستطيلات التي محيطها 200 ft، ثم مثل هذه العلاقة في المستوى الإحداثي المجاور.



$x + y = 100$ أو $2x + 2y = 200$

أراد سلمان أن يضع سياجًا حول قطعة مستطيلة أخرى مساحتها 100 ft²، وقيل أن يذهب لشراء السياج، كزن سلمان جدولًا لتحديد أبعاد القطعة المستطيلة التي سيحيطها بالسياج.

المساحة (ft ²)	الطول (ft)	العرض (ft)	طول السياج (ft)
100	1	100	202
100	2	50	104
100	4	25	58
100	5	20	50
100	10	10	40

5. المساحة الثابتة: أكمل الجدول بأعداد كلية؛ لإيجاد الأبعاد الممكنة للقطع المستطيلة الخمس التي مساحتها 100 ft².

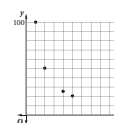
6. يُريد سلمان أن يكون ثمن شراء السياج أقل ما يمكن، ساعده على إيجاد أبعاد القطعة التي تكلفه سياجها أقل ما يمكن؟

$10 \text{ ft} \times 10 \text{ ft}$

7. اكتب قاعدة لإيجاد أبعاد المستطيل ذي المحيط الأصغر، عندما تكون مساحة المستطيل معطاة.

المستطيل الذي محيطه أقل ما يمكن ومساحته معطاة يكون مربعًا.

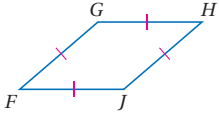
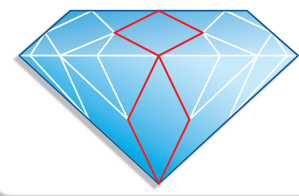
8. افترض أن x يمثل طول المستطيل و y يمثل عرضه. اكتب علاقة تربط بين x و y للمستطيل الذي مساحته 100 ft²، ثم مثل هذه العلاقة في المستوى الإحداثي المجاور.



المعين والمربع Rhombus and Square

لماذا؟

تصمم الألباسات باستعمال أنماط متكررة من الأشكال الهندسية. إذا صمم فنان الألباسات المجاورة، بحيث تكونت من أنماط متكررة من مثلثات وأشكال رباعية، كيف يمكن تحديد نوع الأشكال الرباعية المحددة باللون الأحمر في الألباس؟
إجابة ممكنة: بقياس الزوايا المتقابلة وقياس أطوال الأضلاع المتقابلة.



خصائص المعين والمربع:

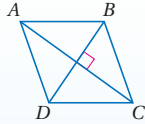
المعين هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة. وللمعين جميع خصائص متوازي الأضلاع علاوة على الخاصيتين الواردتين في النظريتين الآتيتين:

نظريات

قطر المعين

5.15 إذا كان متوازي أضلاع معيناً، فإن قطريه متعامدان.

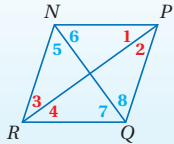
مثال: إذا كان $ABCD$ معيناً، فإن $AC \perp BD$.



5.16 إذا كان متوازي أضلاع معيناً فإن كل قطر فيه ينصف كلا من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما.

مثال: إذا كان $NPQR$ معيناً، فإن

$$\angle 1 \cong \angle 2, \angle 3 \cong \angle 4, \angle 5 \cong \angle 6, \angle 7 \cong \angle 8$$



سوف تبرزن النظرية 5.16 في السؤال 28

برهان

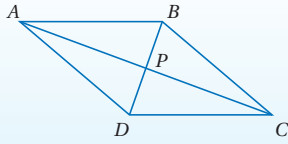
نظرية 5.15

أكتب برهاناً حرّاً للنظرية 5.15

المعطيات: $ABCD$ معين.

المطلوب: $AC \perp BD$

البرهان:



بما أن $ABCD$ معين، فإن $AB \cong BC$ بحسب التعريف.

وبما أن المعين متوازي أضلاع، وقطري متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر، فإن BD ينصف AC عند P ؛ لذا فإن $AP \cong PC$ بحسب خاصية الانعكاس؛ إذن $\triangle APB \cong \triangle CPB$ بحسب SSS.

وبما أن العناصر المتناظرة في المثلثات المتطابقة تكون متطابقة، فإن $\angle APB \cong \angle CPB$.

وكذلك $\angle APB$ ، $\angle CPB$ متجاورتان على مستقيم، والزاويتان المتطابقتان المتجاورتان على مستقيم تكونان قائمتين. وبما أن $\angle APB$ قائمة، فإن $AC \perp BD$ بحسب تعريف المستقيمين المتعامدين.

44 الفصل 5 الأشكال الرباعية

مصادر الدرس 5-5

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (47)	• تنويع التعليم، ص (47, 48, 51)	• تنويع التعليم، ص (48, 51)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين، ص (10)	• كتاب التمارين، ص (10)	• كتاب التمارين، ص (10)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (26) • تدريبات المهارات، ص (28) • تدريبات حل المسألة، ص (29)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (26) • تدريبات المهارات، ص (28) • تدريبات حل المسألة، ص (29) • التدريبات الإثرائية، ص (30)	• تدريبات حل المسألة، ص (29) • التدريبات الإثرائية، ص (30)

1 التركيز

التربيط الرأسي

ما قبل الدرس 5-5

استعمال خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل لتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أو / و مستطيلاً.

الدرس 5-5

تعرف خصائص المعين والمربع وتطبيقها.

تحديد ما إذا كان الشكل الرباعي مستطيلاً أو معيناً أو مربعاً.

ما بعد الدرس 5-5

تعرف خصائص شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية وتطبيقها.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟"

وسائل:

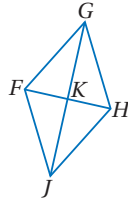
- صف قياسات أطوال الأضلاع في كل شكل من الأشكال الرباعية المحددة باللون الأحمر في الألباس؟ أطوال أضلاع كل شكل منها متساوية.

- لماذا يمكن أن يصنف كل من المعين والمربع أيضاً على أنه متوازي أضلاع متطابق الأضلاع؟ لأن الأضلاع الأربعة في كل منهما متطابقة والأضلاع المتقابلة متوازية.

- بأي طريقة يمكنك تصنيف المعين والمربع؟ المعين متوازي أضلاع أضلاعه متطابقة، والمربع معين زواياه قائمة.

مثال 1

استعمال خصائص المعين



استعن بالمعين $FGHI$ المبين جانباً.

(a) إذا كان $m\angle FJH = 82^\circ$ ، فأوجد $m\angle KHJ$.

بما أن $FGHI$ معين، فإن القطر $\overline{GI}$ ينصف $\angle FJH$.

لذا فإن $m\angle KJH = \frac{1}{2} m\angle FJH = \frac{1}{2} (82^\circ) = 41^\circ$ إذن $m\angle KJH = 41^\circ$

وبما أن قطري المعين متعامدان، فإن $m\angle JKH = 90^\circ$ بحسب تعريف المستقيمين المتعامدين.

$$m\angle KJH + m\angle JKH + m\angle KHJ = 180^\circ$$

$$41^\circ + 90^\circ + m\angle KHJ = 180^\circ$$

$$131^\circ + m\angle KHJ = 180^\circ$$

$$m\angle KHJ = 49^\circ$$

(b) جبر: إذا كان $GH = x + 9$ ، $JH = 5x - 2$ ، فأوجد قيمة x .

$$\overline{GH} \cong \overline{JH}$$

$$GH = JH$$

$$x + 9 = 5x - 2$$

$$9 = 4x - 2$$

$$11 = 4x$$

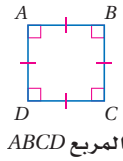
$$2.75 = x$$

تحقق من فهمك

استعن بالمعين $FGHI$ أعلاه.

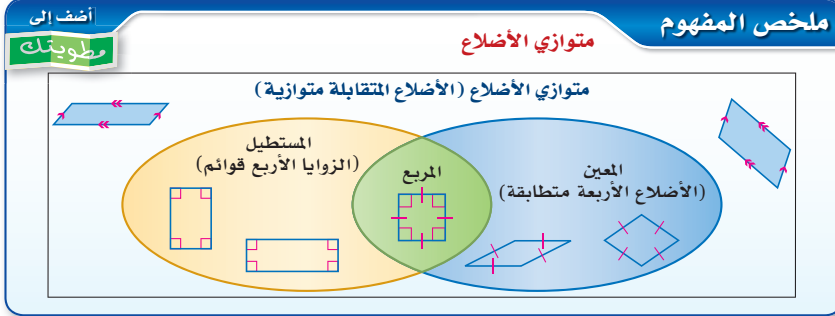
(1A) إذا كان $FG = 13$ ، $FK = 5$ ، فأوجد KJ . 12

(1B) جبر: إذا كان $m\angle KFG = (9y - 5)^\circ$ ، $m\angle JFK = (6y + 7)^\circ$ ، فأوجد قيمة y . 4



المربع هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه قوائم. تذكر أن متوازي الأضلاع الذي زواياه الأربع قوائم يكون مستطيلاً، ومتوازي الأضلاع الذي أضلاعه الأربعة متطابقة يكون معيناً؛ لذا فعندما يكون متوازي الأضلاع معيناً وإحدى زواياه قائمة فإنه يكون مربعاً أيضاً، وعليه فإن المربع هو متوازي أضلاع ومستطيل ومعين.

ويلخص شكل فن الآتي العلاقة بين متوازي الأضلاع والمعين والمربع والمستطيل.



الدرس 5-5 المعين والمربع 45

إرشادات للدراسة

المربع والمعين:

كل مربع معين، ولكن ليس كل معين مربعاً، وكل مربع مستطيل وليس كل مستطيل مربعاً.

خصائص المعين والمربع

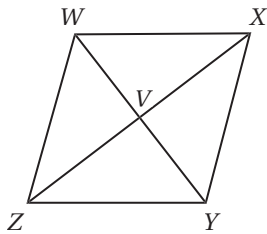
المثال 1 يبين كيفية استعمال خصائص المعين جبرياً.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

استعن بالمعين $WXYZ$ أدناه للإجابة عما يأتي:



(a) إذا كان $m\angle WZX = 39.5^\circ$ ،

فأوجد $m\angle ZYX$.

$$m\angle ZYX = 101^\circ$$

(b) جبر: إذا كان $WX = 8x - 5$

و $WZ = 6x + 3$ ،

فأوجد قيمة x . 4

إرشادات للمعلم الجديد

المربع: بما أن المربع هو متوازي أضلاع ومستطيل ومعين، فإن جميع خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين تنطبق على المربع.

جميع خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين تنطبق على المربع. فمثلاً قطرا المربع ينصف كل منهما الآخر (متوازي أضلاع)، وهما متطابقان (مستطيل)، ومتعامدان (معين).

إثبات أن الشكل الرباعي معين أو مربع: تُحدد النظريات الآتية الشروط الكافية للمعين والمربع.

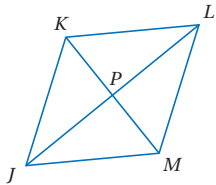
نظريات	الشروط الكافية للمعين والمربع	أضف إلى مطويتك
5.17 إذا كان قطرا متوازي أضلاع متعامدين فإنه معين. (عكس النظرية 5.15)	مثال: إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، وكان $\overline{JL} \perp \overline{KM}$ ، فإن $\square JKLM$ معين.	
5.18 إذا نصف قطر متوازي أضلاع كلاً من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما، فإن متوازي الأضلاع يكون معيناً. (عكس النظرية 5.16)	مثال: إذا كان $WXYZ$ متوازي أضلاع، وكانت $\angle 1 \cong \angle 2$ ، $\angle 3 \cong \angle 4$ ، أو $\angle 5 \cong \angle 6$ ، $\angle 7 \cong \angle 8$ ، فإن $\square WXYZ$ معين.	
5.19 إذا كان ضلعان متتاليان في متوازي الأضلاع متطابقين فإنه معين.	مثال: إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، وكان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ ، فإن $\square ABCD$ معين.	
5.20 إذا كان الشكل الرباعي مستطيلاً ومعيناً فإنه مربع.		

سوف تبرهن النظريات 5.17 إلى 5.20 في الأسئلة 29-32 على الترتيب.

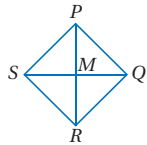
يمكنك استعمال خصائص المعين والمربع في البراهين.

استعمال خصائص المعين والمربع في البراهين

مثال 2



أكتب برهاناً حرّاً. المعطيات: $JKLM$ متوازي أضلاع. $\triangle JKL$ متطابق $\triangle JLM$. المطلوب: $\square JKLM$ معين. برهان حرّ:



تحقق من فهمك

(2) أكتب برهاناً حرّاً. انظر الهامش.

المعطيات: $\overline{SQ}$ عمود منصف لـ $\overline{PR}$. $\overline{PR}$ عمود منصف لـ $\overline{SQ}$. $\triangle RMS$ متطابق $\triangle QMS$. المطلوب: $PQRS$ مربع.

إرشادات للدراسة

المثلثات المتطابقة

بما أن للمعين أربعة أضلاع متطابقة، فإن كلاً من قطريه يقسمه إلى مثلثين متطابقين الضلعين ومتطابقين وإذا رُسم القطران فإنهما يقسمان المعين إلى أربعة مثلثات قائمة ومتطابقة.

إثبات أن الشكل الرباعي معين أو مربع

تبيين الأمثلة 2-4 كيفية استعمال خصائص المعين أو المربع في البراهين.

مثال إضافي

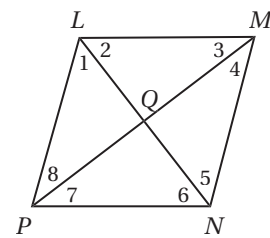
2

أكتب برهاناً حرّاً.

المعطيات: $LMNP$ متوازي

أضلاع، $\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب: $LMNP$ معين.



$\overline{LN}$ تنصف $\angle L$ و $\angle N$ ؛ لذلك وبحسب النظرية 5.18 يكون $LMNP$ معيناً.

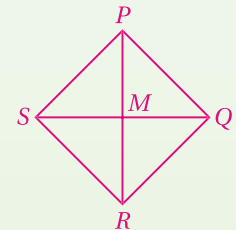
إجابة (تحقق من فهمك):

(2) المعطيات: $\overline{SQ}$ عمود منصف لـ $\overline{PR}$ ،

$\overline{PR}$ عمود منصف لـ $\overline{SQ}$.

$\triangle RMS$ متطابق $\triangle QMS$.

المطلوب: $PQRS$ مربع.



البرهان:

بما أن $\overline{SQ}$ عمود منصف لـ $\overline{PR}$ فإن

$\overline{SQ} \perp \overline{PR}$ و $\overline{MP} \cong \overline{MR}$ بحسب

التعريف. وبما أن $\overline{PR}$ عمود منصف

لـ $\overline{SQ}$ ، فإن $\overline{MS} \cong \overline{MQ}$. وبما أن

القطرين ينصف كل منهما الآخر،

فالشكل $PQRS$ متوازي أضلاع،

وحيث إن القطرين متعامدان، يكون

الشكل معيناً. وبما أن $\triangle RMS$ متطابق

الضلعين، فإن $\overline{MS} \cong \overline{MR}$ بحسب

التعريف. وبالتعويض تكون $\overline{MS}$

$\overline{MP} \cong \overline{MR}$ ، إذن وبحسب تعريف التطابق

وخاصية التعدي يكون

$MS = MP = QM = MR$. ومن مسلمة

جمع القطع المستقيمة ينتج أن، $MS + MQ = SQ$

و $MP + MR = PR$. وبالتعويض يكون

$MS + MS = PR$ و $MS + MS = SQ$ ، إذن

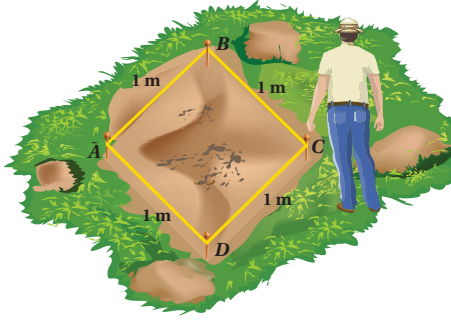
$SQ = PR$. لذلك وبحسب تعريف التطابق يكون

$\overline{SQ} \cong \overline{PR}$. ولأن القطرين متطابقان فإن

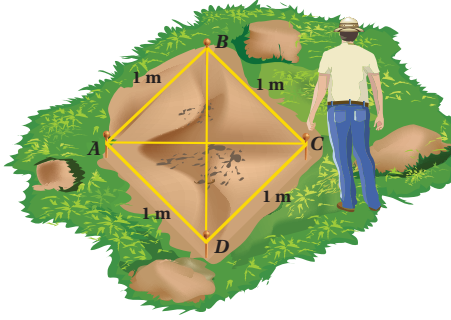
$\square PQRS$ مستطيل. ولأن $\square PQRS$ مستطيل

ومعين، فإنه مربع.

علم الآثار: مفتاح الكشف الناجح عن الآثار هو وضع خريطة دقيقة لموقع البحث. كيف يمكن لعالم الآثار في الصورة أدناه أن يتحقق من أن منطقة بحثه هي مربع طول ضلعه 1 m مستعملًا الحبل وشريط القياس فقط؟

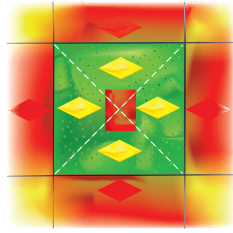


طول كل من أضلاع الشكل الرباعي ABCD يساوي 1 m. وبما أن كل ضلعين متقابلين متطابقان، فإن ABCD متوازي أضلاع. وبما أن أضلاع ABCD المتتالية متطابقة فإنّه معيّن. وإذا استطاع عالم الآثار بيان أن $\square ABCD$ مستطيل أيضًا فإنّه بحسب النظرية 5.20، يكون مربعًا.



إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين فإنّه مستطيل؛ لذا يمكن لعالم الآثار استعمال الحبل لقياس طولي القطرين، فإذا وجدتهما متساويين، فإن $\square ABCD$ يكون مربعًا.

تحقق من فهمك



3) خياطة: خاطت كوثر غطاء طاولة باستعمال قطع ملونة من القماش كما في الرسم المجاور.

- (A) رسمت كوثر قطري كل من القطع الصفراء فوجدت أنهما متعامدان، هل يمكنها استنتاج أن كل قطعة صفراء معيّن؟ وضح إجابتك.
- (B) إذا كانت الزوايا الأربع للقطعة الخضراء متساوية القياس، والضلعان الأيسر والسفلي متساويي الطول، فهل يمكنها استنتاج أن القطعة الخضراء مربع؟ وضح إجابتك.

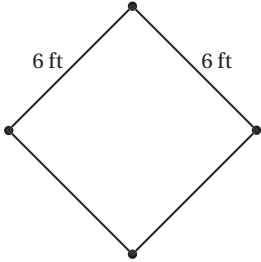
استعملت في الفصل 3 الهندسة الإحداثية لتصنيف المثلثات. ويمكن استعمال الهندسة الإحداثية لتصنيف الأشكال الرباعية أيضًا.

الدرس 5-5 المعين والمربع 47

مثال إضافي

3

بستنة: يقيس هاني حدود حوض أزهار جديد. ويرغب في أن يكون مربعًا. لذا وضع أوتاد الأركان بحيث يبعد بعضها عن بعض 6 ft. ما الذي يحتاج إلى معرفته أيضًا ليكون متأكدًا من أن الحوض مربعًا؟



بما أن الأضلاع المتقابلة متطابقة، فإنّ الحوض متوازي أضلاع. ولأنّ الأضلاع المتجاورة متطابقة، فإنّ الحوض معيّن. ويحتاج هاني إلى معرفة ما إذا كان القطران متطابقين. فإذا كانا كذلك، فالحوض مستطيل. وبحسب النظرية 5.20 فإنّ الحوض مربع.

التعليم باستعمال التقنيات

تسجيل مرئي: اطلب إلى الطلاب العمل في مجموعات ثنائية لإنتاج تسجيل مرئي يصفون فيه خصائص المعين والمربع. وتأكد من أنهم ذكروا جميع خصائص هذين الشكلين بما في ذلك الخصائص المشتركة مع متوازي الأضلاع.



الربط مع الحياة

علم الآثار هو دراسة أعمال الإنسان في العصور القديمة كي يزودنا بمعلومات حول حياته ونشاطاته. وساعد اكتشاف الإنسان للكتابة منذ 5000 عام تقريبًا على فهم أسرار أزمنة ما بعد هذا التاريخ.

3A) لا؛ لا يمكن التوصل لهذا الاستنتاج إلا إذا علمت أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

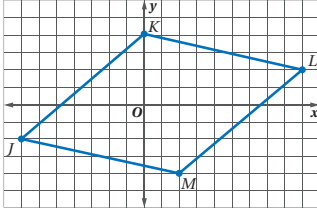
3B) نعم؛ إذا كانت الزوايا الأربع متطابقة، فسيكون قياس كل واحدة منها $360^\circ \div 4$ أو 90° ، وعليه تكون الزوايا المتقابلة متطابقة، وتكون القطعة الخضراء متوازي أضلاع. وإذا كان قياس كل زاوية 90° ، فإن للشكل الرباعي أربع زوايا قوائم، وعليه تكون القطعة الخضراء مستطيلًا، وإذا كان الضلعان المتتاليان متطابقين، فستكون أيضًا معيّنًا، وعليه بحسب نظرية 5.20 فإنّ القطعة الخضراء ستكون مربعًا.

تنويع التعليم

دون ضمن

المتعلمون البصريون / المكانيون: قد لا يدرك بعض الطلاب أن قطري المعين متعامدان، لذا قسّم الطلاب إلى مجموعات، ثم اطلب إلى كل مجموعة أن يقصّوا أربعة مثلثات قائمة ومتطابقة، وتأكد من أن مثلثات كل مجموعة تختلف عن مثلثات المجموعات الأخرى، ثم اطلب إلى أفراد كل مجموعة أن يضعوا المثلثات متجاورة بحيث تلتقي رؤوس الزوايا القائمة للمثلثات الأربعة لتشكيل معيّن. وأخيرًا اطلب إلى كل مجموعة عرض نتيجتها على طلاب الصف.

هندسة إحداثية: حدد ما إذا كان $\square JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه $J(-7, -2)$ ، $K(0, 4)$ ، $L(9, 2)$ ، $M(2, -4)$ معيناً أو مستطيلاً أو مربعاً. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضح إجابتك.



المعطيات: $\square JKLM$ إحداثيات رؤوسه:

$$J(-7, -2), K(0, 4), L(9, 2), M(2, -4)$$

المطلوب: إثبات أن $\square JKLM$ هو معين

أو مستطيل أو مربع.

عين الرؤوس على المستوى الإحداثي

وصل بينها.

يظهر من الرسم أن أضلاع $\square JKLM$ متطابقة. ولكن زواياه ليست قوائم؛ لذا يبدو أنه معين وليس مربعاً أو مستطيلاً.

خطط: إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين فإنه مستطيل. وإذا كانا متعامدين فإنه معين. وإذا كانا متطابقين ومتعامدين فإنه مستطيل ومعين؛ أي أنه مربع.

حل: أولاً: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين للمقارنة بين طولي القطرين.

$$KM = \sqrt{(2-0)^2 + (-4-4)^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$$

$$JL = \sqrt{[9-(-7)]^2 + [2-(-2)]^2} = \sqrt{272} = 4\sqrt{17}$$

بما أن $4\sqrt{17} \neq 2\sqrt{17}$ ، فإن القطرين ليسا متطابقين؛ لذا $\square JKLM$ ليس مستطيلاً. وبما أنه ليس مستطيلاً فإنه ليس مربعاً أيضاً.

ثانياً: استعمل صيغة الميل لتحديد ما إذا كان القطران متعامدين.

$$\text{ميل } \overline{KM} : \frac{-4-4}{2-0} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$\text{ميل } \overline{JL} : \frac{2-(-2)}{9-(-7)} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

وبما أن حاصل ضرب الميلين يساوي -1 ، فإن القطرين متعامدان؛ لذا فإن $\square JKLM$ معين.

$$JK = \sqrt{[4-(-2)]^2 + [0-(-7)]^2} = \sqrt{85} \quad \text{تحقق،}$$

$$KL = \sqrt{(9-0)^2 + (2-4)^2} = \sqrt{85}$$

لذا فإن $\square JKLM$ معين بحسب النظرية 5.20.

$$\text{ميل } \overline{JK} \text{ يساوي } \frac{4-(-2)}{0-(-7)} = \frac{6}{7} \text{ أو } \frac{4}{9-0} \text{ يساوي } \frac{2}{9-0} \text{ أو } -\frac{2}{9}$$

وبما أن حاصل ضرب هذين الميلين لا يساوي -1 ، فإن الضلعين المتتاليين $\overline{JK}$ و $\overline{KL}$

غير متعامدين؛ لذا فإن $\angle JKL$ ليست قائمة؛ إذن $\square JKLM$ ليس مستطيلاً ولا مربعاً. ✓

تحقق من فهمك

(4) حدد ما إذا كان $\square JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه $J(5, 0)$ ، $K(8, -11)$ ، $L(-3, -14)$ ، $M(-6, -3)$ معيناً أو مستطيلاً أو مربعاً؟ اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضح إجابتك.

إرشادات للدراسة

تمثيل الشكل بيانياً:

عند تحليل شكل رباعي باستعمال الهندسة الإحداثية، مثله بيانياً لمساعدتك على وضع تخمين، ثم تحقق من تخمينك جبرياً.

مثال إضافي

4

حدد ما إذا كان متوازي الأضلاع $ABCD$ معيناً أو مستطيلاً أو مربعاً، حيث $A(-2, -1)$ ، $B(-1, 3)$ ، $C(3, 2)$ ، $D(2, -2)$. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضح إجابتك.

$$AC = \sqrt{34} \text{ و } BD = \sqrt{34}$$

وميل $\overline{AC}$ يساوي $\frac{3}{5}$ ، وميل $\overline{BD}$ يساوي $-\frac{5}{3}$.

وبما أن $AC = BD$ فإن القطرين

متطابقان. لذا فإن $\square ABCD$

مستطيل. وبما أن حاصل ضرب

ميل $\overline{AC}$ في ميل $\overline{BD}$ يساوي -1 ،

فإن القطرين متعامدان، لذا فإن

$\square ABCD$ معين، وبالتالي فهو

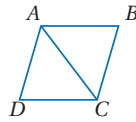
مربع.

(4) مربع ومعين ومستطيل؛
إجابة ممكنة: لأن قطريه
متطابقان ومتعامدان.

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: اطلب إلى الطلاب أن يتخيلوا أنهم يعملون في محل لإطارات الصور والمناظر، وأن أحد الزبائن طلب إطاراً من أربع قطع خشبية متطابقة. اكتب وصفاً يستعمل للتأكد من كون الإطار مربعاً بالاعتماد على القطرين. إجابة ممكنة: قس القطرين. إذا كان القطران ينصف كل منهما الآخر، فإن الإطار متوازي أضلاع، وإذا كان للقطرين الطول نفسه، فإنه يكون مستطيلاً، ثم قس الزوايا المتكونة من تقاطع القطرين، فإذا كان القطران متعامدين، فإن الإطار معين، وبالتالي فهو مربع.

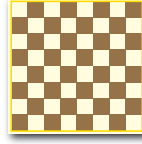


جبر: استعن بالمعين $ABCD$ المبين جانباً.

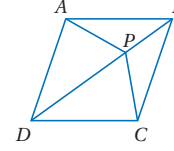
(1) إذا كان $m\angle BCD = 114^\circ$ ، فأوجد $m\angle BAC$. 57°

(2) إذا كان $AB = 2x + 3$ ، $BC = x + 7$ ، فأوجد CD . 11

(4) بلاط: تتكون الأرضية أدناه من 64 بلاطة مربعة متطابقة. استعمل هذ المعطيات لإثبات أن الأرضية نفسها مربعة. انظر الهامش.

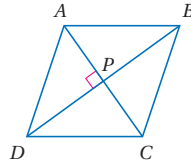


(3) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات أنه إذا كان $ABCD$ معيناً وكان $\overline{DB}$ قطرًا فيه، فإن $\overline{AP} \cong \overline{CP}$. انظر الهامش.



هندسة إحداثية: حدّد ما إذا كان $QRST$ المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي معيناً أو مستطيلاً أو مربعاً. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضح إجابتك.

(5) $Q(1, 2)$, $R(-2, -1)$, $S(1, -4)$, $T(4, -1)$ (6) $Q(-2, -1)$, $R(-1, 2)$, $S(4, 1)$, $T(3, -2)$



جبر: استعن بالمعين $ABCD$ المبين جانباً.

(7) إذا كان $AB = 14$ ، فأوجد BC . 14

(8) إذا كان $m\angle BCD = 118^\circ$ ، فأوجد $m\angle BAC$. 59°

(9) إذا كان $AP = 3x - 1$ و $PC = x + 9$ ، فأوجد AC . 28

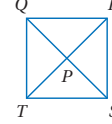
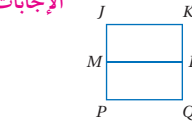
(10) إذا كان $m\angle ABC = (2x - 7)^\circ$ و $m\angle BCD = (2x + 3)^\circ$ ، فأوجد $m\angle DAB$. 95°

(11) إذا كان $m\angle DPC = (3x - 15)^\circ$ ، فأوجد قيمة x . 35°

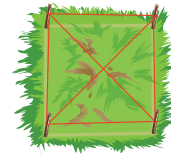
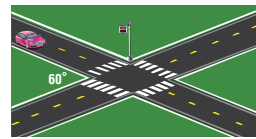
برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين في كل مما يأتي:

(12) المعطيات: $QRST$ متوازي أضلاع. $\overline{TR} \cong \overline{QS}$, $m\angle QPR = 90^\circ$

المطلوب: $QRST$ مربع. انظر ملحق الإجابات. المطلوب: $JKLM$ متوازي أضلاع. انظر ملحق الإجابات.



(14) طرق: يتقاطع طريقان كما في الشكل. إذا كانت ممرات المشاة لها الطول نفسه، فصنّف الشكل الرباعي المكوّن من هذه الممرات. وضح تبريرك. انظر الهامش.



(15) زراعة: حدّد مزارع حقلاً بأوتاد وحبال كما في الشكل المجاور. إذا كانت أضلاع الشكل الرباعي المتشكل متساوية الطول، وقطراه متعامدين، فهل هذه المعلومات كافية كي تتحقق من أن الحقل مربع؟ وضح تبريرك. انظر الهامش.

الدرس 5-5 المعين والمربع 49

3 التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 1-6 للتأكد من فهم الطلبة، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة بحسب مستوياتهم.

إجابات:

(3) المعطيات: $ABCD$ معين فيه $\overline{DB}$ قطر.

المطلوب: $\overline{AP} \cong \overline{CP}$

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطى	(1) $ABCD$ معين فيه $\overline{DB}$ قطر
(2) قطرا المعين ينصفان زواياه	(2) $\angle ABP \cong \angle CBP$
(3) خاصية الانعكاس	(3) $\overline{PB} \cong \overline{PB}$
(4) تعريف المعين	(4) $\overline{AB} \cong \overline{CB}$
(5) نظرية التشابه SAS	(5) $\triangle APB \cong \triangle CPB$
(6) العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة	(6) $\overline{AP} \cong \overline{CP}$

(4) إجابة ممكنة: بما أن كل ضلع من أضلاع الأرضية طوله 8 بلاطات، وكل البلاطات متطابقة، فإن أطوال الأضلاع الأربعة للأرضية متساوية، ولأننا نعلم أن الأشكال الرباعية التي تكون أركان الأرضية مربعة، فإن قياس كل زاوية عند رؤوس الأرضية يساوي 90° . لذلك فالأرضية مربعة.

(14) معين؛ إجابة ممكنة: بما أن جانبي الطريق متوازيان، لذا فالشكل الرباعي متوازي أضلاع، ولأن ممرات المشاة لها الطول نفسه، فالشكل معين. وحيث إن قياس الزاوية المتكوّنة بين الطريقتين 60° ، لذا فقياس زاوية الشكل الرباعي المقابلة لها بالرأس 60° أيضاً مما يعني أن الشكل الرباعي ليس مستطيلاً ولا مربعاً.

(15) لا؛ إجابة ممكنة: بما أن الأضلاع الأربعة للشكل الرباعي متطابقة وقطريه متعامدان، فإن الشكل الرباعي معين. وللتحقق من أن الحقل مربع يحتاج المزارع إلى إثبات أن القطرين متطابقان.

تدرب وحل المسائل

المثال 1

المثالان 2, 3

(5) مستطيل ومعين ومربع؛ إجابة ممكنة: لأن الضلعين المتتاليين $\overline{QT}$, $\overline{RQ}$ متطابقان ومتعامدان.

المثال 2

(6) لا شيء؛ لأن قطريه غير متعامدين وغير متطابقين.

المثال 3

(15) زراعة: حدّد مزارع حقلاً بأوتاد وحبال كما في الشكل المجاور. إذا كانت أضلاع الشكل الرباعي المتشكل متساوية الطول، وقطراه متعامدين، فهل هذه المعلومات كافية كي تتحقق من أن الحقل مربع؟ وضح تبريرك. انظر الهامش.

تنوع الواجبات المنزلية

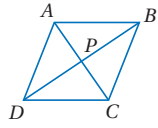
المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	7-19, 37, 38, 40-53
ضمن المتوسط	7-33 فردي, 35-38, 40-53
فوق المتوسط	20-50, (اختياري: 51-53)

المثال 4

هندسة إحداثية: حدّد ما إذا كان $\square JKLM$ المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي معيّنًا أو مستطيلًا أو مربعًا. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. ووضّح إجابتك.

(16) $J(-3, -2), K(2, -2), L(5, 2), M(0, 2)$ (17) $J(-4, -1), K(1, -1), L(4, 3), M(-1, 3)$

(18) $J(-1, 1), K(4, 1), L(4, 6), M(-1, 6)$ (19) $J(-2, -1), K(-4, 3), L(1, 5), M(3, 1)$



في المعين $ABCD$ ، إذا كان $PB = 12, AB = 15, m\angle ABD = 24^\circ$ فأوجد كلّ مما يأتي:

(20) AP 9

(21) CP 9

(22) $m\angle BDA$ 24°

في المربع $WXYZ$ ، إذا كان $WT = 3$ ، فأوجد كلّ مما يأتي:

(23) $m\angle ACB$ 66°

(24) ZX 6

(25) XY $3\sqrt{2}$

(26) $m\angle WTZ$ 90°

برهان: اكتب برهانًا حرًا لكل مما يأتي: (27–32) انظر ملحق الإجابات.

(28) النظرية 5.16

(29) النظرية 5.17

(30) النظرية 5.18

(31) النظرية 5.19

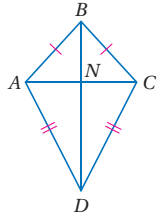
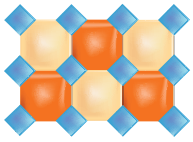
(32) النظرية 5.20

برهان: اكتب برهانًا إحداثيًا للعبارة في كل من السؤالين الآتيين: (33, 34) انظر ملحق الإجابات.

(33) قطرا المربع متعامدان.

(34) تشكّل القطع المستقيمة الواصلة بين منتصفات أضلاع مستطيل معيّنًا.

(35) **تصميم:** يتكون نمط الفسيفساء المبين جانبًا من قطع ثمانية منتظمة وأخرى رباعية. صنّف الأشكال الرباعية في النمط، ووضّح تبريرك. انظر ملحق الإجابات.



(36) **تمثيلات متعددة:** سوف تستقصي في هذه المسألة إحدى خصائص شكل الطائرة الورقية، وهو شكل رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الأضلاع المتجاورة والمتطابقة.

(a) **هندسيًا:** ارسم قطعة مستقيمة، ثم افتح الفرجار وثبته عند أحد طرفيها وارسم قوسًا فوقها، ومن دون تغيير فتحة الفرجار، ثبت رأس الفرجار عند الطرف الآخر للقطعة المستقيمة، وارسم قوسًا يقطع القوس السابق. غير فتحة الفرجار وارسم قوسين أسفل القطعة المستقيمة كما فعلت سابقًا.

استعمل المستطرة وصل بين طرفي القطعة والأقواس، وسينتج لك شكل طائرة ورقية سمّاها $ABCD$. ثم كرّر ذلك مرتين، وسمّ شكلَي الطائرتين الورقيتين $PQRS$ و $WXYZ$ ، ثم ارسم قطري كل منهما، ولكن نقطة تقاطع قطري كل منها N . انظر ملحق الإجابات.

(b) **جدوليًا:** استعمل مسطرة لقياس المسافة من N إلى كل رأس.

وسجّل النتائج في جدول على النحو الآتي.

الشكل	المسافة من N إلى كل رأس على القطر الأقصر	المسافة من N إلى كل رأس على القطر الأطول
$ABCD$	0.8 cm	0.8 cm
$PQRS$	1.2 cm	0.9 cm
$WXYZ$	0.2 cm	0.4 cm

(c) **لفظيًا:** اكتب تخمينًا حول قطري شكل الطائرة الورقية.

إجابة ممكنة: القطر الأطول في شكل الطائرة الورقية ينصف القطر الآخر.

(16) معيّن؛ لأن قطريه متعامدان، وليس مستطيلًا ولا مربعًا، لأن قطريه غير متطابقين.

(17) معيّن؛ لأن قطريه متعامدان، وليس مستطيلًا ولا مربعًا، لأن قطريه غير متطابقين.

(18) لا شيء؛ لأن قطريه غير متطابقين وغير متعامدين.

(19) مربع ومستطيل ومعيّن؛ لأن جميع أضلاعه متطابقة، وجميع زواياه قوائم.

تنبيه لحل سؤال

المسطرة والفرجار: يتطلب السؤال 36 استعمال المسطرة والفرجار.

تمثيلات متعددة: في السؤال 36، يستعمل الطلاب الرسوم الهندسية والجدول والأوصاف اللفظية لاستقصاء خصائص شكل الطائرة الورقية.



الربط مع الحياة

الفسيفساء صور تُشكّل باستعمال أنماط من أحجار أو زجاج أو قرميد أو أي مواد أخرى. والفسيفساء في الصورة أعلاه فسيفساء إغريقية قديمة من الصخر البلوري (الكوارتز). استعمل الإغريق قطعًا صغيرة أو أشكالًا منتظمة من المواد منذ 200 سنة قبل الميلاد بدلًا من الصخر البلوري في أعمال الفسيفساء.

بما أنهما لا يعلمان أن أضلاع الشكل الرباعي متطابقة، فلا يمكن استنتاج أن الشكل مربع أو معين.

(40) إجابة ممكنة:

(0, 0), (6, 0), (0, 6), (6, 6)؛ القطران متعامدان، لذا فإن أي أربع نقاط تبعد البعد نفسه عن نقطة تقاطع القطرين تشكل رؤوس مربع.

اكتشف الخطأ: في الشكل الرباعي $SRQP$ الميّن جانبًا، $\overline{PR} \cong \overline{QS}$. قال محمد: إن الشكل مربع. بينما قال إبراهيم: إنه معين. هل أي منهما على صواب؟ وضح تبريرك.

تبرير: حدّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خطأ؟ ثم اكتب عكسها ومعكوسها ومعاكسها الإيجابي، وحدّد قيمة الصواب لكل منها. وضح تبريرك.

إذا كان الشكل الرباعي مربعًا، فإنه مستطيل. **انظر ملحق الإجابات.**

تحدّد: مساحة المربع $ABCD$ المجاور تساوي 36 وحدة مربعة.

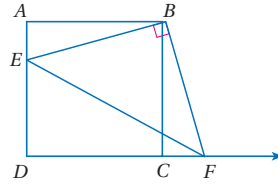
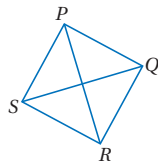
ومساحة $\triangle EBF$ تساوي 20 وحدة مربعة. إذا كانت $\overline{EB} \perp \overline{BF}$ ،

وطول $\overline{AE}$ يساوي وحدتين، فأوجد طول $\overline{CF}$. **2**

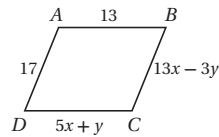
مسألة مفتوحة: أوجد إحداثيات رؤوس مربع قطراه محتويان في المستقيمين $y = x$ ، $y = -x + 6$. وضح تبريرك.

اكتب: قارن بين جميع خصائص الأشكال الرباعيّة الآتية:

متوازي الأضلاع، المستطيل، المعين، المربع. **انظر ملحق الإجابات.**



(43) جبر: ما قيمة كل من x ، y بحيث يكون $ABCD$ متوازي أضلاع؟ **C**

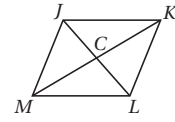


A $x = 3, y = 2$

B $x = \frac{3}{2}, y = -1$

C $x = 2, y = 3$

D $x = 3, y = -1$



(42) في المعين $JKLM$ ، إذا كان

B $JK = 10$ ، فأوجد JC .

A 4
C 8
D 10

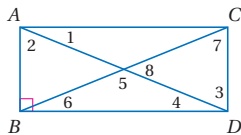
مراجعة تراكمية

في المستطيل $ABDC$ ، إذا كان $m\angle 1 = 38^\circ$. فأوجد كلّاً من القياسات الآتية: (الدرس 4-5)

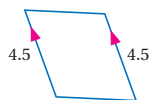
(46) $m\angle 6 = 38^\circ$

(45) $m\angle 5 = 104^\circ$

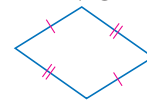
(44) $m\angle 2 = 52^\circ$



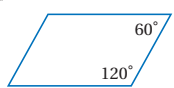
حدّد ما إذا كان الشكل الرباعي في كل مما يأتي متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك. (الدرس 5-3) **(47-49) انظر الهامش.**



(49)



(48)



(47)

(50) قياسات: قال مروان: إنّ الحديقة الخلفية لمنزله على شكل مثلث أطوال أضلاعه 22 ft، 23 ft، 45 ft. فهل ترى أنّ هذه القياسات صحيحة؟ وضح تبريرك. (الدرس 4-5) **انظر الهامش.**

استعد للدرس اللاحق

حل كل معادلة مما يأتي:

(53) $\frac{5}{4} \cdot \frac{1}{2} (12x + 6 - 8x + 7) = 9$

(52) $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} (10x + 6x + 2) = 7$

(51) $\frac{1}{2} (5x + 7x - 1) = 11.5$

الدرس 5-5 المعين والمربع **51**

4 التقويم

تعلّم سابق: اطلب إلى الطلاب أن

يلحظوا ملخص المفاهيم ويدرسوه،

وأن يكتبوا استنتاجًا حول أوجه الشبه

والاختلاف بين مفهوم المستطيل (في

الدرس السابق) ومفهومي المعين والمربع

(في الدرس الحالي).

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للدرس 4-5

و 5-5 بإعطائهم:

الاختبار القصير 3، ص (12).

إجابات:

(47) لا؛ الشكل لا يحقق أيًا من شروط متوازي الأضلاع.

(48) نعم؛ كل ضلعين متقابلين متطابقان.

(49) نعم؛ يوجد ضلعان متقابلان متوازيان ومتطابقان.

(50) لا؛ تنص نظرية متباينة المثلث على

أن مجموع طولي أي ضلعين لمثلث

يجب أن يكون أكبر من طول الضلع

الثالث. وبما أن $22 + 23 = 45$ ، فإنّ

أطوال أضلاع حديقة منزل مروان لا

يمكن أن تكون 22 ft، 23 ft، و 45 ft.

تنبيه!

اكتشف الخطأ: للسؤال 37، يجب

أن يدرك الطلاب أنه مع أن قطري

المربع متطابقان، إلا أنّ هذه الحقيقة

وحدها غير كافية لإثبات أن الشكل

الرباعي مربع. فقطر شبه المنحرف

المتطابق السابقين متطابقان، وجميع

المستطيلات أقطارها متطابقة بحسب

النظرية 5.14.

ضمن فوق

تنويع التعليم

توسّع: اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا قصة أطفال مبنية على الفكرة الآتية: المربعات مجموعة خاصّة جدًّا؛ لأنّ شروط قبول عضو في "مجموعة المربعات" شروط مشدّدة جدًّا. وتتوسّع مجموعة المربعات بتسهيل شروط العضوية، وذلك بتقليل عدد الشروط الضرورية لعضوية المجموعة.



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 5 - 5

دون	دون المتوسط	ضمن	فوق	فوق المتوسط
تدريبات إعادة التعليم (26)	تدريبات إعادة التعليم - تزمة (27)	تدريبات حل المسألة (29)	تدريبات المهارات (28)	تدريبات حل المسألة (29)
الاسم: _____ التاريخ: _____ 5-5 تدريبات إعادة التعليم المعين والمرجع خصائص المعين: المعين هو شكل رباعي أضلاع الأربعة متطابقة. وبما أن كل ضلعين متقابلين فيه متطابقان، فهو متوازي أضلاع أيضاً. وتوافر فيه خصائص متوازي الأضلاع وهي: الأضلاع المتطابقة متوازية، والزاوية المتقابلة متطابقة، والزاوية المتجاورة متكاملة، وكذلك القطران ينصف كل منها الآخر، بالإضافة إلى الخصائص الآتية: 5.15 قطر المعين متعامدان. 5.16 كل قطر فيه ينصف كل من الزاويتين اللتين يصل بين رؤسهما. المربع هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه متطابقة. فنظرًا أن متوازي الأضلاع الذي زواياه الأربع قائم يكون متطابقًا ومتوازي الأضلاع الذي أضلاعه الأربعة متطابقة يكون معينًا، لذا فعندما يكون متوازي الأضلاع معينًا واحد زواياه قائمة فإنه يكون مربعًا أيضًا. مثال: في المعين $ABCD$ المجاور، إذا كان $\angle BAC = 32^\circ$، فأوجد قياس كل زاوية مرقمة. بما أن $ABCD$ معين، فإن قطريه متعامدان $AC \perp BD$ و $\angle ABE = \angle ADE$ قائم الزاوية، لذا فإن: $\angle ABE = 90^\circ - \angle BAC = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$، وبما أن كل قطر في المعين ينصف الزاويتين اللتين يمر بهما، فإن $\angle ADE = 58^\circ$، إذن $\angle ABE = \angle ADE = 58^\circ$. وبما أن للمعين متوازي أضلاع، فإن الأضلاع المتقابلة فيه متوازية، وبما أن الزاويتين $\angle BAC$ و $\angle ADE$ متبادلتان داخليًا بين مستقيمتين متوازيين، فإن $\angle BAC = \angle ADE = 32^\circ$. تعاريف: جبر، استند من المعين $ABCD$ المجاور لإجابة عن الأسئلة 1-8: 1) إذا كان: $\angle ABD = 60^\circ$، فأوجد $\angle BDC$. 2) إذا كان: $AB = 8$، فأوجد AC. 3) إذا كان: $AB = 26$ و $BD = 20$، فأوجد AD. 4) إذا كان: $\angle CEB = 90^\circ$، فأوجد CE. 5) إذا كان: $\angle CBD = 58^\circ$، فأوجد $\angle ACB$. 6) إذا كان: $AC = 16$ و $AE = 3x - 1$، فأوجد قيمة x. 7) إذا كان: $\angle ACB = (2y + 10)^\circ$ و $\angle CBD = (6y)^\circ$، فأوجد قيمة y. 8) إذا كان: $AD = 2x + 4$ و $CD = 4x - 4$، فأوجد قيمة x. الصف: الأول الثانوي 26 الفصل: 5، الأشكال الرباعية	الاسم: _____ التاريخ: _____ 5-5 تدريبات إعادة التعليم المعين والمرجع إثبات أن الشكل الرباعي معين أو مربع، تحديد النظريات الآتية الشروط لتحديد ما إذا كان متوازي الأضلاع معينًا أو مربعًا. 5.17 إذا كان $WXYZ$ متوازي الأضلاع متعامدين فإنه معين. 5.18 إذا تعافت قطري متوازي الأضلاع كلًا من الزاويتين اللتين يصل بين رؤسهما، فإن متوازي الأضلاع يكون معينًا. 5.19 إذا كان ضلعان متقابلان في متوازي الأضلاع متطابقين فإنه معين. 5.20 إذا كان الشكل الرباعي متطابقًا معينًا فإنه مربع. مثال: حدد ما إذا كان متوازي الأضلاع $ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(-3, -3)$, $B(1, 1)$, $C(5, -3)$, $D(1, -7)$ معينًا أو مستطيلًا أو مربعًا. اكتب جميع الخصائص التي تنطبق عليه، ووضح إجابتك. مثل $ABCD$ في المستوى الإحداثي، ثم أوجد AC و BD. $AC = \sqrt{(-3-5)^2 + (-3-(-3))^2} = \sqrt{64} = 8$، $BD = \sqrt{(1-1)^2 + (-7-(-3))^2} = \sqrt{16} = 4$. القطران متطابقان، إذن فهو متوازي الأضلاع مستطيل. والآن، أوجد ميل كل من AC و BD. ميل AC: $m = \frac{-3-(-3)}{1-(-3)} = \frac{0}{-4} = 0$، ميل BD: $m = \frac{-7-(-3)}{1-1} = \frac{-4}{0}$، كسبة غير معرفة $\frac{0}{0}$. وبما أن المستقيمتين (الأفقية والعمودية) متعامدتان، فإن قطري متوازي الأضلاع $ABCD$ متعامدان، ولذلك فهو معين ومستطيل، وبالتالي فهو مربع. إجابة سؤال 4: تعاريف: هندسة إحصائية، حدد ما إذا كان $ABCD$ الممتدة إحداثيات رؤوسه في كل ما يأتي معينًا أو مستطيلًا أو مربعًا، اكتب جميع الخصائص التي تنطبق عليه، ووضح إجابتك. 1) $A(0, 2)$, $B(2, 4)$, $C(4, 2)$, $D(2, 0)$ 2) $A(-2, -1)$, $B(0, 2)$, $C(2, -1)$, $D(0, -4)$ 3) $A(-2, -1)$, $B(0, 2)$, $C(2, -1)$, $D(0, -4)$ 4) برهان، اكتب برهانًا ذا عمودين. المعطيات: في متوازي الأضلاع $ABCD$، $AB \parallel CD$ و $AD \parallel BC$. المطلوب: $AB \parallel CD$ و $AD \parallel BC$. الصف: الأول الثانوي 27 الفصل: 5، الأشكال الرباعية	الاسم: _____ التاريخ: _____ 5-5 تدريبات حل المسألة المعين والمرجع 1) ارفوف الأطباق، الشكل أدناه يمثل المنظر الجانبي لرفوف أطباق، والذي يبدو على شكل متوازي أضلاع، إذا كانت المسافات بين الرفوف متساوية، فما القاطن للثلاث تشكلات معينًا مع القاطن A و A'؟ 2) درج، بين الشكل المجاور درجيتًا لدرج على شكل معين متطابق. 3) عواطف، زُست نافذة في المستوى الإحداثي أدناه، حدد ما إذا كانت النافذة مربعًا أم معينًا. الصف: الأول الثانوي 29 الفصل: 5، الأشكال الرباعية	الاسم: _____ التاريخ: _____ 5-5 تدريبات المهارات المعين والمرجع جبر، استند من المعين $DKLM$ المجاور لإجابة عن الأسئلة 1-6: 1) إذا كان: $DK = 8$، فأوجد KL. 2) إذا كان: $\angle KDM = 82^\circ$، فأوجد $\angle KML$. 3) إذا كان: $\angle KML = (2x - 8)^\circ$، فأوجد قيمة x. 4) إذا كان: $AL = 5x - 3$ و $DA = 4x - 2$، فأوجد DL. 5) إذا كان: $\angle KLM = (3x - 2)^\circ$ و $\angle KML = (3x + 2)^\circ$، فأوجد $\angle MDK$. 6) إذا كان: $DM = 5y + 2$ و $DK = 3y + 6$، فأوجد KL. 7) برهان، اكتب برهانًا ذا عمودين. المعطيات: الشكل الرباعي $ABCD$ مستطيل، W، X، Z نقاط منتصف AD، AB، DC على التوالي، $WXYZ$ مثلثان متطابقا الضلعين، و WY قاعدة مشتركة بينهما. البرهان: إثبات أن الشكل $WXYZ$ معين. الصف: الأول الثانوي 28 الفصل: 5، الأشكال الرباعية	الاسم: _____ التاريخ: _____ 5-5 تدريبات حل المسألة المعين والمرجع 1) ارفوف الأطباق، الشكل أدناه يمثل المنظر الجانبي لرفوف أطباق، والذي يبدو على شكل متوازي أضلاع، إذا كانت المسافات بين الرفوف متساوية، فما القاطن للثلاث تشكلات معينًا مع القاطن A و A'؟ 2) درج، بين الشكل المجاور درجيتًا لدرج على شكل معين متطابق. 3) عواطف، زُست نافذة في المستوى الإحداثي أدناه، حدد ما إذا كانت النافذة مربعًا أم معينًا. الصف: الأول الثانوي 29 الفصل: 5، الأشكال الرباعية

مصادر المعلم للأنشطة الصفية



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 5 - 5

فوق فوق المتوسط

ضمن ضمن المتوسط

دون دون المتوسط

فوق ضمن دون

كتاب التمارين (10)

ضمن فوق

التدريبات الإثرائية (30)

5-5 المعين والمربع

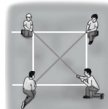
في المعين $PRYZ$ ، إذا كان $m\angle YRZ = 67^\circ$ ، $RY = 13$ ، $RK = 5$ ، فأوجد كلاً مما يأتي :

- 12 KY (1)
- 12 PK (2)
- 90° $m\angle YKZ$ (3)
- 67° $m\angle PZR$ (4)



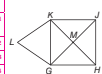
في المعين $MNPQ$ ، إذا كان $AP = 3$ ، $PQ = 3\sqrt{2}$ ، فأوجد كلاً مما يأتي :

- 3 AQ (5)
- 45° $m\angle APQ$ (6)
- 90° $m\angle MNP$ (7)
- 6 PM (8)



9 كرة الطائرة، ينقسم ملعب كرة الطائرة إلى قسمين متساويين كل منهما عبارة عن مربع. إذا قام أربعة من الأصدقاء بتخطيط ملعب كرة طائرة، فكيف يمكن التحقق من أن كلًا من قسمي الملعب مربع الشكل باستخدام حل وشريط قياس فقط.
إجابة ممكنة: يقومون بقياس أطوال أضلاعهم، فإذا كانت أضلاعهم متساوية فالشكل معين. ثم يقومون بقياس طولي القطرين، فإذا وجدوهما متساويين، فإن الشكل مربع.

الصورات	الصورات
11 $\Delta GHK \cong \Delta MJK$	12 $KG = KJ$
12 $KG = KJ$	13 $KJ = GH = KH = JH$
13 $KJ = GH = KH = JH$	14 $KG = JH = KH = JH$
14 $KG = JH = KH = JH$	15 $KG = JH = KH = JH$



10 برهان، اكتب برهانًا ذا عمودين
المعطيات، $\Delta LGK \cong \Delta MJK$
 $GHJK$ متوازي أضلاع
المطلوب، $GHJK$ معين

هندسة إحداثية، حدّد ما إذا كان $BEFG$ الممطرة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي معينًا أو مستطيلًا أو مربعًا. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه، ووضّع إجاباتك.

11 $B(-9, 1)$ ، $E(2, 3)$ ، $F(12, -2)$ ، $G(1, -4)$

معين ومستطيل ومربع، إجابة ممكنة: جميع الأضلاع متطابقة، والقطران متطابقان ومتعامدان.

12 $B(1, 3)$ ، $E(7, -3)$ ، $F(1, -9)$ ، $G(-5, -3)$

معين ومستطيل ومربع، إجابة ممكنة: جميع الأضلاع متطابقة، والقطران متطابقان ومتعامدان.

13 $B(-4, -5)$ ، $E(1, -5)$ ، $F(-2, -1)$ ، $G(-7, -1)$

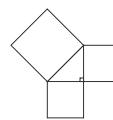
معين، إجابة ممكنة: جميع الأضلاع متطابقة، والقطران متعامدان وغير متطابقين.

10

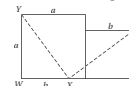
الاسم _____ التاريخ _____

5-5 التدريبات الإثرائية

الغالب على نظرية فيثاغورس



تصف نظرية فيثاغورس العلاقة بين طولي الساقين والوتر في أي مثلث قائم الزاوية، بحيث يكون مجموع مساحتي المربعين المنشأين على الساقين يساوي مساحة المربع المنشأ على الوتر، ويمكنك تكوين لغز التيليط لتوضيح نظرية فيثاغورس بلعبة مشابهة للعبة تانغرام باستعمال خسر قطع، وذلك برسم مربعين متلاصقين، بحيث يمثل طول ضلع كل منهما طول ساق من ساق المثلث، وطول الضلع المشترك من المربعين بعد قصّها بطريقة معينة، يمثل طول وتر المثلث القائم أي أن مساحة المربع المشكّل من القطع الخسري تساوي مجموع مساحتي المربعين، والغز المثير أدناه مثال على ذلك. اتبع الخطوات التالية:



انظر إجابات الطلاب.

1 أنشئ مربعًا بندق، واكتب عليه طول ضلعه a ، ثم أنشئ مربعًا صغيرًا من بين المربع الأول، طول ضلعه b على صورة الشكل أعلاه. يتبيّن أن تكون القاعدة متجاورتين وعلى استقامة واحدة.

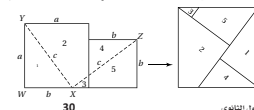
2 عيّن النقطة X على إمداد W وحدة من الحافة اليسرى للمربع الكبير (W)، ثم ارسم قطعتين مستقيمتين: الأولى من الرأس العلوي الأيسر للمربع الأكبر (Y) إلى النقطة X ، والثانية من الرأس العلوي الأيمن للمربع الأصغر (Z) إلى النقطة X .

3 قصّ القطع الخمس، ثم أعد ترتيبها لتشكّل مربعًا كبيرًا، وارسم شكلًا يتبيّن إجاباتك. إجابة ممكنة: الشكل العروض أدناه.

4 تحقق من أن طول كلٍّ من أضلاع المربع يساوي $\sqrt{a^2 + b^2}$.

وفق نظرية فيثاغورس ΔYWX

في ΔYWX ، أي أن $c^2 = a^2 + b^2$ ، وهي نفس طول أحد أضلاع المربع الكبير.



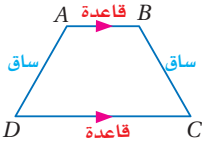
الفصل 5، الأنشطة الرياضية

شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية Trapezoid and Kite



لماذا؟

تستعمل في رياضات القفز، صناديق ذات أجزاء متداخلة مصنوعة من الإسفنج ذي الضغط العالي، وتتخذ منصّات وثب ودرجات صعود، وتمثل جوانب كل من الأجزاء شبه منحرف.

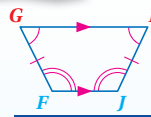


خصائص شبه المنحرف: شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان يُسميان **قاعدتي شبه المنحرف**. ويُسمى الضلعان غير المتوازيين **ساقَي شبه المنحرف**. و **زاويتي القاعدة** مكوّن كل منهما من قاعدة وأحد ضلعي الساقين. ففي شبه المنحرف ABCD المبيّن جانباً، $\angle A, \angle B$ زاويتي القاعدة AB ، وكذلك $\angle C, \angle D$ زاويتي القاعدة DC .
إذا كان ساقا شبه المنحرف متطابقين فإنه يسمى **شبه منحرف متطابق الساقين**.

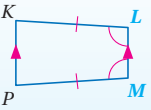
أضف إلى
مطوياتك

نظريات

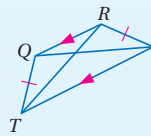
شبه المنحرف المتطابق الساقين



5.21 إذا كان شبه المنحرف متطابق الساقين، فإنّ زاويتي كل قاعدة متطابقتان.
مثال: إذا كان شبه المنحرف متطابق الساقين، فإنّ $\angle G \cong \angle H, \angle F \cong \angle I$.



5.22 إذا كانت زاويتي قاعدة في شبه المنحرف متطابقتين، فإنه متطابق الساقين.
مثال: إذا كان $KLMP$ شبه منحرف، فيه $\angle L \cong \angle M$ فإنه متطابق الساقين.

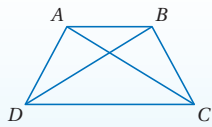


5.23 يكون شبه المنحرف متطابق الساقين، إذا وفقط إذا كان قطراه متطابقين.
مثال: إذا كان شبه المنحرف متطابق الساقين، فإنّ $QS \cong RT$. وكذلك إذا كان $QRST$ شبه منحرف، فيه $QS \cong RT$ فإنه متطابق الساقين.

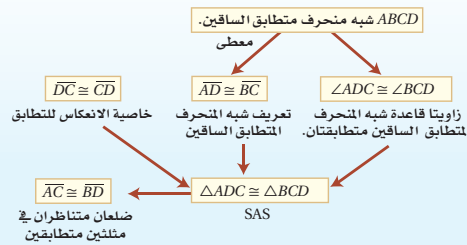
سوف تبرهن النظريات 5.21, 5.22, 5.23 في الأسئلة 19, 20, 21 على الترتيب.

برهان

الحالة الأولى من النظرية 5.23



المعطيات: $ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين.
المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$



فيما سبق:

درست استعمال خصائص أنواع خاصة من متوازي الأضلاع.

(الدرس 5-5)

والآن:

■ تعرّف خصائص شبه المنحرف وأطبّقها.

■ تعرّف خصائص شكل الطائرة الورقية وأطبّقها.

المفردات:

شبه المنحرف
trapezoid

قاعدتا شبه المنحرف
bases

ساقا شبه المنحرف
legs of a trapezoid

زاويتي القاعدة
base angles

شبه المنحرف

المتطابق الساقين
isosceles trapezoid

القطعة المتوسطة
midsegment of a trapezoid

شكل الطائرة الورقية

kite

www.obeikaneducation.com

1 التركيز

الترباط الرأسي

ما قبل الدرس 5-6

استعمال خصائص أنواع خاصة من متوازي الأضلاع.

الدرس 5-6

تعرّف خصائص شبه المنحرف وتطبيقها.

تعرّف خصائص شكل الطائرة الورقية وتطبيقها.

ما بعد الدرس 5-6

استعمال التبرير الاستنتاجي لإثبات صحة عبارة.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟"

واسأل:

- ما الخصائص التي تميّز شبه المنحرف عن متوازي الأضلاع؟ **لشبه المنحرف ضلعان فقط متوازيان.**
- لماذا تكون منصّات الوثب أكثر ثباتاً عندما تكون جوانبها على شكل شبه منحرف مما لو كان على شكل مستطيل؟ **إحدى القاعدتين أكثر اتساعاً من الأخرى؛ لذلك تكون إمكانية ميلها عندما تكون على شكل شبه منحرف أقل مما لو كانت على شكل مستطيل بالارتفاع نفسه.**

- انظر إلى صناديق القفز الأربع المتداخلة في الشكل. ما التخمينات التي يمكنك وضعها حول زوايا أشكال شبه المنحرف الظاهرة في المنظر الجانبي لكل صندوق؟ **الزوايا المتناظرة لأشبه المنحرفات الأربع ستكون مطابقة لزوايا القاعدة العليا للشكل أدناه. لذلك فأشبه المنحرفات المكونة لأطراف صندوق القفز ستكون متشابهة.**

مصادر الدرس 5-6

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم، ص (56)	• تنويع التعليم، ص (54, 56, 58)	• تنويع التعليم، ص (54, 58)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين، ص (13)	• كتاب التمارين، ص (13)	• كتاب التمارين، ص (13)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (31) • تدريبات المهارات، ص (33) • تدريبات حل المسألة، ص (34)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (31) • تدريبات المهارات، ص (33) • تدريبات حل المسألة، ص (34) • التدريبات الإثرائية، ص (35)	• تدريبات حل المسألة، ص (34) • التدريبات الإثرائية، ص (35)

شبه المنحرف
المتطابق الساقين:
تكون زاويتا كل قاعدة
في شبه المنحرف
متطابقتين فقط إذا كان
شبه المنحرف متطابق
الساقين.

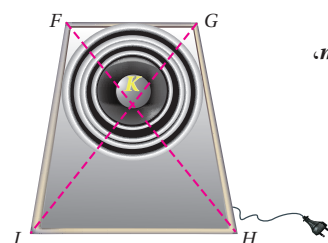


الربط مع الحياة

مكبرات الصوت هي
مضخمات تكتف الأمواج
الصوتية حتى تصبح
مسموعة بدرجة أكبر.
ويحتوي كل من المذياع
والتلفاز والحاسوب
مضخمات صوتية.

مثال 1 من واقع الحياة

استعمال خصائص شبه المنحرف المتطابق الساقين



مكبرات الصوت: المنظر الأمامي لمكبر الصوت المبين جانباً
على شكل شبه منحرف متطابق الساقين. إذا كان $m\angle FJH = 85^\circ$
 $FK = 8 \text{ in}$, $JG = 19 \text{ in}$ فأوجد كلاً مما يأتي :

 $m\angle FGH$ (a)

بما أن $FGHJ$ شبه منحرف متطابق الساقين، فإن
 $\angle FJH$ و $\angle GHJ$ زاويتا قاعدة متطابقتان؛ لذا فإن
 $m\angle GHJ = m\angle FJH = 85^\circ$

وبما أن $FGHJ$ شبه منحرف، فإن $\overline{FG} \parallel \overline{JH}$.

$$m\angle FGH + m\angle GHJ = 180^\circ$$

$$m\angle FGH + 85^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle FGH = 95^\circ$$

 KH (b)بما أن $FGHJ$ شبه منحرف متطابق الساقين، فإن القطرين $\overline{FG}$ و $\overline{JH}$ متطابقان.

$$FH = JG$$

تعريف تطابق القطع المستقيمة

مسلمة جمع القطع المستقيمة

بالتعويض

$$FK + KH = JG$$

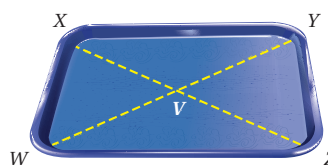
$$8 + KH = 19$$

$$KH = 11 \text{ in}$$

ب طرح 8 من كلا الطرفين

تحقق من فهمك

1 مطاعم: لاستغلال مساحة الطاولات المربعة، تستعمل
في مطعم أطباق على شكل شبه منحرف كما في الشكل
المجاور. إذا كان $WXYZ$ شبه منحرف متطابق
الساقين، وكان $m\angle YZW = 85^\circ$, $WV = 15 \text{ cm}$
و $VY = 10 \text{ cm}$ ، فأوجد كلاً مما يأتي :



$$25 \text{ cm } XZ$$
 (C)

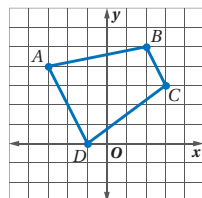
$$105^\circ m\angle WXY$$
 (B)

$$85^\circ m\angle XWZ$$
 (A)

يمكنك استعمال الهندسة الإحداثية لتحديد ما إذا كان شبه المنحرف متطابق الساقين أم لا.

مثال 2

شبه المنحرف المتطابق الساقين والهندسة الإحداثية

هندسة إحداثية: رؤوس الشكل الرباعي $ABCD$ هي $A(-3, 4)$, $B(2, 5)$, $C(3, 3)$, $D(-1, 0)$ بين أن $ABCD$ شبه منحرف، وحدد ما إذا كان متطابق الساقين. ووضح إجابتك.ارسم الشكل الرباعي $ABCD$ في مستوى إحداثي.

الخطوة 1: استعمال صيغة الميل لمقارنة ميلي الضلعين المتقابلين $\overline{BC}$, $\overline{AD}$.
وكذلك الضلعين المتقابلين $\overline{AB}$, $\overline{DC}$. فالشكل الرباعي يكون شبه
منحرف إذا كان فيه ضلعان فقط متقابلان متوازيين.

خصائص شبه المنحرف

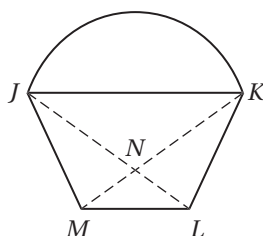
الأمثلة 1-3 تبين كيفية استعمال النظريات
والخصائص لإثبات أو معرفة أن شكلاً
هندسياً ما هو شبه منحرف، كذلك
استعمالها في إيجاد قياسات مجهولة في
شبه منحرف.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل
مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلبة
للمفاهيم.

مثال إضافي

سلة: كل جانب للسلة المبيّنة أدناه
شبه منحرف متطابق الساقين. إذا كان
 $KN = 6.7 \text{ ft}$, $m\angle JML = 130^\circ$
و $MN = 3.6 \text{ ft}$ ، فأوجد كل قياس
مما يلي:

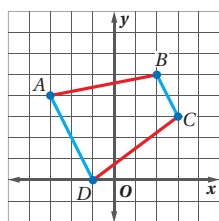


$$50^\circ m\angle MJK$$
 (a)

$$10.3 \text{ ft } JL$$
 (b)

إرشادات للمعلم الجديد

شبه المنحرف: يستعمل في المطاعم
أطباق على شكل شبه منحرف؛ لاستغلال
مساحات الطاولات المربعة أو المستطيلة
الشكل.



الضلعان المتقابلان $\overline{BC}$ ، $\overline{AD}$:

$$\text{ميل } \overline{BC} : \frac{3-5}{-2-1} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{ميل } \overline{AD} : \frac{0-4}{-1-(-3)} = \frac{-4}{2} = -2$$

بما أن ميلي $\overline{BC}$ ، $\overline{AD}$ متساويان، فإن $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$.

الضلعان المتقابلان $\overline{AB}$ ، $\overline{DC}$:

$$\text{ميل } \overline{AB} : \frac{5-4}{2-(-3)} = \frac{1}{5}$$

$$\text{ميل } \overline{DC} : \frac{0-3}{-1-3} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

بما أن ميلي $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$ ليسا متساويين، فإن $\overline{AB} \nparallel \overline{DC}$. وبما أن $ABCD$ فيه ضلعان فقط متوازيان، فإنه شبه منحرف.

الخطوة 2: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين للمقارنة بين طولي الساقين $\overline{AB}$ ، $\overline{DC}$ وتحديد ما إذا كان شبه المنحرف $ABCD$ متطابق الساقين.

$$AB = \sqrt{(-3-2)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{26}$$

$$DC = \sqrt{(-1-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

بما أن $AB \neq DC$ ، فإن شبه المنحرف $ABCD$ ليس متطابق الساقين.

تحقق من فهمك

(2) رؤوس الشكل الرباعي $QRST$ هي $Q(-8, -4)$ ، $R(0, 8)$ ، $S(6, 8)$ ، $T(-6, -10)$

بين أن $QRST$ شبه منحرف، وحدد ما إذا كان متطابق الساقين. ووضح إجابتك. شبه منحرف ليس متطابق الساقين

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف هي قطعة مستقيمة تصل بين منتصفي ساقيه. وتبين النظرية الآتية العلاقة بين القطعة المتوسطة وقاعدتي شبه المنحرف.



قراءة الرياضيات

القطعة المتوسطة:

تسمى القطعة المتوسطة لشبه المنحرف أيضًا القطعة المنصفة.

الخطوة 2: $BC = \sqrt{17}$ ،

$AD = 3\sqrt{2}$ ، وبما أن الساقين ليسا متطابقين فإن شبه المنحرف ليس متطابق الساقين.

تنبيه!

هندسة إحدائية: عند استعمال صيغة الميل أو المسافة بين نقطتين؛ انتبه إلى إشارات الأعداد، وتأكد أيضًا من استعمال قيم x و y بالترتيب الصحيح.

أضف إلى مطبقك

نظرية 5.24

نظرية القطعة المتوسطة لشبه المنحرف

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف توازي كلًا من القاعدتين، وطولها يساوي نصف مجموع طولي القاعدتين.

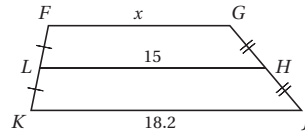
مثال: إذا كانت قطعة متوسطة لشبه المنحرف $ACDF$ ، فإن $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$ ، $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$ ، $BE = \frac{1}{2}(AF + CD)$

سوف تبرهن النظرية 5.24 في السؤال 25 .

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: توجد عدّة كلمات تحمل أكثر من معنى في الرياضيات، فكلمة متوسط يمكن أن تطبق في الهندسة أو الإحصاء، لذا اطلب إلى الطلاب مقارنة معاني "متوسط" عندما تطبق في المثلث وفي شبه المنحرف. واطلب إليهم أيضًا أن يكتبوا معنى كلمة متوسط لمجموعة من الأعداد؛ فالقطعة المتوسطة لمثلث أو شبه منحرف تربط بين نقطة منتصف قطعة مستقيمة ونقطة أخرى على الشكل، إلا أن الفرق بينهما هو أن القطعة المتوسطة لمثلث أحد طرفيها رأس المثلث، أما بالنسبة إلى شبه المنحرف فإنها تصل بين منتصفي الساقين، أما المتوسط لمجموعة من الأعداد فهو مجموعها مقسومًا على عددها.



في الشكل المجاور، $\overline{LH}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $FGJK$. ما قيمة x ؟

اقرأ سؤال الاختبار

أعطيت في السؤال طول القطعة المتوسطة لشبه المنحرف وطول إحدى قاعدتيه. ويطلب إليك إيجاد طول القاعدة الأخرى.

حل سؤال الاختبار

$$LH = \frac{1}{2}(FG + KJ)$$

$$15 = \frac{1}{2}(x + 18.2)$$

$$30 = x + 18.2$$

$$11.8 = x$$

نظرية القطعة المتوسطة لشبه المنحرف

بالتعويض

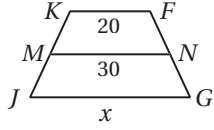
بضرب كلا الطرفين في 2

بطرح 18.2 من كلا الطرفين

مثال إضافي

مثال من اختبار:

في الشكل أدناه، $\overline{MN}$ هي القطعة المتوسطة لشبه المنحرف $FGJK$. ما قيمة x ؟ 40

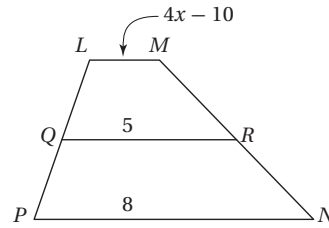


إرشادات للمعلم الجديد

شبه المنحرف: إذا عُرِّف شبه المنحرف على أنه شكل رباعي فيه ضلعان على الأقل متوازيان، فإن متوازي الأضلاع يكون بحسب هذا التعريف حالة خاصة لشبه المنحرف.

تحقق من فهمك

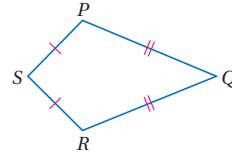
3) في الشكل أدناه، $\overline{QR}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $LMNP$. ما قيمة x ؟ 3



التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: أنشئ جدولاً

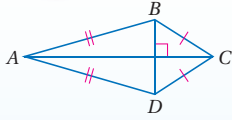
من 7 أعمدة، وعنوانها كالآتي: شكل رباعي، متوازي أضلاع، مستطيل، معين، مربع، شكل طائرة ورقية، شبه منحرف. اعرض أمثلة لكل منها على السبورة، واختر طلاباً لسحب كل شكل إلى العمود الذي يحمل الاسم الأكثر تحديداً، وساعد الطلاب على تحديد العمود الأنسب إذا اعتقدوا أن شكلاً ما يمكن وضعه في أكثر من عمود.



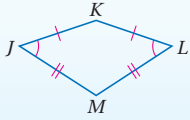
خصائص شكل الطائرة الورقية: شكل الطائرة الورقية هو شكل

رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الأضلاع المتجاورة المتطابقة. وعلى عكس متوازي الأضلاع، كل ضلعين متقابلين في شكل الطائرة الورقية ليسا متطابقين ولا متوازيين.

شكل الطائرة الورقية



5.25 قطرا شكل الطائرة الورقية متعامدان.
مثال: بما أن $ABCD$ شكل طائرة ورقية،
فإن $AC \perp BD$.



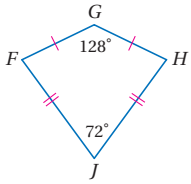
5.26 يوجد في شكل الطائرة الورقية زوج واحد فقط من الزوايا المتقابلة المتطابقة، هما الزاويتان المحصورتان بين كل ضلعين متجاورين غير متطابقين.
مثال: بما أن $JKLM$ شكل طائرة ورقية، فإن $\angle J \cong \angle L$ ، $\angle K \not\cong \angle M$.

سوف تبهرن النظريتين 5.25، 5.26 في السؤالين 22، 23 على الترتيب.

يمكنك استعمال النظريتين أعلاه ونظرية فيثاغورس ونظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع لإيجاد القياسات المجهولة في شكل الطائرة الورقية.

استعمال خصائص شكل الطائرة الورقية

مثال 4



(a) إذا كان $FGHI$ شكل طائرة ورقية، فأوجد $m\angle F$.
في شكل الطائرة الورقية زوج واحد فقط من الزوايا المتقابلة المتطابقة،
وبما أن $\angle G \not\cong \angle I$ ، فإن $\angle F \cong \angle H$ ؛ لذلك $m\angle F = m\angle H$.
اكتب معادلة وحلها لإيجاد $m\angle F$.

نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع

$$m\angle F + m\angle G + m\angle H + m\angle I = 360^\circ$$

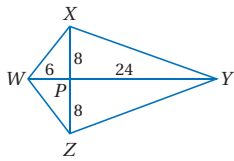
$$m\angle F + 128^\circ + m\angle F + 72^\circ = 360^\circ$$

$$2m\angle F + 200^\circ = 360^\circ$$

$$2m\angle F = 160^\circ$$

$$m\angle F = 80^\circ$$

بترح 200 من كلا الطرفين
بقسمة كلا الطرفين على 2



(b) إذا كان $WXYZ$ شكل طائرة ورقية، فأوجد ZY .

بما أن قطري شكل الطائرة الورقية متعامدان فإنهما يقسمانه إلى أربعة مثلثات قائمة الزاوية. استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد ZY ، وهو طول وتر المثلث القائم الزاوية $\triangle YPZ$.

$$PZ^2 + PY^2 = ZY^2$$

$$8^2 + 24^2 = ZY^2$$

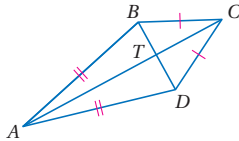
$$640 = ZY^2$$

$$\sqrt{640} = ZY$$

$$8\sqrt{10} = ZY$$

نظرية فيثاغورس
بالتعويض
بالتبسيط
بأخذ الجذر التربيعي الموجب للطرفين
بالتبسيط

تحقق من فهمك



(4A) إذا كان $ABCD$ شكل طائرة ورقية، فيه:

$$m\angle BAD = 38^\circ, m\angle BCD = 50^\circ$$

$$m\angle ADC = 136^\circ$$

$$(4B) \text{ إذا كان } BT = 5, TC = 8 \text{، فأوجد } CD. \sqrt{89}$$



الربط مع الحياة

أقصى سرعة مسجلة
لطائرة ورقية 120 mi/h.
وأقصى ارتفاع مسجل
لطائرة ورقية 12471 ft.

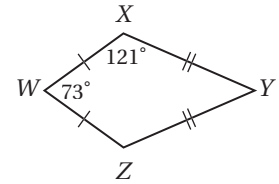
خصائص شكل الطائرة الورقية

المثال 4 يبين كيفية استعمال النظريات والخصائص في إيجاد قياسات مجهولة في شكل الطائرة الورقية.

مثال إضافي

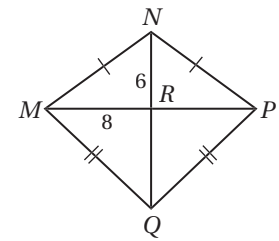
4

(a) إذا كان $WXYZ$ شكل طائرة ورقية، فأوجد $m\angle XYZ$.



45°

(b) إذا كان $MNPQ$ شكل طائرة ورقية، فأوجد NP .



10

إرشادات للمعلم الجديد

شكل الطائرة الورقية: توجد خاصيتان إضافيتان لشكل الطائرة الورقية:

- القطر الذي يصل رأسَي الزاويتين غير المتطابقتين يكون دائماً عموداً منصفاً للقطر الذي يصل رأسَي الزاويتين المتطابقتين.
- القطر الذي يصل رأسَي الزاويتين غير المتطابقتين ينصف كلا منهما.

تنويع التعليم

دون ضمن

المتعلمون البصريون / المكانيون: يمكن أن يتحقق الطلاب من الأضلاع المتطابقة وغير المتطابقة، وكذلك الزوايا المتطابقة وغير المتطابقة لشكل الطائرة الورقية. اطلب إلى الطلاب طي قطعة ورق من المنتصف، واطلب إليهم قصها بشكل قطري بأي طول مبتدئين من أحد طرفي خط الطي، وتكرار العملية مبتدئين من الطرف الآخر لخط الطي حتى الوصول إلى نهاية القص الأول. ويمكن الآن أن يقارن الطلاب بين الزوايا والأضلاع المتطابقة وغير المتطابقة في الشكل الناتج. وأخيراً اطلب إلى الطلاب قص أشكال طائرات ورقية ذات قياسات مختلفة للتحقق من أن هذه الخصائص صحيحة دائماً.

3 التدريب

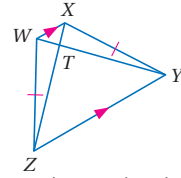
التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 1-7 للتأكد من فهم الطلبة، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة بحسب مستوياتهم.

إجابات:

- (10) $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ شبه $ABCD$ منحرف، ولكن ليس متطابق الساقين؛ لأن $AB = \sqrt{17}$, $CD = 5$
- (11) $\overline{JK} \parallel \overline{LM}$, $\overline{KL} \parallel \overline{JM}$ شبه $JKLM$ منحرف، ولكن ليس متطابق الساقين؛ لأن $KL = \sqrt{26}$, $JM = 5$
- (12) $\overline{QR} \parallel \overline{ST}$, $\overline{RS} \parallel \overline{QT}$ شبه $QRST$ منحرف متطابق الساقين؛ لأن $RS = 5\sqrt{2} = QT$
- (13) $\overline{XY} \parallel \overline{WZ}$, $\overline{WX} \parallel \overline{YZ}$ شبه $WXYZ$ منحرف، ولكن ليس متطابق الساقين؛ لأن $YZ = 2\sqrt{5}$, $WX = 3\sqrt{2}$

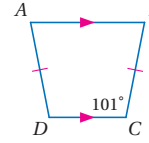
أوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:



(2) WT ، إذا كان:

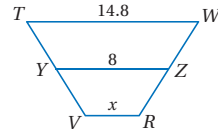
5 $ZX = 20$, $TY = 15$

(1) $m\angle D = 101^\circ$

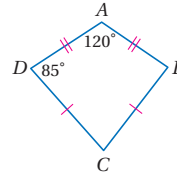


هندسة إحدائية: رؤوس الشكل الرباعي $ABCD$ هي $A(-4, -1)$, $B(-2, 3)$, $C(3, 3)$, $D(5, -1)$

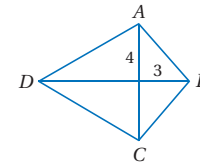
- (3) بين أن $ABCD$ شبه منحرف. $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ إذن $ABCD$ شبه منحرف.
- (4) حدد ما إذا كان $ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين؟ وضح إجابتك.
- (5) إجابة قصيرة: في الشكل المجاور: $\overline{YZ}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $TWRV$. أوجد قيمة x .



(7) $m\angle C = 70^\circ$

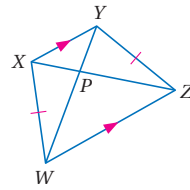


(6) AB



تدرب وحل المسائل

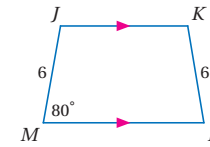
أوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:



(9) PW ، إذا كان:

15 $XZ = 18$, $PY = 3$

(8) $m\angle K = 100^\circ$



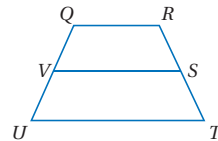
هندسة إحدائية: بين أن الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي شبه منحرف، وحدد ما إذا كان متطابق الساقين؟ (10-13) انظر الهامش.

(11) $J(-4, -6)$, $K(6, 2)$, $L(1, 3)$, $M(-4, -1)$

(10) $A(-2, 5)$, $B(-3, 1)$, $C(6, 1)$, $D(3, 5)$

(13) $W(-5, -1)$, $X(-2, 2)$, $Y(3, 1)$, $Z(5, -3)$

(12) $Q(2, 5)$, $R(-2, 1)$, $S(-1, -6)$, $T(9, 4)$



في الشكل المجاور، S, V نقطتا منتصف الساقين لشبه المنحرف $QRTU$.

(14) إذا كان $QR = 12$, $UT = 22$ ، فأوجد VS .

(15) إذا كان $UT = 12$, $VS = 9$ ، فأوجد QR .

(16) إذا كان $RQ = 5$, $VS = 11$ ، فأوجد UT .

الدرس 5-6 شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية 57

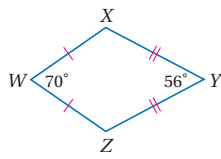
تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	49-60، 47، 8-18
ضمن المتوسط	9-17 فردي، 45-19 فردي، 47، 49-60
فوق المتوسط	19-57، (اختياري: 58-60)

المثال 4

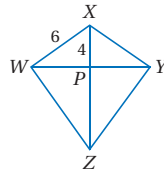
إذا كان $WXYZ$ شكل طائرة ورقية، فأوجد القياس المطلوب في كل مما يأتي :

117°



$m\angle X$ (18

$2\sqrt{5}$



WP (17

برهان: اكتب برهاناً حرّاً لكلّ من النظريات الآتية : (28-33) انظر ملحق الإجابات

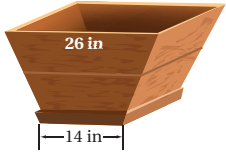
النظرية 5.23 (21

النظرية 5.22 (20

النظرية 5.21 (19

النظرية 5.26 (23

النظرية 5.25 (22



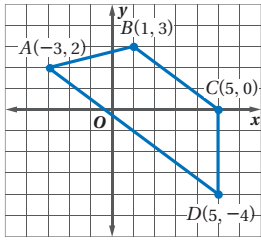
(24) **نباتات:** اشترى مشاري أصيصاً زراعياً أوجهه الأربعة على شكل شبه منحرف أبعاده كما في الشكل المجاور. إذا أراد مشاري وضع رف أفقي عند منتصف الأصيص؛ لتستند إليه النبتة، فكم يكون عرض هذا الرف؟ **20 in.**



الربط مع الحياة

تمتاز الأصص الفخارية بالمسامية والتهوية وصرف المياه الزائدة، ما يسمح بنمو جيد للحدود، وهي من أفضل الأصص الزراعية.

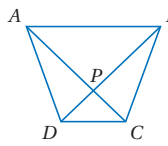
(25) **برهان:** اكتب برهاناً إحداثياً للنظرية 5.24. انظر ملحق الإجابات.



(26) **هندسة إحداثية:** استعن بالشكل الرباعي $ABCD$ المجاور.
(a) بين أن $ABCD$ شبه منحرف. وحدد ما إذا كان متطابق الساقين. وضح إجابتك. انظر الهامش.

(b) هل القطعة المتوسطة محتواة في المستقيم الذي معادلته $y = -x + 1$ ؟ برّر إجابتك. انظر الهامش.

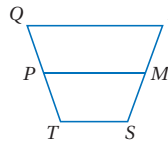
(c) أوجد طول القطعة المتوسطة. 7.5 وحدات



جبر: في الشكل المجاور، $ABCD$ شبه منحرف. أوجد قيمة x بحيث يكون متطابق الساقين في كلٍّ ممّا يأتي:

(27) إذا كان $AC = 3x - 7$, $BD = 2x + 8$ 15

(28) إذا كان $m\angle ABC = (4x + 11)^\circ$, $m\angle DAB = (2x + 33)^\circ$ 11



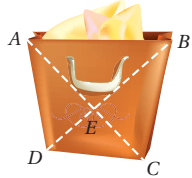
جبر: في الشكل المجاور، M, P نقطتا منتصف الساقين لشبه المنحرف $QRST$.

(29) إذا كان $QR = 16$, $PM = 12$, $TS = 4x$ ، فأوجد قيمة x . 2

(30) إذا كان $TS = 2x$, $PM = 20$, $QR = 6x$ ، فأوجد قيمة x . 5

(31) إذا كان $PM = 2x$, $QR = 3x$, $TS = 10$ ، فأوجد PM . 20

(32) إذا كان $TS = 2x + 2$, $QR = 5x + 3$, $PM = 13$ ، فأوجد TS . 8



تسوّق: الوجه الجانبي لحقيبة التسوّق المبينة جانباً على شكل شبه منحرف متطابق الساقين. إذا كان $EC = 9$ in, $DB = 19$ in، فأوجد AE و BE ، فأوجد $m\angle ABE = 40^\circ$, $m\angle EBC = 35^\circ$:

19 in AC (34

10 in AE (33

$m\angle EDC = 40^\circ$ (36

$m\angle BCD = 105^\circ$ (35

إجابات:

(26a) ميل $\overline{BC}$ يساوي $-\frac{3}{4}$ ،

ميل $\overline{AD}$ يساوي $-\frac{3}{4}$ ،

ميل $\overline{AB}$ يساوي $\frac{1}{4}$ ،

ميل $\overline{CD}$ قيمة غير معروفة.

وبما أن ميلي $\overline{BC}$ و $\overline{AD}$ متساويان

فإن $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ ، وبما أن ميلي $\overline{AB}$

و $\overline{CD}$ غير متساويين، فإن $\overline{AB} \nparallel \overline{CD}$

أي أن ضلعين فقط متوازيان،

فالشكل $ABCD$ شبه منحرف،

ولكنه غير متطابق الساقين لأن

$CD = 4$ و $AB = \sqrt{17}$.

(26b) لا؛ لأن هذا المستقيم لا يوازي

قاعدتي شبه المنحرف، حيث إن ميل

كل من القاعدتين $-\frac{3}{4}$ ، على حين

أن ميل المستقيم $y = -x + 1$

يساوي -1 .

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: تعلم الطلاب سابقاً بعض صيغ حساب المساحة. وبناءً على ذلك اطلب إليهم وصف كيف أن معرفة صيغة مساحة المستطيل كافية لاشتقاق صيغ مساحة المثلث والأشكال الرباعية الأخرى. ويمكنهم استعمال أمثلة لتوضيح تقسيم المضلعات، وإيجاد المساحات الجزئية والمساحات الكلية للمضلعات.

تنبيه لحل سؤال

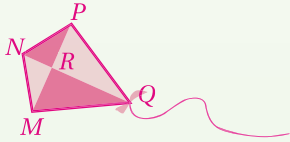
المسطرة: يتطلب السؤال 44 استعمال مسطرة.

تمثيلات متعددة: في السؤال 44، يستعمل الطلاب الرسوم الهندسية والجدول والأوصاف اللفظية لاستقصاء خصائص شكل الطائرة الورقية.

إجابات:

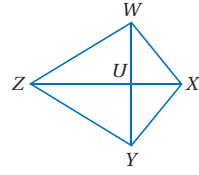
(40) المعطيات: شكل $MNPQ$ طائرة ورقية

المطلوب: $\triangle MNR \cong \triangle PNR$

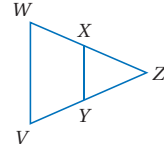


البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطى	(1) $MNPQ$ شكل طائرة ورقية.
(2) تعريف شكل الطائرة الورقية	(2) $\overline{NM} \cong \overline{NP}$, $\overline{MQ} \cong \overline{PQ}$
(3) خاصية الانعكاس	(3) $\overline{QN} \cong \overline{QN}$
(4) نظرية التشابه SSS	(4) $\triangle NMQ \cong \triangle NPQ$
(5) العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين	(5) $\angle MNR \cong \angle PNR$
(6) خاصية الانعكاس	(6) $\overline{NR} \cong \overline{NR}$
(7) SAS	(7) $\triangle MNR \cong \triangle PNR$

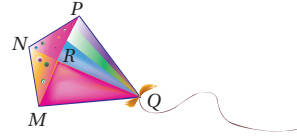


جبر: في الشكل المجاور، شكل طائرة ورقية.
(37) إذا كان $m\angle WXY = 120^\circ$, $m\angle WZY = (4x)^\circ$, $m\angle ZWX = (10x)^\circ$, فأوجد $m\angle ZYX$. **انظر الهامش.**
(38) إذا كان $m\angle WXY = (13x + 24)^\circ$, $m\angle WZY = 35^\circ$, $m\angle ZWX = (13x + 14)^\circ$, فأوجد $m\angle ZYX$. **105°**



برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين.

(39) المعطيات: $\overline{WZ} \cong \overline{WV}$, $\angle W \cong \angle ZXY$, $\overline{XY}$ تنصف $\overline{WZ}$ و $\overline{WZ}$ و $\overline{WV}$.
المطلوب: $WXYZ$ شبه منحرف متطابق الساقين. **انظر ملحق الإجابات.**



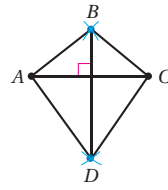
(40) طائرة ورقية: استعن بالطائرة الورقية في الشكل المجاور.
 اكتب باستعمال خصائص شكل الطائرة الورقية برهاناً ذا عمودين لبيان أن $\triangle MNR$ يطابق $\triangle PNR$. **انظر الهامش.**

(41) أشكال فن: ارسم شكل فن يوضح جميع الأشكال الرباعية متضمناً شبه المنحرف المتطابق الساقين، وشكل الطائرة الورقية وعموم الأشكال الرباعية التي لا أسماء خاصة لها. **انظر ملحق الإجابات.**

هندسة إحدائية: حدد ما إذا كان الشكل المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي شبه منحرف، أم متوازي أضلاع، أم مستطيل، أم مربع، أم معين، أم هو شكل رباعي فحسب؟ اختر أكثر المسميات تحديداً، ووضح إجابتك.

(43) $W(-3, 4)$, $X(3, 4)$, $Y(5, 3)$, $Z(-5, 1)$

(42) $A(-1, 4)$, $B(2, 6)$, $C(3, 3)$, $D(0, 1)$



(44) تمثيلات متعددة: سوف تستقصي في هذه المسألة إحدى خصائص شكل الطائرة الورقية.

(a) هندسياً: ارسم قطعة مستقيمة. وأنشئ عموداً منصفاً لها لا تنصفه القطعة المستقيمة ولا تساويه طولاً. ثم صل أطراف القطعتين المستقيمتين لتكوّن الشكل الرباعي ABCD كما في الشكل المجاور. كرر هذه العملية مرتين، وسّم الشكلين الرباعيين الجديدين PQRS, WXYZ. **انظر الهامش.**

(b) جدولياً: انقل الجدول الآتي وأكمله.

الشكل	الضلع	الطول	الضلع	الطول	الضلع	الطول	الضلع	الطول
ABCD	$\overline{AB}$	0.8 cm	$\overline{BC}$	0.8 cm	$\overline{CD}$	1.6 cm	$\overline{DA}$	1.6 cm
PQRS	$\overline{PQ}$	1.4 cm	$\overline{QR}$	1.4 cm	$\overline{RS}$	1.8 cm	$\overline{SP}$	1.8 cm
WXYZ	$\overline{WX}$	0.4 cm	$\overline{XY}$	0.4 cm	$\overline{YZ}$	1.5 cm	$\overline{ZW}$	1.5 cm

(c) لفظياً: اكتب تخميناً حول الشكل الرباعي الذي قطراه متعامدان وغير متطابقين، وأحدهما فقط ينصف الآخر.

برهان: اكتب برهاناً إحدائياً لكل من العبارتين الآتيتين:

(45) قطراً شبه المنحرف المتطابق الساقين متطابقان. **انظر ملحق الإجابات.**

(46) القطعة المتوسطة لشبه المنحرف المتطابق الساقين توازي كلا من القاعدتين. **انظر ملحق الإجابات.**

الدرس 5-6 شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية **59**

(37) $\angle ZWX \cong \angle ZYX$ (يوجد زوج واحد فقط من **(44a)** إجابة ممكنة:

الزوايا المتقابلة المتطابقة، نظرية 5.26؛ لذا

$$m\angle ZYX = m\angle ZWX = (10x)^\circ$$

وعليه فإن: $m\angle ZWX + m\angle WXY + m\angle ZYX + m\angle WZY = 360^\circ$

(مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل

الرباعي)، وبالتعويض ينتج:

$$(10x)^\circ + 120^\circ + (10x)^\circ + (4x)^\circ = 360^\circ$$

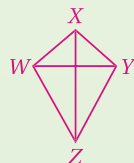
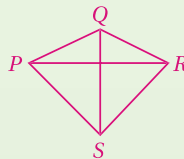
$$(24x)^\circ + 120^\circ = 360^\circ$$

$$x = 10$$

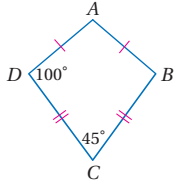
$$m\angle ZYX = (10x)^\circ$$

$$= 10(10^\circ)$$

$$= 100^\circ$$



مسائل مهارات التفكير العليا



(47) **اكتشف الخطأ:** أوجد كل من عاقل وسعيد $m\angle A$ في شكل الطائرة الورقية $ABCD$ المجاور. هل إجابة أي منهما صحيحة؟ وضح إجابتك.

سعيد

$$m\angle A = 45^\circ$$

عاقل

$$m\angle A = 115^\circ$$

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^\circ$$

$$m\angle A + 100^\circ + 45^\circ + 100^\circ = 360^\circ$$

$$m\angle A = 115^\circ \text{ أي أن:}$$

(48) **تحذّر:** إذا كان الضلعان المتوازيان في شبه منحرف محتويين في المستقيمين $y = x + 4$, $y = x - 8$ ،

فما معادلة المستقيم الذي يحتوي القطعة المتوسطة لشبه المنحرف؟ $y = x - 2$

انظر الهامش.

(49) **تبرير:** هل العبارة "المربع هو أيضًا شكل طائرة ورقية" صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم غير صحيحة أبدًا؟ وضح إجابتك.

(50) **مسألة مفتوحة:** ارسم شبه المنحرف $ABCD$ ، وشبه المنحرف $FGHJ$ غير المتطابقين وفيهما $\overline{AC} \cong \overline{FH}$ و $\overline{BD} \cong \overline{GJ}$. انظر ملحق الإجابات.

انظر الهامش.

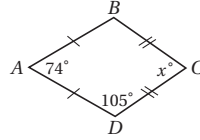
(51) **اكتب:** قارن بين خصائص كل من: شبه المنحرف وشبه المنحرف المتطابق الساقين وشكل الطائرة الورقية.

تدريب على اختبار

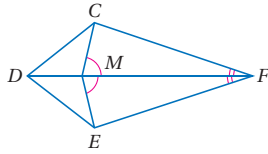
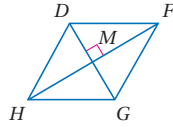
(53) ما الشكل الذي يمكن أن يكون مثلًا مضادًا للتخمين الآتي؟ **D**
إذا كان قطرها شكل رباعي متطابقين فإنه مستطيل.

- A** المربع
- B** المعين
- C** متوازي الأضلاع
- D** شبه المنحرف المتطابق الساقين

(52) إذا كان $ABCD$ شكل طائرة ورقية، فما قياس $\angle C$ ؟ 76°



مراجعة تراكمية



جبر: استعن بالمعين $DFGH$ فيما يأتي: (الدرس 5-5)

(54) إذا كان $m\angle FGH = 118^\circ$ ، فأوجد $m\angle MHG$. 31°

(55) إذا كان $DM = 4x - 3$ ، $MG = x + 6$ ، فأوجد DG . **18**

(56) إذا كان $HD = 15$ ، $HM = 12$ ، فأوجد MG . **9**

(57) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين. (الدرس 3-5)

المعطيات: $\angle CME \cong \angle FMD$

$\angle CFM \cong \angle EFM$

المطلوب: $\triangle DMC \cong \triangle DME$

انظر ملحق الإجابات.

استعد للدرس اللاحق

أوجد ميل القطعة المستقيمة المعطاة إحداثيات طرفيها في كل مما يأتي:

(60) (y, x) , (y, y) غير معرف

(59) $(-x, 5x)$, $(0, 6x)$ **1**

(58) $(x, 4y)$, $(-x, 4y)$ **0**

4 التقويم

فهم الرياضيات: اطلب إلى الطلاب

وصف كل نوع من الأشكال الرباعية التي درسوها في هذا الفصل، وأن يكتبوا فقرة توضح الفرق بين متوازي الأضلاع وشبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية، وأن يميزوا أيضًا بين المستطيل والمعين والمربع.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب للدرس 5-6 بإعطائهم:

الاختبار القصير 4، ص (12).

تنبيه!

اكتشف الخطأ: في السؤال 47، يجب أن يدرك الطلاب أن شكل الطائرة الورقية يحتوي زوجًا واحدًا فقط من الزوايا المتطابقة، وبما أن $\overline{AB} \cong \overline{AD}$ و $\overline{CB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\angle B \cong \angle D$ و $m\angle A = 115^\circ$ وبذلك تكون إجابة عادل هي الصحيحة.

إجابات:

(49) غير صحيحة أبدًا، أضلاع المربع الأربعة متطابقة، بينما لا يوجد ضلعان متقابلان في شكل الطائرة الورقية متطابقان.

(51) كل منها شكل رباعي له أربعة أضلاع؛ لشبه المنحرف ضلعان فقط متقابلان متوازيان، وإذا كان الساقين متطابقين يكون شبه المنحرف متطابق الساقين، ويكون قطراه متطابقين وغير متعامدين. أما شكل الطائرة الورقية، فتتكون من زوجين متمايزين من الأضلاع المتجاورة المتطابقة، وقطرها شكل الطائرة الورقية غير متطابقين لكنهما متعامدان.

مصادر الدرس 5 - 6

60A الفصل 5 مصادر المعلم للأنشطة الصفية

التقويم التكويني

المفردات الأساسية: يشير رقم الصفحة بعد كل مفردة إلى الصفحة التي وردت فيها المفردة لأول مرة. فإذا واجه الطلبة صعوبات في حل الأسئلة 1-10 فذكرهم بأنه يمكنهم استعمال هذه الصفحات مرجعاً ليتذكروا المعلومات حول هذه المفردات.

التقويم الختامي

اختبار المفردات، ص (14).

المفردات الأساسية

- القطر (ص. 12)
- متوازي الأضلاع (ص. 21)
- المستطيل (ص. 38)
- المعين (ص. 44)
- المربع (ص. 45)
- شبه المنحرف (ص. 52)
- قاعدتا شبه المنحرف (ص. 52)
- ساقا شبه المنحرف (ص. 52)
- زاويتا القاعدة (ص. 52)
- شبه المنحرف (ص. 52)
- المتطابق الساقين (ص. 52)
- القطعة المتوسطة (ص. 54)
- لشبه المنحرف (ص. 54)
- شكل الطائرة الورقية (ص. 55)

اختبار المفردات

بين ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة أو خاطئة، وإذا كانت خاطئة فاستبدل بالكلمة التي تحتها خط كلمة من القائمة أعلاه؛ لتجعل الجملة صحيحة:

- 1 زاويتا قاعدة شبه المنحرف متطابقتان. **خاطئة، شبه المنحرف المتطابق الساقين**
- 2 إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان. **صحيحة**
- 3 القطعة المتوسطة لشبه المنحرف تصل بين رأسين غير متتالين فيه. **خاطئة، القطر**
- 4 قاعدة شبه المنحرف هي إحدى ضلعيه المتوازيين. **صحيحة**
- 5 قطرا المعين متعامدان. **صحيحة** **خاطئة، القطعة المتوسطة لشبه المنحرف**
- 6 قطر شبه المنحرف قطعة مستقيمة تصل بين نقطتي منتصفتي ساقيه. **صحيحة**
- 7 المستطيل يكون دائماً متوازي أضلاع. **صحيحة**
- 8 الشكل الرباعي الذي فيه زوج واحد من الأضلاع المتوازية هو متوازي أضلاع. **خاطئة، شبه المنحرف**
- 9 المعين الذي إحدى زواياه قائمة مستطيل. **صحيحة**
- 10 ساق شبه المنحرف هو أحد ضلعيه غير المتوازيين. **صحيحة**

ملخص الفصل

المفاهيم الأساسية

زوايا المضلع (الدرس 5-1)

- يعطى مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب بالصيغة $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$ ، حيث n عدد الأضلاع.
- مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع محدب بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي 360° .

خصائص متوازي الأضلاع: (الدرس 5-2 و 5-3)

- كل ضلعين متقابلين متطابقان.
- كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.
- كل زاويتين متجاورتين متكاملتان.
- إذا كانت إحدى الزوايا قائمة، فإن الزوايا الأخرى قوائم.
- القطران ينصف كل منهما الآخر.
- قطره يقسمه إلى مثلثين متطابقين.

خصائص المستطيل والمعين والمربع وشبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية (الدرس 5-4 إلى 5-6)

- للمستطيل جميع خصائص متوازي الأضلاع. وقطراه متطابقان. وزواياه الأربع قوائم.
- للمعين جميع خصائص متوازي الأضلاع. وجميع أضلاعه متطابقة، وقطراه متعامدان، وينصفان زواياه.
- للمربع جميع خصائص متوازي الأضلاع والمستطيل والمعين.
- زاويتا كل قاعدة في شبه المنحرف المتطابق الساقين متطابقتان، والقطران متطابقان أيضاً.
- قطرا شكل الطائرة الورقية متعامدان، ويوجد فيه زوج واحد فقط من الزوايا المتقابلة المتطابقة هما الزاويتان المحصورتان بين كل ضلعين متجاورين غير متطابقين.

المطويات

منظم أفكار



تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدونة في مطويتك.

المطويات

منظم أفكار

واقترح عليهم أن يبقوا مطوياتهم في متناول أيديهم عند حل أسئلة دليل الدراسة والمراجعة. وبين لهم أنه يمكن أن تكون مطوياتهم أداة مراجعة سريعة استعداداً لاختبار الفصل.

اطلب إلى الطلاب أن يتصفحوا دروس الفصل للتحقق من أنهم كتبوا في مطوياتهم أمثلة لكل درس.

مراجعة الدروس

5-1 زوايا المضلع (ص 12-19)

مثال 1

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب عدد أضلاعه 22 ضلعًا.

$$\begin{aligned} S &= (n-2) \cdot 180^\circ \\ &= (22-2) \cdot 180^\circ \\ &= 20 \cdot 180^\circ \\ &= 3600^\circ \end{aligned}$$

بكتابة معادلة
بالتعويض
بالطرح
بالضرب

مثال 2

قياس زاوية داخلية لمضلع منتظم 157.5. أوجد عدد أضلاعه.

$$\begin{aligned} 157.5n &= (n-2) \cdot 180^\circ \\ 157.5n &= 180^\circ n - 360^\circ \\ -22.5n &= -360^\circ \\ n &= 16 \end{aligned}$$

بكتابة المعادلة
خاصية التوزيع
بالطرح
بالقسمة

إذن عدد أضلاع المضلع 16 ضلعًا.

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية في كل من المضلعين المحدبين الآتيين:

(11) العشاري. 1440°

(12) ذو 15 ضلعًا. 2340°



(13) زخرفة: يمثل نموذج الزخرفة المجاور شكلًا سداسيًا منتظمًا. أوجد مجموع قياسات زواياه الداخلية. 720°

أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى قياس إحدى زواياه الداخلية في كل مما يأتي:

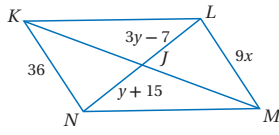
(14) 135° 8

(15) 168° 30

5-2 متوازي الأضلاع (ص 21-28)

مثال 3

جبر: إذا كان $KLMN$ متوازي أضلاع، فأوجد قيمة المتغير في كل مما يأتي:



x (a)

$$\begin{aligned} \overline{KN} &\cong \overline{LM} \\ KN &= LM \\ 36 &= 9x \\ 4 &= x \end{aligned}$$

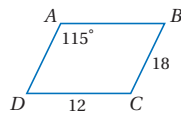
الأضلاع المتقابلة في $\square$ متطابقة
تعريف تطابق القطع المستقيمة
بالتعويض
بالقسمة

y (b)

$$\begin{aligned} \overline{NJ} &\cong \overline{JL} \\ NJ &= JL \\ y + 15 &= 3y - 7 \\ -2y &= -22 \\ y &= 11 \end{aligned}$$

قطر $\square$ ينصف كل منهما الآخر
تعريف تطابق القطع المستقيمة
بالتعويض
بالطرح
بالقسمة

استعمل $\square ABCD$ المبين جانبًا لإيجاد كل مما يأتي:



(16) $m\angle ADC = 65^\circ$

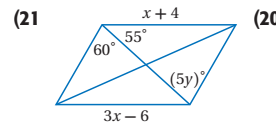
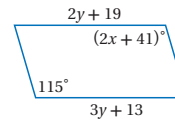
(17) $AD = 18$

(18) $AB = 12$

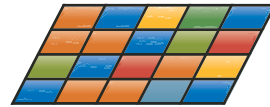
(19) $m\angle BCD = 115^\circ$

(20، 21) انظر الهامش.

جبر: أوجد قيمتي x ، y في كل من متوازي الأضلاع الآتيين:



(22) تصميم: ما المعطيات الضرورية لتحديد ما إذا كانت الأجزاء المكونة للنمط أدناه متوازيات أضلاع؟ انظر الهامش.



مراجعة الدروس

مراجعة: إذا لم تكن الأمثلة المعطاة كافية لمراجعة المواضيع التي تناولتها الأسئلة، فذكر الطلاب بمرجع الصفحات الذي يدلهم أين يراجعون تلك المواضيع في كتابهم المقرر.

إجابات:

(20) $x = 5, y = 12$

(21) $x = 37, y = 6$

(22) إجابة ممكنة: إذا كانت الأضلاع

المتقابلة متساوية في الطول، أو إذا كان زوج من الأضلاع المتقابلة متطابقًا ومتوازيًا، فإن الشكل متوازي أضلاع. ويمكن أن يكون الشكل متوازي أضلاع أيضًا إذا كانت الزوايا المتقابلة متطابقة، أو إذا كان القطران ينصف كل منهما الآخر.

إجابات:

(23) نعم، النظرية 5.11

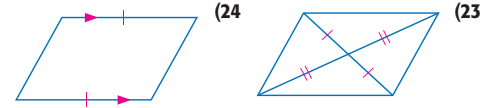
(24) نعم، النظرية 5.12

(26) $x = 4, y = 8$

(27) $x = 5, y = 12$

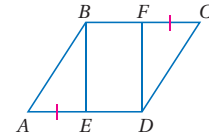
5-3 تمييز متوازي الأضلاع (ص 29-36)

حدد ما إذا كان الشكل الرباعي في كل مما يأتي متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك. (23، 24) انظر الهامش.

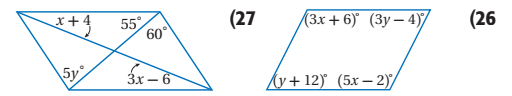


(25) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين. انظر ملحق الإجابات.

المعطيات: $\square ABCD$, $\overline{AE} \cong \overline{CF}$
المطلوب: $EBFD$ متوازي أضلاع.

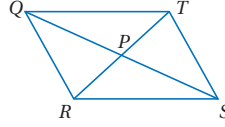


جبر: أوجد قيمتي x, y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع. (26، 27) انظر الهامش.



مثال 4

إذا كان $TP = 4x + 2$, $QP = 6 - 2y$, $PS = 12 - 5y$, $PR = 6x - 4$ فأوجد قيمتي x, y بحيث يكون $QRST$ متوازي أضلاع.

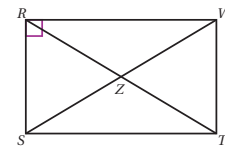


أوجد قيمة x بحيث تكون $\overline{TP} \cong \overline{PR}$ وقيمة y بحيث تكون $\overline{QP} \cong \overline{PS}$.

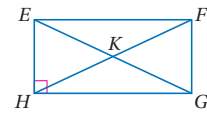
تعريف تطابق القطع المستقيمة	$TP = PR$
بالتعويض	$4x + 2 = 6x - 4$
بالطرح	$-2x = -6$
بالقسمة	$x = 3$
تعريف تطابق القطع المستقيمة	$QP = PS$
بالتعويض	$6 - 2y = 12 - 5y$
بالطرح	$3y = 6$
بالقسمة	$y = 2$

5-4 المستطيل (ص 38-43)

(28) جبر: الشكل الرباعي $RSTW$ مستطيل، إذا كان 30 in $SW = (5x - 20) \text{ in}$, $RZ = (2x + 5) \text{ in}$ فأوجد x .



جبر: استعن بالمستطيل $EFGH$ أدناه.



(29) إذا كان $m\angle FEG = 57^\circ$, فأوجد $m\angle GEH$. 33°

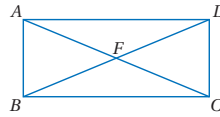
(30) إذا كان $m\angle HGE = 13^\circ$, فأوجد $m\angle FGE$. 77°

(31) إذا كان $FK = 32 \text{ ft}$, فأوجد EG . 64 ft

(32) أوجد $m\angle HEF + m\angle EFG$. 180°

مثال 5

جبر: في المستطيل $ABCD$ أدناه، إذا كان $m\angle ADB = (4x + 8)^\circ$, $m\angle DBA = (6x + 12)^\circ$ فأوجد قيمة x .



بما أن $ABCD$ مستطيل، فإن $m\angle ABC = 90^\circ$. وبما أن الأضلاع المتقابلة في المستطيل متوازية، والزوايا المتبادلة داخلياً بالنسبة للقطرين متطابقة، فإن $\angle DBC \cong \angle ADB$ ، ومن تعريف التطابق $m\angle DBC = m\angle ADB$.

مسلمة جمع الزوايا	$m\angle DBC + m\angle DBA = 90^\circ$
بالتعويض	$m\angle ADB + m\angle DBA = 90^\circ$
بالتعويض	$(4x + 8)^\circ + (6x + 12)^\circ = 90^\circ$
بالجمع	$10x^\circ + 20^\circ = 90^\circ$
بالطرح	$10x^\circ = 70^\circ$
بالقسمة	$x = 7$

5-5 المعين والمربع (ص 51-44)

مثال 6

يتقاطع قطرا المعين $QRST$ عند النقطة P . استعمل المعطيات لإيجاد المطلوب في كل مما يأتي:

(a) جبر: إذا كان $QT = x + 7$, $TS = 2x - 9$, فأوجد قيمة x .

تعريف المعين

$$\overline{QT} \cong \overline{TS}$$

تعريف تطابق القطع المستقيمة

$$QT = TS$$

بالتعويض

$$x + 7 = 2x - 9$$

بالطرح

$$-x = -16$$

بالقسمة

$$x = 16$$

(b) إذا كان $m\angle QTS = 76^\circ$, فأوجد $m\angle TSP$.

$$\text{بما أن } \overline{TR} \text{ تنصف } \angle QTS, \text{ فإن } m\angle QTS = \frac{1}{2} m\angle QTS$$

$$\text{لذلك } m\angle QTS = \frac{1}{2} (76) = 38^\circ, \text{ وبما أن قطري المعين متعامدان,}$$

$$\text{فإن } m\angle TPS = 90^\circ$$

$$m\angle QTS + m\angle TPS + m\angle TSP = 180^\circ \quad \text{نظرية مجموع}$$

قياسات زوايا المثلث

$$38^\circ + 90^\circ + m\angle TSP = 180^\circ \quad \text{بالتعويض}$$

$$128^\circ + m\angle TSP = 180^\circ \quad \text{بالجمع}$$

$$m\angle TSP = 52^\circ \quad \text{بالطرح}$$

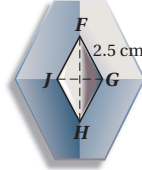
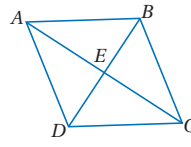
جبر: في المعين $ABCD$, إذا كان $EB = 9$, $AB = 12$, $m\angle ABD = 55^\circ$, فأوجد كلاً مما يأتي:

$$(34) \quad AE = 3\sqrt{7}$$

$$(35) \quad m\angle BDA = 55^\circ$$

$$(36) \quad CE = 3\sqrt{7}$$

$$(37) \quad m\angle ACB = 35^\circ$$



(38) شعار: تتخذ شركة سيارات

الشكل المجاور علامة تجارية لها.

إذا كان شكل العلامة التجارية معيناً،

فما طول $\overline{FJ}$? 2.5 cm

هندسة إحداثية: حدّد ما إذا كان $QRST$ المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي معيناً أو مستطيلاً أو مربعاً. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. ووضّح إجابتك.

$$(39) \quad Q(12, 0), R(6, -6), S(0, 0), T(6, 6)$$

$$(40) \quad Q(-2, 4), R(5, 6), S(12, 4), T(5, 2)$$

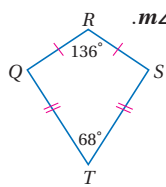
(38) مستطيل ومعين ومربع؛ لأن الضلعين المتتاليين $\overline{RQ}, \overline{QT}$ متطابقان ومتعامدان.

(39) معين؛ إجابة ممكنة: لأن قطريه متطابقان ومتعامدان.

5-6 شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية (ص 60-52)

مثال 7

إذا كان $QRST$ شكل طائرة ورقية، فأوجد $m\angle S$.
بما أن $\angle Q \cong \angle S$, فإن $m\angle Q = m\angle S$.
اكتب معادلة وحلّها لإيجاد $m\angle S$.



نظرية مجموع

$$m\angle Q + m\angle R + m\angle S + m\angle T = 360^\circ$$

قياسات الزوايا

الداخلية للمضلع

$$m\angle S + 136^\circ + m\angle S + 68^\circ = 360^\circ \quad \text{بالتعويض}$$

$$2m\angle S + 204^\circ = 360^\circ \quad \text{بالتبسيط}$$

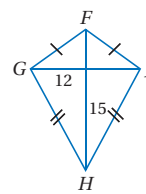
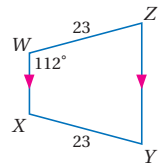
$$2m\angle S = 156^\circ \quad \text{بالطرح}$$

$$m\angle S = 78^\circ \quad \text{بالقسمة}$$

أوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

$$(41) \quad GH = 3\sqrt{41}$$

$$(42) \quad m\angle Z = 68^\circ$$



(a, b) انظر الهامش.

(43) تصميم: استعن بقطعة البلاط المربعة

الشكل المبينة جانباً في السؤالين الآتيين:

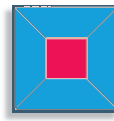
(a) صف طريقة لتحديد ما إذا كانت

أشكال شبه المنحرف الظاهرة في

البلاطة متطابقة الساقين؟

(b) إذا كان محيط البلاطة 48 in، ومحيط المربع الأحمر

16 in، فما محيط أحد أشكال شبه المنحرف؟



دليل التوقع

اطلب إلى الطلاب تعبئة نموذج التوقع للفصل 5، ص (8)، وناقشهم حول تغيير إجاباتهم بعد إتمام دراسة الفصل عمّا كانت عليه عند بدايته.

إجابات:

(42a) إجابة ممكنة: ساقا كل شبه منحرف

أجزاء من قطري المربع. وقطرا

المربع ينصفان الزوايا المتقابلة،

لذلك فقياس كل زاوية قاعدة لشبه

المنحرف يساوي 45° . فيه ضلعان

فقط متوازيان، وزاويتا كل قاعدة

متطابقتان.

$$(42b) \quad 16 + 8\sqrt{2} \approx 27.3 \text{ in}$$

المعالجة: استعمل نتائج اختبار الفصل ومخطط المعالجة لمساعدتك على تحديد مستوى المعالجة المناسب. تساعدك العبارة "إذا... فاختر..." في الجدول على تحديد المستوى المناسب للمعالجة، واقتراح مصدر لكل مستوى.

إجابات

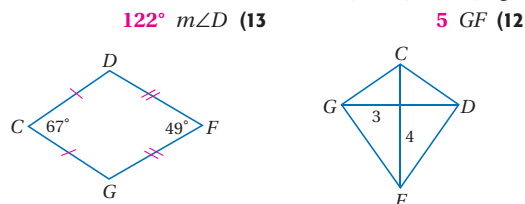
(3a) إجابة ممكنة: يجب أن تقيس أطوال القطع الخشبية، فإن وجدت طول كل قطعتين متقابلتين متساويًا، فالشكل متوازي أضلاع، وإن وجدت أن أطوال القطع جميعها متساوٍ فالشكل معين، ثم تقوم جمانة بقياس الزوايا عند الرؤوس، فإن كانت قائمة، فالشكل مربع.

(17) إجابة ممكنة: بما أن الأضلاع المتقابلة متطابقة، فالشكل متوازي أضلاع، وبما أن قطريه متطابقان، فالشكل مستطيل.

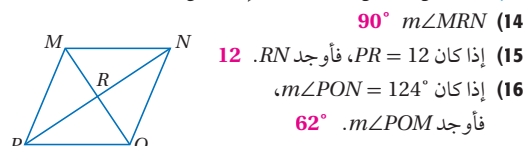
(24) نعم؛ الزوايا المتقابلة متطابقة.

(25) لا؛ الأضلاع المتقابلة ليست متطابقة.

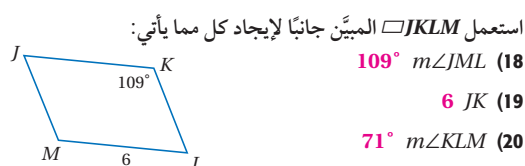
إذا كان $CDFG$ على شكل طائرة ورقية، فأوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:



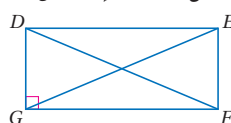
جبر: استعن بالمعين $MNOP$ ، للإجابة عن الأسئلة الآتية:



(17) إنشاءات: تبني عائلة صالح ملحقًا للمنزل، وتركت فتحة لنافذة جديدة. فإذا قاس صالح الأضلاع المتقابلة فوجدتها متطابقة. وقاس القطرين فوجدتهما متطابقين، فهل يمكنه القول: إن فتحة النافذة تمثل مستطيلًا؟ وضح إجابتك. **انظر الهامش.**



جبر: استعن بالمستطيل $DEFG$ للإجابة عن الأسئلة الآتية:



- (21) إذا كان $DF = 2(x + 5) - 7$ ، $EG = 3(x - 2)$ ، فأوجد EG .
 (22) إذا كان $m\angle EDF = (5x - 3)^\circ$ ، $m\angle DFG = (3x + 7)^\circ$ ، فأوجد $m\angle EDF$.
 (23) إذا كان $DE = 14 + 2x$ ، $GF = 4(x - 3) + 6$ ، فأوجد GF .
 حدّد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا في كل مما يأتي. برّر إجابتك. (24، 25) **انظر الهامش.**

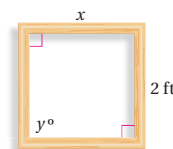


أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية في كل من المضلعين المحدبين الآتيين:

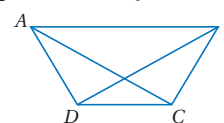
- (1) السداسي 720° (2) ذو 16 ضلعًا 2520°

(3) فن: تصنع جمانة إطارًا لتبسط عليه قطعة قماش وترسم عليها بألوان زيتية. ثبتت جمانة أربع قطع من الخشب ببعضها البعض واعتقدت أنها ستمثل مربعًا.

- (a) كيف يمكنها التحقق من أن الإطار مربع؟ **انظر الهامش.**
 (b) إذا كانت أبعاد الإطار كما في الشكل، فأوجد القياسات المجهولة. $y = 90$ ؛ $x = 2$ ft



الشكل الرباعي $ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين.

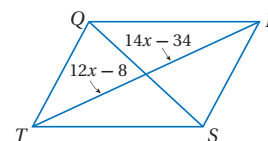


- (4) ما الزاوية التي تطابق $\angle C$ ؟ $\angle D$
 (5) ما الضلع الذي يوازي $\overline{AB}$ ؟ $\overline{DC}$
 (6) ما القطعة المستقيمة التي تطابق $\overline{AC}$ ؟ $\overline{BD}$

أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى مجموع قياسات زواياه في كل مما يأتي:

- (7) 900° (8) 1980° (9) 2880° (10) 5400°

(11) اختيار من متعدد: إذا كان $QRST$ متوازي أضلاع، فما قيمة x ؟



- A 11 B 12 C 13 D 14

مخطط المعالجة

المستوى 1	ضمن المتوسط	المستوى 2	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 25% تقريبًا من الأسئلة،	إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 50% تقريبًا من الأسئلة،
فاختر	أحد المصادر الآتية:	فاختر	أحد المصدرين الآتيين:
الدروس:	5-1, 5-2, 5-3, 5-4, 5-5, 5-6	تدريبات إعادة التعليم،	ص (6, 11, 16, 21, 26, 31)
تدريبات المهارات،	ص (8, 13, 18, 23, 28, 33)		
	www.obeikaneducation.com		www.obeikaneducation.com

تطبيق التعريفات والخصائص



يتطلب حل كثير من المسائل الهندسية في الاختبارات تطبيق التعريفات والخصائص. استعمل هذه الصفحة والتي تليها للتدرب على تطبيق التعريفات والخصائص عند حل أسئلة الهندسة ذات الإجابات المطولة.

استراتيجيات تطبيق التعريفات والخصائص

الخطوة 1

- اقرأ نص السؤال بعناية.
- حدّد المطلوب في المسألة.
- ادرس الأشكال المعطاة في المسألة.
- اسأل نفسك: ما خصائص هذا الشكل التي يمكنني تطبيقها لحل المسألة؟

الخطوة 2

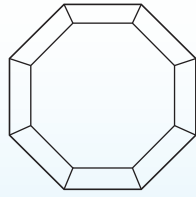
- حل المسألة.
- حدّد التعريفات أو المفاهيم الهندسية التي يمكنك استعمالها لمساعدتك على إيجاد القيم المجهولة في المسألة.
- استعمل التعريفات وخصائص الأشكال لكتابة معادلة وحلها.

الخطوة 3

- تحقق من إجابتك.

مثال

اقرأ المسألة جيداً، وحدّد المطلوب فيها. ثم استعمل المعطيات لحلها.



يصنع خالد إطاراً خشبياً على شكل ثماني منتظم محيطه 288 cm.

- (a) ما طول كل لوح خشبي يشكّل ضلعاً للإطار؟
- (b) ما الزاوية التي سيُقطع بها كل لوح عند طرفيه الخارجيين حتى تتلاءم الألواح بعضها مع بعض وتشكّل الإطار؟ وضح إجابتك.

(a) طول كل ضلع من أضلاع الإطار أو طول كل لوح خشبي.

الخطوة 1: اقرأ المسألة بعناية، علمت أن الألواح ستشكل ثمانية منتظماً محيطه 288 cm. والمطلوب إيجاد طول كل لوح خشبي.

1 التركيز

الهدف: تعلّم كيفية تطبيق التعريفات والخصائص الهندسية لحل المسائل.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اسأل:

- كيف يمكن استعمال التعريفات والخصائص الهندسية لحل المسألة؟

إجابة ممكنة: تستعمل التعريفات والخصائص في إيجاد القيم المجهولة في المسألة.

- كيف تحدّد التعريفات والخصائص التي ستستعملها لحل المسألة؟

إجابة ممكنة: يمكن استعمال بعض الكلمات المفتاحية الواردة في المسألة مثل: "مجموع"، "محيط"، "قياس الزاوية"، "شكل رباعي" لتحديد ما إذا كنت سوف تستعمل تعريفاً أو خاصية لمساعدتك في حل المسألة.

- ما المعلومات الأخرى التي ستجمعها عندما تبدأ حل المسألة؟

إجابة ممكنة: يجب كتابة المعطيات في المسألة مثل قيمة ما أو قياس زاوية أو معادلة.

مثال إضافي

تدريب على اختبار:

صُمِّم إطارٌ على شكل سداسي منتظم محيطه 354 cm.

(a) ما طول ضلع الإطار؟ 59 cm

(b) ما قياس الزاوية المتكونة عند كل ركن من أركان الإطار؟ وضح إجابتك. 120°

3 التقويم

استعمل الأسئلة 4-1 لتقويم فهم الطلاب.

إجابات:

(3a) نعم؛ بما أن

$$UP = \sqrt{34}, PS = \sqrt{34}$$

$$PT = 3\sqrt{2}, RP = 3\sqrt{2}$$

القطران ينصف كل منهما الآخر.

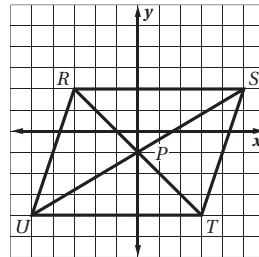
(3b) متوازي أضلاع؛ إذا كان قطرا شكل

رباعي ينصف كل منهما الآخر، فإن

الشكل متوازي أضلاع.

(3) استعن بالتمثيل البياني أدناه في كل من السؤالين الآتين:

(a, b) انظر الهامش.



(a) هل ينصف قطرا الشكل الرباعي RSTU كل منهما الآخر؟

استعمل صيغة المسافة بين نقطتين للتحقق من إجابتك.

(b) ما نوع الشكل الرباعي RSTU؟ وضح إجابتك باستعمال خصائص هذا النوع من الأشكال الرباعية أو تعريفه.

(4) ما مجموع قياسات الزوايا الخارجيّة للثماني المنتظم؟ 360°

الخطوة 2: حل المسألة، لإيجاد طول كل لوح، اقسم المحيط على عدد الألواح.

$$288 \div 8 = 36$$

إذن طول كل لوح يجب أن يكون 36 cm.

الخطوة 3: تحقق من حلك بإيجاد محيط المضلع: محيط المضلع المنتظم = عدد الأضلاع × طول الضلع الواحد

$$8 \times 36 \text{ cm} = 288 \text{ cm} \checkmark$$

(b) قياس الزاوية التي سيقطع بها كل لوح عند طرفيه الخارجيين حتى تتلاءم الألواح وتشكل الإطار.

الخطوة 1: المطلوب إيجاد قياس الزاوية التي ستقطع بها الألواح عند أطرافها حتى يتلاءم بعضها مع بعض تمامًا.

الخطوة 2: حل المسألة، استعمل خاصيّة مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع المحدّب لإيجاد قياس زاوية داخلية للثماني المنتظم.

أوجد أولاً المجموع S لقياسات الزوايا الداخلية.

$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$= (8 - 2) \cdot 180^\circ$$

$$= 1080^\circ$$

إذن قياس الزاوية الداخلية للثماني المنتظم يساوي $1080^\circ \div 8 = 135^\circ$. وبما أنّه سيُستعمل لوحان لتشكيل كل رأس للإطار،

فإن كل طرف للألواح سيقطع بزاوية قياسها $135^\circ \div 2 = 67.5^\circ$.

الخطوة 3: تحقق من حلك بالحل عكسيًا

أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم (n) الذي قياس زاويته الداخلية 135° .

$$135^\circ = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n}$$

$$135^\circ n = 180^\circ n - 360^\circ$$

$$-45^\circ n = -360^\circ$$

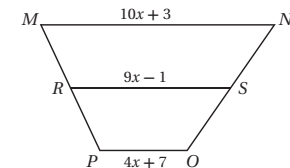
$$n = 8 \checkmark$$

تمارين ومسائل

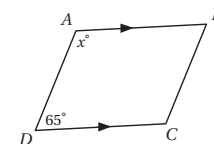
اقرأ كل مسألة مما يأتي، وحدّد المطلوب. ثم استعمل المعطيات لحلها، وبيّن خطوات حلك:

(1) قطعة متوسطة لشبه المنحرف MNOP.

ما طول RS؟ 26 وحدة

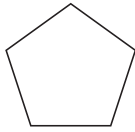


(2) إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ، فأوجد قيمة x. 115



أسئلة الاختيار من متعدد

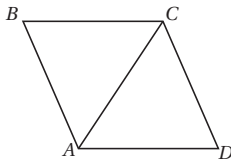
(4) ما قياس كل زاوية داخلية في الخماسي المنتظم؟ **B**



- 96° **A**
108° **B**
120° **C**
135° **D**

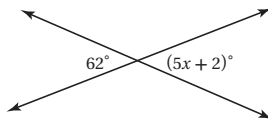
(5) الشكل الرباعي ABCD معين،

فيه $m\angle BCD = 120^\circ$ ، أوجد $m\angle DAC$. **B**



- 30° **A**
60° **B**
90° **C**
120° **D**

(6) ما قيمة x في الشكل أدناه؟ **B**



- 10 **A**
12 **B**
14 **C**
15 **D**

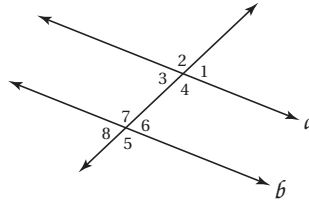
(7) $\overline{DT}$ ، $\overline{AE}$ قطران للمستطيل DATE يتقاطعان في S.

إذا كان $AE = 40$ ، $ST = x + 5$ فما قيمة x ؟ **C**

- 35 **A**
25 **B**
15 **C**
10 **D**

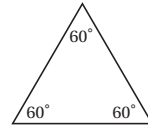
اقرأ كل سؤال مما يأتي، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة.

(1) إذا كان $a \parallel b$ ، فأَيُّ العبارات الآتية ليست صحيحة؟ **D**



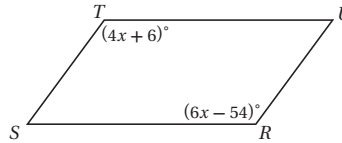
- $\angle 1 \cong \angle 3$ **A**
 $\angle 2 \cong \angle 5$ **C**
 $\angle 4 \cong \angle 7$ **B**
 $\angle 8 \cong \angle 2$ **D**

(2) صنف المثلث أدناه تبعاً لقياسات زواياه. اختر المصطلح الأنسب. **B**



- حادّ الزوايا **A**
منفرج الزاوية **C**
متطابق الزوايا **B**
قائم الزاوية **D**

(3) أوجد قيمة x في متوازي الأضلاع RSTU. **D**



- 12 **A**
18 **B**
25 **C**
30 **D**

إرشادات للاختبار

السؤال 3: استعمل خصائص متوازي الأضلاع لحل المسألة. كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.

تشخيص أخطاء الطلبة

ارصد أخطاء الطلبة في كل سؤال، فقد تشير هذه الإجابات إلى أخطاء شائعة وأخطاء مفاهيمية، مثل:

- (1) **A** اختار أول عبارة صحيحة.
B العبارة صحيحة والمطلوب عبارة ليست صحيحة.
C طبق التعريف خطأ.
D صحيحة.
- (2) **A** لم يختار المصطلح الأنسب.
B صحيحة.
C استعمل التعريف استعمالاً خطأ.
D خمن.
- (3) **A** أخطأ حسابياً.
B أخطأ حسابياً.
C أخطأ حسابياً.
D صحيحة.
- (4) **A** استعمل صيغة خطأ.
B صحيحة.
C استعمل صيغة خطأ.
D استعمل صيغة خطأ.
- (5) **A** أوجد الفرق بين قياس الزاوية و 90.
B صحيحة.
C خمن.
D افترض أن الزوايا متطابقة.
- (6) **A** أخطأ حسابياً.
B صحيحة.
C أخطأ حسابياً.
D أخطأ حسابياً.
- (7) **A** فهم خاطئ للتعريف.
B فهم خاطئ للتعريف.
C صحيحة.
D فهم خاطئ للتعريف.

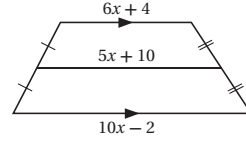
التقويم التكويني

يمكنك استعمال هاتين الصفحتين لتختبر مدى تقدم الطلبة في الفصول 1-5 من خلال:

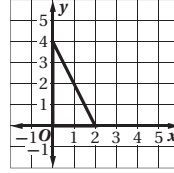
اختبار تراكمي: الفصول 1-5، ص (68-69)

الاختبار التراكمي: الفصول 1-5، ص (24-26)

(12) أوجد قيمة x في الشكل أدناه. وقرب الإجابة إلى أقرب عُشر إن كان ذلك ضرورياً. 3



(13) ما إحداثيات مركز الدائرة التي تمر برؤوس المثلث أدناه؟ (1, 2)

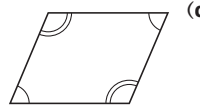
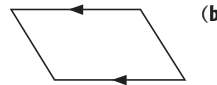
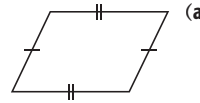


أسئلة ذات إجابات مطولة

اكتب إجابتك في ورقة الإجابة مبيناً خطوات الحل.

(14) هل يمكنك إثبات أن كل شكل مما يأتي متوازي أضلاع؟ إذا لم تستطع ذلك، فاذكر المعطيات الإضافية التي ستحتاج إليها لإثبات أنه متوازي أضلاع. ووضح تبريرك.

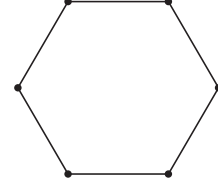
(a-c) انظر الهامش.



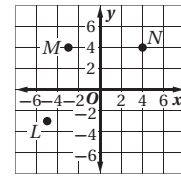
أسئلة ذات إجابات قصيرة

اكتب إجابتك في ورقة الإجابة.

(8) تشكّل أعمدة خيمة رؤوس سداسي منتظم، ما قياس الزاوية المتكوّنة عند أيّ من أركان الخيمة؟ 120°



(9) ما إحداثيات الرأس الرابع لشبه المنحرف المتطابق الساقين LMNJ؟ بين خطوات الحل. (6, -3)



(10) ماذا نسمي الأضلاع إذا كان قطراه متعامدين؟ وضح إجابتك. إجابة ممكنة: يكون معيناً.

(11) حدّد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتماداً على المعطيات. فسّر تبريرك.

المعطيات: إذا كان العدد يقبل القسمة على 9،

فإنه يقبل القسمة على 3.

العدد 144 يقبل القسمة على 9.

النتيجة: العدد 144 يقبل القسمة على 3.

إجابة ممكنة: النتيجة صحيحة؛ قانون الفصل المنطقي.

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	إذا لم تستطع الإجابة عن السؤال..
5-3	4-1	5-6	1-4	5-5	5-6	5-1	5-4	1-8	5-5	5-1	5-2	3-1	2-2	فعد إلى الدرس..

بديل الواجب المنزلي

التهيئة للفصل 6: حدّد الأسئلة صفحة 71 واجباً منزلياً لتقويم مهارات الطلاب في المتطلبات السابقة للفصل القادم.

إجابات:

(14a) نعم؛ الأضلاع المتقابلة متطابقة، لذا فالشكل متوازي أضلاع.

(14b) لا؛ ضلعان متقابلان فقط متوازيان. عليك أن تبين أن:

(1) الضلعين المتوازيين متطابقان أيضاً.

أو (2) الضلعين المتقابلين الآخرين متوازيان.

(14c) نعم؛ الزوايا المتقابلة متطابقة، لذا فالشكل متوازي أضلاع.

الدرس 5-1، ص (19) :

(44) $60^\circ, 90^\circ, 30^\circ$ بحسب نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية، يكون مجموع قياسات الزوايا الداخلية 720° ، وبما أن المضلع $QRSTVX$ منتظم فإن له 6 زوايا متطابقة. وقياس كل زاوية 120° ، لذلك $m\angle XVT = m\angle XQR = 120^\circ$ وكذلك $XQ = QR$. وبحسب نظرية المثلث المتطابق الضلعين، يكون $m\angle QXR = m\angle QRX$. وبما أن مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمثلث 180° ، فإن $m\angle QXR + m\angle QRX + m\angle XQR = 180^\circ$ وبالتعويض ينتج أن $a + a + 120^\circ = 180^\circ$ أي أن $2a = 60^\circ$ ومنها $a = 30^\circ$. وبحسب مسلمة جمع الزوايا $m\angle QRS = m\angle QRX + m\angle XRS$ وبالتعويض، $m\angle XRS + 30^\circ = 120^\circ$ وبالطرح يكون $m\angle XRS = 90^\circ$ إذن $b = 90^\circ$ وحسب (SAS) يكون $\triangle XVT \cong \triangle XQR$ و $\triangle XTS \cong \triangle XRS$ وفق المسلمة (SSS) وبناءً على مسلمة جمع الزوايا يكون $m\angle VXQ = m\angle VXT + m\angle TXS + m\angle SXR + m\angle RXQ$ وبالتعويض $120^\circ = 30^\circ + m\angle TXS + m\angle SXR + 30^\circ$ إذن $m\angle TXS + m\angle SXR = 60^\circ$ ، وبما أن $m\angle TXS = m\angle SXR$ ولأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة، فإن $m\angle TXS = m\angle SXR = 30^\circ$ وفي $\triangle XTS$ ، $m\angle XTS + m\angle TSX + m\angle SXT = 180^\circ$ وبالتعويض $90^\circ + 30^\circ + c = 180^\circ$ إذن $c = 60^\circ$.

الدرس 5-2، ص (26) :

(25) البرهان :

المبررات	العبارات
(1) معطى	(1) $\square GKLM$
(2) الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متوازية	(2) $GK \parallel ML, GM \parallel KL$
(3) نظرية الزاويتين المتحالفتين	(3) $\angle G$ و $\angle K$ متكاملتان، $\angle L$ و $\angle M$ متكاملتان، $\angle G$ و $\angle M$ متكاملتان،

(26) البرهان :

المبررات	العبارات
(1) معطى	(1) $\square WXYZ$
(2) الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة	(2) $WX \cong ZY, WZ \cong XY$
(3) الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة	(3) $\angle ZWX \cong \angle XYZ$
(4) SAS	(4) $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$

(27) ارسم قطعة مستقيمة مساعدة $\overline{PR}$ (قطر $PQRS$) وسمّ الزوايا

1، 2، 3، 4 كما هو مبين

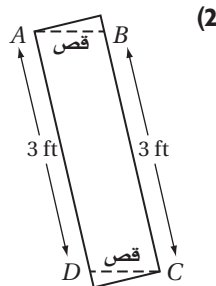
البرهان :

المبررات	العبارات
(1) معطى	(1) $\square PQRS$
(2) الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متوازية	(2) $PQ \parallel SR, PS \parallel QR$
(3) نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً	(3) $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 3 \cong \angle 4$
(4) خاصية الانعكاس	(4) $PR \cong RP$
(5) ASA	(5) $\triangle QPR \cong \triangle SRP$
(6) العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين متطابقة	(6) $\overline{PQ} \cong \overline{RS}, \overline{QR} \cong \overline{SP}$

(28) البرهان : معطى أن $ACDE$ متوازي أضلاع. بما أن الأضلاع

المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة، فإن $\overline{EA} \cong \overline{DC}$. ومن تعريف متوازي الأضلاع $\overline{EA} \parallel \overline{DC}$. ويكون $\angle AEB \cong \angle DCB$ و $\angle EAB \cong \angle CDB$ ؛ نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً. إذن $\triangle EBA \cong \triangle CBD$ بحسب ASA. وعليه فإن $\overline{EB} \cong \overline{BC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{BD}$ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة، ومن تعريف منصف القطعة المستقيمة فإن $\overline{EC}$ تنصف $\overline{AD}$ ، و $\overline{EC}$ تنصف $\overline{AD}$.

الدرس 5-3، ص (30-33) (تحقق من فهمك)



بما أن $AD = BC$ ، فإن $\overline{AD} \cong \overline{BC}$. وحيث إن أضلاع الشريط متوازية، لذلك تكون $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$. إذن وبحسب النظرية 5.12، يكون الشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع. ولأن الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متوازية بحسب التعريف، فإن $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

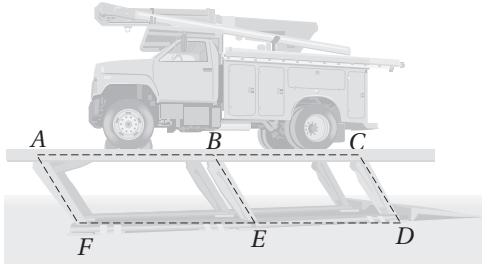
15) المعطيات: $WXYZ$ متوازي أضلاع فيه $\angle W \cong \angle X$ ، و M نقطة منتصف $\overline{WX}$.

المطلوب: ZMY مثلث متطابق الضلعين.

البرهان: بما أن $WXYZ$ متوازي أضلاع، فإن $\overline{WZ} \cong \overline{XY}$. وبما أن M نقطة منتصف $\overline{WX}$ ، فإن $\overline{WM} \cong \overline{MX}$. ومعطى أن $\angle W \cong \angle X$ ، لذلك وبحسب SAS، فإن $\triangle ZWM \cong \triangle YXM$. ولأن العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين متطابقة، فإن $\overline{ZM} \cong \overline{YM}$ ، إذن ZMY مثلث متطابق الضلعين بحسب تعريف المثلث متطابق الضلعين.

16) المعطيات: $ABEF$ متوازي أضلاع؛ $BCDE$ متوازي أضلاع.

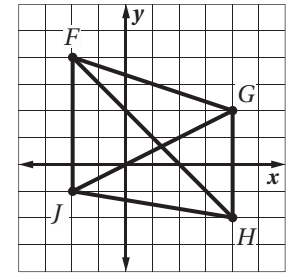
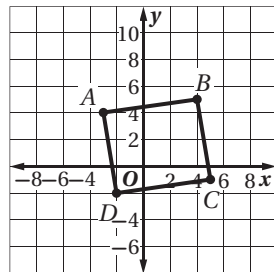
المطلوب: $ACDF$ متوازي أضلاع.



البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $ABEF$ متوازي أضلاع؛ $BCDE$ متوازي أضلاع
(2) تعريف متوازي الأضلاع	(2) $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$, $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$
(3) الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة	(3) $\overline{AF} \cong \overline{BE}$, $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$
(4) خاصية التعدي	(4) $\overline{AF} \cong \overline{CD}$, $\overline{AF} \parallel \overline{CD}$
(5) إذا كان ضلعان في شكل رباعي متطابقين ومتوازيين، فإنه متوازي أضلاع	(5) $ACDF$ متوازي أضلاع.

23) نعم؛ ميل $\overline{AB}$ يساوي ميل $\overline{CD}$ ويساوي $\frac{1}{7}$ ، لذلك $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$. وبما أن ميل $\overline{BC}$ يساوي ميل $\overline{AD}$ ويساوي -6 ، فإن $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$. ولأن كل ضلعين متقابلين متوازيان، فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.

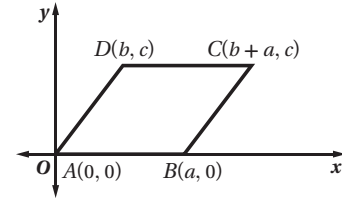


(4B)

إذا كان قطرا شكل رباعي ينصف كل منهما الآخر، فإنه متوازي أضلاع، وينصف قطرا شكل رباعي كل منهما الآخر إذا كانت نقطتا منتصفيهما متطابقتين. نقطة منتصف القطر $\overline{FH}$ هي $(1, 1)$. ونقطة منتصف القطر $\overline{JG}$ هي $(1, 0.5)$. وبما أن نقطتي منتصف القطرين $\overline{FH}$ و $\overline{JG}$ ليس لهما الإحداثيات نفسها، فإن الشكل الرباعي $FGHJ$ ليس متوازي أضلاع.

(5) المعطيات: $ABCD$ متوازي أضلاع.

المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{DC}$, $\overline{AD} \cong \overline{BC}$



برهان إحداثي:

$$AB = \sqrt{(a-0)^2 + (0-0)^2} = a$$

$$DC = \sqrt{(b+a-b)^2 + (c-c)^2} = a$$

$$AD = \sqrt{(c-0)^2 + (b-0)^2} = \sqrt{c^2 + b^2}$$

$$BC = \sqrt{(a-(b+a))^2 + (c-0)^2} = \sqrt{b^2 + c^2} = \sqrt{c^2 + b^2}$$

بما أن $AB = DC$ و $AD = BC$ ، فإن $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AD} \cong \overline{BC}$.

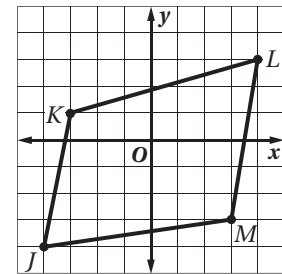
الدرس 3-5، ص (34-36):

(3) إجابة ممكنة: بما أن العمودين الرأسيين عموديان على الأرض، فهما

متوازيان، فإذا قاس النجار المسافة بين القاطعين العرضيين على العمود الرأسى المثبت على الدرجة الأخيرة، وقاس المسافة نفسها على العمود الرأسى المثبت فوق الدرجة الأولى، فعند التوصل بالقاطعين الخشبيين العرضيين يتكون شكل رباعي فيه ضلعان متطابقان ومتوازيان، وهما جزآن من العمودين الرأسيين. أي أن الشكل الرباعي سيكون متوازي أضلاع. وعليه فإن القاطعين الخشبيين العرضيين متوازيان بحسب تعريف متوازي الأضلاع.

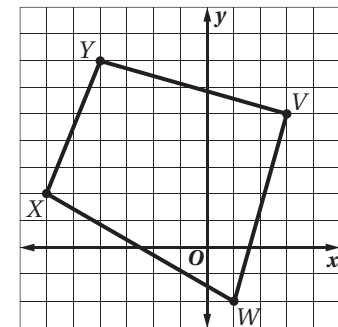
(24) لا؛ يجب أن يكون كل ضلعين متقابلين متطابقين.

وبما أن الضلعين متقابلان وغير متطابقين $JM = 5\sqrt{2}$ ، $KL = \sqrt{53}$ فإن $JKLM$ ليس متوازي أضلاع.



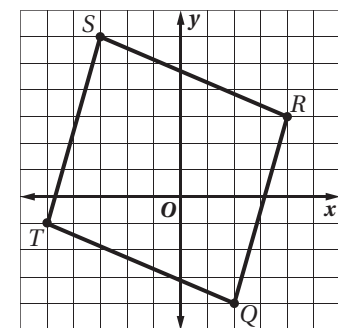
(25) لا؛ إجابة ممكنة: يجب أن يكون فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين.

ميل $\overline{YV}$ يساوي $-\frac{2}{7}$ ، وميل $\overline{XW}$ يساوي $-\frac{4}{7}$ ، وميل $\overline{YX}$ يساوي $\frac{5}{2}$ ، وميل $\overline{VW}$ يساوي $\frac{7}{2}$. وبما أن ميل $\overline{YV}$ لا يساوي ميل $\overline{XW}$ ، وميل $\overline{YX}$ لا يساوي ميل $\overline{VW}$ ، فإن $VWXY$ ليس متوازي أضلاع.



(26) نعم؛ إجابة ممكنة: يجب أن يكون فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين. وبما أن

ميل $\overline{QR}$ يساوي ميل $\overline{ST}$ ويساوي $\frac{7}{2}$ ، فإن $\overline{QR} \parallel \overline{ST}$ ، ولأن $QR = ST = \sqrt{53}$ ، فإن $\overline{QR} \cong \overline{ST}$. إذن $QRST$ متوازي أضلاع.



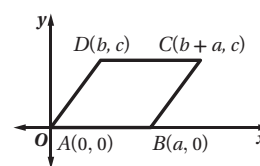
(27) المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، $\overline{AD} \cong \overline{BC}$. المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.

البرهان:

$$m = \frac{c-0}{b-0} = \frac{c}{b} : \overline{AD}$$

$$m = \frac{0-0}{a-0} = 0 : \overline{AB}$$

$$m = \frac{c-0}{b+a-a} = \frac{c}{b} : \overline{BC}$$



$$m = \frac{c-c}{b+a-b} = 0 : \overline{CD}$$

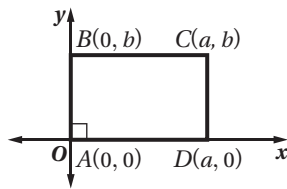
لذلك $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ، إذن وبحسب تعريف متوازي الأضلاع يكون $ABCD$ متوازي أضلاع.

(28) المعطيات: $ABCD$ متوازي أضلاع.

$\angle A$ زاوية قائمة.

المطلوب: $\angle B$ ، $\angle C$ ، $\angle D$ قوائم.

البرهان:



$$\text{ميل } \overline{BC} : m = \frac{b-b}{a-0} = 0 \text{ ميل } \overline{CD} : \text{غير معرف}$$

$$\text{ميل } \overline{AD} : m = \frac{0-0}{a-0} = 0 \text{ ميل } \overline{AB} : \text{غير معرف}$$

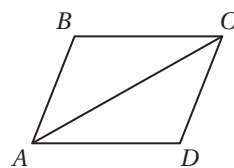
لذلك $\overline{BC} \perp \overline{CD}$ ، $\overline{CD} \perp \overline{AD}$ ، $\overline{AB} \perp \overline{BC}$.

إذن $\angle D$ ، $\angle C$ ، $\angle B$ قوائم.

(29) المعطيات: $\angle A \cong \angle C$ ، $\angle B \cong \angle D$

المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.

البرهان:



$$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^\circ \text{ وبما أن}$$

$$\angle A \cong \angle C \text{ و } \angle B \cong \angle D \text{ فإن } m\angle A = m\angle C \text{ و } m\angle B = m\angle D$$

$$\text{وبالتعويض } m\angle A + m\angle A + m\angle B + m\angle B = 360^\circ$$

$$2(m\angle A) + 2(m\angle B) = 360^\circ \text{ وبقسمة كلا الطرفين على 2}$$

$$\text{ينتج } m\angle A + m\angle B = 180^\circ \text{؛ لذا فإن الزاويتين المتحالفتين متكاملتان،}$$

$$\text{و } \overline{AD} \parallel \overline{BC} \text{ وبالمثل } 2(m\angle A) + 2(m\angle D) = 360^\circ$$

$$\text{أي أن } m\angle A + m\angle D = 180^\circ \text{، إذن هاتان الزاويتان المتحالفتان}$$

متكاملتان، ومن عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين نجد أن:

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ، إذن الأضلاع المتقابلة متوازية، لذلك فالشكل $ABCD$ متوازي أضلاع.

(30a) المعطيات: $\overline{AC} \cong \overline{CF}$ ، $\overline{AB} \cong \overline{CD} \cong \overline{BE}$ ، $\overline{DF} \cong \overline{DE}$

المطلوب: $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$.

البرهان: نعلم أن $\overline{AC} \cong \overline{CF}$ ، $\overline{AB} \cong \overline{CD} \cong \overline{BE}$ ، $\overline{DF} \cong \overline{DE}$

إذن $AC = CF$ بحسب تعريف التطابق، $AB = CD$ و $AB = BE$

و $CF = CD + DF$ بحسب مسلمة جمع القطع المستقيمة. وبالتعويض

$$\text{يكون } AB + BC = CD + DF \text{، وبما أن } \overline{AB} \cong \overline{CD} \text{ فإن } AB = CD$$

بحسب تعريف التطابق، وبالتعويض يكون $AB + BC = AB + DF$

$$\text{وبحسب خاصية الطرح للمساواة } BC = DF$$

$$\text{إذن } \overline{BC} \cong \overline{DF} \text{ بحسب تعريف التطابق، و } \overline{BC} \cong \overline{DE} \text{ بحسب}$$

خاصية التعدي للتطابق.

وإذا كان كل ضلعين متقابلين لشكل رباعي متطابقين، فإن الشكل

الرباعي متوازي أضلاع، إذن $BCDE$ متوازي أضلاع، ومن تعريف

متوازي الأضلاع يكون $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$.

أوجد ميل كل من $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$.

$$\begin{aligned} \text{ميل } \overline{AB}: & m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(f+b) - f}{(d+a) - a} = \frac{b}{d} \\ \text{ميل } \overline{DC}: & m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - b}{c - (d+c)} = \frac{-b}{-d} = \frac{b}{d} \end{aligned}$$

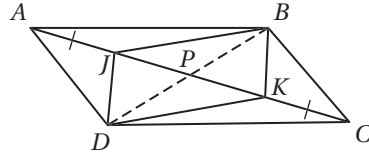
ولأن ميل $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$ متساويان، فإن القطعتين المستقيمتين متوازيتان. استعمل صيغة المسافة بين نقطتين لإيجاد AB , DC .

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(d+a-a)^2 + (f+b-f)^2} \\ &= \sqrt{d^2 + b^2} \\ DC &= \sqrt{(d+c-c)^2 + (b-0)^2} \\ &= \sqrt{d^2 + b^2} \end{aligned}$$

إذن $AB = DC$ و $\overline{AB} \cong \overline{DC}$. لذلك $ABCD$ متوازي أضلاع؛ لأنه إذا كان ضلعان متقابلان في شكل رباعي متوازيين ومتطابقين، فإنه متوازي أضلاع.

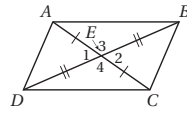
(39) المعطيات: $ABCD$ متوازي أضلاع و $\overline{AJ} \cong \overline{KC}$.

المطلوب: $JBKD$ متوازي أضلاع.



البرهان:

ارسم $\overline{DB}$. بما أن $ABCD$ متوازي أضلاع، فإن القطرين $\overline{AC}$ و $\overline{DB}$ ينصف كل منهما الآخر بحسب النظرية 5.7. سمّ نقطة تقاطعهما P . ومن تعريف نقطة المنتصف يكون $\overline{AP} \cong \overline{PC}$ ، إذن $AP = PC$. وبحسب مسلمة جمع القطع المستقيمة، فإن $AP = AJ + JP$, $PC = PK + KC$. وبالتعويض $AJ + JP = PK + KC$. وبما أن $\overline{AJ} \cong \overline{KC}$ ، فإن $AJ = KC$ بحسب تعريف التطابق. وبالتعويض $KC + JP = PK + KC$. ومن خاصية الطرح يكون $JP = PK$. إذن ومن تعريف التطابق تكون $\overline{JP} \cong \overline{PK}$ ، إذن P نقطة منتصف $\overline{JK}$. وبما أن $\overline{DB}$ و $\overline{JK}$ تنصف كل منهما الأخرى، وهما قطران للشكل الرباعي $JBKD$ ، فبحسب النظرية 5.11 يكون الشكل الرباعي $JBKD$ متوازي أضلاع.



(31) المعطيات: $\overline{DE} \cong \overline{EB}$, $\overline{AE} \cong \overline{EC}$.

المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.

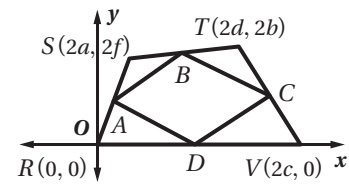
البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\overline{AE} \cong \overline{EC}$, $\overline{DE} \cong \overline{EB}$
(2) الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان	(2) $\angle 1 \cong \angle 2$, $\angle 3 \cong \angle 4$
(3) SAS	(3) $\triangle ABE \cong \triangle CDE$, $\triangle ADE \cong \triangle CBE$
(4) العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة	(4) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\overline{AD} \cong \overline{CB}$
(5) إذا كان كل ضلعين متقابلين في شكل رباعي متطابقين فإنه متوازي أضلاع	(5) $ABCD$ متوازي أضلاع

(34) المعطيات: $RSTV$ شكل رباعي، والنقاط A, B, C, D منتصفات

الأضلاع $\overline{RS}$, $\overline{ST}$, $\overline{TV}$, $\overline{VR}$ على الترتيب.

المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.



البرهان:

ارسم الشكل الرباعي $RSTV$ في المستوى الإحداثي، وسمّ الإحداثيات كما هو مبين في الشكل (استعمال إحداثيات من مضاعفات العدد 2 سيجعل الحسابات أسهل) ومن صيغة نقطة المنتصف تكون إحداثيات النقاط A, B, C, D هي:

$$A\left(\frac{2a}{2}, \frac{2f}{2}\right) = (a, f)$$

$$B\left(\frac{2d+2a}{2}, \frac{2f+2b}{2}\right) = (d+a, f+b)$$

$$C\left(\frac{2d+2c}{2}, \frac{2b}{2}\right) = (d+c, b)$$

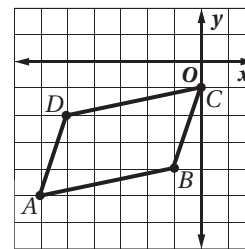
$$D\left(\frac{2c}{2}, \frac{0}{2}\right) = (c, 0).$$

اختبار منتصف الفصل ، ص (37) :

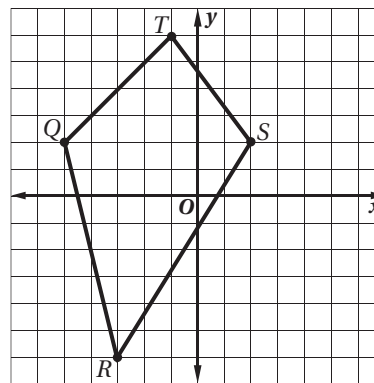
(19) البرهان :

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\square GFBA, \square HACD$.
(2) الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة	(2) $\angle F \cong \angle A, \angle A \cong \angle D$
(3) خاصية التعدي للتطابق	(3) $\angle F \cong \angle D$

(22) إجابة ممكنة: عمل الساقان بحيث ينصف كل منهما الآخر، إذن فالشكل الرباعي المتكون من أطراف الساقين يكون دائماً متوازي الأضلاع. لذلك فسطح الطاولة العلوي يبقى موازياً لسطح الأرض.



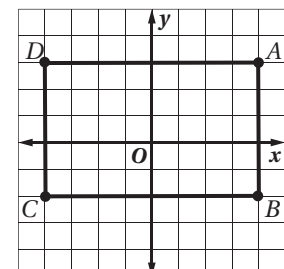
(24) نعم؛ يجب أن يكون كل ضلعين متقابلين متطابقين. المسافة بين A و B تساوي $\sqrt{26}$. والمسافة بين C و B تساوي $\sqrt{10}$. والمسافة بين C و D تساوي $\sqrt{26}$. والمسافة بين A و D تساوي $\sqrt{10}$. وبما أن كل ضلعين متقابلين متطابقان، فإن ABCD متوازي أضلاع.



(25) لا؛ يجب أن يكون كل ضلعين متقابلين متوازيين، وبما أن ميل $\overline{QR}$ يساوي -4، وميل $\overline{TS}$ يساوي $-\frac{4}{3}$ ، فإن: ميل $\overline{QR} \neq$ ميل $\overline{TS}$ ، وعليه فإن QRST ليس متوازي أضلاع.

الدرس 4-5 ، ص (41-42) :

(9) نعم؛ بما أن $AB = 5 = CD$, $BC = 8 = AD$ فإن ABCD متوازي أضلاع. وبما أن $BD = \sqrt{89} = AC$ ، فإن القطرين متطابقان. لذلك فالشكل ABCD مستطيل.

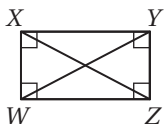


(20) البرهان :

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) ABCD مستطيل.
(2) تعريف المستطيل	(2) ABCD متوازي أضلاع.
(3) الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة	(3) $\overline{AD} \cong \overline{BC}$
(4) خاصية الانعكاس للتطابق	(4) $\overline{DC} \cong \overline{CD}$
(5) قطرا المستطيل متطابقان	(5) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$
(6) SSS	(6) $\triangle ADC \cong \triangle BCD$

(21) البرهان :

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) QTVW مستطيل؛ $\overline{QR} \cong \overline{ST}$.
(2) تعريف المستطيل	(2) QTVW متوازي أضلاع.
(3) الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة	(3) $\overline{WQ} \cong \overline{VT}$
(4) تعريف المستطيل	(4) $\angle Q$ و $\angle T$ قائمتان.
(5) جميع الزوايا القائمة متطابقة	(5) $\angle Q \cong \angle T$
(6) تعريف تطابق القطع المستقيمة	(6) $QR = ST$
(7) خاصية الانعكاس للتطابق	(7) $\overline{RS} \cong \overline{RS}$
(8) تعريف تطابق القطع المستقيمة	(8) $RS = RS$
(9) خاصية الجمع للمساواة	(9) $QR + RS = RS + ST$
(10) مسلمة جمع القطع المستقيمة	(10) $QS = QR + RS, RT = RS + ST$
(11) بالتعويض	(11) $QS = RT$
(12) تعريف تطابق القطع المستقيمة	(12) $\overline{QS} \cong \overline{RT}$
(13) SAS	(13) $\triangle SWQ \cong \triangle RVT$



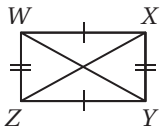
(33) المعطيات: $WXYZ$ مستطيل قطراه

$\overline{XZ}$ و $\overline{WY}$

المطلوب: $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $WXYZ$ مستطيل قطراه $\overline{WY}$ و $\overline{XZ}$
(2) الأضلاع المتقابلة للمستطيل متطابقة	(2) $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$
(3) خاصية الانعكاس للتطابق	(3) $\overline{WZ} \cong \overline{WZ}$
(4) تعريف المستطيل	(4) $\angle XWZ$ و $\angle YZW$ قائمتان.
(5) جميع الزوايا القائمة متطابقة	(5) $\angle XWZ \cong \angle YZW$
(6) SAS	(6) $\triangle XWZ \cong \triangle YZW$
(7) العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة	(7) $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$



(34) المعطيات: $WXYZ$ متوازي أضلاع

$\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ و

المطلوب: $WXYZ$ مستطيل.

البرهان:

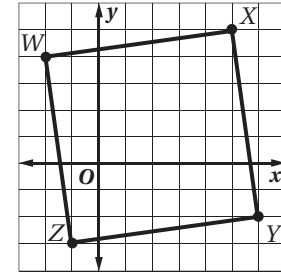
المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $WXYZ$ متوازي أضلاع و $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$
(2) كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متطابقان	(2) $\overline{WX} \cong \overline{YZ}$, $\overline{XY} \cong \overline{WZ}$
(3) SSS	(3) $\triangle WZX \cong \triangle XYW$
(4) العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين متطابقة	(4) $\angle ZWX \cong \angle YXW$
(5) تعريف الزوايا المتطابقة	(5) $m\angle ZWX = m\angle YXW$
(6) الزوايا المتحالفة في متوازي الأضلاع متكاملة	(6) $\angle YXW$ و $\angle ZWX$ متكاملتان.
(7) تعريف الزاويتين المتكاملتين	(7) $m\angle ZWX + m\angle YXW = 180^\circ$
(8) إذا كانت زاويتان متطابقتين ومتكاملتين، فإن كلا منهما قائمة	(8) $\angle YXW$ و $\angle ZWX$ قائمتان.
(9) إذا كانت إحدى زوايا متوازي أضلاع قائمة، فإن زواياه الأربع قائمة	(9) $\angle XYZ$ و $\angle WZY$ قائمتان.
(10) تعريف المستطيل	(10) $WXYZ$ مستطيل

(22) نعم؛ بما أن ميل $\overline{WX}$ يساوي ميل $\overline{YZ}$ ويساوي $\frac{1}{7}$ ،

وميل $\overline{XY}$ يساوي ميل $\overline{ZW}$ ويساوي -7 . فإن $WXYZ$ متوازي أضلاع.

وبما أن حاصل ضرب ميلي كل ضلعين متجاورين يساوي -1 ، فإن الأضلاع المتجاورة متعامدة وتشكل زوايا قائمة. لذلك فالشكل

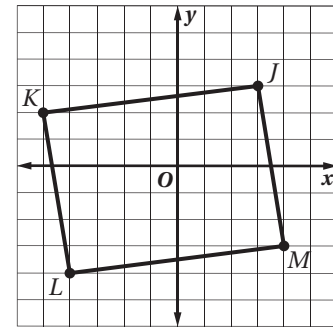
$WXYZ$ مستطيل.



(23) لا؛ بما أن $JK = \sqrt{65} = LM$, $KL = \sqrt{37} = MJ$ ، فإن $JKLM$

متوازي أضلاع، وبما أن $KM = \sqrt{106}$, $JL = \sqrt{98}$. فإن $KM \neq JL$.

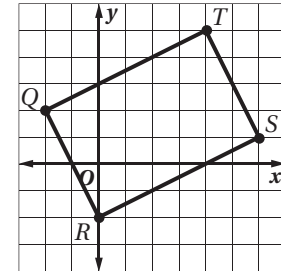
إذن فالقطران غير متطابقين. لذلك فالشكل $JKLM$ ليس مستطيلاً.



(24) نعم؛ بما أن $QR = \sqrt{20} = ST$, $RS = \sqrt{45} = TQ$ ، فإن $QRST$

متوازي أضلاع. وبما أن $QS = \sqrt{65} = RT$ ، فإن القطرين متطابقان.

إذن فالشكل $QRST$ مستطيل.

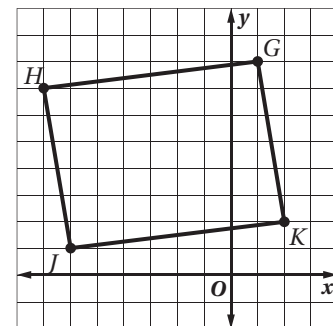


(25) لا؛ بما أن ميل $\overline{GH}$ يساوي ميل $\overline{JK}$ ويساوي $\frac{1}{8}$ ، وميل $\overline{HJ}$ يساوي

ميل $\overline{KG}$ ويساوي -6 ، فإن الشكل $GHJK$ متوازي أضلاع. وبما أن

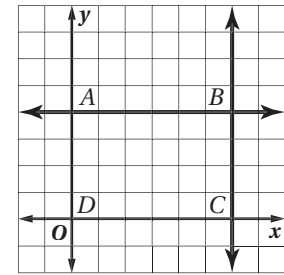
حاصل ضرب ميلي كل ضلعين متجاورين لا يساوي -1 ، فإن الأضلاع

المتجاورة ليست متعامدة. لذلك فالشكل $GHJK$ ليس مستطيلاً.



(35) إجابة ممكنة: يجب أن يقيس قطري الملعب والأضلاع. فإذا كان القطران متطابقين، وكل ضلعين متقابلين متطابقين، فإن الملعب مستطيل الشكل.

(41) إجابة ممكنة: $x = 0, x = 6, y = 0, y = 4$



طول $\overline{AB}$ يساوي $6 - 0$ أو 6 وحدات. وطول $\overline{CD}$ يساوي $6 - 0$ أو 6 وحدات، ميل $\overline{AB}$ يساوي صفراً، وميل $\overline{DC}$ يساوي صفراً. وبما أن ضلعين للشكل الرباعي متوازيان ومتطابقان، فإنه وبحسب النظرية 5.12، يكون متوازي أضلاع. ولأن $\overline{AB}$ أفقي و $\overline{BC}$ رأسي، فإن المستقيمين متعامدان، وقياس الزاوية التي يشكّلانها 90° . وبحسب النظرية 5.6، فإذا كان لمتوازي أضلاع زاوية قائمة، فإن زواياه الأربع قوائم. لذلك وبحسب التعريف يكون متوازي الأضلاع مستطيلاً.

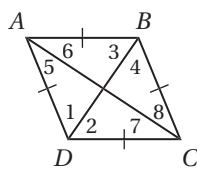
الدرس 5-5، ص (49-51) :

(12) البرهان :

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $QRST$ متوازي أضلاع؛ $\overline{TR} \cong \overline{QS}$ ، $m\angle QPR = 90^\circ$
(2) إذا كان قطراً متوازي أضلاع متطابقين، فإنه مستطيل	(2) $QRST$ مستطيل.
(3) تعريف الزاوية القائمة	(3) $\angle QPR$ قائمة.
(4) تعريف التعامد	(4) $\overline{QS} \perp \overline{TR}$
(5) إذا كان قطراً متوازي أضلاع متعامدين، فإنه معين	(5) $QRST$ معين
(6) النظرية 5.20؛ إذا كان الشكل الرباعي مستطيلاً ومعيّناً، فإنه مربع	(6) $QRST$ مربع.

(13) البرهان :

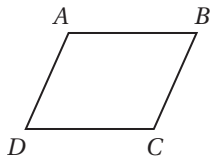
المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $JKQP$ مربع. $\overline{ML}$ تنصّف كلّاً من $\overline{JP}$ و $\overline{KQ}$.
(2) جميع المربّعات متوازيات أضلاع	(2) $JKQP$ متوازي أضلاع.
(3) تعريف متوازي الأضلاع	(3) $JM \parallel \overline{KL}$
(4) الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متطابقة	(4) $JP \cong \overline{KQ}$
(5) تعريف تطابق القطع المستقيمة	(5) $JP = KQ$
(6) تعريف المنصف	(6) $JM = MP, KL = LQ$
(7) مسلمة جمع القطع المستقيمة	(7) $JP = JM + MP$ $KQ = KL + LQ$
(8) خاصية التعويض	(8) $JP = JM + JM$ $KQ = KL + KL$
(9) بالتعويض	(9) $JP = 2JM, KQ = 2KL$
(10) خاصية الجمع للمساواة	(10) $2JM = 2KL$
(11) خاصية القسمة للمساواة	(11) $JM = KL$
(12) تعريف تطابق القطع المستقيمة	(12) $JM \cong \overline{KL}$
(13) إذا وجد ضلعان متقابلان في شكل رباعي متطابقين ومتوازيين فإنه متوازي أضلاع	(13) $JKLM$ متوازي أضلاع.



(28) المعطيات: $ABCD$ معين.

المطلوب: إثبات أن كل قطر ينصف زاويتين متقابلتين.

البرهان: نعلم أن $ABCD$ معين. وبحسب تعريف المعين، يكون $ABCD$ متوازي أضلاع. وبما أن الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة، فإن $\angle ABC \cong \angle ADC$ ، و $\angle BAD \cong \angle BCD$. ولأن جميع أضلاع المعين متطابقة، فإن $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{DA}$ وبحسب SAS، يكون $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ، إذن $\angle 5 \cong \angle 6$ ، و $\angle 7 \cong \angle 8$ ؛ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة. وكذلك $\triangle BAD \cong \triangle BCD$ بحسب SAS. ولذا $\angle 1 \cong \angle 2$ ، $\angle 3 \cong \angle 4$ ؛ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة. ومن تعريف منصف الزاوية، فإن كل قطر ينصف زاويتين متقابلتين.



31) المعطيات: متوازي أضلاع $ABCD$ ؛

$$\overline{AB} \cong \overline{BC}$$

المطلوب: $ABCD$ معين.

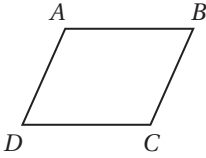
البرهان: بما أن الأضلاع المتقابلة في

متوازي الأضلاع متطابقة، فإن

$$\overline{AB} \cong \overline{CD} \text{ و } \overline{BC} \cong \overline{AD} \text{ . ونعلم أيضًا أن } \overline{AB} \cong \overline{BC} \text{ . وبحسب}$$

$$\text{خاصية التعدي للتطابق تكون: } \overline{AB} \cong \overline{AD}, \overline{BC} \cong \overline{CD} \text{ .}$$

إذن $\overline{AB} \cong \overline{AD} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD}$ ؛ لذلك $ABCD$ معين بحسب التعريف.



32) المعطيات: $ABCD$ مستطيل ومعين.

المطلوب: $ABCD$ مربع.

البرهان: نعلم أن $ABCD$ مستطيل ومعين.

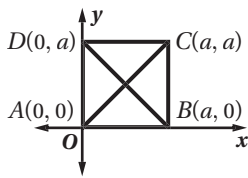
إذن $ABCD$ متوازي أضلاع أيضًا؛ لأن جميع المستطيلات والمعينات

متوازيات أضلاع. وبحسب تعريف المستطيل فإن $\angle A, \angle B, \angle C,$

$\angle D$ جميعها قوائم. وبحسب تعريف المعين، جميع الأضلاع متطابقة،

لذلك $ABCD$ مربع؛ لأنه متوازي أضلاع أضلاعه الأربعة متطابقة،

وزواياه الأربع قوائم.



33) المعطيات: $ABCD$ مربع.

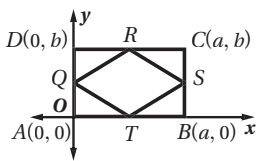
$$\overline{AC} \perp \overline{DB}$$

البرهان:

$$\text{ميل } \overline{DB} : m = \frac{0-a}{a-0} = -1$$

$$\text{ميل } \overline{AC} : m = \frac{0-a}{0-a} = 1$$

بما أن ميل $\overline{AC}$ يساوي سالب مقلوب ميل $\overline{DB}$ ، فإنهما متعامدان.



34) المعطيات: $ABCD$ مستطيل.

Q, R, S, T منتصفات أضلاع

المستطيل.

المطلوب: $QRST$ معين.

البرهان:

إحداثيا نقطة المنتصف Q هما:

$$\left(\frac{0+0}{2}, \frac{b+0}{2} \right) = \left(0, \frac{b}{2} \right)$$

إحداثيا نقطة المنتصف R هما:

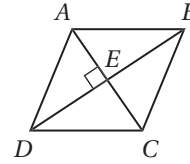
$$\left(\frac{a+0}{2}, \frac{b+b}{2} \right) = \left(\frac{a}{2}, \frac{2b}{2} \right) = \left(\frac{a}{2}, b \right)$$

إحداثيا نقطة المنتصف S هما:

$$\left(\frac{a+a}{2}, \frac{b+0}{2} \right) = \left(\frac{2a}{2}, \frac{b}{2} \right) = \left(a, \frac{b}{2} \right)$$

إحداثيا نقطة المنتصف T هما:

$$\left(\frac{a+0}{2}, \frac{0+0}{2} \right) = \left(\frac{a}{2}, 0 \right)$$



29) المعطيات: متوازي أضلاع $ABCD$ ؛

$$\overline{AC} \perp \overline{BD}$$

المطلوب: $ABCD$ معين.

البرهان: نعلم أن $ABCD$ متوازي أضلاع، وبما أن قطري

متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر، فإن $\overline{AE} \cong \overline{EC}$.

وكذلك $\overline{BE} \cong \overline{ED}$ ؛ لأن تطابق القطع المستقيمة يحقق خاصية

الانعكاس.

ونعلم أيضًا أن $\overline{AC} \perp \overline{BD}$. إذن $\angle AEB$ و $\angle BEC$ قائمتان بحسب

تعريف المستقيمين المتعامدين. إذن $\angle AEB \cong \angle BEC$ ؛ لأن جميع

الزوايا القائمة متطابقة، لذلك $\triangle AEB \cong \triangle CEB$ بحسب SAS .

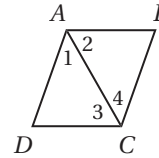
إذن $\overline{AB} \cong \overline{CB}$ ؛ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين

متطابقة. وبما أن الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة.

فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ ، إذن $\overline{AB} \cong \overline{CD} \cong \overline{BC} \cong \overline{AD}$ ؛

لأن تطابق القطع المستقيمة يحقق خاصية التعدي. وبما أن جميع

أضلاع $\square ABCD$ متطابقة، فإنه معين بحسب التعريف.



30) المعطيات: متوازي أضلاع $ABCD$ ؛

القطر $\overline{AC}$ ينصف كلًا من

$\angle BCD$ و $\angle DAB$

المطلوب: $\square ABCD$ معين.

البرهان: نعلم أن $ABCD$ متوازي أضلاع، وبما أن الأضلاع

المتقابلة في متوازي الأضلاع متوازية، فإن $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$.

وبحسب التعريف $\angle 2$ و $\angle 3$ متبادلتان داخليًا بالنسبة للضلعين

المتوازيين $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$. ومن نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا

متطابقتان، فإن $\angle 2 \cong \angle 3$ ، ولأن تطابق الزوايا يحقق خاصية التماثل،

فإن $\angle 2 \cong \angle 3$ ، ونعلم أن $\overline{AC}$ تنصف كل من $\angle BCD$ و $\angle DAB$ ،

إذن $\angle 1 \cong \angle 2$ و $\angle 3 \cong \angle 4$ بحسب التعريف. ومن خاصية التعدي

للتطابق يكون: $\angle 1 \cong \angle 3$ و $\angle 2 \cong \angle 4$ ، ومن عكس نظرية المثلث

المتطابق الضلعين، يكون: $\overline{AD} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{BC}$. ولأن

$ABCD$ متوازي أضلاع، فإن $\overline{BC} = \overline{AD}$ ، ومن خاصية التعدي للتطابق

نحصل على أن: $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{AD}$ وبما أن جميع أضلاع

$\square ABCD$ متطابقة، فإنه معين بحسب التعريف.

العكس: إذا كان شكل رباعي مستطيلاً فإنه مربع. خطأ، إجابة ممكنة، المستطيل شكل رباعي زواياه الأربع قوائم، وأضلاعه المتقابلة متطابقة، وليست جميع أضلاعه متطابقة بالضرورة، إذن فهو ليس مربعاً بالضرورة.

المعكوس: إذا كان الشكل الرباعي ليس مربعاً فإنه ليس مستطيلاً. خطأ؛ إجابة ممكنة: الشكل الرباعي الذي زواياه الأربع قائمة، وأضلاعه المتقابلة متطابقة ليس مربعاً، ولكنه مستطيل.

المعكوس الإيجابي: إذا كان الشكل الرباعي ليس مستطيلاً، فإنه ليس مربعاً. صحيحة؛ إجابة ممكنة: إذا كان شكل رباعي ليس مستطيلاً، فإنه ليس مربعاً بحسب التعريف.

(41) إجابة ممكنة:

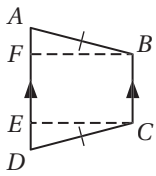
متوازي الأضلاع: الأضلاع المتقابلة لمتوازي الأضلاع متوازية ومتطابقة. والزوايا المتقابلة متطابقة. وقطراه ينصف كل منهما الآخر. وكل قطر يقسم متوازي الأضلاع إلى مثلثين متطابقين.

المستطيل: للمستطيل جميع خصائص متوازي الأضلاع، وزواياه الأربع قائمة، وقطراه متطابقان.

المعين: للمعين جميع خصائص متوازي الأضلاع، وجميع أضلاعه متطابقة، وقطراه متعامدان وينصفان زوايا المعين.

المربع: للمربع جميع خصائص متوازي الأضلاع وخصائص المستطيل وخصائص المعين.

الدرس 5-6، ص (58 - 60) :



(19) المعطيات: $ABCD$ شبه منحرف

متطابق الساقين.

$$\overline{BC} \parallel \overline{AD}, \overline{AB} \cong \overline{CD}$$

المطلوب: $\angle A \cong \angle D, \angle ABC \cong \angle DCB$

البرهان: ارسم القطعتين المستقيمتين $\overline{BF}$ و $\overline{CE}$ بحيث يكون

$\overline{BF} \perp \overline{AD}$ و $\overline{CE} \perp \overline{AD}$. وبما أن $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ ، والمسافة بين

المستقيمين المتوازيين ثابتة، فإن $\overline{BF} \cong \overline{CE}$. وبما أن المستقيمين

المتعامدين يشكّلان زوايا قائمة، فإن $\angle BFA$ و $\angle CED$ قائمتان، إذن

$\triangle BFA \cong \triangle CED$ بحسب حالة التطابق (HL). وبما أن العناصر

المتناظرة في مثلثين متطابقين متطابقة، فإن $\angle A \cong \angle D$. وبما

أن $\angle CBF$ و $\angle BCE$ قائمتان وجميع الزوايا القائمة متطابقة فإن

$$\angle CBF \cong \angle BCE$$

ولأن العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين متطابقة فإن:

$\angle ABF \cong \angle DCE$. إذن $\angle ABC \cong \angle DCB$ وفق مسلمة جمع الزوايا.

$$QR = \sqrt{\left(\frac{a}{2} - 0\right)^2 + \left(b - \frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$RS = \sqrt{\left(a - \frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - b\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(-\frac{b}{2}\right)^2} \\ = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

$$ST = \sqrt{\left(a - \frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - 0\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

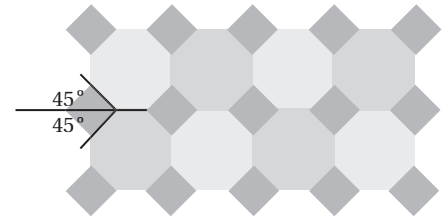
$$QT = \sqrt{\left(\frac{a}{2} - 0\right)^2 + \left(0 - \frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(-\frac{b}{2}\right)^2} \\ = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

بما أن $QR = RS = ST = QT$

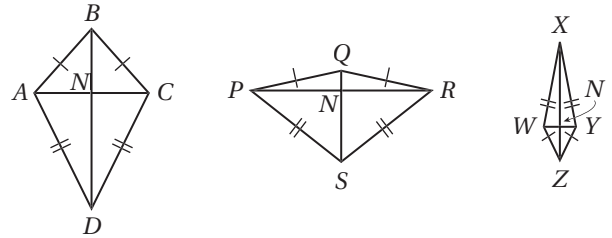
فإن $\overline{QR} \cong \overline{RS} \cong \overline{ST} \cong \overline{QT}$

إذن $QRST$ متوازي أضلاع؛ لأن كل ضلعين متقابلين متطابقان، وهو معين؛ لأن جميع أضلاعه متطابقة.

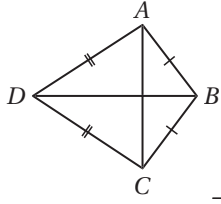
(35) مربعات؛ إجابة ممكنة: بما أن الثمانية منتظمة، فإن الأضلاع متطابقة، وحيث أن الأشكال الرباعية تشترك مع الثمانية في الأضلاع؛ لذا فإن الأشكال الرباعية معينة أو مربعات. وزوايا رؤوس الأشكال الرباعية تتكون من الزوايا الخارجية لأضلاع الثمانية المجاورة للرؤوس. ومجموع قياسات الزوايا الخارجية لأي مضلع يساوي 360° دائماً، ولأن الثماني المنتظم له 8 زوايا خارجية متطابقة، فإن قياس كل منها يساوي 45° ، وكما هو مبين في الشكل فإن قياس كل زاوية للأشكال الرباعية في النمط يساوي $45^\circ + 45^\circ$ أو 90° ، لذلك فالشكل الرباعي يكون مربعاً.



(36a) إجابة ممكنة:



(38) صحيحة؛ إجابة ممكنة: بما أن المستطيل شكل رباعي زواياه الأربع قائمة، والمربع مستطيل معين؛ فإن المربع يكون مستطيلاً دائماً.



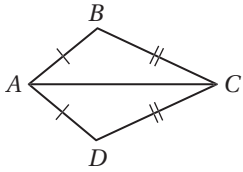
المعطيات: شكل طائرة ورقية، فيه

$$\overline{AD} \cong \overline{DC} \text{ و } \overline{AB} \cong \overline{BC}$$

المطلوب: $\overline{BD} \perp \overline{AC}$

البرهان: تعلم أن $\overline{AD} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AB} \cong \overline{BC}$

إذن B و D كلاهما على بعدين متساويين من A و C . وإذا كانت نقطة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة، فإنها تقع على العمود المنصف لتلك القطعة. إذن فالمستقيم الذي يحوي النقطتين B و D عمود منصف لـ $\overline{AC}$ ؛ لأنه لا يوجد إلا مستقيم واحد فقط يمر في نقطتين مختلفتين. لذلك $\overline{BD} \perp \overline{AC}$.



المعطيات: شكل طائرة ورقية

المطلوب: $\angle B \cong \angle D$

$$\angle BAD \cong \angle BCD$$

البرهان:

نعلم أن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ و $\overline{BC} \cong \overline{AD}$ بحسب تعريف شكل الطائرة الورقية.

$\overline{AC} \cong \overline{AC}$ بحسب خاصية الانعكاس للتطابق، لذلك

$\triangle ABC \cong \triangle ADC$ بحسب حالة التطابق (SSS)، إذن $\angle B \cong \angle D$ ؛

لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة. وإذا كان

$\angle BAD \cong \angle BCD$ ، فإن $ABCD$ متوازي أضلاع بحسب نظرية 5.10

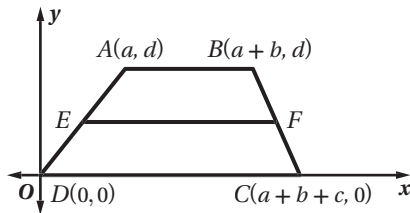
، وهذا يعني أن كل ضلعين متقابلين متطابقان ومتوازيان، وهذا يتنافى

مع تعريف شكل الطائرة الورقية التي فيها كل ضلعين متقابلين ليسا

متطابقين ولا متوازيين. لذلك $\angle BAD \cong \angle BCD$.

المعطيات: $ABCD$ شبه منحرف، فيه $\overline{EF}$ قطعة متوسطة.

المطلوب: $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ ، $\overline{EF} \parallel \overline{DC}$ ، $EF = \frac{1}{2}(AB + DC)$



البرهان:

بحسب تعريف القطعة المتوسطة لشبه المنحرف، فإن E هي نقطة

منتصف $\overline{AD}$ ، و F نقطة منتصف $\overline{BC}$.

نقطة المنتصف E هي $\left(\frac{a+0}{2}, \frac{d+0}{2}\right)$ أي $\left(\frac{a}{2}, \frac{d}{2}\right)$.

ونقطة المنتصف F هي $\left(\frac{a+b+a+b+c}{2}, \frac{d+0}{2}\right)$

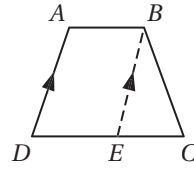
أي $\left(\frac{2a+2b+c}{2}, \frac{d}{2}\right)$.

المعطيات: $ABCD$ شبه منحرف فيه

$$\angle D \cong \angle C$$

المطلوب: إثبات أن $ABCD$ متطابق

الساقين.



البرهان: ارسم القطعة المستقيمة المساعدة $\overline{BE}$ بحيث تكون

$\overline{BE} \parallel \overline{AD}$ وبذلك تكون $\angle D \cong \angle BEC$ بحسب مسلمة الزاويتين

المتناظرتين. ونعلم أن $\angle D \cong \angle C$ ، إذن وحسب خاصية التعدي تكون

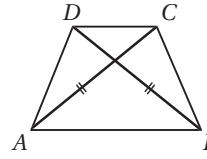
$\angle BEC \cong \angle C$. إذن فالمثلث $\triangle EBC$ متطابق الضلعين،

حيث $\overline{EB} \cong \overline{BC}$. ومن تعريف شبه المنحرف $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$.

وبما أن كل ضلعين متقابلين للشكل $ABED$ متوازيان فإنه

متوازي أضلاع. إذن: $\overline{AD} \cong \overline{EB}$ ، وحسب خاصية التعدي،

يكون $\overline{BC} \cong \overline{AD}$. لذلك فشبه المنحرف $ABCD$ متطابق الساقين.

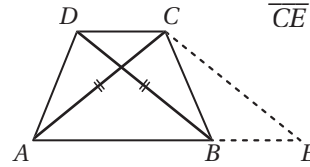


المعطيات: $ABCD$ شبه منحرف؛

$$\overline{AC} \cong \overline{BD}$$

المطلوب: إثبات أن شبه المنحرف $ABCD$

متطابق الساقين.



البرهان: ارسم من الرأس C القطعة $\overline{CE}$

بحيث تكون $\overline{BD} \parallel \overline{CE}$ ، وصل

امتداد $\overline{AB}$ بحيث يتقاطع مع $\overline{CE}$

عند النقطة E ، أي أن: $\overline{BE} \parallel \overline{DC}$

$\overline{CE} \parallel \overline{BD}$ ، وعليه فإن $BECD$ متوازي أضلاع، لذا

$\overline{BD} \parallel \overline{CE}$ ، $\overline{BD} \parallel \overline{CE}$ ؛ لأنهما ضلعان متقابلان في متوازي الأضلاع

وحيث $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ ، فإن $\overline{AC} \cong \overline{CE}$ أي أن $\triangle AEC$ متطابق الضلعين

وعليه فإن $m\angle AEC \cong m\angle EAC$ من نظرية المثلث المتطابق

الضلعين، كذلك $m\angle AEC \cong m\angle ABD$ من نظرية الزاويتين

المتناظرتين حيث $\overline{BD} \parallel \overline{CE}$ و $\overline{AC}$ قاطع لهما.

وعليه فإن $m\angle ABD \cong m\angle BAC$ وفي المثلثين ABD و ABC ضلع

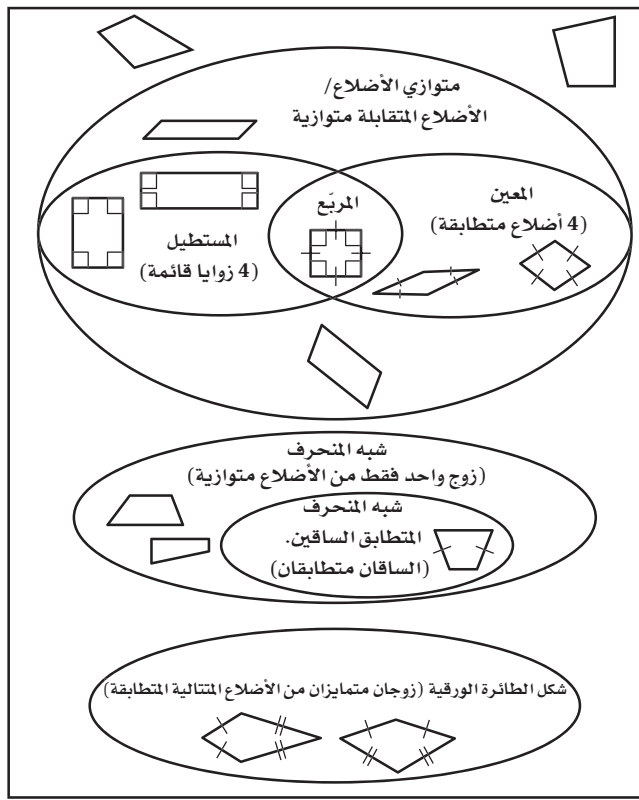
مشترك AB ، $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ ، $m\angle ABD \cong m\angle BAC$ أي أن

$\triangle ABD \cong \triangle ABC$ بحسب حالة التطابق (SAS)، وعليه فإن

$\overline{AD} \cong \overline{BC}$ لأنهما ضلعان متناظران في المثلثين المتطابقين، وهما

كذلك ساقى شبه المنحرف $ABCD$. أي أن $ABCD$ شبه منحرف

متطابق الساقين.



(41)

بما أن ميل $\overline{AB}$ يساوي صفرًا، وميل $\overline{EF}$ يساوي صفرًا، وميل $\overline{DC}$ يساوي صفرًا فإن $\overline{EF} \parallel \overline{AB}$ ، و $\overline{EF} \parallel \overline{DC}$.

$$AB = \sqrt{[(a+b) - a]^2 + (d-d)^2} = \sqrt{b^2} = b$$

$$DC = \sqrt{[(a+b+c) - 0]^2 + (0-0)^2} = \sqrt{(a+b+c)^2} = a+b+c$$

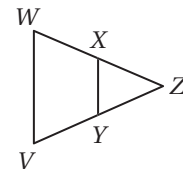
$$EF = \sqrt{\left(\frac{2a+2b+c-a}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2} - \frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{a+2b+c}{2}\right)^2} = \frac{a+2b+c}{2}$$

$$\frac{1}{2}(AB + DC) = \frac{1}{2}[b + (a+b+c)] = \frac{1}{2}(a+2b+c) = \frac{a+2b+c}{2} = EF$$

إذن $\frac{1}{2}(AB + DC) = EF$

(39) **المعطيات:** $\overline{WZ} \cong \overline{ZV}$ ، $\overline{XY}$ تنصف كلاً من $\overline{WZ}$ و $\overline{ZV}$ ، $\angle W \cong \angle ZXY$.

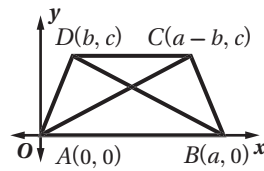
المطلوب: $WXYZ$ شبه منحرف متطابق الساقين.



البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\overline{XY}$ تنصف $\overline{WZ}$ ، $\overline{WZ} \cong \overline{ZV}$ كلاً من $\overline{WZ}$ و $\overline{ZV}$.
(2) تعريف تطابق القطعة المستقيمة	(2) $\overline{WZ} \cong \overline{ZV}$
(3) خاصية الضرب للمساواة	(3) $\frac{1}{2} WZ = \frac{1}{2} ZV$
(4) تعريف نقطة المنتصف	(4) $WX = VY$
(5) تعريف تطابق القطع المستقيمة	(5) $\overline{WX} \cong \overline{VY}$
(6) معطى	(6) $\angle W \cong \angle ZXY$
(7) عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين	(7) $\overline{XY} \parallel \overline{WV}$
(8) امتدادهما يلتقي في Z	(8) $\overline{XY} \parallel \overline{VY}$
(9) تعريف شبه المنحرف المتطابق الساقين.	(9) $WXYZ$ شبه منحرف متطابق الساقين.

(45) **المعطيات:** $ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين، فيه $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ **المطلوب:** $\overline{BD} \cong \overline{AC}$



البرهان:

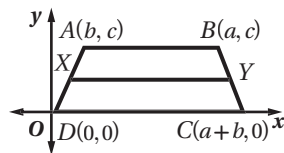
$$DB = \sqrt{(a-b)^2 + (0-c)^2} = \sqrt{(a-b)^2 + c^2}$$

$$AC = \sqrt{((a-b)-0)^2 + (c-0)^2} = \sqrt{(a-b)^2 + c^2}$$

إذن $BD = AC$ ، ومن ذلك $\overline{BD} \cong \overline{AC}$

(46) **المعطيات:** $ABCD$ شبه منحرف، فيه $\overline{XY}$ قطعة متوسطة.

المطلوب: $\overline{XY} \parallel \overline{AB}$ ، $\overline{XY} \parallel \overline{DC}$



البرهان:

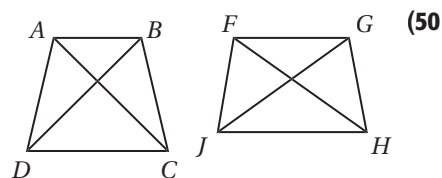
$$X \text{ نقطة منتصف } \overline{AD}، وإحداثياتها \left(\frac{b}{2}, \frac{c}{2}\right)$$

$$Y \text{ نقطة منتصف } \overline{BC}، وإحداثياتها \left(\frac{2a+b}{2}, \frac{c}{2}\right)$$

وبما أن ميل $\overline{AB}$ يساوي صفرًا، وميل $\overline{XY}$ يساوي صفرًا، وميل $\overline{DC}$ يساوي صفرًا، فإن $\overline{XY} \parallel \overline{AB}$ ، $\overline{XY} \parallel \overline{DC}$

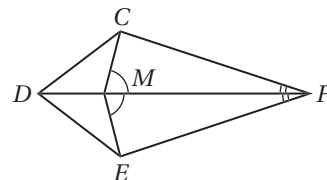
25 البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\square ABCD, \overline{AE} \cong \overline{CF}$
(2) تعريف تطابق القطع المستقيمة.	(2) $AE = CF$
(3) الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة.	(3) $BC \cong \overline{AD}$
(4) تعريف تطابق القطع المستقيمة.	(4) $BC = AD$
(5) مسلمة جمع القطع المستقيمة.	(5) $BC = BF + CF, AD = AE + ED$
(6) بالتعويض	(6) $BF + CF = AE + ED$
(7) بالتعويض	(7) $BF + AE = AE + ED$
(8) خاصية الطرح.	(8) $BF = ED$
(9) تعريف تطابق القطع المستقيمة.	(9) $BF \cong \overline{ED}$
(10) تعريف متوازي الأضلاع.	(10) $BF \parallel \overline{ED}$
(11) إذا كان زوج من الأضلاع المتقابلة متوازيًا ومتطابقًا، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.	(11) الشكل الرباعي $EBFD$ متوازي أضلاع



(57) المعطيات: $\angle CMF \cong \angle EMF, \angle CFM \cong \angle EFM$

المطلوب: $\triangle DMC \cong \triangle DME$



البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\angle CMF \cong \angle EMF, \angle CFM \cong \angle EFM$
(2) خاصية الانعكاس للتطابق	(2) $\overline{MF} \cong \overline{MF}$
(3) ASA	(3) $\triangle CMF \cong \triangle EMF$
(4) العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة	(4) $\overline{CM} \cong \overline{EM}$
(5) خاصية الانعكاس للتطابق	(5) $\overline{DM} \cong \overline{DM}$
(6) نظرية الزاويتين المتكاملتين	(6) $\angle DMC, \angle CMF$ متكاملتان, $\angle DME, \angle EMF$ متكاملتان.
(7) نظرية تطابق المكملات	(7) $\angle DMC \cong \angle DME$
(8) SAS	(8) $\triangle DMC \cong \triangle DME$

التقويم التشخيصي
اختبار سريع، ص (71)

العنوان	الدرس 1-6 حصتان	الدرس 2-6 حصتان
الأهداف	- استعمال التناسب لتحديد المضلعات المتشابهة . - حل مسائل باستعمال خصائص المضلعات المتشابهة .	- تحديد المثلثات المتشابهة باستعمال مسلمة التشابه AA ونظريتي التشابه SAS , SSS . - استعمال المثلثات المتشابهة لحل المسائل.
المفردات	المضلعات المتشابهة معامل التشابه نسبة التشابه	
التمثيلات المتعددة	ص (78)	ص (87)
مصادر الدرس	مصادر المعلم للأنشطة الصفية - تدريبات إعادة التعليم، ص (6) دون - تدريبات المهارات، ص (8) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (9) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (10) دون ضمن فوق كتاب التمارين - ص (12) دون ضمن فوق	مصادر المعلم للأنشطة الصفية - تدريبات إعادة التعليم، ص (11) دون - تدريبات المهارات، ص (13) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (14) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (15) دون ضمن فوق كتاب التمارين - ص (13) دون ضمن فوق
التقنيات لكل درس	آلة التصوير الرقمية، ص (73)	السبورة التفاعلية، ص (82)
تنويع التعليم	ص (73, 79)	ص (83, 87)

التقويم التكويني

اختبار منتصف الفصل، ص (89)

المفاتيح: **دون** دون المتوسط **ضمن** ضمن المتوسط **فوق** فوق المتوسط

الخطة الزمنية		
المجموع	المراجعة والتقييم	التدريس
المجموع (13) حصة	(4) حصص	(9) حصص

حصة واحدة	توسع 4-6	الدرس 4-6	الدرس 3-6
حصة واحدة	توسع 4-6	الدرس 4-6	الدرس 3-6
معمل الهندسة : الكسريات	عناصر المثلثات المتشابهة	المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة	المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة
- استقصاء ورسم الكسريات. - كتابة صيغ ترددية.	- تعرف علاقات التناسب الخاصة بكل من منصفات الزوايا والارتفاعات والقطع المتوسطة المتناظرة في المثلثات المتشابهة واستعمالها. - استعمال نظرية منصف زاوية في مثلث.	- استعمال الأجزاء المتناسبة في المثلث. - استعمال الأجزاء المتناسبة في المستقيمات المتوازية.	- استعمال الأجزاء المتناسبة في المثلث. - استعمال الأجزاء المتناسبة في المستقيمات المتوازية.
الكسريات تكرار الأجزاء ذاتية التشابه صيغة ترددية		القطعة المنصفة في المثلث	
		ص (97)	
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	مصادر المعلم للأنشطة الصفية	مصادر المعلم للأنشطة الصفية	مصادر المعلم للأنشطة الصفية
- المواد - ورقة منقطة مثلثياً	- تدريبات إعادة التعليم، ص (21) دون - تدريبات المهارات، ص (23) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (24) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (25) دون ضمن فوق - كتاب التمارين - ص (15) دون ضمن فوق	- تدريبات إعادة التعليم، ص (16) دون - تدريبات المهارات، ص (18) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (19) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (20) دون ضمن فوق - كتاب التمارين - ص (14) دون ضمن فوق	- تدريبات إعادة التعليم، ص (16) دون - تدريبات المهارات، ص (18) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (19) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (20) دون ضمن فوق - كتاب التمارين - ص (14) دون ضمن فوق
	مدونة، ص (101)	السبورة التفاعلية، ص (91)	
	ص (101, 104)	ص (93, 94, 98)	

التقويم الختامي

- دليل الدراسة والمراجعة، ص (108-110)
- اختبار الفصل، ص (111)

المعالجة	التشخيص	التقويم التشخيصي
	بداية الفصل 6	التقويم التشخيصي
مخطط المعالجة، ص (71)	التهيئة للفصل 6، ص (71)	
	بداية كل درس	
مراجعة المفاهيم والمهارات الأساسية مع الطلاب	فيما سبق، والآن، لماذا؟	
	خلال كل درس وبعده	التقويم التكويني
مستوى المعالجة 1 تدريبات المهارات، الفصول 1-5 www.obeikaneducation.com	تحقق من فهمك، كل مثال تأكد مسائل مهارات التفكير العليا مراجعة تراكمية أمثلة إضافية تنبيه! الخطوة 4، التقويم الاختبارات القصيرة، ص (30, 31) www.obeikaneducation.com	
مستوى المعالجة 2 تنوع التعليم تنوع الواجبات المنزلية تدريبات إعادة التعليم، الفصول 1-5		
	منتصف الفصل	
مستوى المعالجة 1 تدريبات المهارات، الفصول 1-5 www.obeikaneducation.com	اختبار منتصف الفصل، ص (89) اختبار منتصف الفصل، ص (32) www.obeikaneducation.com	
مستوى المعالجة 2 تدريبات إعادة التعليم، الفصول 1-5		
	نهاية الفصل	
مستوى المعالجة 1 تدريبات المهارات، الفصول 1-5 www.obeikaneducation.com	دليل الدراسة والمراجعة، ص (108-110) اختبار الفصل، ص (111) اختبار تراكمي، ص (112-115) www.obeikaneducation.com	
مستوى المعالجة 2 تدريبات إعادة التعليم، الفصول 1-5		
	بعد انتهاء الفصل 6	التقويم الختامي
تدريبات إعادة التعليم، الفصول 1-5 www.obeikaneducation.com	اختبار الفصل، النماذج 1، 2A، 2B، ص (34-39) اختبار الفصل، النموذج 3، ص (40-41) اختبار المفردات، ص (33) اختبار الفصل ذو الإجابة المطولة، ص (42) الاختبار التراكمي، الفصول (1-6)، ص (43-45) www.obeikaneducation.com	

البديل 1

جميع المستويات (دون ضمن فوق)

البديل 3 فوق المتوسط (فوق)

اطلب إلى الطلبة استعمال برمجية للرسم البياني أو ورقة رسم بياني لرسم مخطط لأرضية مكتبة المدرسة، ثم اطلب إليهم قياس محيط المكان ومحيط كل شيء داخله، وأن يعيّنوا معامل التشابه (مقياس الرسم) ويكتبوه على رسوماتهم.

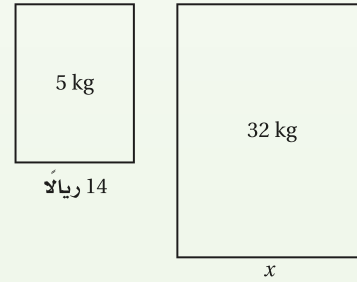
المتعلمون الفرديون: اطلب إلى الطلبة استعمال الانترنت لاستقصاء النسبة الذهبية، واطلب إليهم إحضار تفسيرات حول معناها، ولماذا سُميت بهذا الاسم، واطلب إليهم أن يعيّنوا مبانٍ وأعمالاً فنيةً تحوي مستطيلات بنسبة ذهبية. ويمكنهم أن يعملوا ملصقاً أو عرضاً متعدد الوسائط لاكتشافاتهم.

المتعلمون البصريون / المكانيون: أعط كل طالب بطاقةً مرسوماً عليها مضلع، وبطاقة أخرى عليها صورة مكبرة أو مصغرة لذلك المضلع، ثم اطلب إليهم أن يحسبوا النسبة بين محيطات ومساحات المضلعات.

البديل 2

دون المتوسط (دون)

اطلب إلى الطلاب أن يشرحوا إجابة السؤال الآتي باستعمال الكلمات والأمثلة. "إذا علمت أن ثمن 5 kg من سلعة ما هو 14 ريالاً، فكيف يمكنك استعمال التناسب لإيجاد ثمن 32 kg من تلك السلعة؟"



القراءة والكتابة بلغة الرياضيات

الدراسة



مهارة الدراسة

شجّع الطلبة على كتابة ملاحظاتهم العملية عن العمليات، في أثناء دراستهم المفاهيم والخوارزميات الجديدة. فالملاحظات العملية تساعد الطلبة على حل مسائل باتباع خطوات حل المسألة، وذلك بكتابة الخطوات في العمود الأيمن، وحل المسألة في العمود الأيسر، فتصف ملاحظاتهم حول العمليات في الجدول المجاور كيفية تحديد ما إذا كان شكلان متشابهين أم لا، وهذا ما سيدرسه الطلبة في الدرس 1-6.

مثال	العملية
الزوايا المتناظرة: $\angle A$ و $\angle E$، $\angle C$ و $\angle F$، $\angle B$ و $\angle D$ $\angle A \cong \angle E$؛ $\angle C \cong \angle F$ (معطيات) $\angle B \cong \angle D$ (نظرية الزاوية الثالثة) والأضلاع المتناظرة: $\overline{AB}$ و $\overline{ED}$، $\overline{AC}$ و $\overline{EF}$، $\overline{BC}$ و $\overline{DF}$ $\frac{AB}{ED} = \frac{CB}{FD} = \frac{AC}{EF}$ $\frac{5}{2} = \frac{10}{4} = \frac{12.5}{5} = 2\frac{1}{2}$ المثلثان متشابهان أي أن: $\triangle ABC \sim \triangle EDF$	حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا. الخطوة 1: عيّن الزوايا المتناظرة والأضلاع المتناظرة. الخطوة 2: حدّد ما إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة أم لا. الخطوة 3: حدّد ما إذا كانت الأضلاع المتناظرة متناسبة أم لا. الخطوة 4: إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة، أو كانت الأضلاع المتناظرة متناسبة، فإن الشكلين متشابهان.

يسهم هذا النشاط وماشابهه في بناء استقلالية الطلاب من خلال استعمالهم الاستراتيجيات الخاصة بهم.

ملخص الدروس

المضلعَات المتشابهة

6-1

يكون المضلعان متشابهين إذا كان لهما الشكل نفسه ، إلا أنهما قد يختلفان في الأبعاد. ويكون المضلعان متشابهين، إذا وفقط إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة. وترتيب الرؤوس مهم؛ لأنه يحدّد الزوايا والأضلاع المتناظرة.

عبرة التشابه	الزوايا المتطابقة	الأضلاع المتناظرة
	$\angle A \cong \angle E$ $\angle B \cong \angle F$ $\angle C \cong \angle G$ $\angle D \cong \angle H$	$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE}$

والنسبة بين طولي ضلعين متناظرين لمضلعين متشابهين تُسمى معامل التشابه، كما أن النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين هي نفسها النسبة بين أطوال أضلاعهما المتناظرة وتساوي نسبة التشابه.

المثلثات المتشابهة

6-2

يكون المثلثان متشابهين، إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة. ومع ذلك يمكن إثبات تشابه مثلثين من دون معرفة قياس كل زاوية وكل ضلع، حيث تنصّ مسلّمة التشابه بزوايتين (AA) على أنه إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر، فإن المثلثين متشابهان.

وكذلك إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبة، فإنّ المثلثين متشابهان (نظرية التشابه SSS).

وإذا كان طولاً ضلعين لمثلث متناسين مع طولي الضلعين المناظرين لهما في مثلث آخر، وكانت الزاويتان المحصورتان بينهما متطابقتين، فإنّ المثلثين متشابهان (نظرية التشابه SAS).

وتشابه المثلثات يحقق خاصية الانعكاس والتماثل والتعدي، ويمكن استعمال خصائص المثلثات المتشابهة لحلّ مسائل من واقع الحياة باستعمال القياس غير المباشر.

الترايط الرأسي

ما قبل الفصل 6

- حلّ مسائل من واقع الحياة، تشمل تلك التي تتضمن علاقات تناسب.
- وصف تأثير تغيّر الأبعاد تناسبياً.
- استعمال الرموز لتمثيل المتغيّرات والقيم غير المعروفة.
- البحث عن الأنماط وتمثيل التعميمات جبرياً.

الفصل 6

- استعمال النسب لحلّ مسائل تتضمن أشكالاً متشابهة.
- تحديد المثلثات المتشابهة، واستعمال الأجراء المتناسبة منها في حلّ مسائل، وإيجاد قياسات مجهولة.

ما بعد الفصل 6

- تمثيل الأنماط باستعمال المتتابعات والمتسلسلات الحسابية والهندسية.
- استعمال خصائص الدوالّ لتحليل المسائل وحلّها، والتوصل إلى تنبؤات.

6-3

المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

تنص نظرية التناسب في المثلث، على أنه إذا وازى مستقيم أحد أضلاع مثلث، وقطع الضلعين الآخرين في نقطتين مختلفتين، فإنه يقسم هذين الضلعين إلى قطع مستقيمة أطوالها متناسبة.

وعكس هذه النظرية صحيح أيضًا؛ أي أنه إذا قطع مستقيم ضلعين لمثلث وقسمهما إلى قطع مستقيمة أطوالها المتناظرة متناسبة، فإنه يوازي الضلع الثالث، ويمكن أن تُوسّع هاتان النظريتان لثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر. فإذا قطعت ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر قاطعين، فإن المستقيمات المتوازية تقطع القاطعين تناسبًا. وإذا قطعت ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر قطعًا متطابقة من قاطع، فإنها تقطع قطعًا متطابقة من أي قاطع آخر.

وإحدى الحالات الخاصة لمستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث هي القطعة المنصّفة. فالقطعة المنصّفة هي قطعة مستقيمة طرفاها نقطتا منتصفَي ضلعي المثلث، والقطعة المنصّفة توازي أحد أضلاع المثلث وطولها يساوي نصف طوله.

6-4

عناصر المثلثات المتشابهة

النسبة بين ارتفاعات مثلثين متشابهين هي نفسها النسبة بين أطوال أضلاعهما المتناظرة، فإذا كان المثلثان متشابهين، فإن ارتفاعاتهما المتناظرة تكون متناسبة مع أطوال الأضلاع المتناظرة. وفي الحقيقة، تسري هذه العلاقة على منصفّات الزوايا والقطع المتوسطة أيضًا. وتوجد علاقة أيضًا بين منصفّ زاوية مثلث والضلع المقابل لتلك الزاوية، فمنصفّ إحدى زوايا مثلث، يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين النسبة بين طوليهما كالنسبة بين طولَي الضلعين الآخرين.

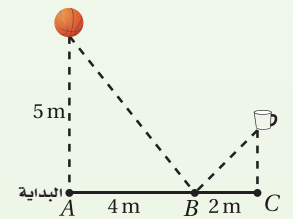
التشابه
Similarityالفصل
6

مشروع الفصل

مسار الارتداد:

يستعمل الطلبة ما تعلّموه عن المثلثات المتشابهة؛ لتحديد مسار ارتداد كرة السلة عندما تقذف إلى جدارٍ بزاوية ما. (علمًا بأنه عندما تقذف كرة إلى حائط وترتد، فإن الزاويتين الناتجتين عند مسار الكرة والحائط تكونان متطابقتان).

- يشترك كل طالب مع زميل له في الصف للقيام بهذه التجربة، ويحتاجان من أجل القيام بذلك إلى كرة سلة، أو أي نوع من الكرات المشابهة، وعصًا طولها 1 m وكوب ورقيّ وشريط لاصق وقلم تخطيط.
- عيّن على حائط عمودي مستوي نقطة قريبة من الأرض (A) وسماها نقطة "البداية".
- قس من النقطة (A) مسافة 4 m أفقيًا وثبت شريطًا لاصقًا على الحائط وسماها (النقطة B).
- قس على نفس امتداد النقطة (B) مسافة 2 m، وثبت شريطًا لاصقًا على الحائط وسماها (النقطة C).
- ارجع إلى النقطة (A) وقس مسافة 5 m عموديًا على الحائط كام في الشكل أدناه.



- كيف يمكنك استعمال خصائص المثلثات المتشابهة؛ لتحديد الموقع الذي تضع عنده كوبًا ورقيًا في الاتجاه العمودي على الحائط عند النقطة C، بحيث إنه عندما تقذف الكرة من نقطة البداية إلى النقطة B، سترتد عن الحائط وتصطدم بالكوب؟
- ماذا يحدث عندما تُغير بُعد نقطة البداية عن الجدار؟
- سجّل نتائجك، واعمل رسمًا دقيقًا لتجربتك، واعرضه أمام الطلبة.

المفردات: قدّم مفردات الفصل مستعملًا النمط الآتي.

التعريف: معامل التشابه هو النسبة بين طولي ضلعين متناظرين لمضلعين متشابهين.

فيما سبق:

درست النسبة والتناسب وتطبيقاتهما الحياتية.

والآن:

■ أعترف المضلعات المتشابهة، وأستعمل النسبة والتناسب لحل المسائل.

لماذا؟

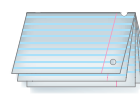
تصميم: يتم تصميم بعض المجسمات والمباني لتشابه أشياء مشهورة بحيث يكون هناك تناسب بين الأطوال في تلك المجسمات ونظيراتها في الشكل الأصلي.

منظم أفكار

المطويات

التشابه: اعمل هذه المطوية؛ لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك حول الفصل 6، مبتدئًا بثلاث أوراق من دفتر الملاحظات.

- 1 اطو كلاً من الأوراق الثلاثة من المنتصف.
- 2 قصّ الأوراق على طول خط الطي.
- 3 قصّ الجانب الأيسر لكل ورقة؛ لعمل شرائط فهرسة، ثم ثبّت الحافة اليمنى؛ بحيث تشكل الأوراق دفترًا.
- 4 اكتب عنوان الفصل على الصفحة الأولى، وأرقام الدروس على الأشرطة، وخصص الصفحة الأخيرة للمفردات الجديدة.



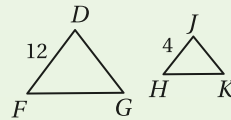
وظيفتها: يستعمل الطلبة مطوياتهم لكتابة ملاحظات وحل مسائل أثناء قراءة كل درس في هذا الفصل، ثم اطلب إليهم أن يسجلوا أسئلتهم، وكلما تعلموا أكثر عن التشابه شجعهم على إيجاد إجابات لها. والتساؤل الذاتي يساعد الطلبة على التركيز في أثناء الدراسة.

وقت استعمالها: شجّع الطلبة أثناء دراستهم الفصل على إضافة معلومات إلى مطوياتهم؛ لاستعمالها في المراجعة لاختبار الفصل.

تنويع التعليم

نموذج بناء المفردات، ص (28, 29).
يكمل الطلاب هذا النموذج بكتابة تعريف كل مفردة جديدة تظهر لهم في أثناء دراسة الفصل أو مثال عليها، ويستفيدون من ذلك في أثناء المراجعة والاستعداد لاختبار الفصل.

مثال: في الشكل الآتي، $\triangle DFG \sim \triangle JHK$



سؤال: ما معامل تشابه $\triangle DFG$ إلى $\triangle JHK$ ؟ $\frac{12}{4}$ أو $\frac{3}{1}$

ما معامل تشابه $\triangle JHK$ إلى $\triangle DFG$ ؟ $\frac{4}{12}$ أو $\frac{1}{3}$

منظم أفكار

المطويات

اطلب إلى الطلبة تكوين مطوياتهم وعنونتها كما هو موضح.

غرضها: يدوّن الطلبة ملاحظاتهم حول كل درس من دروس هذا الفصل.

المعالجة

استعمل نتائج الاختبار السريع ومخطط المعالجة؛ لمساعدتك على تحديد مستوى المعالجة المناسب. والعبارة "إذا ... فعد إلى"، في الجدول تساعدك على تحديد المستوى المناسب للمعالجة، واقتراح مصادر لكل مستوى.

مخطط المعالجة

المستوى	ضمن المتوسط
1	إذا أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 25% أو أقل من الأسئلة، فعد إلى تدريبات المهارات، الفصل (1)، ص (43) www.obeikaneducation.com
2	دون المتوسط إذا أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 50% تقريباً من الأسئلة، فعد إلى تدريبات إعادة التعليم، الفصل (1)، ص (41) www.obeikaneducation.com

التهيئة للفصل 6

تشخيص الاستعداد: هناك بديلان للتأكد من المهارات الضرورية السابقة.

البديل 1 أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

مراجعة سريعة

مثال 1

حل المعادلة: $\frac{4x-3}{5} = \frac{2x+11}{3}$

$$\frac{4x-3}{5} = \frac{2x+11}{3} \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

$$3(4x-3) = 5(2x+11) \quad \text{خاصية الضرب التبادلي}$$

$$12x-9 = 10x+55 \quad \text{خاصية التوزيع}$$

$$2x = 64 \quad \text{خاصية الجمع والطرح للمساواة}$$

$$x = 32 \quad \text{خاصية القسمة للمساواة}$$

اختبار سريع

(تستعمل مع الدروس 1-6 إلى 3-6)

حل كلاً من المعادلات الآتية:

$$(1) \quad 4 \text{ أو } -4 \quad \frac{3x}{8} = \frac{6}{x}$$

$$(2) \quad 18 \quad \frac{7}{3} = \frac{x-4}{6}$$

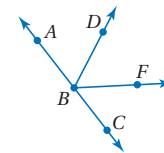
$$(3) \quad -37 \quad \frac{x+9}{2} = \frac{3x-1}{8}$$

$$(4) \quad -2 \text{ أو } 2 \quad \frac{3}{2x} = \frac{3x}{8}$$

(5) **تعليم:** نسبة عدد الطلاب إلى عدد المعلمين في مدرسة هي 17 إلى 1. إذا كان عدد طلاب المدرسة 1088 طالباً، فما عدد المعلمين؟ **64 معلماً**

(تستعمل مع الدروس 3-6)

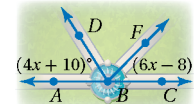
جبر: في الشكل أدناه، $\overrightarrow{BA}$ ، $\overrightarrow{BC}$ نصفان مستقيمان متعاكسان، و $\overrightarrow{BD}$ ينصف $\angle ABF$. (مهارة سابقة)



(6) إذا كان: $m\angle ABF = (3x-8)^\circ$ ، $m\angle ABD = (x+14)^\circ$ فأوجد $m\angle ABD$. **50°**

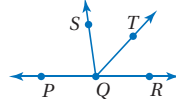
(7) إذا كان: $m\angle FBC = (2x+25)^\circ$ ، $m\angle ABF = (10x-1)^\circ$ فأوجد $m\angle DBF$. **64.5°**

(8) **حدائق:** يخطط مهندس لإضافة ممرات تصل إلى نافورة كما هو مبين أدناه، إذا كان $\overrightarrow{BA}$ ، $\overrightarrow{BC}$ نصفين مستقيمين متعاكسين و $\overrightarrow{BD}$ ينصف $\angle ABF$ ، فأوجد $m\angle FBC$. **64°**



مثال 2

في الشكل أدناه، $\overrightarrow{QP}$ ، $\overrightarrow{QR}$ نصفان مستقيمان متعاكسان، و $\overrightarrow{QT}$ ينصف $\angle SQR$ ، إذا كان: $m\angle SQR = (6x+8)^\circ$ ، $m\angle TQR = (4x-14)^\circ$ فأوجد $m\angle SQT$.



بما أن $\overrightarrow{QT}$ ينصف $\angle SQR$ ، فإن:

$$m\angle SQR = 2(m\angle TQR) \quad \text{تعريف منصف الزاوية}$$

$$6x+8 = 2(4x-14) \quad \text{بالتعويض}$$

$$6x+8 = 8x-28 \quad \text{خاصية التوزيع}$$

$$-2x = -36 \quad \text{خاصية الطرح للمساواة}$$

$$x = 18 \quad \text{خاصية القسمة للمساواة}$$

وبما أن $\overrightarrow{QT}$ ينصف $\angle SQR$ ، فإن:

$$m\angle SQT = m\angle TQR \quad \text{تعريف منصف الزاوية}$$

$$m\angle SQT = 4x-14 \quad \text{بالتعويض}$$

$$m\angle SQT = 58^\circ \quad \text{بالتعويض عن } x=18 \text{ والتبسيط}$$

أسئلة تهيئة إضافية على الموقع www.obeikaneducation.com

البديل 2

المضلعات المتشابهة Similar Polygons



لماذا؟

يزين بعض الأشخاص شاشات حواسيبهم باستعمال صور شخصية لهم، وذلك بوضع صورة بحجمها الأصلي في وسط الشاشة، أو بتكبيرها لتملأ الشاشة، إلا أن الطريقة الثانية تُظهر الصورة مشوّهة؛ لأن الصورة الأصلية والصورة الجديدة لا تكونان متشابهتين هندسيًا.

تحديد المضلعات المتشابهة: المضلعات المتشابهة لها الشكل نفسه، ولكن ليس بالضرورة أن يكون لها القياسات نفسها.

فيما سبق:

درست استعمال التناسب لحل المسائل.

(مهارة سابقة)

والآن:

■ استعمل التناسب لتحديد المضلعات المتشابهة.

■ أحل مسائل باستعمال خصائص المضلعات المتشابهة.

المفردات:

المضلعات المتشابهة

similar polygons

معامل التشابه

scale factor

نسبة التشابه

similarity ratio

www.obeikaneducation.com

1 التركيز

التربيط الرأسي

ما قبل الدرس 6-1

استعمال التناسب لحل المسائل.

الدرس 6-1

استعمال التناسب لتحديد المضلعات المتشابهة.

حل مسائل باستعمال خصائص المضلعات المتشابهة.

ما بعد الدرس 6-1

استعمال أنماط عددية؛ للتوصل إلى تعميمات حول النسب في الأشكال المتشابهة.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلبة قراءة فقرة "لماذا؟".

وأسأل:

- في أي اتجاه كبرت الصورة؟ أفقيًا
- لماذا تشوّه الصورة عندما يتم تكبيرها لتملأ الشاشة؟ لأن عرض الشاشة أكبر من طولها، وذلك على العكس من الصورة.

- ما الطرق الأخرى التي يمكن أن تستعمل بها الصورة؛ لتملأ الشاشة من دون أن تشوّه؟ إجابة ممكنة: يمكن استعمال نسخ متعددة للصورة لتملأ الشاشة.

إجابة (تحقق من فهمك):

(1) الزوايا المتطابقة:

$$\angle N \cong \angle U, \angle P \cong \angle V,$$

$$\angle Q \cong \angle S, \angle R \cong \angle T$$

$$\text{التناسب: } \frac{NP}{UV} = \frac{PQ}{VS} = \frac{QR}{ST} = \frac{RN}{TU}$$

مفهوم أساسي

المضلعات المتشابهة

أضف إلى
مطوياتك

يتشابه مضلعان إذا وفقط إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

مثال: في الشكل أدناه، $ABCD$ يشابه $WXYZ$.

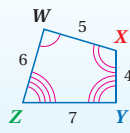
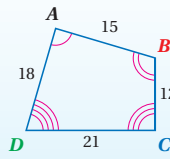
الزوايا المتطابقة:

$$\angle A \cong \angle W, \angle B \cong \angle X, \angle C \cong \angle Y, \angle D \cong \angle Z$$

التناسب:

$$\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW} = \frac{3}{1}$$

الرموز: $ABCD \sim WXYZ$



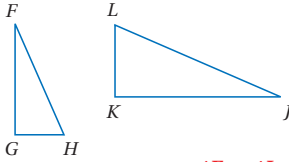
وكما هو الحال في عبارة التطابق، فإن ترتيب الرؤوس في عبارة التشابه مثل $ABCD \sim WXYZ$ مهم جدًا؛ لأنه يحدّد الزوايا المتناظرة والأضلاع المتناظرة.

استعمال عبارة التشابه

مثال 1

إذا كان $\triangle FGH \sim \triangle JKL$ ، فكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة، وكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة.

استعمل عبارة التشابه.



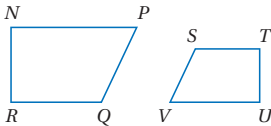
الزوايا المتطابقة: $\angle F \cong \angle J, \angle G \cong \angle K, \angle H \cong \angle L$

$$\frac{FG}{JK} = \frac{GH}{KL} = \frac{HF}{LJ}$$

$$\triangle FGH \sim \triangle JKL$$

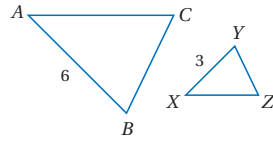
تحقق من فهمك

انظر الهامش (1) إذا كان $NPQR \sim UVST$ ، فكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة، وكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة.



مصادر الدرس 6-1

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم ص (73)	• تنويع التعليم ص (73, 79)	• تنويع التعليم ص (79, 73)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (12)	• كتاب التمارين ص (12)	• كتاب التمارين ص (12)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (6) • تدريبات المهارات، ص (8) • تدريبات حل المسألة، ص (9)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (6) • تدريبات المهارات، ص (8) • تدريبات حل المسألة، ص (9) • التدريبات الإثرائية، ص (10)	• تدريبات حل المسألة، ص (9) • التدريبات الإثرائية، ص (10)



النسبة بين طولي ضلعين متناظرين لمضلعين متشابهين تُسمى **معامل التشابه** (عامل المقياس). ويعتمد معامل التشابه على ترتيب المقارنة.

ففي الشكل المجاور $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

ومعامل تشابه $\triangle ABC$ إلى $\triangle XYZ$ يساوي $\frac{6}{3}$ أو 2

بينما معامل تشابه $\triangle XYZ$ إلى $\triangle ABC$ يساوي $\frac{3}{6}$ أو $\frac{1}{2}$

معامل التشابه بين مضلعين متشابهين يسمى **نسبة التشابه** أحياناً

استعمال عبارة التشابه

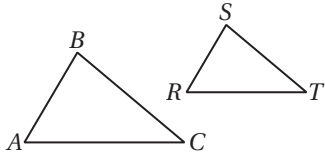
المثال 1 يبين كيفية استعمال عبارة التشابه لتحديد أزواج الزوايا المتطابقة، والتناسب بين الأضلاع المتناظرة.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلبة المفاهيم.

مثال إضافي

إذا كان: $\triangle ABC \sim \triangle RST$ ، فاكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسباً يربط بين الأضلاع المتناظرة.



الزوايا المتطابقة:

$$\angle A \cong \angle R, \angle B \cong \angle S, \angle C \cong \angle T$$

$$\frac{AB}{RS} = \frac{BC}{ST} = \frac{AC}{RT} \text{ :التناسب}$$

التعليم باستعمال التقنيات

آلة التصوير الرقمية: اطلب إلى

الطلاب التقاط صورة وطبع عدة نسخ

مختلفة القياسات منها

(3 in × 5 in, 4 in × 6 in, 6 in × 9 in,

8 in × 10 in)

ثم اطلب إليهم قياس الصور

واستعمال التناسب؛ لتحديد أي من

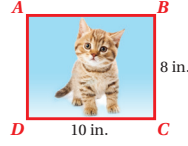
هذه الصور تكون مستطيلات متشابهة،

وأن يُحضروا صورهم إلى الصف،

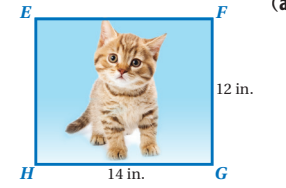
وبيّنوا أن الصور غير المتشابهة قد

تبدو مختلفة عن بعضها.

تحديد المضلعات المتشابهة



صور: يريد كمال أن يستعمل الصورة المستطيلة الشكل المجاورة خلفيّة لشاشة الحاسوب، ولكنه يحتاج لتغيير أبعادها، حدّد ما إذا كانت كلّ من الصورتين المستطيلتين الآتيتين مشابهة لها أم لا؟ وإذا كانت كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه. وضح إجابتك.



(a) **الخطوة 1:** قارن الزوايا المتناظرة.

بما أن جميع زوايا المستطيل قوائم، والزوايا القوائم متطابقة، فإن الزوايا المتناظرة متطابقة.

الخطوة 2: قارن النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{BC}{FG} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad \frac{DC}{HG} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

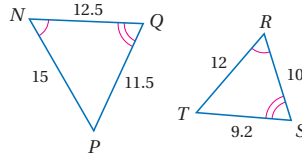
وحيث إن $\frac{5}{7} \neq \frac{2}{3}$ ، فإن الأضلاع المتناظرة غير متناسبة، وعليه فإن $ABCD \not\sim EFGH$. إذن فالصورتان غير متشابهتين.

(b) **الخطوة 1:** بما أن $ABCD$, $JKLM$ مستطيلان، فإن الزوايا المتناظرة متطابقة.

الخطوة 2: قارن النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{BC}{KL} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad \frac{DC}{ML} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

وحيث إن $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ ، فإن الأضلاع المتناظرة متناسبة، وعليه فإن $ABCD \sim JKLM$ ؛ إذن فالصورتان متشابهتان ومعامل تشابه $ABCD$ إلى $JKLM$ يساوي $\frac{2}{3}$



تحقق من فهمك

(2) حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، وضح إجابتك.

إرشادات للدراسة

تناسب المستطيلات:

لاختبار تناسب أضلاع مستطيلين، يكفي اختبار تناسب ضلعين متتاليين من المستطيل الأول مع الضلعين المناظرين لهما في المستطيل الثاني؛ لأن المستطيل فيه كل ضلعين متقابلين متطابقان.

(2) نعم؛

$\triangle NQP \sim \triangle RST$ ؛ لأن

$\angle N \cong \angle R, \angle Q \cong \angle S,$

$\angle P \cong \angle T$ بحسب نظرية

الزاوية الثالثة؛

و $\frac{NQ}{RS} = \frac{QP}{ST} = \frac{PN}{TR}$

ومعامل التشابه $\frac{5}{4}$

إرشادات للدراسة

التحقق من صحة

الحل:

للتحقق من معامل التشابه، أوجد النسبة بين طولي ضلعين متناظرين آخرين.

تنويع التعليم

دون ضمن هوك

المتعلمون البصريون / المكانيون: يبن للطلاب كيف يحافظون على الاتساق والترتيب عند تحليل الأشكال للتحقق من التشابه، فمثلاً الضلع المحصور بزوايتين في المضلع الأول، يناظر الضلع المحصور بالزوايتين المتطابقتين لهما في المضلع الثاني، وقد يختارون أن يقارنوا الجانب الأيمن في كلا الشكلين أولاً، ثم اعرض عليهم طرقاً لتنظيم عملهم، بحيث يكتبون الرؤوس المتناظرة بالترتيب الصحيح.

استعمال الأشكال المتشابهة: يمكنك استعمال معاملات التشابه والتناسبات، لحل مسائل تتضمن أشكالاً متشابهة.

إرشادات للدراسة

التشابه والتطابق:

إذا كان المثلثان متطابقين فإنهما متشابهان أيضاً. وتكون جميع الزوايا المتناظرة متطابقة، وأطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة، والنسبة بين طولي كل ضلعين متناظرين هي 1:1.

تحديد المضلعات المتشابهة

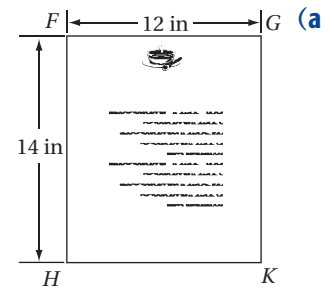
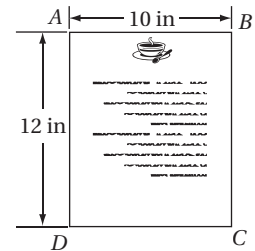
المثال 2 يبين كيفية استعمال المفاهيم الأساسية لتحديد الأشكال المتشابهة.

مثال إضافي

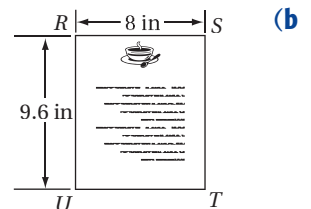
2

طعام: يُعدّ ماجد قائمة طعام

جديدة للمطعم الذي يعمل فيه. حدّد ما إذا كانت قائمة الطعام في كل من a و b مشابهة لقائمة الطعام الأصلية الموضحة بالشكل أدناه. وإذا كانت كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه. ووضّح إجابتك، علماً بأنّ قوائم الطعام مستطيلة الشكل.



لا؛ لأن: $\frac{AB}{FG} \neq \frac{AD}{FH}$



نعم؛ لأن $\frac{AB}{RS} = \frac{AD}{RU} = \frac{5}{4}$
إذن $ABCD \sim RSTU$
ومعامل التشابه هو $\frac{5}{4}$

مثال 3

في الشكل المجاور، $ACDF \sim VWYZ$.

(a) أوجد قيمة x .

استعمل أطوال الأضلاع المتناظرة لكتابة تناسب

$$\frac{CD}{WY} = \frac{DF}{YZ}$$

$$CD = 9, WY = 6, DF = x, YZ = 10$$

$$9(10) = 6(x)$$

$$90 = 6x$$

$$15 = x$$

(b) أوجد قيمة y .

$$\frac{CD}{WY} = \frac{FA}{ZV}$$

$$CD = 9, WY = 6, FA = 12, ZV = 3y - 1$$

$$9(3y - 1) = 6(12)$$

$$27y - 9 = 72$$

$$27y = 81$$

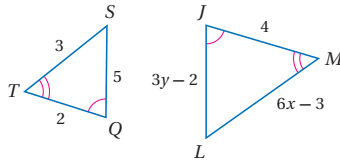
$$y = 3$$

تحقق من فهمك

إذا كان $\triangle JLM \sim \triangle QST$ ، فأوجد قيمة المتغير في كلّ مما يأتي:

$$1.5x \quad (3A)$$

$$4y \quad (3B)$$



النسبة بين أيّ طولين متناظرين في المثلثين المتشابهين تساوي معامل التشابه بينهما. ويؤدي هذا إلى النظرية الآتية حول محيطي المثلثين المتشابهين.

نظرية 6.1

محيطا المثلثين المتشابهين

إذا تشابه مثلثان، فإن النسبة بين محيطيهما تساوي معامل التشابه بينهما.

مثال: إذا كان $ABCD \sim JKLM$ ، فإن:

$$\frac{AB}{JK} = \frac{BC}{KL} = \frac{CD}{LM} = \frac{DA}{MJ} = \frac{AB + BC + CD + DA}{JK + KL + LM + MJ}$$

ستبرهن النظرية 6.1 الخاصة بحالة المثلثات في السؤال 34

74 الفصل 6 التشابه

إرشادات للمعلم الجديد

الألوان المختلفة: عند تحديد العناصر المتناظرة، استعمل ألواناً مختلفة؛ لرسم دوائر حول حروف الزوايا المتناظرة.

المحتوى الرياضي

المعرفة السابقة: تعلّم الطلاب في الفصل 3 أن كلاً من الزوايا والأضلاع المتناظرة في المثلثات المتطابقة تكون متطابقة. وفي هذا الدرس، أكد لهم على أنه إذا كان المضلعان متطابقين، فإن معامل التشابه بينهما 1.

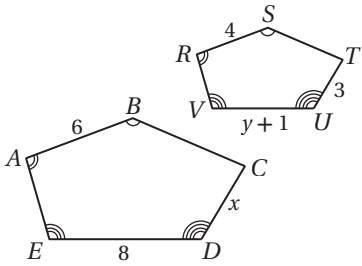
استعمال الأشكال المتشابهة

المثال 3 يبيّن كيفية استعمال معامل التشابه لإيجاد القيم المجهولة.

المثال 4 يبيّن كيفية استعمال معامل التشابه لإيجاد المحيط.

مثالان إضافيان

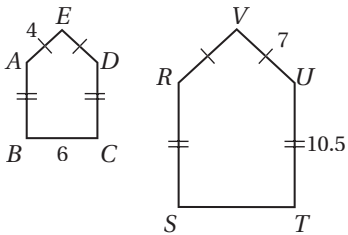
المضلعان الآتيان متشابهان.



(a) أوجد قيمة x . $x = \frac{9}{2}$

(b) أوجد قيمة y . $y = \frac{13}{3}$

إذا كان $ABCDE \sim RSTUV$ ، فأوجد معامل تشابه $ABCDE$ إلى $RSTUV$ ومحيط كل مضلع.



معامل التشابه: $\frac{4}{7}$ ، ومحيط

$ABCDE$ يساوي 26، ومحيط $RSTUV$ يساوي 45.5

استعمال معامل التشابه لإيجاد المحيط

مثال 4

إذا كان $ABCDE \sim PQRST$ ، فأوجد معامل تشابه $ABCDE$ إلى $PQRST$ ومحيط كل مضلع.

معامل تشابه $ABCDE$ إلى $PQRST$ يساوي $\frac{CD}{RS}$ أي $\frac{4}{3}$.

وبما أن: $\overline{BC} \cong \overline{AB}$, $\overline{AE} \cong \overline{CD}$ ،

فإن محيط $ABCDE$ يساوي $8 + 8 + 4 + 6 + 4 = 30$.

استعمل محيط $ABCDE$ ، ومعامل التشابه لكتابة تناسب.

افترض أن محيط $PQRST$ يساوي x .

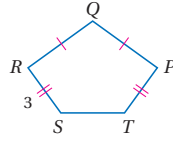
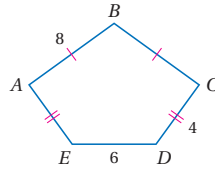
$$\frac{4}{3} = \frac{\text{محيط } ABCDE}{\text{محيط } PQRST}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{30}{x}$$

$$(3)(30) = 4x$$

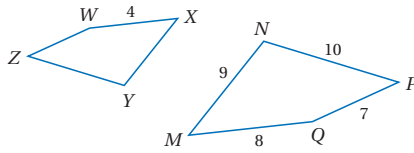
$$22.5 = x$$

إذن محيط $PQRST$ يساوي 22.5.



تحقق من فهمك

(4) إذا كان $MNPQ \sim XYZW$ ، فأوجد معامل تشابه $MNPQ$ إلى $XYZW$ ، ومحيط كل مضلع.



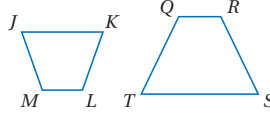
(4) معامل التشابه = 2،
محيط $MNPQ$ يساوي 34،
محيط $XYZW$ يساوي 17

تأكد

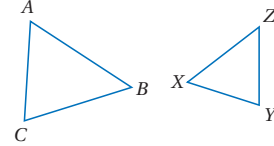
المثال 1

اكتب جميع الزوايا المتطابقة، واكتب تناسباً يربط بين الأضلاع المتناظرة في كلّ ممّا يأتي:

(2) $JKLM \sim TSQR$ انظر الهامش

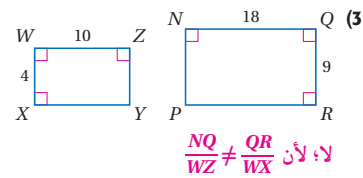
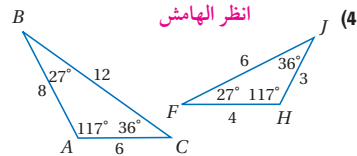


(1) $\triangle ABC \sim \triangle ZYX$ انظر الهامش



المثال 2

حدّد ما إذا كان المضلعان في كلّ من السؤالين الآتيين متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، وضح إجابتك.



لا، لأن $\frac{NQ}{WZ} \neq \frac{QR}{WX}$

الدرس 1-6 المضلعات المتشابهة 75

إجابات:

$$\angle A \cong \angle Z, \angle B \cong \angle Y, \angle C \cong \angle X, \frac{AC}{ZX} = \frac{BC}{YX} = \frac{AB}{ZY} \quad (1)$$

$$\angle J \cong \angle T, \angle K \cong \angle S, \angle L \cong \angle R, \angle M \cong \angle Q, \frac{JM}{TQ} = \frac{ML}{QR} = \frac{KL}{SR} = \frac{JK}{TS} \quad (2)$$

(4) نعم، $\triangle ABC \sim \triangle HFJ$ ؛ لأن: $\frac{AB}{HF} = \frac{BC}{FJ} = \frac{CA}{JH}$ ، $\angle A \cong \angle H, \angle B \cong \angle F, \angle C \cong \angle J$ ، ومعامل التشابه: 2.

التقويم التكويني

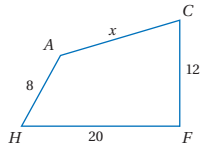
استعمل الأسئلة 1-7؛ للتأكد من فهم الطلبة.

ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة بحسب مستوياتهم.

المثال 3

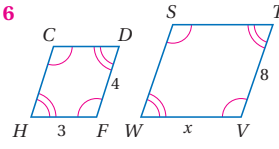
في كل ممّا يأتي، إذا كان المضلعان متشابهين، فأوجد قيمة x .

16



(6)

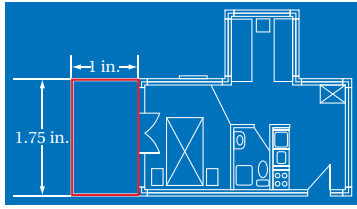
6



(5)

(7) تصميم: في مخطط الشقة المجاور، عرض الشرفة 1 in وطولها 1.75 in. إذا كان طول الشرفة الحقيقي 15 ft، فما محيطها؟ تقريباً 47 ft

المثال 4

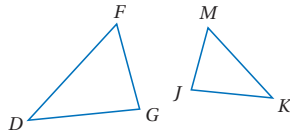


تدريب وحل المسائل

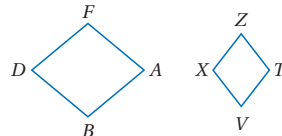
المثال 1

اكتب جميع الزوايا المتطابقة، ثم اكتب تناسباً يربط الأضلاع المتناظرة للمضلعين في كل ممّا يأتي:

(9) $\triangle DFG \sim \triangle KMJ$ انظر الهامش

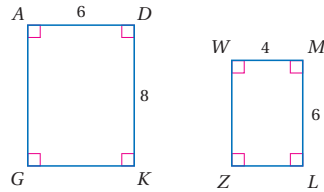


(8) $ABDF \sim VXZT$ انظر الهامش



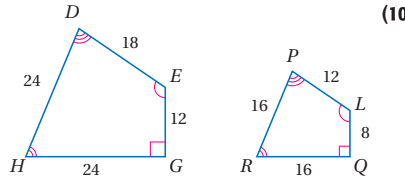
المثال 2

حدّد ما إذا كان المضلعان في كل ممّا يأتي متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، وإلا فوضح السبب. انظر الهامش



لا؛ لأن $\frac{AD}{WM} \neq \frac{DK}{ML}$

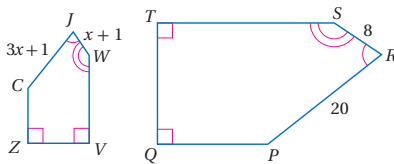
(11)



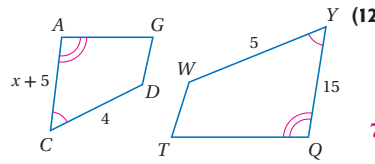
(10)

في كل ممّا يأتي، إذا كان المضلعان متشابهين، فأوجد قيمة x .

المثال 3



(13)



(12)

3

7

(14) طول المستطيل ABCD يساوي 20 m، وعرضه 8 m. وطول المستطيل QRST المشابه له يساوي 40 m. أوجد معامل تشابه المستطيل ABCD إلى المستطيل QRST، ومحيط كل منهما. انظر الهامش

المثال 4

76 الفصل 6 التشابه

إجابات:

$$\angle A \cong \angle V, \angle B \cong \angle X, \quad (8)$$

$$\angle D \cong \angle Z, \angle F \cong \angle T;$$

$$\frac{AB}{VX} = \frac{BD}{XZ} = \frac{DF}{ZT} = \frac{FA}{TV}$$

$$\angle D \cong \angle K, \angle F \cong \angle M, \angle G \cong \angle J; \quad (9)$$

$$\frac{DF}{KM} = \frac{FG}{MJ} = \frac{GD}{JK}$$

(10) نعم؛ لأن الأضلاع المتناظرة متناسبة

$$\frac{LQ}{EG} = \frac{QR}{GH} = \frac{RP}{HD} = \frac{PL}{DE}$$

$$\text{كذلك، } \frac{8}{12} = \frac{16}{24} = \frac{16}{24} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

الزوايا المتناظرة متطابقة

$$\angle Q \cong \angle G, \angle L \cong \angle E, \angle P \cong \angle D, \angle R \cong \angle H$$

$$(14) \frac{1}{2}; \text{ محيط } ABCD \text{ يساوي } 56 \text{ m,}$$

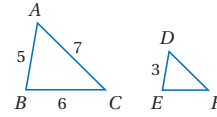
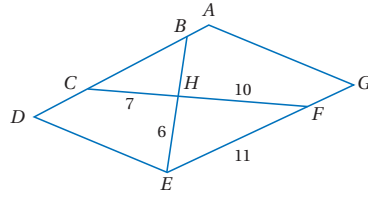
$$\text{ومحيط } QRST \text{ يساوي } 112 \text{ m.}$$

تنوع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	8-16، 39-56
ضمن المتوسط	9-17 فردي، 19-22، 23-33 فردي، 34-36، 39-56
فوق المتوسط	17-54، (اختياري 55-56)

أوجد محيط المثلث المحدد في كل مما يأتي:

- (15) $\triangle DEF$ ، إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 10.8. (16) $\triangle CBH$ ، إذا كان $\triangle CBH \sim \triangle FEH$ 18.9.



- (17) إذا كان معامل التشابه بين مستطيلين متشابهين 1:2، ومحيط المستطيل الكبير 80 m، فأوجد محيط المستطيل الصغير. 40 m

- (18) إذا كان معامل التشابه بين مربعين متشابهين 3:2، ومحيط المربع الصغير 50 ft، فأوجد محيط المربع الكبير. 75 ft

مثلثات متشابهة: في الشكل المجاور، المثلثات: AHB, AGC, AFD

متشابهة وفيها: $\angle AHB \cong \angle AGC \cong \angle AFD$.

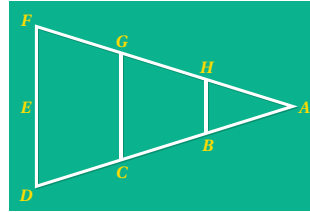
أوجد الأضلاع التي تناظر الضلع المَعطى أو الزوايا التي تطابق الزاوية المَعطاة في كل من الأسئلة الآتية.

(19) $\overline{AC}, \overline{AD}, \overline{AB}$

(20) $\overline{HB}, \overline{GC}, \overline{FD}$

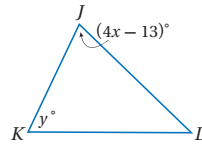
(21) $\angle ABH, \angle ADF, \angle ACG$

(22) $\angle A$ موجودة في المثلثات الثلاثة

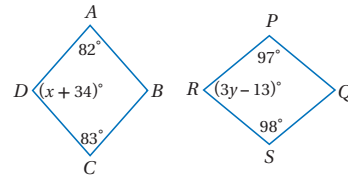


أوجد قيمة كل متغير فيما يأتي:

(24) $\triangle JKL \sim \triangle WYZ$ $x = 21, y = 65$



(23) $ABCD \sim QSRP$ $x = 63, y = 32$



- (25) **عرض الشرائح:** إذا كانت أبعاد صورة على شريحة 13 in في $9\frac{1}{4}$ in، ومعامل تشابه صور الشريحة إلى الصور المعروضة بواسطة جهاز العرض 1:4؛ فما أبعاد الصورة المعروضة؟ **52 in في 37 in**

هندسة إحداثية: حدد ما إذا كانا المستطيلان $ABCD, WXYZ$ المعطاة إحداثيات رؤوسهما في السؤالين الآتيين متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه؛ وضح إجابتك.

انظر الهامش

(26) $A(-1, 5), B(7, 5), C(7, -1), D(-1, -1); W(-2, 10), X(14, 10), Y(14, -2), Z(-2, -2)$

(27) $\frac{BC}{XY} \neq \frac{AB}{WX}$ لا؛ لأن $A(5, 5), B(0, 0), C(5, -5), D(10, 0); W(1, 6), X(-3, 2), Y(2, -3), Z(6, 1)$

الدرس 6-1 المضلعات المتشابهة 77



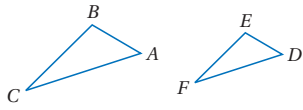
الربط مع الحياة

يرى بعض التربويين أن نسبة 75% إلى 90% من معارف الشخص يتم الحصول عليها عن طريق الوسائل البصرية، ومن هنا جاءت أهمية استعمال جهاز عرض الشرائح في العملية التعليمية.

حدّد ما إذا كان المضلعان في كلّ مما يأتي متشابهين دائماً أو أحياناً أو غير متشابهين أبداً؟ وضع إجابتك.

(28-33) انظر ملحق الإجابات

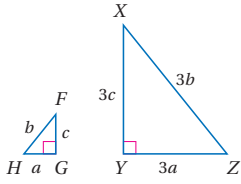
- (28) مثلثان منفرجا الزاوية
(29) شبه منحرف ومتوازي أضلاع
(30) مثلثان قائما الزاوية
(31) مثلثان متطابقا الضلعين
(32) مثلث مختلف الأضلاع، ومثلث متطابق الضلعين
(33) مثلثان متطابقا الأضلاع



(34) برهان: اكتب برهاناً حرّاً للنظرية 6.1 (في حالة المثلثات)

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF, \frac{AB}{DE} = \frac{m}{n}$$

المعطيات: $\frac{AB}{DE} = \frac{m}{n}$ المطلوب: إثبات أن: $\frac{\text{محيط } \triangle ABC}{\text{محيط } \triangle DEF} = \frac{m}{n}$ انظر ملحق الإجابات



(35) تغيير الأبعاد: في الشكل المجاور، $\triangle FGH \sim \triangle XYZ$

(a) بين أن النسبة بين محيطي المثلثين هي النسبة نفسها بين

$$\frac{a}{3a} = \frac{b}{3b} = \frac{c}{3c} = \frac{a+b+c}{3(a+b+c)} = \frac{1}{3}$$

(b) إذا أضيف لطول كل ضلع 6 وحدات، فهل المثلثان الجديدان

متشابهان؟ لا، لم تعد الأضلاع متناسبة.

(36) تمثيلات متعددة: في هذه المسألة ستكتشف تشابه المربعات.

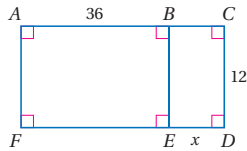
(a) هندسياً: ارسم ثلاثة مربعات مختلفة الأبعاد، وسّمها $ABCD$, $PQRS$, $WXYZ$ ، وقس طول ضلع كل مربع وسجل الأطوال على المربعات. انظر ملحق الإجابات

(b) جدولياً: احسب النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة لكل زوج مربعات فيما يأتي ودونها في جدول: $ABCD$, $PQRS$; $PQRS$, $WXYZ$; $WXYZ$, $ABCD$. هل كل مربعين من المربعات متشابهان؟

(c) لفظياً: ضع تخميناً حول تشابه جميع المربعات.

إجابة ممكنة: جميع المربعات متشابهة.

مسائل مهارات التفكير العليا

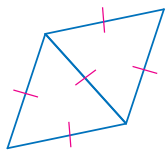


(37) تحدّ: في الشكل المجاور، ما قيمة x التي تجعل $BEFA \sim EDCB$ ؟ 4

(38) إجابة مفتوحة: أوجد مثلاً مضاداً للعبارة الآتية: انظر الهامش

”جميع المستطيلات متشابهة“

(39) برهان: إذا كان المستطيل $BCEG$ فيه $BC:CE = 2:3$ ، وكان المستطيل $LJAW$ فيه $LJ:JA = 2:3$ ، فأثبت أن: $BCEG \sim LJAW$ انظر الهامش



(40) تبرير: يمكن دمج مثلثين متساويي الأضلاع متطابقين؛ لتكوين شكل رباعي كما في الشكل المجاور. إذا كوّن شكلًا رباعياً آخر من مثلثين متساويي الأضلاع متطابقين آخرين، فأثّر العبارات التالية صحيحة حول الشكل المجاور، والشكل الذي كوّنته: يجب أن يكونا متشابهين، المجاور قد يكونا متشابهين، أو غير متشابهين. فسّر إجابتك. انظر الهامش

(41) تبرير: ارسم مضلعين خماسيّين منتظمين أطوال أضلاعهم مختلفة. هل المضلعان متشابهان؟ وهل كل مضلعين منتظمين ومتساويين في عدد الأضلاع متشابهان؟ وضع إجابتك. انظر ملحق الإجابات

(42) اكتب: بين أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين المضلعات المتطابقة والمضلعات المتشابهة. انظر الهامش

تنبيه لحل سؤال

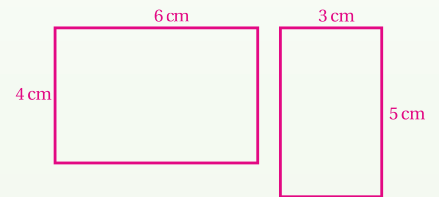
مسطرة: السؤال 36 استعمال يتطلب مسطرة.

تمثيلات متعددة: في السؤال 36،

يستعمل الطلبة الرسوم الهندسية وجدولاً ووصفاً لفظياً؛ لاستقصاء تشابه المربعات.

إجابات:

(38) إجابة ممكنة:



بما أن: $\frac{3}{4} \neq \frac{5}{6}$ ، فإن المستطيلان غير متشابهين.

(39) بما أن الشكلين مستطيلان فالزوايا

المتناظرة جميعها قائمة ومتساوية، كما

أنه من المعطيات: $\frac{BC}{CE} = \frac{2}{3}$ و $\frac{LJ}{JA} = \frac{2}{3}$

أي أن: $\frac{BC}{CE} = \frac{LJ}{JA} = \frac{2}{3}$

أو $\frac{BC}{LJ} = \frac{CE}{JA}$ وهذا يعني أن

الأضلاع المتناظرة في المستطيلين

$BCEG$, $LJAW$ متناسبة؛ أي أن

المستطيلين متشابهان.

(40) يجب أن يكونا متشابهين؛ لأن

الأضلاع المكوّنة لكل شكل من

الشكلين الرباعيّين هي أضلاع

مثلثات متساوية الأضلاع، والمثلثات

المتساوية الأضلاع تكون متشابهة،

حيث إن زواياها تكون متطابقة

وقياساتها 60° .

(42) إجابة ممكنة: يكون المضلعان متطابقين إذا كان

لهما الأبعاد نفسها والشكل نفسه، وفي المضلعين

المتطابقين تكون الزوايا المتناظرة متطابقة

والأضلاع المتناظرة متطابقة. وعندما يكون

المضلعان متشابهين فإن زواياهما المتناظرة تكون

متطابقة وأضلاعهم المتناظرة تكون متناسبة.

والمضلعات المتطابقة تكون متشابهة أيضاً؛

لأن الزوايا المتناظرة تكون متطابقة، والأضلاع

المتناظرة تكون متناسبة.

ولا يكون المضلعان المتشابهان متطابقين، إلّا

إذا كانت النسبة بين أطوال أضلاعهم المتناظرة

تساوي 1.

(44) مستطيلان متشابهان. إذا كان معامل التشابه بينهما 3:5، ومحيط المستطيل الكبير 65 m، فما محيط المستطيل الصغير؟ **B**

49 m **C** 29 m **A**
59 m **D** 39 m **B**

(43) إذا كان: $PQRS \cong JKLM$ ومعامل تشابه $PQRS$ إلى $JKLM$ يساوي 4:3، وكان $QR = 8$ cm فما طول KL ؟ **D**

8 cm **C** 24 cm **A**
6 cm **D** $10\frac{2}{3}$ cm **B**

4 التقويم

تعلّم لاحق: اطلب إلى الطلبة أن يتوقعوا كيف يمكن أن يساعدهم الدرس الحالي عن المضلعات المتشابهة، على فهم الدرس الآتي عن المثلثات المتشابهة. وما أوجه التشابه فيهما؟ وما أوجه الاختلاف؟

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلبة الدرس 1-6، بإعطائهم:

الاختبار القصير 1، ص (30)

مراجعة تراكمية

حل كل تناسب ممّا يأتي: (مهارة سابقة)

$$\frac{-11}{14} \frac{2x+3}{x-1} = \frac{-4}{5} \quad (47)$$

$$-\frac{10}{9} \frac{2}{4y+5} = \frac{-4}{y} \quad (46)$$

$$-23 \frac{c-2}{c+3} = \frac{5}{4} \quad (45)$$

(48) هندسة إحداثية أوجد إحداثيات نقطة تقاطع قطري $JKLM$ الذي رؤوسه: $J(2, 5), K(6, 6), L(4, 0), M(0, -1)$ (الدرس 5-2) **(3, 2.5)**

اكتب الفرض الذي تبدأ به برهاناً غير مباشر لكل عبارة ممّا يأتي: (الدرس 4-4)

(49) إذا كان $3x > 12$ ، فإن $x > 4$. **$x \leq 4$**

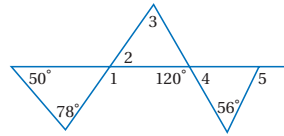
(51) منصف زاوية الرأس لمثلث متطابق الضلعين هو ارتفاع للمثلث أيضاً. **منصف زاوية الرأس لمثلث متطابق الضلعين، ليس ارتفاعاً للمثلث.**

في الشكل المجاور، أوجد قياس كل من الزوايا الآتية. (الدرس 3-2)

$$128^\circ \quad m\angle 1 \quad (52)$$

$$52^\circ \quad m\angle 2 \quad (53)$$

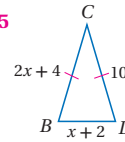
$$68^\circ \quad m\angle 3 \quad (54)$$



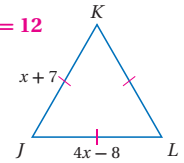
استعد للدرس اللاحق

جبر أوجد قيمة x وطول كل ضلع في كل من المثلثين الآتيين: (الدرس 3-1)

$$x = 3, BC = 10, BD = 5 \quad (56)$$



$$x = 5, JK = JL = KL = 12 \quad (55)$$



تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: اطلب إلى الطلبة استعمال برمجية معالجة النصوص (word)، وأن يجربوا المضلعات المختلفة التي تقدمها البرمجية، ثم اطلب إليهم أن يختاروا شكلاً ما، وأن يكونوا شكلاً مشابهاً له، وذلك بأن ينسخوا الشكل الأصلي، ثم يغيروا مقياس الشكل؛ ممّا ينتج عنه شكل آخر مشابه. وللتحقق من التشابه، نضع الشكلين أحدهما على الآخر، بحيث ينطبق رأسان من رؤوسهما، فالزوايا المتناظرة يجب أن تكون متطابقة.



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 1 - 6

دون	دون	ضمن	فوق
تدريبات إعادة التعليم (6)	تدريبات إعادة التعليم - تنمة (7)		
الاسم: _____ التاريخ: _____ 6-1 تدريبات إعادة التعليم المضاعف المتشابهة تحديد المضاعفات المتشابهة: فاكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة: واكتب تناسب يربط بين أطوال الأضلاع المتناظرة: الزوايا المتطابقة: $\angle A \cong \angle X, \angle B \cong \angle Y, \angle C \cong \angle Z, \angle C \cong \angle Z$ الناظر: $\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{CA}{ZX}$ مستأن 1: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$، فاكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة: واكتب تناسب يربط بين أطوال الأضلاع المتناظرة: الزوايا المتطابقة: $\angle A \cong \angle X, \angle B \cong \angle Y, \angle C \cong \angle Z, \angle C \cong \angle Z$ الناظر: $\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{CA}{ZX}$ مستأن 2: حدد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا. وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه: ومعامل التشابه. ووضح إجابتك. الخطوة 1: قارن بين الزوايا المتناظرة: $\angle W \cong \angle P, \angle X \cong \angle Q, \angle Y \cong \angle R, \angle Z \cong \angle S$ الزوايا المتناظرة متطابقة. الخطوة 2: قارن بين الأضلاع المتناظرة: $\frac{WX}{PQ} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}, \frac{XY}{QR} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}, \frac{YZ}{RS} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}, \frac{ZW}{SP} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ بما أن الأضلاع المتناظرة متناسبة، فإن $WXYZ \sim PQRS$ ومعامل التشابه للمثلثين المتشابهين هو $\frac{3}{2}$ تعاريف: اكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسب يربط بين أطوال الأضلاع المتناظرة في كل مما يأتي: $\triangle DEF \sim \triangle GHI$ $\angle D \cong \angle G, \angle E \cong \angle H, \angle F \cong \angle I, \frac{DE}{GI} = \frac{EF}{HI} = \frac{FD}{IG}$ $PQRS \sim TUVX$ $\angle P \cong \angle T, \angle Q \cong \angle U, \angle R \cong \angle V, \angle S \cong \angle X$ $\frac{PQ}{TU} = \frac{QR}{UV} = \frac{RS}{WX} = \frac{SP}{XT}$ حدد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا. وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه. ووضح إجابتك. (4) $\triangle PQR \sim \triangle PST$، معامل التشابه $\frac{1}{2}$ (5) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$، $\angle A \cong \angle D, \angle B \cong \angle E, \angle C \cong \angle F$ وفق نظرية الزاوية الثالثة: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$ في كل مما يأتي، إذا كان المثلثان متشابهين، فأوجد قيمة x. (4) $x = 6.5$ (5) $x = 7$ (6) $x = 5$ (7) $x = 13$ (8) إذا كان $VRPT \sim GKNM$، فأوجد معاملاً تشابه $VRPT$ إلى $GKNM$. معامل التشابه يساوي $\frac{3}{4}$ معامل $VRPT$ يساوي 21 معامل $GKNM$ يساوي 28 الفصل 6، التشابه	الاسم: _____ التاريخ: _____ 6-1 تدريبات إعادة التعليم المضاعف المتشابهة استعمال الاشكال المتشابهة: يمكنك استعمال معاملات التشابه والناظر، فأوجد: مستأن 1: إذا كان $\triangle DEF \sim \triangle GHI$، فأوجد: معامل تشابه $\triangle DEF$ إلى $\triangle GHI$: $\frac{DE}{GH}$ معامل التشابه هو $\frac{EF}{HI} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ احسب طول FG مستعملًا معامل التشابه: $\frac{2}{3} = \frac{DE}{GH}$ $\frac{2}{3} = \frac{10}{GH}$ $2(GH) = 3(10)$ $GH = 15$ مستأن 2: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle EFGH$، فأوجد: معامل تشابه $\triangle ABC$ إلى $\triangle EFGH$: $\frac{BC}{FG}$ معامل التشابه هو $\frac{BC}{FG} = \frac{9+6+12+13.5}{40.5} = \frac{40.5}{40.5} = 1$ افترض أن معاملاً تشابه $\triangle EFGH$ يساوي x: الخطوة 1: $\frac{3}{4} = \frac{AB}{EF}$ بالنعرض: $\frac{3}{4} = \frac{40.5}{x}$ خاصية القرب التبادلي: $4(40.5) = 3x$ $54 = x$ بمسألة كلا الطرفين على 3: إذن معاملاً تشابه $\triangle EFGH$ يساوي 54 تعاريف: في كل مما يأتي، إذا كان المثلثان متشابهين، فأوجد قيمة x. (1) $x = 6$ (2) $x = 2.25$ (3) $x = 15$ (4) $x = 9$ (5) إذا كان $\triangle ABCD \sim \triangle PQRS$، فأوجد معاملاً تشابه $\triangle ABCD$ إلى $\triangle PQRS$. ومحيط كل مضلع. معامل التشابه $\frac{3}{4}$: معاملاً تشابه $\triangle ABCD$ يساوي 68 ومعاملاً تشابه $\triangle PQRS$ يساوي 85 الفصل 6، التشابه	الاسم: _____ التاريخ: _____ 6-1 تدريبات حل المسألة المضاعف المتشابهة محفظة: يكون المحفوظ أدناه من أربعة مراتبات، إذا كانت المراتبات الثلاثة الصغيرة متطابقة، فما معاملاً تشابه المربع الكبير إلى أحد المراتبات الصغيرة؟ 3:1 أجهزة التفاضل: تصنع إحدى الشركات أجهزة تقياس ذات شاشات كبيرة وأحجام مختلفة، إذا كانت جميع الشاشات مستطيلة الشكل ومتشابهة، وكان محيط شاشة قياسها 42 بوصة يساوي 4، بوصة تقريباً، فما محيط شاشة قياسها؟ 46 بوصة رياضة: طول ملعب أولمبي لإحدى الألعاب الرياضية 60 m وعرضه 30 m، وطول ملعب محلي للعبة نفسها 51 m وعرضه 25.5 m، فهل الملعبان متشابهان؟ برّر إجابتك. نعم: النسبة بين الطولين $\frac{60}{51} = \frac{20}{17}$، والنسبة بين العرضين $\frac{30}{25.5} = \frac{20}{17}$ ما القيمة التقريبية لمعامل التشابه الذي استعمله لتكبير الراسموس في الصورة أعلاه؟ 1:180 الفصل 6، التشابه	الاسم: _____ التاريخ: _____ 6-1 تدريبات حل المسألة المضاعف المتشابهة محفظة: يكون المحفوظ أدناه من أربعة مراتبات، إذا كانت المراتبات الثلاثة الصغيرة متطابقة، فما معاملاً تشابه المربع الكبير إلى أحد المراتبات الصغيرة؟ 3:1 أجهزة التفاضل: تصنع إحدى الشركات أجهزة تقياس ذات شاشات كبيرة وأحجام مختلفة، إذا كانت جميع الشاشات مستطيلة الشكل ومتشابهة، وكان محيط شاشة قياسها 42 بوصة يساوي 4، بوصة تقريباً، فما محيط شاشة قياسها؟ 46 بوصة رياضة: طول ملعب أولمبي لإحدى الألعاب الرياضية 60 m وعرضه 30 m، وطول ملعب محلي للعبة نفسها 51 m وعرضه 25.5 m، فهل الملعبان متشابهان؟ برّر إجابتك. نعم: النسبة بين الطولين $\frac{60}{51} = \frac{20}{17}$، والنسبة بين العرضين $\frac{30}{25.5} = \frac{20}{17}$ ما القيمة التقريبية لمعامل التشابه الذي استعمله لتكبير الراسموس في الصورة أعلاه؟ 1:180 الفصل 6، التشابه
تدريبات المهارات (8)	تدريبات حل المسألة (9)	دون	ضمن
الاسم: _____ التاريخ: _____ 6-1 تدريبات المهارات المضاعف المتشابهة 1. إذا كان $\triangle ABCD \sim \triangle GHJI$، فاكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسب يربط الأضلاع المتناظرة: $\angle A \cong \angle G, \angle B \cong \angle H, \angle C \cong \angle I, \angle D \cong \angle J$ $\frac{AB}{GH} = \frac{BC}{HI} = \frac{CD}{IJ} = \frac{AD}{GJ}$ حدد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا. وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه. ووضح إجابتك. (2) $\triangle ABC \sim \triangle DEF, \angle A \cong \angle D, \angle B \cong \angle E, \angle C \cong \angle F$ وفق نظرية الزاوية الثالثة: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$ في كل مما يأتي، إذا كان المثلثان متشابهين، فأوجد قيمة x. (4) $x = 6.5$ (5) $x = 7$ (6) $x = 5$ (7) $x = 13$ (8) إذا كان $VRPT \sim GKNM$، فأوجد معاملاً تشابه $VRPT$ إلى $GKNM$. معامل التشابه يساوي $\frac{3}{4}$ معامل $VRPT$ يساوي 21 معامل $GKNM$ يساوي 28 الفصل 6، التشابه	الاسم: _____ التاريخ: _____ 6-1 تدريبات حل المسألة المضاعف المتشابهة محفظة: يكون المحفوظ أدناه من أربعة مراتبات، إذا كانت المراتبات الثلاثة الصغيرة متطابقة، فما معاملاً تشابه المربع الكبير إلى أحد المراتبات الصغيرة؟ 3:1 أجهزة التفاضل: تصنع إحدى الشركات أجهزة تقياس ذات شاشات كبيرة وأحجام مختلفة، إذا كانت جميع الشاشات مستطيلة الشكل ومتشابهة، وكان محيط شاشة قياسها 42 بوصة يساوي 4، بوصة تقريباً، فما محيط شاشة قياسها؟ 46 بوصة رياضة: طول ملعب أولمبي لإحدى الألعاب الرياضية 60 m وعرضه 30 m، وطول ملعب محلي للعبة نفسها 51 m وعرضه 25.5 m، فهل الملعبان متشابهان؟ برّر إجابتك. نعم: النسبة بين الطولين $\frac{60}{51} = \frac{20}{17}$، والنسبة بين العرضين $\frac{30}{25.5} = \frac{20}{17}$ ما القيمة التقريبية لمعامل التشابه الذي استعمله لتكبير الراسموس في الصورة أعلاه؟ 1:180 الفصل 6، التشابه	الاسم: _____ التاريخ: _____ 6-1 تدريبات حل المسألة المضاعف المتشابهة محفظة: يكون المحفوظ أدناه من أربعة مراتبات، إذا كانت المراتبات الثلاثة الصغيرة متطابقة، فما معاملاً تشابه المربع الكبير إلى أحد المراتبات الصغيرة؟ 3:1 أجهزة التفاضل: تصنع إحدى الشركات أجهزة تقياس ذات شاشات كبيرة وأحجام مختلفة، إذا كانت جميع الشاشات مستطيلة الشكل ومتشابهة، وكان محيط شاشة قياسها 42 بوصة يساوي 4، بوصة تقريباً، فما محيط شاشة قياسها؟ 46 بوصة رياضة: طول ملعب أولمبي لإحدى الألعاب الرياضية 60 m وعرضه 30 m، وطول ملعب محلي للعبة نفسها 51 m وعرضه 25.5 m، فهل الملعبان متشابهان؟ برّر إجابتك. نعم: النسبة بين الطولين $\frac{60}{51} = \frac{20}{17}$، والنسبة بين العرضين $\frac{30}{25.5} = \frac{20}{17}$ ما القيمة التقريبية لمعامل التشابه الذي استعمله لتكبير الراسموس في الصورة أعلاه؟ 1:180 الفصل 6، التشابه	الاسم: _____ التاريخ: _____ 6-1 تدريبات حل المسألة المضاعف المتشابهة محفظة: يكون المحفوظ أدناه من أربعة مراتبات، إذا كانت المراتبات الثلاثة الصغيرة متطابقة، فما معاملاً تشابه المربع الكبير إلى أحد المراتبات الصغيرة؟ 3:1 أجهزة التفاضل: تصنع إحدى الشركات أجهزة تقياس ذات شاشات كبيرة وأحجام مختلفة، إذا كانت جميع الشاشات مستطيلة الشكل ومتشابهة، وكان محيط شاشة قياسها 42 بوصة يساوي 4، بوصة تقريباً، فما محيط شاشة قياسها؟ 46 بوصة رياضة: طول ملعب أولمبي لإحدى الألعاب الرياضية 60 m وعرضه 30 m، وطول ملعب محلي للعبة نفسها 51 m وعرضه 25.5 m، فهل الملعبان متشابهان؟ برّر إجابتك. نعم: النسبة بين الطولين $\frac{60}{51} = \frac{20}{17}$، والنسبة بين العرضين $\frac{30}{25.5} = \frac{20}{17}$ ما القيمة التقريبية لمعامل التشابه الذي استعمله لتكبير الراسموس في الصورة أعلاه؟ 1:180 الفصل 6، التشابه

مصادر المعلم للأنشطة الصفية



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 1 - 6

دون دون المتوسط

ضمن ضمن المتوسط

فوق فوق المتوسط

التدريبات الإثرائية (10)

ضمن فوق

كتاب التمارين (12)

دون ضمن فوق

الفصل السادس: التشابه

6-1 المضلعات المتشابهة

حدّد ما إذا كان المضلعان في السؤالين الآتيين متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه. ووضح إجابتك.

(2)

(1)

$$\begin{aligned} \triangle ABC &\sim \triangle UVT; \angle A \cong \angle U, \\ \angle B &\cong \angle V, \angle C \cong \angle T \\ \text{وفق نظرية الزاوية الثالثة,} \\ \frac{AB}{UV} &= \frac{BC}{VT} = \frac{CA}{TU} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} JKLM &\sim QRS P; \\ \angle J &\cong \angle Q, \angle K \cong \angle R, \\ \angle L &\cong \angle S, \angle M \cong \angle P, \\ \frac{JK}{QR} &= \frac{KL}{RS} = \frac{LM}{SP} = \frac{MP}{PQ} = \frac{5}{3} = 1.67 \end{aligned}$$

(3) هوك سباحة. بين الشكل المجاور سطحي سباحة. أبعاد البركة $PQRS$ هي 48 ft في 84 ft. وأبعاد البركة $WXYZ$ هي 40 ft في 70 ft. هل البركتان متشابهتان؟ وإذا كانتا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه.

نعم: $PQRS \sim WXYZ$ ، ومعامل التشابه $\frac{5}{6}$

في كلّ ممّا يأتي، إذا كان المضلعان متشابهين، فأوجد قيمة x .

7

(5)

(4)

$\frac{3}{2}$

(6) مضلعات خماسية. إذا كان: $ABCDE \sim PQRST$ ، فأوجد: معامل تشابه $ABCDE$ إلى $PQRST$ ، ومحيط كل مضلع.
معامل التشابه $\frac{2}{3}$ ، $65 = ABCDE$ ، ومحيط $PQRST = 91$

12

الاسم

التاريخ

6-1 التدريبات الإثرائية

إنشاء مضلعات متشابهة:

يمكن تكبير المضلعات باستعمال ورق المربعات أو من دونها، وتكون الصورة الناتجة عن تكبير مضلع معطى مشابه للصورة الأصلية، وهذا يعني أن الزوايا المتناظرة متطابقة، والأضلاع المتناظرة متناسبة بنسبة تساوي معامل التكبير، ويمكن تعيين مركز التكبير داخل المضلع أو خارجه أو من نقطة عليه.

وفيما يأتي أربع خطوات لإنشاء مضلع أطوال أضلعه مثلاً أطوال أضلاع مضلع معلوم مثبوت له.

الخطوة 1: اختر نقطة داخل المضلع أو خارجه وسماها O .

الخطوة 2: ارسم أنصاف مستقيمتين من O تمرّ بـ P و Q من رؤوس المضلع.

الخطوة 3: لتعيين صورة الرأس V ، افحص الفرجار فتحة تساوي OV ، ثم عيّن نقطة جديدة V' على OV ، بحيث يكون $OV' = OV = 2(OV)$ فيكون $OV' = 2(OV)$.

الخطوة 4: كرر الخطوة 3 لكل رأس من رؤوس المضلع، ثم صل النقاط V' و W' و X' و Y' لتكون المضلع الجديد. يبيّن الشكل أدناه إنشاء المضلعين أطوال أضلاعها مثلاً أطوال أضلاع المضلع $WXYZ$ وما مشابهاً له، لاحظ أن موقع النقطة O لا يؤثر في شكل المضلع $VWXYZ$ ولا في أبعاده.

معدّاة هوك (1) خارج المضلع

معدّاة هوك (2) داخل المضلع

انقل كلّاً من المضلعين الأكبر، ثم أنشئ مضلعاً مشابهاً أطوال أضلعه مثلاً أطوال المضلع المعطى. **النظر بموعات الطلاب**

(2)

(1)

(3) اشرح كيف تنشئ مضلعاً أطوال أضلعه ثلاثة أمثاله أطوال أضلاع المضلع $HIJK$ ومثابهاً له، ثم أثبت.

(4) اشرح كيف تنشئ مضلعاً أطوال أضلعه $1\frac{1}{2}$ مرّة من أطوال أضلاع المضلع $LMNOPQRS$ ومثابهاً له، ثم أثبت.

النظر إجابات الطلاب

الفصل 6: التشابه

10

الحل: الأول المتناهي

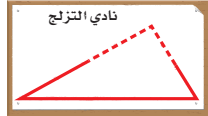
المثلثات المتشابهة

Similar Triangles

لماذا؟



أراد خالد أن يرسم نسخة مشابهة لشعار نادي التزلج المجاور على مُلصق كبير، فبدأ أولاً برسم قطعة مستقيمة أسفل المُلصق، ثم استعمل نسخة من المثلث الأصلي لينسخ زاويتي القاعدة، ثم مدّ الضلعين غير المشتركين للزاويتين.



تحديد المثلثات المتشابهة: في الفصل الثالث تعلمت اختبارات تحديد ما إذا كان مثلثان متطابقين أم لا، ولتشابه المثلثات اختبارات أيضاً. والرسم السابق يبين أنه إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر، فإن المثلثين متشابهان.

أضف إلى

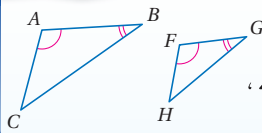
مطوياتك

مسلمة 6.1

التشابه بزائيتين (AA)

إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر، فإن المثلثين متشابهان.

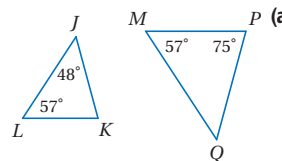
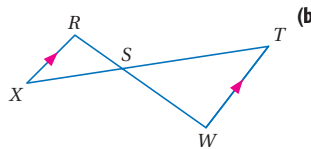
مثال: في المثلثين ABC , FGH ، إذا كانت: $\angle A \cong \angle F$, $\angle B \cong \angle G$ ، فإن: $\triangle ABC \sim \triangle FGH$.



مثال 1

استعمال مسلمة التشابه AA

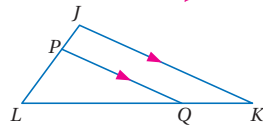
حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه. ووضّح إجابتك.



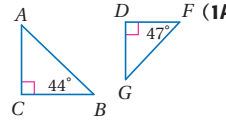
(a) بما أنّ: $m\angle L = m\angle M$ ، إذن: $\angle L \cong \angle M$. ومن نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث يكون: $57^\circ + 48^\circ + m\angle K = 180^\circ$ ؛ إذن $m\angle K = 75^\circ$. وبما أنّ $m\angle P = 75^\circ$ ، فإن $\angle K \cong \angle P$ ؛ إذن $\triangle LJK \sim \triangle MPQ$ وفق المسلمة AA.

(b) $\angle RSX \cong \angle WST$ وفق نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس. ولأن $\overline{RX} \parallel \overline{TW}$ ، فإن $\angle R \cong \angle W$ وفق نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً؛ إذن $\triangle RSX \sim \triangle WST$ وفق المسلمة AA.

نعم؛ $\angle LJK \cong \angle LPQ$, $\angle L \cong \angle L$ ، إذن: $\triangle KLJ \sim \triangle QLP$



لا، لا يوجد زاويتان في أحد المثلثين مطابقتان لزاويتين في المثلث الآخر.



تحقق من فهمك

80 الفصل 6 التشابه

1 التركيز

التربيط الرأسي

ما قبل الدرس 6-2

استعمال مسلمتي التطابق:

SAS, SSS والنظرية AAS؛

لإثبات تطابق مثلثين.

الدرس 6-2

تحديد المثلثات المتشابهة باستعمال مسلمة التشابه AA ونظريتي التشابه SAS, SSS.

استعمال المثلثات المتشابهة لحل المسائل.

ما بعد الدرس 6-2

تبرير علاقات تشابه المثلثات.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلبة قراءة فقرة "لماذا؟".

واسأل:

- ما العلاقة بين زوايا المثلثين المتشابهين؟ الزوايا متطابقة.
- هل المثلث الجديد الذي رسمه جميل يطابق المثلث الأصلي؟ لا؛ لأن أطوال الأضلاع ليست متساوية.
- نسخ جميل زاويتين من المثلث الأصلي، فهل الزاوية الثالثة هي نفسها في كلا المثلثين؟ ولماذا؟ نعم؛ نظرية الزاوية الثالثة.

مصادر الدرس 6-2

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم		• تنويع التعليم ص (83, 87)	• تنويع التعليم ص (83, 87)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (13)	• كتاب التمارين ص (13)	• كتاب التمارين ص (13)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (11) • تدريبات المهارات، ص (13) • تدريبات حل المسألة، ص (14)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (11) • تدريبات المهارات، ص (13) • تدريبات حل المسألة، ص (14) • التدريبات الإثرائية، ص (15)	• تدريبات حل المسألة، ص (14) • التدريبات الإثرائية، ص (15)

تحديد المثلثات المتشابهة

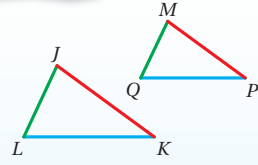
الأمثلة 1-3 تبين كيفية استعمال النظريات والمسلمات لتحديد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلبة المفاهيم.

نظريتان

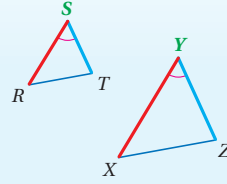
6.2 التشابه بثلاثة أضلاع (SSS)



إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبة، فإن المثلثين متشابهان.

مثال: إذا كان: $\frac{JK}{MP} = \frac{KL}{PQ} = \frac{LJ}{QM}$ ، فإن $\triangle JKL \sim \triangle MPQ$.

6.3 التشابه بضلعين وزاوية محصورة (SAS)



إذا كان طولاً ضلعين في مثلث ما متناسبين مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في مثلث آخر وكانت الزاويتان المحصورتان بينهما متطابقتين، فإن المثلثين متشابهان.

مثال: إذا كان $\frac{RS}{XY} = \frac{ST}{YZ}$ ، $\angle S \cong \angle Y$ ، فإن $\triangle RST \sim \triangle XYZ$.

ستبرهن النظرية 6.3 في السؤال 17

برهان 6.2 النظرية

اكتب برهاناً حرّاً للنظرية 6.2

المعطيات: $\frac{AB}{FG} = \frac{BC}{GH} = \frac{AC}{FH}$
المطلوب: $\triangle ABC \sim \triangle FGH$

البرهان:

عيّن النقطة J على $\overline{FG}$ ، بحيث يكون $JG = AB$.
ارسم $\overline{JK}$ ، بحيث يكون $\overline{JK} \parallel \overline{FH}$.
سمّ $\angle GJK$ بالرمز $\angle 1$.

بما أن $\angle G \cong \angle G$ وفق خاصية الانعكاس،
و $\angle 1 \cong \angle F$ وفق مسلمة الزاويتين المتناظرتين،
فإن $\triangle GJK \sim \triangle GFH$ وفق مسلمة التشابه AA.

ومن تعريف المضلعات المتشابهة يكون: $\frac{JG}{FG} = \frac{JK}{GH} = \frac{JK}{FH}$.

وبالتعويض ينتج أن: $\frac{AB}{FG} = \frac{GK}{GH} = \frac{JK}{FH}$.

وبما أن: $\frac{AB}{FG} = \frac{BC}{GH} = \frac{AC}{FH}$ ، إذن يمكننا استنتاج أن: $\frac{GK}{GH} = \frac{BC}{GH}$ ، وهذا يعني أن:

$\overline{GK} \cong \overline{BC}$ ، $\overline{JK} \cong \overline{AC}$ ، لذلك $GK = BC$ ، $JK = AC$.

ومن مسلمة التطابق SSS، يكون $\triangle ABC \cong \triangle JGK$.

ولأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة فإن: $\angle B \cong \angle G$ ، $\angle A \cong \angle 1$ ، وبما أن: $\angle 1 \cong \angle F$ ؛ إذن $\angle A \cong \angle F$ وفق خاصية التعدي؛ إذن ومن مسلمة التشابه AA، يكون $\triangle ABC \sim \triangle FGH$.

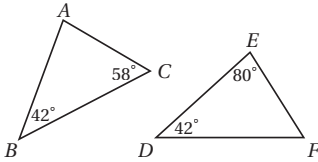
الدرس 2-6 المثلثات المتشابهة 81

مثال إضافي

1

حدّد في كلّ مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، ووضّح إجابتك.

(a)



وفق نظرية مجموع قياسات زوايا

المثلث يكون $m\angle A = 80^\circ$

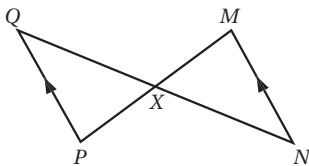
وبما أن: $\angle A \cong \angle E$ ،

فإن: $\angle B \cong \angle D$

$\triangle ABC \sim \triangle EDF$ وفق مسلمة

التشابه AA

(b)



$\angle QXP \cong \angle NXM$ وفق نظرية

الزاويتين المتقابلتين بالرأس،

وبما أن $\overline{PQ} \parallel \overline{MN}$ ، فإن

$\angle Q \cong \angle N$ وفق نظرية الزاويتين

المتبادلتين داخلياً؛ إذن:

$\triangle QXP \sim \triangle NXM$ وفق

مسلمة التشابه AA.

المحتوى الرياضي

مقارنة: بين للطلبة أوجه الشبه وأوجه

الاختلاف بين مسلمات تطابق المثلثات

ونظرياته في الفصل 3، ومسلمة التشابه

ونظرياته في هذا الفصل، وأكد على

أنه يكفي أن يكون زوجان من الزوايا

المتناظرة في المثلثين متطابقين ليكون

المثلثان متشابهين، إلا أن أزواج

الأضلاع المتناظرة الثلاث، يجب أن

تكون متناسبة.

استعمال نظريتي التشابه SSS, SAS

مثال 2

حدّد في كلّ مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، ووضّح إجابتك.

$$\frac{PR}{SR} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}, \frac{PQ}{ST} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

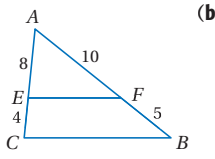
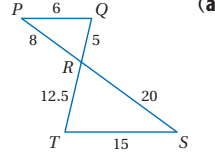
$$\frac{QR}{TR} = \frac{5}{12.5} = \frac{50}{125} = \frac{2}{5}$$

إذن $\triangle PQR \sim \triangle STR$ وفق نظرية التشابه SSS.

من خاصية الانعكاس $\angle A \cong \angle A$

$$\frac{AF}{AB} = \frac{10}{10+5} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}, \frac{AE}{AC} = \frac{8}{8+4} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

بما أن طولَي الضلعين اللذين يحصران $\angle A$ في $\triangle AEF$ متناسبان مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في $\triangle ACB$ ، إذن $\triangle AEF \sim \triangle ACB$ وفق نظرية التشابه SAS.



تحقق من فهمك

إرشادات للدراسة

الأضلاع المتناظرة:

لتحديد الأضلاع المتناظرة لمتلثين، ابدأ بمقارنة أطول ضلعين ثم الضلعين التاليين لهما طولاً وأخيراً أقصر ضلعين.

(2A) نعم؛ $\triangle JLK \sim \triangle QMP$

وفق نظرية التشابه SSS، حيث إن:

$$\frac{JL}{QM} = \frac{LK}{MP} = \frac{JK}{QP} = \frac{4}{3}$$

(2B) نعم؛ $\triangle TWZ \sim \triangle YWX$

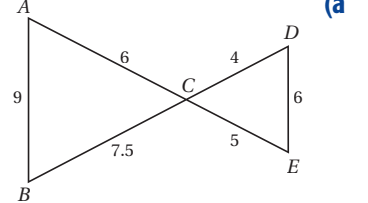
وفق نظرية التشابه SAS، حيث إن:

$$\angle W \cong \angle W, \frac{TW}{YW} = \frac{WZ}{WX} = \frac{1}{2}$$

مثالان إضافيان

2

حدّد في كلّ مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، ووضّح إجابتك.

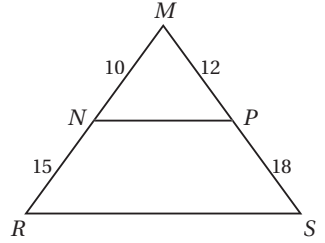


$\triangle ABC \sim \triangle DEC$ وفق

نظرية التشابه SSS، حيث

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC} = \frac{AC}{DC} = \frac{3}{2} \text{ إن:}$$

(b)



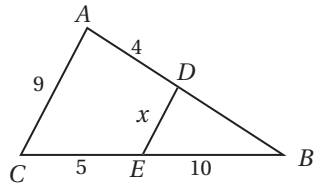
$\triangle MNP \sim \triangle MRS$ وفق نظرية

التشابه SAS، حيث إن:

$$\frac{MN}{MR} = \frac{MP}{MS} = \frac{2}{5}, \angle M \cong \angle M$$

في الشكل أدناه المثلثان ACB

DEB متشابهان، ما قيمة x ؟ B



7 C

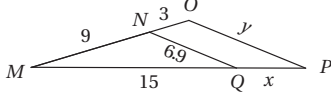
5 A

8 D

6 B

مثال 3 من اختيار

المثلثان MNQ, MOP في الشكل المجاور متشابهان، ما قيمة x ؟



5 C

12 A

4 D

10 B

اقرأ سؤال الاختبار

في هذا السؤال تعلم، أن $\triangle MNQ \sim \triangle MOP$ ، ومطلوب منك إيجاد طول قطعة مجهولة.

حل سؤال الاختبار

بما أن $\triangle MNQ \sim \triangle MOP$ ، فإن الأضلاع المتناظرة متناسبة أي أن $\frac{MN}{MO} = \frac{MQ}{MP}$ ، وبما أن

$$MN = 9, MO = 12, MQ = 15, MP = 15 + x$$

اختبر كلّ من بدائل الإجابة حتى تجد واحداً منها يحقق التناسب $\frac{9}{12} = \frac{15}{15+x}$:

$$\frac{9}{12} \stackrel{?}{=} \frac{15}{15+12}$$

إذا كان: $x = 12$ فإن:

البديل A:

غير صحيح

$$\frac{9}{12} \stackrel{?}{=} \frac{15}{15+10}$$

إذا كان: $x = 10$ فإن:

البديل B:

غير صحيح

$$\frac{9}{12} \stackrel{?}{=} \frac{15}{15+5}$$

إذا كان: $x = 5$ فإن:

البديل C:

$$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

صحيح، إذن فإن إجابة السؤال هي C

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: استعمال

السبورة التفاعلية، وارسم مثلثين متشابهين وغير متطابقين، واستعملهما؛ لتبيّن للطلاب تطابق زاويتين في أحدهما مع زاويتين في المثلث الآخر (المسلمة AA)، وبيّن لهم أن ذلك يكفي لإثبات أن المثلثين متشابهان، ثم أوجد أطوال أضلاع كلّ من المثلثين، وبيّن لهم أنها متناسبة.

تنبيه!

الزوايا المتطابقة: لا يمكن استعمال نظرية التشابه SAS، إلا إذا كانت الزاوية محصورة بين الضلعين المتناظرين لكل مثلث منهما.

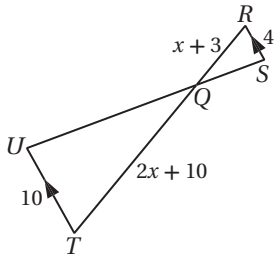
استعمال المثلثات المتشابهة

المثالان 4, 5 يبينان كيفية استعمال خصائص المثلثات المتشابهة لإيجاد أطوال غير معلومة.

مثال إضافي

4 **جبر:** أوجد طول RQ , QT في الشكل أدناه.

$$RQ = 8; QT = 20$$



استعمال المثلثات المتشابهة: تشابه المثلثات مثل تطابق المثلثات، يحقق خصائص الانعكاس والتماثل والتعدي.

نظرية 6.4

خصائص المثلثات المتشابهة

خاصية الانعكاس للتشابه: $\triangle ABC \sim \triangle ABC$

خاصية التماثل للتشابه: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ، فإن $\triangle DEF \sim \triangle ABC$.

خاصية التعدي للتشابه: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ، $\triangle DEF \sim \triangle XYZ$ ، فإن $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

ستبرهن النظرية 6.4 في السؤال 18

مثال 4

أجزاء المثلثات المتشابهة

أوجد طول BE , AD في الشكل المجاور.

بما أن $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ ، فإن: $\angle ABE \cong \angle ACD$ ، $\angle AEB \cong \angle ADC$ ؛ لأنها زوايا متناظرة، ومن مسلمة التشابه AA، يكون $\triangle ABE \sim \triangle ACD$.

تعريف المضلعات المتشابهة

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD}$$

$$AC = 5, CD = 3.5, AB = 3, BE = x$$

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{3.5}$$

خاصية الضرب التبادلي

$$(3.5) \cdot 3 = 5 \cdot x$$

بقسمة كلا الطرفين على 5

$$2.1 = x$$

وعليه فإن BE يساوي 2.1

تعريف المضلعات المتشابهة

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE}$$

$$AC = 5, AB = 3, AD = y + 3, AE = y$$

$$\frac{5}{3} = \frac{y + 3}{y}$$

خاصية الضرب التبادلي

$$5 \cdot y = 3(y + 3)$$

خاصية التوزيع

$$5y = 3y + 9$$

ب طرح $3y$ من كلا الطرفين

$$2y = 9$$

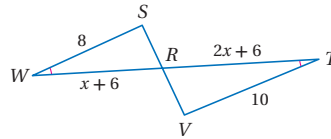
بقسمة كلا الطرفين على 2

$$y = 4.5$$

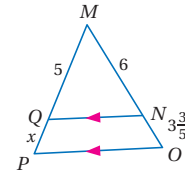
وعليه فإن: $AD = y + 3 = 7.5$

تحقق من فهمك أوجد كل طول فيما يأتي.

8; 10 WR, RT (4B)



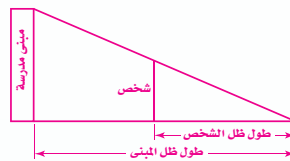
3; 8 QP, MP (4A)



تنويع التعليم

ضمن فوق

المتعلمون الاجتماعيون / الحركيون: اطلب إلى كل طالب أن يختار شريكاً له، وأن يعملوا معاً لإيجاد ارتفاع مبنى المدرسة بقياس الظل واستعمال المثلثات المتشابهة. إجابة ممكنة: يقف الأول على بعد أفقي معلوم من مبنى المدرسة، ويقوم زميله مستخدماً شريط قياس بقياس طوله، وطول ظله، وقياس طول ظل مبنى المدرسة على الأرض في اللحظة نفسها، ثم يستعملان التشابه لإيجاد ارتفاع مبنى المدرسة.



$$\frac{\text{ارتفاع مبنى المدرسة}}{\text{طول ظل مبنى المدرسة}} = \frac{\text{طول الشخص}}{\text{طول ظله}}$$

The diagram shows a roller coaster track with a starting height of x ft. The track descends to a loop that is 5.25 ft high, then ascends to another loop that is 3 ft high, and finally descends to a horizontal section that is 40 ft long. A person is standing on the 40 ft horizontal section.

$$\frac{\text{طول ظل تركي}}{\text{ارتفاع الأفقوانية}} = \frac{\text{طول ظل تركي}}{\text{طول ظل الأفقوانية}}$$

بالتعويض $\frac{5.25}{x} = \frac{3}{40}$

بالضرب $3x = 210$

إذن ارتفاع الأفعوانية يساوي 70ft .

تحقق من فهمك 

إذا كان طول منصور 6 ft ، فكم قدمًا ارتفاع البناية؟ **215 ft**

$$\begin{aligned} 12 \text{ in} &= 1 \text{ ft} \\ 3 \text{ in} &= \frac{3}{12} \text{ ft} \\ &= 0.25 \text{ ft} \end{aligned}$$

أي أن 5 ft و 3 in تساوي

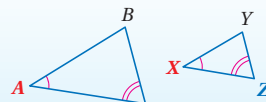
$$5.25 \text{ ft}$$

5

المعقولة؛
عندما تحل مسألة،
تحقق من معقولية
جابتك. في هذا
المثال، طول ظل تركي
أكبر بقليل من نصف
طوله، وكذلك طول
ظل الأفغانية أكبر من
نصف ارتفاعها بقليل؛
لذا فالإجابة معقولة.

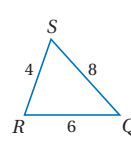
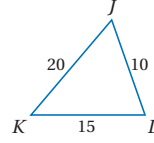
أضف إلى
مطوياتك

مسألة التشابه AA

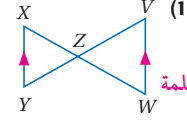


إذا كانت: $\angle A \cong \angle X, \angle C \cong \angle Z$
فإن: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

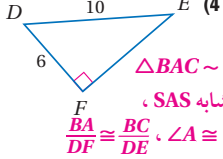
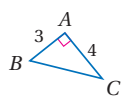
المثالان 1, 2 في كلٍّ مما يأتي حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك فاكتب عبارة التشابه، ووضّح إجابتك.



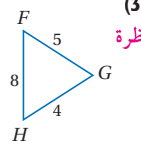
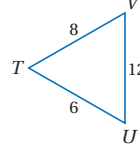
(2) نعم؛
 $\triangle JLK \sim \triangle SRQ$
وفق نظرية
التشابه SSS، حيث إنّ:
 $\frac{JL}{SR} = \frac{LK}{RQ} = \frac{JK}{SQ}$



(1) نعم؛ $\triangle YXZ \sim \triangle VWZ$ وفق مسلمة
التشابه AA، حيث إنّ:
 $\angle X \cong \angle W, \angle Y \cong \angle V$

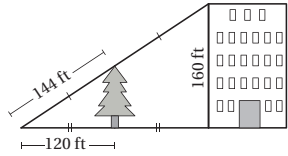


(4) نعم؛ $\triangle BAC \sim \triangle DFE$
وفق نظرية التشابه SAS،
حيث إنّ: $\frac{BA}{DF} = \frac{BC}{DE}$ ، $\angle A \cong \angle F$



(3) لا؛ الأضلاع المتناظرة
ليست متناسبة

المثال 3 (5) اختيار من متعدد: استعمل الشكل أدناه في إيجاد ارتفاع الشجرة؟ D

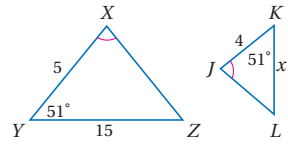
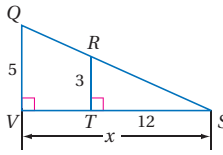


- 264 ft A
60 ft B
72 ft C
80 ft D

المثال 4 جبر: أوجد الطول المطلوب في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(7) $\triangle QVS \sim \triangle RTS$; 20 VS

(6) $\triangle XYZ \sim \triangle JKL$; 12 KL



المثال 5 (8) اتصالات: طول ظلّ برج اتصالات في لحظة معينة 100 ft، وبجواره لوحة تحذيرية مثبتة على عمود طول ظله في اللحظة ذاتها 3 ft و 4 in، إذا كان ارتفاع عمود اللوحة 4 ft و 6 in، فما ارتفاع البرج؟ 135 ft

3 التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 8-1؛ للتحقق من فهم الطلبة، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة بحسب مستوياتهم.

إجابات:

(9) نعم؛ $\triangle XUZ \sim \triangle WUY$

وفق نظرية التشابه SSS، حيث إنّ:
 $\frac{XU}{WU} = \frac{UZ}{UY} = \frac{XZ}{WY}$

(10) لا؛ يجب أن تكون $\overline{BC}$ ، $\overline{DF}$ متوازيين

حتى يكون $\triangle DAF \sim \triangle BAC$

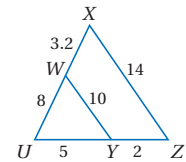
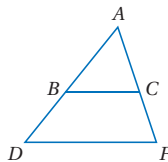
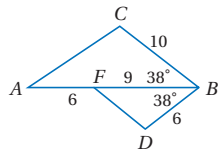
وفق مسلمة التشابه AA، حيث إنّ:
 $\frac{CB}{DB} = \frac{BA}{BF}$ ، $\angle CBA \cong \angle DBF$

(11) نعم؛ $\triangle CBA \sim \triangle DBF$

وفق نظرية التشابه SAS، حيث إنّ:
 $\frac{CB}{DB} = \frac{BA}{BF}$ ، $\angle CBA \cong \angle DBF$

تدرب وحل المسائل

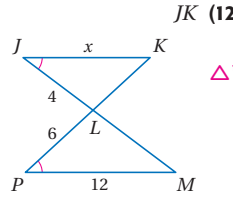
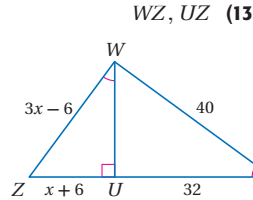
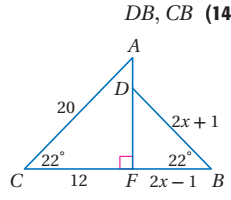
الأمثلة 3-1 في كلٍّ مما يأتي، حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، وإذا فحدّد المعلومات الإضافية الكافية لإثبات أنهما متشابهان؟ ووضّح إجابتك. (9-11) انظر الهامش



تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	9-13، 16، 21، 27، 30-45
ضمن المتوسط	9-15 فردي، 12، 16-19، 23-27، 30-45
فوق المتوسط	17-41، (42-45 اختياري)

المثال 4 جبر: أوجد الطول المطلوب في كل مما يأتي:



$\triangle JKL \sim \triangle PLM$; 8 (12)

$\triangle WUZ \sim \triangle YUW$; 30, 18 (13)

$\triangle DFB \sim \triangle AFC$; 5, 15 (14)

إجابات:

16 افترض أن أحمد سيلتقط الكرة على ارتفاع h ، وأن المسافة بين عبدالله وأحمد تساوي x ، فتكون الكرة قد ارتطمت على بعد $\frac{2}{3}x$ أي يكون بعدها الأفقي عن عبدالله $\frac{2}{3}x$ ، وعن أحمد $\frac{1}{3}x$ ، وبما أن المثلثين القائمين الناتجين مشابهان، وفق مسلمة التشابه

AA، إذن يكون

$$\frac{40}{\frac{2}{3}x} = \frac{h}{\frac{1}{3}x}$$

$$h = \frac{40(\frac{1}{3}x)}{\frac{2}{3}x} = 20 \text{ أو } \frac{40}{2} = 20$$

21 نعم؛ إجابة ممكنة:

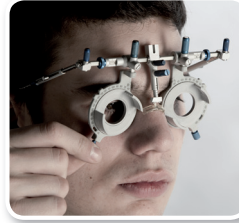
$$\overline{AB} \cong \overline{EB}, \overline{CB} \cong \overline{DB},$$

إذن $\frac{AB}{CB} = \frac{EB}{DB}$ و $\angle ABE \cong \angle CBD$

؛ لأن الزاويتين المتقابلتين بالرأس

متطابقتان، لذلك $\triangle ABE \sim \triangle CBD$

وفق نظرية التشابه SAS.



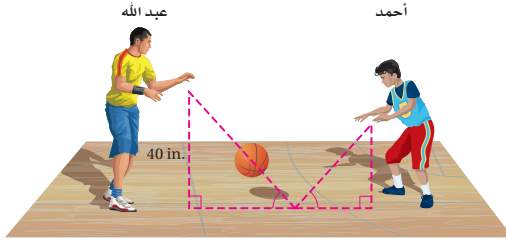
الربط مع الحياة

يحدث قصر النظر عندما تجمع عدسة العين أشعة الضوء أمام الشبكية، ويحدث طول النظر عندما تجمع عدسة العين أشعة الضوء خلف الشبكية.

86 الفصل 6 التشابه

15 رياضة: يقف أيمن بجوار مرمى كرة السلة. إذا كان طول أيمن 5 ft و 11 in، وطول ظلّه 2 ft، وكان طول ظل مرمى كرة السلة 4 ft و 4 in، فما ارتفاع المرمى تقريباً؟ **12.8 ft تقريباً**

16 رياضة: رمى عبد الله الكرة لترتد نحو أحمد، فارتطمت بسطح الأرض على بُعد $\frac{2}{3}$ المسافة بينهما، وكانت الزاويتان الناتجتان عن مسار الكرة و سطح الأرض متطابقتين. إذا رمى عبدالله الكرة من ارتفاع 40 in عن سطح الأرض، فعلى أي ارتفاع سيلتقطها أحمد؟ **انظر الهامش**



17-20 انظر ملحق الإجابات

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين في كل مما يأتي:

18 النظرية 6.4

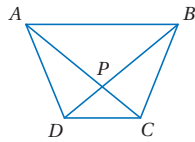
17 النظرية 6.3

20 المعطيات: $ABCD$ شبه منحرف.

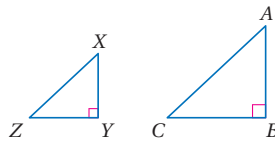
19 المعطيات: $\triangle ABC$ و $\triangle XYZ$ قائما الزاوية

المطلوب: إثبات أن $\frac{DP}{PB} = \frac{CP}{PA}$

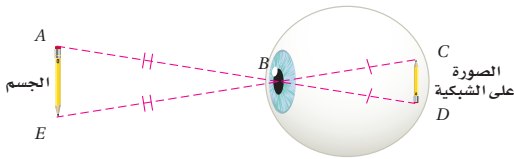
$$\frac{XY}{AB} = \frac{YZ}{BC}$$



المطلوب: إثبات أن $\triangle YXZ \sim \triangle BAC$



21 رؤية: عندما ننظر إلى جسم، فإن صورته تُسقط على الشبكية عبر البؤبؤ، وتكون المسافتان من البؤبؤ إلى أعلى الجسم وأسفله متساويتين، والمسافتان من البؤبؤ إلى أعلى الصورة وأسفلها على الشبكية متساويتين أيضاً. هل المثلثان المتكونان بين الجسم والبؤبؤ والصورة متشابهان؟ وضح إجابتك. **انظر الهامش**



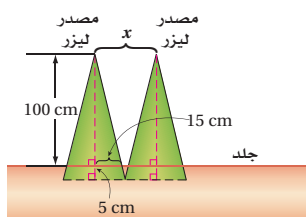
هندسة إحدائية: إحدائيات رؤوس المثلثين $\triangle XYZ$, $\triangle WYV$ هي

$X(-1, -9)$, $Y(5, 3)$, $Z(-1, 6)$, $W(1, -5)$, $V(1, 5)$

(22) مثل المثلثين بياناً، وأثبت أن $\triangle XYZ \sim \triangle WYV$. انظر ملحق الإجابات

(23) أوجد النسبة بين محيطي المثلثين. $\frac{3}{2}$

(24) قياس: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle JKL$. وطول كل ضلع في $\triangle JKL$ يساوي نصف طول الضلع المناظر له في $\triangle ABC$ ، ومساحة $\triangle ABC$ تساوي 40 in^2 ، فما مساحة $\triangle JKL$ ؟ ما العلاقة بين مساحتي $\triangle ABC$ ، $\triangle JKL$ ، ومعامل التشابه بينهما؟ انظر ملحق الإجابات



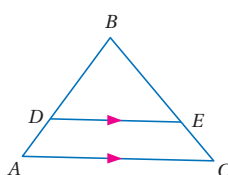
(25) علاج: استعمل معلومات الربط بالحياة والشكل المجاور لإيجاد المسافة التي يجب أن تفصل بين مصدري أشعة الليزر حتى تكون المنطقتان المعالجتان المتطابقتان بكل من المصدرين غير متداخلتين. 31.5 cm



الربط مع الحياة

في بعض العلاجات الطبية تستعمل أشعة الليزر التي تلامس الجلد وتختبره مكونة مثلثات متشابهة.

(26) تمثيلات متعددة: في هذه المسألة ستستقصي الأجزاء المتناسبة في مثلث.



(a) هندسياً: ارسم $\triangle ABC$ وارسم $\overline{DE}$ بحيث تكون موازية لـ $\overline{AC}$ كما في الشكل المجاور. انظر الهامش

(b) جدولياً: قس الأطوال AD , DB , CE , EB وسجلها في جدول،

وأوجد النسبتين $\frac{AD}{DB}$, $\frac{CE}{EB}$ وسجلهما في الجدول نفسه. انظر الهامش

(c) لفظياً: اكتب تخميناً حول القطع المستقيمة الناتجة عن مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين. إجابة ممكنة: القطع المستقيمة الناتجة عن مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث ويقطع ضلعيه الآخرين أطوالها متناسبة.

مسائل مهارات التفكير العليا

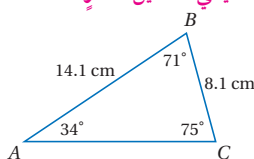
انظر الهامش

(27) اكتب: بين أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين مسلمة التشابه AA، ونظرية التشابه SSS، ونظرية التشابه SAS.

تحذّر: إذا كانت النسبة بين أطوال أضلاع مثلث هي $2:3:4$ ومحيطه 54 in ، فأجب عما يلي:

(28) إذا كان طول أصغر أضلاع مثلث آخر مشابه هو 16 in ، فما طول كل من الضلعين الآخرين فيه؟ 24 in , 32 in

(29) قارن النسبة بين محيطي المثلثين ومعامل التشابه بينهما. ماذا تلاحظ؟ $\frac{54}{72} = \frac{3}{4}$ ؛ معامل التشابه والنسبة بين محيطي المثلثين متساوي



(30) تبرير: قياسات زوايا مثلثين متشابهين هي: 50° , 85° , 45° . وأطوال أضلاع أحدهما 3 , 4 , 5.2 وحدات، وأطوال أضلاع المثلث الآخر x , x , x . 1.5 , $x + 1.8$ وحدة، أوجد قيمة x . 6

(31) مسألة مفتوحة: ارسم مثلثاً مشابهاً لـ $\triangle ABC$ المجاور،

ووضح كيف تعرف أنّهما متشابهان. انظر ملحق الإجابات

(32) اشرح طريقة يمكنك استعمالها لرسم مثلث يشابه مثلثاً معلوماً، وأطوال أضلاعه مثلاً أطوال أضلاع

المثلث المعلوم. انظر ملحق الإجابات

الدرس 6-2 المثلثات المتشابهة 87

تنبيه لحل سؤال

المسطرة والمنقلة: السؤال 26 استعمال

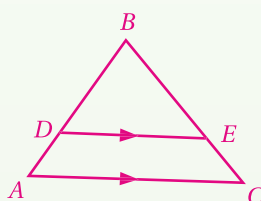
يتطلب مسطرة ومنقلة.

تمثيلات متعددة: في السؤال 26،

يستعمل الطلبة رسوماً هندسية وجدولاً ووصفاً لفظياً؛ لاستقصاء الأجراء المتناسبة في المثلث.

إجابات:

(26a) إجابة ممكنة:



(26b) إجابة ممكنة:

الأطوال	النسب
AD 0.9 cm	$\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$
DB 1.8 cm	
CE 1.1 cm	$\frac{CE}{EB} = \frac{1}{2}$
EB 2.2 cm	

(27) إجابة ممكنة: مسلمة التشابه AA

ونظرية التشابه SSS ونظرية التشابه

SAS، كلّها اختبارات يمكن استعمالها

لتحديد ما إذا كان المثلثان متشابهين

أم لا، وتستعمل مسلمة التشابه AA،

عندما يكون معلوماً أن زوجين من

زوايا المثلثين متطابقان، وتستعمل

نظرية التشابه SSS، عندما تكون

أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين

متناسبة. وتستعمل نظرية التشابه

SAS، عندما يكون معلوماً أن طوكي

ضلعين في أحد المثلثين متناسبان مع

طوكي الضلعين المناظرين لهما في

المثلث الآخر، والزوايا المحصورة

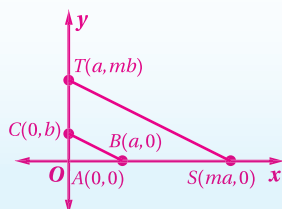
بينهما في كلا المثلثين متطابقة.

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: اطلب إلى الطلبة رسم مثلث قائم الزاوية في مستوى إحداثي، وتسمية كل رأس بزواج مرتّب، ثم اطلب إليهم رسم مثلث آخر قائم الزاوية أكبر من الأول وأطوال أضلاعه متناسبة معه، ثم اطلب إليهم كتابة برهان إحداثي لبيان أن المثلثين متشابهان.

إجابة ممكنة:



$$\frac{AB}{AS} = \frac{a}{ma} = \frac{1}{m}, m > 0$$

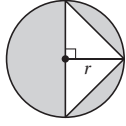
$$\frac{AC}{AT} = \frac{b}{mb} = \frac{1}{m}$$

$$\angle A \cong \angle A$$

بما أن طولي ضلعين في المثلث متناسبان مع طولي الضلعين المناظرين لهما في المثلث الآخر، والزوايتين المحصورتين متطابقتان فيتشابه المثلثان CAS و TAS، وفق نظرية التشابه SAS.

تدريب على الاختبار المعياري

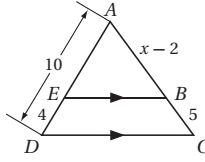
(34) جبر: أي مما يأتي يمثل مساحة المنطقة المظللة؟ D



- $\pi r^2 + r$ C πr^2 A
 $\pi r^2 - r^2$ D $\pi r^2 + r^2$ B

(33) إجابة مطوّلة: في الشكل أدناه $\overline{EB} \parallel \overline{DC}$.

(a) $\frac{x-2}{x+3} = \frac{6}{10}$
 (b) 9.5; 7.5



- (a) اكتب تناسبًا يمكن استعماله لإيجاد قيمة x .
 (b) أوجد قيمة x وطول $\overline{AB}$.

4 التقويم

بطاقة مكافأة: اطلب إلى الطلبة أن يوضحوا طريقة استعمال المثلثات المتشابهة؛ لإيجاد ارتفاع شجرة طويلة، ثم اطلب إليهم أن يسلّموا أوراقهم عند خروجك من غرفة الصف.

التقويم التكويني

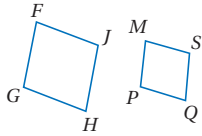
تحقق من فهم الطلبة الدرس 2-6، بإعطائهم:

الاختبار القصير 2، ص (30)

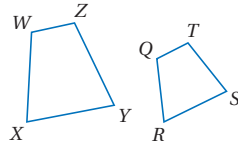
مراجعة تراكمية

اكتب جميع الزوايا المتطابقة ثم واكتب تناسبًا يربط الأضلاع المتناظرة للمضلعين في كلٍّ مما يأتي: (الدرس 1-6) (35-37) انظر الهامش

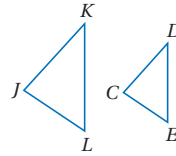
(37) $FGHJ \sim MPQS$



(36) $WXYZ \sim QRST$



(35) $\triangle JKL \sim \triangle CDE$



إجابات:

(35) $\angle L \cong \angle E, \angle K \cong \angle D, \angle J \cong \angle C;$

$\frac{KL}{DE} = \frac{JK}{CD} = \frac{JL}{CE}$

(36) $\angle X \cong \angle R, \angle W \cong \angle Q,$

$\angle Y \cong \angle S, \angle Z \cong \angle T;$

$\frac{WX}{QR} = \frac{ZY}{TS} = \frac{WZ}{QT} = \frac{XY}{RS}$

(37) $\angle G \cong \angle P, \angle F \cong \angle M,$

$\angle J \cong \angle S, \angle H \cong \angle Q;$

$\frac{JH}{SQ} = \frac{GH}{PQ} = \frac{GF}{PM} = \frac{FI}{MS}$

(38) إجابة ممكنة: إذا كان في الشكل الرباعي ضلعان متوازيان ومتطابقان فإنه متوازي أضلاع.

(38) **القطع الهندسية السبع:** تتكون مجموعة القطع الهندسية السبع (Tangram) في الشكل المجاور من سبع قطع: مربع صغير، مثلثين صغيرين قائمي الزاوية ومتطابقين، مثلثين كبيرين قائمي الزاوية ومتطابقين، مثلث قائم الزاوية متوسط المقاس، وشكل رباعي. كيف يمكنك أن تتحقق من أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع؟ وضح إجابتك. (الدرس 3-5) انظر الهامش.

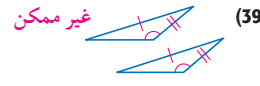
حدّد المسلمة التي يمكن استعمالها؛ لإثبات تطابق المثلثين في كلٍّ مما يأتي، واكتب "غير ممكن" في الحالة التي لا يمكنك فيها إثبات التطابق. (الدرس 3-4)



(41)



(40)



(39)

غير ممكن

استعد للدرس اللاحق

حل كل تناسبٍ مما يأتي:

(45) $\frac{x-2}{2} = \frac{3}{8}$ 2.75

(44) $\frac{20.2}{88} = \frac{12}{x}$ 52.3 تقريبًا

(43) $\frac{x}{10} = \frac{22}{50}$ 4.4

(42) $\frac{3}{4} = \frac{x}{16}$ 12



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 2 - 6

دون	ضمن	فوق
دون	ضمن	فوق
التدريبات الإثرائية (15)	كتاب التمارين (13)	دون
الاسم _____ التاريخ _____ 6-2 التدريبات الإثرائية المطلات المتحركة: هل رأيت يوماً ذلك في الشارع ليلاً، ولاحتظت كيف يتغير طوله وأنت قمتي؟ افترض أن رجلاً طوله 6 ft يقف أسفل مصباح ارتفاعه 20 ft عن سطح الأرض، وقد بدأ السير مبتعداً عن المصباح بمعدل 5 ft لكل ثانية. (1) إذا كان الرجل يقضي بمعدل 20 ft لكل ثانية، فكم من معدل تحرك ظلّه بالنسبة لحركة الرجل. إجابة ممكنة: ظل الرجل يتحرك بسرعة أكبر من سرعة الرجل، أي يزداد طول الظل بمعدل أكبر من زيادة سرعته. (2) كم يبعد الرجل عن المصباح بعد 8 ثوانٍ؟ 40 ft (3) كم يبعد طرف ظلّه عن قاعدة المصباح بعد 8 ثوانٍ؟ استعمل المثلثات المتشابهة لحلّ هذه المسألة. القرن: أن x تساوي بُعد الرجل عن قاعدة المصباح، و y تساوي بُعد طرف ظل الرجل عن قاعدة المصباح، $\frac{6}{20} = \frac{y}{x}$ 57.14 ft (4) كم يبعد الرجل عن المصباح بعد 3 ثوانٍ أخرى؟ وكم يبعد طرف ظل الرجل عن قاعدة المصباح؟ 55 ft 78.57 ft (5) كم قدّم قطع الرجل في الثواني الثلاث؟ وكم قدّم تحرك طرف ظل الرجل في الثواني الثلاث؟ 15 ft ; 21.43 ft (6) يتحرك الرجل بمعدل 5 ft لكل ثانية، فما معدل تحرك ظل الرجل؟ قارن بين هذا المعدّل والتخمين الذي وضعته في السؤال 1، وحدّث أيضاً لماذا كانت النتائج هكذا. 7.14 ft لكل ثانية، إجابة ممكنة: الجواب يتّفق مع التخمين في السؤال 1. فظل الرجل يزداد طولاً كلما تحرك مبتعداً عن عمود المصباح، فإذا كان يبعد الرجل عن قاعدة المصباح 40 ft، كان طول ظلّه 17.14 ft. وعندما أصبح يبعد 55 ft، صار طول ظلّه 21.43 ft. الصف: الأول الثانوي 15 الفصل: 6، التشابه	6-2 المثلثات المتشابهة في السؤالين الآتيين، حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا. وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه. وإذا لمحدد المعلومات الإضافية الكافية لإثبات أنهما متشابهان؟ وضح إجابتك. (1) نعم: $\triangle JAK \sim \triangle WSY$، وفى النظرية SAS، حيث إنّ: $\angle A \cong \angle S$، $\frac{JA}{WS} = \frac{AK}{SY}$ جواب: أوجد الطول المطلوب في كلّ ما يأتي: (2) نعم: $\triangle LMN \sim \triangle QPN$، وفى النظرية SAS، حيث إنّ: $\angle L \cong \angle Q$، $\frac{LN}{QN} = \frac{MN}{PN}$ (3) نعم: $\triangle LMN \sim \triangle QPN$، وفى النظرية SAS، حيث إنّ: $\angle L \cong \angle Q$، $\frac{LN}{QN} = \frac{MN}{PN}$ (4) نعم: $\triangle NLN \sim \triangle MLN$، وفى النظرية SAS، حيث إنّ: $\angle N \cong \angle M$، $\frac{NL}{ML} = \frac{LN}{MN}$ (5) نعم: $\triangle PSR \sim \triangle TQR$، وفى النظرية SAS، حيث إنّ: $\angle P \cong \angle T$، $\frac{PS}{TQ} = \frac{SR}{QR}$ (6) نعم: $\triangle EGF \sim \triangle HGF$، وفى النظرية SAS، حيث إنّ: $\angle E \cong \angle H$، $\frac{EG}{HF} = \frac{GF}{GH}$ (7) مساجد: طول ظل مثمنة مسجد 128 ft، وفي اللحظة ذاتها كان طول ظل عمود إبرة قرب المثمنة 8 ft. [إجابة ممكنة: إذا كان ارتفاع المثمنة = x، فإن $\frac{128}{8} = \frac{x}{5}$، صار طول ظلّه 80 ft.] (a) إذا كان ارتفاع عمود الإبرة 5 ft و 3 in، فاكتب تناسباً يمكن استعماله لإيجاد ارتفاع المثمنة. (b) ما ارتفاع المثمنة؟ 84 ft الصف: الأول الثانوي 13 الفصل: 6، التشابه	دون

التقويم التكويني

استعمل اختبار منتصف الفصل؛ لتقويم تقدم الطلبة في النصف الأول من الفصل.

لأسئلة التي لم يُجيبوا عنها بشكل صحيح، اطلب إليهم مراجعة الدروس المشار إليها بعد كل سؤال.

التقويم التكويني

اختبار منتصف الفصل، ص (32)

المطويات متابعة المطويات

شجّع الطلاب قبل حل أسئلة اختبار منتصف الفصل على مراجعة الملاحظات التي دوّنوها في مطوياتهم حول الدرسين 1-6، 2-6.

إجابة:

(4) نعم OKM, POM متشابهان وفق

مسلمة التشابه AA ، حيث إن

$\angle K \cong \angle O$ ، $\angle M \cong \angle M$

وباستعمال نظرية فيثاغورس في

$\triangle OKM$ ، يكون:

$$OM = \sqrt{(1.5)^2 + (4.5)^2} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

ومن تشابه المثلثين يكون

$$\frac{MK}{OM} = \frac{OM}{PM}$$

$$\frac{1.5}{\frac{3\sqrt{10}}{2}} = \frac{2}{1.5 + KP}$$

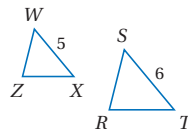
$$22.5 = 1.5(1.5 + KP)$$

$$KP = 13.5 \text{ ft}$$

(5) إذا كان: $\triangle WZX \sim \triangle SRT$ ،

$ST = 6$ ، $WX = 5$

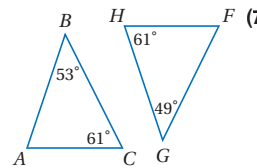
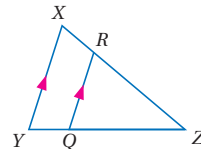
إذا كان محيط $\triangle SRT$ يساوي 18 وحدة. (الدرس 1-6) 15 وحدة



حدّد ما إذا كان المثلثان في السؤالين 7، 6 متشابهين أم لا، وإذا كانا متشابهين، فاكتب عبارة التشابه. وإلا فحدّد المعلومات الإضافية الكافية لإثبات أنهما متشابهان، وضح إجابتك. (الدرس 2-6)

نعم: $\triangle YXZ \sim \triangle QRZ$ وفق مسلمة التشابه AA ، حيث إن:

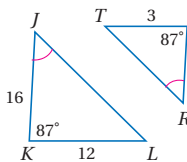
$$\angle x \cong \angle R, \angle Y \cong \angle Q$$



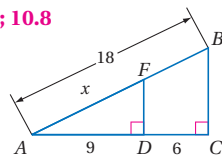
لا؛ الزوايا غير متطابقة، لذلك فالمثلثان غير متشابهين.

جبر أوجد الطول المطلوب في كلّ من السؤالين الآتيين: (الدرس 2-6)

$\triangle JKL \sim \triangle RST$; 4



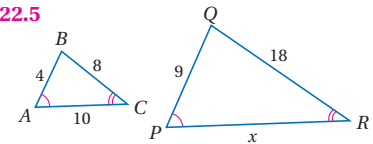
$\triangle ABC \sim \triangle AFD$; 10.8



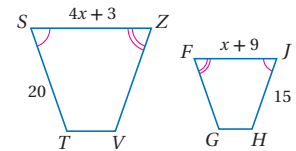
AF (9)

إذا كان المضلعان في كلّ من السؤالين الآتيين متشابهين، فأوجد قيمة x . (الدرس 1-6)

22.5



3.4



(3) اختبار من متعدّد: إذا كانت المسافة بين الطائف والدمام على خريطة تساوي 98 cm، وكان مقياس رسم الخريطة 2.5 cm : 30 km، فما المسافة الحقيقية بينهما؟

(الدرس 1-6) C

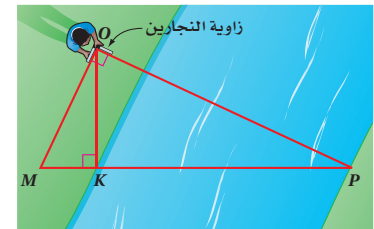
1211 km A

964 km B

1176 km C

1031 km D

(4) قياس: يستعمل عبدالله زوايا التجارين لحساب KP عبر النهر كما في الشكل أدناه، إذا كان: $OK = 4.5 \text{ ft}$ ، $MK = 1.5 \text{ ft}$ ، فأوجد المسافة KP عبر النهر. (الدرس 2-6) انظر الهامش



مخطط المعالجة

المستوى 1	ضمن المتوسط	المستوى 2	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلبة في 25% تقريباً من الأسئلة أو أقل،	إذا	أخطأ بعض الطلبة في 50% تقريباً من الأسئلة أو أقل،
فاختر	المصادر الآتية:	فاختر	أحد المصدرين الآتيين:
	مراجعة الدرسين 1-6، 2-6.		تدريبات إعادة التعليم، ص (11، 6).
	تدريبات المهارات، ص (13، 8).		www.obeikaneducation.com

المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

Parallel Lines and Proportional Parts

لماذا؟



يستعمل رسّامو الصور المتحركة طرائق عدّة؛ لإضفاء خداع بصري على أعمالهم. كما يستعملون في الرسومات الثلاثية الأبعاد حقيقة كون الأجسام البعيدة تبدو أصغر من الأجسام القريبة إلى المشاهد. ولتحقيق هذا الخداع، يستعمل الرسّامون نظرية التناسب في المثلث.

الأجزاء المتناسبة في المثلث: عند رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث، فإنّه يمكن إثبات أن المثلثين الناتجين متشابهان، وذلك باستعمال مسلمة التشابه AA، وبما أن المثلثين متشابهان، فإن أطوال أضلاعها متناسبة.

فيما سبق:

درست استعمال التناسب لحل مسائل تتضمن مثلثات متشابهة.

(الدرس 6-2)

والآن:

- استعمل الأجزاء المتناسبة في المثلث.
- استعمل الأجزاء المتناسبة في المستقيمات المتوازية.

المفردات:

القطعة المنصبة في المثلث
midsegment of a triangle

www.obeikaneducation.com

1 التركيز

التربيط الرأسي

ما قبل الدرس 6-3

استعمال التناسب لحل مسائل تتضمن مثلثات متشابهة.

الدرس 6-3

استعمال الأجزاء المتناسبة في المثلث وفي المستقيمات المتوازية.

ما بعد الدرس 6-3

تعرف علاقات التناسب بين منصفات الزوايا والارتفاعات والقطع المتوسطة المتناظرة في المثلثات المتشابهة واستعمالها.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

واسأل:

- صف المسافة بين مستقيمين متوازيين. متساوية دائماً.
- لماذا تظهر المسافة بين الحافة العليا والحافة السفلى للخزائن وكأنها تصغر؟ إجابة ممكنة: لأنه تم رسم المستقيمين المكوّنين للحافتين العليا والسفلى بحيث يقتربان من بعضهما.

- هل المستقيمان المكوّنان من الحافة العليا والحافة السفلى للخزائن في الصورة متوازيان؟ نعم

- وهل تبدو كذلك في الصورة؟ ولماذا؟ لا تبدو كذلك؛ وذلك ليحقق الرسّام خداع الأجسام البعيدة فتبدو أصغر من الأجسام القريبة إلى المشاهد بحيث تبدو عند نقطة بعيدة أن المستقيمين المتوازيين يلتقيان في النقطة.

نظرية 6.5

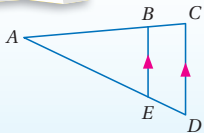
نظرية التناسب في المثلث

إذا وازى مستقيم ضلعاً من أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين، فإنه يقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة.

مثال: إذا كان $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ ، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{ED}$.

أضف إلى

مطوّبك



ستبرهن النظرية 6.5 في السؤال 21

مثال 1

إيجاد طول ضلع

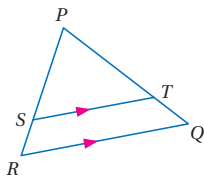
في $\triangle PQR$ ، إذا كان: $PT = 7.5$ ، $TQ = 3$ ، $SR = 2.5$ ، فأوجد PS .

استعمل نظرية التناسب في المثلث.

نظرية التناسب في المثلث	$\frac{PS}{SR} = \frac{PT}{TQ}$
بالتعويض	$\frac{PS}{2.5} = \frac{7.5}{3}$
خاصية الضرب التبادلي	$PS \cdot 3 = (2.5)(7.5)$
بالضرب	$3PS = 18.75$
بقسمة كلا الطرفين على 3	$PS = 6.25$

تحقق من فهمك

1 في الشكل أعلاه، إذا كان: $PT = 15$ ، $SR = 5$ ، $PS = 12.5$ ، فأوجد TQ . 6



مصادر الدرس 6-3

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم ص (94)	• تنويع التعليم ص (93, 94, 98)	• تنويع التعليم ص (93, 94, 98)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (14)	• كتاب التمارين ص (14)	• كتاب التمارين ص (14)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (16)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (16)	• تدريبات حل المسألة، ص (19)
	• تدريبات المهارات، ص (18)	• تدريبات المهارات، ص (18)	• التدريبات الإثرائية، ص (20)
	• تدريبات حل المسألة، ص (19)	• تدريبات حل المسألة، ص (19)	
	• التدريبات الإثرائية، ص (20)	• التدريبات الإثرائية، ص (20)	

وعكس النظرية 6.5 صحيح أيضًا، ويمكن إثباته باستعمال الأجزاء المتناسبة في المثلث ونظرية التشابه SAS.

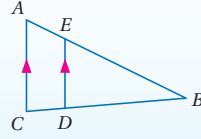
أضف إلى
مطوبتك

نظرية 6.6

عكس نظرية التناسب في المثلث

إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة، فإن المستقيم يوازي الضلع الثالث للمثلث.

مثال: إذا كان $\frac{AE}{EB} = \frac{CD}{DB}$ ، فإن $\overline{ED} \parallel \overline{AC}$.



ستبرهن النظرية 6.6 في السؤال 22

الأجزاء المتناسبة في المثلث

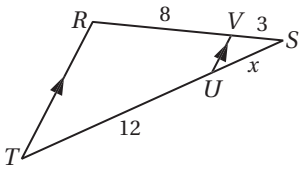
الأمثلة 1-3 تبين كيفية استعمال النظريات المتضمنة للأجزاء المتناسبة للمثلثات لإيجاد قياسات غير معلومة.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال للتحقق من مدى فهم الطلبة للمفاهيم.

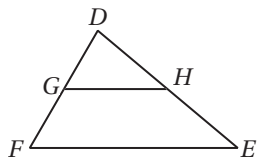
مثالان إضافيان

في $\triangle RST$ ، إذا كان $\overline{RT} \parallel \overline{VU}$ ،
 $SV = 3$ ، $VR = 8$ ، $UT = 12$
فأوجد SU .



$4\frac{1}{2}$

في $\triangle DEF$ ، إذا كان $DH = 18$ ،
 $HE = 36$ ، $DG = \frac{1}{2}GF$
فهل $\overline{GH} \parallel \overline{FE}$ ؟ وضع إجابتك.



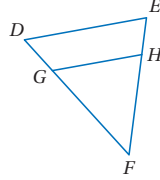
نعم؛ من المعلومات المعطاة،
 $\frac{DG}{GF} = \frac{DH}{HE}$. ولأن أطوال القطع
المستقيمة متناسبة فإن $\overline{GH} \parallel \overline{FE}$.

مثال 2

تحديد ما إذا كان المستقيمان متوازيين

في $\triangle DEF$ إذا كان: $DG = \frac{1}{3}GF$ ، $EH = 3$ ، $HF = 9$ ، فهل $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ ؟ وضع إجابتك.

بتعين عليك إثبات أن $\frac{DG}{GF} = \frac{EH}{HF}$ ، وذلك باستعمال عكس نظرية التناسب في المثلث.



معطى

بقسمة كلا الطرفين على GF

بالتعويض $EH = 3$ ، $HF = 9$

بالتبسيط

$$\begin{aligned} DG &= \frac{1}{3}GF \\ \frac{DG}{GF} &= \frac{1}{3} \\ \frac{EH}{HF} &= \frac{3}{9} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

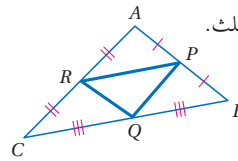
وبما أن:

$$\frac{DG}{GF} = \frac{EH}{HF} = \frac{1}{3}$$

بحسب عكس نظرية التناسب في المثلث، تكون $\overline{GH} \parallel \overline{DE}$

تحقق من فهمك

(2) في الشكل أعلاه، إذا كان: $DG = \frac{1}{2}GF$ ، $EH = 6$ ، $HF = 10$ ، فهل $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ ؟



القطعة المنصّفة في المثلث هي قطعة مستقيمة طرفاها نقطتا منتصف ضلعين في المثلث. وفي كل مثلث ثلاث قطع منصّفة. فالقطع المنصّفة في $\triangle ABC$ هي $\overline{RP}$ ، $\overline{PQ}$ ، $\overline{RQ}$ ونظرية القطعة المنصّفة في المثلث هي حالة خاصة من عكس نظرية التناسب في المثلث.

(2) لا؛ لأن $DG = \frac{1}{2}GF$
أي $\frac{DG}{GF} = \frac{1}{2}$
أيضاً $\frac{EH}{HF} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$
وبما أن $\frac{DG}{GF} \neq \frac{EH}{HF}$
فهي لا تحقق عكس نظرية
التناسب في المثلث، وتكون
 $\overline{DE} \nparallel \overline{GH}$

إرشادات للدراسة

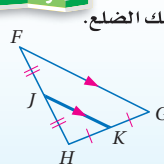
مثلث القطع المنصّفة: القطع المنصّفة الثلاث في المثلث تشكل مثلثاً يُسمى مثلث القطع المنصّفة.

نظرية 6.7

نظرية القطعة المنصّفة في المثلث

القطعة المنصّفة في المثلث توازي أحد أضلاعه، وطولها يساوي نصف طول ذلك الضلع.

مثال: إذا كانت J ، K نقطتي منتصف $\overline{FH}$ ، $\overline{HG}$ على الترتيب، فإن: $\overline{JK} \parallel \overline{FG}$ ، $JK = \frac{1}{2}FG$.



ستبرهن النظرية 6.7 في السؤال 23

الدرس 3-6 المستقيمتان المتوازيتان والأجزاء المتناسبة 91

التعليم باستعمال التقنيات

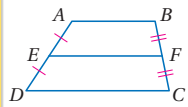
السبورة التفاعلية: ارسم مثلثين

متشابهين على السبورة، ثم اسحب المثلث الأصغر إلى أعلى المثلث الأكبر؛ لإظهار أن في المثلثين زوجاً من الأضلاع المتوازية. استعمل هذا الشكل وفكرة المثلثات المتشابهة؛ لمساعدتك على أن توضح للطلاب أن المستقيم الموازي لأحد أضلاع مثلث، يقسم الضلعين الآخرين إلى قطع مستقيمة متناسبة.

إرشادات للدراسة

القطعة المنصّفة:

نظرية القطعة المنصّفة
في المثلث، تشبه نظرية
القطعة المنصّفة
في شبه المنحرف،
والتي تنصّ على أن
القطعة المنصّفة في
شبه المنحرف توازي
القاعدتين، وطولها
يساوي نصف مجموع
طولي القاعدتين.

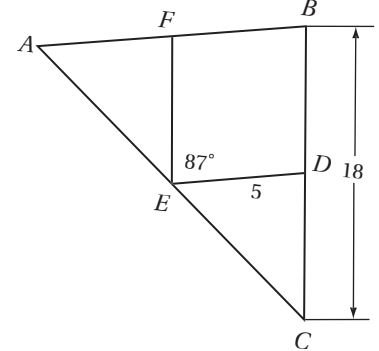


$$\overline{EF} \parallel \overline{AB} \parallel \overline{DC}$$

$$EF = \frac{1}{2}(AB + DC)$$

مثال إضافي

في الشكل أدناه: $\overline{DE}$, $\overline{EF}$ قطعتان
منصّفتان في $\triangle ABC$ ، أوجد كل
قياسٍ ممّا يأتي:



10 AB (a)

9 FE (b)

87° $m\angle AFE$ (c)

مثال 3

استعمال نظرية القطعة المنصّفة في المثلث

في $\triangle RST$ ، إذا كانت $\overline{XY}$, $\overline{XZ}$ قطعتين منصّفتين، فأوجد كل قياس
مما يأتي:

XZ (a)

$$XZ = \frac{1}{2}RT$$

$$XZ = \frac{1}{2}(13)$$

$$XZ = 6.5$$

ST (b)

$$XY = \frac{1}{2}ST$$

$$7 = \frac{1}{2}ST$$

$$14 = ST$$

$m\angle RYX$ (c)

$\overline{XZ}$ قطعة منصّفة في $\triangle RST$ ، إذن $\overline{XZ} \parallel \overline{RT}$.

نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً $\angle RYX \cong \angle YXZ$

تعريف تطابق الزوايا $m\angle RYX = m\angle YXZ$

بالتعويض $m\angle RYX = 124^\circ$

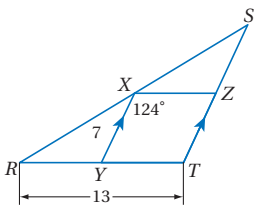
تحقق من فهمك

أوجد كل قياس مما يأتي معتمداً على الشكل المجاور:

7.5 DE (3A)

9.2 DB (3B)

82° $m\angle FED$ (3C)



نظرية القطعة المنصّفة في المثلث

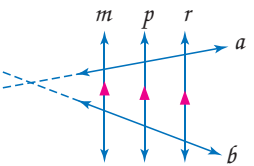
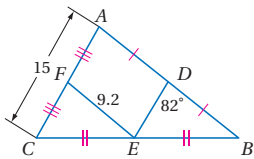
بالتعويض

بالتبسيط

نظرية القطعة المنصّفة في المثلث

بالتعويض

بضرب كلا الطرفين في 2



الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمتين متوازيين

هناك حالة خاصّة أخرى لنظرية التناسب في المثلث تتضمن ثلاثة مستقيمتين
متوازيين أو أكثر، يقطعها قاطعان. لاحظ أنّه إذا مُدَّ القاطعان a , b ، فإنّهما
يصنعان ثلاثة مثلثات لها ثلاثة أضلاع متوازية.

نتيجة 6.1

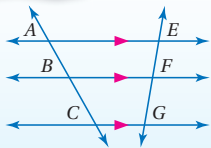
الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمتين متوازيين

إذا قطع قاطعان ثلاثة مستقيمتين متوازيين أو أكثر، فإن أطوال أجزاء
القاطعين تكون متناسبة.

مثال: إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان قاطعان لها،

$$\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$$

أضف إلى
مطوّبك



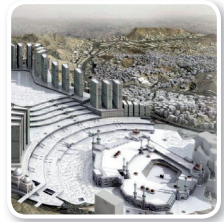
ستبرهن النتيجة 6.1 في السؤال 19

إرشادات للدراسة

تناسبات أخرى:

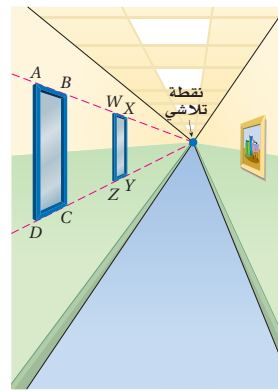
في النتيجة 6.1، يمكن
كتابة تناسبين آخرين
للمثال:

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG}, \frac{AC}{BC} = \frac{EG}{FG}$$



الربط مع الحياة

- يستعمل الرسامون إحياءات إدراكية متنوعة، تجعل الرسم الثنائي الأبعاد يبدو ثلاثي الأبعاد منها:
- الحجم: تبدو الأشياء البعيدة أصغر حجماً.
- الوضوح: تبدو الأجسام القريبة أكثر وضوحاً.
- التفاصيل: تتضمن الأجسام القريبة تفاصيل دقيقة، في حين تتضمن الأجسام البعيدة معالم عامة.



رسم: ترسم مريم ممراً في منظور ذي نقطة تلاشي واحدة، فاستعملت مريم الخطوط الإرشادية المبيّنة؛ لرسم نافذتين على الجدار الأيسر. إذا كانت القطع المستقيمة: AD, BC, WZ, XY متوازية، وكان: $AB = 8 \text{ cm}, DC = 9 \text{ cm}, ZY = 5 \text{ cm}$ فأوجد WX .

بما أن $\overline{AD} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{WZ} \parallel \overline{XY}$ ، إذن $\frac{AB}{WX} = \frac{DC}{ZY}$ وفق النتيجة 6.1.

$$\frac{AB}{WX} = \frac{DC}{ZY}$$

$$\frac{8}{WX} = \frac{9}{5}$$

$$WX \cdot 9 = 8 \cdot 5$$

$$9WX = 40$$

$$WX = \frac{40}{9} \approx 4.4 \text{ cm}$$

بقسمة كلا الطرفين على 9

النتيجة 6.1

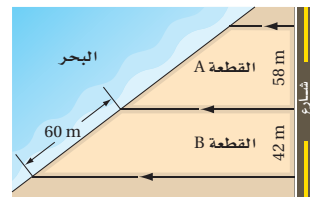
بالتعويض

خاصية الضرب التبادلي

بالتبسيط

تحقق: نسبة DC إلى ZY هي 9 إلى 5، وهي تقريباً 10 إلى 5 أو 2 إلى 1. وكذلك نسبة AB إلى WX هي 8 إلى 4.4 وهي تقريباً 8 إلى 4 أو 2 إلى 1؛ إذن الإجابة معقولة. ✓

تحقق من فهمك



4 عقارات: واجهة قطعة الأرض هي طول حُدّها المحاذي لمعلّم ما مثل شارع أو بحر أو نهر، أوجد طول الواجهة البحرية للقطعة A إلى أقرب عُشر المتر. **82.9 m تقريباً**

إذا كانت النسبة بين أطوال أجزاء القاطعين تساوي 1، فإن المستقيمات المتوازية تقطع أجزاء متطابقة من القاطعين.

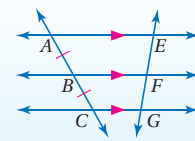
نتيجة 6.2

الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

أضف إلى مطوّبك

إذا قطع قاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، وكانت أجزاءه متطابقة، فإن أجزاء أي قاطع آخر لها تكون متطابقة.

مثال: إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان $\overline{AC}, \overline{EG}$ قاطعين لها، بحيث $AB \cong BC$ فإن $EF \cong FG$.



ستبرهن النتيجة 6.2 في السؤال 20

الدرس 3-6 المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة 93

الأجزاء المتناسبة من

قاطعين لمستقيمات متوازية

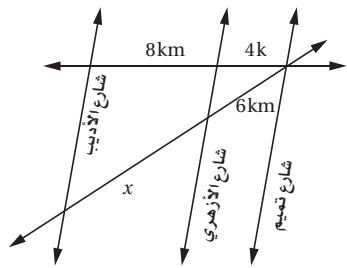
المثالان 4, 5 يبيّنان كيفية استعمال نتيجة 6.1، ونتيجة 6.2 في هذا الدرس؛ لإيجاد أطوال القطع المستقيمة المتناسبة والمتطابقة غير المعروفة.

مثال إضافي

4

خرائط: في الشكل أدناه،

الشوارع (تميم والأزهري والأديب) متوازية. ويبيّن الشكل المسافات بينها، أوجد قيمة x .



12 km

المحتوى الرياضي

المستقيمات المتوازية: عكس

النتيجة 6.2 صحيح أيضاً. فإذا قطعت ثلاثة مستقيمات أجزاء متطابقة من أي قاطع، فإنها تقطع قطعاً متطابقة على كل مستقيم عمودي على كل من المستقيمات، وهذا يبيّن أن المستقيمات الثلاثة على أبعاد متساوية فيما بينها؛ أي أنها متوازية.

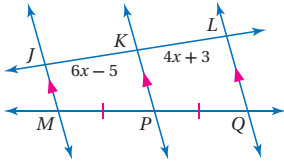
تنويع التعليم

ضمن فوق

المتعلمون البصريون: يمكن للطلبة المتفوقين أيضاً أن يستقصوا التفسير الرياضي لنقطة التلاشي (المثال 4). اطلب إلى الطلبة أن يرسموا رسماً تُستعمل فيه نقطة تلاشي، وأن يذكروا المفاهيم الرياضية التي يتضمنها.

استعمال القطع المتطابقة من قاطعين

مثال 5



جبر: أوجد قيمة x .

بما أن: $\vec{JK} \parallel \vec{KL}$, $\vec{MP} \parallel \vec{PQ}$, فإن $\vec{JK} \cong \vec{KL}$ وفق النتيجة 6.2.

تعريف التطابق $JK = KL$

بالتعويض $6x - 5 = 4x + 3$

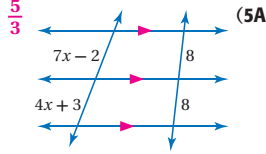
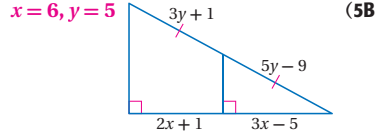
بطرح $4x$ من كلا الطرفين $2x - 5 = 3$

بإضافة 5 للطرفين $2x = 8$

بقسمة كلا الطرفين على 2 $x = 4$

تحقق من فهمك

أوجد قيمة كل من x, y .



يمكن تقسيم قطعة مستقيمة إلى جزأين متطابقتين، برسم العمود المنصف للقطعة المستقيمة، ولكن لا يمكن تقسيم قطعة مستقيمة إلى ثلاثة أجزاء متطابقة برسم أعمدة منصفة، ولعمل ذلك تستعمل المستقيمات المتوازية والنتيجة 6.2.

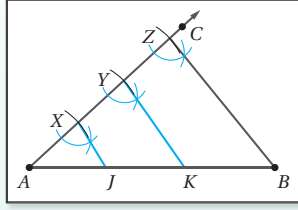
إنشاءات هندسية

تقسيم قطعة مستقيمة إلى ثلاثة أجزاء متطابقة



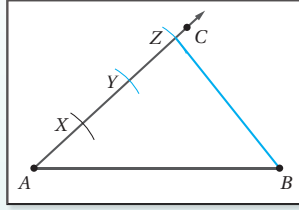
ارسم قطعة مستقيمة AB ، ثم استعمل النتيجة 6.2؛ لتقسيمها إلى 3 أجزاء متطابقة.

الخطوة 3:



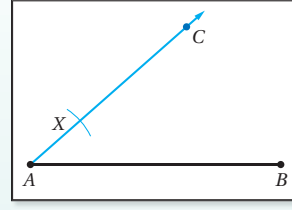
أنشئ من X و Y مستقيمين يوازيان ZB كما درست سابقاً، وسمّ نقطتي تقاطعهما مع AB بالحرفين J, K .

الخطوة 2:



استعمل الفرجار بالفتحة نفسها؛ لتعيين النقطتين Y, Z ، بحيث $AX \cong XY \cong YZ$. ثم ارسم ZB .

الخطوة 1:



ارسم AC ، ثم ثبت الفرجار عند A ، وارسم قوساً يقطع AC عند X .

إرشادات للمعلم الجديد

رسم مستقيمين متوازيين: ذكر الطلاب بخطوات رسم مستقيم مواز لمستقيم معلوم، ويمر بنقطة لا تقع عليه، باستعمال المسطرة والفرجار.

تنويع التعليم

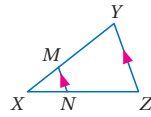
دون ضمن فوق

المتعلمون الحركيون: اطلب إلى الطلبة استعمال خيطٍ وشريطٍ لاصقٍ وأرضية مبلطة لتعيين قطع مستقيمة متطابقة بين مستقيمتين متوازيين رسمت باستعمال الشريط اللاصق على الأرضية. استعمل الخيط لبيان أنه إذا شكلت ثلاثة مستقيمتين متوازيين أو أكثر قطعاً مستقيمة متطابقة على قاطع فإنها تشكل قطعاً متطابقة على أي قاطع آخر.

3 التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 1-9؛ للتحقق من فهم الطلاب، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة بحسب مستوياتهم.

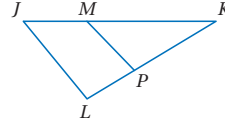


المثال 1 في $\triangle XYZ$ ، إذا كان $\overline{MN} \parallel \overline{YZ}$ ، فأجب عن السؤالين الآتيين:

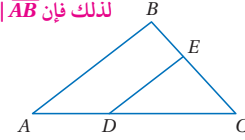
(1) إذا كان: $XN = 6$ ، $NZ = 9$ ، فأوجد XY .

(2) إذا كان: $XY = 10$ ، $XM = 2$ ، $XN = 6$ ، فأوجد NZ .

(4) في $\triangle JKL$ ، إذا كان: $JK = 15$ ، $JM = 5$ ، $LK = 13$ ، $PK = 9$ ، فهل $\overline{JL} \parallel \overline{MP}$ ؟
برر إجابتك. لا، لأن $\frac{JM}{MK} \neq \frac{LP}{PK}$.

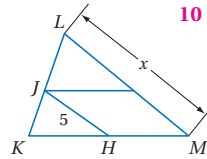


(3) في $\triangle ABC$ ، إذا كان: $BC = 15$ ، $BE = 6$ ، $DC = 12$ ، $AD = 8$ ، فهل $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ؟
نعم؛ $\frac{AD}{DC} = \frac{BE}{EC} = \frac{2}{3}$.
لذلك فإن $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$.

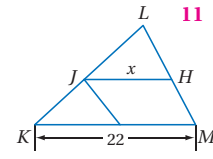


المثال 2

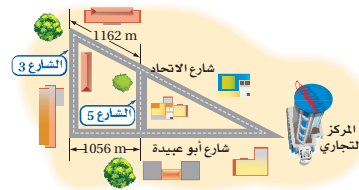
المثال 3 إذا كانت قطعة منصفية في $\triangle KLM$ ، فأوجد قيمة x في السؤالين الآتيين:



(6) 10



(5) 11



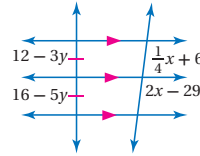
(7) خرائط: الشاركان 3، 5 في الخريطة المجاورة متوازيان. إذا كانت المسافة بين الشارع 3 والمركز التجاري على امتداد شارع أبو عبيدة 3201 m، فأوجد المسافة بين الشارع 5 والمركز التجاري على امتداد شارع الاتحاد، مقرباً إجابتك إلى أقرب عُشر من المتر. 2360.3 m

المثال 4

المثال 5 جبر: أوجد قيمتي x ، y في كل من السؤالين الآتيين:

$$x = 20;$$

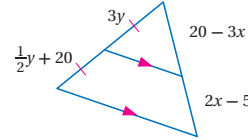
$$y = 2$$



(9)

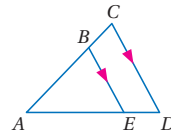
$$x = 5;$$

$$y = 8$$



(8)

تدرب وحل المسائل



المثال 1 في $\triangle ACD$ ، إذا كان $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$ ، فأجب عن السؤالين الآتيين:

(10) إذا كان: $AB = 6$ ، $BC = 4$ ، $AE = 9$ ، فأوجد ED .

(11) إذا كان: $AB = 12$ ، $AC = 16$ ، $ED = 5$ ، فأوجد AE .

الدرس 3-6 المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة 95

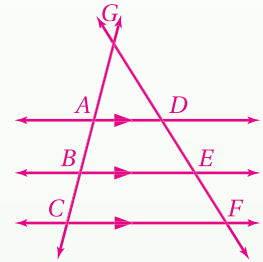
تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	10-18، 35، 36، 38-53
ضمن المتوسط	11-33 فردي، 35، 36، 38-53
فوق المتوسط	17-48، (اختياري: 49-53)

إجابات:

(19) المعطيات: $\vec{AD} \parallel \vec{BE} \parallel \vec{CF}$

المطلوب: $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$



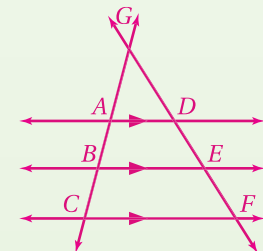
البرهان:

في $\triangle GBE$ ، $\vec{AD} \parallel \vec{BE}$ ومن نظرية التناسب في المثلث، يكون $\frac{GA}{GD} = \frac{AB}{DE}$ وفي $\triangle GCF$ ، $\vec{BE} \parallel \vec{CF}$ ومن نظرية التناسب في المثلث، يكون $\frac{GB}{GE} = \frac{BC}{EF}$ ولأن $\triangle GAD \sim \triangle GBE$ وفق مسلمة التشابه AA، فإن $\frac{GA}{GD} = \frac{GB}{GE}$ وبالتعويض $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ أي أن: $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$

(20) المعطيات:

$\vec{AD} \parallel \vec{BE} \parallel \vec{CF}$ ، $\vec{AB} \cong \vec{BC}$

المطلوب: $\vec{DE} \cong \vec{EF}$



البرهان:

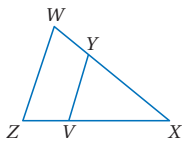
من النتيجة 6.1، $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ ، وبما أن $\vec{AB} \cong \vec{BC}$ ، فإن $AB = BC$ بحسب تعريف التطابق. إذن $\frac{AB}{BC} = 1$ وبالتعويض $\frac{DE}{EF} = 1$ لذلك $DE = EF$ ومن تعريف التطابق يكون $\vec{DE} \cong \vec{EF}$

المثال 2

حدد ما إذا كان $\vec{VY} \parallel \vec{WZ}$ أم لا، وبرر إجابتك في كل من السؤالين الآتيين:

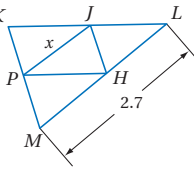
(12) $\frac{ZV}{VX} = \frac{WY}{YX} = \frac{1}{2}$ ، نعم: $ZX = 18$ ، $ZV = 6$ ، $WX = 24$ ، $YX = 16$

(13) لا: $\frac{ZV}{VX} \neq \frac{WY}{YX}$ ، $WX = 31$ ، $YX = 21$ ، $ZX = 4ZV$

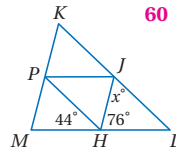


في $\triangle KLM$ ، إذا كانت $\vec{JH}$ ، $\vec{JP}$ ، $\vec{PH}$ كانت قطعاً منصفّة، فأوجد قيمة x في كل من السؤالين الآتيين:

(15) 1.35



(14) 60



المثال 4

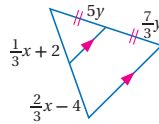
(16) خرائط: المسافة من مدخل الحديقة إلى طريق المشاة على امتداد الطريق المرصوف 880 m. إذا كان طريق المشاة يوازي الطريق الترابي، فأوجد المسافة من مدخل الحديقة إلى طريق المشاة على امتداد منطقة الأشجار. 1100 m



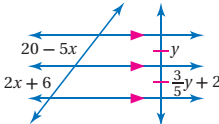
المثال 5

جبر: أوجد قيمة كل من x ، y في السؤالين الآتيين:

(18) $x = 18$ ؛ $y = 3$



(17) $x = 2$ ؛ $y = 5$



برهان: اكتب برهاناً حرّاً لكل مما يأتي: (19-21) انظر الهامش

(21) النظرية 6.5

(20) النتيجة 6.2

(19) النتيجة 6.1

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين للنظريتين الآتيتين: (22، 23) انظر ملحق الإجابات

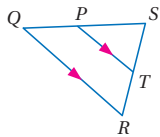
(23) النظرية 6.7

(22) النظرية 6.6

استعمل $\triangle QRS$ للإجابة عن السؤالين الآتيين:

(24) إذا كان: $ST = 8$ ، $TR = 4$ ، $PT = 6$ ، فأوجد QR . 9

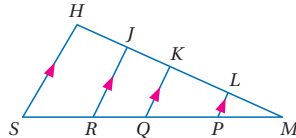
(25) إذا كان: $SP = 4$ ، $PT = 6$ ، $QR = 12$ ، فأوجد SQ . 8



(27) إذا كان: $LK = 4$ ، $MP = 3$ ، $PQ = 6$ ، $KJ = 2$ ، فأوجد قيمة كل من

$RS = 6$ ، $LP = 2$

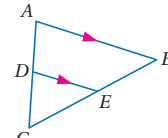
$ML = 2$ ، $QR = 3$ ، $QK = 6$ ، $JH = 4$ ML ، QR ، QK ، JH



(26) إذا كان: $CE = t - 2$ ، $EB = t + 1$ ، فأوجد قيمة كل من

$CD = 2$ ، $CA = 10$

$t = 3$ ، $CE = 1$. t ، CE



ومن تعريف المضلعين المتشابهين يكون

، $\frac{CA}{CB} = \frac{CE}{CD}$ ، ومن مسلمة جمع القطع المستقيمة:

$CA = BA + CB$ ، $CE = DE + CD$

وبالتعويض $\frac{BA + CB}{CB} = \frac{DE + CD}{CD}$

وبتوزيع البسط على المقام، يكون

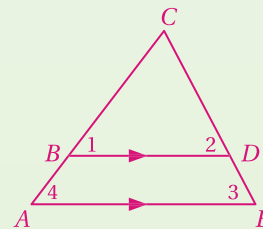
$\frac{BA}{CB} + \frac{CB}{CB} = \frac{DE}{CD} + \frac{CD}{CD}$

وبالتبسيط: $\frac{BA}{CB} + 1 = \frac{DE}{CD} + 1$

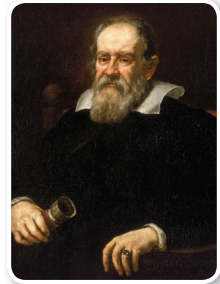
وبطرح 1 من الطرفين ينتج $\frac{BA}{CB} = \frac{DE}{CD}$

(21) المعطيات: في $\triangle ACE$ ، $\vec{BD} \parallel \vec{AE}$

المطلوب: $\frac{BA}{CB} = \frac{DE}{CD}$



البرهان: $\angle 3 \cong \angle 2$ ، $\angle 4 \cong \angle 1$ ؛ لأنها زوايا متناظرة، ومن مسلمة التشابه AA، يكون $\triangle ACE \sim \triangle BCD$



تاريخ الرياضيات

جاليليو جاليلي

(1564 م إلى 1642 م)
ولد جاليليو جاليلي في
إيطاليا، ودرس الفلسفة
والفلك والرياضيات، وله
إسهامات جوهريّة في كلّ
منها.

إرشادات للدراسة

إنشاءات هندسية:

تذكر أن الفرجار
والمسطرة غير المدرجة
هما الأدوات الوحيدتان
المستعملتان في
الإنشاءات الهندسية.

(34c) إجابة ممكنة:

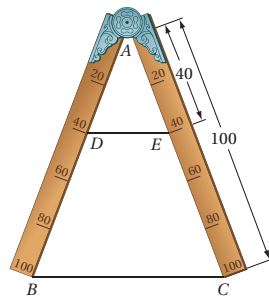
النسبة بين طولي القطعتين
المستقيمتين اللتين ينقسم
إليهما ضلع، مثلث عند
رسم منصف للزاوية المقابلة
لذلك الضلع، تساوي
النسبة بين طولي الضلعين
المجاورين للقطعتين على
الترتيب.

(35) أسامة: إجابة ممكنة:

بما أن MP قطعة منصفة،
إذن: $MP = \frac{1}{2} JL$

(33) إجابة ممكنة:

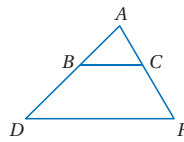
(28) تاريخ الرياضيات: في القرن السادس عشر الميلادي، ابتكر جاليليو
الفرجار لاستعماله في القياس كما في الشكل المجاور. ولرسم قطعة
مستقيمة طولها يساوي خمس طول قطعة معلومة، اجعل نهايتي
ساقي الفرجار عند طرفي القطعة المعلومة، ثم ارسم قطعة مستقيمة
بين علامتي 40 على ساقي الفرجار. بين أن طول DE يساوي خمس
طول BC . **انظر ملحق الإجابات**



أوجد قيمة x ، بحيث يكون $BC \parallel DF$.

(29) $AB = x + 5$, $BD = 12$, $AC = 3x + 1$, $CF = 15$

(30) $AC = 15$, $BD = 3x - 2$, $CF = 3x + 2$, $AB = 12$



إنشاءات هندسية: أنشئ كل قطعة مستقيمة فيما يأتي وفق التعليمات التالية: (31-33) **انظر الهامش**

(31) قطعة مستقيمة مقسمة إلى خمس قطع متطابقة.

(32) قطعة مستقيمة مقسمة إلى قطعتين النسبة بين طوليهما 1 إلى 3.

(33) قطعة مستقيمة طولها 11 cm، ومقسمة إلى أربع قطع متطابقة.

(34) تمثيلات متعددة: في هذه المسألة ستكتشف

تناسبات مرتبطة بمنصفات زوايا المثلث.

(a) هندسيًا: ارسم ثلاثة مثلثات:

الأول حادّ الزوايا، وسمّه ABC وارسم BD منصفًا
لـ $\angle B$. والثاني منفرج الزاوية وسمّه MNP ،
وارسم NQ منصفًا لـ $\angle N$ ، والثالث قائم الزاوية
وسمّه WXY ، وارسم XZ منصفًا لـ $\angle X$.

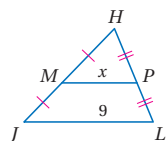
(b) جدوليًا: أكمل الجدول المجاور بالقيم المناسبة.

(c) لفظيًا: اكتب تخمينًا حول القطعتين المستقيمتين
اللّتين ينقسم إليهما ضلع مثلث عند رسم منصف
للزاوية المقابلة لذلك الضلع.

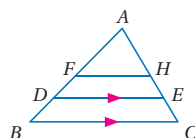
المثلث	الطول	النسبة
ABC	AD	1.1 cm
	CD	1.1 cm
	AB	2.0 cm
	CB	2.0 cm
MNP	MQ	1.4 cm
	PQ	1.7 cm
	MN	1.6 cm
	PN	2.0 cm
WXY	WZ	0.8 cm
	YZ	1.2 cm
	WX	2.0 cm
	YX	2.9 cm

مسائل مهارات التفكير العليا

(35) **اكتشف الخطأ:** يجد كلّ من أسامة وسلطان قيمة x في $\triangle JHL$ ، يقول أسامة:
إنّ MP يساوي نصف JL ؛ إذن x تساوي 4.5، ويقول سلطان: إن JL يساوي نصف
 MP ؛ إذن x تساوي 18. فهل إجابة أيّ منهما صحيحة؟ وضح إجابتك.



(36) **تبرير:** في $\triangle ABC$ ، إذا كان: $AF = FB$, $AH = HC$:
 $DA = \frac{3}{4} AB$, $EA = \frac{3}{4} AC$ فهل $DE = \frac{3}{4} BC$ دائمًا أو أحيانًا أو
لايساويه أبدًا؟ **انظر ملحق الإجابات**



الدرس 3-6 المستقيمت المتوازية والأجزاء المتناسبة 97

تنبيه لحل أسئلة

مسطرة: الأسئلة 31, 32, 33, 34:

تتطلب استعمال مسطرة وفرجار.

تمثيلات متعددة: في السؤال 34،

يستعمل الطلاب رسوماً هندسية وجدولاً
ووصفاً لفظياً؛ لاستقصاء تناسبات مرتبطة
بمنصفات زوايا المثلث.

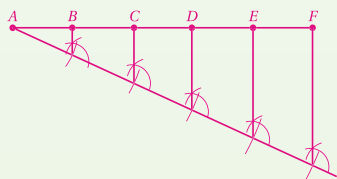
تنبيه!

اكتشف الخطأ: في السؤال 35،

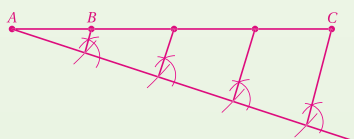
يستعمل الطلبة الشكل للحكم على
معقولية إجاباتهم. لقد عكس سلطان
موقع كلّ من القطعتين المتوازيتين في
النظرية 6.7، وكان عليه ملاحظة أن
 JL أطول من MP .

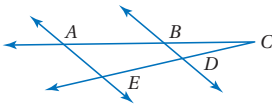
إجابات:

(31) إجابة ممكنة:



(32) إجابة ممكنة:





(37) **تحذّر:** اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $AB = 4, BC = 4, CD = DE$

المطلوب: إثبات أن $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$ انظر ملحق الإجابات

(38) **مسألة مفتوحة:** ارسم ثلاث قطع مستقيمة أطوالها مختلفة a, b, c ، ثم ارسم قطعة رابعة طولها d ، بحيث يكون $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. انظر ملحق الإجابات

(39) **اكتب:** قارن بين نظرية التناسب في المثلث ونظرية القطعة المنصّفة في المثلث. انظر الهامش

4 التقويم

فهم الرياضيات: اطلب إلى الطلاب استعمال أسلوبهم الخاص، والرسم في كتابة نظرية الأجزاء المتطابقة من قاطعين لمستقيمتان متوازيتان، ونظرية القطعة المنصّفة للمثلث، وكتابة مثال على كل منها.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلبة الدرس 3-6، بإعطائهم:

الاختبار القصير 3، ص (31)

إجابات:

(39) **النظريتان تبحّثان في قطع مستقيمة تقطع ضلعين في مثلث وتوازي الضلع الثالث، ونظرية القطعة المنصّفة للمثلث هي حالة خاصة من عكس نظرية التناسب في المثلث.**

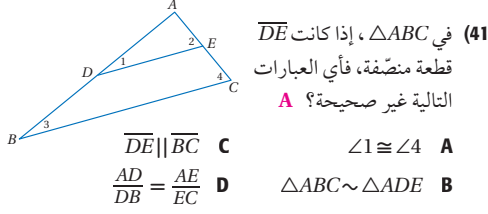
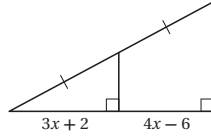
(42) **$\triangle ABE \sim \triangle CDE$ وفق مسلمة التشابه AA حيث إن: $\angle A \cong \angle C$ ، وفق نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً؛ 6.25**

(43) **$\triangle RSW \sim \triangle TRW$ وفق نظرية التشابه SAS حيث إن: $\angle RWT \cong \angle RWS$ ، $\frac{TW}{RW} = \frac{RW}{SW}$ ، 15، 20**

(44) **$\triangle WZT \sim \triangle WXY$ وفق مسلمة التشابه AA حيث إن: $\angle Z \cong \angle X$ ، وفق نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً؛ 7.5**

تدريب على اختبار

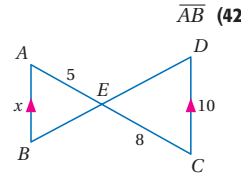
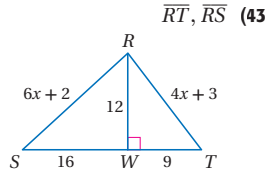
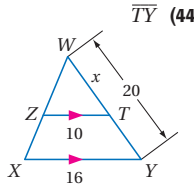
(40) **إجابة قصيرة:** ما قيمة x ؟ 8



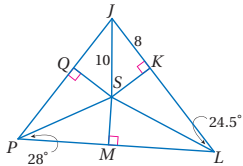
(41) في $\triangle ABC$ ، إذا كانت $\overline{DE}$ قطعة منصّفة، فأَي العبارات التالية غير صحيحة؟ **A**
A $\angle 1 \cong \angle 4$
B $\triangle ABC \sim \triangle ADE$
C $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$
D $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

مراجعة تراكمية

جبر: اذكر النظرية أو المسلمة التي تبرر تشابه المثلثين، واكتب عبارة التشابه، ثم أوجد أطوال القطع المذكورة في كل ممّا يأتي: (الدرس 2-6) انظر الهامش



إذا كانت النقطة S مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle JPL$ ، فأوجد كل قياس ممّا يأتي: (الدرس 4-1)



(45) $\angle SQ = 6$

(46) $\angle QJ = 8$

(47) $m\angle MPQ = 56^\circ$

(48) $m\angle SJP = 37.5^\circ$

استعد للدرس اللاحق

حل كل تناسب مما يأتي:

(49) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{x}{2}$ (50) $\frac{3}{4} = \frac{5}{x}$ (51) $\frac{2.3}{4} = \frac{x}{3.7}$ (52) $\frac{x-2}{2} = \frac{4}{5}$ (53) $\frac{x}{12-x} = \frac{8}{3}$ (54) $\frac{x}{12-x} = \frac{8}{3}$

98 الفصل 6 التشابه

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: يقع خزان الماء لمدينة ما عند النقطة A، وتشكل حدود المدينة مثلثاً رؤوسه النقطتان B، C وخزان الماء. إذا كانت النقطة D عند منتصف المسافة بين خزان الماء والنقطة B، والنقطة E عند منتصف المسافة بين خزان الماء والنقطة C، والمسافة بين D و E تساوي 18.9 ميلاً، فما المسافة بين B و C؟ 37.8 ميلاً

مصادر الدرس 3 - 6

فوق **فوق المتوسط**

تدريبات إعادة التعليم (16)

دوني

تدريبات إعادة التعليم - تتمر (17)

دون

تعاريف
 جبر، أوجد قيمة كل من x و y في كل من يأتي:

(1)  $(3) \quad x = 9$

(2)  $x = 8$

(3)  $x = 5; y = 2 (4)$

(4)  $y = 3$

(5)  $x = 12$

(6)  $y = 3 \frac{1}{3}$

الفصل 6 : التشابه

المؤلفون: د. محمد بن عبد الله العتيبي

[illegible]

الفصل 6: التشابه

تصنيف: الأول، الثاني،

تدريبات المهارات (18)

دون ضمن

تدريبات حل المسألة (19)

دون **ضمن** **فوق**

Figure 6.1

450000 450000 450000

Figure 6. Location

0.5124, 0.521, 0.526



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 3 - 6

دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط	دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط
دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط	دون دون المتوسط ضمن ضمن المتوسط فوق فوق المتوسط
6-3 المستقيمتان المتوازيتان والأجزاء المتناسبة (1) في $\triangle ABC$، إذا كان $AD \parallel AC$، $AD = 24$، $AC = 36$، $DB = 18$، $CE = 18$، فأوجد DE. (2) في $\triangle PQR$، إذا كان $ST \parallel PQ$، $PT = 6$، $SR = 12$، $QT = x + 6$، $TR = x - 4$، $PS = 27$، فأوجد TR و QT. $QT = 18$; $TR = 8$ في السؤالين الآتيين، حدد ما إذا كان $\overline{NM} \parallel \overline{JK}$ أم لا، وبيّن إجابتك. (3) $JN = 18$، $IL = 30$، $KM = 21$، $ML = 35$ لا، لأن $\frac{KM}{ML} \neq \frac{JN}{IL}$ (4) $KM = 24$، $KL = 44$، $NL = \frac{5}{6} JN$ نعم، لأن $\frac{JN}{NL} = \frac{KM}{ML} = \frac{6}{5}$ إذا كانت IH قطعة متوسطة لـ $\triangle KLM$، فأوجد قيمة x. (5) $x = 7$ (6) $x = 7$ (7) خذنا الشكل المجاور: M، W، K، B، A خمسة شوارع. إذا كانت المسافة من W إلى A عبر K تساوي 820 m، وعبر M تساوي 660 m، وكانت المسافة بين A و B عبر M تساوي 280 m، فكم تكون المسافة بين A و B عبر K؟ (افترض أن الشوارع A، B، W متوازية). 348 m تقريباً (8) $x = 4$، $y = 9$ (9) $x = \frac{5}{2}$، $y = \frac{9}{4}$	الاسم: _____ التاريخ: _____ 6-3 التدريبات الإثرائية المستقيمتان المتوازيتان والأجزاء المتناسبة: توجد نظرية تضمن على أنه إذا قطعنا ثلاث مستقيمتين متوازيتين أو أكثر، وكانت أجزاء متطابقة، فإن أجزاء التي قطعها آخرها تكون متطابقة، ويمكنك إثبات صحة هذه النظرية لأي عدد من المستقيمتين المتوازيتين، وطريقة الرسم الآتية تستعمل هذه النظرية لتقسيم قطعة مستقيمة إلى أجزاء متطابقة. يُراد تقسيم $\overline{AB}$ إلى خمسة أجزاء متطابقة، ويمكنك عمل ذلك بدقة عالية. وودون استعمال مسطرة، وكل ما يتطلبه العمل فرجار وقطعة ورق مسطرة. الخطوة 1: ضع طرف قطعة الورق عند النقطة A. الخطوة 2: ارسم قطعة مستقيمة على طول حافة الورقة، وعلى امتداد خمسة أسطر من النقطة A، ثم عيّن نقاط التقاء الأسطر مع هذه القطعة. وسمّ النقطة الخامسة P. الخطوة 3: ارسم $\overline{PB}$، ومن كل علامة على $\overline{AP}$، أنشئ مستقيماً يوازي $\overline{BP}$، فتقطع هذه المستقيمتان المتوازيتان $\overline{AB}$ في خمس نقاط وتقسّمها إلى خمس قطع متطابقة. استعمل فرجاراً وقطعة ورق مسطرة لتقسيم كل من القطعتين المستقيمتين الآتيتين إلى العدد المحدّد من الأجزاء المتطابقة. (1) سنّ أجزاء متطابقة. (2) سنّ أجزاء متطابقة.

1 التركيز

الترباط الرأسي

ما قبل الدرس 6-4

تعرف التناسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة لمضلعين متشابهين.

الدرس 6-4

تعرف علاقات التناسب الخاصة بكل من منصفات الزوايا والارتفاعات والقطع المتوسطة المتناظرة في المثلثات المتشابهة واستعمالها. استعمال نظرية منصف زاوية في مثلث.

ما بعد الدرس 6-4

استعمال تشابه الأشكال في التحويلات الهندسية، وكتابة خصائصها، وإيجاد معامل التمدد عند رسم الصورة الناتجة عن التمدد.

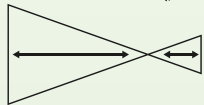
2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلبة قراءة فقرة "لماذا؟".

وسائل:

- إذا مُثلّت المسألة بمثلثين متشابهين كما في الشكل أدناه فماذا يمثل الارتفاع المشار إليه في كل مثلث؟



ارتفاع المثلث الكبير هو بُعد النخلة عن عدسة الكاميرا، وارتفاع المثلث الصغير هو بُعد العدسة عن الفيلم.

- إذا كانت عدسة الكاميرا مرنة الحركة للأمام والخلف، فماذا يترتب على اقتراب المصور أكثر من النخلة؟ **تقليل بُعد العدسة عن الفيلم.**

لماذا؟

في كاميرات التصوير الاحترافي تُستعمل أفلام بمعايير خاصة؛ للحصول على صور واضحة، وعند التقاط الصورة المجاورة، كانت المسافة بين النخلة وعدسة الكاميرا 6.16 m، وكان طول النخلة على الفيلم 35 mm، يمكن استعمال المثلثات المتشابهة لإيجاد طول النخلة الحقيقي.



فيما سبق:

درست أن أطوال الأضلاع المتناظرة لمضلعين متشابهين تكون متناسبة.

(الدرس 1-6)

والآن:

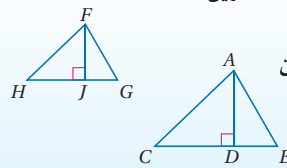
- أتعرف علاقات التناسب الخاصة بكل من منصفات الزوايا والارتفاعات والقطع المتوسطة المتناظرة في المثلثات المتشابهة وأستعملها.
- أستعمل نظرية منصف زاوية في مثلث.

www.obeikaneducation.com

نظريات

قطع مستقيمة خاصة في المثلثين المتشابهين

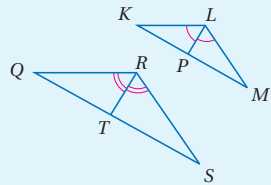
أضف إلى
مطوبتك



6.8 إذا تشابه مثلثان، فإن النسبة بين طولي كل ارتفاعين متناظرين تساوي النسبة بين طولي كل ضلعين متناظرين.

مثال: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FGH$ ارتفاعين $\overline{AD}$, $\overline{FJ}$

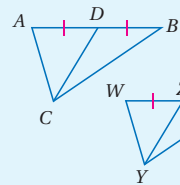
$$\frac{AD}{FJ} = \frac{AB}{FG}$$



6.9 إذا تشابه مثلثان، فإن النسبة بين طولي القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولي كل ضلعين متناظرين.

مثال: إذا كان $\triangle KLM \sim \triangle QRS$ قطعتين $\overline{LP}$, $\overline{RT}$

$$\frac{LP}{RT} = \frac{LM}{RS}$$



6.10 إذا تشابه مثلثان، فإن النسبة بين طولي كل قطعتين متوسطتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولي كل ضلعين متناظرين.

مثال: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle WXY$ قطعتين $\overline{CD}$, $\overline{YZ}$

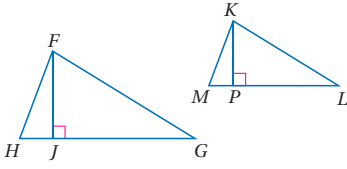
$$\frac{CD}{YZ} = \frac{AB}{WX}$$

ستبرهن النظريتين 6.9, 6.10 في السؤاليين 14, 15 على الترتيب

الدرس 6-4 عناصر المثلثات المتشابهة 99

مصادر الدرس 6-4

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنوع التعليم ص (101)	• تنوع التعليم ص (101, 104)	• تنوع التعليم ص (101, 104)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (15)	• كتاب التمارين ص (15)	• كتاب التمارين ص (15)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (21)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (21)	• تدريبات حل المسألة، ص (24)
	• تدريبات المهارات، ص (23)	• تدريبات المهارات، ص (23)	• التدريبات الإثرائية، ص (25)
	• تدريبات حل المسألة، ص (24)	• تدريبات حل المسألة، ص (24)	
		• التدريبات الإثرائية، ص (25)	



المعطيات: $\triangle FGH \sim \triangle KLM$ ، و $\overline{FJ}$ ، $\overline{KP}$ ارتفاعان.

المطلوب: $\frac{FJ}{KP} = \frac{HF}{MK}$

برهان حر:

بما أن: $\triangle FGH \sim \triangle KLM$ ، إذن $\angle H \cong \angle M$ ، كما أن $\angle FJH \cong \angle KPM$ ؛ لأنهما زاويتان قائمتان ناتجتان عن ارتفاعين، وجميع الزوايا القوائم متطابقة؛ لذلك فإن

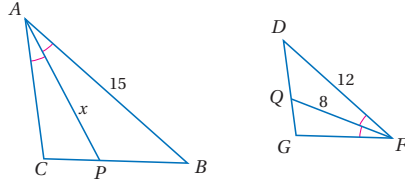
$\triangle HFJ \sim \triangle MKP$ بحسب مسلمة التشابه AA؛ إذن $\frac{FJ}{KP} = \frac{HF}{MK}$ وفق تعريف المضلعين المتشابهين.

ويمكنك استعمال القطع المستقيمة الخاصة في المثلثات المتشابهة لإيجاد الأطوال المجهولة.

استعمال القطع الخاصة في المثلثات المتشابهة

مثال 1

إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FDG$ في الشكل أدناه، فأوجد قيمة x .



$\overline{AP}$ ، $\overline{FQ}$ منصفَا زاويتين متناظرتين و $\overline{AB}$ ، $\overline{FD}$ ضلعان متناظران للمثلثين المتشابهين ABC ، FDG .

النسبة بين طولي القطعتين المستقيمتين المنصفتين لزاويتين متناظرتين في مثلثين متشابهين، تساوي النسبة بين طولي ضلعين متناظرين.

$$\frac{AP}{FQ} = \frac{AB}{FD}$$

$$\frac{x}{8} = \frac{15}{12}$$

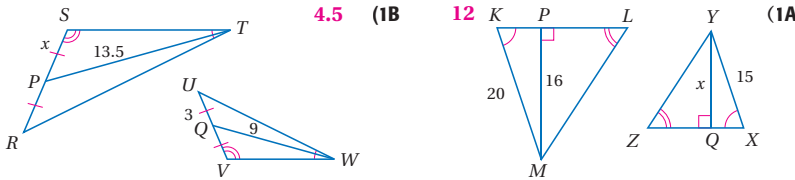
$$8 \cdot 15 = x \cdot 12$$

$$120 = 12x$$

$$10 = x$$

تحقق من فهمك

أوجد قيمة x في المثلثين المتشابهين، في كل من السؤالين الآتيين:



قطع مستقيمة خاصة في المثلثين المتشابهين

المثالان 1, 2 يبيّنان كيفية استعمال القطع المستقيمة في المثلثين المتشابهين؛ لإيجاد قياسات مجهولة وحل مسائل.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلبة المفاهيم.

إرشادات للدراسة

استعمال معامل التشابه:

يمكن حل المثال 1 أيضًا بإيجاد معامل التشابه بين $\triangle ABC$ ، $\triangle FDG$

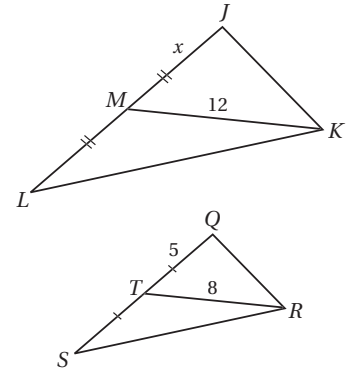
أولًا، وتكون النسبة بين طول القطعة المستقيمة المنصّفة

لزاوية في $\triangle ABC$ إلى طول القطعة

المستقيمة المنصّفة للزاوية المناظرة لها في $\triangle FDG$ تساوي معامل التشابه هذا.

مثال إضافي

في الشكل أدناه $\triangle LJK \sim \triangle SQR$. أوجد قيمة x .



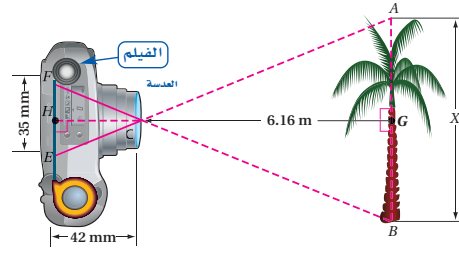
7.5

يمكنك استعمال القطع المستقيمة الخاصة في المثلثات المتشابهة لحل مسائل من واقع الحياة.

استعمال المثلثات المتشابهة لحل المسائل

مثال 2 من واقع الحياة

تصوير: بالرجوع إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس، يبين الرسم التوضيحي أدناه (الرسم ليس على القياس) موقع الكاميرا وطول الصورة والمسافة من عدسة الكاميرا إلى الفيلم. أوجد الارتفاع الحقيقي للنخلة.



افهم: المعطيات، المسافة بين النخلة وعدسة الكاميرا 6.16 m، وطول النخلة على الفيلم 35 mm، والمسافة بين العدسة والفيلم 42 mm.

المطلوب: الارتفاع الحقيقي للنخلة.

تكون النخلة وصورتها على الفيلم متوازيين، ويكون $\overline{CH}$ و $\overline{CG}$ ارتفاعين في المثلثين $\triangle ABC$, $\triangle EFC$.

خطوط: بما أن $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ ، فإن: $\angle BAC \cong \angle CEF$, $\angle CBA \cong \angle CFE$ وفق نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً؛ لذلك فإن $\triangle ABC \sim \triangle EFC$ وفق مسلمة التشابه AA. اكتب تناسباً وحله لإيجاد قيمة x .

حل: $\frac{AB}{EF} = \frac{GC}{HC}$ النظرية 6.8

بالتعويض $\frac{x \text{ m}}{35 \text{ mm}} = \frac{6.16 \text{ m}}{42 \text{ mm}}$

خاصية الضرب التبادلي $x(42) = 35(6.16)$

بالتبسيط $42x = 215.6$

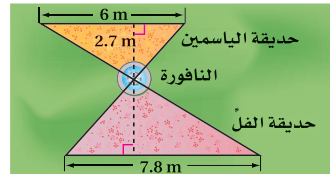
بقسمة كلا الطرفين على 42 $x \approx 5.13$

إذن ارتفاع النخلة 5.13 m تقريباً.

تحقق: نسبة طول الصورة إلى المسافة بين العدسة والفيلم هي 35:42 أو 5:6، ونسبة ارتفاع النخلة إلى المسافة بينها وبين العدسة هي: 5.13 : 6.16؛ أي 5:6 تقريباً. ✓

تحقق من فهمك

2 حدائق: في الشكل المجاور حديقتان بجوارهما نافورة، إذا كانت الحديقتان تشكلان مثلثين متشابهين، فأوجد المسافة من مركز النافورة إلى الضلع الأطول في حديقة الفل. **3.51m**



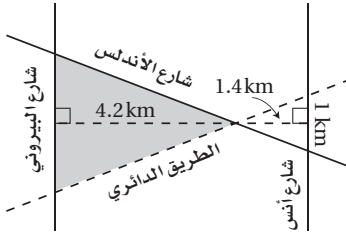
الدرس 4-6 عناصر المثلثات المتشابهة 101

مثال إضافي

2

شوارع: يبين الشكل أدناه جزءاً من خريطة أحد الأحياء، إذا علمت أن شارع أنس يوازي شارع البيروني، والشوارع الأخرى جميعها مستقيمة، فأوجد مساحة المنطقة المظللة.

6.3 km²



تنبيه!

قياسات الزوايا المتناظرة

لمثلثين متشابهين: من الأخطاء

الشائعة، الاعتقاد بأن النسبة بين

قياسات الزوايا المتناظرة لمثلثين

متشابهين، هي النسبة نفسها بين

أطوال الأضلاع المتناظرة. أكد على

أن الزوايا المتناظرة لمثلثين متشابهين،

يجب أن تكون متطابقة.

التعليم باستعمال التقنيات

مدونة: اطلب إلى الطلاب أن

يكتبوا في مدونة الفصل فقرة توضح

كيفية حساب عرض نهر باستعمال

المثلثات المتشابهة، وتوضح إجاباتهم

بالرسم.

تنويع التعليم

دون ضمن

المتعلمون البصريون: اطلب إلى الطلاب قياس عرض نهر

بالطريقة الآتية:

ثبّت وتدّاً عند النقطة A التي تقع مقابل الشجرة (النقطة B) على الضفة

المقابلة، ووتدّاً إضافياً عند النقطة C، بحيث يتعامد BA مع AC،

وتقع النقطة C على بعد 20 m من النقطة A، ثم ثبّت وتدّاً إضافياً

عند النقطة D على امتداد AC وتقع على بعد 5 m من النقطة C، ثم

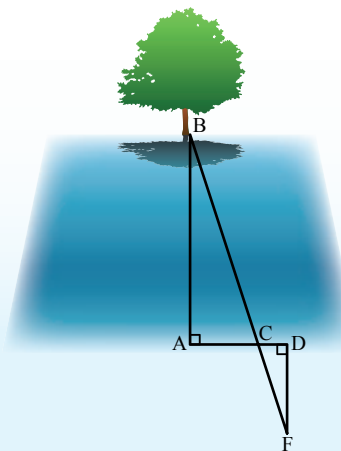
ثبّت وتدّاً آخر عند النقطة F التي تقع على امتداد الخط الواصل بين

الشجرة والوتد C، بحيث يتعامد CD مع FD، وتقع النقطة F على

بعد 6 m من النقطة D هل المثلثان ($\triangle DFC$, $\triangle ABC$) متشابهان؟

وما عرض النهر؟ نعم؛ وفق مسلمة التشابه AA، حيث إن

$\angle ACB \cong \angle DCF$, $\angle A \cong \angle D$ عرض النهر 60 m



نظرية منصف زاوية في مثلث: تعلمت أن منصف زاوية هو نصف مستقيم يقسمها إلى زاويتين متجاورتين متطابقتين، وإضافة لذلك يقسم منصف الزاوية في مثلث الضلع المقابل وفق تناسب مع الضلعين الآخرين.

أضف إلى
طويوتك

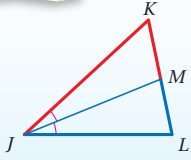
نظرية 6.11

منصف زاوية في مثلث

منصف زاوية في مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين النسبة بين طولييهما تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين.

مثال: إذا كانت $\overline{JM}$ منصف زاوية في المثلث $\triangle JKL$

$$\begin{aligned} \text{القطعتان المشتركتان بالرأس } K &\rightarrow \frac{KM}{LM} = \frac{KJ}{LJ} \\ \text{القطعتان المشتركتان بالرأس } L &\rightarrow \frac{LM}{JM} = \frac{LJ}{JK} \end{aligned}$$



ستبرهن النظرية 6.11 في السؤال 19

إرشادات للدراسة

التناسب: يمكن كتابة

تناسب آخر باستعمال
نظرية منصف زاوية في
مثلث هو

$$\frac{KM}{KJ} = \frac{LM}{LJ}$$

نظرية منصف زاوية في مثلث

المثال 3 يبين كيفية استعمال نظرية منصف زاوية في مثلث؛ لإيجاد قياسات مجهولة.

استعمال نظرية منصف زاوية في مثلث

مثال 3

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

بما أن $\overline{RT}$ منصف زاوية في $\triangle QRS$ ، فيمكنك استعمال نظرية منصف زاوية في مثلث لكتابة تناسب.

نظرية منصف زاوية في مثلث

$$\frac{QT}{ST} = \frac{QR}{SR}$$

بالتعويض

$$\frac{x}{18-x} = \frac{6}{14}$$

خاصية الضرب التبادلي

$$(18-x)(6) = x \cdot 14$$

بالتبسيط

$$108 - 6x = 14x$$

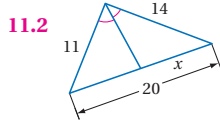
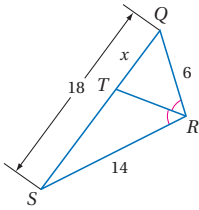
إضافة $6x$ لكلا الطرفين

$$108 = 20x$$

بقسمة كلا الطرفين على 20

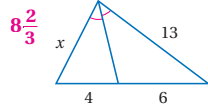
$$5.4 = x$$

تحقق من فهمك



11.2

(3B)



8.2/3

(3A)

إرشادات للدراسة

المثلثات الناتجة عن

منصف زاوية في مثلث:

لا يرتبط التناسب في

نظرية منصف زاوية في

مثلث بتشابه مثلثين؛

إذ إن المثلثين الناشئين

عن منصف زاوية في

مثلث ليسا متشابهين

في الحالة العامة، على

الرغم من التناسب بين

زوجين من أضلاعهما،

ووجود زاوية في أحدهما

مطابقة لزاوية في

الآخر.

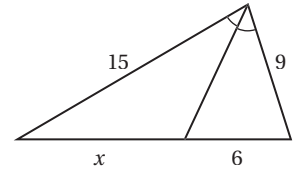
لكن المثلثين يتشابهان

في حالة قسمة المثلث

إلى مثلثين متطابقين.

مثال إضافي

أوجد قيمة x في الشكل أدناه.



10

المحتوى الرياضي

تناسبات أخرى في المثلثات

المتشابهة: اطلب إلى الطلاب

تخمين قطع مستقيمة أخرى تكون

النسبة بين أطوالها هي النسبة نفسها

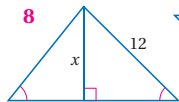
بين الأضلاع المتناظرة في المثلثين

المتشابهين، ثم اطلب إليهم أن يختبروا

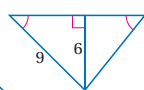
تخميناتهم.

تأكد

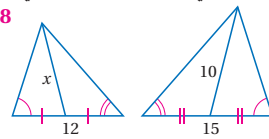
المثال 1



8



(2)



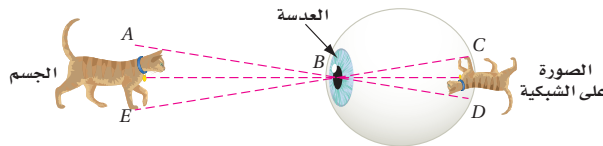
8

(1)

(3) صورة: ارتفاع قطّة 10 in، وارتفاع صورتها على شبكية العين 7 mm، إذا كان $\triangle ABE \sim \triangle DBC$ ،

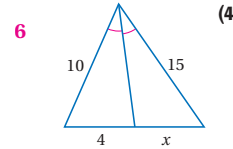
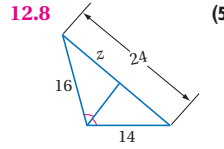
وكانت المسافة من بؤبؤ العين إلى الشبكية 25 mm، فكم تبعد القطّة عن بؤبؤ العين تقريباً إجابتك إلى أقرب

جزء من عشرة؟ **35.7 in تقريباً**



102 الفصل 6 التشابه

المثال 3 أوجد قيمة المتغير في كل من السؤالين الآتيين:



3 التدريب

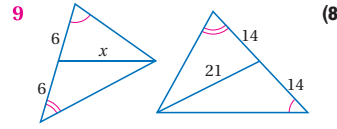
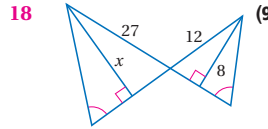
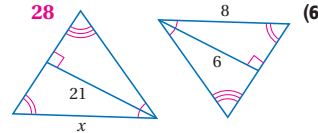
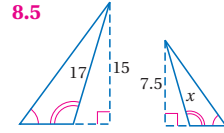
التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 1-5 للتحقق من فهم الطلبة ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة بحسب مستوياتهم.

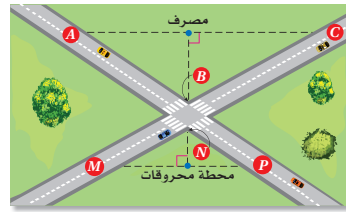
تدريب وحل المسائل

المثال 1

أوجد قيمة x في المثلثين المتشابهين في كل مما يأتي:

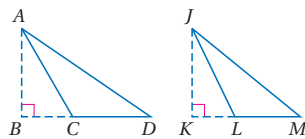
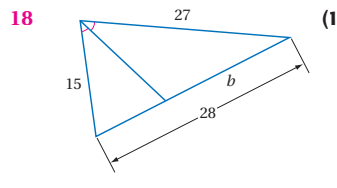
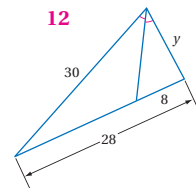


المثال 2 (10) **طرق:** يشكّل الطريقان المتقاطعان في الشكل أدناه مثلثين متشابهين، إذا كان $AC = 382$ ft، $MP = 248$ ft، وتبعد محطة المحروقات 50 ft عن التقاطع، فكم يبعد المصرف عن التقاطع تقريبًا إجابتك إلى أقرب عدد صحيح؟



تقريبًا 77 ft

المثال 3 أوجد قيمة المتغير في كل من السؤالين الآتيين. (لاحظ أن الأشكال ليست مرسومة وفق مقياس رسم):



(13) **جبر** إذا كانت $\overline{AB}$ ، $\overline{JK}$ ارتفاعين، وكان:

$$\triangle DAC \sim \triangle MJL, AB = 9$$

$$AD = 4x - 8, JK = 21, JM = 5x + 3$$

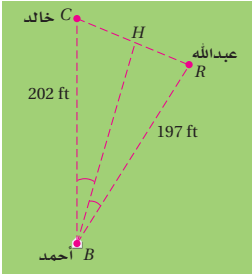
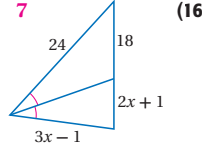
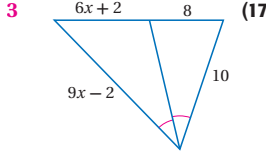
فأوجد قيمة x . 5

الدرس 4-6 عناصر المثلثات المتشابهة 103

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	25-37، 23، 22، 6-13
ضمن المتوسط	25-37، 21-23، 19، 18، 7-17 فردي
فوق المتوسط	14-31، (اختياري: 32-37)

- (14) **برهان:** اكتب برهاناً حرّاً للنظرية 6.9. **انظر الهامش**
 (15) **برهان:** اكتب برهاناً ذا عمودين للنظرية 6.10. **انظر ملحق الإجابات**
جبر: أوجد قيمة x في كلٍّ من السؤالين الآتيين:



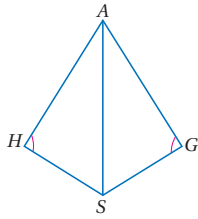
- (18) **رياضة:** تأمل المثلث المتشكّل من المسارات بين أحمد وعبدالله وخالد في أثناء مباراة كرة قدم كما في الشكل المجاور. إذا ركل أحمد الكرة بمسار ينصف $\angle B$ في $\triangle CBR$ ، فأيهما أقرب إلى الكرة؛ عبدالله أم خالد؟ وضع إجابتك.

(19, 20) **انظر ملحق الإجابات**

(20) **المعطيات:** $\overline{AS}$ تنصف $\angle HAG$

$$\angle H \cong \angle G$$

المطلوب: إثبات أن: $\frac{HS}{GS} = \frac{AH}{AG}$

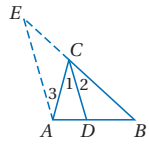


(19) النظرية 6.11

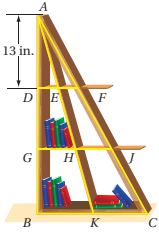
المعطيات: $\overline{CD}$ تنصف $\angle ACB$

وبالرسم $\overline{AE} \parallel \overline{CD}$

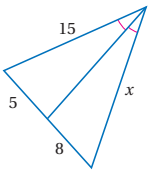
المطلوب: إثبات أن: $\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{BC}$



- (21) **أثاث:** يمثل الشكل المجاور خزانة كتب مثلثة الشكل، المسافة بين كل رفّين فيها تساوي 13 in، و $\overline{AK}$ قطعة متوسطة لـ $\triangle ABC$. إذا كان $EF = 3\frac{1}{3}$ in، فكم يكون BK ؟ **10 in**



مسائل مهارات التفكير العليا



- (22) **اكتشف الخطأ:** يحاول كلٌّ من عبدالله وفيصل أن يجد قيمة x في الشكل المجاور. فيقول عبدالله: لإيجاد قيمة x أحلّ التناسب $\frac{5}{8} = \frac{15}{x}$ ، ويقول فيصل: لإيجاد قيمة x ، أحلّ التناسب $\frac{5}{x} = \frac{8}{15}$ ، أيّ منهما على صواب؟ وضع إجابتك.
 عبدالله؛ وفق نظرية منتصف زاوية في مثلث، التناسب الصحيح هو $\frac{5}{8} = \frac{15}{x}$.

تنبيه!

اكتشف الخطأ: في السؤال 22، يجب أن يتذكّر الطلبة من نظرية منتصف زاوية في مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين النسبة بين طوليهما تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين. وإذا تمّت مقارنة طول قطعتي مستقيمة بطول ضلع، فيجب أن تكونا في المثلث نفسه. حيث أخطأ فيصل حين قارن طول القطعة المستقيمة بطول الضلع في مثلثين مختلفين.

إرشادات للدراسة

التناسب: في التناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ، إذا كان $a > c$ ، فإن $b > d$ والعكس صحيح أيضاً، إذا كان $a > c$ ، فإن $b > d$.

- (18) عبدالله؛ إجابة ممكنة: بما أن مسار الكرة ينصف $\angle B$ ، فإن النسبة بين طولي القطعتين اللتين قُسم إليهما الضلع المقابل للزاوية $\angle CBR$ تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين.

$$\frac{CH}{RH} = \frac{BC}{BR}$$

وبالتعويض

$$\frac{CH}{RH} = \frac{202}{197} \approx 1.03$$

$$\frac{197}{RH} = \frac{202}{CH}$$

وحيث $202 > 197$

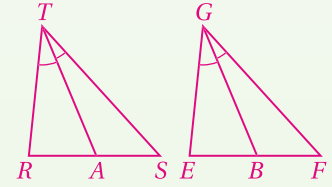
فإن $CH > RH$

إجابات:

(14) **المعطيات:** $\triangle RTS \sim \triangle EGF$

$\overline{TA}$ ، $\overline{GB}$ منصفَا زاويتين.

المطلوب: $\frac{TA}{GB} = \frac{RT}{EG}$



البرهان: بما أن الزوايا المتناظرة في المثلثين المتشابهين تكون متطابقة، فإن: $\angle R \cong \angle E$ ، $\angle RTS \cong \angle EGF$.

ولأن $\angle RTS$ ، $\angle EGF$ نُصِّفَتَا، فإن

$$2(m\angle RTA) = m\angle RTS$$

$$2(m\angle EGB) = m\angle EGF$$

ولكن $m\angle RTS = m\angle EGF$

$$2(m\angle RTA) = 2(m\angle EGB)$$

إذن: $m\angle RTA = m\angle EGB$

أي أن: $\angle RTA \cong \angle EGB$
 وبحسب مسلمة التشابه AA، يكون

$$\triangle RTA \sim \triangle EGB$$

$$\frac{TA}{GB} = \frac{RT}{EG}$$

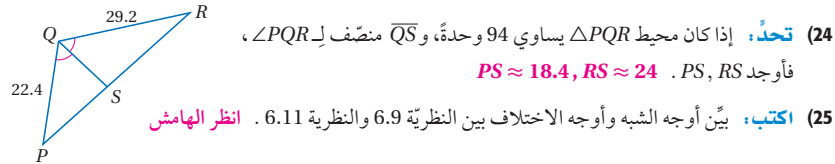
تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: نظّم الطلاب في مجموعات ثلاثية أو رباعية متفاوتة القدرات، ثم اطلب إليهم أن يرسموا مخططاً بمقياس رسم لحدود مدرستهم، واطلب إليهم أيضاً قياس محيط المدرسة بعد الخطوات عند المشي حول المدرسة، ثم اطلب إليهم استعمال نسبة عدد الخطوات إلى عدد الوحدات التي سيستعملونها في مخططاتهم.

(23) **تبرير:** أوجد مثلاً مضاداً للعبارة الآتية. وضح إجابتك.

"إذا كانت النسبة بين ارتفاع مثلث وطول أحد أضلاعه تساوي النسبة بين الارتفاع وطول الضلع المناظرين لهما في مثلث آخر، فإن المثلثين متشابهان". **انظر الهامش**



4 التقييم

بطاقة مكافأة: اطلب إلى الطلبة أن

يرسموا مثلثاً محيطه 24 cm، ثم اطلب

إليهم أن يرسموا منصفاً لإحدى زواياه،

واطلب إليهم أن يجدوا طول كل من

القطعتين المستقيمتين التي انقسم إليها

الضلع المقابل للزاوية التي تم تصنيفها، وأن

يُسَلِّمُوا إجاباتهم قبل خروجك من غرفة

الصف. **انظر إجابات الطلاب.**

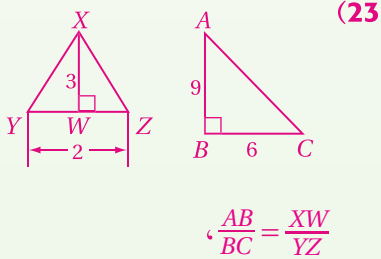
التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلبة الدرس 4-6،

بإعطائهم:

الاختبار القصير 4، ص (31)

إجابات:



ولكن $\triangle ABC$ لا يشابه $\triangle XYZ$

(25) تتضمن كلتا النظريتين قطعةً مستقيمةً

تتصف زاوية، ونسباً متكافئة. نظرية

منصف زاوية في مثلث تنطبق على

مثلث واحد، بينما تنطبق النظرية 9-6

على مثلثين متشابهين وبخلاف نظرية

منصف الزاوية التي تجزئ الضلع

المقابل إلى قطعتين مستقيمتين بنسبة

مساوية للنسبة بين الضلعين الآخرين،

فإن النظرية 6.9، تنص على أنه إذا

تشابه مثلثان، فإن النسبة بين طولي

القطعتين المنصفتين لكل زاويتين

متناظرين تساوي النسبة بين طولي

ضلعين متناظرين.

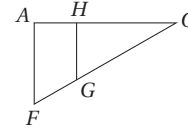
(31) **المعطيات:** $\overline{SR} \cong \overline{QR}$ ،

T نقطة منتصف $\overline{SQ}$

المطلوب: $\triangle SRT \cong \triangle QRT$

تدريب على اختبار

(26) أيُّ الحقائق الآتية ليست كافية لإثبات أن المثلثين ACF و HCG متشابهان؟ **C**



A $\overline{AF} \parallel \overline{HG}$

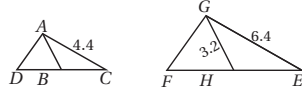
B $\frac{AC}{HC} = \frac{FC}{GC}$

C $\frac{CG}{CF} = \frac{1}{2}$

D $\angle CHG$ و $\angle FAH$ قائمتان.

(27) **إجابة قصيرة:** في الشكلين أدناه:

$\overline{DB} \cong \overline{BC}$ ، $\overline{FH} \cong \overline{HE}$

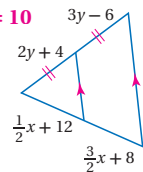


إذا كان: $\triangle ACD \sim \triangle GEF$ ، فأوجد AB . 2.2

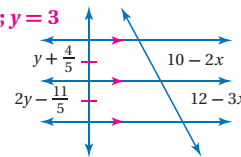
مراجعة تراكمية

جبر: أوجد قيمتي x ، y في كلٍّ مما يأتي. (الدرس 3-6)

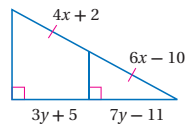
$x = 4$; $y = 10$



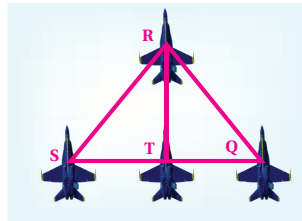
(30) $x = 2$; $y = 3$



(29) $x = 6$; $y = 4$



(28)



(31) **طائرات:** في عرض للطائرات النفاثة، شكَّلت الطائرات تشكيلاً يبدو كمثلثين بينهما ضلع مشترك.

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات أن $\triangle SRT \cong \triangle QRT$ ، علماً بأن T منتصف $\overline{SQ}$ ،

و $\overline{SR} \cong \overline{QR}$. (الدرس 3-4) **انظر الهامش**

استعد للدرس اللاحق

أوجد المسافة بين كل نقطتين في كلٍّ مما يأتي:

(34) $\sqrt{80} \approx 8.9$ C(-2, 0), D(6, 4)

(32) $\sqrt{164} \approx 12.8$ E(-3, -2), F(5, 8)

(37) $\sqrt{340} \approx 18.4$ R(-6, 10), S(8, -2)

(36) $\sqrt{137} \approx 11.7$ W(7, 3), Z(-4, -1)

الدرس 4-6 عناصر المثلثات المتشابهة 105

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\overline{SR} \cong \overline{QR}$ نقطة T، منتصف $\overline{SQ}$
(2) تعريف نقطة المنتصف	(2) $\overline{ST} \cong \overline{TQ}$
(3) خاصية الانعكاس	(3) $\overline{RT} \cong \overline{RT}$
(4) SSS	(4) $\triangle QRT \cong \triangle SRT$

1 التركيز

الهدف

استسقاء ورسم الكسريات.

كتابة صيغ ترددية.

المواد

• ورقة منقطة مثلثياً.

إرشادات التدريس

ناقش مع الطلاب كيفية تحديد كل مرحلة كي يفهموا الطريقة. كل مرة تُنصف فيها أضلاع كل مثلث لتشكيل مثلث داخلي، تُعدّ مرحلة واحدة. اطلب إليهم أن يسجلوا عدد المثلثات في كل مرحلة، بحيث يمكنهم تحليل النمط في الأعداد.

2 التدريس

العمل في مجموعات تعاونية

نظّم الطلاب في مجموعات رباعية متفاوتة القدرات، ثم اطلب إلى أحد الطلبة في كل مجموعة أن يرسم المثلثات، بينما يقوم طالب آخر بتحليل البيانات، وذلك بعد المثلثات وتشكيل متتابعة من الأعداد. واطلب إلى طالب ثالث أن يجد محيط كل مثلث طالما استمر النشاط، ويكون الطالب الرابع متتابعة من محيطات المثلثات. ستساعدهم هذه المتتابعة على ملاحظة أن المحيط يقترب من الصفر، كلما زاد عدد المثلثات. اطلب إليهم أن يحلّوا السؤال 1.

وسائل:

• عند ضم ثلاثة من المثلثات الناتجة عن المرحلة الرابعة، فما المرحلة التي يمثلها الشكل الناتج؟ المرحلة 5

تدريب: اطلب إلى الطلبة حلّ الأسئلة 2-7.

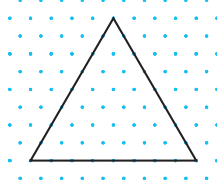
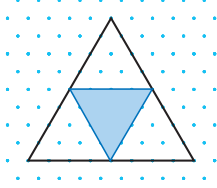
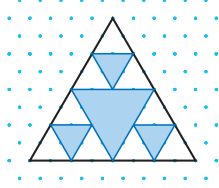
الكسريات أشكال هندسية تنتج باستعمال تكرار الأجزاء (iteration)، وتكرار الأجزاء هو عملية تكرار النمط نفسه مرّة تلو الأخرى، وتكون الكسريات ذاتية التشابه؛ أي أن الأجزاء الصغيرة للشكل لها الخصائص الهندسية نفسها للشكل الأصلي.

نشاط 1

البداية: ارسم مثلثاً مطابقاً للأضلاع طول ضلعه 8 وحدات في ورقة منقطة. ضلعه 8 وحدات في ورقة منقطة.

المرحلة 1: صل نقاط منتصفات أضلاع المثلث لتشكيل مثلثاً آخر، وظلّل المثلث الداخلي.

المرحلة 2: كرّر العملية مع المثلثات الثلاثة غير المظللة، وصل نقاط منتصفات أضلاعها لتشكيل ثلاثة مثلثات أخرى.



إذا كرّرت هذه العملية إلى ما لا نهاية، فإن الشكل الناتج يسمى مثلث سيربنسكي.

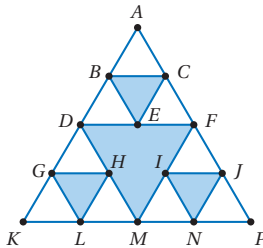
تحليل النتائج:

- إذا استمرت في هذه العملية، فكم يكون عدد المثلثات غير المظللة في المرحلة 3؟ 27
- ما محيط المثلث غير المظلّل في المرحلة 4؟ 1.5 وحدة
- إذا استمرت في هذه العملية إلى ما لا نهاية، فماذا سيحصل لمحيط كل مثلث غير مظلّل؟ سيقرب المحيط من الصفر.
- تحذّر:** استناداً إلى الشكل المجاور، أكمل الآتي باستعمال برهان ذي عمودين: انظر ملحق الإجابات

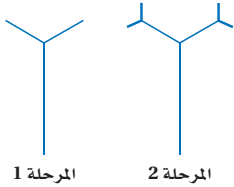
المعطيات: $\triangle KAP$ متطابق الأضلاع.

D, F, M, B, C, E منتصفات: $\overline{KA}, \overline{AP}, \overline{PK}, \overline{DA}, \overline{AF}, \overline{FD}$ على الترتيب.

المطلوب: $\triangle BAC \sim \triangle KAP$.



- يمكن رسم شجرة كسرية، برسم غصنين جديدين من نهاية كل غصن أصلي، بحيث يكون طول كل غصن منها مساوياً لثلث طول الغصن السابق له. (a-b) انظر الهامش
- ارسم المرحلة 3 والمرحلة 4 للشجرة الكسرية. ما العدد الكلي للأغصان في المراحل الأربع جميعها؟ (لا تعدّ الساق)
- اكتب عبارة جبرية يمكن استعمالها للتنبؤ بالعدد الكلي للأغصان في نهاية كل مرحلة.



إجابات:

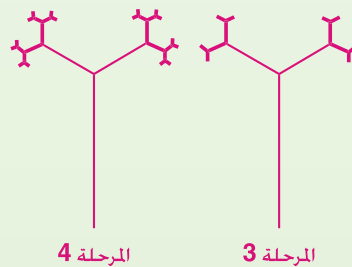
(5b) يمكن استعمال الأنماط للتنبؤ بالعدد الكلي للأغصان في نهاية كل مرحلة.

المرحلة	عدد الأغصان	النمط
1	2	$2(2^1 - 1)$
2	6	$2(2^2 - 1)$
3	14	$2(2^3 - 1)$
4	30	$2(2^4 - 1)$
5	62	$2(2^5 - 1)$
⋮	⋮	⋮
n		$2(2^n - 1)$

أي أن العدد الكلي للأغصان في المرحلة n، العدد الكلي للأغصان يساوي $2(2^n - 1)$

(5a) المرحلة 2:1، المرحلة 6:2،

المرحلة 14:3، المرحلة 30:4



3 التقويم

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 1-7؛ للتحقق من فهم الطلبة معنى الكسريات وتكرار الأجزاء، والصيغة الترددية، والشجرة الكسرية.

من المحسوس إلى المجرد

استعمل السؤال 12؛ لتوسعة ما لاحظته الطلبة جبرياً.

جميع العمليات المكررة لا تتضمن رسومات لأشكال هندسية، فبعض العمليات المكررة، يمكن أن تترجم إلى صيغ أو معادلات مشابهة للعبارة الجبرية التي كتبها في السؤال 5 في الصفحة السابقة، وتسمى هذه العبارات **صيغاً ترددية**.

نشاط 2

مثلث باسكال هو نمط عددي يبدأ كل صف فيه بالعدد 1، وينتهي بالعدد 1 أيضاً، وينتج كل حد من حدود الصفوف الأخرى عن جمع الحدين الواقعين فوقه. أوجد صيغة لمجموع حدود كل صف في مثلث باسكال بدلالة رقم هذا الصف.

الخطوة 1: اكتب الصفوف الخمسة الأولى **الخطوة 2:** أوجد مجموع حدود كل صف. **الخطوة 3:** أوجد نمطاً يعتمد على رقم الصف، ويمكن استعماله لإيجاد مجموع حدود كل صف.

الصف	مثلث باسكال	المجموع	النمط
1	1	1	$2^0 = 2^{1-1}$
2	1 1	2	$2^1 = 2^{2-1}$
3	1 2 1	4	$2^2 = 2^{3-1}$
4	1 3 3 1	8	$2^3 = 2^{4-1}$
5	1 4 6 4 1	16	$2^4 = 2^{5-1}$

تحليل النتائج:

(6) اكتب صيغة للمجموع S لحدود الصف n لمثلث باسكال. $S = 2^{n-1}$

(7) ما مجموع حدود الصف الثامن في مثلث باسكال؟ 128

تمارين:

اكتب صيغة ترددية لـ $F(x)$.

(9) $F(x) = x^2 - x$

x	0	5	10	15	20
$F(x)$	0	20	90	210	380

(8) $F(x) = 2x - 1$

x	2	4	6	8	10
$F(x)$	3	7	11	15	19

(11) $F(x) = \sqrt{x} + 3$

x	4	9	16	25	36
$F(x)$	5	6	7	8	9

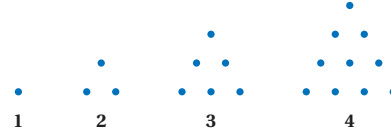
(10) $F(x) = \frac{1}{x}$

x	1	2	4	8	10
$F(x)$	1	0.5	0.25	0.125	0.1

(12) **تحذّر** يمثل النمط أدناه متتابعة أعداد مثلثية. ما عدد النقاط في الحد الثامن في هذه المتتابعة؟

هل من الممكن كتابة صيغة ترددية يمكن استعمالها لتحديد عدد النقاط في العدد المثلثي ذي الرقم n في هذه المتتابعة؟ وإذا كان ذلك ممكناً فاكتب الصيغة، وإلا فوضح السبب.

$F(n) = \frac{n(n+1)}{2}$ ؛ 36





مصادر الدرس 4 - 6

فوق **فوق المتوسط**

دون

دون

دون **ضمن**

دون **ضمن** **فوق**



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 4 - 6

فوق المتوسط

ضمن المتوسط

دون المتوسط

فوق

ضمن

دون

كتاب التمارين (15)

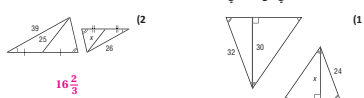
فوق

ضمن

التدريبات الإثرائية (25)

6-4 عناصر المثلثات المتشابهة

جبر، أوجد قيمة x في كل مما يأتي:



16.2

16.8

13.5

24 mm

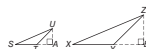
(a) إذا التقط فؤاد صورة كاملة لصديقه من مسافة 3 m، ويبلغ طول صديقه 140 cm، فما طول الصورة على الفيلم؟ (إرشاد: حوّل الأطوال إلى الوحدة نفسها).

11.2 mm

(b) إذا التقط فؤاد صورة كاملة لصديقه، وكان طول الصورة على الفيلم 15 mm، فكم كانت المسافة بين آلة التصوير وصديقه؟

إذا كان $\overline{PT} \parallel \overline{KM}$ ارتفاعين، وكان $\triangle JKL \sim \triangle NPR$ ، و $KL = 28$ ، و $KM = 18$ ، و $PR = 15.75$ ، فأوجد PT .

إذا كان $\overline{UA} \parallel \overline{ZB}$ ارتفاعين، وكان $\triangle STU \sim \triangle XYZ$ ، و $UT = 8.5$ ، و $UA = 6$ ، و $ZY = 11.4$ ، فأوجد ZB .



16.15



24.5

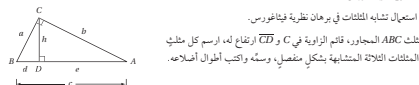
15

التاريخ

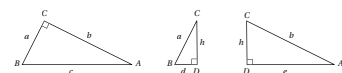
الاسم

6-4 التدريبات الإثرائية

برهان لنظرية فيثاغورس، يمكنك استعمال تشابه المثلثات في برهان نظرية فيثاغورس.



المثلث ABC المجاور، قائم الزاوية في C و $\overline{CD}$ ارتفاع له، ارسم كل مثلث من المثلثات الثلاثة المتشابهة بشكل منفصل، وسمّه واكتب أطوال أضلاعه.



(2) اكتب المثلثات المتشابهة الثلاثة في الصف الأيمن من الجدول أدناه.

استعمل الشكل لإكمال الجدول، وكتابة العناصر المتناظرة للمثلثات الثلاثة القائمة المتشابهة.

$\triangle CBD$	$\triangle ACD$	$\triangle ABC$
الساكن القصيرة	a	b
الساكن الطويلة	e	c
الوتر	d	h

(3) استعمل العناصر المتناظرة لهذه المثلثات المتشابهة وتناسباتها لإكمال العبارات في البرهان الآتي، وإثبات نظرية فيثاغورس جبرياً.

العبارة	المعطيات
(1) ارتفاع المثلث القائم ABC الزاوية A - معطيات.	
(2) $\frac{a}{c} = \frac{d}{b}$ و $\frac{b}{c} = \frac{e}{a}$	(1) معطيات.
(3) $a^2 = cd$ و $b^2 = ce$	(2) النسب بين العناصر المتناظرة في المثلثين المتشابهين متساوية.
(4) $a^2 + b^2 = cd + ce$	(3) بالضرب التبادلي.
(5) $a^2 + b^2 = c(d + e)$	(4) خاصية الجمع للمساواة.
(6) $a^2 + b^2 = c^2$	(5) خاصية التعويض للمساواة.
(7) $d + e = c$	(6) خاصية التوزيع.
(8) $a^2 + b^2 = c^2$	(7) تُسَلَّطُ جمع القطع المستقيمة.
	(8) خاصية التعويض للمساواة.

الفصل 6، التثنية

25

المصف، الجزء الثاني

التقويم التكويني

المفردات الأساسية: رقم الصفحة بعد كل مفردة، يشير إلى الصفحة التي وردت فيها المفردة أول مرة. فإذا واجه بعض الطلبة صعوبات في حل الأسئلة 1-6، فذكرهم بأنه يمكنهم استعمال هذه الصفحات مرجعاً ليتذكروا المعلومات حول هذه المفردات.

التقويم الختامي

اختبار المفردات، ص (33)

ملخص الفصل

المفاهيم الأساسية

المضلعات المتشابهة والمثلثات المتشابهة (الدرس 1-6، 2-6)

- يتشابه مضلعان إذا وفقط إذا كانت زواياهما المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.
- يكون المثلثان متشابهين إذا كانت:
 - AA: زاويتان في أحدهما مطابقتين لزاويتين في المثلث الآخر.

SSS: أطوال الأضلاع المتناظرة للمثلثين متناسبة.

SAS: طولاً ضلعين في أحدهما متناسبين مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في المثلث الآخر، والزوايتان المحصورتان متطابقتين.

الأجزاء المتناسبة (الدرس 3-6)

- إذا وازى مستقيم أحد أضلاع مثلث، وقطع الضلعين الآخرين في نقطتين محددين، فإنه يقسم هذين الضلعين إلى قطع مستقيمة أطوالها متناسبة.
- القطعة المنصّفة في المثلث توازي ضلعاً فيه، وطولها يساوي نصف طوله.

عناصر المثلثين المتشابهين (الدرس 4-6)

- إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين كل من طولَي ارتفاعيهما المتناظرين، وطولَي منصفَي الزاويتين المتناظرتين، وطولَي القطعتين المتوسطتين المتناظرتين تساوي النسبة بين طولَي ضلعين متناظرين.

المطويات

منظم أفكار



تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدونة في مطويتك.

مفردات أساسية

المضلعات المتشابهة (ص. 72)

معامل التشابه (ص. 73)

نسبة التشابه (ص. 73)

القطعة المنصّفة في المثلث (ص. 91)

الكسريات (ص. 106)

تكرار الأجزاء (ص. 106)

ذاتية التشابه (ص. 106)

صيغة ترددية (ص. 107)

اختبار المفردات

(a) نسبة التشابه	(d) نظرية التشابه SSS
(b) معامل التشابه	(e) نظرية التشابه SAS
(c) مسلة التشابه AA	(f) القطعة المنصّفة

اختر مما سبق رمز الجملة التي تكمل كلاً مما يأتي:

(1) طرفاً؟ في المثلث هما منتصفاً ضلعين فيه. f

(2) إذا كانت: $\angle A \cong \angle X$, $\angle C \cong \angle Z$ فإن $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$ وفق؟ c

(3) النسبة بين طولَي ضلعين متناظرين في مضلعين متشابهين هي؟ b

(4) إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة في مثلثين متناسبة، فإن المثلثين متشابهان وفق؟ d

(5) أحياناً يطلق على معامل التشابه بين مضلعين اسم؟ a

(6) إذا كانت $\angle A \cong \angle F$ ، وكان $\frac{BA}{EF} = \frac{AC}{FD}$ ، فإن $\triangle BAC \sim \triangle EFD$ وفق؟ e

المطويات

منظم أفكار

واقترح عليهم أن يُبقوا مطوياتهم في متناول أيديهم عند حل أسئلة دليل الدراسة والمراجعة. وبين لهم أنه يمكن أن تكون مطوياتهم أداة مراجعة سريعة استعداداً لاختبار الفصل.

اطلب إلى الطلاب أن يتصفحوا دروس الفصل؛ للتحقق من أنهم كتبوا في مطوياتهم أمثلة لكل درس.

مراجعة الدروس

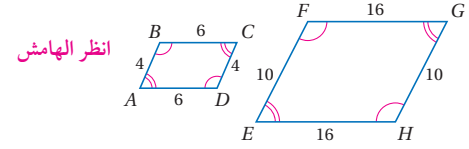
مراجعة: إذا لم تكن الأمثلة المعطاة كافية لمراجعة المواضيع التي تناولتها الأسئلة، فذكر الطلاب بمرجع الصفحات الذي يدلُّهم على أين يراجعون تلك المواضيع في كتابهم المقرر.

إجابات:

- (1) لا؛ المضلعان ليسا متشابهين؛ لأن الأضلاع المتناظرة ليست متناسبة.
- (4) نعم؛ $\triangle ABE \sim \triangle ADC$ وفق نظرية التشابه SAS، حيث إن:
 $\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC}$ ، $\angle A \cong \angle A$
- (5) نعم؛ $\triangle IJK \sim \triangle HFG$ وفق نظرية التشابه SSS، حيث إن:
 $\frac{IJ}{HF} = \frac{IK}{HG} = \frac{JK}{FG}$

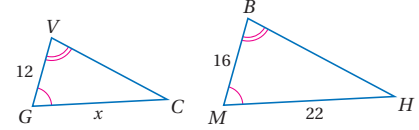
6-1 المضلعات المتشابهة (ص 79-72)

(1) حدد ما إذا كان المضلعان أدناه متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، ووضح إجابتك.



انظر الهامش

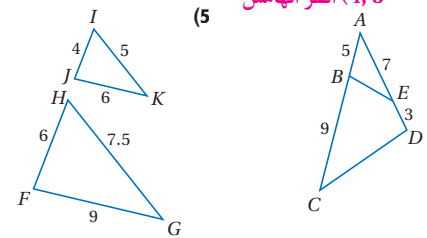
(2) المثلثان في الشكل أدناه متشابهان، أوجد قيمة x .



(3) **النظام الشمسي:** صممت نموذج دقيق لنظامنا الشمسي، وضعت سميرة الأرض على بعد 1 ft من الشمس، علمًا بأن المسافة الحقيقية بين الأرض والشمس 93,000,000 mi، إذا كانت المسافة من بلوتو إلى الشمس 3,695,950,000 mi، فعلى أي بُعد من الشمس ستضع سميرة بلوتو في نموذجها؟
ستضع سميرة بلوتو على بعد 39.7 ft تقريبًا من الشمس.

6-2 المثلثات المتشابهة (ص 88-80)

حدد ما إذا كان المثلثان في كلٍّ من السؤالين الآتيين متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، ووضح إجابتك.



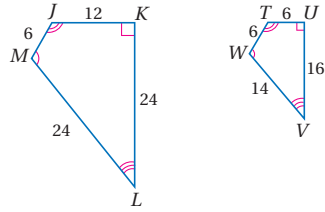
(5)

(4)

(6) **أشجار:** يريد عبد الله أن يقدّر ارتفاع شجرة، فوقف على مسافة 66 ft منها، فكانت نهاية ظلّه ونهاية ظل الشجرة عند النقطة نفسها، إذا كان طول عبد الله 6 ft و 4 in وطول ظلّه 15 ft، فما ارتفاع الشجرة؟ **34.2 ft**

مثال 1

حدّد ما إذا كان المثلثان أدناه متشابهين أم لا. برّر إجابتك. وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، ووضح إجابتك.



الخطوة 1: حدّد الزوايا المتناظرة المتطابقة

$$\angle J \cong \angle T, \angle K \cong \angle U, \angle L \cong \angle V, \angle M \cong \angle W$$

الخطوة 2: اختبر النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

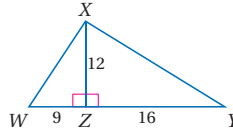
$$\frac{JK}{TU} = \frac{12}{6} = \frac{2}{1}, \quad \frac{KL}{UV} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{LM}{VW} = \frac{24}{14} = \frac{12}{7}, \quad \frac{JM}{TW} = \frac{6}{6} = \frac{1}{1}$$

بما أن الأضلاع المتناظرة غير متناسبة، فإن المضلعين $TUVW$, $JKLM$ غير متشابهين.

مثال 2

حدّد ما إذا كان المثلثان الآتيان متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، ووضح إجابتك.



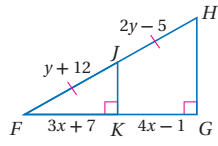
$\angle WZX \cong \angle XZY$ لأنهما زاويتان قائمتان، والآن اختبر تناسب طولي ساقَي المثلثين القائمتين.

$$\frac{WZ}{XZ} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}, \quad \frac{XZ}{YZ} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

وبما أنه يوجد ضلعان في المثلث الأول، طولاهما متناسبان مع طولي نظيريهما في الثاني، وأن الزاويتين المحصورتين بينهما متطابقتان، فإن $\triangle WZX \sim \triangle XZY$ ، وفق نظرية التشابه SAS.

6-3 المستقيمتان المتوازيان والأجزاء المتناسبة (ص 98-99)

مثال 3



جبر: أوجد قيمة كل من x, y .

تعريف التطابق $FK = KG$

بالتعويض $3x + 7 = 4x - 1$

بالطرح $-x = -8$

بقسمة كلا الطرفين على (-1) $x = 8$

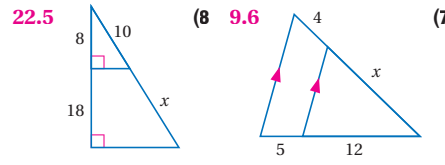
تعريف التطابق $FJ = JH$

بالتعويض $y + 12 = 2y - 5$

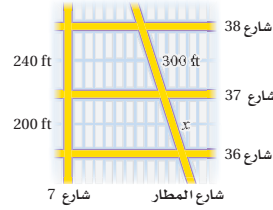
بالطرح $-y = -17$

بقسمة كلا الطرفين على (-1) $y = 17$

أوجد قيمة x في كل من السؤالين الآتيين:



(9) شوارع: أوجد المسافة على امتداد شارع المطار بين الشوارعين 36, 37, 38، بفرض أن الشوارع 36, 37, 38 متوازية 250 ft

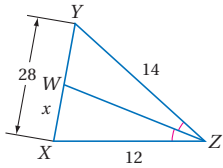


6-4 عناصر المثلثات المتشابهة (ص 105-99)

مثال 4

أوجد قيمة x .

استعمل نظرية منصف زاوية في مثلث لكتابة تناسب.



نظرية منصف زاوية في مثلث.

بالتعويض

خاصية الضرب التبادلي

بالتبسيط

بإضافة $12x$ لكلا الطرفين

بقسمة كلا الطرفين على 26

$$\frac{WX}{YZ} = \frac{XZ}{YZ}$$

$$\frac{x}{28 - x} = \frac{12}{14}$$

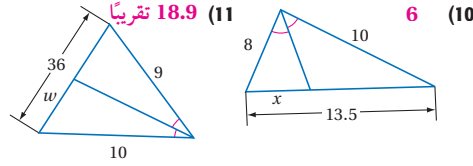
$$(28 - x)(12) = x \cdot 14$$

$$336 - 12x = 14x$$

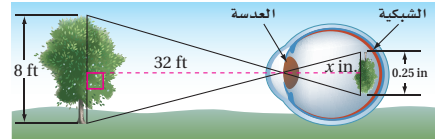
$$336 = 26x$$

$$12.9 \approx x$$

أوجد قيمة المتغير في كل من السؤالين الآتيين مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة:



(12) عين الإنسان: تستعمل عين الإنسان المثلثات المتشابهة لقلب الشيء وتصغيره، عندما يمر خلال العدسة إلى الشبكية، فما المسافة بين عدسة العين والشبكية؟



المسافة بين عدسة العين والشبكية 1 in

المعالجة: استعمل نتائج اختبار الفصل ومخطط المعالجة؛ لمساعدتك على تحديد مستوى المعالجة المناسب. العبارة "إذا... فاختر..." في الجدول تساعدك على تحديد المستوى المناسب للمعالجة، واقتراح مصدر لكل مستوى.

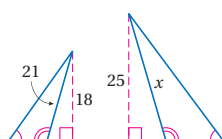
(6) **جبر:** $\triangle MNP$ متطابق الأضلاع، محيطه $12a + 18b$ ، إذا كانت QR قطعة منصفه فيه، فما قيمة QR ؟ $2a + 3b$

(7) **جبر:** $\triangle ABC$ قائم الزاوية ومتطابق الضلعين، وطول وتره h ، إذا كانت DE قطعة منصفه للوتر وأحد ضلعي القائمة فيه وطولها $4x$ ، فما محيط $\triangle ABC$ ؟ $16x + 8\sqrt{2}x$

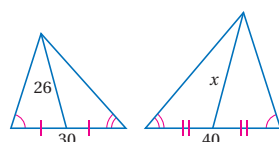
(8) **نماذج:** لدى سالم نموذج لسيارة سباق حقيقية، إذا كان طول السيارة الحقيقية 10 ft و 6 in ، وطول النموذج 7 in ، فما معامل تشابه النموذج إلى السيارة الحقيقية؟ **1:18**

أوجد قيمة x في كل من السؤالين الآتيين:

29.2 تقريباً



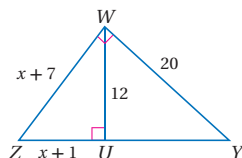
34.7 تقريباً



جبر: أوجد كل طول مشار إليه في كل من السؤالين الآتيين:

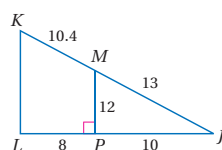
WZ, UZ (11)

$\triangle WUZ \sim \triangle YUW$
وفق مسلمة التشابه AA:
 $ZW = 15, ZU = 9$



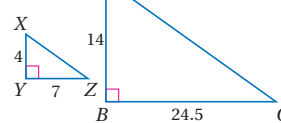
KL (12)

$\triangle KJL \sim \triangle MJP$
وفق نظرية التشابه SAS,
 $KL = 21.6$

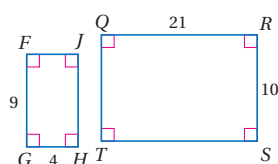


حدد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا في كل من السؤالين الآتيين، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، وضح إجابتك.

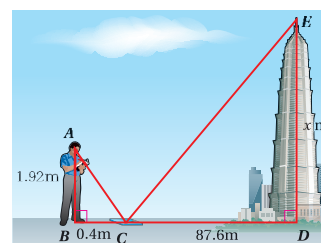
(1) **نعم؛** $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$ وفق نظرية التشابه SAS حيث إن: $\angle B \cong \angle Y$ ، $\frac{YX}{AB} = \frac{YZ}{BC}$



(2) **لا؛** الأضلاع المتناظرة ليست متناسبة $\frac{FG}{QR} \neq \frac{GH}{RS}$



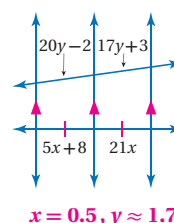
(3) **أبراج:** استعمل المعلومات الآتية لحل السؤالين الآتيين: لتقدير ارتفاع برج Jin Mao في شنغهاي في الصين، شاهد سائح قمة البرج في مرة موضوعة على الأرض ووجهها إلى أعلى.



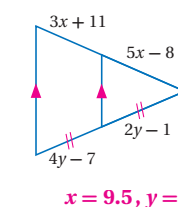
(a) كم مترًا ارتفاع البرج تقريباً؟ **420.5 m تقريباً**

(b) لماذا تكون طريقة الانعكاس في المرآة في هذه الحالة أفضل للقياس غير المباشر لارتفاع البرج من استعمال الظل؟

جبر: أوجد قيمتي x, y في كل من السؤالين الآتيين، مقرباً إجابتك إلى أقرب عُشر إذا كان ذلك ضرورياً.



$x = 0.5, y \approx 1.7$



$x = 9.5, y = 3$

مخطط المعالجة

المستوى 1	ضمن المتوسط	المستوى 2	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 25% تقريباً من الأسئلة،	إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 50% تقريباً من الأسئلة،
فاختر	أحد المصادر الآتية:	فاختر	أحد المصدرين الآتيين:
الدروس:	6-1, 6-2, 6-3, 6-4	تدريبات إعادة التعليم،	ص (6, 11, 16, 21)
تدريبات المهارات،	ص (8, 13, 18, 23)		
www.obeikaneducation.com			www.obeikaneducation.com



تعيين الأمثال

أحياناً تتطلب أسئلة الاختيار من متعدد، تحديد أي البدائل المعطاة تعدّ لا مثلاً صحيحاً، وتتطلب هذه الأسئلة أسلوباً مختلفاً لحلّها.

استراتيجيات تعيين الأمثال

الخطوة 1

اقرأ المسألة وافهمها.

- الأمثال: الأمثال هو بديل من بدائل الإجابة لا يحقق شروط المسألة.
- كلمات أساسية: ابحث عن كلمة لا، أو أي كلمة تدلّ على النفي (تكتب عادة بخط غامق، أو يوضع تحتها خط)؛ لتفهم منها أن المطلوب منك أن تجد لا مثلاً.

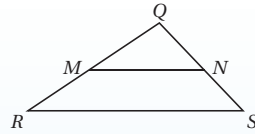
الخطوة 2

اتبع الإرشادات والخطوات الآتية؛ لمساعدتك على تعيين الأمثال:

- عيّن بدائل الإجابة الواضح عدم صحتها واحذفها.
- احذف البدائل التي تبدو بعيدة عن محتوى السؤال.
- احذف البدائل ذات الوحدات غير الصحيحة.
- اختبر بدائل الإجابة المتبقية.

مثال

اقرأ المسألة جيداً، حدّد المطلوب فيها، ثم استعمل المعطيات لحلّها.



أي مما يأتي لا يكفي لإثبات أن: $\triangle QMN \sim \triangle QRS$ ؟

A $\angle QMN \cong \angle QRS$

B $\overline{MN} \parallel \overline{RS}$

C $\overline{QN} \cong \overline{NS}$

D $\frac{QM}{QR} = \frac{QN}{QS}$

1 التركيز

الهدف: تعيين بدائل الإجابة التي تمثل "لامثلاً" صحيحاً. في أسئلة الاختيار من متعدد.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

أسأل:

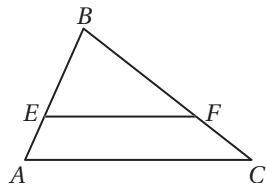
- ما المقصود بالأمثال في بدائل السؤال من نوع الاختيار المتعدد؟
- إجابة ممكنة: هو النموذج الذي لا يتوفر فيه خاصية أو أكثر من خصائص المفهوم.
- كيف يمكن تحديد الأمثال من بين بدائل أسئلة الاختيار من متعدد؟
- إجابة ممكنة: باستعمال قدرة الطالب على تبرير عدم انتماء مثال للمفهوم والتعرف على أوجه التشابه والاختلاف بين المفاهيم المتشابهة في بعض الخصائص.

مثال إضافي

مثال من اختبار:

في المثلث أدناه. أي مما يأتي لا يكفي لإثبات أن

$\triangle BFE \sim \triangle BCA$ ؟ C



$\angle BFE \cong \angle BCA$ A

$\overline{EF} \parallel \overline{AC}$ B

$\overline{BE} \cong \overline{EA}$ C

$\frac{BF}{BC} = \frac{BE}{BA}$ D

3 التقويم

استعمل التمارين 1-4؛ للتحقق من فهم الطلاب.

الحرف "لا" المكتوب بالخط الغامق، يُشير إلى أنه يتعين عليك أن تجد لامثلاً، اختبر كلاً من بدائل الإجابة باستعمال مبادئ تشابه المثلثات؛ لترى ما إذا كان أيٌّ منها لا يثبت أن $\triangle QMN \sim \triangle QRS$.

البديل A: $\angle QMN \cong \angle QRS$

إذا كانت $\angle QMN \cong \angle QRS$ ، فإن $\triangle QMN \sim \triangle QRS$ وفق مسلمة التشابه AA.

البديل B: $\overline{MN} \parallel \overline{RS}$

إذا كان $\overline{MN} \parallel \overline{RS}$ ، فإن $\angle QMN \cong \angle QRS$ ؛ لأنهما زاويتان متناظرتان بالنسبة لمستقيمين متوازيين قطعهما القاطع $\overline{QR}$ ، لذلك $\triangle QMN \sim \triangle QRS$ وفق مسلمة التشابه AA.

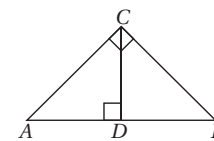
البديل C: $\overline{QN} \cong \overline{RS}$

إذا كانت $\overline{QN} \cong \overline{RS}$ ، فإننا لا نستطيع أن نستنتج أن $\triangle QMN \sim \triangle QRS$ ؛ لأننا لا نعرف أي شيء عن $\overline{QM}$ ، $\overline{MR}$ ، لذلك فالبديل C يُعدّ لامثلاً، والإجابة الصحيحة هي C. وإذا كان لديك وقت فاختر البديل D للتأكد من أنه مثال صحيح.

تمارين ومسائل

اقرأ كل سؤال ممّا يأتي، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة:

(1) أيّ التناسبات التالية غير صحيحة في الشكل أدناه؟ D



$\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{DB}$ A

$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD}$ B

$\frac{AB}{CB} = \frac{CB}{DB}$ C

$\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{AC}$ D

(2) أي شكل يمكن أن يكون مثلاً مضاداً للتخمين أدناه؟ B

"إذا كانت جميع زوايا شكل رباعي قوائم فإنه مربع"

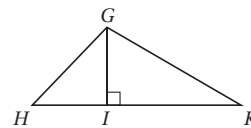
A متوازي الأضلاع

B المستطيل

C المعين

D شبه المنحرف

(3) أيّ مما يأتي لا يكفي لإثبات أن $\triangle GIK \sim \triangle HIG$ ؟ C



$\angle GKI \cong \angle HGI$ A

$\frac{HI}{GI} = \frac{GI}{IK}$ B

$\frac{GH}{GI} = \frac{GK}{IK}$ C

$\angle IGK \cong \angle IHG$ D

(4) أي مثلثين مما يأتي ليسا بالضرورة متشابهين؟ C

A مثلثان قائما الزاوية في كلّ منهما زاوية قياسها 30°

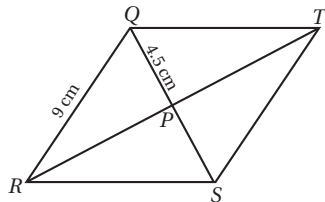
B مثلثان قائما الزاوية في كلّ منهما زاوية قياسها 45°

C مثلثان متطابقا الساقين

D مثلثان متطابقا الأضلاع

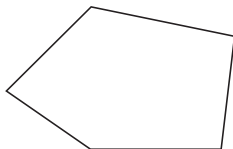
أسئلة الاختيار من متعدد

(4) أوجد $m\angle RST$ في المعين $QRST$ أدناه. **C**



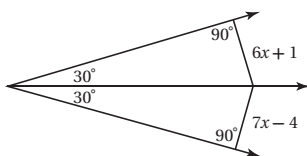
- 120° **C** 60° **A**
150° **D** 90° **B**

(5) ما مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع أدناه؟ **B**



- 630° **C** 450° **A**
720° **D** 540° **B**

(6) أوجد قيمة x . **C**



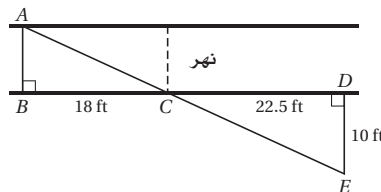
- 5 **C** 3 **A**
6 **D** 4 **B**

(7) شكلان رباعيَّان متشابهان بمعامل تشابه 3:2، إذا كان محيط الشكل الرباعي الأكبر 21 m، فما محيط الشكل الرباعي الأصغر؟ **A**

- 28 m **C** 14 m **A**
31.5 m **D** 17.5 m **B**

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم حدّد رمز الإجابة الصحيحة:

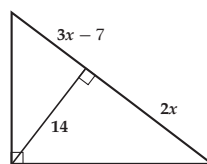
(1) يُريد عادل أن يقيس عرض نهر صغير. فعَيّن الأطوال المبينة في الشكل أدناه.



أوجد العرض التقريبي للنهر باستعمال هذه المعلومات. **D**

- 7 ft **C** 40.5 ft **A**
8 ft **D** 6 ft **B**

(2) أوجد قيمة x في الشكل أدناه؟ **B**



- 8 **C** 5 **A**
10 **D** 7 **B**

(3) إذا كان $EG = 15m$ ، فما طول $\overline{EF}$ ؟ **B**



- 10 m **C** 6 m **A**
12 m **D** 9 m **B**

إرشادات للاختبار

السؤال 2: عَيّن مثلثين متشابهين، واكتب تناسبًا وحله لإيجاد قيمة x .

تشخيص أخطاء الطلبة

ارصد أخطاء الطلبة في كل سؤال؛ فقد تشير إلى أخطاء شائعة وأخطاء مفاهيمية مثل:

(1) A أخطأ في كتابة التناسب.

B أخطأ في كتابة التناسب.

C أخطأ في كتابة التناسب.

D صحيحة.

(2) A أخطأ في الحسابات.

B صحيحة.

C أخطأ في الحسابات.

D خَمّن.

(3) A أخطأ في الحسابات.

B صحيحة.

C أخطأ في الحسابات.

D أخطأ في الحسابات.

(4) A عدم فهم المفهوم.

B عدم فهم المفهوم.

C صحيحة.

D عدم فهم المفهوم.

(5) A أخطأ في استعمال الصيغة.

B صحيحة.

C أخطأ في استعمال الصيغة.

D أخطأ في استعمال الصيغة.

(6) A أخطأ في الحسابات.

B أخطأ في الحسابات.

C صحيحة.

D خَمّن.

(7) A صحيحة.

B أخطأ في الحسابات.

C ضرب الإجابة الصحيحة في 2

D استعمل 21 m للشكل الرباعي الأصغر.

التقويم التكويني

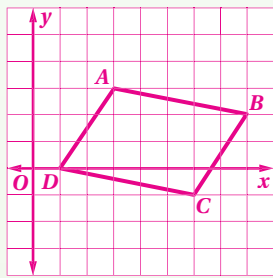
يمكنك استعمال هاتين الصفحتين؛ لتختبر مدى تقدم الطلبة في الفصول 1-6 من خلال:

اختبار تراكمي:

ص (114-115)

اختبار تراكمي: ص (43-45)

إجابات:



(8)

متوازي أضلاع؛ إجابة ممكنة:

باستعمال صيغة الميل:

$$\text{ميل } \overline{AB} : \frac{2-3}{8-3} = -\frac{1}{5}$$

$$\text{ميل } \overline{CD} : \frac{-1-0}{6-1} = -\frac{1}{5}$$

$$\text{ميل } \overline{AD} : \frac{3-0}{3-1} = \frac{3}{2}$$

$$\text{ميل } \overline{BC} : \frac{-1-2}{6-8} = \frac{3}{2}$$

بما أن الأضلاع المتقابلة لها الميل

نفسه، فإن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ، $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

لذا فالشكل الرباعي ABCD متوازي

أضلاع.

(11) إذا لم يكن صالح مولوداً في

السعودية، فإنه لم يولد في الرياض.

بديل الواجب المنزلي

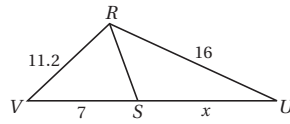
التهيئة للفصل 7: حدد الأسئلة

صفحة 117 واجباً منزلياً؛ لتقويم

مهارات المتطلبات السابقة للفصل

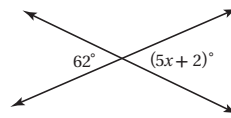
القادم.

(12) إذا كان $\overline{RS}$ تنصّف $\angle VRU$ في المثلث أدناه، فأوجد قيمة x . 10



(13) يبيّن مقياس رسم خريطة أن $1 \text{ cm} = 25 \text{ km}$ ، ما المسافة الحقيقية بين مدينتين، إذا كانت المسافة بينهما على الخريطة 4.5 cm ؟ 112.5 km

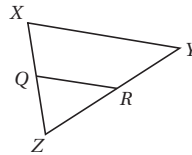
(14) ما قيمة x في الشكل أدناه؟ 12



أسئلة ذات إجابات مطولة

اكتب إجابتك في ورقة الإجابة مبيناً خطوات الحل.

(15) استعمل الشكل أدناه للإجابة عن كلّ من الأسئلة الآتية:



(a) إذا كان $\overline{QR} \parallel \overline{XY}$ ، فما العلاقة بين الأطوال:

$$\frac{XQ}{QZ} = \frac{YR}{RZ}$$

(b) إذا كان: $\overline{QR} \parallel \overline{XY}$, $XQ = 15$, $QZ = 12$, $YR = 20$ ،

فما طول $\overline{RZ}$ ؟ 16

(c) إذا كان: $\overline{QR} \parallel \overline{XY}$, $XQ = QZ$, $QR = 9.5$ ،

فما طول $\overline{XY}$ ؟ 19

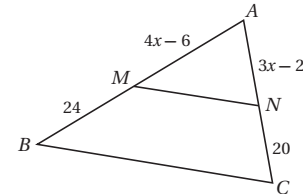
أسئلة ذات إجابات قصيرة

اكتب إجابتك في ورقة الإجابة.

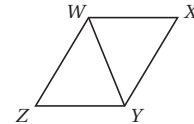
(8) هندسة إحداثية: مثّل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي ABCD الذي رؤوسه: $A(3, 3)$, $B(8, 2)$, $C(6, -1)$, $D(1, 0)$

وحدد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا. انظر الهامش

(9) إذا كان $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ في المثلث أدناه، فأوجد قيمة x . 9



(10) الشكل الرباعي WXYZ معين، إذا كان $m\angle XYZ = 110^\circ$ ، فأوجد $m\angle ZWY$. 55°

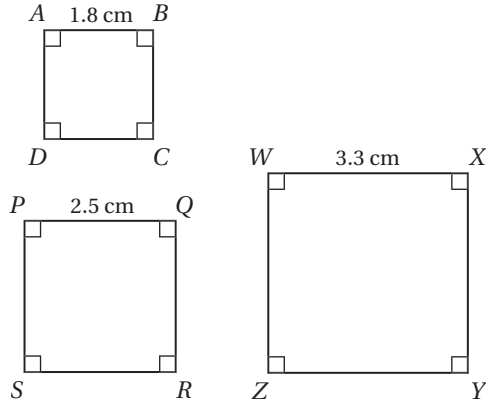


(11) ما المعاكس الإيجابي للعبارة أدناه؟ انظر الهامش

إذا كان صالح مولوداً في الرياض، فإنه مولود في السعودية.

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	إذا لم تستطع الإجابة عن السؤال..
6-3	1-8	6-1	6-4	1-3	5-5	6-3	5-3	6-1	4-1	5-1	5-4	1-7	6-2	6-2	فعد إلى الدرس..



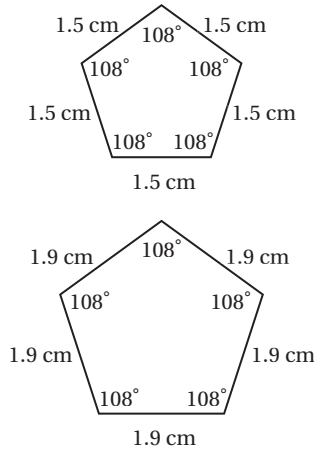
(36b)

WXYZ, ABCD		PQRS, WXYZ		ABCD, PQRS	
1.8	WX:AB	0.76	PQ:WX	0.72	AB:PQ
1.8	XY:BC	0.76	QR:XY	0.72	BC:QR
1.8	YZ:CD	0.76	RS:YZ	0.72	CD:RS
1.8	ZW:DA	0.76	SP:ZW	0.72	AD:PS

ABCD يشابه PQRS ، PQRS يشابه WXYZ ،

WXYZ يشابه ABCD .

(40)



نعم؛ إجابة ممكنة: المضلعان الخماسيان المنتظمان متشابهان؛ لأن زواياهما المتناظرة متطابقة، وأضلاعهما المتناظرة متناسبة. وبما أن جميع زوايا المضلع المنتظم متطابقة، وجميع أضلاعه متطابقة أيضًا. فإن زوايا المضلعين المنتظمين تكون متطابقة، بغض النظر عن أبعاد أي شكل. وبما أن جميع أضلاع المضلع المنتظم متطابقة، فإن النسب بين الأضلاع المتناظرة في المضلعين المنتظمين اللذين لهما العدد نفسه من الأضلاع ستكون متساوية؛ لذا فإن جميع المضلعات المنتظمة والتي لها العدد نفسه من الأضلاع تكون متشابهة.

(28) أحيانًا؛ إجابة ممكنة: إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة والأضلاع المتناظرة متناسبة، فإن المثلثين المنفرجَي الزاوية متشابهان.

(29) لا يمكن أن يتشابهوا. إجابة ممكنة: كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متوازيان. في حين أن لشبه المنحرف ضلعين متوازيين فقط. لذا فالشكلان لا يمكن أن يكونا متشابهين أبدًا؛ لأنه لا يمكن أن يكون لهما الشكل نفسه.

(30) أحيانًا؛ إجابة ممكنة: إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة والأضلاع المتناظرة متناسبة، فإن المثلثين القائمي الزاوية يكونان متشابهين.

(31) أحيانًا؛ إجابة ممكنة: إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة والأضلاع المتناظرة متناسبة، فإن المثلثين المتطابقي الضلعين يكونان متشابهين.

(32) لا يمكن أن يتشابهوا؛ إجابة ممكنة: بما أن المثلث المتطابق الضلعين له ضلعان متطابقان، والمثلث المختلف الأضلاع له ثلاثة أضلاع غير متطابقة، فإن النسب بين الأضلاع المتناظرة، لا يمكن أن تكون متساوية، لذا فالمثلث المتطابق الضلعين والمثلث المختلف الأضلاع لا يمكن أن يتشابهوا.

(33) دائمًا؛ إجابة ممكنة: المثلث المتطابق الأضلاع قياس كل زاوية فيه 60°، لذلك فزوايا أي مثلث متطابق الأضلاع مطابقة لزوايا أي مثلث آخر متطابق الأضلاع، وبما أن أضلاع المثلث المتطابق الأضلاع تكون متطابقة دائمًا، فإن النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة تكون متساوية دائمًا؛ لذا فإن أي مثلثين متطابقي الأضلاع يكونان متشابهين دائمًا.

(34) البرهان: بما أن $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ،

$$\text{فإن: } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} \text{، إذن:}$$

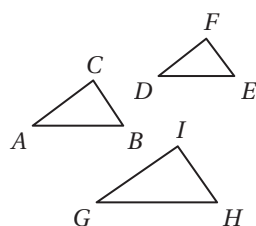
$$AB = DE \left(\frac{m}{n} \right) \text{، وبالضرب التبادلي يكون } \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{m}{n}$$

$$\text{و } AC = DF \left(\frac{m}{n} \right) \text{، وبالتعويض يكون محيط}$$

$$\triangle ABC \text{ يساوي } DE \left(\frac{m}{n} \right) + EF \left(\frac{m}{n} \right) + DF \left(\frac{m}{n} \right) \text{، أي يساوي}$$

$$\frac{m}{n} (DE + EF + DF) \text{؛ إذن فالنسبة بين المحيطين تساوي}$$

$$\frac{\frac{m}{n} (DE + EF + DF)}{DE + EF + DF} = \frac{m}{n}$$



خاصية الانعكاس للتشابه

المعطيات: $\triangle ABC$

المطلوب: $\triangle ABC \sim \triangle ABC$

البرهان :

المبررات	العبارات
(1) معطى	(1) $\triangle ABC$
(2) خاصية الانعكاس	(2) $\angle A \cong \angle A, \angle B \cong \angle B$
(3) مسلمة التشابه AA	(3) $\triangle ABC \sim \triangle ABC$

خاصية التماثل للتشابه

المعطيات: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

المطلوب: $\triangle DEF \sim \triangle ABC$

البرهان :

المبررات	العبارات
(1) معطى	(1) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
(2) تعريف المضلعين المتشابهين	(2) $\angle A \cong \angle D, \angle B \cong \angle E$
(3) خاصية التماثل	(3) $\angle D \cong \angle A, \angle E \cong \angle B$
(4) مسلمة التشابه AA	(4) $\triangle DEF \sim \triangle ABC$

خاصية التعدي للتشابه

المعطيات: $\triangle ABC \sim \triangle DEF, \triangle DEF \sim \triangle GHI$

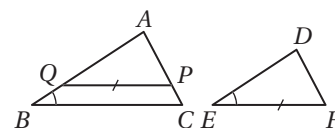
المطلوب: $\triangle ABC \sim \triangle GHI$

البرهان :

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\triangle ABC \sim \triangle DEF, \triangle DEF \sim \triangle GHI$
(2) تعريف المضلعين المتشابهين	(2) $\angle A \cong \angle D, \angle B \cong \angle E, \angle D \cong \angle G, \angle E \cong \angle H$
(3) خاصية التعدي	(3) $\angle A \cong \angle G, \angle B \cong \angle H$
(4) مسلمة التشابه AA	(4) $\triangle ABC \sim \triangle GHI$

(17) المعطيات: $\angle B \cong \angle E, \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$

المطلوب: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



ارسم $\overline{QP} \parallel \overline{BC}, \overline{QP} \cong \overline{EF}$

البرهان :

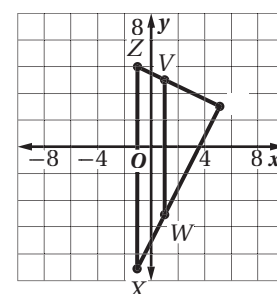
المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}, \angle B \cong \angle E$
(2) مسلمة الزاويتين المتناظرتين.	(2) $\angle APQ \cong \angle C, \angle AQP \cong \angle B$
(3) خاصية التعدي للتطابق	(3) $\angle AQP \cong \angle E$
(4) مسلمة التشابه AA	(4) $\triangle ABC \sim \triangle AQP$
(5) تعريف المضلعات المتشابهة	(5) $\frac{AB}{AQ} = \frac{BC}{QP}$
(6) الضرب التبادلي	(6) $AB \cdot QP = AQ \cdot BC; AB \cdot EF = DE \cdot BC$
(7) تعريف تطابق القطع المستقيمة	(7) $QP = EF$
(8) بالتعويض	(8) $AB \cdot EF = AQ \cdot BC$
(9) بالتعويض	(9) $AQ \cdot BC = DE \cdot BC$
(10) خاصية القسمة للمساواة	(10) $AQ = DE$
(11) تعريف تطابق القطع المستقيمة	(11) $\overline{AQ} \cong \overline{DE}$
(12) SAS	(12) $\triangle AQP \cong \triangle DEF$
(13) العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة	(13) $\angle APQ \cong \angle F$
(14) خاصية التعدي	(14) $\angle C \cong \angle F$
(15) مسلمة التشابه AA	(15) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

(19) البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطى	(1) $\triangle XYZ, \triangle ABC$ قائما الزاوية.
(2) تعريف المثلث القائم	(2) $\angle XYZ, \angle ABC$ قائمتان .
(3) جميع الزوايا القوائم متطابقة	(3) $\angle XYZ \cong \angle ABC$
(4) معطى	(4) $\frac{XY}{AB} = \frac{YZ}{BC}$
(5) نظرية التشابه SAS	(5) $\triangle XYZ \sim \triangle BAC$

(20) البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطى	(1) $ABCD$ شبه منحرف.
(2) تعريف شبه المنحرف	(2) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$
(3) نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً	(3) $\angle BDC \cong \angle ABD,$ $\angle BAC \cong \angle DCA$
(4) مسلمة التشابه AA	(4) $\triangle DCP \sim \triangle BAP$
(5) الأضلاع المتناظرة في المثلثين المتشابهين متناسبة	(5) $\frac{DP}{PB} = \frac{CP}{PA}$



(22)

$$XY = \sqrt{12^2 + 6^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

$$YZ = \sqrt{3^2 + (-6)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$ZX = 6 - (-9) = 15$$

$$VW = 5 - (-5) = 10$$

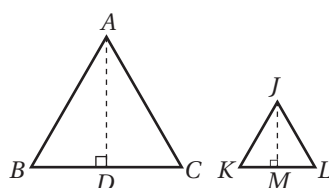
$$WY = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$YV = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{XY}{WY} = \frac{6\sqrt{5}}{4\sqrt{5}} = \frac{3}{2}, \frac{YZ}{YV} = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{3}{2}, \frac{ZX}{VW} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

وبما أن: $\frac{XY}{WY} = \frac{YZ}{YV} = \frac{ZX}{VW} = \frac{3}{2}$ ، إذن: $\triangle XYZ \sim \triangle WYV$ بحسب نظرية التشابه SSS.

(24)



بما أن طول كل ضلع من أضلاع $\triangle JKL$ يساوي نصف طول الضلع المناظر له في $\triangle ABC$ فإن $\triangle JKL$ يشابه $\triangle ABC$ وفق نظرية التشابه SSS بمعامل تشابه $\triangle JKL$ إلى $\triangle ABC$ يساوي $\frac{1}{2}$.

$$\frac{JK}{AB} = \frac{JL}{AC} = \frac{KL}{BC} = \frac{1}{2}$$

وعليه فإن المثلثان القائمان ABD, JKM متشابهان وفق مسلمة التشابه

AA حيث إن $\angle B \cong \angle K, \angle JMK \cong \angle ADB$ بمعامل تشابه $\triangle JKM$

$$\frac{JK}{AB} = \frac{1}{2} = \frac{JM}{AD}$$

وبما أن مساحة المثلث $\times \frac{1}{2} \times$ طول القاعدة $\times$ الارتفاع

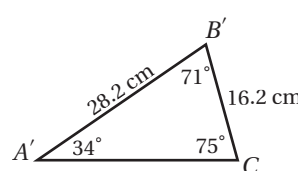
$$\begin{aligned} \frac{\text{مساحة } \triangle JKL}{\text{مساحة } \triangle ABC} &= \frac{\frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD}{\frac{1}{2} \cdot KL \cdot JM} \\ &= \frac{BC}{KL} \cdot \frac{AD}{JM} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \\ &= (\text{معامل التشابه})^2 \end{aligned}$$

إذا كانت مساحة $\triangle ABC$ تساوي 40 in^2

$$\frac{\text{مساحة } \triangle JKL}{40} = \frac{1}{4}$$

أي أن مساحة $\triangle JKM$ تساوي 10 in^2 .

(30) إجابة ممكنة:



$\triangle A'B'C' \sim \triangle ABC$ ؛ لأن طول كل ضلع يساوي ضعف طول الضلع المناظر له وقياسات الزوايا المتناظرة متساوية.

(31) إجابة ممكنة: أختار ضلعاً من أضلاع المثلث الأصلي وأقيس طوله،

وأرسم قطعة مستقيمة طولها يساوي مثلي طول هذا الضلع، ثم أقيس

الزاويتين المحصورتين بين الضلع الذي قسّط طوله في المثلث

الأصلي والضلعين الآخرين. وارسم زاويتين مطابقتين للزاويتين اللتين

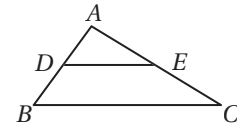
أوجدت قياسيهما في المثلث الأصلي عند طرفي القطعة التي رسمتها.

وأمدّ ضلعي الزاويتين الجديدتين حتى تلتقيا. فيكون المثلث الجديد

مشابهاً للمثلث الأصلي وأبعاده مثلي أبعاد المثلث الأصلي.

الدرس 3-6 ، ص (94-96) :

(22) **المعطيات:** قطع DE كلاً من ضلعي المثلث ABC، وقسمها إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة، حيث $\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$

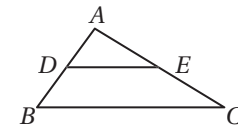


المطلوب: $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطى	(1) $\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$
(2) خاصية الجمع بالمساواة	(2) $\frac{AD}{AD} + \frac{DB}{AD} = \frac{AE}{AE} + \frac{EC}{AE}$
(3) بالجمع	(3) $\frac{AD+DB}{AD} = \frac{AE+EC}{AE}$
(4) مسلمة جمع القطع المستقيمة	(4) $AB = AD + DB, AC = AE + EC$
(5) بالتعويض	(5) $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$
(6) خاصية الانعكاس	(6) $\angle A \cong \angle A$
(7) نظرية التشابه SAS	(7) $\triangle ADE \sim \triangle ABC$
(8) تعريف المضلعين المتشابهين	(8) $\angle ADE \cong \angle ABC$
(9) إذا تطابقت الزوايا المتناظرة، فإن المستقيمين متوازيان	(9) $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

(23) **المعطيات:** D نقطة منتصف $\overline{AB}$ ، و E نقطة منتصف $\overline{AC}$.



المطلوب: $\overline{DE} \parallel \overline{BC}, DE = \frac{1}{2} BC$

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) D نقطة منتصف $\overline{AB}$ ، E نقطة منتصف $\overline{AC}$.
(2) تعريف نقطة المنتصف	(2) $\overline{AD} \cong \overline{DB}, \overline{AE} \cong \overline{EC}$
(3) بالجمع	(3) $AD = DB, AE = EC$
(4) مسلمة جمع القطع المستقيمة	(4) $AB = AD + DB, AC = AE + EC$

(5) بالتعويض	(5) $AB = AD + AD, AC = AE + AE$
(6) بالجمع	(6) $AB = 2AD, AC = 2AE$
(7) خاصية القسمة للمساواة	(7) $\frac{AB}{AD} = 2, \frac{AC}{AE} = 2$
(8) خاصية التعدي	(8) $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$
(9) خاصية الانعكاس	(9) $\angle A \cong \angle A$
(10) نظرية التشابه SAS	(10) $\triangle ADE \sim \triangle ABC$
(11) تعريف المضلعين المتشابهين	(11) $\angle ADE \cong \angle ABC$
(12) إذا تطابقت الزوايا المتناظرة، فإن المستقيمين متوازيان	(12) $DE \parallel \overline{BC}$
(13) تعريف المضلعين المتشابهين	(13) $\frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD}$
(14) خاصية التعويض	(14) $\frac{BC}{DE} = 2$
(15) بالضرب	(15) $2DE = BC$
(16) بالقسمة	(16) $DE = \frac{1}{2} BC$

نظرية التشابه SAS

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ (28)

تعريف المضلعين المتشابهين

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$$

بالتعويض

$$\frac{DE}{BC} = \frac{40}{100}$$

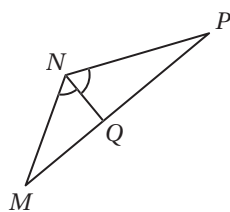
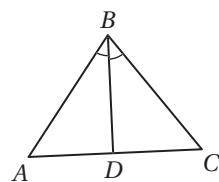
بالتبسيط

$$\frac{DE}{BC} = \frac{2}{5}$$

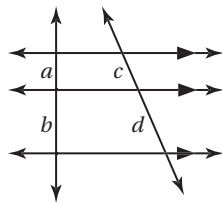
بالضرب

$$\frac{2}{5} BC = DE$$

(34a) إجابة ممكنة:



(9) مسّمة جمع القطع المستقيمة	$ED + DC = EC$ (9)
(10) بالتعويض	$DC + DC = EC$ (10)
(11) بالجمع	$2DC = EC$ (11)
(12) خاصية القسمة	$2 = \frac{EC}{DC}$ (12)
(13) خاصية التعدي	$\frac{AC}{BC} = \frac{EC}{DC}$ (13)
(14) خاصية الانعكاس	$\angle C \cong \angle C$ (14)
(15) نظرية التشابه SAS	$\triangle ACE \sim \triangle BCD$ (15)
(16) تعريف المضلعين المتشابهين	$\angle CAE \cong \angle CBD$ (16)
(17) إذا تطابقت الزوايا المتناظرة، فإنّ المستقيمين متوازيان	$BD \parallel \overline{AE}$ (17)

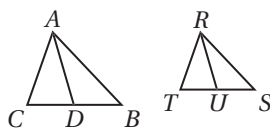


(38) إجابة ممكنة:

$a = \frac{c}{b} \cdot d$

بحسب النتيجة: 6.1، $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

الدرس 4-6، ص (104) :



(15) المعطيات: $\triangle ABC \sim \triangle RST$

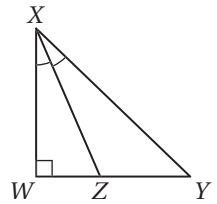
$\overline{DA}$ قطعة متوسطة لـ $\triangle ABC$.

$\overline{UR}$ قطعة متوسطة لـ $\triangle RST$.

المطلوب: $\frac{AD}{RU} = \frac{AB}{RS}$

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\overline{AD}$ قطعة متوسطة لـ $\triangle ABC$ ؛ $\triangle ABC \sim \triangle RST$ ؛ $\overline{RU}$ قطعة متوسطة لـ $\triangle RST$.
(2) تعريف القطعة المتوسطة	(2) $CD = DB$; $TU = US$
(3) تعريف المضلعين المتشابهين	(3) $\frac{AB}{RS} = \frac{CB}{TS}$



(36) دائماً؛ إجابة ممكنة: FH قطعة منصفة، في $\triangle ABC$ ، وبما أن FH قطعة منصفة في $\triangle ABC$ فإن $FH \parallel BC$ ، وعليه فإن $FHCB$ شبه منحرف.

وبما أن $DA = \frac{3}{4} AB$

$AF = \frac{1}{2} AB$

$DF = \frac{1}{4} AB$

وكذلك $DB = DF = \frac{1}{4} AB$

أيضاً بما أن $EA = \frac{3}{4} AC$

$AH = \frac{1}{2} AC$

$EH = \frac{1}{4} AC$

وكذلك $CE = EH = \frac{1}{4} AC$

أي أن DE قطعة متوسطة في شبه المنحرف $FHCB$ وبفرض أن $BC = x$ يكون $FH = \frac{1}{2} x$ ، وبما أن $FHCB$ شبه منحرف فإن:

$$DE = \frac{1}{2} (BC + FH) = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} x \right) = \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} x = \frac{3}{4} x$$

لذلك $DE = \frac{3}{4} BC$

(37) البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $AB = 4$, $BC = 4$
(2) بالتعويض	(2) $AB = BC$
(3) مسّمة جمع القطع المستقيمة	(3) $AB + BC = AC$
(4) بالتعويض	(4) $BC + BC = AC$
(5) بالجمع	(5) $2BC = AC$
(6) خاصية التماثل	(6) $AC = 2BC$
(7) بالقسمة	(7) $\frac{AC}{BC} = 2$
(8) معطى	(8) $ED = DC$

(20) البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطى	(1) AS تنصف $\angle HAG$
(2) تعريف منصف الزاوية	(2) $\angle HAS \cong \angle GAS$
(3) معطى	(3) $\angle H \cong \angle G$
(4) نظرية التشابه AA	(4) $\triangle HAS \sim \triangle GAS$
(5) الأضلاع المتناظرة في مثلثين متشابهين تكون متناسبة	(5) $\frac{HS}{GS} = \frac{AH}{AG}$

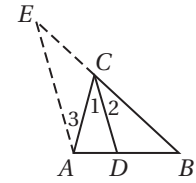
توسع الدرس 4-6 ، ص (106) :

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\triangle KAP$ متطابق الأضلاع. النقاط D, F, M, B, C, E هي منتصفات $\overline{KA}, \overline{AP}, \overline{PK}, \overline{DA}, \overline{AF}, \overline{FD}$ على الترتيب.
(2) تعريف القطعة المنصّفة	(2) $\overline{DF}$ قطعة منصّفة في $\triangle KAP$ ، $\overline{BC}$ قطعة منصّفة في $\triangle ADF$
(3) نظرية القطعة المنصّفة للمثلث	(3) $\overline{DF} \parallel \overline{KP}, \overline{BC} \parallel \overline{DF}$
(4) القطعتان الموازيتان لقطعة مستقيمة متوازيان	(4) $\overline{KP} \parallel \overline{BC}$
(5) مسلمة الزاويتين المتناظرتين	(5) $\angle ABC \cong \angle AKP$
(6) خاصية الانعكاس	(6) $\angle A \cong \angle A$
(7) مسلمة التشابه AA	(7) $\triangle BAC \sim \triangle KAP$

(4) مسلمة جمع القطع المستقيمة	(4) $CB = CD + DB; TS = TU + US$
(5) بالتعويض	(5) $\frac{AB}{RS} = \frac{CD + DB}{TU + US}$
(6) بالتعويض	(6) $\frac{AB}{RS} = \frac{DB + DB}{US + US} = \frac{2(DB)}{2(US)}$
(7) بالتبسيط	(7) $\frac{AB}{RS} = \frac{DB}{US}$
(8) تعريف المضلعين المتشابهين	(8) $\angle B \cong \angle S$
(9) نظرية التشابه SAS	(9) $\triangle ABD \sim \triangle RSU$
(10) تعريف المضلعين المتشابهين	(10) $\frac{AD}{RU} = \frac{AB}{RS}$

(19) البرهان:



نرسم $\overline{AE} \parallel \overline{CD}$ ، ونصل بين C و E .

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\overline{CD}$ تنصف $\angle ACB$ ،
(2) نظرية التناسب في المثلث	(2) $\frac{AD}{DB} = \frac{EC}{BC}$
(3) تعريف منصف الزاوية	(3) $\angle 1 \cong \angle 2$
(4) نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً	(4) $\angle 3 \cong \angle 1$
(5) مسلمة الزاويتين المتناظرتين	(5) $\angle 2 \cong \angle E$
(6) خاصية التعدي	(6) $\angle 3 \cong \angle E$
(7) عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين	(7) $\overline{CA} \cong \overline{CE}$
(8) تعريف القطعتين المتطابقتين	(8) $EC = AC$
(9) بالتعويض	(9) $\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{BC}$

التقويم التشخيصي

اختبار سريع، ص (117)

العنوان	الانعكاس	الإزاحة (الانسحاب)	معمل الهندسة : الدوران	الدوران	
الأهداف	- رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس. - رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى الإحداثي.	- رسم الصور الناتجة عن الإزاحة. - رسم الصور الناتجة عن الإزاحة في المستوى الإحداثي.	استكشاف خصائص الدوران.	- رسم الصورة الناتجة عن دوران شكل باستعمال المنقلة. - رسم الصورة الناتجة عن دوران شكل في المستوى الإحداثي.	
المفردات الأساسية	الانعكاس محور الانعكاس	الانسحاب		الدوران مركز الدوران زاوية الدوران	
تمثيلات متعددة	ص (124)	ص (130)		ص (137)	
مصادر الدرس	مصادر المعلم للأنشطة الصفية - تدريبات إعادة التعليم، ص (6) دون - تدريبات المهارات، ص (8) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (9) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (10) ضمن فوق كتاب التمارين - ص (16) دون ضمن فوق	مصادر المعلم للأنشطة الصفية - تدريبات إعادة التعليم، ص (11) دون - تدريبات المهارات، ص (13) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (14) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (15) ضمن فوق كتاب التمارين - ص (17) دون ضمن فوق	المواد - أوراق شفافة - مسطرة - منقلة	مصادر المعلم للأنشطة الصفية - تدريبات إعادة التعليم، ص (16) دون - تدريبات المهارات، ص (18) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (19) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (20) ضمن فوق كتاب التمارين - ص (18) دون ضمن فوق	
التقنيات لكل درس	السبورة التفاعلية ص (119)	السبورة التفاعلية ص (128)		برمجية تحرير الصور ص (134)	
تنويع التعليم	ص (120, 123)	ص (127, 131)		ص (134, 135)	

التقويم التكويني

اختبار منتصف الفصل ص (139)

المفاتيح: **دون** دون المتوسط **ضمن** ضمن المتوسط **فوق** فوق المتوسط

التحويلات الهندسية والتماثل

الخطة الزمنية		
المجموع	المراجعة والتقييم	التدريس
المجموع	حصتان	(15) حصة

استكشاف 7-4	الدرس 7-4	توسع 7-4	الدرس 7-5	الدرس 7-6
حصة واحدة	حصتان	حصة واحدة	حصتان	حصتان
معمل الحاسبة البيانية : تركيب التحويلات الهندسية • استكشاف أثر إجراء عدة تحويلات هندسية على شكل هندسي.	تركيب التحويلات الهندسية • رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب تحويلين هندسيين أحدهما هو الانعكاس. • رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين وحول مستقيمين متقاطعين.	معمل الهندسة : التبليط • تعرّف التبليط المنتظم. • إنشاء نماذج تبليط باستعمال التقنيات ومن دون استعمالها.	التماثل • تحديد محاور التماثل والتماثل الدوراني للأشكال الثنائية الأبعاد. • تحديد مستويات التماثل والتماثل الدوراني للأشكال الثلاثية الأبعاد.	التمدد • رسم الصورة الناتجة عن التمدد باستعمال المسطرة. • رسم الصورة الناتجة عن التمدد في المستوى الإحداثي.
	التحويل الهندسي المركب. تركيب إزاحة انعكاس.	التبليط التبليط المنتظم التبليط شبه المنتظم التبليط المتسق	التماثل التماثل حول محور التماثل حول مستوى محور التماثل التماثل الدوراني مركز التماثل رُتبية التماثل مقدار التماثل	التمدد تحويل التشابه معامل مقياس التمدد
			ص (158)	ص (165)
المواد • الآلة الحاسبة Ti-nspire	مصادر المعلم للأنشطة الصفية • تدريبات إعادة التعليم، ص (21) دون • تدريبات المهارات، ص (23) دون ضمن • تدريبات حل المسألة، ص (24) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (25) ضمن فوق كتاب التمارين • ص (19) دون ضمن فوق	المواد • الآلة الحاسبة Ti-nspire	مصادر المعلم للأنشطة الصفية • تدريبات إعادة التعليم، ص (26) دون • تدريبات المهارات، ص (28) دون ضمن • تدريبات حل المسألة، ص (29) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (30) ضمن فوق كتاب التمارين • ص (20) دون ضمن فوق	مصادر المعلم للأنشطة الصفية • تدريبات إعادة التعليم، ص (31) دون • تدريبات المهارات، ص (33) دون ضمن • تدريبات حل المسألة، ص (34) دون ضمن فوق • التدريبات الإثرائية، ص (35) ضمن فوق كتاب التمارين • ص (21) دون ضمن فوق
السبورة التفاعلية ص (143)	السبورة التفاعلية ص (155)	السبورة التفاعلية ص (162)	السبورة التفاعلية ص (156)	السبورة التفاعلية ص (161, 162)
ص (144, 146)				

التقييم الختامي

- دليل الدراسة والمراجعة ص (167 – 170)
- اختبار الفصل ص (171)

المعالجة	التشخيص	التقويم
	بداية الفصل 7	التقويم التشخيصي
مخطط المعالجة، ص (117)	التهيئة للفصل 7، ص (117)	
	بداية كل درس	
مراجعة المفاهيم والمهارات الأساسية مع الطلاب	فيما سبق، والآن، لماذا؟	
	خلال كل درس وبعده	التقويم التكويني
مستوى المعالجة 1 تدريبات المهارات، الفصل 7 www.obeikaneducation.com	تحقق من فهمك كل مثال تأكد مسائل مهارات التفكير العليا مراجعة تراكمية أمثلة إضافية تنبيه! الخطوة 4، التقويم الاختبارات القصيرة، ص (49, 50) www.obeikaneducation.com	
مستوى المعالجة 2 تنوع التعليم تنوع الواجبات المنزلية تدريبات إعادة التعليم، الفصول 1-7		
	منتصف الفصل	
مستوى المعالجة 1 تدريبات المهارات، الفصل 7 www.obeikaneducation.com	اختبار منتصف الفصل، ص (139) اختبار منتصف الفصل، ص (51) www.obeikaneducation.com	
مستوى المعالجة 2 تدريبات إعادة التعليم، الفصول 1-7		
	نهاية الفصل	
مستوى المعالجة 1 تدريبات المهارات، الفصل 7 www.obeikaneducation.com	دليل الدراسة والمراجعة، ص (167) اختبار الفصل، ص (171) اختبار تراكمي، ص (174, 175) www.obeikaneducation.com	
مستوى المعالجة 2 تدريبات إعادة التعليم، الفصول 1-7		
	بعد انتهاء الفصل 7	التقويم الختامي
تدريبات إعادة التعليم، الفصول 1-7 www.obeikaneducation.com	اختبار الفصل، النماذج 1A, 2B، ص (53-58) اختبار الفصل، النموذج 3، ص (59, 60) اختبار المفردات، ص (52) اختبار الفصل ذو الإجابة المطولة، ص (61) الاختبار التراكمي، ص (62-64) www.obeikaneducation.com	

البديل 1

جميع المستويات (دون، ضمن، فوق)

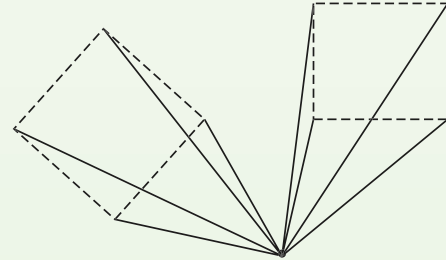
المتعلمون البصريون / المكانيون استعمل آلة التصوير الرقمية؛ لتصوير نماذج لأمثلة على التماثل أو الانعكاس. اطلب إلى الطلاب أن يحضروا ميرايا صغيرة لتكوين الانعكاسات وتصويرها. اطبع الصور التي التقطها الطلاب واعرضها في الساحة أو في غرفة الصف.

المتعلمون الطبيعيون اخرج مع الطلاب في جولة خارج أسوار المدرسة، واطلب إليهم أن يحضروا معهم دفاتر ملاحظات وأقلام رصاص لتسجيل ملاحظاتهم. تجوّل معهم، واطلب إليهم أن يرسموا الأشياء التي يلاحظون أنها متماثلة وأن يسموها، واسألهم عن الغرض من وجود التماثل بحسب رأيهم.

البديل 2

دون المتوسط (دون)

اطلب إلى الطلاب استعمال لوح من الفلين رُسمت عليه شبكة إحداثية، ودبابيس، وأشكال مغلفة، وخيط من الصوف لنمذجة الدوران. يمكن أن يبدأ الطلاب بوضع شكل على اللوح وتثبيت خيوط الصوف عند كل رأس، ثم يختاروا مركزاً للدوران ويثبتوا أطراف خيوط الصوف عند مركز الدوران بدبوس. يتعين عليهم أن يختاروا زاوية الدوران، ويستعملوا منقلة لرسم صور الرؤوس، وأن يحركوا الشكل إلى موقعه الجديد.



القراءة والكتابة بلغة الرياضيات

الدراسة



مهارة الدراسة

شجّع الطلاب على إنشاء إطارات المحتوى لتنظيم ملاحظاتهم. الإطار المعروض أدناه يصف مصطلح الانعكاس الذي يُقدّم في الدرس 1-7، اطلب إلى الطلاب أن يضيفوا تحويلات أخرى إلى هذا الإطار عند دراستها في هذا الفصل.

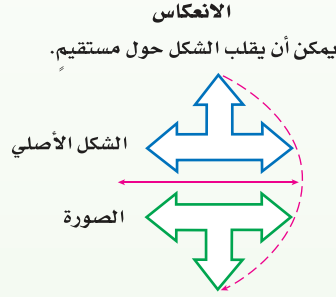
المصطلح	التعريف (بكلماتك الخاصة)	مثال	سؤال وإجابة
الانعكاس	تشكل صورة المرآة انعكاساً للشكل الأصلي		ارسم صورة ABCD الناتجة عن انعكاس حول المستقيم l .

يسهم هذا النشاط وماشابهه في بناء استقلالية الطلاب من خلال استعمالهم الاستراتيجيات الخاصة بهم.

ملخص الدروس

7-1 الانعكاس

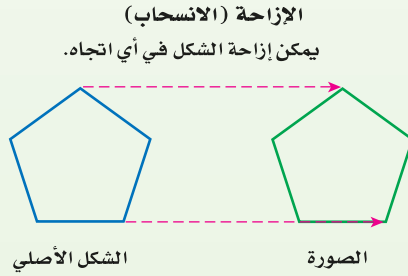
الانعكاس هو تحويل هندسي يقلب الشكل حول مستقيمٍ معلوم .



المستقيم الذي يكون بعد النقطة وصورتها حوله متساوياً يسمى محور الانعكاس، وتكون الصورة الناتجة عن الانعكاس مطابقة للشكل الأصلي، حيث إن الانعكاس هو تحويل تطابق. ويمكن أن يتم الانعكاس في المستوى الإحداثي، وهذا يُتيح الفرصة لتعيين إحداثيات كل نقطة في الشكل الأصلي وصورته.

7-2 الإزاحة (الانسحاب)

الإزاحة (الانسحاب) تحويل هندسي ينقل نقاط الشكل جميعها المسافة نفسها في الاتجاه نفسه.



ويمكن رسم الإزاحة في المستوى الإحداثي، إذا عُلم اتجاه الإزاحة ومسافتها الأفقية و / أو الرأسية. تقوم إحدى طرائق إجراء الإزاحة لشكل ما في المستوى الإحداثي على عدّ الوحدات على المحور x وعلى المحور y بالطريقة نفسها المُستعملة لإيجاد الميل.

الترباط الراسي

ما قبل الفصل 7

- تمثيل التمدد والانعكاس والإزاحة (الانسحاب) في المستوى الإحداثي.
- تمثيل العلاقات بيانياً وبالجدول.
- حل معادلات خطية.

الفصل 7

- رسم صورة لشكل هندسي ناتجة عن التحويلات الهندسية (الانعكاس، الإزاحة، الدوران، التمدد).
- رسم صورة لشكل هندسي ناتجة عن ترتيب تحويلين هندسيين أحدهما الانعكاس.
- تحديد محور التماثل والتماثل الدوراني للشكل الثنائية الأبعاد، وتحديد مستويات التماثل والتماثل الدوراني للأشكال الثلاثية الأبعاد.

ما بعد الفصل 7

التهيئة للصف الثاني الثانوي

- تطبيق تحويلات هندسية أساسية تشمل: $a \cdot f(x)$, $f(x) + d$, $f(x - c)$, $f(b \cdot x)$, $|f(x)|$, $f(|x|)$ (المولدة (الأم)).
- إجراء عمليات تشمل تركيب الدوال وإيجاد معكوساتها، ووصف هذه الإجراءات والنتائج لفظياً وعددياً وبيانياً وبالرموز.

التحويلات الهندسية والتماثل

7-3 الدوران

الدوران تحويل هندسي يدور كل نقطة في الشكل الأصلي بزاوية محددة واتجاه محدد حول نقطة ثابتة.

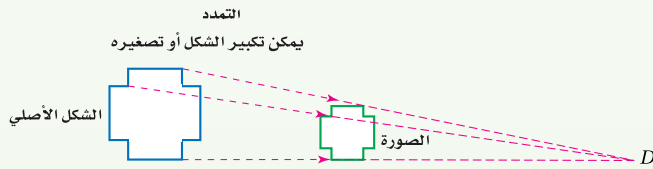


7-5 التماثل

يكون الشكل متماثلًا، إذا وُجد انعكاس أو إزاحة أو دوران أو تركيب إزاحة وانعكاس، ينتج عنه صورة منطبقة على الشكل نفسه. يقال إن الشكل متماثل حول محور، إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول هذا المحور هي الشكل نفسه. ويقال إن للشكل تماثلًا دورانيًا إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بين 0° و 360° حول مركزه هي الشكل نفسه. وبطريقة مماثلة يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متماثلًا حول مستوى أو متماثلًا حول محور.

7-6 التمدد

التمدد تحويل هندسي يغير أبعاد الشكل.



قد يكون الشكل الجديد أصغر من الشكل الأصلي أو أكبر منه بمعامل تمدد محدد. إذا كان معامل مقياس التمدد 1، يسمى التمدد تمددًا مطابقًا، وإذا كان معامل مقياس التمدد لا يساوي 1، يكون التمدد تكبيرًا أو تصغيرًا، وهذا يعني أن الشكل الأصلي والصورة متشابهان. يمكنك استعمال معامل مقياس التمدد؛ لإيجاد إحداثيات نقاط الصورة الناتجة عن التمدد الذي مركزه نقطة الأصل في المستوى الإحداثي. إذا كانت $P(x, y)$ النقطة الأصلية، فإن صورتها الناتجة عن التمدد الذي مركزه نقطة الأصل ومعامله k هي $P'(kx, ky)$ ، ولإيجاد معامل مقياس التمدد في المستوى الإحداثي، اقسم طول الصورة على طول الأصلي.

7-4 تركيب التحويلات الهندسية

عندما يُجرى تحويل هندسي على شكل ما، ثم يُجرى تحويل آخر على الصورة الناتجة عن التحويل الأول، تسمى النتيجة تركيب تحويلين هندسيين. وأحد أنواع التحويلات الهندسية المركبة هو التحويل الناتج عن تركيب إزاحة وانعكاس. وتشير النظرية 7.2 إلى أن الإزاحة تكافئ انعكاسين متتاليين حول مستقيمين متوازيين، وتشير النظرية 7.3 إلى أن الدوران يكافئ انعكاسين متتاليين حول مستقيمين متقاطعين.

التحويلات الهندسية والتماثل

Transformations and Symmetry

الفصل
7

الفصل
7
ملاحظات



فيما سبق:

درست التحويلات الهندسية: الانعكاس والإزاحة والدوران.

والآن:

- أرسم صور أشكال بالانعكاس أو الانسحاب أو الدوران أو التمدد.
- أعرف تركيب تحويلين هندسيين.
- أعرف التماثل في الأشكال الثنائية الأبعاد والثلاثية الأبعاد.

لماذا:

تستعمل المصوِّرون الانعكاس والدوران والتماثل: لجعل الصورة مثيرة للاهتمام وجذابة بصرياً.

مشروع الفصل

التصوير والتبليط

يستعمل الطلاب ما تعلموه عن الانعكاس والانسحاب والدوران؛ للربط بين التصوير والتبليط.

- اطلب إلى الطلاب أن يبحثوا في الطرق التي يوظف فيها المصوِّرون الانعكاس والإزاحة والدوران في مجال عملهم، وأن يقدموا أمثلة لكل واحد منها. موضحين كيف يؤثر كل واحد من هذه التحويلات في الصورة؟

- ثم اطلب إليهم أن يجدوا أمثلة من الإنترنت على التبليط، يستعمل فيها الانعكاس والإزاحة والدوران. واسألهم إن كان نمط التبليط يذكرهم ببعض ألعاب الطفولة.

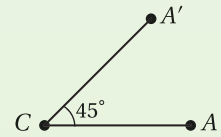
- اطلب إلى الطلاب أن يكونوا أنماط تبليط خاصة بهم، باستعمال تحويلين هندسيين على الأقل من: الانعكاس والإزاحة والدوران.

- اطلب إلى الطلاب أن يعرضوا بحوثهم وتصاميمهم أمام الصف، وأن يُعطوا أمثلة على الأساليب التي استعملوها لإنشاء أنماط التبليط.

المفردات: قدّم مفردات هذا الفصل مستعملاً النمط الآتي:

التعريف: مركز الدوران هو نقطة ثابتة ينقل الدوران حولها بزاوية x° كل نقطة إلى صورتها.

مثال:



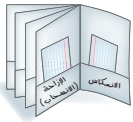
سؤال: ما النقطة التي تمثل مركز الدوران في الشكل أعلاه؟ وما اتجاه الدوران؟ **النقطة C، عكس اتجاه عقارب الساعة.**

المطويات

منظم أفكار

التحويلات الهندسية والتماثل: اعمل هذه المطوية؛ لمساعدتك على تنظيم ملاحظاتك حول الفصل 7، مبتدئاً بأربع أوراق A4.

- اطو كل ورقة من المنتصف.
- ابسط الأوراق ثم اطوها طولياً بعرض 5 cm لتكون جيوباً.
- ألصق الأوراق جنباً إلى جنب على طول خط الطي، لتكون كتيباً كما في الشكل أدناه.
- ضع عنواناً لكل جيب كما في الشكل أدناه، استعمل أوراقاً أو بطاقات لتسجيل الملاحظات والأمثلة وخصص الجيب الأخير للمفردات الجديدة.



116 الفصل 7 التحويلات الهندسية والتماثل

وقت استعمالها: شجّع الطلاب أثناء دراستهم الفصل على إضافة معلومات على مطوياتهم؛ لاستعمالها في المراجعة استعداداً لاختبار الفصل.

تنويع التعليم

نموذج بناء المفردات، ص (47).

يُكمل الطلاب هذا النموذج بكتابة تعريف كل مفردة جديدة تظهر لهم في أثناء دراسة الفصل أو مثال عليها، ويستفيدون من ذلك في أثناء المراجعة والاستعداد لاختبار الفصل.

المطويات

منظم أفكار

اطلب إلى الطلاب تكوين مطوياتهم وعنوانتها كما هو موضح

غرضها: يدوّن الطلاب ملاحظاتهم عن كل درس من دروس هذا الفصل.

وظيفتها: اطلب إلى الطلاب استعمال الجزء

المناسب من مطوياتهم لكتابة المفردات الجديدة لكل درس، وشجعهم على كتابة أمثلة؛ لتوضيح هذه المفردات وتعريفاتها.

المعالجة

استعمل نتائج الاختبار السريع ومخطط المعالجة؛ لمساعدتك على تحديد مستوى المعالجة المناسب، والعبارة "إذا... فقم" في الجدول تساعدك على تحديد المستوى المناسب للمعالجة، واقتراح مصادر لكل مستوى.

مخطط المعالجة

المستوى	ضمن المتوسط
1	إذا أخطأ بعض الطلاب في حل ما نسبته 25% أو أقل من الأسئلة، فقم بمراجعة تحويلات الانعكاس والإزاحة والدوان وصيغة المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي، ومقياس الرسم. www.obeikaneducation.com
المستوى	دون المتوسط
2	إذا أخطأ بعض الطلاب في حل ما نسبته 50% تقريباً من الأسئلة، فقم بتحديد أخطائهم، ووضع أنشطة علاجية لذلك. www.obeikaneducation.com

التهيئة للفصل 7

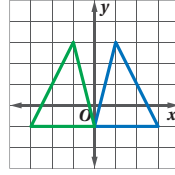
تشخيص الاستعداد: هناك بديان للتأكد من المهارات السابقة الضرورية.

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

البديل 1

مراجعة سريعة

مثال 1



صنّف التحويل الهندسي المبين في الشكل المجاور إلى انعكاس أو إزاحة أو دوران.

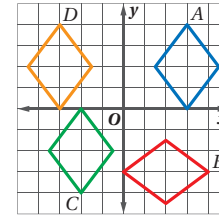
يبعد كل رأس وصورته البعد نفسه عن المحور y ، ولذلك فهذا التحويل انعكاس.

تستعمل مع الدروس

(7-4 إلى 7-1)

اختبار سريع

صنّف كلّ من التحويلات الهندسية الآتية إلى انعكاس أو إزاحة أو دوران مستعملاً الشكل المجاور.



(1) A إلى B

(2) A إلى D

(3) A إلى C

(1) دوران

(2) إزاحة أو انعكاس

(3) إزاحة

تستعمل مع الدرس (7-2)

(4) هندسة إحداثية: إحداثيات رؤوس $\triangle PQR$ هي

$P(-4,2)$, $Q(3,0)$, $R(4,3)$. إذا أزيح $\triangle PQR$

4 وحدات إلى أسفل و 6 وحدات إلى اليمين للحصول

على $\triangle P'Q'R'$ ، فما إحداثيات رؤوس $\triangle P'Q'R'$ ؟

$P'(2,-2)$, $Q'(9,-4)$, $R'(10,-1)$

استعمل صيغة المسافة بين نقطتين لإيجاد البعد بين كل نقطتين فيما يلي:

(5) $(0,1)$, $(2,8)$ $\sqrt{53}$ (6) $(-2,0)$, $(3,3)$ $\sqrt{34}$

(7) $(6,4)$, $(2,1)$ 5 (8) $(-3,-1)$, $(0,5)$ $3\sqrt{5}$

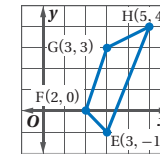
تستعمل مع الدرس (7-6)

(9) تصوير: رسم أسعد صورة مكبرة لنملة؛ لاستعمالها في

درس العلوم، أوجد مقياس الرسم للصورة إذا كان طول

النملة الحقيقي $\frac{1}{2}$ in، وكان طول الصورة 1 ft 24

احسب طول كل ضلع من أضلاع الشكل الرباعي $EFGH$.



(10) $\overline{EF}$ $\sqrt{2}$

(11) $\overline{FG}$ $\sqrt{10}$

(12) $\overline{GH}$ $\sqrt{5}$

(13) $\overline{HE}$ $\sqrt{29}$

مثال 2

وقف مقدّم استعراض رياضي عند النقطة $(1,4)$ ، وتحرك منها 4 وحدات إلى اليمين، ثم 3 وحدات إلى أسفل. ما إحداثيات النقطة التي وصل إليها؟

يمكن التعبير عن حركة 4 وحدات إلى اليمين، ثم 3 وحدات إلى أسفل بالقاعدة:

$$(x, y) \rightarrow (x+4, y-3)$$

$$(1, 4) \rightarrow (1+4, 4-3) = (5, 1)$$

مثال 3

عمل خالد نموذجاً مصغراً للجسر. أوجد مقياس الرسم

للمنموذج، إذا كان طول النموذج 2 m، وطول الجسر 120 m

طول النموذج يساوي 2 m، وطول الجسر يساوي 120 m؛

إذن مقياس رسم النموذج إلى الجسر $\frac{2 \text{ m}}{120 \text{ m}}$ ؛ أي $\frac{1}{60}$

أسئلة تهيئة إضافية على الموقع www.obeikaneducation.com

البديل 2

الانعكاس Reflection



لماذا؟

تُظهر المسطحات المائية انعكاسات رائعة لما يحيط بها. ففي مسطحات الماء الراكدة، تلاحظ أن لكل نقطة فوق سطح الماء نقطة مناظرة لها تحته، هي صورتها الناتجة عن الانعكاس. وتكون المسافة بين النقطة الأصلية و سطح الماء مساوية للمسافة بين صورتها و سطح الماء.

رسم الانعكاسات: تعلّمت أن **الانعكاس** هو تحويل هندسي يقلب الشكل حول مستقيم يسمى **محور الانعكاس**، بحيث يكون بُعد النقطة وبُعد صورتها عن محور الانعكاس متساويين.

1 التركيز

التربيط الرأسي

ما قبل الدرس 7-1

استعمال المستوى الإحداثي في رسم أشكال بسيطة، وتحديد أطوالها ومساحاتها، وإيجاد صورها بالانعكاس.

الدرس 7-1

رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس، ورسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى الإحداثي.

ما بعد الدرس 7-1

رسم الصورة الناتجة عن الإزاحة، ورسم الصورة الناتجة عن الإزاحة في المستوى الإحداثي.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

واسأل:

- ما نوع التحويل الهندسي الذي تمثله هذه الصورة؟ **انعكاس**.
- ما المفردات الأخرى التي تُستعمل للتعبير عن الانعكاس؟ **قلب، أو صورة مرآة**.
- قارن حجم الشكل الأصلي وصورته بالانعكاس في الماء، ماذا تلاحظ؟ **متطابقان، كما أن بعد كل نقطة على الشكل وبعد صورتها عن سطح الماء متساويين.**

رسم صورة شكل بالانعكاس

المثالان 1, 2 يبينان كيفية رسم صور الأشكال بالانعكاس، وكيفية استعمال الانعكاسات لاختصار المسافات.

فيما سبق:

درست الانعكاس بوصفه تحويلًا هندسيًا.

(مهارة سابقة)

والآن:

■ أرسم الصورة الناتجة عن الانعكاس.

■ أرسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى الإحداثي.

المفردات:

الانعكاس

reflection

محور الانعكاس

line of reflection

www.obeikaneducation.com

مفهوم أساسي

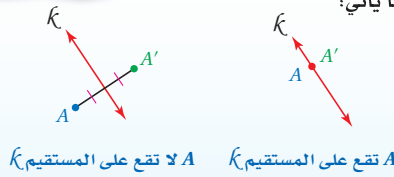
الانعكاس حول مستقيم

الانعكاس حول مستقيم ينقل النقطة إلى صورتها كما يأتي:

- إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس، فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس، يكون محور الانعكاس هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطة وصورتها.

الرموز A', A'', A''' تمثل أسماء للنقاط الناتجة عن تحويل هندسي أو أكثر للنقطة A

أضف إلى
مطوّبتك



الانعكاس حول مستقيم ينقل النقطة إلى صورتها كما يأتي:

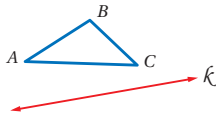
- إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس، فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس، يكون محور الانعكاس هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطة وصورتها.

الرموز A', A'', A''' تمثل أسماء للنقاط الناتجة عن تحويل هندسي أو أكثر للنقطة A

لرسم صورة مضلع بالانعكاس حول مستقيم، ارسم صورة كل رأس من رؤوسه، ثم صل بين صور الرؤوس لتكوين صورة المضلع بهذا الانعكاس.

رسم صورة مضلع بالانعكاس حول مستقيم

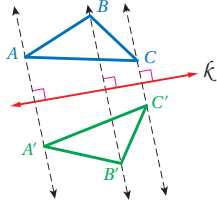
مثال 1



ارسم صورة $\triangle ABC$ بالانعكاس حول المستقيم K .

الخطوة 1: ارسم مستقيماً يمرُّ بكل رأس من رؤوس المثلث، ويكون عمودياً على المستقيم K باستعمال مثلث الرسم.

ويكون عمودياً على المستقيم K باستعمال مثلث الرسم.

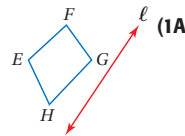
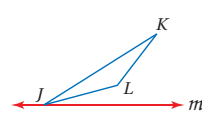
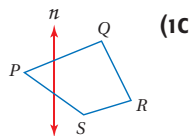


الخطوة 2: قس المسافة بين النقطة A والمستقيم K باستعمال الفرجار، وعيّن النقطة A' ؛ بحيث يكون المستقيم K العمود المنصف لـ AA' .

الخطوة 3: كرّر الخطوة 2 لتعين B' و C' ، ثم صل الرؤوس A', B', C' لتشكّل صورة المثلث الناتجة عن الانعكاس.

(1A-1C) انظر ملحق الإجابات.

تحقق من فهمك



لاحظ أن الانعكاس هو تحويل تطابق، ففي المثال 1، يكون $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.

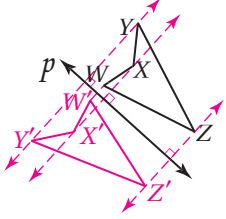
مصادر الدرس 7-1

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم		• تنويع التعليم ص (120, 123)	• تنويع التعليم ص (120, 123)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (16)	• كتاب التمارين ص (16)	• كتاب التمارين ص (16)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (6)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (6)	• تدريبات حل المسألة، ص (9)
	• تدريبات المهارات، ص (8)	• تدريبات المهارات، ص (8)	• التدريبات الإثرائية، ص (10)
	• تدريبات حل المسألة، ص (9)	• تدريبات حل المسألة، ص (9)	
	• التدريبات الإثرائية، ص (10)	• التدريبات الإثرائية، ص (10)	

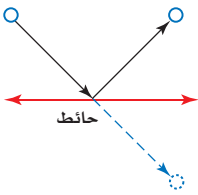
استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلاب المفاهيم.

مثال إضافي

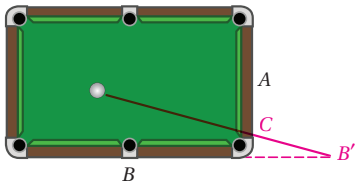
1 ارسم صورة الشكل الرباعي WXYZ بالانعكاس حول المستقيم p .



2 **البلياردو:** عندما ترتطم كرة بحائط، فإنها ترتد عنه وتتحرك على نصف مستقيم يمثل انعكاس مسار حركتها لو أنها اخترقت الحائط كما هو موضح أدناه.



استعمل هذه المعلومات في رسم شكل يبين الموقع الدقيق للنقطة C على حافة طاولة البلياردو A التي يجب أن ترتطم بها الكرة لضمان تدرجها مباشرة في اتجاه الفتحة B.

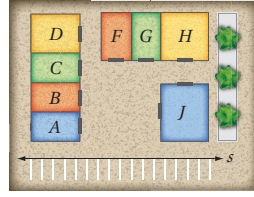


رسم الانعكاس في المستوى الإحداثي

الأمثلة 3-5 تبين طريقة رسم الانعكاسات في المستوى الإحداثي.

اختصار المسافات باستعمال الانعكاس

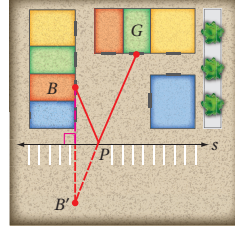
مثال 2 من واقع الحياة



تسوق: اصطحب أحمد صديقه علياً في سيارته إلى السوق، حيث يرغب أحمد في الاتجاه إلى المتجر B؛ لشراء بعض الملابس، بينما يرغب علي في الاتجاه إلى المتجر G؛ لشراء حذاء، ففي أي مكان من المواقف المحددة على المستقيم s يوقف أحمد سيارته، بحيث تكون المسافة التي سيقطعانها سيراً للوصول إلى المتجرين أقل ما يمكن؟

افهم: **المعطيات:** أوقف أحمد سيارته في الموقف P على المستقيم s . اتجه أحمد إلى المتجر B لشراء بعض الملابس. واتجه علي إلى المتجر G لشراء حذاء.

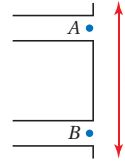
المطلوب: حدد الموقف P على المستقيم s ، بحيث يكون $BP + PG$ أقل ما يمكن. تكون المسافة الكلية من B إلى P ثم من P إلى G أقل ما يمكن، عندما تكون هذه النقاط على استقامة واحدة.



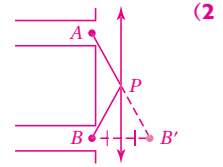
حل: ارسم $B'G$. وعين P عند تقاطع المستقيم s مع $B'G$. علمًا بأن B' هي صورة النقطة B الناتجة عن انعكاس حول المستقيم s .

تحقق: اختر مواقع أخرى للنقطة P على المستقيم s ، وقارن مجموع $BP + PG$ في كل حالة؛ للتحقق من أن الموقع الذي تم تحديده للنقطة P هو الذي يجعل هذا المجموع أقل ما يمكن.

تحقق من فهمك



2 **مبيعات تذاكر:** يريد فهد أن يختار موقعاً مناسباً لبيع تذاكر مباراة كرة قدم، عين النقطة P على الحائط، بحيث تكون المسافة التي يسيرها شخص ما من النقطة A إلى P ثم إلى النقطة B أقل ما يمكن.



رسم الانعكاس في المستوى الإحداثي: يمكن أيضاً رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى الإحداثي حول مستقيم أفقي أو مستقيم رأسي.

رسم صورة بالانعكاس حول مستقيم أفقي أو مستقيم رأسي

مثال 3

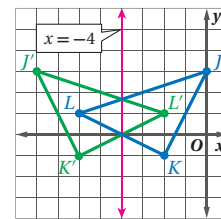
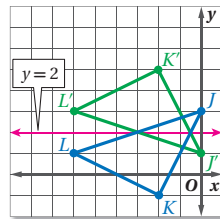
مثلاً بياناً $\triangle JKL$ الذي إحداثيات رؤوسه: $J(0, 3)$, $K(-2, -1)$, $L(-6, 1)$ ، ثم ارسم صورته بالانعكاس حول المستقيم المعطى في كل مما يأتي:

(a) $x = -4$

(b) $y = 2$

استعمل خطوط الشبكة الإحداثية لإيجاد المناظرة لكل رأس، بحيث يكون المستقيم $x = -4$ هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين كل رأس وصورته.

استعمل خطوط الشبكة الإحداثية لإيجاد المناظرة لكل رأس، بحيث يكون المستقيم $y = 2$ هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين كل رأس وصورته.

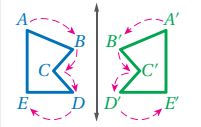


الدرس 7-1 الانعكاس 119

إرشادات للدراسة

خصائص الانعكاس:

يحافظ الانعكاس على الأبعاد وقياسات الزوايا والاستقامة وترتيب مواقع النقاط، ولكن يعكس الاتجاه.



التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية:

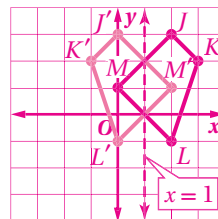
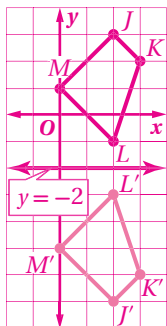
ارسم مثلثاً على السبورة، ثم اعرض انعكاساته باستعمال القلب الأفقي والرأسي، واطلب إلى الطلاب وصف الانعكاسات الظاهرة على السبورة.

مثال إضافي

3 مثل بياناً الشكل الرباعي JKLM الذي إحداثيات رؤوسه هي: $J(2, 3)$, $K(3, 2)$, $L(2, -1)$, $M(0, 1)$ ، وارسم صورته بالانعكاس حول المستقيم المعطى في كل مما يأتي:

(a) $x = 1$

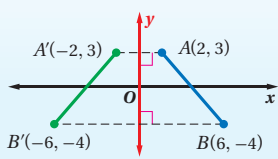
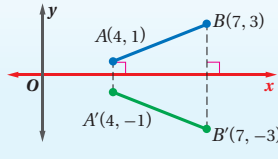
(b) $y = -2$



مثل بيانيًا شبه المنحرف $RSTV$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $R(-1, 1)$, $S(4, 1)$, $T(4, -1)$, $V(-1, -3)$ وارسم صورته بالانعكاس حول المستقيم المُعطى في كلٍّ مما يأتي: (3A-B) انظر ملحق الإجابات

(3A) $y = -3$ (3B) $x = 2$

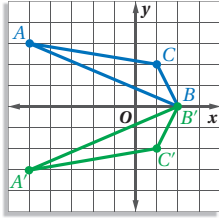
يمكنك استعمال القاعدة الآتية، عندما يكون محور الانعكاس هو المحور x أو المحور y .

مفهوم أساسي	الانعكاس حول المحور x أو المحور y
اضف إلى مطوبتك	
الانعكاس حول المحور y	الانعكاس حول المحور x
التعبير اللفظي: لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المحور y ، اضرب إحداثي x لها في -1	التعبير اللفظي: لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المحور x ، اضرب إحداثي y لها في -1
الرموز: $(x, y) \rightarrow (-x, y)$	الرموز: $(x, y) \rightarrow (x, -y)$
مثال: 	مثال: 

مثال 4 رسم صورة بالانعكاس حول المحور x أو المحور y

مثل كل شكل مما يأتي بيانيًا، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد.

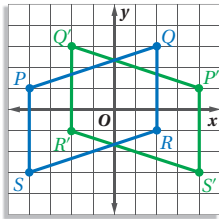
(a) $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(-5, 3)$, $B(2, 0)$, $C(1, 2)$ بالانعكاس حول المحور x .



اضرب الإحداثي y لكل رأس في -1 .

$(x, y) \rightarrow (x, -y)$
 $A(-5, 3) \rightarrow A'(-5, -3)$
 $B(2, 0) \rightarrow B'(2, 0)$
 $C(1, 2) \rightarrow C'(1, -2)$

(b) متوازي الأضلاع $PQRS$ الذي إحداثيات رؤوسه: $P(-4, 1)$, $Q(2, 3)$, $R(2, -1)$, $S(-4, -3)$ بالانعكاس حول المحور y .



اضرب الإحداثي x لكل نقطة في -1 .

$(x, y) \rightarrow (-x, y)$
 $P(-4, 1) \rightarrow P'(4, 1)$
 $Q(2, 3) \rightarrow Q'(-2, 3)$
 $R(2, -1) \rightarrow R'(-2, -1)$
 $S(-4, -3) \rightarrow S'(4, -3)$

(4A-B) انظر ملحق الإجابات

تحقق من فهمك

(4A) المستطيل الذي إحداثيات رؤوسه: $E(-4, -1)$, $F(2, 2)$, $G(3, 0)$, $H(-3, -3)$ بالانعكاس حول المحور x .

(4B) $\triangle JKL$ الذي إحداثيات رؤوسه: $J(3, 2)$, $K(2, -2)$, $L(4, -5)$ بالانعكاس حول المحور y .

مثال إضافي

مثل بيانيًا الشكل وصورته الناتجة عن الانعكاس المحدد في كلٍّ مما يأتي:

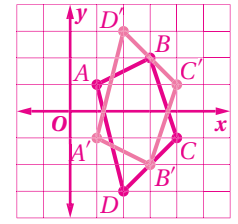
(a) الشكل الرباعي $ABCD$ الذي

إحداثيات رؤوسه:

$A(1, 1)$, $B(3, 2)$,

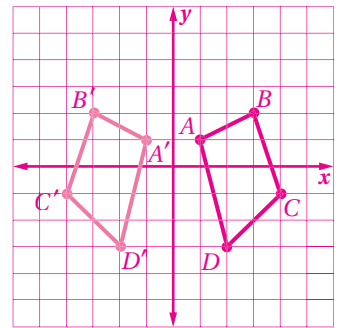
$C(4, -1)$, $D(2, -3)$

بالانعكاس حول المحور x .



$A(1, 1) \rightarrow A'(1, -1)$,
 $B(3, 2) \rightarrow B'(3, -2)$,
 $C(4, -1) \rightarrow C'(4, 1)$,
 $D(2, -3) \rightarrow D'(2, 3)$

(b) الشكل الرباعي $ABCD$ وصورته بالانعكاس حول المحور y .



$A(1, 1) \rightarrow A'(-1, 1)$,
 $B(3, 2) \rightarrow B'(-3, 2)$,
 $C(4, -1) \rightarrow C'(-4, -1)$,
 $D(2, -3) \rightarrow D'(-2, -3)$

قراءة الرياضيات

التعبير عن الدالة بالصيغة الإحداثية:

يمكن قراءة العبارة:

$P(a, b) \rightarrow P'(a, -b)$

على النحو الآتي:

تتحول النقطة P التي

إحداثياتها a و b إلى

النقطة P' شرطة التي

إحداثياتها a وسالب b .

إرشادات للدراسة

النقاط الثابتة:

تسمى النقطة B في

المثال 4a نقطة ثابتة؛

لأنها اقترنت مع نفسها،

وأن إحداثياتها هما نفس

إحداثيات صورتها B'

بالانعكاس، فالنقاط

الواقعة على محور

الانعكاس هي فقط التي

تبقى ثابتة تحت تأثير

الانعكاس.

تنويع التعليم

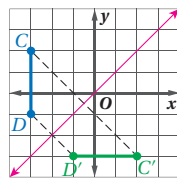
ضمن فوق

المتعلمون الطبيعيون: دع الطلاب يناقشوا أمثلة على الانعكاس من الطبيعة والأشياء التي يستعملونها يوميًا، وأعطهم الفرصة ليبيّنوا مواقع محاور الانعكاس فيها، بحيث تشمل أشياء من الطبيعة مثل أوراق الأشجار والأزهار والفواكه والخضراوات والحيوانات والبيض وغيرها، وتشمل الأشياء التي يستعملونها يوميًا، مثل أقلام الرصاص والورق والسيارات والأقراص المدمجة والملابس وغيرها.

مراجعة المفردات

المستقيمات المتعامدة:

يكون المستقيمان غير الرأسيين متعامدين، إذا وفقط إذا كان ناتج ضرب ميليهما يساوي -1
مثال: المستقيمتان الأفقية والرأسية تكون متعامدة دائمًا.

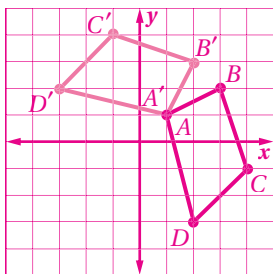


ويمكن أيضًا أن تعكس شكلًا حول المستقيم $y = x$ ، ففي المستوى الإحداثي المجاور، ارسم عمودًا من النقطة C على المستقيم $y = x$ ، وحيث إن ميل المستقيم $y = x$ يساوي 1، فإن ميل العمود الذي رسمته يساوي -1، لاحظ أنك تحركت من النقطة $C(-3, 2)$ بمقدار 2.5 وحدة إلى اليمين و 2.5 وحدة إلى أسفل فوصلت إلى نقطة تقاطع العمود الذي رسمته مع المستقيم $y = x$. ومن هذه النقطة على $y = x$ ، تحرك 2.5 وحدة إلى اليمين و 2.5 وحدة إلى أسفل؛ لتعَيّن النقطة $C'(2, -3)$ التي هي صورة النقطة C بالانعكاس حول المستقيم $y = x$. وبطريقة مماثلة نجد أن صورة $D(-3, -1)$ هي $D'(-1, -3)$. وبمقارنة إحداثيات هاتين النقطتين بإحداثيات صورتيهما، يمكن الوصول إلى القاعدة الآتية للانعكاس حول المستقيم $y = x$.

مثال إضافي

5

مثل بيانيًا الشكل الرباعي $ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $A(1, 1), B(3, 2), C(4, -1), D(2, -3)$ ثم ارسم صورته $A'B'C'D'$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.

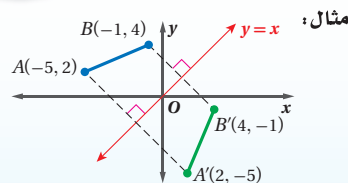


$$\begin{aligned} A(1, 1) &\rightarrow A'(1, 1), \\ B(3, 2) &\rightarrow B'(2, 3), \\ C(4, -1) &\rightarrow C'(-1, 4), \\ D(2, -3) &\rightarrow D'(-3, 2) \end{aligned}$$

أضف إلى مطوبتك

الانعكاس حول المستقيم $y = x$

مفهوم أساسي

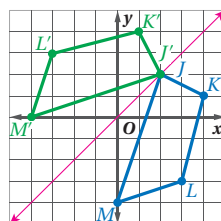


التعبير اللفظي: لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المستقيم $y = x$ ، بذل موضعي الإحداثيين x و y .
الرموز: $(x, y) \rightarrow (y, x)$

رسم صورة شكل بالانعكاس حول المستقيم $y = x$

5 مثال

مثل بيانيًا الشكل الرباعي $JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $J(2, 2), K(4, 1), L(3, -3), M(0, -4)$ ثم ارسم صورته $J'K'L'M'$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$. بذل الإحداثيين x و y لكل الرؤوس.



$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (y, x) \\ J(2, 2) &\rightarrow J'(2, 2) \\ K(4, 1) &\rightarrow K'(1, 4) \\ L(3, -3) &\rightarrow L'(-3, 3) \\ M(0, -4) &\rightarrow M'(-4, 0) \end{aligned}$$

تحقق من فهمك

5 مثل بيانيًا $\triangle BCD$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $B(-3, 3), C(1, 4), D(-2, -4)$ ثم ارسم صورته بالانعكاس حول المستقيم $y = x$. انظر الهامش.

المحتوى الرياضي

أخطاء شائعة: من الأخطاء الشائعة، ضرب الإحداثي x في -1 عند الانعكاس حول المحور x ، وضرب الإحداثي y في -1 عند الانعكاس حول المحور y . ذكر الطلاب بأنه عند الانعكاس حول المحور x يبقى الإحداثي x للنقطة كما هو ويتغير الإحداثي y ، وعند الانعكاس حول المحور y ، يبقى الإحداثي y كما هو ويتغير الإحداثي x للنقطة. وبين لهم أن الانعكاس حول المحور x يقلب الشكل إلى أعلى أو إلى أسفل، في حين أن الانعكاس حول المحور y يقلب الشكل إلى اليمين أو إلى اليسار.

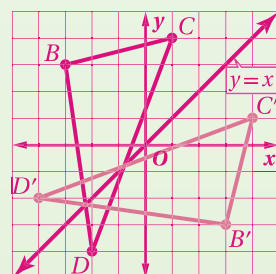
أضف إلى مطوبتك

ملخص المفهوم الانعكاس في المستوى الإحداثي

الانعكاس حول المستقيم $y = x$	الانعكاس حول المحور y	الانعكاس حول المحور x
$(x, y) \rightarrow (y, x)$	$(x, y) \rightarrow (-x, y)$	$(x, y) \rightarrow (x, -y)$

الدرس 7-1 الانعكاس 121

إجابة (تحقق من فهمك)



5

إرشادات للمعلم الجديد

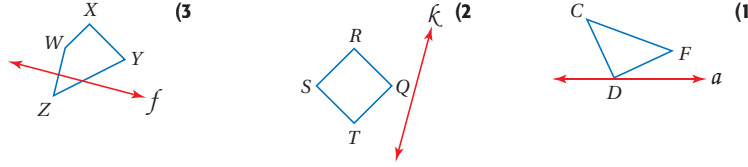
الانعكاسات: تستعمل في الكتب المختلفة مفردات مختلفة مثل انعكاس في محور، وانعكاس حول محور، وانعكاس عبر محور، وكل هذه المفردات تعني الأمر نفسه.

تنبيه!

الرؤوس: عند رسم صورة شكل بالانعكاس، يجب تتبع الرؤوس وصورها بعناية، ويكون هذا الأمر في غاية الأهمية للأشكال المتماثلة كالمربع، حيث يجب تسمية الرؤوس وصورها؛ لتحديد تحويل هندسي وحيد.

المثال 1

ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المعطى: (1-3) انظر الهامش.



المثال 2

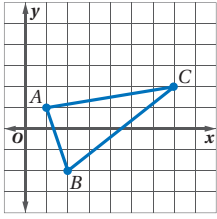
(4) **مباريات:** ينتظر ماجد في المطعم صديقًا سيأتيه بتذكرة لحضور مباراة في الصالة الرياضية. في أي موقع على الشارع، يجب أن يُوقِفَ صديقه سيارته، حتى تكون المسافة التي يسيرها ماجد من المطعم إلى السيارة ثم إلى مدخل الصالة الرياضية أقل ما يمكن؟ ارسم شكلًا يوضح إجابتك.



انظر ملحق الإجابات

المثال 3

مثّل بيانيًا صورة $\triangle ABC$ المبيّن جانبًا بالانعكاس حول المستقيم المعطى في كلٍّ من السؤالين 5، 6. (5-6) انظر الهامش.



$$x = 3 \quad (6)$$

$$y = -2 \quad (5)$$

مثّل كل شكل مما يأتي بيانيًا، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد. $\triangle XYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $X(0, 4), Y(-3, 4), Z(-4, -1)$ بالانعكاس حول المحور y .

(8) $\square QRST$ الذي إحداثيات رؤوسه: $Q(-1, 4), R(4, 4), S(3, 1), T(-2, 1)$ بالانعكاس حول المحور x .

(9) الشكل الرباعي الذي إحداثيات رؤوسه: $J(-3, 1), K(-1, 3), L(1, 3), M(-3, -1)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.

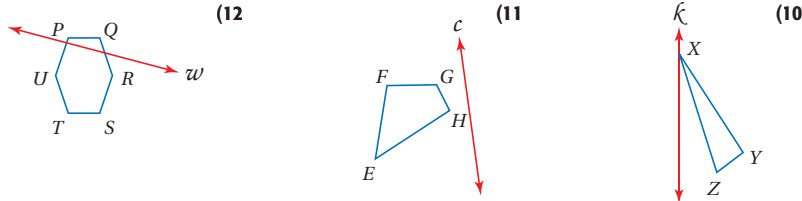
المثالان 4، 5

(7-9) انظر ملحق الإجابات

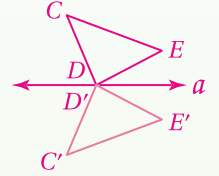
تدرب وحل المسائل

المثال 1

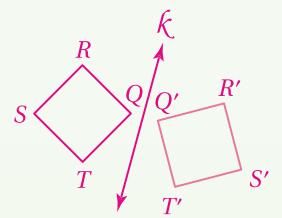
ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المعطى. (10-12) انظر ملحق الإجابات



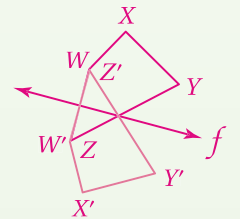
(1)



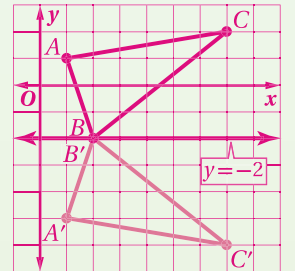
(2)



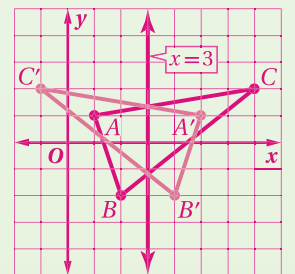
(3)



(5)

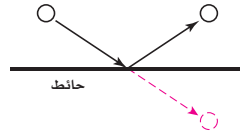


(6)



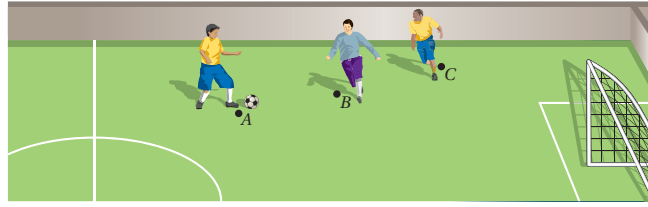
تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	41-48 ، 36-38 ، 10-23
ضمن المتوسط	44-48 ، 42 ، 41 ، 38 ، 11-37 فردي
فوق المتوسط	24-48

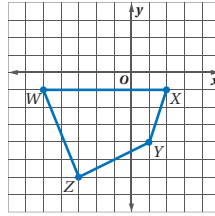


المثال 2 (13) **كرة قدم:** عندما ترتطم كرة بحائط فإنها ترتد عنه وتتحرك في مسار نصف مستقيم يمثل انعكاس مسار حركتها لو أنها اخترقت الحائط كما هو موضح جانباً.

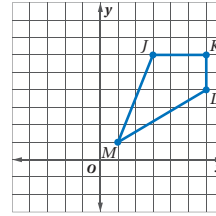
استعمل هذه المعلومات في رسم شكل يبين الموقع الدقيق للنقطة P على الحائط التي يجب أن يصوب سليمان إليها الكرة إذا كان يشارك في مباراة كرة قدم في ملعب داخلي، ويريد أن يمرر الكرة إلى صديقه يوسف عند النقطة C ، متجنباً لاعباً من الفريق الخصم عند النقطة B ، ولذلك قرر أن يركل الكرة من النقطة A إلى نقطة على الحائط الجانبي، بحيث ترتد عنه نحو النقطة C . **انظر ملحق الإجابات**



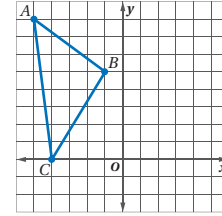
مثل صورة كل شكل مما يأتي بياناً بالانعكاس حول المستقيم المعطى. (14-19) **انظر ملحق الإجابات**



(16) $WXYZ, y = -4$



(15) $JKLM, x = 1$



(14) $\triangle ABC, y = 3$

(19) $WXYZ, x = -2$

(18) $JKLM, y = 4$

(17) $\triangle ABC, x = -1$

مثل كل شكل مما يأتي بياناً، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد. (20-23) **انظر ملحق الإجابات**

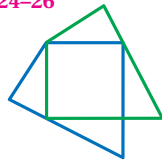
(20) المستطيل $ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(-5, 2), B(1, 2), C(1, -1), D(-5, -1)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = -2$.

(21) المربع $JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه: $J(-4, 6), K(0, 6), L(0, 2), M(-4, 2)$ بالانعكاس حول المحور y .

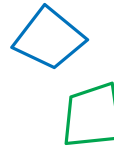
(22) $\triangle FGH$ الذي إحداثيات رؤوسه: $F(-3, 2), G(-4, -1), H(-6, -1)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.

(23) $\square WXYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه: $W(2, 3), X(7, 3), Y(6, -1), Z(1, -1)$ بالانعكاس حول المحور x .
يبيّن كلٌّ من الأشكال الآتية مضلعاً وصورته بالانعكاس حول مستقيم ما، ارسم محور الانعكاس في كلٍّ منها.

(24-26) **انظر الهامش**



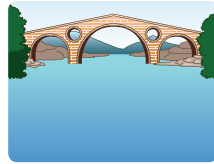
(26)



(25)



(24)



(27) **تصوير:** ارسم صورة الجسر الموضح في الصورة المجاورة بالانعكاس في الماء. **انظر إجابات الطلاب**



الربط مع الحياة

يلتقط المصورون الصور لأغراض متعددة، مثل الصحافة أو لأغراض علمية، ويتطلب العمل في بعض مجالات التصوير مثل التصوير الصحفي أو التصوير العلمي تدريباً خاصاً.

الدرس 7-1 الانعكاس 123

تنويع التعليم

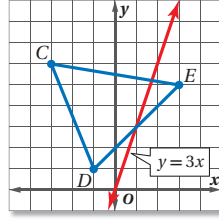
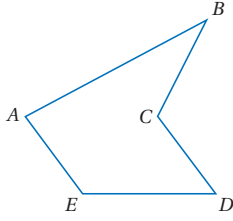
ضمن فوق

توسّع: تلعب الانعكاسات الهندسية دوراً مهماً في رياضات عدة مثل: الجولف والبياردو والتنس والطاولة والهوكي وكرة القدم في الملاعب الداخلية المغلقة. ارجع إلى السؤال 13؛ لتناقش كيف يمكن استعمال الانعكاس؛ لإنشاء ركلة كرة من نقطة إلى نقطة أخرى على الحائط الجانبي في ملعب كرة قدم داخلي، بحيث ترتد إلى نقطة داخل الملعب. اطلب إلى الطلاب أن يصمّموا ملعب جولف مصغراً ذا 9 حفر. يجب أن يتضمن النموذج شكل المنطقة الخضراء لكل حفرة، والنقطة التي تبدأ منها ضرب كرة الجولف وموقع الحفرة. على الطلاب أن يشرحوا كيف يمكن أن يُنشئوا الضربات المحكمة لكل حفرة للنموذج الذي أعده، أو النماذج التي أعدها زملاؤهم.

جبر: مثل بياناً المستقيم $y = 2x - 3$ وصورته بالانعكاس حول المستقيم المعطى في كل مما يأتي، ثم اكتب معادلة المستقيم الناتج عن الانعكاس (28-30) **انظر ملحق الإجابات**

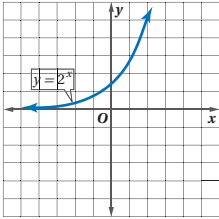
(28) المحور x (29) المحور y (30) المستقيم $y = x$

(31) مثل بياناً صورة $\triangle CDE$ المبين أدناه بالانعكاس (32) غير موقع الرأس C ليصبح المضلع $ABCDE$ محدباً، وتبقى أطوال أضلاعه كما هي دون تغيير. حول المستقيم $y = 3x$. **انظر الهامش .**

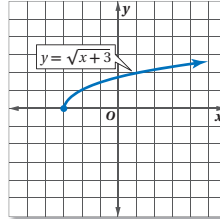


(33-35) **انظر الهامش . جبر:** مثل بياناً صورة كل من الدوال الآتية بالانعكاس حول المحور المحدد، ثم اكتب معادلة الصورة الناتجة عن الانعكاس.

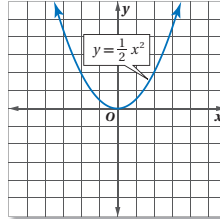
(35) المحور x



(34) المحور y



(33) المحور x



(36) **تمثيلات متعددة:** في هذه المسألة ستستقصي الانعكاس حول نقطة الأصل. **(a, b) انظر ملحق الإجابات.**

(a) **هندسياً:** ارسم المثلث $\triangle ABC$ في المستوى الإحداثي، بحيث تكون إحداثيات رؤوسه أعداداً صحيحة موجبة.

(b) **بيانياً:** عين النقاط A', B', C' الناتجة عن الانعكاس، بحيث تكون النقطة الأصلية وصورتها ونقطة الأصل على استقامة واحدة، وتكون النقطة الأصلية وصورتها على البعد نفسه من نقطة الأصل.

(c) **جدولياً:** انقل الجدول الآتي وأكملة. **الإجابات المعطاة هي بعض الإجابات الممكنة.**

	$\triangle ABC$	$\triangle A'B'C'$
الإحداثيات	A	(2, 4)
	B	(4, 5)
	C	(3, 1)
	A'	(-2, -4)
	B'	(-4, -5)
	C'	(-3, -1)

(d) **لفظياً:** ضع تخميناً حول العلاقة بين إحداثيات الرؤوس المتناظرة لشكل وصورته الناتجة عن انعكاسه حول نقطة الأصل. **انظر ملحق الإجابات.**

مسائل مهارات التفكير العليا

(37) **اكتشف الخطأ:** يجد جميل وإبراهيم إحداثيات صورة النقطة $C(2, 3)$ الناتجة عن انعكاس حول المحور x ، فهل إجابة أيٍّ منهما صحيحة؟ وضح إجابتك. **انظر ملحق الإجابات.**

إبراهيم
 $C'(-2, 3)$

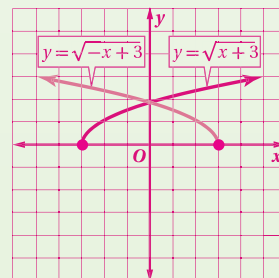
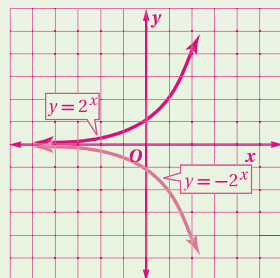
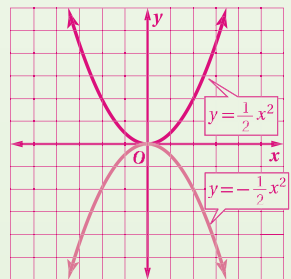
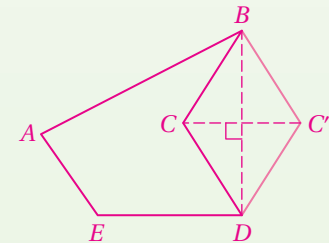
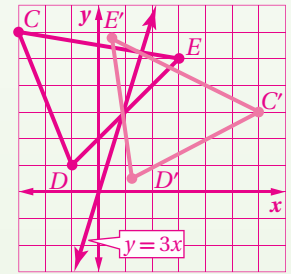
جميل
 $C'(2, -3)$

تمثيلات متعددة: في السؤال 36، يستعمل الطلاب الرسوم الهندسية والتمثيلات البيانية والجدول والوصف اللفظي؛ لاستقصاء الانعكاس في نقطة الأصل.

تنبيه!

اكتشف الخطأ: في السؤال 37، يجب أن يدرك الطلاب أن إبراهيم قد وقع في خطأ شائع، وهو تغيير إشارة الإحداثي x ، عند إجراء انعكاس لشكل ما حول المحور x . ذكر الطلاب بأن هذا خطأ يقع فيه كثيرون. لقد كتب جميل الإحداثيات الصحيحة للنقطة C' .

إجابات:



لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المحور x ، اضرب إحداثي y لها في -1 (تغيير إشارة y) وتبقى إشارة x كما هي) معادلة الصورة الناتجة هي:
 $y = -2^x$ أو $-y = 2^x$

لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المحور y ، اضرب إحداثي x لها في -1 (تغيير إشارة x) وتبقى إشارة y كما هي) معادلة الصورة الناتجة هي:
 $y = \sqrt{-x+3}$

لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المحور x ، اضرب إحداثي y لها في -1 (تغيير إشارة y) وتبقى إشارة x كما هي).

معادلة الصورة الناتجة هي:
 $y = -\frac{1}{2}x^2$ أو $-y = \frac{1}{2}x^2$

(38) **مسألة مفتوحة:** ارسم مضلعًا في المستوى الإحداثي، بحيث تكون صورته الناتجة عن انعكاس حول المحور x منطبقةً عليه تمامًا. **انظر الهامش**

(39) **مسألة مفتوحة:** ارسم شكلًا في المستوى الإحداثي، يكون اتجاه صورته الناتجة عن الانعكاس حول المستقيم $y = 1$ مماثلًا لاتجاه الشكل نفسه. وضح الشروط التي يجب توافرها لتحقيق هذا الأمر. **انظر ملحق الإجابات**

(40) **تحديد:** إذا كانت صورة النقطة $A(4, 3)$ بعد الانعكاس حول مستقيم معين هي $A'(-1, 0)$ ، فأوجد معادلة محور الانعكاس. وضح إجابتك.

(41) **تبرير:** هل تقع صورة نقطة بالانعكاس حول مستقيم ما في الجهة الثانية من هذا المستقيم دائمًا أم أحيانًا أم لا تقع فيها أبدًا؟

(42) **اكتب:** تقع النقاط P, Q, R على استقامة واحدة، حيث Q واقعة بين P و R . باستعمال الهندسة الإحداثية، صف خطة لإثبات أن انعكاس هذه النقاط حول مستقيم يحافظ على الاستقامة وترتيب مواقع النقاط.

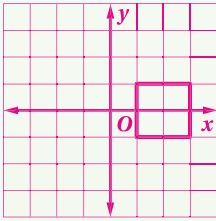
(40-42) **انظر الهامش**

4 التقويم

بطاقة مكافأة: اطلب إلى الطلاب أن يعملوا في مجموعات ثنائية، وأن يستعملوا ورق مربعات لرسم أشكال وصورها بالانعكاس. يمكن أن يرسم أحد الطلاب مثلثًا ومستقيمًا ويسميها، ويقوم الطالب الآخر برسم صورة المثلث بالانعكاس حول المستقيم. سيسلم الطلاب أوراقهم عند مغادرة غرفة الصف.

إجابات:

(38) **إجابة ممكنة:**



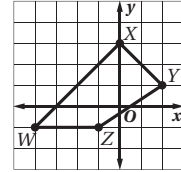
(40) ميل المستقيم الذي يمر بالنقطة وصورته $\frac{3}{5}$ ، وباستعمال قانون نقطة المنتصف، نجد أن نقطة منتصف القطعة الواصلة بين النقطة وصورته $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$. وباستعمال صيغة النقطة والميل لمعادلة المستقيم، نجد أن معادلة خط الانعكاس $y = -\frac{5}{3}x + 4$. (ميل العمود المنصف يساوي $-\frac{5}{3}$ ؛ لأنه يساوي سالب مقلوب الميل $\frac{3}{5}$)

(41) أحيانًا؛ إذا وقعت النقطة على محور الانعكاس، فإن صورتها تبقى في الموقع نفسه.

(42) أنشئ النقاط P, Q, R على استقامة واحدة، بحيث تكون Q بين P و R . ارسم المستقيم ℓ ، ثم أنشئ أعمدة من كل من P, Q, R على المستقيم ℓ ، واستعمل صيغة الميل؛ لتبين أن ميل $P'Q'$ يساوي ميل $P'R'$ ، فتكون النقاط P', Q', R' على استقامة واحدة، ولأن: $PQ = P'Q', QR = Q'R', PR = P'R'$ وحيث إن: $PR = PQ + QR$ ، إذن: $P'R' = P'Q' + Q'R'$ مما يعني أن Q' تقع بين P', R' .

تدريب على اختبار

(43) **إجابة قصيرة:** إذا كانت صورة الشكل الرباعي $WXYZ$ الناتجة عن انعكاسه حول المحور y هي $W'X'Y'Z'$ ، فما إحداثيات X' ؟ **(0, 3)**

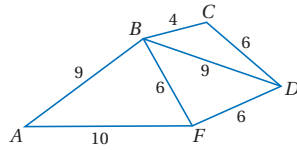


(44) إحداثيات النقطتين A, B في المستوى الإحداثي هي $(-2, 4)$ ، $(3, 3)$ على الترتيب، احسب AB . **B**

- A $(1, 7)$
B $\sqrt{26}$
C $(5, -1)$
D $\sqrt{50}$

مراجعة تراكمية

(45) **هندسة إحدائية:** في $\triangle LMN$ ، تقسم الضلعين MN, NL إلى قطع مستقيمة متناظرة أطولها متناسبة، إذا كانت $\frac{LP}{PN} = \frac{2}{1}$ وكانت $RN = 3$ ، فأوجد MR . **(الدرس 6-3) $MR = 6$**



استعمل الشكل المجاور لتكتب متباينة تصف العلاقة بين قياسي الزاويتين أو طولَي القطعتين المستقيمتين في كل مما يأتي. **(الدرس 4-6)**

(46) $m\angle BDC < m\angle FDB$ $m\angle BDC, m\angle FDB$
(47) $m\angle FBA > m\angle DBF$ $m\angle FBA, m\angle DBF$

استعد للدرس اللاحق

(48) إحداثيات طرفي $\overline{AB}$ هما $A(5, 4)$ ، $B(3, -1)$ ، تحركت كل من هاتين النقطتين 3 وحدات إلى اليمين و5 وحدات إلى أسفل، فكانت موقعهما الجديدة A', B' على الترتيب.

- (a) اكتب قاعدة هذا التحويل الهندسي. **$(x, y) \rightarrow (x + 3, y - 5)$**
(b) أوجد إحداثيات A', B' . **$A'(8, -1), B'(6, -6)$**
(c) أوجد طول كل من $\overline{AB}, \overline{A'B'}$. **$\sqrt{29}, \sqrt{29}$**

مصادر المعلم للأنشطة الصفية



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 1 - 7

دون		ضمن		فوق المتوسط	
تدريبات إعادة التعليم (6)					
الاسم _____ التاريخ _____					
7-1 تدريبات إعادة التعليم الانعكاس					
رسم الانعكاسات،					
تعلمت أن الانعكاس تحويل هندسي يمثل قلب الشكل حول مستقيم يسمى محور الانعكاس، بحيث يكون بُعد النقطة وبعد صورتها عن محور الانعكاس متساويين، وينقل الانعكاس النقطة إلى صورتها، بحيث إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس، تكون صورتها هي النقطة نفسها، وإذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس، يكون محور الانعكاس المماس للنقطة والنقطة التي تصل بالنقطة بصورتها.					
مثال: ارسم صورة الشكل الرباعي ABCD بالانعكاس حول المستقيم m.					
ارسم مستقيماً من كل رأس، بحيث يكون عموداً على المستقيم m، وعلّق النقاط A', B', C', D' في الجهة الثانية من المستقيم m، على أن يكون المسقط m على AA' و BB' و CC' و DD' هو A'B'C'D' هو صورة الشكل ABCD بالانعكاس حول المستقيم m.					
تعاريف					
ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المُعطى في كلٍّ مما يأتي:					
(1) (2) (3) (4) (5) (6)					
الفصل: الأول الثانوي					

دون		ضمن		فوق المتوسط	
تدريبات إعادة التعليم (7)					
الاسم _____ التاريخ _____					
7-1 تدريبات إعادة التعليم الانعكاس					
رسم الانعكاس في المستوى الإحداثي،					
يمكنك أيضاً رسم الصورة الناتجة عن الانعكاس في المستوى الإحداثي.					
• إيجاد إحداثي صورة نقطة بالانعكاس حول المحور x: احرب الإحداثي y لها في (-1). A(x, y) → A'(x, -y)					
• إيجاد إحداثي صورة نقطة بالانعكاس حول المحور y: احرب الإحداثي x لها في (-1). M(x, y) → M'(-x, y)					
• إيجاد إحداثي صورة نقطة بالانعكاس حول المستقيم x = a: بذا الإحداثيين x, y بذا الإحداثيين x', y': L(x, y) → L'(2a - x, y)					
مثال: مقل بياني الشكل الرباعي DEFG الذي إحداثياته رؤوسه هي: D(-2, 3), E(4, 4), F(3, -2), G(-3, -1) ثم ارسم صورته بالانعكاس حول المحور x.					
إيجاد الصورة بالانعكاس حول المحور x: استعمل الإحداثي x نفسه، واحرب الإحداثي y في (-1) وبالرموز (a, b) → (a, -b) الإحداثيات الجديدة هي: D(1, 3), E(4, -4), F(3, 2), G(-3, 1).					
مثال: مقل بياني الشكل الرباعي DEFG الذي إحداثياته رؤوسه هي: D(-2, 3), E(4, 4), F(3, -2), G(-3, -1) ثم ارسم صورته بالانعكاس حول المحور y.					
إيجاد الصورة بالانعكاس حول المحور y: استعمل الإحداثي x نفسه، واحرب الإحداثي y في (-1) وبالرموز (a, b) → (-a, b) الإحداثيات الجديدة هي: D(2, 3), E(-4, 4), F(-3, -2), G(3, -1).					
تعاريف					
مقل بياني صورة FGH المبيّن جانباً بالانعكاس حول كلٍّ من المستقيمين الآتين:					
(1) x = -1 (2) y = 1					
مثال: مقل بياني صورة الشكل الرباعي ABCD المبيّن جانباً بالانعكاس حول كلٍّ من المستقيمين الآتين:					
(3) y = 0 (4) y = x					
مثال: مقل بياني كلًا من الشكلين الآتين وصورتيهما بالانعكاس المحدد في كلٍّ مما يأتي:					
(5) DEF الذي إحداثياته رؤوسه: D(-2, -1), E(-1, 3), F(3, -1) بالانعكاس حول المحور x.					
(6) ABCD الذي إحداثياته رؤوسه: A(1, 4), B(3, 2), C(2, -2), D(-3, 1) بالانعكاس حول المحور y.					
الفصل: 7، التحويلات الهندسية					

دون		ضمن		فوق	
تدريبات المهارات (8)					
الاسم _____ التاريخ _____					
7-1 تدريبات المهارات الانعكاس					
ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المُعطى:					
(1) (2) (3)					
هندسة إحدائية، مقل بياني كل شكل وصورة بالانعكاس المذكور.					
(4) (5) (6) (7) (8)					
الفصل: 7، التحويلات الهندسية					

دون		ضمن		فوق	
تدريبات حل المسألة (9)					
الاسم _____ التاريخ _____					
7-1 تدريبات حل المسألة الانعكاس					
(1) انعكاس، بدأ خالد رسم نجمة أكمل عمل خالد برسم صورة نصفها المبيّن في الشكل بالانعكاس حول المستقيم m.					
(2) انعكاس، قسّ جاسر الشكل الآتي من قطعة من الورق المقوّى، ووضعه على طاولة، وذهب لإحضار الصمغ، وأثناء ذلك قلب صفيحة مازن الشكل دون أن يخبر جاسراً بذلك، ولم يلاحظ جاسر عند عودته أي تعيّر في الشكل أو مكانه، ارسم المستقيم الذي قلب مازن الشكل حوله.					
(3) شعار، تريد سعاد تصميم شعار لجمعية خيرية نسائية، قامت بتصميم شكل في الربع الأول من المستوى الإحداثي كما في الشكل أدناه، ثم قامت بعمل انعكاس له حول المحور x وأكملت تصميم الشعار بعمل انعكاس للشكل الأصلي وصورة حول المحور y، أكمل رسم الشعار الذي صمّمته سعاد.					
(4) تصميم داخلي، طلب مهند من مهندس ديكور طريقة جديدة لترتيب أثاث غرفة نوم، وقد وضع المهندس المخطط المبيّن في الشكل أدناه، ولكن لم يرق هذا الوضع لمهند، فقرر أن يعكس المخطط حول مستقيم رأسي يمر بمركز الغرفة، ارسم صورة المخطط بعد إجراء الانعكاس.					
(5) بياض، يلعب أحمد لعبة البلياردو، ويستعمل حقيقة أن الكرة عند ضربها من منتصفها ترتد بالزاوية نفسها إلى الجانب من جوانب الطاولة، افترض أن أحمد يرغب في ضرب الكرة B لتدخل في الفتحة P من خلال ارتدادها على جانب الطاولة SR، كما في الشكل المجاور، عند أي نقطة من جانب الطاولة SR يجب على أحمد ضرب الكرة، بحيث ترتد وتدخل الفتحة P؟ ارسم شكلاً يوضح إجابتك.					
بدا أن صورة النقطة P حول محور الانعكاس SR هي النقطة P'، إن يجب على أحمد ضرب الكرة عند النقطة T التي تقسّ نقطة تقاطع SR و BP'، ترتد وتدخل الفتحة P.					
الفصل: 7، التحويلات الهندسية					



مصادر الدرس 1 - 7

فوق المتوسط

ضمن المتوسط

دون المتوسط

فوق

ضمن

دون

كتاب التمارين (16)

فوق

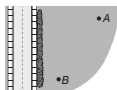
ضمن

التدريبات الإثرائية (10)

الفصل السابع: التحويلات الهندسية والتماثل

7-1 الانعكاس

ارسم صورة كل من الشكلين الآتين بالانعكاس حول المستقيم ℓ .



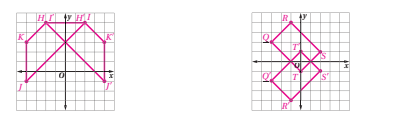
3 يمثل الشكل المجاور وحدتي إزارة A, B في إحدى الحداث، ويُراد إضافة وحدة إزارة جديدة C على جانب الشارع المقابل للحديقة، فأين يمكن وضعها، بحيث تكون المسافة $AC + BC$ أقل ما يمكن؟

هندسة إحدائية، مثل كل شكل مما يأتي بيانيًا، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد:

4 الشكل الرباعي $ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(-3, 3), B(1, 4), C(4, 0), D(-3, -3)$ انعكاس حول المستقيم $y = x$.



6 المستطيل $QRST$ الذي إحداثيات رؤوسه: $Q(-3, 2), R(-1, 4), S(2, 1), T(0, -1)$ انعكاس حول المحور x .



16

الاسم: التاريخ:

7-1 التدريبات الإثرائية

الانعكاس في المستوى الإحداثي:

انظر إلى الشكل المجاور، والذي يمثل التحويل الهندسي ΔXYZ إلى ΔABC بالتحويل الهندسي الذي قاعدته $(x, y) \rightarrow (-x + 6, y)$ ، ولا حظ أن صورة ΔABC بالانعكاس حول المستقيم $x = 3$.

استد من الشكل المجاور في الإجابة عن السؤالين (1, 2):

1 أثبت أن المستقيم الراسي $x = 3$ هو العمود المتصنف للقطعة المستقيمة التي طرفاها (x, y) و $(-x + 6, y)$ (إرشاد: استعمل قانون نقطة منتصف).

نقطة منتصف القطعة التي تصل النقطة (x, y) بصورتها هي $(-x + 6, y)$ وهي تقع على المستقيم $x = 3$.

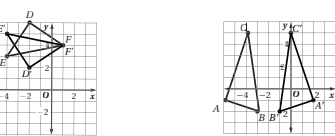
هذا أن القطعة التي تصل (x, y) ب $(-x + 6, y)$ نقطة أفقية، إذن فهي تعامد المستقيم الراسي، وهذا يعني أن المستقيم $x = 3$ هو العمود المتصنف للقطعة التي تصل (x, y) بصورتها.

2 إن كل تحويل هندسي قاعدته $(x, y) \rightarrow (-x + 2h, y)$ يمثل انعكاسًا حول المستقيم الراسي الذي معادلته $x = h$ ما نوع التحويل الهندسي الذي قاعدته $(x, y) \rightarrow (-x - y + 2k)$ ؟

انعكاس حول المستقيم الأفقي الذي معادلته $y = k$.

ارسم صورة كل من الشكلين الآتين بالتحويل الهندسي المعطى، وهل هو انعكاس؟ وإذا كان كذلك، فما خط الانعكاس؟

(3) $(x, y) \rightarrow (-x - 4, y)$



نعم: $x = 4$

نعم: $x = -2$

الفصل 7، التحويلات الهندسية

10

الصف: الأول الثانوي

الإزاحة (الانسحاب)
Translation

لماذا؟

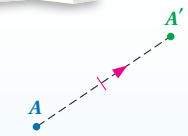


تُفتتح بعض الاحتفالات الوطنية بعروض عسكرية تزيدها بهجة وبهاء. ومعظم حركات أعضاء تلك الفرق العسكرية تمثل ما يُعرف في الهندسة بالإزاحة أو الانسحاب.

رسم الإزاحة (الانسحاب): تعلمت سابقاً أن **الانسحاب** هو تحويل هندسي ينقل الشكل من موقع إلى آخر من دون تدويره. حيث يتم نقل جميع نقاط الشكل المسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه. ويمكن التعبير عن الإزاحة (الانسحاب) لكل نقطة من الشكل بقطعة مستقيمة طولها يساوي $\overline{AA'}$ حيث إن A' هي صورة النقطة A الناتجة عن الإزاحة (الانسحاب).

مفهوم أساسي

الإزاحة (الانسحاب)

أضف إلى
مطوياتك

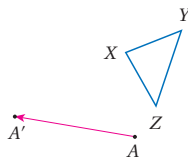
تنقل الإزاحة (الانسحاب) كل نقطة إلى صورتها مسافةً محدّدة وفي اتجاه محدّد (اتجاه الإزاحة). فالإزاحة التي تنقل النقطة A إلى صورتها A' ، تنقل نقاط الشكل جميعها أيضاً بحيث إن:

- مقدار الإزاحة يساوي طول القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها يساوي طول $\overline{AA'}$.
- القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها توازي $\overline{AA'}$.

مثال 1

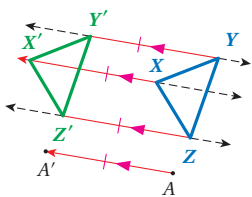
رسم الإزاحة في المستوى

ارسم صورة $\triangle XYZ$ الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A' .



الخطوة 1: باستعمال المسطرة ومثلث الرسم، ارسم من كل رأس من رؤوس المثلث XYZ مستقيماً يوازي $\overline{AA'}$.

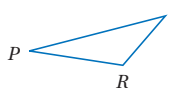
الخطوة 2: قس طول $\overline{AA'}$ ، ثم عيّن على المستقيم المار بالرأس X النقطة X' ، التي تبعد عن X في الاتجاه من A إلى A' مسافةً تساوي طول $\overline{AA'}$.



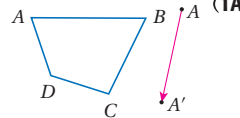
الخطوة 3: كرّر الخطوة 2 لتعيّن Y' ، Z' ، ثم صل الرؤوس X' ، Y' ، Z' لتشكّل المثلث $X'Y'Z'$ الناتج عن الإزاحة.

تحقق من فهمك

(1A-B) انظر ملحق الإجابات



(1B)



(1A)

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 7-2

رسم الصورة الناتجة عن انعكاس حول مستقيم.

الدرس 7-2

رسم الصورة الناتجة عن الإزاحة، ورسم الصورة الناتجة عن الإزاحة في المستوى الإحداثي.

ما بعد الدرس 7-2

رسم الصورة الناتجة عن دوران شكلٍ مستعملاً المنقلة، ورسم الصورة الناتجة عن دوران شكلٍ في المستوى الإحداثي.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

واسأل:

- لماذا تستعمل الفرق العسكرية عادة الإزاحة في تحركها وليس الدوران؟ **إجابة ممكنة:** استعمال الدوران يحول دون مواجهتها جمهور المتفرجين.

- ما أنواع الخطوات التي ينتقل بها أعضاء تلك الفرق؟ **إجابة ممكنة:** إلى الجانبين وإلى الخلف وإلى الأمام.

مصادر الدرس 7-2

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنوع التعليم ص (127)	• تنوع التعليم ص (127, 131)	• تنوع التعليم ص (131)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (17)	• كتاب التمارين ص (17)	• كتاب التمارين ص (17)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (11) • تدريبات المهارات، ص (13) • تدريبات حل المسألة، ص (14)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (11) • تدريبات المهارات، ص (13) • تدريبات حل المسألة، ص (14) • التدريبات الإثرائية، ص (15)	• تدريبات حل المسألة، ص (14) • التدريبات الإثرائية، ص (15)

رسم الإزاحة في المستوى الإحداثي: يمكن رسم الإزاحات في المستوى الإحداثي، إذا علمنا مقدار الإزاحة واتجاهها أفقياً أو رأسياً، فإذا رمزنا للمسافة الأفقية من النقطة الأصلية إلى صورتها بالرمز a ، والمسافة الرأسية من النقطة الأصلية إلى صورتها بالرمز b ، فإنه يمكن التعبير عن هذه الإزاحة بالقاعدة: $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ ، ويمكن استعمال هذه القاعدة لإجراء إزاحة للشكل في المستوى الإحداثي.

رسم الإزاحة

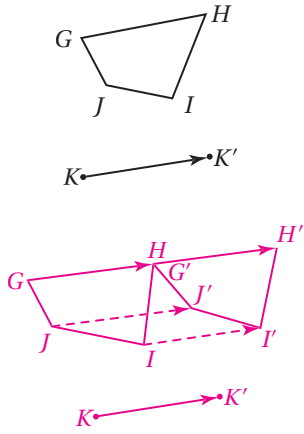
المثال 1 يبين كيفية رسم صورة شكل هندسي الناتجة عن إزاحة بمسافة محددة واتجاه محدد.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلاب المفاهيم.

مثال إضافي

ارسم صورة الشكل أدناه، الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة K إلى النقطة K' .



رسم الإزاحة (الانسحاب) في المستوى الإحداثي

المثالان 2, 3 يبينان كيفية إجراء إزاحة لشكل ما في المستوى الإحداثي، وذلك بتحريكه أفقياً أو رأسياً أو في كلا الاتجاهين.

مفهوم أساسي **الإزاحة في المستوى الإحداثي**

التعبير اللفظي: إزاحة نقطة ما مسافة a وحدة أفقياً، و b وحدة رأسياً، اجمع a إلى الإحداثي x ، و b إلى الإحداثي y .

الرموز: $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$

مثال: إذا كانت: $a = 7, b = 4$ ، فإن صورة النقطة $P(-2, 3)$ الناتجة عن هذه الإزاحة هي $P'(5, 7)$.

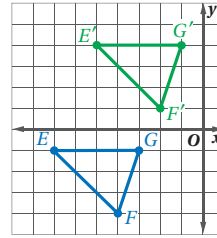
قراءة الرياضيات

الإزاحة الأفقية والإزاحة الرأسية: عندما يكون $b = 0$ ، تكون الإزاحة أفقية فقط، وعندما يكون $a = 0$ ، تكون الإزاحة رأسية فقط.

مثال 2

مثل الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كل مما يأتي بياناً:

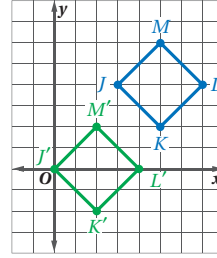
a $\triangle EFG$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $E(-7, -1), F(-4, -4), G(-3, -1)$ ، أزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x + 2, y + 5)$



تدل هذه القاعدة على إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليمين و 5 وحدات إلى أعلى.

(x, y)	$\rightarrow$	$(x + 2, y + 5)$
$E(-7, -1)$	$\rightarrow$	$E'(-5, 4)$
$F(-4, -4)$	$\rightarrow$	$F'(-2, 1)$
$G(-3, -1)$	$\rightarrow$	$G'(-1, 4)$

b المربع $JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه: $J(3, 4), K(5, 2), L(7, 4), M(5, 6)$ ، أزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x - 3, y - 4)$



تدل هذه القاعدة على إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليسار و 4 وحدات إلى أسفل.

(x, y)	$\rightarrow$	$(x - 3, y - 4)$
$J(3, 4)$	$\rightarrow$	$J'(0, 0)$
$K(5, 2)$	$\rightarrow$	$K'(2, -2)$
$L(7, 4)$	$\rightarrow$	$L'(4, 0)$
$M(5, 6)$	$\rightarrow$	$M'(2, 2)$

تحقق من فهمك

2A $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(2, 6), B(1, 1), C(7, 5)$ ، أزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x - 4, y - 1)$

2B الشكل الرباعي $QRST$ الذي إحداثيات رؤوسه: $Q(-8, -2), R(-9, -5), S(-4, -7), T(-4, -2)$ ، أزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x + 7, y + 1)$ **(2A-2B) انظر ملحق الإجابات**

الدرس 7-2 الإزاحة (الانسحاب) 127

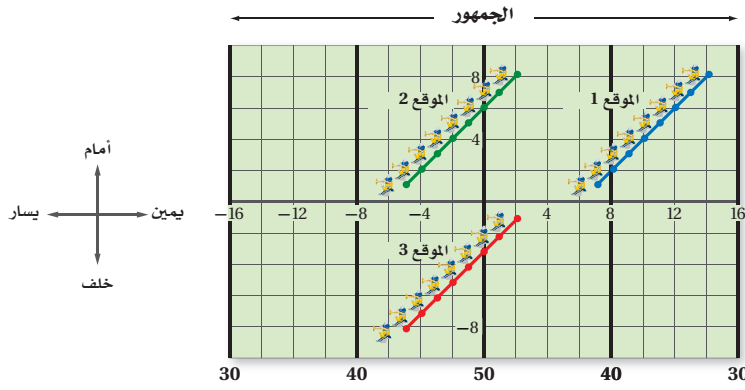
إرشادات للدراسة

الإشارة السالبة: إشارة a السالبة تعني أن الإزاحة إلى اليسار، وإشارة b السالبة تعني أن الإزاحة إلى أسفل.

تنويع التعليم

المتعلمون الحركيون: كوّن ثلاث أو أربع شبكات إحداثية على لوحات كبيرة، وزوّد الطلاب بأشكال مثل: المستطيل وشبه المنحرف وأشكال خماسية وسداسية. ودع الطلاب يتدربوا على إجراء الإزاحة عملياً لهذه الأشكال على الشبكات. يمكن أن يستعمل الطلاب أمثلة من هذا الدرس، أو أن يكونوا أمثلة جديدة خاصة بهم.

استعراض: في استعراض لفرقة عسكرية، يسير الأفراد من الموقع 1 إلى الموقع 2 ثم إلى الموقع 3، وكل وحدة على الشبكة تمثل خطوة واحدة.



(a) اكتب قاعدة لحركة أفراد الفرقة العسكرية عند انتقالهم من الموقع 1 إلى الموقع 2 ثم صفها لفظيًا.

إحدى النقاط في الموقع 1 عند (14, 8)، وتحركت هذه النقطة إلى (2, 8) في الموقع 2، استعمل قاعدة الإزاحة $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ لكتابة معادلتين وحلّهما لإيجاد قيمة كل من a, b .

$$(14 + a, 8 + b) = (2, 8)$$

$$8 + b = 8 \quad 14 + a = 2$$

$$b = 0 \quad a = -12$$

إذن قاعدة هذه الإزاحة هي: $(x, y) \rightarrow (x - 12, y)$

أي أن كلّ من أفراد الفرقة العسكرية تحرك 12 خطوة إلى اليسار، ولم يتحرك أي خطوة إلى الأمام أو إلى الخلف في أثناء انتقاله من الموقع 1 إلى الموقع 2

(b) صِف حركة أفراد الفرقة العسكرية عند انتقالهم من الموقع 1 إلى الموقع 3 باستعمال قاعدة الإزاحة.

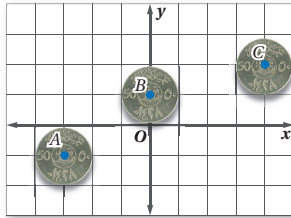
$$(14 + a, 8 + b) = (2, -1)$$

$$8 + b = -1 \quad 14 + a = 2$$

$$b = -9 \quad a = -12$$

إذن قاعدة هذه الإزاحة هي: $(x, y) \rightarrow (x - 12, y - 9)$

تحقق من فهمك



(3) **نقود:** تم تصوير حركة قطعة نقد في مواقع مختلفة على المستوى الإحداثي.

(A) صِف حركة القطعة عند انتقالها من الموقع A إلى الموقع B لفظيًا.

(B) صِف حركة القطعة عند انتقالها من الموقع A إلى الموقع C باستعمال قاعدة الإزاحة. $(x, y) \rightarrow (x + 7, y + 3)$

(3A) تحركت قطعة النقد 3 وحدات إلى اليمين ووحدين إلى أعلى.

مثالان إضافيان

2

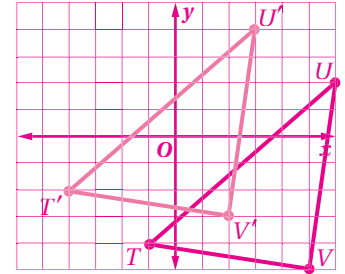
مثل الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كلّ من السؤالين الآتيين:

(a) $\triangle TUV$ الذي إحداثيات رؤوسه:

$$T(-1, -4), U(6, 2),$$

$$V(5, -5), \text{ أزيح وفق القاعدة:}$$

$$(x, y) \rightarrow (x - 3, y + 2)$$



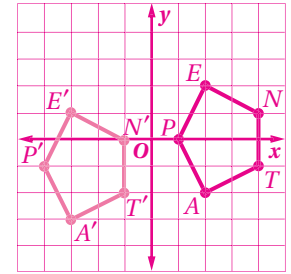
(b) الخماسي PENTA الذي

$$P(1, 0), \text{ إحداثيات رؤوسه:}$$

$$E(2, 2), N(4, 1), T(4, -1),$$

$$A(2, -2), \text{ أزيح وفق القاعدة:}$$

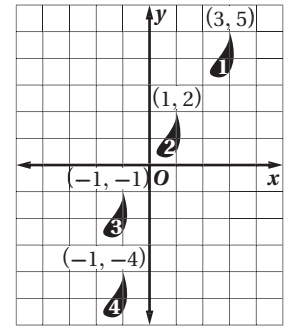
$$(x, y) \rightarrow (x - 5, y - 1)$$



3

صور متحركة: يبين الشكل الآتي

إزاحات متكررة تمثل حركة قطرة المطر.



(a) صِف الإزاحة التي تنقل القطرة من

الموقع 2 إلى الموقع 3 باستعمال

قاعدة الإزاحة، وبالتعبير اللفظي.

$$(x, y) \rightarrow (x - 2, y - 3)$$

أزيحت القطرة وحدتين إلى اليسار

وثلاث وحدات إلى أسفل.

(b) صِف الإزاحة التي تنقل القطرة

من الموقع 3 إلى الموقع 4

باستعمال قاعدة الإزاحة.

$$(x, y) \rightarrow (x, y - 3)$$

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: ارسم مضلعًا

في المستوى الإحداثي، ومثل إزاحة

بسحب المضلع إلى موقع جديد

على المستوى الإحداثي. اطلب إلى

الطلاب أن يجدوا إحداثيات رؤوس

صورة المضلع، وأن يستعملوها

لوصف الإزاحة.

تنبيه!

الإزاحة: عند إزاحة نقطة وفق

قاعدة معينة، انتبه جيدًا للإشارات في

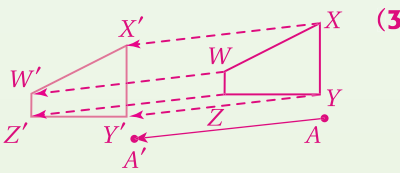
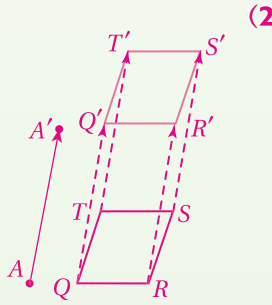
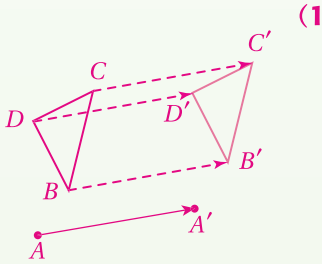
إحداثيات النقطة وفي قاعدة الإزاحة.

3 التدريب

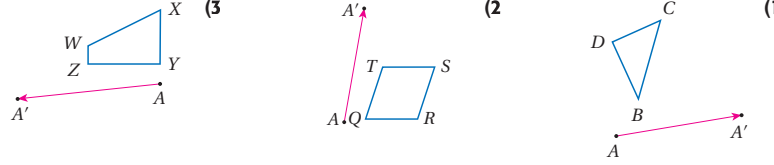
التقويم التكويني

استعمل التمارين 1-7؛ للتأكد من فهم الطلبة، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

إجابات:



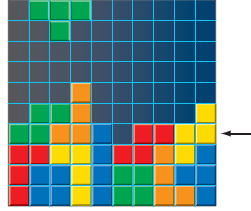
ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A' في كل مما يأتي: (1-3) انظر الهامش.



المثال 1

المثال 2

- مثّل الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كل مما يأتي بيانيًا: (4-6) انظر ملحق الإجابات
- (4) شبه المنحرف JKLM الذي إحداثيات رؤوسه: $J(2, 4)$, $K(1, 1)$, $L(5, 1)$, $M(4, 4)$ ، أزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x + 7, y + 1)$
- (5) $\triangle DFG$ الذي إحداثيات رؤوسه: $D(-8, 8)$, $F(-10, 4)$, $G(-7, 6)$ ، أزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x + 5, y - 2)$
- (6) متوازي الأضلاع WXYZ الذي إحداثيات رؤوسه: $W(-6, -5)$, $X(-2, -5)$, $Y(-1, -8)$, $Z(-5, -8)$ ، أزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x - 1, y + 4)$



المثال 3

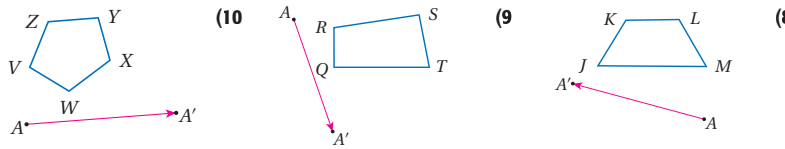
- (7) ألعاب فيديو: إن هدف اللعبة المجاورة هو تحريك القطع الملونة إلى اليمين أو اليسار، عندما تنزل من أعلى الشاشة لملء كل صف دون ترك فراغات فيه. إذا كان الموقع الابتدائي للقطعة في أعلى الشاشة (x, y) ، فاكتب قاعدة لوصف الانسحاب الذي يملأ الصف المشار إليه بالسهم.

$$(x, y) \rightarrow (x + 3, y - 5)$$

تدرب وحل المسائل

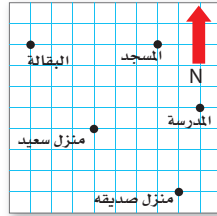
المثال 1

ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A' في كل مما يأتي: (8-10) انظر ملحق الإجابات



المثال 2

- مثّل الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كل مما يأتي بيانيًا: (11-13) انظر ملحق الإجابات
- (11) $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(1, 6)$, $B(3, 2)$, $C(4, 7)$ ، أزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x + 4, y - 1)$
- (12) المستطيل QRST الذي إحداثيات رؤوسه: $Q(-8, 4)$, $R(-8, 2)$, $S(-3, 2)$, $T(-3, 4)$ ، أزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x + 2, y + 3)$
- (13) الشكل الرباعي FGHJ الذي إحداثيات رؤوسه: $F(-4, -2)$, $G(-1, -1)$, $H(0, -4)$, $J(-3, -6)$ ، أزيح وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x - 3, y - 6)$



المثال 3

- (14) مواقع: تبين الشبكة المجاورة بعض المواقع في الحي الذي يقطنه سعيد.
- (a) إذا غادر سعيد منزله، وانتقل 4 وحدات إلى الشمال و 3 وحدات إلى الشرق، فأين يصل؟ المسجد
- (b) صف لفظيًا إزاحتين تنقلان سعيد من المدرسة إلى منزله.

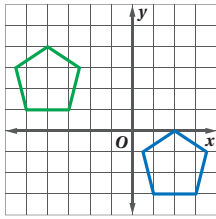
انظر الهامش

الدرس 2-7 الإزاحة (الانسحاب) 129

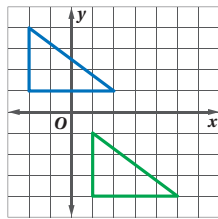
تنويع الواجبات المنزلية

الأُسئلة	المستوى
23-38 ، 21 ، 8-14	دون المتوسط
23-38 ، 19-21 ، 17 ، 15 ، 9-14 فردي	ضمن المتوسط
15-34 ، (اختياري: 35-38)	فوق المتوسط

اكتب قاعدة الإزاحة التي تنقل الشكل الأزرق إلى الشكل الأخضر في كلٍّ من السؤالين الآتيين.



(16)



(15)

$$(x, y) \rightarrow (x + 3, y - 5) \quad (15)$$

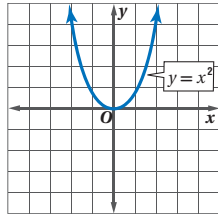
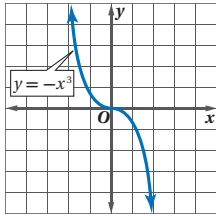
$$(x, y) \rightarrow (x - 6, y + 4) \quad (16)$$

جبر: مثل بيانيًا صورة كلٍّ من الدالتين الآتيتين الناتجة عن الإزاحة المعطاة، ثم اكتب معادلة هذه الصورة.

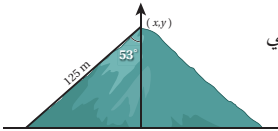
(17-18) انظر الهامش.

$$(x, y) \rightarrow (x - 2, y) \quad (18)$$

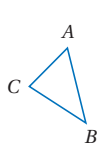
$$(x, y) \rightarrow (x + 4, y + 1) \quad (17)$$



(19) **تضاريس:** طول منحدر تلة من قمته حتى أسفلها 125 m، وقياس الزاوية التي يصنعها مع المستقيم الرأسي 53°، إذا كان موقع منصور عند قمة التلة (x, y)، فاكتب قاعدة الإزاحة التي تمثل انتقاله إلى أسفل التلة. انظر الهامش



(20) **تمثيلات متعددة:** ستستقصي في هذه المسألة نتيجة انعكاسين حول مستقيمين رأسيين.



ℓ

m

(a) **هندسيًا:** ارسم على ورق شفاف $\triangle ABC$ ، والمستقيمين الرأسين ℓ ، m ، وارسم صورة $\triangle ABC$ الناتجة عن الانعكاس حول المستقيم ℓ ، بطي الورقة على امتداد المستقيم ℓ وسم هذه الصورة $\triangle A'B'C'$ ، ثم ارسم صورة $\triangle A'B'C'$ الناتجة عن الانعكاس حول المستقيم m ، بطي الورقة على امتداد المستقيم

m ، وسم هذه الصورة $\triangle A''B''C''$. (a-b) انظر ملحق الإجابات

(b) **هندسيًا:** كرر العملية التي نفذتها في الفرع a لرسم صورة $\triangle DEF$ الناتجة عن انعكاسين متعاقبين حول

المستقيمين الرأسين p ، n ، وصورة $\triangle MNP$ الناتجة عن انعكاسين متعاقبين حول المستقيمين الرأسين q ، r .

(c) **جدولياً:** انسخ الجدول الآتي وأكمله. الإجابات المعطاة هنا هي بعض الإجابات الممكنة.

المسافة بين النقاط المتناظرة (cm)	المسافة بين المستقيمين الرأسين (cm)
C' و C ، B' و B ، A' و A	ℓ ، m
F' و F ، E' و E ، D' و D	n ، p
P' و P ، N' و N ، M' و M	q ، r

(d) **لفظيًا:** صف نتيجة الانعكاسين حول المستقيمين الرأسين باستعمال الإزاحة.

مسائل مهارات التفكير العليا

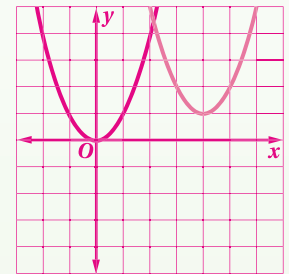
(21) **تبوير:** أجريت إزاحة لشكل ما، وفقًا للقاعدة: $(x, y) \rightarrow (x - 3, y + 8)$ ، ثم إزاحة أخرى للصورة الناتجة وفقًا للقاعدة: $(x, y) \rightarrow (x + 3, y - 8)$. من دون استعمال الرسم، حدّد مكان الشكل النهائي وبرّر إجابتك.

تنبيه لحل سؤال

الورق الشفاف: حل السؤال 20 يتطلب استعمال الورق الشفاف.

تمثيلات متعددة: في السؤال 20، يستعمل الطلاب الرسم الهندسي والجداول والوصف اللفظي؛ لاستقصاء الانعكاسات حول مستقيمين متوازيين.

إجابات:



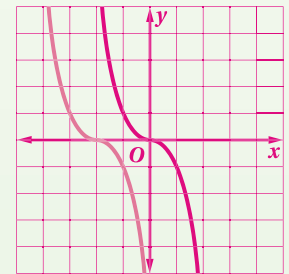
(17)

الإزاحة: $(x, y) \rightarrow (x + 4, y + 1)$

تنقل كل نقطة إلى صورتها بمقدار 4 وحدات إلى اليمين ثم وحدة واحدة إلى أعلى.

معادلة الصورة الناتجة عن الإزاحة هي:

$$y = (x - 4)^2 + 1$$



(18)

الإزاحة: $(x, y) \rightarrow (x - 2, y)$

تنقل كل نقطة إلى صورتها بمقدار وحدتين إلى اليسار.

معادلة الصورة الناتجة عن الإزاحة هي:

$$y = -(x + 2)^3 \text{ أو } y = -(x - (-2))^3$$

(19) **استعمل النسب المثلثية وزوايا الارتفاع والانخفاض لإيجاد قيمة كلٍّ**

من: x ، y .

$$\sin 53^\circ = \frac{x}{125}$$

$$x \approx 100$$

$$\cos 53^\circ = \frac{y}{125}$$

$$y \approx 75$$

$$(x, y) \rightarrow (x - 100, y - 75)$$

4 التقويم

فهم الرياضيات: أنشئ على السبورة رسوماً تمثل إزاحات، أو ارسم بعض الإزاحات المختارة من الكتاب، ثم اطلب إلى الطلاب أن يصفوها بصوتٍ واضحٍ.

التقويم التكويني

تحقق من استيعاب الطلاب مفاهيم الدرسين: 1-7 و 2-7 بإعطائهم:

الاختبار القصير 1 صفحة (49).

(22) **تحذّر:** أزيح المستقيم $y = mx + b$ وفق القاعدة $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$. اكتب معادله صورته

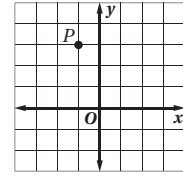
الناجمة عن هذه الإزاحة. ما مقطع المحور y للمستقيم الجديد؟ $y = m(x - a) + 2b; 2b - ma$

(23) **اكتب:** تذكر من الدرس السابق أن النقطة الثابتة هي النقطة التي تنطبق صورتها عليها. هل توجد نقاط ثابتة في الإزاحة؟ وضح أسباب وجودها أو أسباب عدم وجودها. **انظر الهامش**

تدريب على اختبار

(24) أوجد صورة النقطة P الناتجة عن الإزاحة:

$$D. (x, y) \rightarrow (x + 3, y + 1)$$



- A (0, 6) C (2, -4)
B (0, 3) D (2, 4)

(25) يحتوي كيس على 5 كرات حمراء وكرتين زرقاوين و 4 كرات بيضاء وكرة واحدة صفراء. إذا سُحب من الكيس كرتان على التوالي من دون إرجاع، فما احتمال سحب كرتين بيضاوين؟ **B**

- A $\frac{1}{66}$ B $\frac{1}{11}$ C $\frac{1}{9}$ D $\frac{5}{33}$

(26) **إجابة قصيرة:** ما قاعدة الإزاحة التي تنقل النقطة $A(3, -5)$ إلى النقطة $A'(-2, -8)$ ؟

$$(x, y) \rightarrow (x - 5, y - 3)$$

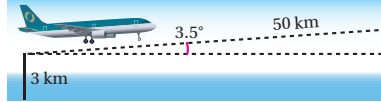
مراجعة تراكمية

مثل كل شكل مما يأتي بيانياً، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد. (الدرس 1-7) (27-29) **انظر الهامش.**

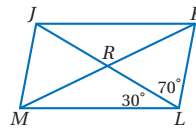
(27) $\overline{DJ}$ التي إحداثيات طرفيها $D(4, 4)$, $J(-3, 2)$ بالانعكاس حول المحور y .

(28) $\triangle XYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه: $X(0, 0)$, $Y(3, 0)$, $Z(0, 3)$ بالانعكاس حول المحور x .

(29) $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(-3, -1)$, $B(0, 2)$, $C(3, -2)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.



(30) **الملاحظة الجوية:** كان ارتفاع طائرة 3 km فوق سطح البحر عندما بدأت بالارتفاع بزاوية 3.5° ، إذا بقيت هذه الزاوية ثابتة، فكم كيلو متراً يكون ارتفاعها فوق سطح البحر بعد طيرانها مسافة 50 km؟ (مهارة سابقة) **6.1 km تقريباً**

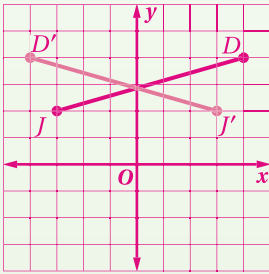


أوجد كلًا من القياسات الآتية مستعملًا $\square JKLM$ المجاور. (الدرس 5-2)

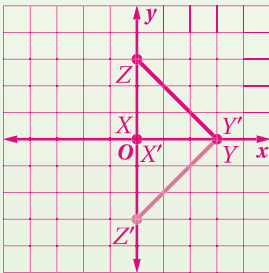
- (31) $m\angle MJK = 100^\circ$ (32) $m\angle JML = 80^\circ$
(33) $m\angle JKL = 80^\circ$ (34) $m\angle KJL = 30^\circ$

إجابات:

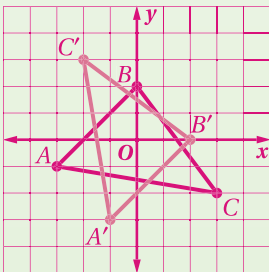
(23) **إجابة ممكنة:** لا؛ لأنه يجب أن تتحرك النقطة حتى تتم الإزاحة، ويبقى الشكل محافظاً على هيئته، فلا يمكن أن تبقى أي نقطة ثابتة في الإزاحة، وإذا بقيت أي نقطة ثابتة، فعندئذ تكون الصورة هي الشكل الأصلي نفسه.



(27)



(28)

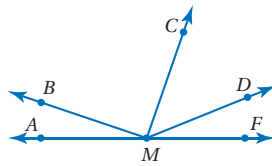


(29)

استعد للدرس اللاحق

صنّف كلًا من الزوايا الآتية إلى قائمة أو حادة أو منفرجة، ثم استعمل المنقلة لقياس الزاوية إلى أقرب درجة.

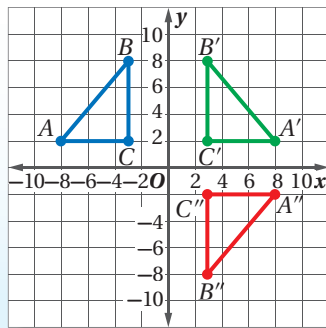
- (35) $\angle AMC$ منفرجة؛ 110° (36) $\angle FMD$ حادة؛ 20°
(37) $\angle BMD$ منفرجة؛ 140° (38) $\angle CMB$ قائمة؛ 90°



الدرس 2-7 الإزاحة (الانسحاب) 131

تنويع التعليم

توسّع: ما نوع التحويل الهندسي الذي يمثله انعكاسان متتاليان حول محورين متقاطعين؟ استعمل المستوى الإحداثي لتوضيح إجابتك. **دوران.**





مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 2 - 7

دون				دون المتوسط				ضمن				فوق المتوسط				فوق															
تدريبات إعادة التعليم (11)																تدريبات إعادة التعليم - تمه (12)															
الاسم								التاريخ								الاسم								التاريخ							
7-2 تدريبات إعادة التعليم								7-2 تدريبات إعادة التعليم								7-2 تدريبات إعادة التعليم								7-2 تدريبات إعادة التعليم							
الإزاحة (الانسحاب)								الإزاحة (الانسحاب)								الإزاحة (الانسحاب)								الإزاحة (الانسحاب)							
رسم الإزاحة (الانسحاب):																رسم الإزاحة في المستوى الإحداثي:															
تعلمت أن الانسحاب هو تحويل هندسي ينقل الشكل من موقع إلى آخر من دون تدويره، حيث يتم نقل جميع نقاط الشكل المسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه، ويمكن التعبير عن الإزاحة (الانسحاب) ككل تنقل من الشكل بنقله مسافة طويلاً AA' ، حيث إن A' هي صورة النقطة A الناتجة عن الإزاحة (الانسحاب) إلى A' .																يمكن رسم الإزاحات في المستوى الإحداثي، إذا علمنا مقدار الإزاحة واتجاهها أفقياً أو رأسياً، فإذ رمزنا للمسافة الأفقية من النقطة الأصلية إلى صورتها بالرمز a ، والمسافة الرأسية من النقطة الأصلية إلى صورتها بالرمز b ، فلهذا يمكن التعبير عن هذه الإزاحة بالقاعدة $(x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ ، ويمكن استعمال هذه القاعدة لإجراء إزاحة للشكل في المستوى الإحداثي.															
مثال 2: ارسم صورة $\triangle ABC$ الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة M إلى النقطة M' .																مثال: إحداثيات رؤوس المثلث $RECT$ هي: $R(-2, -1)$ ، $E(-2, 2)$ ، $C(3, 2)$ ، $T(3, -1)$.															
الخطوة 1: ارسم من كل رأس مستقيماً يوازي MM' .																مثل بياني المثلث $RECT$ وصورة الناتجة عن إزاحة وفق القاعدة: $(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$.															
الخطوة 2: قس طول MM' وعين على المستقيم المار بالرأس A النقطة A' بحيث يكون بُعد الصورة عن النقطة الأصلية يساوي طول MM' في الاتجاه من M إلى M' .																تقل هذه الإزاحة كل نقطة من نقاط المثلث وحدتين إلى اليمين ووحدة واحدة إلى أسفل.															
الخطوة 3: كرر الخطوة 2 لتعين B' ، ثم صل الرؤوس A' ، B' ، C' لتشكل المثلث $A'B'C'$ الناتج عن الإزاحة.																$(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$															
تمارين																$R(-2, -1) \rightarrow R'(-2 + 2, -1 - 1) = R'(0, -2)$															
ارسم صورة كل من الأشكال الآتية بالإزاحة التي تنقل النقطة L إلى L' .																$E(-2, 2) \rightarrow E'(-2 + 2, 2 - 1) = E'(0, 1)$															
(1)																$C(3, 2) \rightarrow C'(3 + 2, 2 - 1) = C'(5, 1)$															
(2)																$T(3, -1) \rightarrow T'(3 + 2, -1 - 1) = T'(5, -2)$															
(3)																مثل بياني المثلث $RECT$ وصورة $RECT'$.															
(4)																تمارين															
(5)																مثل بياني كل من الأشكال الآتية وصورة الناتجة عن الإزاحة المحددة في كل مما يأتي:															
(6)																(1) الشكل الرباعي $TUVW$ الذي إحداثيات رؤوسه:															
الفصل 7، التحويلات الهندسية																$T(-3, -8)$ ، $U(-6, 3)$ ، $V(3, 0)$ ، $W(0, 3)$ ، أجب وفق القاعدة:															
11																$(x, y) \rightarrow (x + 4, y + 5)$															
الصف: الأول الثانوي																2															
7، التحويلات الهندسية																3															
7، التحويلات الهندسية																4															
7، التحويلات الهندسية																5															
7، التحويلات الهندسية																6															
7، التحويلات الهندسية																7															
7، التحويلات الهندسية																8															
7، التحويلات الهندسية																9															
7، التحويلات الهندسية																10															
7، التحويلات الهندسية																11															
7، التحويلات الهندسية																12															
7، التحويلات الهندسية																13															
7، التحويلات الهندسية																14															
7، التحويلات الهندسية																15															
7، التحويلات الهندسية																16															
7، التحويلات الهندسية																17															
7، التحويلات الهندسية																18															
7، التحويلات الهندسية																19															
7، التحويلات الهندسية																20															
7، التحويلات الهندسية																21															
7، التحويلات الهندسية																22															
7، التحويلات الهندسية																23															
7، التحويلات الهندسية																24															
7، التحويلات الهندسية																25															
7، التحويلات الهندسية																26															
7، التحويلات الهندسية																27															
7، التحويلات الهندسية																28															
7، التحويلات الهندسية																29															
7، التحويلات الهندسية																30															
7، التحويلات الهندسية																31															
7، التحويلات الهندسية																32															
7، التحويلات الهندسية																33															
7، التحويلات الهندسية																34															
7، التحويلات الهندسية																35															
7، التحويلات الهندسية																36															
7، التحويلات الهندسية																37															
7، التحويلات الهندسية																38															
7، التحويلات الهندسية																39															
7، التحويلات الهندسية																40															
7، التحويلات الهندسية																41															
7، التحويلات الهندسية																42															
7، التحويلات الهندسية																43															
7، التحويلات الهندسية																44															
7، التحويلات الهندسية																45															
7، التحويلات الهندسية																46															
7، التحويلات الهندسية																47															
7، التحويلات الهندسية																48															
7، التحويلات الهندسية																49															
7، التحويلات الهندسية																50															
7، التحويلات الهندسية																51															
7، التحويلات الهندسية																52															
7، التحويلات الهندسية																53															
7، التحويلات الهندسية																54															
7، التحويلات الهندسية																55															
7، التحويلات الهندسية																56															
7، التحويلات الهندسية																57															
7، التحويلات الهندسية																58															
7، التحويلات الهندسية																59															
7، التحويلات الهندسية																60															
7، التحويلات الهندسية																61															
7، التحويلات الهندسية																62															
7، التحويلات الهندسية																63															
7، التحويلات الهندسية																64															
7، التحويلات الهندسية																65															
7، التحويلات الهندسية																66															
7، التحويلات الهندسية																67															
7، التحويلات الهندسية																68															
7، التحويلات الهندسية																69															
7، التحويلات الهندسية																70															
7، التحويلات الهندسية																71															
7، التحويلات الهندسية																72															
7، التحويلات الهندسية																73															
7، التحويلات الهندسية																74															
7، التحويلات الهندسية																75															
7، التحويلات الهندسية																76															
7، التحويلات الهندسية																77															
7، التحويلات الهندسية																78															
7، التحويلات الهندسية																79															
7، التحويلات الهندسية																80															
7، التحويلات الهندسية																81															
7، التحويلات الهندسية																82															
7، التحويلات الهندسية																83															
7، التحويلات الهندسية																84															
7، التحويلات الهندسية																85															
7، التحويلات الهندسية																86															
7، التحويلات الهندسية																87															
7، التحويلات الهندسية																88															
7، التحويلات الهندسية																89															
7، التحويلات الهندسية																90															
7، التحويلات الهندسية																91															
7، التحويلات الهندسية																92															
7، التحويلات الهندسية																93															
7، التحويلات الهندسية																94															
7، التحويلات الهندسية																95															
7، التحويلات الهندسية																96															
7، التحويلات الهندسية																97															
7، التحويلات الهندسية																98															
7، التحويلات الهندسية																99															
7، التحويلات الهندسية																100															



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 2 - 7

فوق المتوسط

ضمن المتوسط

دون المتوسط

فوق

ضمن

دون

كتاب التمارين (17)

فوق

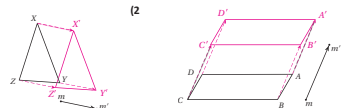
ضمن

التدريبات الإثرائية (15)

التمارين الإثرائية (17)

7-2 الإزاحة (الانسحاب)

ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة m إلى النقطة m' في السؤالين الآتيين:

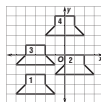


مُثل الشكل وصورة الناتجة عن الإزاحة المحددة في كل من السؤالين الآتيين بيانيًا:

- (3) المربع $TUVW$ الذي إحداثيات رؤوسه: $T(-1, 1), U(4, 2), W(1, 5), X(-1, 3)$
 أزيح وفق القاعدة: $(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 4)$
- (4) الخماسي $DEFGH$ الذي إحداثيات رؤوسه: $D(-1, -2), E(2, -1), F(5, -2), G(4, -4), H(1, -4)$
 أزيح وفق القاعدة: $(x, y) \rightarrow (x - 1, y + 5)$



هندسة إبداعية، أوجد قاعدة الإزاحة التي تنقل كلًا من الأشكال الآتية في المستوى الإحداثي:



(5) الشكل 1 → الشكل 2 $(x, y) \rightarrow (x + 4, y + 2)$

(6) الشكل 2 → الشكل 3 $(x, y) \rightarrow (x - 4, y + 1)$

(7) الشكل 3 → الشكل 4 $(x, y) \rightarrow (x + 3, y + 4)$

17

التاريخ

الاسم

7-2 التدريبات الإثرائية

الإزاحة في المستوى الإحداثي

يمكنك استعمال قاعدة الانعكاس، لتبين أن نتيجة انعكاسين حول مستقيمين متوازيين هي إزاحة.

(1) إذا كان لدينا الانعكاسان الآتيان، بحيث a و b عدنان حقيقيان مختلفان قاعدتهما هما:

قاعدة الانعكاس الأول: $(x, y) \rightarrow (-x + 2a, y)$

قاعدة الانعكاس الثاني: $(x, y) \rightarrow (-x + 2b, y)$

أي أن الانعكاس الأول حول المستقيم a ، والانعكاس الثاني حول المستقيم b .

(a) أوجد قاعدة التحويل الهندسي المركب:

"الانعكاس الأول متبوعًا بالانعكاس الثاني"

$(x, y) \rightarrow (x + 2(b - a), y)$

(b) أوجد قاعدة التحويل الهندسي المركب:

"الانعكاس الثاني متبوعًا بالانعكاس الأول"

$(x, y) \rightarrow (x + 2(a - b), y)$

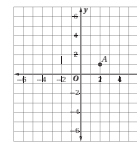
(2) تأمل النتيجة التي توصلت إليها في السؤال 1.

ما الذي تدلُّ عليه هاتان النتيجةان حول علاقة المسافة بين المستقيمين المتوازيين مع نقطة وصورتهما بالانعكاسين حول هذين المستقيمين المتوازيين؟

المسافة بين كل نقطة وصورتها تساوي ضعف المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

(3) وضح بالرسم إجابتيك عن السؤالين 1 و 2، استعمل ورقة إضافية إذا كان ذلك ضروريًا.

انظر إجابات الطلاب.



الفصل 7، التحويلات الهندسية

15

المصف، الأول الثانوي

1 التركيز

الهدف

استكشاف خصائص الدوران.

المواد اللازمة لكل
مجموعة

- أوراق شفافة
- مسطرة
- منقلة

إرشادات للتدريس

إن هدف معمل الهندسة هذا هو توضيح خصائص الدوران، ولكي تكون هذه الخصائص واضحة وظاهرة، وجّه الطلاب ليحرصوا على أن تكون القياسات في الخطوة 4 من النشاط، وفي السؤال 1 دقيقة جداً.

2 التدريس

العمل في مجموعات
متعاونة

نظّم الطلاب مجموعات ثنائية متفاوتة القدرات، ثم اطلب إليهم حل السؤالين 1-2 واسأل:

- ماذا تلاحظ حول الأطوال المقاسة في الخطوة 4؟ $AP = A'P$, $BP = B'P$, $CP = C'P$, $DP = D'P$

- أين تضع مركز المنقلة كي تقيس زاوية الدوران 90° في السؤال 1؟ أضع مركز المنقلة على نقطة الأصل في المستوى الإحداثي.

- كيف تحدد الإحداثي x والإحداثي y لرؤوس المثلثين $J'K'L'$ و $J''K''L''$ ؟ تحدد الإحداثيات بتعيين الصورة على المستوى الإحداثي وإيجاد إحداثيات كل رأس.

3 التقويم

التقويم التكويني

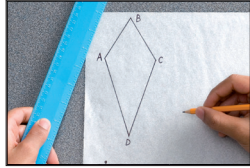
استعمل السؤالين 3 و4؛ لتقويم فهم الطلاب خصائص الدوران.

من المحسوس إلى المجرد

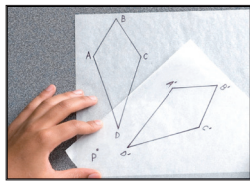
اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا تمثيلاً جبرياً لما يطرأ على الإحداثي x والإحداثي y عند تدوير نقطة بزاوية 90° ، 180° و 270° حول نقطة الأصل.

درست سابقاً التماثل الدوراني حول نقطة، والذي يحرك الشكل حول نقطة ثابتة تسمى مركز الدوران بزاوية معينة وفي اتجاه محدد، وستستعمل الورق الشفاف في هذا النشاط لاستكشاف خصائص الدوران.

نشاط استكشاف الدوران باستعمال الورق الشفاف



الخطوة 1



الخطوات 2, 3

الخطوة 1: ارسم في قطعة من الورق الشفاف الشكل الرباعي ABCD والنقطة P.

الخطوة 2: انسخ الشكل الرباعي ABCD والنقطة P في قطعة أخرى من الورق الشفاف، وسمّ الشكل الجديد $A'B'C'D'$.

الخطوة 3: ضع الورقتين بحيث تنطبق النقطة P من الأولى على النقطة P من الثانية، ودور الورقتين بحيث لا يكون هناك تداخل بين ABCD و $A'B'C'D'$ ، وألصق الورقتين معاً.

الخطوة 4: قس المسافة بين النقطة P وكل رأس من رؤوس الشكلين ABCD و $A'B'C'D'$ ، ثم انقل الجدول الآتي وأكمّله.

الشكل الرباعي	الطول			
ABCD	AP	BP	CP	DP
	15 mm	22 mm	17 mm	5 mm
$A'B'C'D'$	$A'P$	$B'P$	$C'P$	$D'P$
	15 mm	22 mm	17 mm	5 mm

تمارين:

1) انسخ $\triangle JKL$ الموضح في الشكل المجاور الذي إحداثيات رؤوسه هي: $J(1, 3)$, $K(2, 1)$, $L(3, 4)$ في قطعة من الورق الشفاف ثم أجب عما يأتي:

(a) استعمل الورق الشفاف والمنقلة لتدوير كل رأس بزاوية 90° في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل. ما إحداثيات رؤوس صورة المثلث الناتجة عن الدوران؟

(b) استعمل الورق الشفاف والمنقلة لتدوير $\triangle JKL$ بزاوية 180° حول نقطة الأصل.

ما إحداثيات رؤوس صورة المثلث الناتجة عن الدوران؟ **انظر الهامش.**

(c) استعمل صيغة المسافة بين نقطتين؛ لإيجاد المسافة بين نقطة الأصل وكل من النقاط J , K , L . ثم أوجد المسافة بين نقطة الأصل وكل من رؤوس المثلثين $J'K'L'$, $J''K''L''$.

$$OJ = OJ' = OJ'' = \sqrt{10}; OK = OK' = OK'' = \sqrt{5}; OL = OL' = OL'' = 5$$

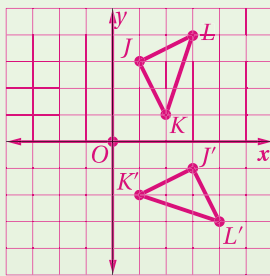
2) **اكتب:** إذا تم تدوير النقطة $(4, 2)$ في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل بزاوية 90° ، وبزاوية 180° ، فما التغيير الذي يطرأ على الإحداثي x وعلى الإحداثي y ؟ **انظر الهامش.**

3) **تخمين:** ما إحداثيات صورة النقطة (x, y) الناتجة عن دوران بزاوية 270° في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟ $(-y, x)$

4) **تخمين:** اكتب تخميناً حول المسافة بين مركز الدوران P ، والرؤوس المتناظرة للشكلين $ABCD$, $A'B'C'D'$. **انظر الهامش.**

إجابات:

1(a) $J'(3, -1)$, $K'(1, -2)$, $L'(4, -3)$



1(b) $J''(-3, 1)$, $K''(-1, 2)$, $L''(-4, 3)$

2) يتبدل الإحداثيان x , y عند تدوير النقطة بزاوية 90° ، وتتغير إشارة الإحداثي x ، وعند التدوير بزاوية 180° تتغير إشارة كلا الإحداثيين.

4) بُعد كل نقطة عن مركز الدوران يساوي بُعد صورتها عنه.

1 التركيز

التربط الرأسي

ما قبل الدرس 7-3

رسم صورة شكل بالانعكاس حول مستقيم، وفي المستوى الإحداثي.
رسم صورة شكل بالانسحاب في المستوى، وفي المستوى الإحداثي.

الدرس 7-3

رسم الصورة الناتجة عن دوران شكل مستعملاً المنقلة، ورسم الصورة الناتجة عن دوران شكل في المستوى الإحداثي.

ما بعد الدرس 7-3

رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب تحويلين هندسيين أحدهما هو الانعكاس.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

واسأل:

- ما الأشياء التي تدور في مراوح الهواء؟ أذرع المروحة
- ما المصطلح الهندسي الذي يمكن أن تُطلقه على العلبة التي تتصل بها الأذرع؟ مركز الدوران
- إذا كانت الزوايا بين الأذرع متساوية، فما قياس كل منها؟ 120°



لماذا؟

استُعملت الطاقة المتولدة من المراوح الهوائية في الماضي؛ لضخّ الماء أو لطحن الحبوب، أما في الوقت الحاضر، فيمكن أن تكون مراوح الهواء الحديثة بديلاً مهماً عن الوقود الأحفوري (النفط والغاز والفحم). إذ تُحوّل هذه المراوح طاقة الرياح إلى طاقة كهربائية.

رسم الأشكال الناتجة عن الدوران: تعلمت أن الدوران يحرك كل نقطة في الشكل الأصلي بزاوية محددة وفي اتجاه محدد حول نقطة ثابتة.

مفهوم أساسي

الدوران

الدوران حول نقطة ثابتة (تسمى **مركز الدوران**) بزاوية معينة قياسها x° واتجاه معين، يحول النقطة إلى صورتها بحيث:

- إذا كانت النقطة هي مركز الدوران، فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير مركز الدوران، فإن النقطة الأصلية وصورتها تبعدان المسافة نفسها عن مركز الدوران، والزاوية المتشكلة من النقطة ومركز الدوران والصورة تُسمى **زاوية الدوران** وقياسها يساوي x° .

أضف إلى مطوبتك

هي صورة A الناتجة عن دوران بزاوية 120° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة C .



يمكن أن يكون اتجاه الدوران في اتجاه حركة عقارب الساعة أو عكس اتجاه حركة عقارب الساعة. ومن الآن فصاعداً سيكون كل دوران عكس اتجاه حركة عقارب الساعة إلا إذا ورد خلاف ذلك.

رسم الشكل الناتج عن الدوران

مثال 1

استعمل منقلة ومسطرة لرسم صورة $\triangle ABC$ الناتجة عن دوران بزاوية 140° حول النقطة K .

الخطوة 1: ارسم قطعة مستقيمة من الرأس A إلى النقطة K .



الخطوة 2: ارسم زاوية قياسها 140° تكون $\overline{KA'}$ أحد ضلعيها.



كرر الخطوات 1-3 للرأسين B و C ثم ارسم $\triangle A'B'C'$.

الدرس 7-3 الدوران 133

فيما سبق:

درست التماثل الدوراني حول نقطة.

(مهارة سابقة)

والآن:

■ أرسم الصورة الناتجة عن دوران شكل مستعملاً المنقلة.

■ أرسم الصورة الناتجة عن دوران شكل في المستوى الإحداثي.

المفردات:

الدوران

rotation

مركز الدوران

center of rotation

زاوية الدوران

angle of rotation

www.obeikaneducation.com

إرشادات للدراسة

تحويلات التطابق:

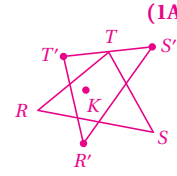
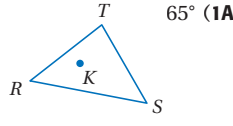
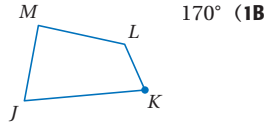
الدوران هو تحويل تطابق أيضاً، فهو يحافظ على الأبعاد وقياسات الزوايا وترتيب مواقع النقاط والاستقامة، حيث تكون فيه الصورة مطابقة للشكل الأصلي.

مصادر الدرس 7-3

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم ص (134, 135)	• تنويع التعليم ص (134, 135)	• تنويع التعليم ص (134, 135)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (18)	• كتاب التمارين ص (18)	• كتاب التمارين ص (18)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (16)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (16)	• تدريبات حل المسألة، ص (19)
	• تدريبات المهارات، ص (18)	• تدريبات المهارات، ص (18)	• التدريبات الإثرائية، ص (20)
	• تدريبات حل المسألة، ص (19)	• تدريبات حل المسألة، ص (19)	• التدريبات الإثرائية، ص (20)

تحقق من فهمك

استعمل منقلة ومسطرة؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كل من السؤالين الآتيين:



رسم الصورة الناتجة عن الدوران

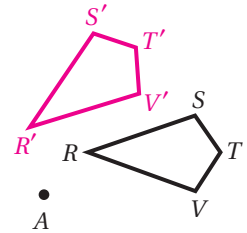
المثال 1 يبين كيفية رسم دوران في المستوى.

التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من استيعاب الطلاب المفاهيم.

مثال إضافي

استعمل منقلة ومسطرة لرسم صورة الشكل الرباعي $RSTV$ الناتجة عن دوران حول النقطة A بزاوية 45°



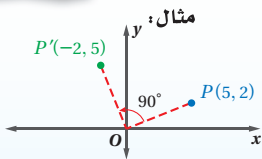
مفهوم أساسي

الدوران في المستوى الإحداثي

الدوران بزاوية 90°

عند تدوير نقطة بزاوية 90° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي y في -1 ، ثم بدّل موقعي الإحداثيين x, y .

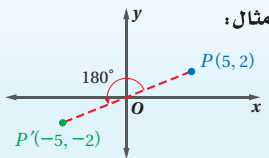
الرموز: $(x, y) \rightarrow (-y, x)$



الدوران بزاوية 180°

عند تدوير نقطة بزاوية 180° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب كلا من الإحداثيين x, y في -1 .

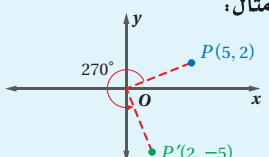
الرموز: $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$



الدوران بزاوية 270°

عند تدوير نقطة بزاوية 270° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي x في -1 ، ثم بدّل موقعي الإحداثيين x, y .

الرموز: $(x, y) \rightarrow (y, -x)$



مثال 2

الدوران في المستوى الإحداثي

إحداثيات رؤوس المثلث PQR هي: $P(1, 1)$, $Q(4, 5)$, $R(5, 1)$. مثلّ بيانيًا $\triangle PQR$ وصورته الناتجة عن دوران بزاوية 90° حول نقطة الأصل.

اضرب الإحداثي y لكل رأس في -1 ثم بدّل الإحداثيين.

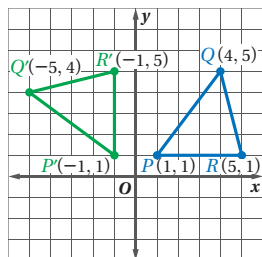
الرموز: $(x, y) \rightarrow (-y, x)$

$P(1, 1) \rightarrow P'(-1, 1)$

$Q(4, 5) \rightarrow Q'(-5, 4)$

$R(5, 1) \rightarrow R'(-1, 5)$

ثم مثلّ $\triangle PQR$ وصورته $\triangle P'Q'R'$ في المستوى الإحداثي.



انظر الهامش.

تحقق من فهمك

(2) إحداثيات رؤوس متوازي الأضلاع $FGHJ$ هي: $F(2, 1)$, $G(7, 1)$, $H(6, -3)$, $J(1, -3)$. مثلّ بيانيًا $FGHJ$ وصورته الناتجة عن دوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل.

إرشادات للدراسة

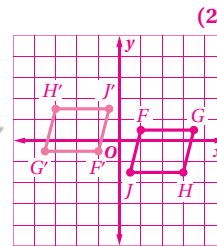
الدوران في اتجاه حركة عقارب الساعة؛

يُشير قياس زاوية الدوران السالب إلى أنه في اتجاه حركة عقارب الساعة. فالدوران بزاوية 90° حول نقطة الأصل هو دوران بزاوية 90° في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

إرشادات للدراسة

الدوران بزاوية 360° ؛

الدوران بزاوية 360° حول نقطة ما يُعيد الشكل إلى وضعه الأصلي؛ أي أن الصورة الناتجة عن دوران بزاوية 360° هي الشكل الأصلي نفسه.



التعليم باستعمال التقنيات

برمجية تحرير الصور؛

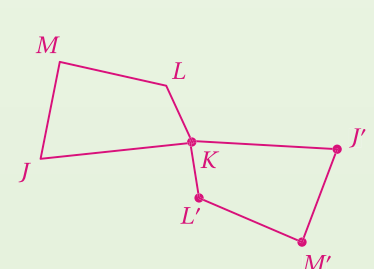
اعرض على الطلاب عدة صور رقمية التقطت في أثناء وضع الكاميرا بزاويا مختلفة، ثم اطلب إليهم أن يستعملوا برمجية تحرير الصور لتدوير الصور حتى تأخذ الوضع الصحيح المعتدل، ثم اطلب إليهم أن يربطوا بين الصورة التي يشاهدونها وزاوية الدوران الذي استعملوه واتجاهه.

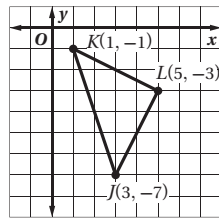
تنويع التعليم

دون ضمن فون

المتعلمون المنطقيون / الرياضيون: اطلب إلى الطلاب تطوير نظام لتدوير الأشكال، وذلك وفقًا للخطوات التالية: أولاً: يجب عليهم قراءة المسألة وفهمها جيدًا، ثم رسم الشكل المطلوب تدويره وفقًا للمعطيات المحددة، تحديد اتجاه الدوران، وأخيرًا: تطبيق الدوران. يمكن للطلاب استعمال نظام مشابه لهذا النظام في تدوير الأشكال أو أن يطوروا نظامًا خاصًا بهم.

إجابة (تحقق من فهمك):





ما صورة النقطة J الناتجة عن دوران $\triangle JKL$ بزاوية 270° حول نقطة الأصل؟

- A $(-3, -7)$
B $(-7, 3)$
C $(-7, -3)$
D $(7, -3)$

اقرأ سؤال الاختبار

لقد أعطيت $\triangle JKL$ الذي إحداثيات رؤوسه: $J(3, -7)$, $K(1, -1)$, $L(5, -3)$ ، وطُلب إليك أن تحدد إحداثيات صورة النقطة J الناتجة عن دوران بزاوية 270° عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

حل سؤال الاختبار

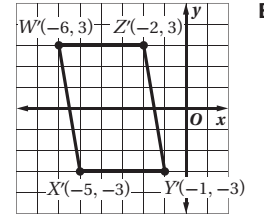
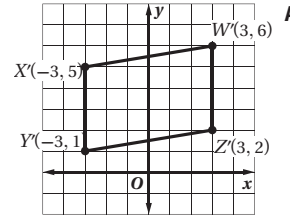
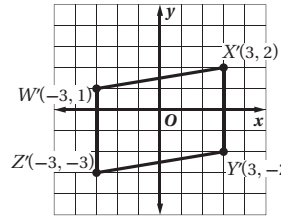
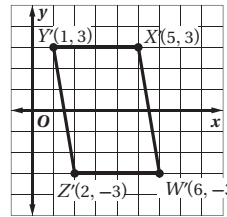
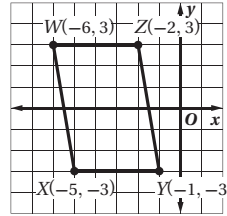
لإيجاد إحداثيات صورة النقطة J الناتجة عن الدوران بزاوية 270° عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي x في -1 ، ثم بدّل الإحداثيين x, y

$$(x, y) \rightarrow (y, -x)$$

فالإجابة الصحيحة هي C.

تحقق من فهمك

3 تم تدوير متوازي الأضلاع $WXYZ$ في الشكل المجاور بزاوية 180° عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل، أيّ الأشكال الآتية يمثل صورة متوازي الأضلاع الناتجة عن الدوران؟ C



إرشادات للمعلم الجديد

اتجاه الدوران ومركزه:

أكد على أن الدوران يكون حول نقطة الأصل، وعكس اتجاه عقارب الساعة، إلا إذا ورد خلاف ذلك في نص السؤال.

رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي

المثالان 2, 3 يبينان كيفية رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي.

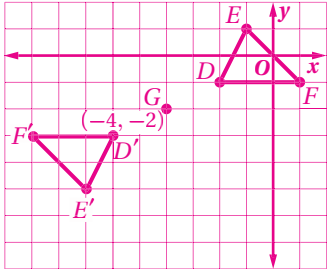
مثالان إضافيان

إحداثيات رؤوس المثلث DEF هي:

$$D(-2, -1), E(-1, 1), F(1, -1)$$

ممثل بيانياً $\triangle DEF$

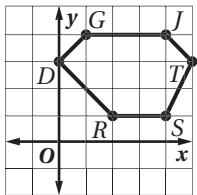
وصورته الناتجة عن دوران بزاوية 180° مع اتجاه عقارب الساعة حول النقطة $G(-4, -2)$.



يبيّن الشكل الآتي السداسي

$DGJTSR$. ما صورة النقطة T

الناتجة عن دوران بزاوية 90° عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل؟ C



- A $(5, -3)$
B $(-5, -3)$
C $(-3, 5)$
D $(3, -5)$

إرشادات للدراسة

الدوران 270° :

يمكن إجراء دوران بزاوية 270° بعمل دورتين متعاقبتين: أحدهما بزاوية 90° والآخر بزاوية 180° . كما يمكن إجراء هذا الدوران أيضاً بعمل دوران بزاوية 90° في اتجاه عقارب الساعة.

إرشادات للاختبار

حل مسألة أبسط:

يمكنك أن تتحقق من صورة رأس واحد فقط مثل النقطة X هنا، بدلاً من التحقق من صور رؤوس متوازي الأضلاع $WXYZ$ كلها، فإذا كانت صحيحة فأكمل للرؤوس الباقية، وإلا فانتقل إلى شكل آخر.

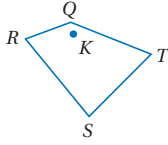


توسع: ما قياس أصغر زاوية يدورها الشكل حتى ينطبق على نفسه؟ 72°

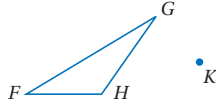
استعمل منقلةً ومسطرةً؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

المثال 1

(2) 240° انظر الهامش .



(1) 45° انظر الهامش .



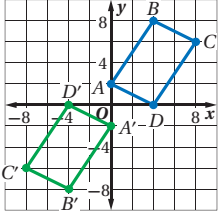
(3) إحداثيات رؤوس المثلث DFG هي: $D(-2, 6)$, $F(2, 8)$, $G(2, 3)$ ، مثل بيانيًا $\triangle DFG$ وصورته الناتجة عن دوران بزاوية 270° حول نقطة الأصل . انظر الهامش .

المثال 2

المثال 3

(4) اختيار من متعدد: الشكل المجاور يبين الشكل الرباعي $ABCD$ وصورته $A'B'C'D'$ الناتجة عن دوران حول نقطة الأصل. ما قياس زاوية الدوران؟ B

- 90° A
 180° B
 270° C
 360° D



3 التدريب

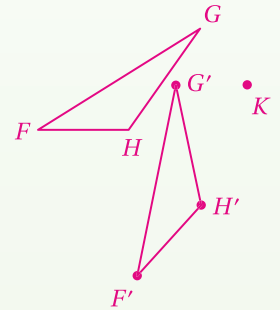
التقويم التكويني

استعمل التمارين 1-4؛ للتأكد من فهم الطلبة.

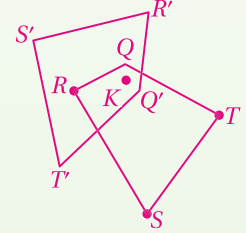
ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلبة بحسب مستوياتهم.

إجابات:

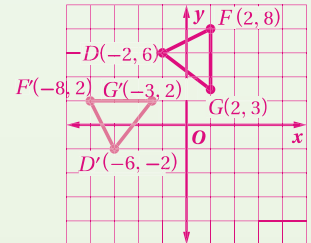
(1)



(2)



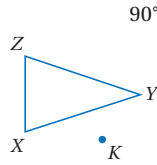
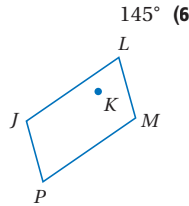
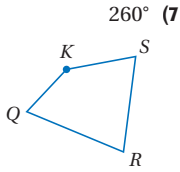
(3)



تدرب وحل المسائل

المثال 1

استعمل منقلةً ومسطرةً؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كلٍّ مما يأتي:



(5-7) انظر ملحق الإجابات.

مثل بيانيًا الشكل وصورته الناتجة عن الدوران حول نقطة الأصل بالزاوية المحددة في كلٍّ مما يأتي:

المثالان 2, 3

(8) المعين $WXYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه: $W(-3, 4)$, $X(0, 7)$, $Y(3, 4)$, $Z(0, 1)$ ، 90°

(9) $\triangle FGH$ الذي إحداثيات رؤوسه: $F(2, 4)$, $G(5, 6)$, $H(7, 2)$ ، 180°

(10) متوازي الأضلاع $MPQV$ الذي إحداثيات رؤوسه: $M(-6, 3)$, $P(-2, 3)$, $Q(-3, -2)$, $V(-7, -2)$ ، 270° .

(11) $y = x - 2$: متعامدان

(12) $y = -x + 2$: متوازيان

(13) $y = x + 2$: متعامدان

(14) $y = -x - 2$: على استقامة واحدة.

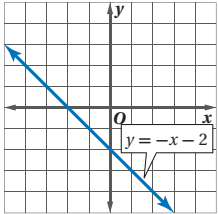
جبر: أوجد معادلة صورة المستقيم $y = -x - 2$ الناتجة عن دوران حول نقطة الأصل بالزاوية المحددة في كلٍّ من الأسئلة الآتية، ثم صف العلاقة بين المستقيم الأصلي وصورته.

(11) 90°

(13) 270°

(12) 180°

(14) 360°

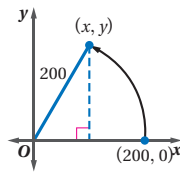


تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	5-10، 20-31
ضمن المتوسط	5-10 فردي، 11-19 فردي
فوق المتوسط	11-31، (اختياري: 32-34)

جبر: أوجد معادلة صورة المستقيم الناتجة عن دورانه بالزاوية المحددة حول نقطة تقاطعه مع المحور x وحول نقطة تقاطعه مع المحور y في كل ممّا يأتي:

(15) 90° ، $y = x - 5$ (16) 180° ، $y = 2x + 4$ (17) 270° ، $y = 3x - 2$

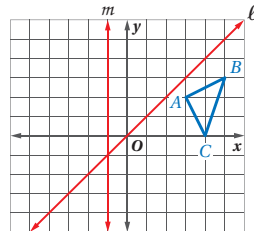


(18) **سباق الدراجات:** يشارك سليمان وعبد الله في سباق دراجات على مسار دائري الشكل نصف قطره 200 ft

(a) إذا بدأ السباق من النقطة (200, 0) وأتمّ الاثنان دورة واحدة في 30 ثانية، فما إحداثيات موقعهما بعد 5 ثوانٍ؟ (100, 173.2)

(b) افترض أن السباق يتكون من 50 دورة، وأن سليمان استمر بالسرعة نفسها. إذا أنهى عبد الله مسافة السباق في 26.2 دقيقة، فمن الفائز؟ سليمان؛ 26.2 دقيقة < 25 دقيقة

(19) **تمثيلات متعددة:** في هذه المسألة ستستقصي الانعكاس حول مستقيمين متقاطعين.



(a) **هندسياً:** في المستوى الإحداثي المجاور، رسم $\triangle ABC$ والمستقيمان المتقاطعان l ، m .

ارسم صورة $\triangle ABC$ الناتجة عن الانعكاس حول المستقيم l . وسمّها $\triangle A'B'C'$ ، ثم ارسم صورة $\triangle A'B'C'$ الناتجة عن الانعكاس حول المستقيم m . وسمّها $\triangle A''B''C''$. انظر ملحق الإجابات.

(b) **هندسياً:** كرّر العملية السابقة مرتين في رُبعين مختلفين، سمّ

المثلث الثاني DEF ، وارسم صورته الناتجة عن الانعكاس حول المستقيمين المتقاطعين n ، p . وسمّ المثلث الثالث MNP ، وارسم صورته الناتجة عن الانعكاس حول المستقيمين المتقاطعين q ، r . انظر ملحق الإجابات.

(c) **جدولياً:** قسّ زاوية الدوران لكل مثلث حول نقطة تقاطع المستقيمين، وانسخ الجدول الآتي وأكمّله.

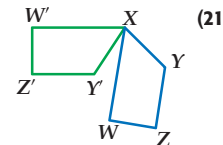
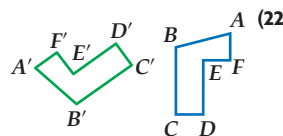
قياس الزاوية بين المستقيمين المتقاطعين	قياس زاوية الدوران بين الشكلين
l ، m	$\triangle ABC$ ، $\triangle A''B''C''$ 90°
n ، p	$\triangle DEF$ ، $\triangle D''E''F''$ 180°
q ، r	$\triangle MNP$ ، $\triangle M''N''P''$ 90°

(d) **لفظياً:** اكتب تخميناً حول قياس زاوية الدوران الذي تحصل عليه عند إجراء انعكاسين متعاقبين للشكل حول مستقيمين متقاطعين.

مسائل مهارات التفكير العليا

(20) **تحّد:** إحداثيّات النقطة C هما $(5, 5)$ ، وإحداثيّات صورتها الناتجة عن دوران بزواية 100° حول نقطة معينة هما $(-5, 7.5)$ ، C' ، أوجد إحداثيّ مركز الدوران. وضح إجابتك. انظر الهامش.

يظهر في كلّ من السؤالين الآتيين الشكل الأصلي وصورة الناتجة عن دوران حول النقطة P ، انسخ في دفتر كلاً من الشكلين وحدّد موقع النقطة P ، ثم أوجد قياس زاوية الدوران. (21-22) انظر ملحق الإجابات.



الربط مع الحياة

تتحمل إطارات الدراجات ما يصل إلى 400 مرة من وزنها، ولا تتحطم إلا تحت حمل يعادل 700 مرة من وزنها.

إرشادات للدراسة

علاقة الدوران بالانعكاس:

إن إجراء انعكاسين متعاقبين حول مستقيمين متقاطعين يمثل دوراناً حول نقطة تقاطع المستقيمين.

(15) حول نقطة تقاطعه مع المحور x : $y = -x + 5$

حول نقطة تقاطعه مع المحور y : $y = -x - 5$

(16) حول نقطة تقاطعه مع المحور x : $y = 2x + 4$

حول نقطة تقاطعه مع المحور y : $y = 2x + 4$

(17) حول نقطة تقاطعه مع المحور x : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{9}$

حول نقطة تقاطعه مع المحور y : $y = -\frac{1}{3}x - 2$

(19d) إجابة ممكنة: قياس زاوية الدوران حول نقطة تقاطع المستقيمين يساوي مثلي قياس الزاوية بين المستقيمين المتقاطعين.

تمثيلات متعددة: في السؤال 19،

يستعمل الطلاب التمثيل الهندسي والتمثيل البياني والجدول والوصف اللفظي؛ لاستقصاء انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين.

إجابة:

(20) إجابة ممكنة: $(-1, 2)$ ؛ بما أن

$\triangle CCP$ متطابق الضلعين، وزاوية

رأسه تساوي زاوية الدوران، فإن كلاً

من $m\angle PCC'$ و $m\angle PCC'$ يساوي

40° ؛ لأن زاويتي القاعدة في المثلث

المتطابق الضلعين متطابقتان، وعندما

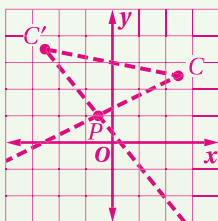
ترسم زاوية قياسها 40° عند الرأس C ،

وزاوية قياسها 40° عند الرأس C' ،

يتقاطع نصف المستقيمين اللذين

يكونان هاتين الزاويتين عند مركز

الدوران؛ أي عند النقطة $(-1, 2)$.



4 التقويم

تعلم سابق: اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا فقرة توضح كيف ساعدتهم درس الإزاحة (الانسحاب) على استيعاب مفهوم الدوران.

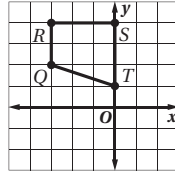
التقويم التكويني

تحقق من استيعاب الطلاب الدرس 3-7 بإعطائهم:

الاختبار القصير 2، (49).

تدريب على اختبار

(26) ما الدوران الذي يُجرى على شبه المنحرف $QRST$ لينقل الرأس R إلى $R'(4, 3)$ ؟ **D**



- A** 270° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة T .
B 185° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول النقطة T .
C 180° في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.
D 90° في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

(27) يرتكز سلم طوله 18 ft على حائط رأسي وأرض أفقية، إذا كان أسفل السلم يبعد 8 ft عن الحائط، فما ارتفاع رأس السلم عن الأرض مقرباً إلى أقرب عُشر قدم؟ **B**

- A** 10.0 ft
B 16.1 ft
C 19.7 ft
D 26.0 ft

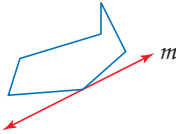
مراجعة تراكمية



(28) **براكين:** تحركت سُحُب من الغبار والغازات المنبعثة من بركان مسافة 64 km غرباً و 48 km شمالاً. ارسـم شكلاً يوضح الإزاحة التي وقعت على حبيبات الغبار، ثم أوجد طول أقصر مسار ينقل الغبار إلى الموقع نفسه. (الدرس 7-2) **انظر الهامش.**

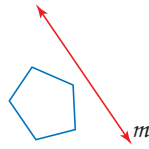
ارسم صورة المضلع الناتجة عن الانعكاس حول المستقيم m في كلِّ ممَّا يأتي: (الدرس 7-1)

انظر الهامش.



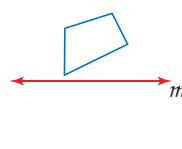
(31)

انظر الهامش.



(30)

انظر الهامش.



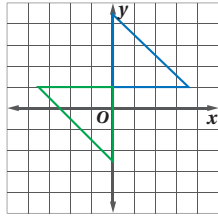
(29)

استعد للدرس اللاحق

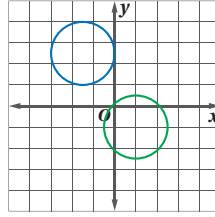
صنّف التحويل المبيّن في كلِّ من الأشكال الآتية إلى انعكاس أو إزاحة أو دوران.

انعكاس أو إزاحة أو دوران

دوران أو انعكاس

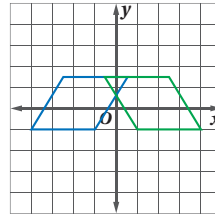


(34)



(33)

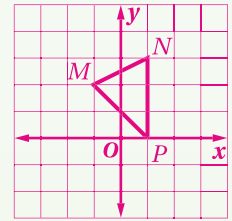
انعكاس



(32)

إجابات:

(23) إجابة ممكنة:



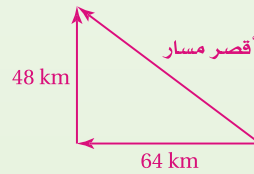
دوران بزواية 360° حول نقطة الأصل

(24) لا؛ إجابة ممكنة: عندما يُعكس الشكل حول المحور x ، يبقى الإحداثي x ثابتاً وتُغيّر إشارة الإحداثي y ، وعندما يتم تدوير الشكل نفسه بزواية 180° حول نقطة الأصل، تُغيّر إشارتا الإحداثيين x و y ؛ لذا فإن لهذين التحويلين صورتين مختلفتين.

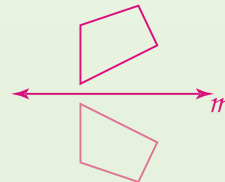
(25) تبقى في الشكل نقاط ثابتة أحياناً؛

إجابة ممكنة: عندما يكون مركز الدوران إحدى نقاط الشكل، فإن هذه النقطة تبقى ثابتة عند تدوير الشكل. وعندما يكون مركز الدوران نقطة ليست واقعة عليه، فلن تبقى أي نقطة ثابتة نتيجة الدوران.

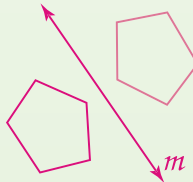
(28) 80 km ؛



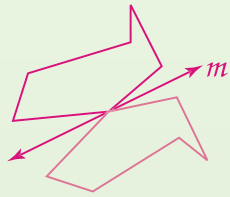
(29)



(30)



(31)



مصادر المعلم للأنشطة الصفية



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 3 - 7

دون	دون المتوسط	ضمن	فوق المتوسط	فوق
-----	-------------	-----	-------------	-----

تدريبات إعادة التعليم (16)	تدريبات إعادة التعليم - تنمة (17)
----------------------------	-----------------------------------

الاسم _____ التاريخ _____	الاسم _____ التاريخ _____
7-3 تدريبات إعادة التعليم الدوران	7-3 تدريبات إعادة التعليم الدوران
رسم الاشكال الناتجة عن الدوران، الدوران تحويل هندسي تدور به كل نقطة من نقاط الشكل زاوية معينة 30° ، وفي اتجاه معين حول نقطة ثابتة تُسمى مركز الدوران، وتنتقل النقطة A بالدوران إلى A' بحيث:	رسم الصورة الناتجة عن الدوران في المستوى الإحداثي، يسمك استعمال القواعد الآتية لتحديد صورة نقطة عندما يتم تدويرها بزاوية 90° أو 180° أو 270° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.
• إذا كانت A هي مركز الدوران، فإن صورتها تكون النقطة نفسها. • إذا كانت النقطة A غير مركز الدوران، فإن النقطة A' وصورتها A تقعان على المسافة نفسها من مركز الدوران، والزاوية المشكّلة من A و A' ومركز الدوران تسمى زاوية الدوران، ويقاسها بساوي 30° .	زاوية الدوران
مثال: استعمل منقلة ومسطرة لرسم صورة المربع LMNO الناتجة عن دورانه بزاوية 110° حول النقطة P.	زاوية الدوران
الخطوة 1: ارسم قطعة مستقيمة من الرأس E إلى النقطة P. الخطوة 2: ارسم زاوية قياسها 110° بحيث تكون PL أحد ضلعها. الخطوة 3: استعمل مسطرة لتعيين E' على الضلع الثاني، بحيث تكون PE' = PL. الخطوة 4: كرر الخطوات 1-3 للرؤوس M, N, O، ثم ارسم المربع LM'N'O'.	زاوية الدوران
تعاين استعمل منقلة ومسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كل مما يلي:	مثال: إحداثيات رؤوس WXYZ هي: W(-2, 4), X(3, 6), Y(5, 2), Z(0, 0). مثل بيانيًا WXYZ وصورة الناتجة عن دورانه بزاوية 270° حول نقطة الأصل.
75 (1) 45 (2) 135 (3)	أضرب الإحداثي x لكل رأس في (-1)، ثم بدّل الإحداثيين.
الصف: الأول الثانوي الفصل: 7، التحويلات الهندسية	تعاين مثل بيانيًا الشكل وصورة الناتجة عن الدوران حول نقطة الأصل بالزاوية المحددة في كل من الأسطة الآتية:

تدريبات المهارات (18)	تدريبات حل المسألة (19)
-----------------------	-------------------------

الاسم _____ التاريخ _____	الاسم _____ التاريخ _____
7-3 تدريبات المهارات الدوران	7-3 تدريبات حل المسألة الدوران
استعمل منقلة ومسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كل من السؤالين الآتيين:	1) بوسطة تشير إبرة بوسطة إلى اتجاه الشمال الغربي، إذا سرت في اتجاه الغرب وفق هذه البوسطة، فما زاوية الدوران في تلك إلى اتجاه الشمال الفعلي. 255° .
150° (1) 30° (2)	2) بعلات، يقسم نائل إعلانًا بحرفي على الحرف "M".
مثال بيانيًا الشكل وصورة الناتجة بالدوران حول نقطة الأصل بالزاوية المحددة في الأسطة الآتية:	3) حروف، ارسم شكلًا على المستوى الإحداثي أثناء بحث بعل الشكل وصورة بعد الدوران بزاوية حول نقطة حرقًا من حروف اللغة الإنجليزية. (إرشاد: اختر أي نقطة للدوران حولها).
1) المثلث DEF الذي إحداثيات رؤوسه: D(2, -1), E(5, 1), F(-3, -3). زاوية الدوران 90° .	4) تصميم، سُمِّم الإطار المعدني الداخلي لمجلات سيارة، بحيث يضم دورانًا لوجد زاوية الدوران بالدرجات التي تظل النقطة Q إلى النقطة X. 255° عكس اتجاه عقارب الساعة.
2) المثلث STU الذي إحداثيات رؤوسه: S(2, -1), T(5, 1), U(3, 3). زاوية الدوران 90° .	5) ما قياس زاوية الدوران التي تحرك المعدل 1 إلى مكان المعدل 95؟ 72° .
3) المثلث ABC الذي إحداثيات رؤوسه: A(9, 0), B(6, -7), C(3, -7). زاوية الدوران 270° .	6) إذا دار المعدل 1 بزاوية مقدارها 144° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة، فما رقم المعدل الذي يحل هذا المعدل محله؟ المعدل 9.
4) المثلث DEF الذي إحداثيات رؤوسه: D(2, -1), E(5, 1), F(-3, -3). زاوية الدوران 90° .	7) مطعم، يدور مطعم دوار 360° مستغرقًا ساعة و 15 دقيقة، إذا جلس عبد العزيز على بُعد 38 ft من مركز المطعم، وبدأ المطعم الدوران من إحداثيات الموقع (38, 0)، فما إحداثيات مكان جلوس عبد العزيز بعد 12.5 دقيقة؟ قرب الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.
5) الشكل الرباعي WXYZ الذي إحداثيات رؤوسه: W(-1, 8), X(0, 4), Y(-2, 1), Z(-4, 3). زاوية الدوران 180° .	8) زاوية الدوران في القيمة الواحدة تساوي $4.8^\circ = \frac{360^\circ}{75}$.
6) شبه المنحرف ABCD الذي إحداثيات رؤوسه: A(9, 0), B(6, -7), C(3, -7), D(0, 0). زاوية الدوران 270° .	9) الزاوية المقطوعة خلال 12.5s تساوي $60^\circ = (4.8^\circ)(12.5)$.
الصف: الأول الثانوي الفصل: 7، التحويلات الهندسية	10) $\sin 60^\circ = \frac{y}{38}$, $y = 32.9$.

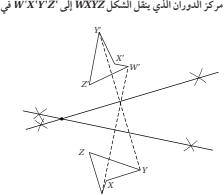
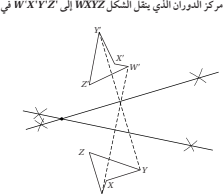
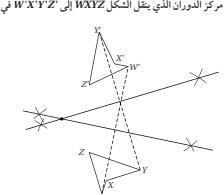
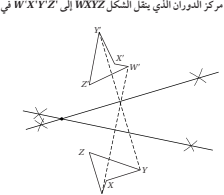
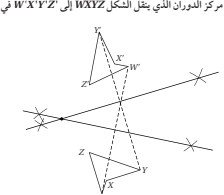
تدريبات المهارات (18)	تدريبات حل المسألة (19)
-----------------------	-------------------------

الاسم _____ التاريخ _____	الاسم _____ التاريخ _____
7-3 تدريبات المهارات الدوران	7-3 تدريبات حل المسألة الدوران
استعمل منقلة ومسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كل من السؤالين الآتيين:	1) بوسطة تشير إبرة بوسطة إلى اتجاه الشمال الغربي، إذا سرت في اتجاه الغرب وفق هذه البوسطة، فما زاوية الدوران في تلك إلى اتجاه الشمال الفعلي. 255° .
150° (1) 30° (2)	2) بعلات، يقسم نائل إعلانًا بحرفي على الحرف "M".
مثال بيانيًا الشكل وصورة الناتجة بالدوران حول نقطة الأصل بالزاوية المحددة في الأسطة الآتية:	3) حروف، ارسم شكلًا على المستوى الإحداثي أثناء بحث بعل الشكل وصورة بعد الدوران بزاوية حول نقطة حرقًا من حروف اللغة الإنجليزية. (إرشاد: اختر أي نقطة للدوران حولها).
1) المثلث DEF الذي إحداثيات رؤوسه: D(2, -1), E(5, 1), F(-3, -3). زاوية الدوران 90° .	4) تصميم، سُمِّم الإطار المعدني الداخلي لمجلات سيارة، بحيث يضم دورانًا لوجد زاوية الدوران بالدرجات التي تظل النقطة Q إلى النقطة X. 255° عكس اتجاه عقارب الساعة.
2) المثلث STU الذي إحداثيات رؤوسه: S(2, -1), T(5, 1), U(3, 3). زاوية الدوران 90° .	5) ما قياس زاوية الدوران التي تحرك المعدل 1 إلى مكان المعدل 95؟ 72° .
3) المثلث ABC الذي إحداثيات رؤوسه: A(9, 0), B(6, -7), C(3, -7). زاوية الدوران 270° .	6) إذا دار المعدل 1 بزاوية مقدارها 144° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة، فما رقم المعدل الذي يحل هذا المعدل محله؟ المعدل 9.
4) المثلث DEF الذي إحداثيات رؤوسه: D(2, -1), E(5, 1), F(-3, -3). زاوية الدوران 90° .	7) مطعم، يدور مطعم دوار 360° مستغرقًا ساعة و 15 دقيقة، إذا جلس عبد العزيز على بُعد 38 ft من مركز المطعم، وبدأ المطعم الدوران من إحداثيات الموقع (38, 0)، فما إحداثيات مكان جلوس عبد العزيز بعد 12.5 دقيقة؟ قرب الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.
5) الشكل الرباعي WXYZ الذي إحداثيات رؤوسه: W(-1, 8), X(0, 4), Y(-2, 1), Z(-4, 3). زاوية الدوران 180° .	8) زاوية الدوران في القيمة الواحدة تساوي $4.8^\circ = \frac{360^\circ}{75}$.
6) شبه المنحرف ABCD الذي إحداثيات رؤوسه: A(9, 0), B(6, -7), C(3, -7), D(0, 0). زاوية الدوران 270° .	9) الزاوية المقطوعة خلال 12.5s تساوي $60^\circ = (4.8^\circ)(12.5)$.
الصف: الأول الثانوي الفصل: 7، التحويلات الهندسية	10) $\sin 60^\circ = \frac{y}{38}$, $y = 32.9$.



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 3 - 7

دون	ضمن	فوق المتوسط	ضمن	فوق المتوسط	فوق
التدريبات الإثرائية (20)	كتاب التمارين (18)	دون	ضمن	فوق	فوق
الاسم: _____ التاريخ: _____ 7-3 التدريبات الإثرائية إيجاد مركز الدوران: إذا علمت أن ΔXYZ صورة ΔXYZ بدوران، ومركزه وقياس زاويته غير معلومين، فهل يمكنك أن تجدهما؟ نعم. ارسم قطعتين مستقيمتين متصالين بين زوجين من الرؤوس المتناظرة. أخذت القطعتان YY' و ZZ' في الشكل المجاور، لرسم العمود المصف / للقطعة YZ'، والعمود المصف m للقطعة ZZ'، فتكون النقطة C التي تقاطع عندهما هذان المستقيمان هي مركز الدوران. (1) كيف يمكنك أن تجد قياس زاوية الدوران في الشكل السابق؟ ارسم $\angle X'CX$ (أو $\angle YCY'$ أو $\angle ZCZ'$) واجعلها بالقطعة. مَن مركز الدوران الذي يمثل الشكل $WXYZ$ إلى $W'X'Y'Z'$ في كلٍّ من السؤالين الآتيين، ثم أوجد قياس زاوية الدوران. (2)  مركز الدوران هو نقطة تقاطع العمودين المصفين للقطعتين، وزاوية الدوران 100° تقريباً. قد تختلف القطعتان: الثاني يختارهما الطالب لرسم العمود المصف لكل منهما، انظر إجابات الطلاب.	7-3 الدوران استعمل منقطة ومسطرة، لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة K بالزاوية المحددة في كلٍّ من السؤالين الآتيين: (1) 110° (2) 280° مثّل بيانياً الشكل وصورته الناتجة عن الدوران حول نقطة الأصل بالزاوية المحددة في كلٍّ مما يأتي: (3) ΔPQR الذي إحداثيات رؤوسه: $P(1, 3), Q(3, -2), R(4, 2)$ وزاوية دورانه 90° (4) ΔABC الذي إحداثيات رؤوسه: $A(-4, 4), B(-2, -1), C(2, -4)$ وزاوية دورانه 270° (5) الرباعي $WXYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه: $W(1, 3), X(3, 1), Y(-6, 5), Z(-5, 6)$ وزاوية دورانه 180° (6) شبه المنحرف $FGHI$ الذي إحداثيات رؤوسه: $F(8, 7), G(5, 8), H(-3, -7), I(-7, -9)$ وزاوية دورانه 180° (7) ملاحظة: يُبحر قارب مسافة 30 km في اتجاه الشمال، و 20 km في اتجاه الشرق، حدّد النقطة التي تمثل موقع القارب على المستوى الإحداثي وصورتها الناتجة عن الدوران بزاوية 90° عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل. $(-30, 20), (20, 30), (-30, -20)$	الاسم: _____ التاريخ: _____ 7-3 التدريبات الإثرائية إيجاد مركز الدوران: إذا علمت أن ΔXYZ صورة ΔXYZ بدوران، ومركزه وقياس زاويته غير معلومين، فهل يمكنك أن تجدهما؟ نعم. ارسم قطعتين مستقيمتين متصالين بين زوجين من الرؤوس المتناظرة. أخذت القطعتان YY' و ZZ' في الشكل المجاور، لرسم العمود المصف / للقطعة YZ'، والعمود المصف m للقطعة ZZ'، فتكون النقطة C التي تقاطع عندهما هذان المستقيمان هي مركز الدوران. (1) كيف يمكنك أن تجد قياس زاوية الدوران في الشكل السابق؟ ارسم $\angle X'CX$ (أو $\angle YCY'$ أو $\angle ZCZ'$) واجعلها بالقطعة. مَن مركز الدوران الذي يمثل الشكل $WXYZ$ إلى $W'X'Y'Z'$ في كلٍّ من السؤالين الآتيين، ثم أوجد قياس زاوية الدوران. (2)  مركز الدوران هو نقطة تقاطع العمودين المصفين للقطعتين، وزاوية الدوران 100° تقريباً. قد تختلف القطعتان: الثاني يختارهما الطالب لرسم العمود المصف لكل منهما، انظر إجابات الطلاب.	الاسم: _____ التاريخ: _____ 7-3 التدريبات الإثرائية إيجاد مركز الدوران: إذا علمت أن ΔXYZ صورة ΔXYZ بدوران، ومركزه وقياس زاويته غير معلومين، فهل يمكنك أن تجدهما؟ نعم. ارسم قطعتين مستقيمتين متصالين بين زوجين من الرؤوس المتناظرة. أخذت القطعتان YY' و ZZ' في الشكل المجاور، لرسم العمود المصف / للقطعة YZ'، والعمود المصف m للقطعة ZZ'، فتكون النقطة C التي تقاطع عندهما هذان المستقيمان هي مركز الدوران. (1) كيف يمكنك أن تجد قياس زاوية الدوران في الشكل السابق؟ ارسم $\angle X'CX$ (أو $\angle YCY'$ أو $\angle ZCZ'$) واجعلها بالقطعة. مَن مركز الدوران الذي يمثل الشكل $WXYZ$ إلى $W'X'Y'Z'$ في كلٍّ من السؤالين الآتيين، ثم أوجد قياس زاوية الدوران. (2)  مركز الدوران هو نقطة تقاطع العمودين المصفين للقطعتين، وزاوية الدوران 100° تقريباً. قد تختلف القطعتان: الثاني يختارهما الطالب لرسم العمود المصف لكل منهما، انظر إجابات الطلاب.	الاسم: _____ التاريخ: _____ 7-3 التدريبات الإثرائية إيجاد مركز الدوران: إذا علمت أن ΔXYZ صورة ΔXYZ بدوران، ومركزه وقياس زاويته غير معلومين، فهل يمكنك أن تجدهما؟ نعم. ارسم قطعتين مستقيمتين متصالين بين زوجين من الرؤوس المتناظرة. أخذت القطعتان YY' و ZZ' في الشكل المجاور، لرسم العمود المصف / للقطعة YZ'، والعمود المصف m للقطعة ZZ'، فتكون النقطة C التي تقاطع عندهما هذان المستقيمان هي مركز الدوران. (1) كيف يمكنك أن تجد قياس زاوية الدوران في الشكل السابق؟ ارسم $\angle X'CX$ (أو $\angle YCY'$ أو $\angle ZCZ'$) واجعلها بالقطعة. مَن مركز الدوران الذي يمثل الشكل $WXYZ$ إلى $W'X'Y'Z'$ في كلٍّ من السؤالين الآتيين، ثم أوجد قياس زاوية الدوران. (2)  مركز الدوران هو نقطة تقاطع العمودين المصفين للقطعتين، وزاوية الدوران 100° تقريباً. قد تختلف القطعتان: الثاني يختارهما الطالب لرسم العمود المصف لكل منهما، انظر إجابات الطلاب.	الاسم: _____ التاريخ: _____ 7-3 التدريبات الإثرائية إيجاد مركز الدوران: إذا علمت أن ΔXYZ صورة ΔXYZ بدوران، ومركزه وقياس زاويته غير معلومين، فهل يمكنك أن تجدهما؟ نعم. ارسم قطعتين مستقيمتين متصالين بين زوجين من الرؤوس المتناظرة. أخذت القطعتان YY' و ZZ' في الشكل المجاور، لرسم العمود المصف / للقطعة YZ'، والعمود المصف m للقطعة ZZ'، فتكون النقطة C التي تقاطع عندهما هذان المستقيمان هي مركز الدوران. (1) كيف يمكنك أن تجد قياس زاوية الدوران في الشكل السابق؟ ارسم $\angle X'CX$ (أو $\angle YCY'$ أو $\angle ZCZ'$) واجعلها بالقطعة. مَن مركز الدوران الذي يمثل الشكل $WXYZ$ إلى $W'X'Y'Z'$ في كلٍّ من السؤالين الآتيين، ثم أوجد قياس زاوية الدوران. (2)  مركز الدوران هو نقطة تقاطع العمودين المصفين للقطعتين، وزاوية الدوران 100° تقريباً. قد تختلف القطعتان: الثاني يختارهما الطالب لرسم العمود المصف لكل منهما، انظر إجابات الطلاب.

التقويم التكويني

استعمل اختبار منتصف الفصل؛ لتقويم تقدم الطلبة في النصف الأول من الفصل.

للأسئلة التي لم يُجيبوا عنها بشكل صحيح، اطلب إلى الطلبة مراجعة الدرس المُشار إليه بعد كل سؤال.

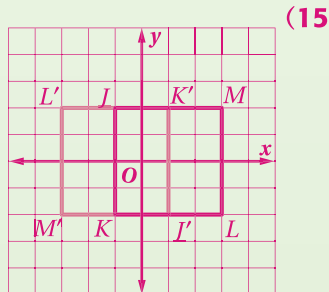
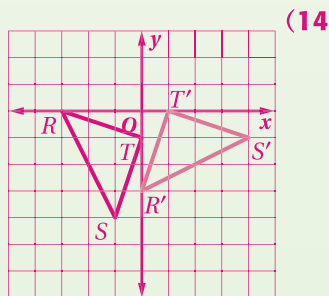
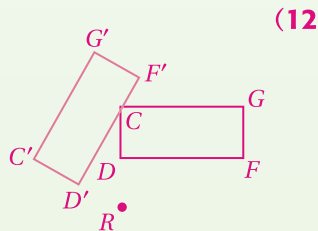
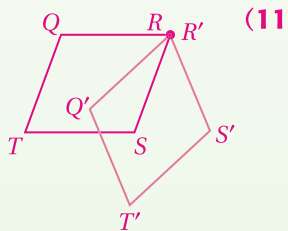
التقويم التكويني

اختبار منتصف الفصل، ص (51).

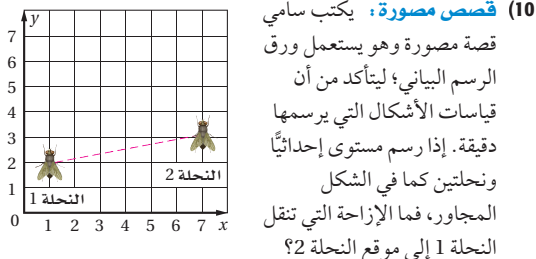
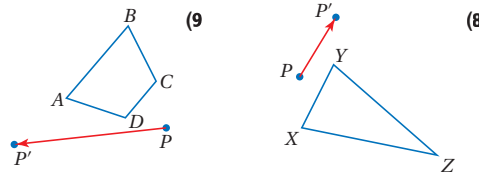
المطويات متابعة المطويات

قبل حل أسئلة اختبار منتصف الفصل، شجّع الطلاب على مراجعة الملاحظات التي دوّنوها في مطوياتهم حول الدروس 7-1 إلى 7-3

إجابات:

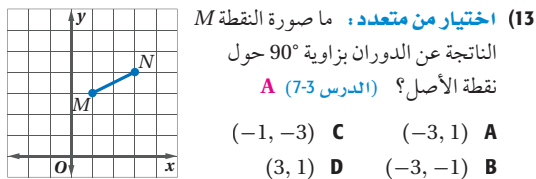
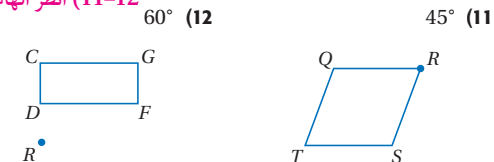


ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل النقطة P إلى P' في كل من السؤالين الآتيين: (الدرس 7-2) (8-9) انظر ملحق الإجابات.



(الدرس 7-2) 6 وحدات إلى اليمين ووحدة واحدة إلى أعلى

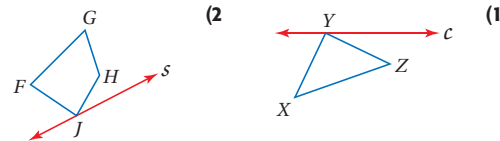
استعمل منقلة ومسطرة؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة R بالزاوية المحددة في كل من السؤالين الآتيين: (الدرس 7-3)



مثل بيانيًا الشكل وصورته الناتجة عن الدوران حول نقطة الأصل بالزاوية المحددة في كل من السؤالين الآتيين: (الدرس 7-3)

(14) $\triangle RST$ الذي إحداثيات رؤوسه: $R(-3, 0)$, $S(-1, -4)$, $T(0, -1)$ وزاوية دورانه 90°
(15) المربع $JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه: $J(-1, 2)$, $K(-1, -2)$, $L(3, -2)$, $M(3, 2)$ وزاوية دورانه 180°

ارسم صورة كل من الشكلين الآتيين بالانعكاس حول المستقيم المعطى. (الدرس 7-1) (1-2) انظر ملحق الإجابات.

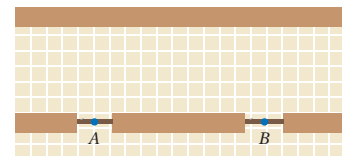


مثل كلًا من الشكلين الآتيين بيانيًا، ثم ارسم صورة كل منهما بالانعكاس المحدد: (الدرس 7-1) (3-5) انظر ملحق الإجابات.

(3) $\triangle FGH$ الذي إحداثيات رؤوسه: $F(-4, 3)$, $G(-2, 0)$, $H(-1, 4)$ بالانعكاس حول المحور y .

(4) المعين $QRST$ الذي إحداثيات رؤوسه: $Q(2, 1)$, $R(4, 3)$, $S(6, 1)$, $T(4, -1)$ بالانعكاس حول المحور x .

(5) احتفالات: وضع المشرفون على احتفال المدرسة طاولة قرب الحائط المقابل للمدخلين A , B لقاعة الاحتفال؛ لتقديم بعض الحلوى للحضور بعد نهاية الاحتفال. حدّد موقع النقطة P التي تمثل موقع الطاولة، بحيث يسير الأشخاص الذين يعبرون من المدخل A أو المدخل B المسافة نفسها حتى يصلوا إلى الطاولة مستخدمًا الانعكاس. (الدرس 7-1)



مثل بيانيًا الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كل من السؤالين الآتيين: (الدرس 7-2) (6-7) انظر ملحق الإجابات.

(6) $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(0, 0)$, $B(2, 1)$, $C(1, -3)$ الإزاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليمين ووحدة واحدة إلى أسفل.

(7) المستطيل $JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه: $J(-4, 2)$, $K(-4, -2)$, $L(-1, -2)$, $M(-1, 2)$ الإزاحة مقدارها 5 وحدات إلى اليمين و3 وحدات إلى أسفل.

مخطط المعالجة

المستوى 1	ضمن المتوسط	المستوى 2	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 25% تقريبًا من الأسئلة،	إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 50% تقريبًا من الأسئلة،
فاختر	أحد المصادر الآتية:	فاختر	أحد المصدرين الآتيين:
	مراجعة الدروس 7-1 إلى 7-3		تدريبات إعادة التعليم، ص (6, 11, 16).
	تدريبات المهارات، ص (8, 13, 18).		
	www.obeikaneducation.com		www.obeikaneducation.com

ستستعمل الحاسبة البيانية TI-nspire في هذا المعمل؛ لاستكشاف أثر إجراء عدة تحويلات هندسية على شكل هندسي.

1 التركيز

الهدف

استكشاف أثر إجراء عدة تحويلات هندسية على شكل هندسي.

المواد اللازمة

• الآلة الحاسبة TI-nspire

إرشادات للتدريس

ينبغي أن يكون الطلاب قادرين على استعمال الحاسبة TI-nspire، امنح الطلاب الوقت الكافي؛ لاستكشاف الآلة والتدرب عليها، وتابع أعمال الطلاب من خلال جهاز الحاسوب المربوط بالآلات، ووجههم لتنفيذ خطوات النشاط بالصورة الصحيحة.

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

اطلب إلى الطلاب أن ينفذوا النشاط بصورة فردية، ثم نظمهم في مجموعات ثنائية أو ثلاثية متفاوتة القدرات ليقوموا بحل الأسئلة 1-6

تدريب: اطلب إلى الطلاب حل الأسئلة 1-6

3 التقويم

التقويم التكويني

اطلب إلى الطلاب أن يصفوا كيف يكون تركيب انعكاسين إما إزاحة أو دوراناً؛ لتقويم مدى استيعاب الطلاب لتركيب انعكاسين.

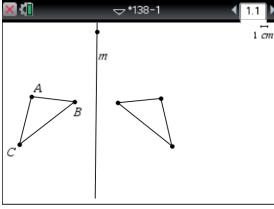
من المحسوس إلى المجرد

اطلب إلى الطلاب أن يستعملوا الهندسة الإحداثية؛ للتأكد من أن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين يكافئ إزاحة.

نشاط انعكاس شكل حول محورين رأسيين

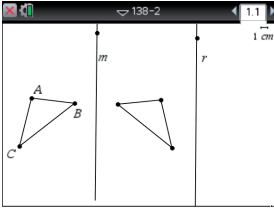
الخطوة 1: ارسم مثلثاً وسّمه.

- افتح الآلة بالضغط على $\square$ (on)، ثم ارسم مثلثاً بالضغط على مفتاح (menu)، ثم اختر $\square$ 5: الأشكال الهندسية ومنها $\square$ 2: مثلث، ثم الضغط على ثلاث مواقع لاختيار نقاط المثلث، قم بتحديد ثلاث نقاط يظهر المثلث، ثم اضغط (esc).
- سمّ المثلث ABC، وذلك بوضع المؤشر عند كل نقطة رأس، ثم الضغط على (ctrl) (menu)، ثم اختر $\square$ 2: التسمية، وكتابة اسم النقطة بالضغط على (shift) ثم الحرف؛ لجعل الحروف كبيرة، والضغط على (enter) بعد كل تسمية.



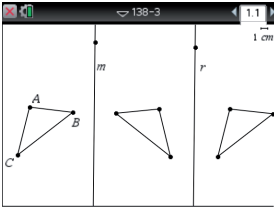
الخطوة 2: ارسم مستقيماً عن يمين $\triangle ABC$ وسّمه.

- ارسم مستقيماً بالضغط على المفاتيح (menu)، ثم اختيار $\square$ 4: النقاط والمستقيمات ومنها $\square$ 4: مستقيم، ثم ارسم المستقيم بتحديد نقطة عن يمين $\triangle ABC$ ، ثم الضغط على (enter) ثم (esc).
- سمّ المستقيم m بالضغط على المستقيم، ثم على المفاتيح (ctrl) (menu)، ثم اختيار $\square$ 2: التسمية وسّمه m واضغط (enter).



الخطوة 3: ارسم انعكاساً لـ $\triangle ABC$ حول المستقيم m.

- ارسم انعكاس $\triangle ABC$ حول المستقيم m بالضغط على مفتاح (menu)، ثم اختر $\square$ 8: التحويلات الهندسية ومنها $\square$ 2: الانعكاس، ثم الضغط على المستقيم والمثلث ليظهر الانعكاس.



الخطوة 4: ارسم مستقيماً موازياً لـ m.

- ارسم مستقيماً عن يمين المثلث الناتج بحيث يكون موازياً لـ m وسّمه r بالضغط على مفتاح (menu) ثم اختر $\square$ 7: الإنشاء الهندسي ومنها $\square$ 2: مستقيم موازي.
- اضغط على المستقيم m والنقطة المطلوب رسم r عندها عن يمين المثلث الناتج من الخطوة 3.

الخطوة 5: كرّر العملية التي نفذتها في الخطوة 3؛ لرسم صورة الشكل الجديد بالانعكاس حول المستقيم r.

تحليل النتائج:

- 1 ما العلاقة بين الشكل الأصلي والشكل النهائي؟ **إجابة ممكنة:** الشكلان متطابقان ولهما الاتجاه نفسه.
- 2 ما التحويل الهندسي الذي يمكن استعماله للحصول على الشكل النهائي؟ **الإزاحة**
- 3 ماذا يحدث إذا حركت المستقيم m؟ وماذا يحدث إذا حركت المستقيم r؟ **3-6 انظر الهامش.**
- 4 **خمن:** إذا أُجري انعكاس لهذا الشكل حول مستقيم ثالث، فما التحويل الهندسي الواحد الذي يمكن أن يستعمل للحصول على الشكل النهائي؟ وضح إجابتك.
- 5 كرّر هذا النشاط مع مستقيمين متعامدين. ما التحويل الهندسي الذي يمكن أن يُستعمل للحصول على الشكل النهائي؟
- 6 **خمن:** إذا أُجريت انعكاساً للشكل الناتج في السؤال 5 حول مستقيم ثالث يعامد المستقيم الثاني، فما التحويل الهندسي الواحد الذي يمكن أن يستعمل لإنتاج الشكل النهائي؟ وضح إجابتك.

إجابات:

- 3 **إجابة ممكنة:** إذا حركت المستقيم m، فستتحرك صورتا الشكل بالانعكاس، أما إذا حركت المستقيم r، فستتحرك الصورة النهائية فقط.
- 4 **إجابة ممكنة:** بما أنه سيكون اتجاه الشكل عكس اتجاهه الأصلي، فيمكن استعمال انعكاس أو دوران مركزه نقطة على المستقيم الثالث وبزاوية دوران 180° ؛ لإنتاج الشكل النهائي بتحويل هندسي واحد.
- 5 يمكن استعمال دوران بزاوية 180° حول نقطة التقاطع؛ لإنتاج الشكل النهائي بتحويل هندسي واحد.
- 6 **إجابة ممكنة:** سيتطلب الأمر أن تستعمل الدوران؛ لإنتاج الشكل النهائي بتحويل هندسي واحد؛ لأن اتجاه الشكل النهائي لن يكون ممثالاً لاتجاه الشكل الأصلي.

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 7-4

رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن الانعكاس والانسحاب والدوران.

الدرس 7-4

رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب تحويلين هندسيين، أحدهما هو الانعكاس.

رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين وحول مستقيمين متقاطعين.

ما بعد الدرس 7-4

تطبيق خصائص التحويلات الهندسية لتحليل تماثل الأشكال.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

وسائل:

- لماذا لا يمكن اعتبار آثار الأقدام المتتالية أنها تحويل هندسي واحد هو الإزاحة؟ ليس لآثار الأقدام المتتالية الاتجاه نفسه.
- صف تركيب التحويلين الهندسيين اللذين ينتجان نمط آثار الأقدام. يمكن أن ينتج نمط آثار الأقدام المتتالية عن إزاحة ثم انعكاس.
- اذكر نمطاً آخر يمكن أن ينتج عن تركيب التحويلين الهندسيين نفسيهما؟ النمط الناشئ عن شخص يسير على يديه على الرمال.



يوضح نمط آثار الأقدام على رمال الشاطئ في الصورة المجاورة إجراء تحويلين هندسيين مختلفين هما الإزاحة والانعكاس.

عند إجراء تحويل هندسي على شكل ما، ثم إجراء تحويل هندسي آخر على صورته، فإن التحويل الهندسي الذي ينقل الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية هو تركيب لتحويلين هندسيين، ويُسمى **تحويلًا هندسيًا مركبًا**. وأحد أنواع التحويلات الهندسية المركبة هو التحويل الهندسي الناتج عن تركيب إزاحة وانعكاس.

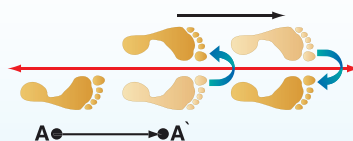
أضف إلى
مطوياتك

تركيب إزاحة انعكاس

مفهوم أساسي

تركيب إزاحة انعكاس هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خطٍّ مستقيمٍ موازٍ لخط اتجاه الإزاحة.

مثال:



تركيب إزاحة انعكاس المجاور هو تحويل هندسي مركب ينقل الشكل في اتجاه الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A' مع انعكاس حول المستقيم l.

مثال 1

تمثيل تركيب الإزاحة والانعكاس بيانيًا

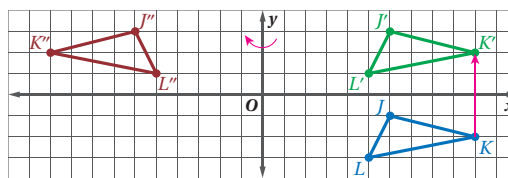
إحداثيات رؤوس المثلث JKL هي: $J(6, -1)$, $K(10, -2)$, $L(5, -3)$. مثل بيانيًا $\triangle JKL$ وصورته الناتجة عن إزاحة مقدارها 4 وحدات إلى أعلى ثم انعكاس حول المحور y.

الخطوة 1: الإزاحة 4 وحدات إلى أعلى

$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (-x, y) \\ J'(6, 3) &\rightarrow J''(-6, 3) \\ K'(10, 2) &\rightarrow K''(-10, 2) \\ L'(5, 1) &\rightarrow L''(-5, 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (x, y + 4) \\ J(6, -1) &\rightarrow J'(6, 3) \\ K(10, -2) &\rightarrow K'(10, 2) \\ L(5, -3) &\rightarrow L'(5, 1) \end{aligned}$$

الخطوة 3: مثل بيانيًا $\triangle JKL$ وصورته $\triangle J''K''L''$.



الدرس 7-4 تركيب التحويلات الهندسية 141

فيما سبق:

درستُ رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن الانعكاس والانسحاب والدوران.

(الدروس 7-1, 7-2, 7-3)

والآن:

أرسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب تحويلين هندسيين أحدهما هو الانعكاس.

أرسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين وحول مستقيمين متقاطعين.

المفردات:

التحويل الهندسي المركب

composite transformation

تركيب إزاحة انعكاس

glide reflection

www.obeikaneducation.com

إرشادات للدراسة

تمييز التحويلات الهندسية:

يستخدم السهم للدلالة على الانسحاب، بينما يستخدم السهم للدلالة على الانعكاس. أما صورة الصورة فيستكون باللون البني.

مصادر الدرس 7-4

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنوع التعليم ص (144)	• تنوع التعليم ص (144, 146)	• تنوع التعليم ص (144, 146)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (19)	• كتاب التمارين ص (19)	• كتاب التمارين ص (19)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (21)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (21)	• تدريبات حل المسألة، ص (24)
	• تدريبات المهارات، ص (23)	• تدريبات المهارات، ص (23)	• التدريبات الإثرائية، ص (25)
	• تدريبات حل المسألة، ص (24)	• تدريبات حل المسألة، ص (24)	• التدريبات الإثرائية، ص (25)

تحقق من فهمك

إحداثيات رؤوس المثلث PQR هي: $P(1, 1)$, $Q(2, 5)$, $R(4, 2)$ ، مثلث PQR الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كل من السؤالين الآتيين: (1A-1B) انظر ملحق إجابات

- (1A) إزاحة مقدارها وحدتين إلى اليسار،
ثم انعكاس حول المحور x .
(1B) إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى أسفل
و 3 وحدات إلى اليسار، ثم
انعكاس حول المستقيم $y = x$.

في المثال 1 تلاحظ أن: $\triangle JKL \cong \triangle J'KL'$ ، وكذلك: $\triangle J'KL' \cong \triangle J''K''L''$ ، وبحسب خاصية التعدي للتطابق فإن: $\triangle JKL \cong \triangle J''K''L''$. وهذا يقود إلى النظرية الآتية:

نظرية 7.1

تركيب تحويلات التطابق

تركيب تحويلي تطابق (أو أكثر) هو تحويل تطابق أيضاً.

ستبرهن النظرية 7.1 في السؤال 20

لذا فإن الصورة الناتجة عن تركيب أي تحويلين هندسيين من تحويلات التطابق كالإزاحة أو الانعكاس أو الدوران تكون مطابقة للشكل الأصلي.

إرشادات للدراسة

تحويلات التطابق:

إن الانعكاس والإزاحة والدوران والتحويلات المركبة منها، هي تحويلات تطابق أيضاً.

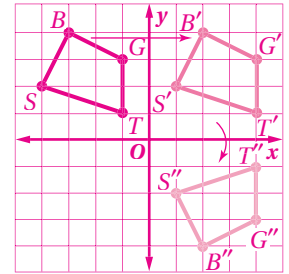
التقويم التكويني

استعمل تمارين "تحقق من فهمك" بعد كل مثال، للتحقق من مدى فهم الطلاب المفاهيم.

مثالان إضافيان

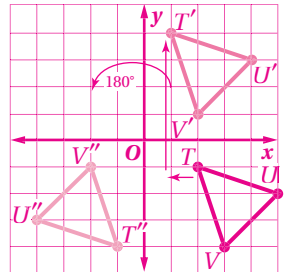
1

إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $BGTS$ هي: $B(-3, 4)$, $G(-1, 3)$, $T(-1, 1)$, $S(-4, 2)$ مثلث $BGTS$ الناتجة عن إزاحة مقدارها 5 وحدات إلى اليمين، ثم انعكاس حول المحور x .



2

إحداثيات رؤوس $\triangle TUV$ هي: $T(2, -1)$, $U(5, -2)$, $V(3, -4)$ مثلث TUV الناتجة عن إزاحة بمقدار وحدة واحدة إلى اليسار و 5 وحدات إلى أعلى، ثم دوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل.



مثال 2 تمثيل تركيب تحويلي تطابق بيانياً

إحداثيات طرفي $\overline{CD}$ هما $C(-7, 1)$, $D(-3, 2)$ ، مثلث $\overline{CD}$ وصورته الناتجة عن انعكاس حول المحور x ثم دوران بزاوية 90° حول نقطة الأصل.

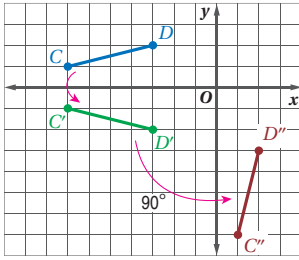
الخطوة 1: الانعكاس حول المحور x

$$\begin{aligned}(x, y) &\rightarrow (x, -y) \\ C(-7, 1) &\rightarrow C'(-7, -1) \\ D(-3, 2) &\rightarrow D'(-3, -2)\end{aligned}$$

الخطوة 2: الدوران حول نقطة الأصل بزاوية 90°

$$\begin{aligned}(x, y) &\rightarrow (-y, x) \\ C'(-7, -1) &\rightarrow C''(1, -7) \\ D'(-3, -2) &\rightarrow D''(2, -3)\end{aligned}$$

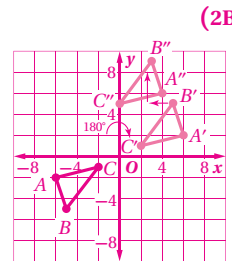
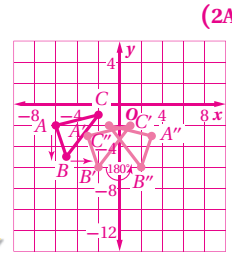
الخطوة 3: مثلث $\overline{CD}$ وصورته $\overline{C''D''}$.



تحقق من فهمك

إحداثيات رؤوس المثلث ABC هي: $A(-6, -2)$, $B(-5, -5)$, $C(-2, -1)$ ، مثلث ABC وصورته الناتجة عن تركيب التحويلين الهندسيين بالترتيب المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

- (2A) إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليمين
ووحدة واحدة إلى أسفل، ثم
انعكاس حول المحور y .
(2B) دوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل،
ثم إزاحة مقدارها وحدتين إلى اليسار
و 4 وحدات إلى أعلى.



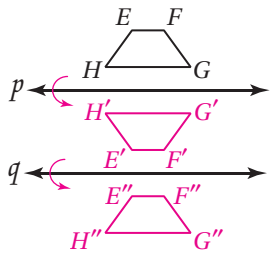
تركيب انعكاسين

المثال 3 يبين كيفية رسم صورة شكل بانعكاسين حول مستقيمين متوازيين أو مستقيمين متقاطعين.

المثال 4 يبين طريقة تعيين التحويلات الهندسية في أنماط من واقع الحياة.

مثال إضافي

ارسم صورة المضلع $EFGH$ ، وارسم صورته الناتجة عن الانعكاس حول المستقيم p متبوعاً بانعكاس حول المستقيم q ، ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل $EFGH$ إلى $E''F''G''H''$.



إجابة ممكنة: إزاحة إلى أسفل

المحتوى الرياضي

شروط: وضع للطلاب أن تركيب الانعكاسات حول مستقيمتين متوازيين، يكافئ إزاحة إذا كان عدد المستقيمتين المتوازيين زوجيًا فقط.

التعليم باستعمال التقنيات

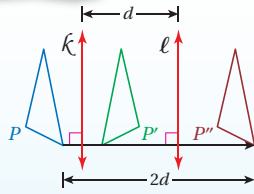
السبورة التفاعلية: ارسم مربعًا

في المستوى الإحداثي، واكتب 3 تحويلات هندسية مختلفة على السبورة (فعلي سبيل المثال: انعكاس حول المحور x ، إزاحة 3 وحدات إلى أعلى، ودوران بزاوية 90° في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل). اطلب إلى الطلاب أن يختاروا اثنين من هذه التحويلات، وأن يرسموا صورة المربع الناتجة عن تطبيقهما عليه واحدًا تلو الآخر، ثم اختر بعض الطلاب واطلب إليهم أن يرسموا تحويلاتهم ويشرحوها. ناقشهم إن كان لترتيب إجراء التحويلين تأثير في الصورة النهائية أم لا.

نظرية 7.2

تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين

أضف إلى
مطوياتك



يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين بأنه إزاحة، ويكون:

- اتجاهها عموديًا على كل من المستقيمين.
- مقدارها يساوي مثلي المسافة بين المستقيمين المتوازيين.

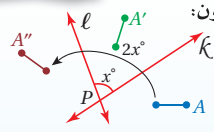
ستبرهن النظرية 7.2 في السؤال 26

إن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين يكافئ دورانًا.

نظرية 7.3

تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين

أضف إلى
مطوياتك



يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين بأنه دوران، ويكون:

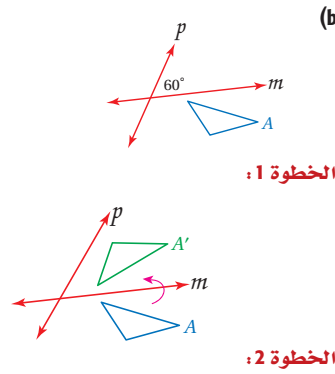
- مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين.
- قياس زاويته يساوي مثلي قياس الزاوية التي يشكلها تقاطع هذين المستقيمين.

ستبرهن النظرية 7.3 في السؤال 27

رسم الصورة الناتجة عن انعكاسين حول مستقيمين

مثال 3

ارسم صورة الشكل A الناتجة عن انعكاس A حول المستقيم m ثم حول المستقيم p ، ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل A إلى A'' في كل ممّا يأتي:

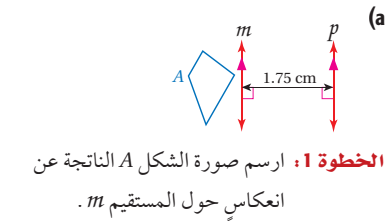


الخطوة 1:

الخطوة 2:

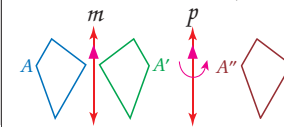
بناءً على النظرية 7.3، فإن تركيب هذين الانعكاسين حول المستقيمين المتقاطعين m, p يكافئ دورانًا بزاوية تساوي $2 \times 60^\circ$ أي 120° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة تقاطع المستقيمين m, p .

الدرس 4-7 تركيب التحويلات الهندسية 143



الخطوة 1: ارسم صورة الشكل A الناتجة عن انعكاس A حول المستقيم m .

الخطوة 2: ارسم صورة الشكل A' الناتجة عن انعكاس A' حول المستقيم p .



بناءً على النظرية 7.2، فإن تركيب هذين الانعكاسين حول المستقيمين المتوازيين m, p يكافئ إزاحة أفقية إلى اليمين مقدارها $2 \times 1.75 = 3.5 \text{ cm}$.

تنبيه!

ترتيب التركيب:

أحرص على ترتيب التحويلات الهندسية بالترتيب المحدد في المسألة.



تاريخ الرياضيات

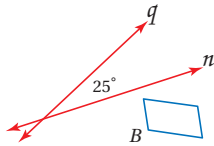
فيلكس كلاين

(1849-1925)

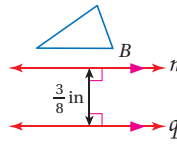
هو عالم رياضيات ألماني عَرف الهندسة بأنها دراسة خصائص الفضاء التي تبقى دون تغيير تحت تأثير مجموعة من التحويلات الهندسية.

تحقق من فهمك

ارسم صورة الشكل B الناتجة عن انعكاس حول المستقيم n ثم حول المستقيم q ، ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل B إلى B".



(3B)



(3A)

يتم إنشاء كثير من الأنماط في الحياة الواقعية باستعمال تركيب التحويلات الهندسية.

وصف التحويلات الهندسية

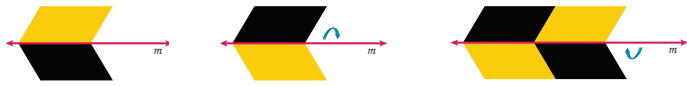
مثال 4 من واقع الحياة

أنماط: صف تحويلًا هندسيًا مركبًا، يمكن استعماله لتكوين النمط في كل مما يأتي:

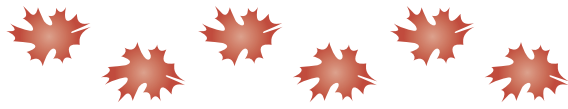


(a)

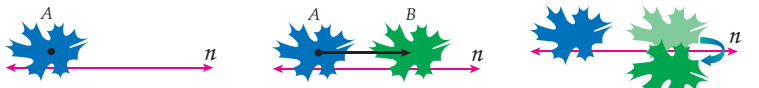
يمكن تكوين هذا النمط بتركيب انعكاس وإزاحة الشكلين المتقابلين (وحدة النمط)، بتركيب انعكاس حول المستقيم m ، ثم إزاحة إلى اليمين موازية للمستقيم m كما في الشكل أدناه. لاحظ أن المستقيم m يمر في منتصف الشكل الأصلي (وحدة النمط).



(b)

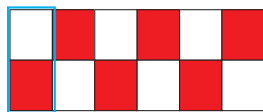


تم تكوين هذا النمط بتركيب إزاحة وانعكاس؛ أي أنه يمكن تكوينه بتركيب إزاحة إلى اليمين موازية للمستقيم n تنقل B إلى B متبوعة بانعكاس حول المستقيم n كما في الشكل التالي.



تحقق من فهمك

4 سجادة: صف تحويلًا هندسيًا مركبًا يمكن استعماله لتكوين النمط في كل مما يأتي:



(B)



(A)

تركيب انعكاس وإزاحة

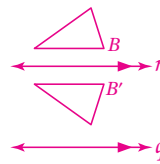
تركيب انعكاس وإزاحة



الربط مع الحياة

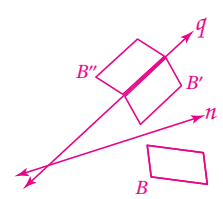
تستعمل تحويلات هندسية مركبة عند تصميم السجاد، لاحظ تكرار الجزء نفسه في إطار السجادة أعلاه.

(3A)



إزاحة في اتجاه عمودي للمستقيمين إلى أسفل مسافة $\frac{3}{4}$ in

(3B)

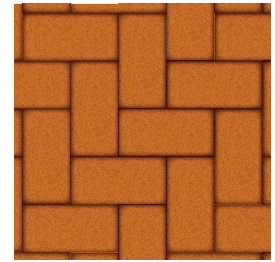


دوران بزاوية 50° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة تقاطع المستقيمين q و n

مثال إضافي

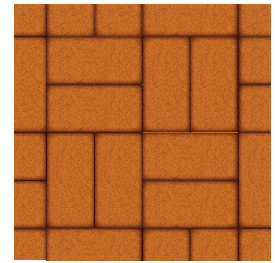
4

مناظر طبيعية: صف التحويلات الهندسية التي تم تركيبها لإنشاء نمط البلاط المبين في كل من الشكلين الآتين.



(a)

تم تكوين هذا النمط باستعمال إزاحات ودورانات متتالية.



(b)

تم تكوين هذا النمط بدورانات متتالية لبلاطين، أو بتركيب إزاحات ودورانات بالتناوب.

تنويع التعليم

دون ضمن فوق

المتعلمون البصريون / المكانيون: اطلب إلى الطلاب أن يجمعوا بين جمال الفن والهندسة في تصميم شكل، ثم إجراء تحويلات هندسية تتضمن تركيب تحويلات هندسية مختلفة عليه، وتنفيذ ذلك في ورقة كبيرة، ثم اطلب إليهم أن يكملوا المشروع الفني بإضافة الألوان وبعض الزينة تبعًا لاختيارهم.

الإزاحة	الدوران
تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين .	تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين .

3 التدريب

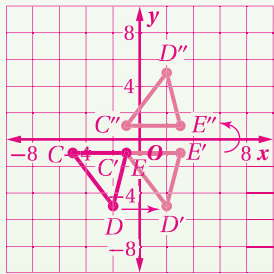
التقويم التكويني

استعمل التمارين 1-6؛ للتحقق من فهم الطلاب، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

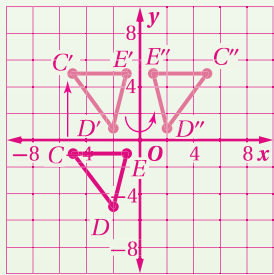
تنبيه لحل سؤال

الورق الشفاف: قد يكون من المفيد وجود الورق الشفاف مع الطلاب عند حل الأسئلة 5، 11، 12

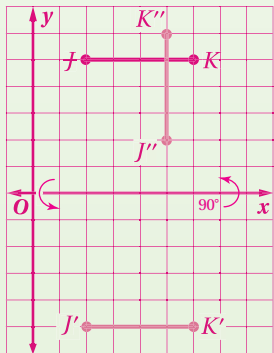
إجابات:



(1)



(2)



(3)

تأكد

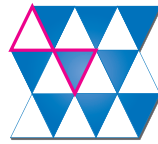
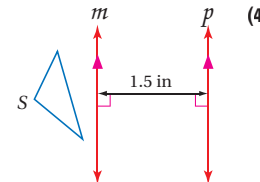
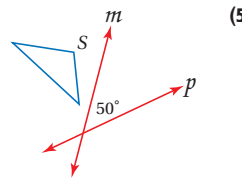
المثال 1 إحداثيات رؤوس المثلث CDE هي: $C(-5, -1)$, $D(-2, -5)$, $E(-1, -1)$ ، مثلث $C'D'E'$ هو صورة المثلث CDE عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كل من السؤالين الآتيين: (1-3) انظر الهامش.

- إزاحة مقدارها 4 وحدات إلى اليمين، ثم انعكاس حول المحور x
- إزاحة مقدارها 6 وحدات إلى أعلى، ثم انعكاس حول المحور y
- إحداثيات طرفي $\overline{JK}$ هما $J(2, 5)$, $K(6, 5)$ ، مثلث $J'K'L'$ هو صورة المثلث JKL عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كل من السؤالين الآتيين: (4-5) انظر ملحق الإجابات.

المثال 2

المثال 3

ارسم صورة الشكل S الناتجة عن انعكاس S حول المستقيم m ثم حول المستقيم p ، ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل S إلى S'' . (4-5) انظر ملحق الإجابات.



المثال 4 (6) أنماط البلاط: صنع راشد نمطًا من بلاط على شكل مثلث متطابق الضلعين، صف التحويل الهندسي المركب الذي يمكن استعماله لتكوين هذا النمط. انعكاس وإزاحة.

تدرب وحل المسائل

المثال 1 مثل بيان الشكل وصورته الناتجة عن التحويل المركب المحدد في كل مما يأتي: (7-10) انظر ملحق الإجابات.

- المثلث DFG الذي إحداثيات رؤوسه: $D(2, 8)$, $F(1, 2)$, $G(4, 6)$ ، إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليمين و3 وحدات إلى أعلى، ثم انعكاس حول المستقيم $y = x$
- المثلث RST الذي إحداثيات رؤوسه: $R(1, -4)$, $S(6, -4)$, $T(5, -1)$ ، إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليمين ثم انعكاس حول المحور x

المثال 2

- مثل بيان الشكل وصورته الناتجة عن التحويل المركب المحدد في كل مما يأتي: $R(2, -1)$, $S(6, -5)$ ، حيث $\overline{RS}$ إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليسار ووحدتان إلى أسفل، ثم انعكاس حول المحور y
- حيث $\overline{WX}$ ، $W(-4, 6)$, $X(-4, 1)$ ، انعكاس حول المحور x ثم دوران بزاوية 90° حول نقطة الأصل.

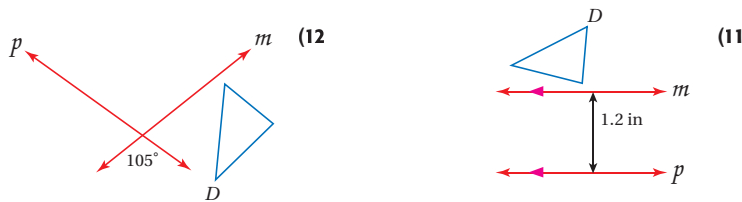
الدرس 4-7 تركيب التحويلات الهندسية 145

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	16-7، 32، 42-29
ضمن المتوسط	19-7 فردي، 21-20، 25، 27، 42-29
فوق المتوسط	39-17، (اختياري: 42-40)

ارسم صورة الشكل D الناتجة عن انعكاس حول المستقيم m ثم حول المستقيم p . ثم صِف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل D إلى D'' . (11, 12) انظر الهامش

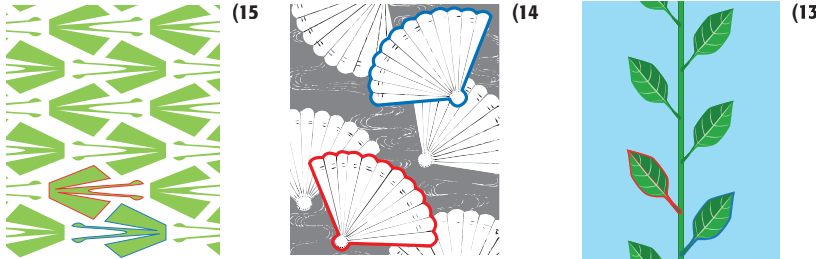
المثال 3



(11)

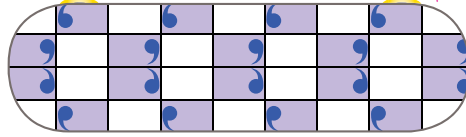
صِف تحويلًا هندسيًا مركبًا يمكن استعماله لتكوين نمط الأقمشة في كلِّ ممَّا يأتي:

المثال 4

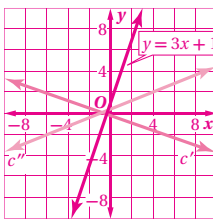


(12)

(16) زُلاجات: رسم صالح على زلاجه نمطًا، ما التحويل الهندسي المركب الذي استعماله صالح لرسم هذا النمط؟ انعكاس ثم إزاحة

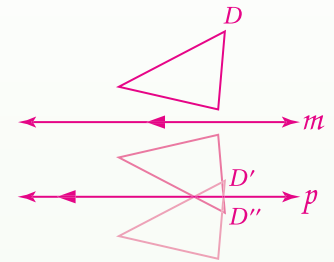


(13)



(17)

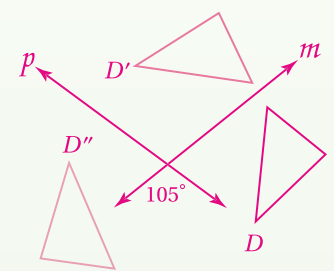
إزاحة ثم انعكاس
انعكاس ثم إزاحة
إزاحة ثم انعكاس



(11)

إزاحة في اتجاه عمودي على المستقيم m, p إلى أسفل بمقدار 2.4 بوصة.

(12)



دوران بزواوية 210° حول نقطة تقاطع المستقيمين m و p

(20) البرهان: تعلم أن الإزاحة بمقدار a وحدة إلى اليمين و b وحدة إلى أعلى، تنقل X إلى X' ، وتنقل Y إلى Y' . ومن تعريف الإزاحة نعلم أن النقطتين X و Y تحركتا المسافة نفسها في الاتجاه نفسه، ولذلك فإن $\overline{XY} \cong \overline{X'Y'}$ كما نعلم أن الانعكاس حول المستقيم z ينقل X' إلى X'' ، وينقل Y' إلى Y'' . وباستعمال تعريف الانعكاس، فإن X' و X'' على بعدين متساويين من المستقيم z ، وكذلك Y' و Y'' على بعدين متساويين من المستقيم z . إذن $\overline{X'Y'} \cong \overline{X''Y''}$. ومن خاصية التعدي للتطابق ينتج أن $\overline{XY} \cong \overline{X''Y''}$.

أوجد إحداثيات رؤوس $\triangle A''B''C''$ الناتج عن انعكاس $\triangle ABC$ حول المحور x ثم دوران بزواوية 180° حول نقطة الأصل للمثلث $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $A(-3, 1)$, $B(-2, 3)$, $C(-1, 0)$.

(20) برهان: اكتب برهانًا حرًا للحالة الآتية من نظرية 7.1 تركيب تحويلات التطابق. انظر الهامش.

المعطيات: تنقل الإزاحة بمقدار a وحدة إلى اليمين و b وحدة إلى أعلى النقطة X إلى X' والنقطة Y إلى Y' . وينقل الانعكاس حول المستقيم z النقطة X' إلى X'' والنقطة Y' إلى Y'' .

المطلوب: $\overline{XY} \cong \overline{X''Y''}$

الفصل 7 التحويلات الهندسية والتماثل

146

توسّع: أوجد صورة متوازي الأضلاع $WXYZ$ الناتجة عن انعكاس حول المستقيم p متبوعًا بدوران زاويته 270° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة تقاطع المستقيمين p و q .

الفصل 7 التحويلات الهندسية والتماثل

146

توسّع: أوجد صورة متوازي الأضلاع $WXYZ$ الناتجة عن انعكاس حول المستقيم p متبوعًا بدوران زاويته 270° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة تقاطع المستقيمين p و q .

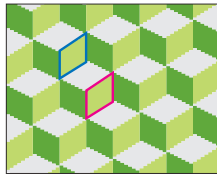
الفصل 7 التحويلات الهندسية والتماثل

146

توسّع: أوجد صورة متوازي الأضلاع $WXYZ$ الناتجة عن انعكاس حول المستقيم p متبوعًا بدوران زاويته 270° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة تقاطع المستقيمين p و q .

الفصل 7 التحويلات الهندسية والتماثل

146



(21) **حياسة:** تحيك خولة منديلاً باستعمال النمط

الظاهر في الشكل المجاور، صف تركيب التحويلات الهندسية الذي تستعمله خولة لإنشاء هذا النمط. **تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين.**

آثار الأقدام: استعن بمعلومات الربط مع الحياة، وصف التحويل المركب من إزاحة وانعكاس الذي يمكن استعماله للتنبؤ بموقع أثر القدم اللاحق في كل من السؤالين الآتيين:

(22) طائر الحبش إزاحة بمقدار 5.5 in إلى اليمين، وانعكاس حول المستقيم الذي يفصل الآثار اليمنى عن اليسرى.

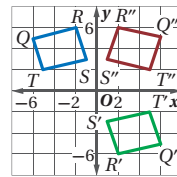


(23) البطة إزاحة بمقدار 2.5 in إلى اليمين، وانعكاس حول المستقيم الذي يفصل الآثار اليمنى عن اليسرى

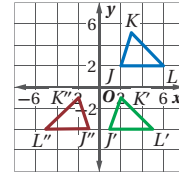


صف التحويل الهندسي المركب الذي ينقل الشكل الأزرق إلى البني في كل من السؤالين الآتيين:

إجابة ممكنة:
دوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل وانعكاس حول المحور x.



إجابة ممكنة:
إزاحة وفق القاعدة: $(x, y) \rightarrow (x-1, y-6)$ وانعكاس حول المحور y.



(24) **برهان:** اكتب برهاناً حرّاً للنظرية 7.2 (26, 27) انظر ملحق الإجابات.

المعطيات: ينقل الانعكاس حول المستقيم p القطعة $\overline{BC}$ إلى $\overline{B'C'}$ ، وينقل الانعكاس حول المستقيم q القطعة $\overline{B'C'}$ إلى $\overline{B''C''}$.

$$p \parallel q, AD = x$$

$$\overline{BB''} \perp p, \overline{BB''} \perp q \text{ (المطلوب: a)}$$

$$\overline{BB''} = 2x \text{ (b)}$$

(27) **برهان:** اكتب برهاناً حرّاً للنظرية 7.3

المعطيات: يتقاطع المستقيمان ℓ و m في النقطة P .

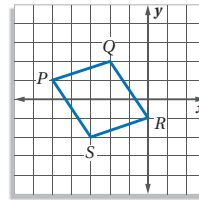
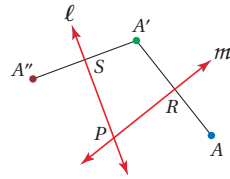
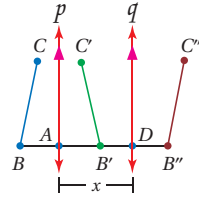
A نقطة لا تقع على أي من المستقيمين ℓ أو m .

المطلوب: (a) إذا أُجري انعكاس للنقطة A حول المستقيم m ،

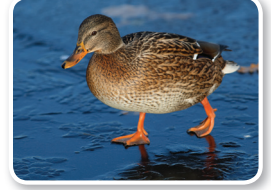
ثم أُجري انعكاس لصورتها حول المستقيم ℓ ،

فإن تكون صورة A بدوراني حول النقطة P .

$$m\angle APA'' = 2(m\angle SPR) \text{ (b)}$$



الدرس 4-7 تركيب التحويلات الهندسية 147



الربط مع الحياة

طول خطوة الحيوان يساوي المسافة بين أثري قدم متتاليين. فمتوسط طول خطوة طائر الحبش 11 in تقريباً، ومتوسط طول خطوة البطة 5 in تقريباً.

إرشادات للدراسة

مراجعة: عُد إلى الدرس 1-7 لمراجعة خصائص تطابق القطع المستقيمة.

مسائل مهارات التفكير العليا

(28) **تحذّر:** إذا أُزيح الشكل PQRS بمقدار 3 وحدات إلى اليمين

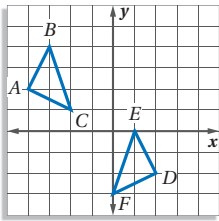
ووحدين إلى أسفل، ثم عكست الصورة حول المستقيم $y = -1$ ، وبعد

ذلك تم تدوير الصورة الجديدة بزاوية 90° حول نقطة الأصل، فما

إحداثيات رؤوس الشكل الناتج $P'''Q'''R'''S'''$ ؟

$$P'''(1, -2), Q'''(2, 1), R'''(-1, 3), S'''(-2, 0)$$

(29) **تبيرير:** إذا أُجري انعكاسان متعاقبان بشكل ما؛ أحدهما حول المستقيم $y = x$ ، والآخر حول المحور x ، فهل يؤثر ترتيب الانعكاسين في الصورة الناتجة؟ اشرح إجابتك. **انظر ملحق الإجابات.**



(30) **مسألة مفتوحة:** صِف تحويلًا هندسيًا مركبًا يمكن استعماله لتحويل $\triangle ABC$ إلى $\triangle DEF$ في الشكل المجاور.

(31) **تبيرير:** إذا أُخضع شكل ما لدورانين، فهل لترتيب الدورانين تأثير في موقع الصورة الناتجة دائمًا، أو أحيانًا، أو ليس له تأثير أبدًا؟ **انظر الهامش.**

(32) **اكتب:** هل تبقى أي نقاط ثابتة في التحويلات الهندسية المركبة؟ وضح إجابتك. **انظر الهامش.**

(30) **إجابة ممكنة:** يمكن إجراء إزاحة للمثلث $\triangle ABC$ مقدارها 4 وحدات إلى أسفل، ثم انعكاس للصورة حول المستقيم $x = -1$ لتكوين $\triangle DEF$.

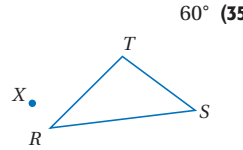
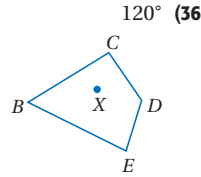
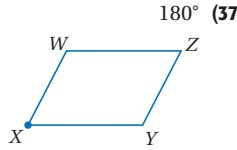
تدريب على اختبار

(34) **إجابة قصيرة:** إحداثيات طرفي $\overline{CD}$ هما $C(2, 4)$ و $D(8, 7)$ ، إذا أُزيحت هذه القطعة المستقيمة بمقدار 6 وحدات إلى اليسار ووحدتين إلى أعلى، ثم عكست الصورة حول المحور y ، فما إحداثيات D'' ؟ **$(-2, 9)$**

(33) ما صورة النقطة $A(4, 1)$ الناتجة عن انعكاس حول المستقيم $y = x$ ؟
A $(1, -4)$ **B** $(1, 4)$
C $(-1, 4)$ **D** $(-1, -4)$

مراجعة تراكمية

استعمل منقلةً ومسطرةً؛ لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة X بالزاوية المبينة في كلٍّ ممَّا يأتي: **(الدرس 7-3 (35-37) انظر الهامش .**



مثلَّ بيانياً الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المحددة في كلٍّ ممَّا يأتي: **(الدرس 7-2 (38, 39) انظر الهامش .**

(38) $\triangle FGH$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $F(1, -4)$, $G(3, -1)$, $H(7, -1)$ ؛ إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليمين و6 وحدات إلى أعلى.

(39) الشكل الرباعي $ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(-2, 7)$, $B(-1, 4)$, $C(2, 3)$, $D(2, 7)$ ؛ إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليسار و5 وحدات إلى أسفل.

استعد للدرس اللاحق

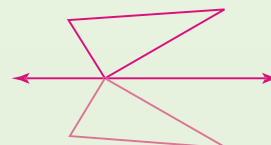
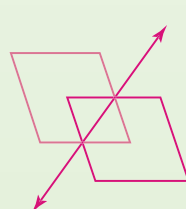
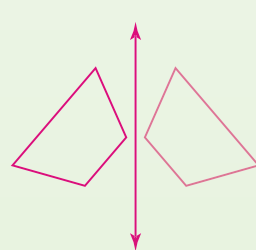
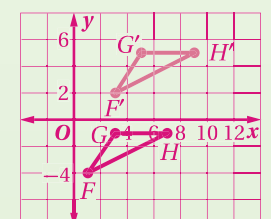
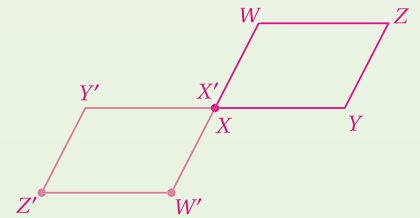
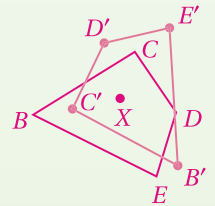
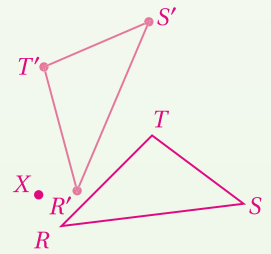
بيِّن كل من الأشكال الآتية الأصل والصورة الناتجة عن انعكاس حول مستقيم ما، ارسم محور الانعكاس. **(42-44) انظر الهامش .**



إجابات:

(31) أحيانًا؛ إجابة ممكنة: عندما يُجرى دورانان على شكل ما، لا يكون لترتيبهما تأثير، عندما يكون للدورانين المركز نفسه.

(32) إجابة ممكنة: لا توجد نقاط ثابتة في التحويلات الهندسية الناتجة عن تركيب إزاحة مع تحويل هندسي آخر؛ لأنَّ الإزاحة تحرك جميع النقاط. في بعض التحويلات الهندسية المركبة، قد توجد نقاط ثابتة مثلًا عند تدوير شكل حول إحدى نقاطه بزاوية ما، ثم دورانه مرة أخرى بزاوية أخرى حول نفس النقطة. أو عند إجراء انعكاس لشكل ما حول مستقيم يمسه أو يقطعه في بعض النقاط، ثم إجراء دوران له حول إحدى نقاط تقاطعه مع المستقيم.



1 التركيز

الأهداف

- تعرّف التبليط المنتظم.
- إنشاء نماذج تبليط باستعمال التقنيات ومن دون استعمالها.

المواد اللازمة

- الآلة الحاسبة TI-nspire

إرشادات للتدريس

قد يصعب على الطلاب إتمام هذا المعمل في حصة واحدة ، وبخاصة إن لم يعتادوا على استخدام الحاسبة TI-nspire ، فقد تحتاج إلى حصتين لتنفيذ هذا المعمل.

2 التدريس

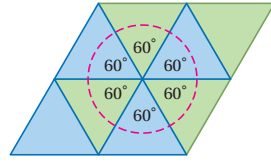
العمل في مجموعات متعاونة

وزّع الطلاب في مجموعات ثنائية أو ثلاثية متفاوتة القدرات، ثم اطلب إليهم تنفيذ الأنشطة 1-3، ثم دعهم ينفذوا النشاط 4 بشكل فردي.

وسائل:

- لماذا يُعد 120 عاملاً للعدد 360؟
- 120 عامل للعدد 360؛ لأن $120(3) = 360$
- كيف تحدّد رؤوس نمط التبليط؟ أعيّن المضلع المُستعمل في التبليط، فتكون رؤوس المضلع نفسها هي رؤوس نمط التبليط أيضاً.
- في الخطوة 2 من النشاط 3، هل يمكن استعمال زاوية دوران أخرى لتكوين نمط التبليط؟ لا؛ إذ يمكن أن تتداخل المثلثات.

تدريب: اطلب إلى الطلاب حلّ الأسئلة 1-9



التبليط نمط يتكون من شكل أو أكثر، يغطي سطحاً من دون تقاطعات أو فراغات، ويكون مجموع قياسات الزوايا حول كل رأس في التبليط 360°

والتبليط المنتظم هو التبليط الذي يُستعمل فيه نوع واحد فقط من المضلعات المنتظمة، ويمكن تبليط سطح بمضلع منتظم، إذا كان قياس زوايته الداخلية أحد عوامل العدد 360، ويمكن عمل تبليط باستعمال أكثر من نوع واحد من المضلعات المنتظمة، ويسمى التبليط الذي يتكون من مضلعين منتظمين أو أكثر **تبليطاً شبه منتظم**.

التبليط المنتظم

نشاط 1

حدّد ما إذا كان استعمال كل من المضلعين المنتظمين الآتيين لتكوين تبليط في المستوى ممكناً أم لا، فسّر إجابتك.

(a) مضلع سداسي

افترض أن قياس الزاوية الداخلية للسداسي المنتظم يساوي x°

$$\begin{aligned} \text{صيغة الزاوية الداخلية للمضلع المنتظم} \\ x &= \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} \\ n &= 6 \\ \text{بالتبسيط} \\ &= 120^\circ \end{aligned}$$

وبما أن 120 أحد عوامل 360، فإنه يمكن استعمال المضلع السداسي المنتظم لتبليط المستوى.

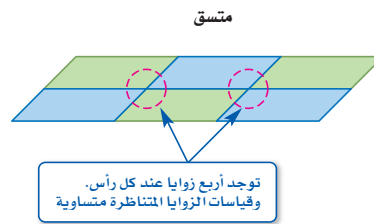
(b) مضلع عشاري

افترض أن قياس الزاوية الداخلية للعشاري المنتظم يساوي x .

$$\begin{aligned} \text{صيغة الزاوية الداخلية للمضلع المنتظم} \\ x &= \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} \\ n &= 10 \\ \text{بالتبسيط} \\ &= 144 \end{aligned}$$

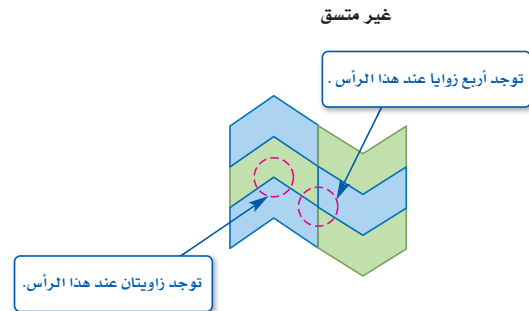
وبما أن 144 ليست من عوامل 360، إذن لا يمكن استعمال العشاري المنتظم لتبليط المستوى.

يقال: إن التبليط **متسق** إذا احتوى الترتيب نفسه من الأشكال والزوايا عند كل رأس.



متسق

توجد أربع زوايا عند كل رأس.
وقياسات الزوايا المناظرة متساوية



غير متسق

توجد أربع زوايا عند هذا الرأس.

توجد زاويتان عند هذا الرأس.

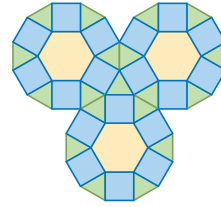
المحتوى الرياضي

الأشكال غير المنتظمة : يمكن استعمال الأشكال غير المنتظمة في التبييط، وفي هذه الحالة يصنف التبييط المتكوّن بأنه ليس منتظمًا، وليس شبه منتظم.

نشاط 2 تصنيف التبييط

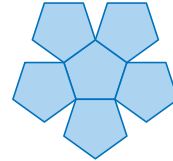
حدّد ما إذا كان كلّ من الأنماط الآتية تبييطاً أم لا، وإذا كان كذلك فصنّفه إلى منتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم وإلى متسق أو غير متسق.

بما أنه لا توجد فراغات في الشكل، وليس هنالك تقاطعات، فإن هذا النمط يشكّل تبييطاً، وهذا التبييط يتكوّن من أشكال سداسية منتظمة ومربعات ومثلثات متطابقة الأضلاع، إذن هو تبييط شبه منتظم.
بما أنه عند بعض الرؤوس يوجد 5 زوايا، وعند بعضها 4 زوايا، إذن هذا التبييط غير متسق.



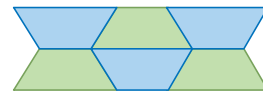
(a)

توجد فراغات في الشكل فهذا النمط ليس تبييطاً.



(b)

لا توجد فراغات ولا تقاطعات في هذا النمط فهو تبييط.
يتكوّن هذا التبييط من شبه منحرف، وهو مضلع غير منتظم؛ لذا فهذا التبييط غير منتظم، لكنه متسق؛ لأنه يحتوي على ترتيبات الأشكال نفسها والزوايا نفسها عند كل رأس.



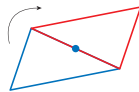
(c)

يمكن استعمال خصائص التبييط؛ لتصميم وإنشاء أشكال تبييط مختلفة.

نشاط 3 رسم التبييط

ارسم مثلثاً واستعمله لإنشاء تبييط.

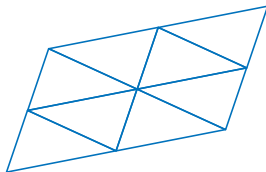
الخطوة 2: دوّر المثلث بزاوية 180° في اتجاه عقارب الساعة حول تلك النقطة.



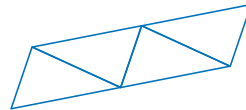
الخطوة 1: ارسم مثلثاً وعبّن نقطة منتصف أحد أضلاعه.



الخطوة 4: اعمل إزاحة للصف لتكوّن تبييطاً.



الخطوة 3: اعمل إزاحة للمثلثين لتكوّن صفّاً.



3 التقويم

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 1-6؛ لتقويم فهم الطلاب خصائص التبليط.

من المحسوس إلى المجرد

اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا معادلة جبرية بدلالة n (عدد أضلاع المضلع)، تستعمل لتحديد ما إذا كان ممكنًا استعمال المضلع للتبليط في المستوى. مثال:

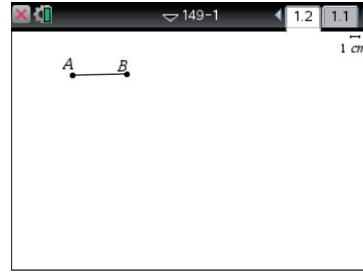
$$\frac{360^\circ}{180^\circ(n-2)} = \frac{2n}{n-2}$$

إذا كان $\frac{2n}{n-2}$ عددًا صحيحًا، فإنه يمكن استعمال المضلع لتكوين تبليط منتظم في المستوى.

إنشاء تبليط باستعمال الآلة الحاسبة البيانية TI-nspire

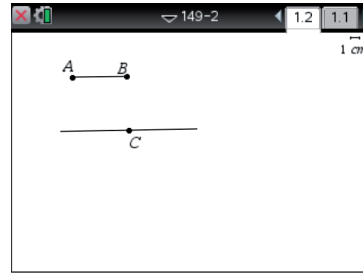
تشايط 4

الخطوة 1: ارسم قطعة مستقيمة.



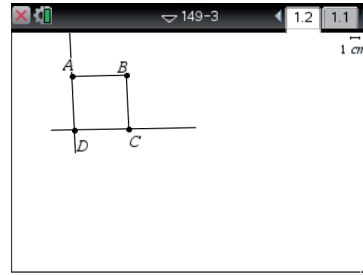
- افتح تطبيق الهندسة بالضغط على المفاتيح $\left[\text{on} \right]$ $\left[\text{menu} \right]$ ، ثم اختر $\left[4: \text{النقاط والمستقيمات} \right]$ ، ثم $\left[5: \text{قطعة مستقيمة} \right]$ ، واضغط في مقعين لتظهر القطعة المستقيمة.
- سم القطعة المستقيمة التي رسمتها، بوضع المؤشر عند أحد طرفيها، ثم اضغط $\left[\text{menu} \right]$ $\left[\text{ctrl} \right]$ ، واختار $\left[2: \text{التسمية} \right]$ ، ثم اضغط $\left[\text{shift} \right]$ (ليكون الحرف كبيرًا) واكتب A، وبالمثل سم الطرف الآخر B.

الخطوة 2: ارسم مستقيمًا موازيًا لـ $\overline{AB}$.

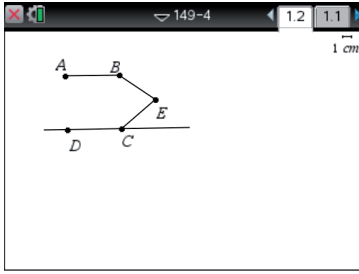


- ارسم نقطة أسفل $\overline{AB}$ ، وذلك بالضغط على $\left[\text{menu} \right]$ ، ثم اختر $\left[4: \text{النقاط والمستقيمات} \right]$ ، ثم $\left[1: \text{نقطة في المستوى} \right]$ ، ثم اضغط على الموقع المراد للنقطة C.
- سم النقطة المرسومة، بوضع المؤشر عند النقطة والضغط على $\left[\text{menu} \right]$ $\left[\text{ctrl} \right]$ ، واختار $\left[2: \text{التسمية} \right]$ ، ثم اضغط على $\left[\text{shift} \right]$ وكتابة C.
- ارسم مستقيمًا موازيًا لـ $\overline{AB}$ ويمر بالنقطة C، بالضغط على $\left[\text{menu} \right]$ ، ثم اختر $\left[7: \text{الإنشاء الهندسي} \right]$ ، ومنها $\left[2: \text{مستقيم موازي} \right]$ ، ثم اضغط على القطعة $\overline{AB}$ والنقطة C.

الخطوة 3: ارسم مستقيمًا موازيًا لـ $\overline{BC}$.

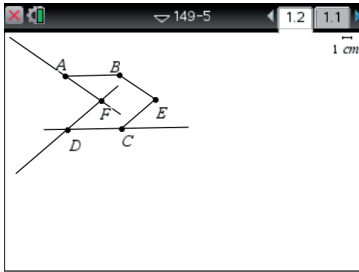


- ارسم القطعة المستقيمة $\overline{BC}$ بالضغط على $\left[\text{menu} \right]$ ، ثم اختر $\left[4: \text{النقاط والمستقيمات} \right]$ ، ثم $\left[5: \text{قطعة مستقيمة} \right]$ ، ثم اضغط على النقطتين B, C.
- ارسم مستقيمًا موازيًا لـ $\overline{BC}$ ويمر في A (بطريقة مماثلة لما ورد في الخطوة 2)، وسمه $\overline{AD}$ ، (حيث D نقطة تقاطع المستقيم الموازي لـ $\overline{AB}$ والمستقيم الموازي لـ $\overline{BC}$)، وذلك بالضغط على مفتاح $\left[\text{menu} \right]$ ، ثم اختر $\left[4: \text{النقاط والمستقيمات} \right]$ ، ثم $\left[3: \text{نقطة (نقاط) التقاطع} \right]$ ، ثم على كل من المستقيمين الموازيين لـ $\overline{AB}$ و $\overline{BC}$ ؛ لتظهر نقطة تقاطعهما وسمها D.



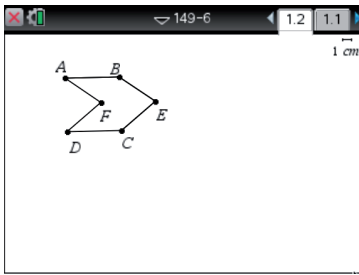
الخطوة 4: قم بإخفاء القطعة المستقيم $\overline{BC}$.

- قم بإخفاء القطعة المستقيم $\overline{BC}$ بالضغط عليها ثم على ctrl (menu) واختار 4: إخفاء ، وبالمثل قم بإخفاء المستقيم $\overrightarrow{AD}$.
- ارسم نقطة عن يمين $\overline{BC}$ وسمها E .
- صل بين B و E ، وبذلك بالضغط على (menu) ثم اختار 4: النقاط والمستقيمات ثم 5: قطعة مستقيمة ثم على النقطتين B, E .
- وبالمثل صل بين النقطتين E و C .



الخطوة 5: ارسم مستقيم مواز لـ $\overline{CE}$ و $\overline{BE}$.

- ارسم مستقيمًا موازيًا لـ $\overline{BE}$ ويمر في A ، ومستقيمًا موازيًا لـ $\overline{CE}$ ويمر في D .
- حدّد نقطة تقاطع المستقيمين الموازيين لـ $\overline{CE}$ و $\overline{BE}$ وسمها F ، وذلك بطريقة مماثلة لما ورد في الخطوة 3.



الخطوة 6: كوّن مضلعًا.

- قم بإخفاء المستقيمات $\overrightarrow{AF}$, $\overrightarrow{DF}$, $\overrightarrow{DC}$.
- كوّن مضلعًا سداسيًا بالضغط على (menu) ثم 5: الأشكال الهندسية ثم 4: المضلع ثم بالضغط على جميع رؤوسه بالتوالي، بدءًا بأحدها وانتهاءً به ثم الضغط على esc .

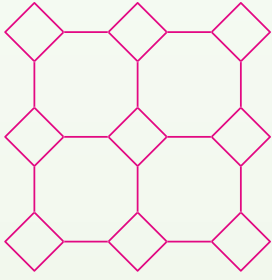
إجابات:

(1) نعم؛ إجابة ممكنة: إن قياس الزاوية الداخلية للمثلث المتطابق الأضلاع 60° ، وهو من عوامل العدد 360.

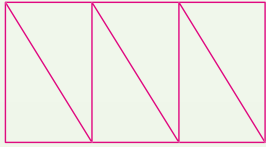
(2) لا؛ إجابة ممكنة: قياس الزاوية الداخلية للخماسي المنتظم 108° ، وهذا ليس من عوامل العدد 360

(3) لا؛ إجابة ممكنة: قياس الزاوية الداخلية للمضلع ذي الـ 16 ضلعًا يساوي 157.5° ، وهذا ليس من عوامل العدد 360

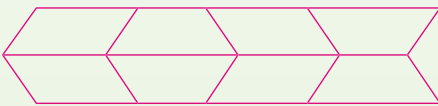
(7) إجابة ممكنة:



(8) إجابة ممكنة:

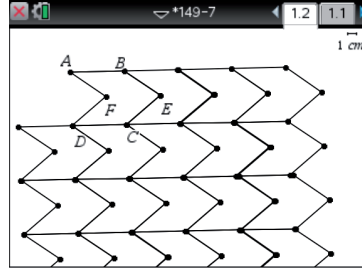


(9) إجابة ممكنة:



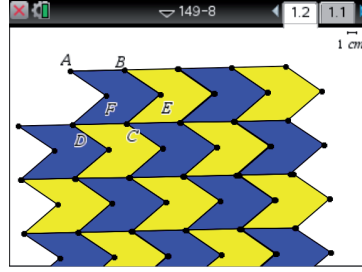
الخطوة 7: اسحب المضلع.

- اعمل انسحابًا للمضلع، بالضغط على **menu**، ثم اختار **8: التحويل الهندسي** ومنها **3: الانسحاب** ثم الضغط على أحد الرؤوس ثم على المضلع؛ لعمل نسخه منه.
- اسحب النسخة للمكان المناسب، ثم اضغط على مفتاح الإدخال لإفلاتها.
- كرّر ذلك للحصول على التبليط.



الخطوة 8: لون التبليط.

- لون التبليط الذي أنشأته، وذلك بتحديد كل مضلع ثم الضغط على **ctrl** **menu** ثم اختار **2: لون التعبئة**، واختار لون.



تمارين:

حدّد ما إذا كان استعمال أيّ من المضلعات المنتظمة الآتية لتكوين تبليط في المستوى ممكنًا أم لا. اكتب "نعم" أو "لا". (1-3) انظر الهامش .

(1) مثلث (2) مضلع خماسي (3) مضلع له 16 ضلعًا

حدّد ما إذا كان كلّ من الأنماط الآتية تبليطًا أم لا. اكتب "نعم" أو "لا"، وإن كان كذلك فصنّفه إلى منتظم أو شبه منتظم أو غير منتظم، وإلى متسق أو غير متسق.



ارسم نمط تبليط باستعمال الشكل (أو الأشكال) الآتي: (7-9) انظر الهامش .

(7) مضلع ثماني منتظم ومربع (8) مثلث قائم الزاوية (9) شبه منحرف ومتوازي أضلاع

مصادر المعلم للأنشطة الصفية



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 4 - 7

دون			ضمن			فوق المتوسط					
تدريبات إعادة التعليم (21)						تدريبات إعادة التعليم (22)					
الاسم			التاريخ			الاسم			التاريخ		
7-4 تدريبات إعادة التعليم						7-4 تدريبات إعادة التعليم					
تركيب التحويلات الهندسية						تركيب التحويلات الهندسية					
تركيب إزاحة انعكاس						تركيب انعكاس					
عند إجراء تحويلين هندسيين متتاليين على شكل هندسي، فإن التحويل الهندسي الذي ينتج الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية يسمى تحويلًا هندسيًا مركبًا. واحد هذه التحويلات المركبة تركب إزاحة انعكاس، وهو التحويل الهندسي الناتج عن تركيب إزاحة متوالية بانعكاس حول خط يوازي اتجاه الإزاحة.						تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين، يعادل إزاحة التماهيما عموديًا على كل من المستقيمين، ومقدارها يساوي مقياس المسافة بين المستقيمين المتوازيين.					
مثال						7.3					
إحداثيات رؤوس $\triangle ABC$ هي: $A(3, 3)$, $B(4, -2)$, $C(-1, -3)$. مثل بيانيًا $\triangle ABC$ وصورة الناتجة عن إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليسار ووحدة واحدة إلى أسفل، ثم انعكاس حول المحور x .						7.2					
الخطوة 1: إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليسار ووحدة واحدة إلى أسفل						تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين يكافئ دورانًا مركزه نقطة تقاطع هذين المستقيمين.					
الخطوة 2: انعكاس حول المحور x						مثال					
$(x, y) \rightarrow (x-2, y-1)$						رسم صورة الشكل A بالانعكاس حول المستقيم ℓ .					
$A(3, 3) \rightarrow A'(1, 2)$						ثم بالانعكاس حول المستقيم m . ثم صِف تحويلًا هندسيًا واحدًا يثل A إلى A'' .					
$B(4, -2) \rightarrow B'(-2, -3)$						الخطوة 1: رسم صورة A بالانعكاس حول المستقيم ℓ .					
$C(-1, -3) \rightarrow C'(-3, -4)$						الخطوة 2: رسم صورة A' بالانعكاس حول المستقيم m .					
تحويلات رؤوس $\triangle XYZ$ هي: $X(6, 5)$, $Y(7, -4)$, $Z(5, -5)$. مثل بيانيًا $\triangle XYZ$ وصورة الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كل من الأسئلة الآتية:						تلاحظ أن تركيب هذين الانعكاسين يعادل إزاحة A إلى A'' .					
1 إزاحة مقدارها وحدة إلى اليمين ووحدة إلى أعلى.						أرسم صورة الشكل P الناتجة عن انعكاس حول المستقيم ℓ ، ثم حول المستقيم m . ثم صِف تحويلًا هندسيًا واحدًا يثل P إلى P'' في كل من الأسئلة الآتية:					
ثم انعكاس حول المحور x .						1					
$(x, y) \rightarrow (x, -y)$						2					
$A(1, 2) \rightarrow A'(1, -2)$						3					
$B(2, -3) \rightarrow B'(2, 3)$						4					
$C(-3, -4) \rightarrow C'(-3, 4)$						5					
الصف: الأول الثانوي						الصف: الأول الثانوي					

دون			ضمن			فوق					
تدريبات المهارات (23)						تدريبات حل المسألة (24)					
الاسم			التاريخ			الاسم			التاريخ		
7-4 تدريبات المهارات						7-4 تدريبات حل المسألة					
تركيب التحويلات الهندسية						تركيب التحويلات الهندسية					
إحداثيات طرفي القطعة المستقيمة DE هي: $D(1, 3)$, $E(3, -3)$. مثل بيانيًا DE وصورة الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كل من أسئلة:						1 إنشاءه، حتى يكون الجسر فوق النهر، متى يجب أن تكون كل واحدة من أقدمية صورة لأخرى بالانعكاس حول خط ينصف المسافة بين جيتي النهر، رسم القاعدة الثانية للجسر.					
1 إزاحة مقدارها وحدتان إلى أسفل، ثم انعكاس حول المحور x .						2 انعكاس، أجرى أحمد انعكاسين متتاليين لجسم ما، بقي الخطوة الأولى أجرى له انعكاسًا حول المستقيم l ، ثم $y = -1$ ، أكمل هذا التحويل المركب بإجراء انعكاسي للصورة حول المستقيم $y = 1$. فكانت النتيجة النهائية إزاحة للجسم، اكتب قاعدة هذه الإزاحة.					
2 إزاحة مقدارها وحدة إلى اليمين ووحدة إلى أعلى، ثم انعكاس حول المحور x .						3 اكتشاف الخطأ، يقول سعد إن الانعكاس حول المحور x ثم الانعكاس حول المحور y ، يعادلان دورانًا بزاوية 180° حول نقطة الأصل، أما جدي فيقول إن الانعكاس حول المحور y ثم الانعكاس حول المحور x ، يعادلان انعكاسًا حول المستقيم $x = y$ ، فهل كان أي منهما على صواب؟ برز إجابته.					
3 إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليسار ووحدة واحدة إلى أسفل، ثم دوران حول نقطة الأصل بزاوية 270° .						4 تبوير، إذا أخضع شكل ما للدوران ثم انعكاس، فهل الترتيب التحويلي تأثير في موقع الصورة النهائية دائمًا أم أحيانًا أم ليس له تأثير أبدًا؟ وضع إجابته.					
4 انعكاس حول المحور x ، ثم دوران حول نقطة الأصل بزاوية 90° .						أحيانًا، عند تدوير شكل بزاوية 180° حول نقطة الأصل، ثم انعكاس حول المستقيم $x = y$ ، لا يؤثر ترتيب التحويلين في موقع الصورة النهائية.					
رسم صورة الشكل P الناتجة عن انعكاس حول المستقيم ℓ ، ثم حول المستقيم m . ثم صِف تحويلًا هندسيًا واحدًا يثل P إلى P'' في كل من الأسئلة الآتية:						الصف: الأول الثانوي					
5 دوران 50°						الصف: الأول الثانوي					
6 إزاحة 1 in						الصف: الأول الثانوي					
7 دوران 180°						الصف: الأول الثانوي					
الصف: الأول الثانوي						الصف: الأول الثانوي					



مصادر الدرس 4 - 7

فوق المتوسط

ضمن المتوسط

دون المتوسط

فوق

ضمن

دون

كتاب التمارين (19)

فوق

ضمن

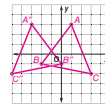
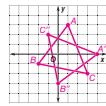
التدريبات الإثرائية (25)

التمارين الهندسية والتحويلات

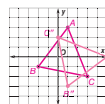
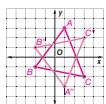
7-4 تركيب التحويلات الهندسية

إحداثيات رؤوس المثلث ABC هي: $A(1, 3)$, $B(-2, -1)$, $C(3, -2)$. مثلث $A'B'C'$ وصورة الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدد في كل مما يأتي:

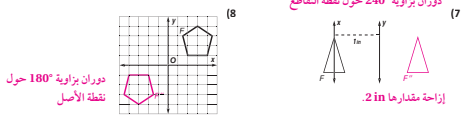
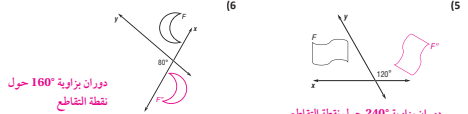
1. إزاحة وفق القاعدة: $(x, y) \rightarrow (x + 2, y)$ ثم انعكاس حول المحور y .
2. إزاحة وفق القاعدة: $(x, y) \rightarrow (x - 1, y + 1)$ ثم انعكاس حول المحور x .



3. إزاحة وفق القاعدة: $(x, y) \rightarrow (x - 1, y + 2)$ ثم انعكاس حول المحور x .
4. إزاحة وفق القاعدة: $(x, y) \rightarrow (x, y + 2)$ ثم انعكاس حول المحور x .



ارسم صورة الشكل F الناتجة عن انعكاس F حول المستقيم x ، ثم حول المستقيم y ، ثم صف تحويلًا هندسيًا واحدًا ينقل F إلى F'' في كل مما يأتي:



إزاحة مقدارها $21n$

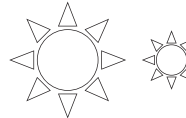
التاريخ

الاسم

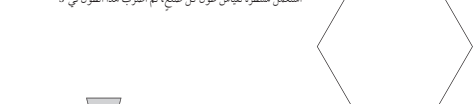
7-4 التدريبات الإثرائية

تصميم هنري

تحويلات التماثل هي التحويلات التي تحافظ على قياسات الأبعاد بين النقاط، وقياسات الزوايا، والقطع المستقيمة والأشكال، بحيث تكون الصورة الناتجة لها مطابقة للشكل الأصلي لكن ليست كل التحويلات الهندسية تحويلات تماثل، إذ إن بعضها يكثر الأبعاد أو يصغرها بنسبة محددة. يلجأ الرسامون والمصممون إلى تغيير الأبعاد في رسوماتهم للإكساء بالعمق أو الحركة، فيقوموا بتكبير القياسات أو تصغيرها باستعمال مقياس رسم أو عامل مقياس ثابت.

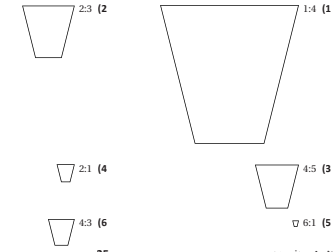


مثال: ارسم صورة الشكل المظلل المجاور باستعمال مقياس رسم 1:3. استعمل مسطرة لقياس طول كل ضلع، ثم اضرب هذا الطول في 3.



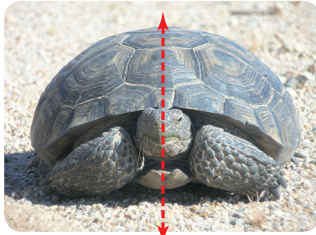
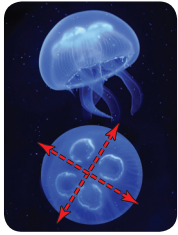
تمارين

ارسم صورة الشكل المظلل المجاور مستعملًا مقياس الرسم المناسب في كل مما يأتي:



الفصل 7: التحويلات الهندسية

الصف: الأول الثانوي

التماثل
Symmetry

لماذا؟

صورة السلحفاة المجاورة توضح تماثلاً لجزأي جسمها الأيمن والأيسر، حيث يُعد التماثل خاصيةً يمكن أن نصف بها العديد من الأشياء، مثل الأشكال الهندسية والمعادلات الرياضية وغيرها.

فالمخلوقات التي تبدو صور أجسامها متماثلة حول مستقيم تظهر أنماط عيش أكثر تعقيداً من المخلوقات ذات الأجسام المتماثلة دورانياً مثل قنديل البحر.

التماثل في الأشكال الثنائية الأبعاد: يكون الشكل **متماثلاً**، إذا وُجد انعكاس أو إزاحة أو دوران أو تركيب إزاحة وانعكاس ينتج عنه صورة منطبقة على الشكل نفسه. أحد أنواع التماثل هو التماثل حول محور.

أضف إلى
مطوياتك

مفهوم أساسي

التماثل حول محور



يكون الشكل الثنائي الأبعاد **متماثلاً حول محور**، إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه، ويسمى هذا المستقيم **محور تماثل**.

تعيين محاور التماثل

مثال 1 من واقع الحياة

مخلوقات بحرية: بين ما إذا كان يبدو لصورة المخلوق البحري محور تماثل أم لا. وإذا كان كذلك، فارسم محاور التماثل جميعها، وحدد عددها في كل ممّا يأتي:



(c)



(b)

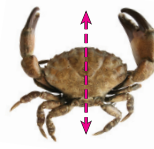
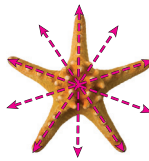


(a)

لا؛ لا يوجد لصورة هذا المخلوق محاور تماثل.

نعم؛ لصورة هذا المخلوق 5 محاور تماثل.

نعم، لصورة هذا المخلوق محور تماثل واحد.



تحقق من فهمك

بين ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك فارسم محاور التماثل جميعها، وحدد عددها في كل ممّا يأتي: (1B-C) انظر ملحق الإجابات.



(1C)



(1B)



(1A)

فيما سبق:

درست رسم صورة ناتجة عن الانعكاس والدوران.

(الدرس 7-3، 7-1)

والآن:

■ أحد محاور التماثل والتماثل الدوراني للأشكال الثنائية الأبعاد.

■ أحد مستويات التماثل والتماثل الدوراني للأشكال الثلاثية الأبعاد.

المفردات:

التماثل

symmetry

التماثل حول محور

line symmetry

محور التماثل

line of symmetry

التماثل الدوراني

rotational symmetry

مركز التماثل

center of symmetry

رتبة التماثل

order of symmetry

مقدار التماثل

magnitude of symmetry

التماثل حول مستوى

plane symmetry

www.obeikaneducation.com

1 التركيز

الترباط الراسي

ما قبل الدرس 7-5

رسم صورة الشكل الناتجة عن الانعكاس، والناتجة عن الدوران.

الدرس 7-5

تحديد محاور التماثل، والتماثل الدوراني للأشكال الثنائية الأبعاد.

تحديد مستويات التماثل، والتماثل الدوراني للأشكال الثلاثية الأبعاد.

ما بعد الدرس 7-5

رسم الصورة الناتجة عن التمدد باستعمال المسطرة، ورسم الصورة الناتجة عن التمدد في المستوى الإحداثي.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

واسأل:

• استعمل صورة السلحفاة، لتخمين معنى التماثل حول محور. **انظر إجابات الطلاب.**

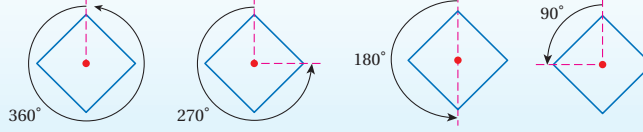
• استعمل صورة السمكة الهلامية، لتخمين معنى التماثل الدوراني. **انظر إجابات الطلاب.**

• ما نوع التماثل الذي تتصف به صورة إنسان؟ **تماثل حول محور.**

مصادر الدرس 7-5

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم ص (156)	• تنويع التعليم ص (156)	• تنويع التعليم ص (156)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (20)	• كتاب التمارين ص (20)	• كتاب التمارين ص (20)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (26) • تدريبات المهارات، ص (28) • تدريبات حل المسألة، ص (29)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (26) • تدريبات المهارات، ص (28) • تدريبات حل المسألة، ص (29) • التدريبات الإثرائية، ص (30)	• تدريبات حل المسألة، ص (29) • التدريبات الإثرائية، ص (30)

يكون للشكل الثنائي الأبعاد تماثل دوراني (أو تماثل نصف قطري) إذا كانت صورته الناتجة عن دوران بين 0° و 360° حول مركزه هي الشكل نفسه، ويسمى مركز الدوران في هذه الحالة **مركز التماثل** (أو نقطة التماثل).
أمثلة: المربع الآتي له تماثل دوراني؛ لأن الدوران بكل من الزوايا $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ ينتج عنه الشكل نفسه.



يطلق على عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على الشكل نفسه في أثناء دورانه من 0° إلى 360° اسم **رتبة التماثل**، أما **مقدار التماثل** (أو زاوية الدوران) فهو قياس أصغر زاوية يدورها الشكل حتى ينطبق على نفسه، ويرتبط مقدار التماثل ورتبته بالعلاقة:
مقدار التماثل يساوي ناتج قسمة 360° على رتبة التماثل.

ففي الشكل أعلاه، رتبة التماثل الدوراني 4، ومقدار التماثل 90°

التماثل في الأشكال الثنائية الأبعاد

المثالان 1, 2 يبينان طريقة تمييز الشكل الذي يحقق خاصية التماثل حول محور و/أو التماثل الدوراني.

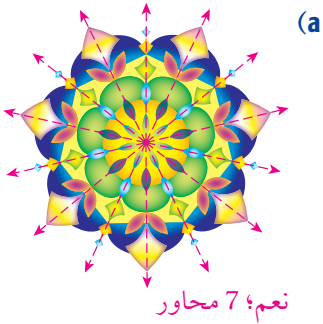
التقويم التكويني

استعمل أسئلة "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من استيعاب الطلاب المفاهيم.

مثال إضافي

1 المنظر السحري:

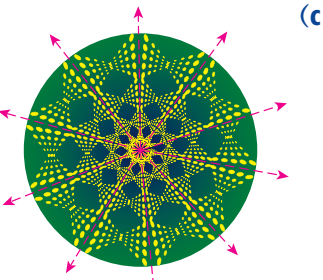
يبدو أن للصور الآتية محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك فارسم الشكل وارسم محاور التماثل جميعها، وحدد عددها.



نعم؛ 7 محاور



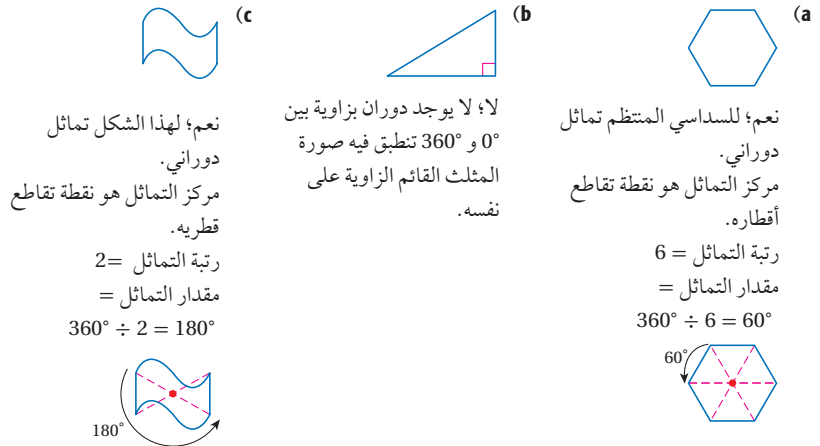
(b)



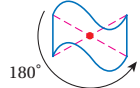
نعم؛ 5 محاور

2 مثال

بين ما إذا كان للشكل تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعين مركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره في كل مما يأتي:

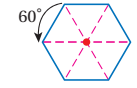


نعم؛ لهذا الشكل تماثل دوراني.
مركز التماثل هو نقطة تقاطع قطريه.
رتبة التماثل = 2
مقدار التماثل = $360^\circ \div 2 = 180^\circ$



لا؛ لا يوجد دوران بزاوية بين 0° و 360° تنطبق فيه صورة المثلث القائم الزاوية على نفسه.

نعم؛ للسداسي المنتظم تماثل دوراني.
مركز التماثل هو نقطة تقاطع أقطاره.
رتبة التماثل = 6
مقدار التماثل = $360^\circ \div 6 = 60^\circ$



تحقق من فهمك

أزهار: بين ما إذا كان يبدو لصورة الزهرة تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعين مركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره في كل مما يأتي: (2A-B) انظر ملحق الإجابات.



(2B)

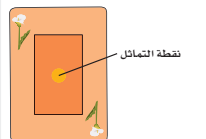


(2A)

إرشادات للدراسة

التماثل حول نقطة:

يكون الشكل متماثلاً حول نقطة، إذا كانت صورته الناتجة عن الدوران حول تلك النقطة بزاوية 180° هي الشكل نفسه.
يحقق الشكل أدناه خاصية التماثل حول نقطة.



التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: ارسم شكلاً على السبورة، ودوره لتوضيح التماثل الدوراني، ثم اطلب إلى الطلاب أن يحددوا رتبة التماثل في كل شكل يحقق التماثل الدوراني.

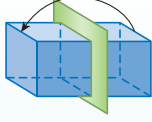
إرشادات للمعلم الجديد

الحس الرياضي: وجه الطلاب إلى أن استعمال "يبدو أن" عند السؤال عن تماثل بعض الأجسام، جاء لأن كثيراً من الأجسام تبدو متماثلة مثل وجه الإنسان، ولكنها في الحقيقة ليست متماثلة إذا طبق التعريف الرياضي للتماثل.

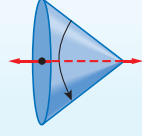
أضف إلى
مطوبتك

مفاهيم أساسية

التمائلات في الأشكال الثلاثية الأبعاد



التمائل حول مستوى
يكون الشكل الثلاثي الأبعاد **متماثلًا حول مستوى**.
إذا أمكن تقسيمه بهذا المستوى إلى شكلين متطابقين،
وفي هذه الحالة يسمى هذا المستوى (مستوى التماثل).



التمائل حول محور
يكون الشكل الثلاثي الأبعاد **متماثلًا حول محور**.
إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزاوية بين 0° و 360° ،
ليصبح كما كان في وضعه الأصلي.

إرشادات للدراسة

مستوى التماثل:
هو المستوى الذي يقسم
الشكل إلى نصفين
متطابقين تمامًا، بحيث
يكون كل منهما صورة
للاخر .

مراجعة المفردات

المنشور: مجسم
متعدد السطوح له
قاعدتان متطابقتان
وأوجه على شكل
متوازي أضلاع.

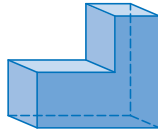
التمائل في الأشكال الثلاثية الأبعاد

مثال 3

بين ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى أو متماثلًا حول محور أو كلاهما أو غير ذلك في كل مما يأتي:

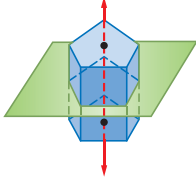


(b) منشور
خماسي
منتظم

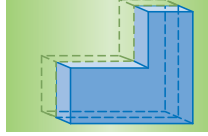


(a) مجسم
على شكل
حرف L

متماثل حول مستوى، ومتماثل حول محور

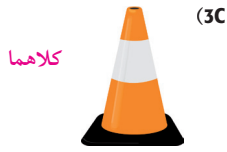


متماثل حول مستوى



تحقق من فهمك

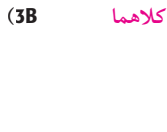
بين ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى، أو متماثلًا حول محور، أو كلاهما، أو غير ذلك في كل مما يأتي:



كلاهما



غير ذلك



كلاهما



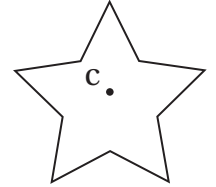
(3D)

كلاهما

مثال إضافي

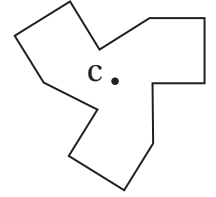
2

بين ما إذا كان للشكل تماثل دوراني
أم لا، وإذا كان كذلك فانسخ
الشكل، وعين مركز التماثل، وحدد
رُتبته ومقداره.



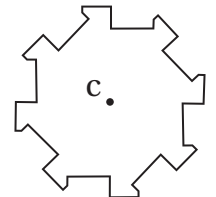
(a)

نعم؛ مركز التماثل هو مركز
النجمة، ورُتبة التماثل 5، ومقداره
 72°



(b)

نعم؛ مركز التماثل هو مركز
الشكل، ورُتبة التماثل 3،
ومقداره 120°



(c)

نعم؛ مركز التماثل هو مركز
الشكل، ورُتبة التماثل 8،
ومقداره 45°

تنويع التعليم

دون ضمن فوق

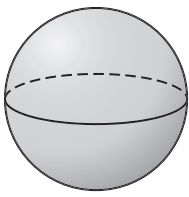
المتعلمون الطبيعيون: هناك أمثلة كثيرة لأجسام متماثلة في الطبيعة، اطلب إلى الطلاب أن يرسموا أو
يجمعوا أشياء من الطبيعة يبينون فيها أنواع التماثل التي تمت مناقشتها في هذا الدرس.

التمثال في الأشكال الثلاثية الأبعاد

المثال 3 يبين طريقة تحديد ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى، أو متماثلًا حول محور.

مثال إضافي

المثال 3 يبين ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى، أو حول محور، أو كلاهما، أو غير ذلك.



كلاهما.



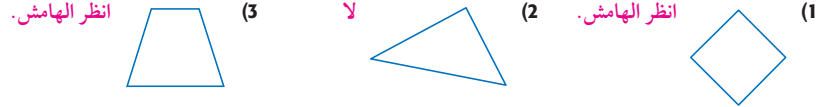
غير ذلك.

3 التدريب

التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 1-7؛ للتأكد من الفهم. ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

المثال 1 يبين ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التماثل جميعها، وحدد عددها في كل مما يأتي:



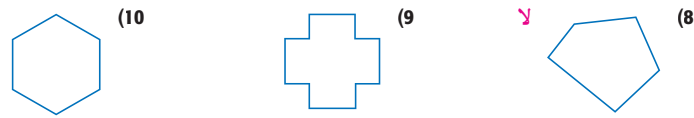
المثال 2 يبين ما إذا كان للشكل تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعين مركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره في كل مما يأتي:



المثال 3 يبين ما إذا كان الشكل المجاور متماثلًا حول مستوى أو حول محور أو كلاهما أو غير ذلك. كلاهما

تدرب وحل المسائل

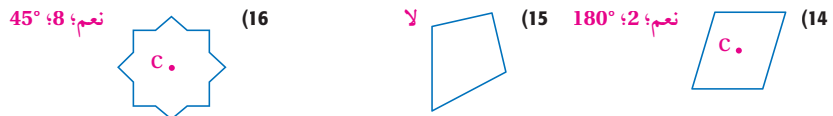
المثال 1 يبين ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التماثل جميعها، وحدد عددها في كل مما يأتي: (9، 10) انظر ملحق الإجابات.



أعلام: يبين ما إذا كان للعلم محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التماثل جميعها، وحدد عددها في كل مما يأتي:



المثال 2 يبين ما إذا كان للشكل تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعين مركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره في كل مما يأتي:



إطارات: يبين ما إذا كان لصورة غطاء إطار السيارة تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فحدد رتبة التماثل ومقداره.



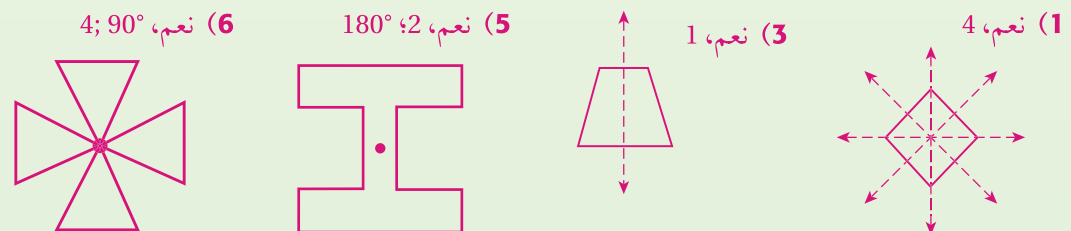
- (17) نعم؛ 7؛ 51.4°
(18) نعم؛ 6؛ 60°
(19) نعم؛ 10؛ 36°

الدرس 5-7 التماثل 157

تنويع الواجبات المنزلية

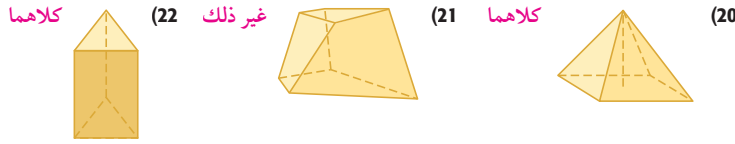
المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	22-8، 36، 48-38
ضمن المتوسط	25-8 فردي، 36-26، 48-38
فوق المتوسط	44-23، (اختياري: 48-45)

إجابات:

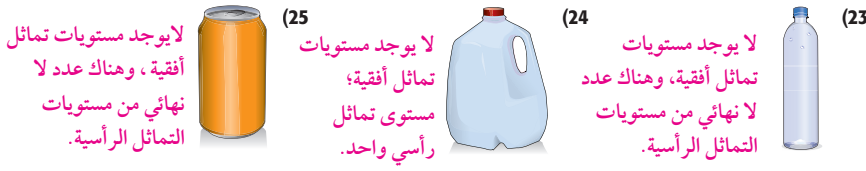


المثال 3

بين ما إذا كان الشكل متماثلاً حول مستوى أو متماثلاً حول محور أو كلاهما أو غير ذلك في كل مما يأتي:



عبوات: حدّد عدد مستويات التماثل الأفقية، ومستويات التماثل الرأسية لكل من العلب الآتية:



هندسة إحدائية: حدّد ما إذا كان للشكل المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل من الأسئلة الآتية تماثل حول محور و/أو تماثل دوراني أم لا.

(26) $A(-4, 0), B(0, 4), C(4, 0), D(0, -4)$ له محور تماثل وتماثل دوراني.

(27) $R(-3, 3), S(-3, -3), T(3, 3)$ له محور تماثل.

(28) $F(0, -4), G(-3, -2), H(-3, 2), I(0, 4), K(3, 2), L(3, -2)$ له محور تماثل وتماثل دوراني.

جبر: مثل بيانياً كلّاً من الدوال الآتية، وحدّد ما إذا كان لتمثيلها البياني تماثل حول محور و/أو تماثل دوراني أم لا. وإذا كان كذلك، فحدّد رتبة التماثل ومقداره، واكتب معادلة كل محور تماثل. (29-31) انظر الهامش.

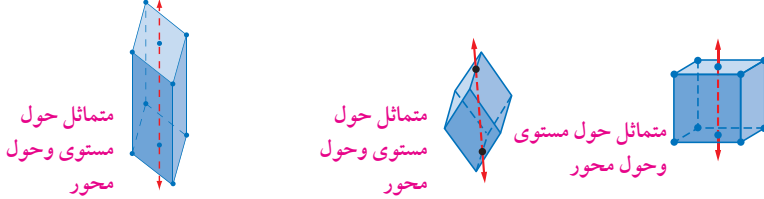
(29) $y = x$

(30) $y = x^2 + 1$

(31) $y = -x^3$

حدّد ما إذا كانت البلورة متماثلة حول مستوى أو متماثلة حول محور في كل مما يأتي:

(32) مكعب (33) مجسم ذو ستة أوجه كل منهما معين (34) منشور قائم قاعدته معين



(35) **تمثيلات متعددة:** في هذه المسألة ستستقصي التماثل الدوراني في المضلعات المنتظمة.

(a) **هندسياً:** ارسم مثلثاً مطابقاً للأضلاع، وحدّد رتبة تماثله. (a-c) انظر الهامش.

(b) **هندسياً:** كرّر العملية في الفرع a على مربع ومضلع خماسي منتظم ومضلع سداسي منتظم.

(c) **جدولياً:** نظّم جدولاً يبين رتبة التماثل لكل من هذه المضلعات.

(d) **لفظياً:** ضع تخميناً حول رتبة التماثل لمضلع منتظم.

إجابة ممكنة: رتبة تماثل المضلع المنتظم تساوي عدد أضلاعه.



الربط مع الحياة

تعتمد الخصائص الفيزيائية للمادة الصلبة على ترتيب بلوراتها، فبلورات الألماس تأخذ شكل المكعب، وروابطها قوية جداً يصعب قطعها، وهذا ما يجعل الألماس مادة قاسية جداً.

تنبيه لحل سؤال

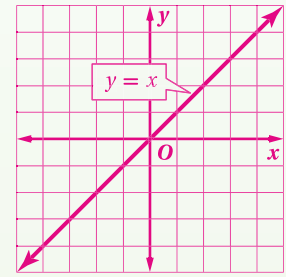
الورق الشفاف: قد يكون من المفيد وجود الورق الشفاف مع الطلاب عند حل الأسئلة 8-10، والأسئلة 14-16

تمثيلات متعددة: في السؤال 35، يستعمل الطلاب جدول قيم لاستقصاء العلاقة بين رتبة التماثل للمضلع، وعدد أضلاعه.

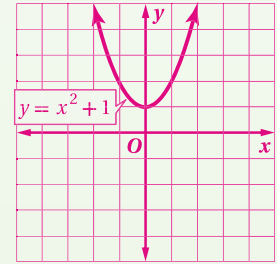
إجابات:

(29) تماثل دوراني، 180° ، 2، وتماثل

حول المستقيم $y = -x$

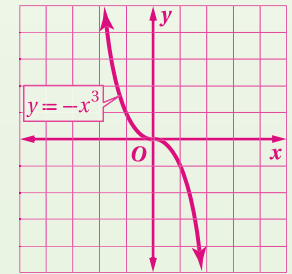


(30) تماثل حول محور، $x = 0$

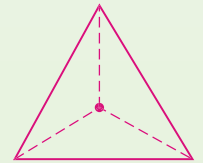


(31) تماثل دوراني وليس له محور تماثل،

180° ، 2

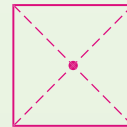


(35a)

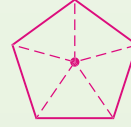


رتبة التماثل = 3

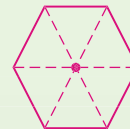
(35b)



رتبة التماثل = 4



رتبة التماثل = 5



رتبة التماثل = 6

رتبة التماثل	عدد أضلاع المضلع
3	3
4	4
5	5
6	6

(35c)

مسائل مهارات التفكير العليا

(36-38) انظر الهامش.



(36) **اكتشف الخطأ:** يقول جمال: إن للشكل A تماثلاً حول محور فقط، في حين يقول ناصر: إن للشكل A تماثلاً دورانياً فقط. فهل أيُّ منهما على صواب؟ برر إجابتك.

(37) **تحذّر:** يوجد لشكل رباعي في المستوى الإحداثي محورا تماثل فقط هما: $y = x - 1$, $y = -x + 2$. مثل محوري التماثل بيانياً ثم أوجد مجموعة من الإحداثيات الممكنة لرؤوس هذا الشكل ومثله بيانياً.

(38) **مسألة مفتوحة:** ارسم شكلاً له محور تماثل، ولكن ليس له تماثل دوراني. اشرح إجابتك.

(39) **اكتب:** بين أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين التماثل حول محور والتماثل الدوراني.

(39) إجابة ممكنة: في كلا النوعين من التماثل حول محور والتماثل الدوراني ينطبق الشكل على نفسه، ففي التماثل حول محور ينطبق الشكل على نفسه بالانعكاس حول المحور. وفي التماثل الدوراني ينطبق الشكل على نفسه من خلال دورانه حول مركز التماثل. ويمكن أن يكون للشكل نفسه تماثل حول محور وتماثل دوراني.

4 التقويم

تعلم سابق: اطلب إلى الطلاب كتابة كيف ساعدتهم دراسة تحويلات التطابق في الدروس السابقة على تعلّم الدرس الحالي عن التماثل.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب الدرسين: 4-7 و5-7 بإعطائهم:

الاختبار القصير 3، ص (50).

تنبيه!

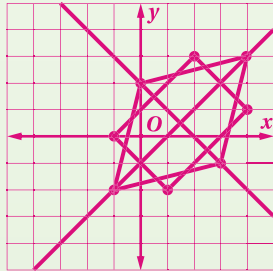
اكتشف الخطأ: لم تكن إجابة أيٍّ من جمال أو ناصر عن السؤال 36 صحيحة: يجب أن يدرك الطلاب أن للشكل A أربع محاور تماثل وتماثلاً دورانياً.

إجابات:

(36) لم تكن إجابة أيٍّ منهما صحيحة: الشكل A متماثل حول محور وله تماثل دوراني في الوقت نفسه.

(37) إجابة ممكنة: مستطيل إحداثيات رؤوسه هي: $(-1, 0)$, $(2, 3)$, $(4, 1)$, $(1, -2)$

إجابة ممكنة أخرى: معين إحداثيات رؤوسه هي: $(0, 2)$, $(4, 3)$, $(3, -1)$, $(-1, -2)$



(38) إجابة ممكنة:

المثلث المتطابق الضلعين متماثل حول المستقيم المرسوم من الرأس إلى منتصف القاعدة، وليس له تماثل دوراني؛ لأنه لا ينطبق على نفسه عند تدويره بزاوية بين 0° و 360° حول أي نقطة.

تدريب على اختبار

(40) **إجابة قصيرة:** ما عدد محاور التماثل التي يمكن رسمها في صورة علم مملكة البحرين؟ 1



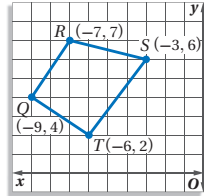
(41) ما رتبة التماثل للشكل الآتي؟ 8



مراجعة تراكمية

إحداثيات رؤوس المثلث JKL هي: $J(1, 5)$, $K(3, 1)$, $L(5, 7)$ ، مثل بيانياً $\triangle JKL$ وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المركّب المحدد في كلٍّ من السؤالين الآتيين: (الدرس 7-4) (42, 43) انظر الهامش.

(42) إزاحة مقدارها 7 وحدات إلى اليسار ووحدة واحدة إلى أسفل ثم انعكاس حول المحور x . (43) إزاحة مقدارها وحدة واحدة إلى اليمين ووحدة واحدة إلى أعلى، ثم انعكاس حول المحور y .

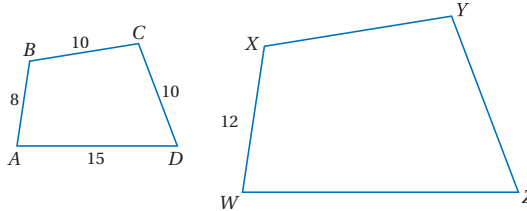


(44) بيّن الشكل المجاور الشكل الرباعي $QRST$ في المستوى الإحداثي، ما صورة النقطة R الناتجة عن دوران الشكل بزاوية 180° حول نقطة الأصل؟ (الدرس 7-3) $(7, -7)$

استعد للدرس اللاحق

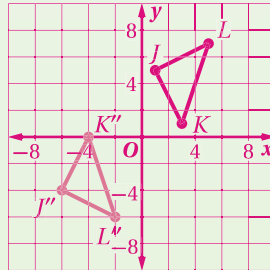
إذا كان $ABCD \sim WXYZ$ ، فأوجد كلاً مما يلي:

(45) معامل تشابه $ABCD$ إلى $WXYZ$ $\frac{2}{3}$
(46) XY 15 (47) YZ 15 (48) WZ 22.5

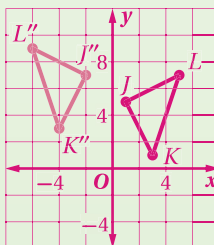


الدرس 5-7 التماثل 159

(42)



(43)





مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 5 - 7

دون دون المتوسط

ضمن ضمن المتوسط

فوق فوق المتوسط

التدريبات الإثرائية (30)

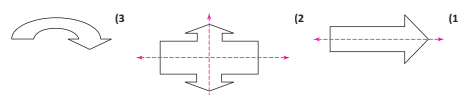
ضمن **فوق**

كتاب التمارين (20)

دون **ضمن** **فوق**

7-5 التماثل

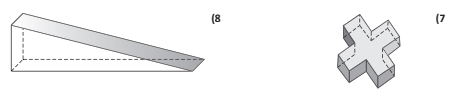
يُبين ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التماثل جميعها، وحدد عددها في كلِّ ممَّا يأتي:



نعم ؛ 1 نعم ؛ 2 لا



يُبين ما إذا كان الشكل متماثلًا حول مستوى، أو متماثلًا حول محور، أو كلاهما، أو غير ذلك في كلٍّ من السؤالين الآتيين:



متمائل حول مستوی

الإلهام

(9) **قوارب**، في القوارب البخارية يدور محرك بخاري دولاب المجاديف التي تدفع القارب في الماء. إذا تَكَوَّن دولاب المجاديف من 18 مجدافاً المسافات بينها متساوية؛ فحدد رتبة ومقدار التماثل الدوراني للدولاب. 18؛ 20°



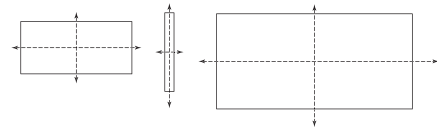
20

7-5 التدريبات الإثرائية

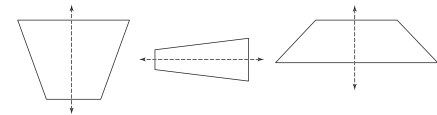
_____ التاريخ _____ الاسم



كل نوع من الأشكال الرباعية عددٌ من محاور التماثل يختلف عن عددها في الأنواع الأخرى. المربع هو الشكل الوحيد الذي له 4 محاور تماثل، كما يظهر في الشكل المجاور، يمكنك أن تتخذ نوع التماثل الرباعي من عدد التماثل التي يجوها جميع المستطيلات التي ليست مربعات لها محورا تماثل.



كل شبه منحرف متساوي الساقين، له محور تماثل واحد فقط.



ين

اقرأ كلًا من الجمل الآتية، وبين ما إذا كانت صحيحة أو خاطئة، وإذا كانت خاطئة، فارسم مثالًا مضادًا:

(1) المعينات التي ليست مربعات لها محورا تماثل فقط. صحیحة

(2) لشكل الطائرة الورقية محورا تماثل فقط. **خاصة**

(3) شبه المنحرف غير المتساوي الساقين ليس له محاور تماثل. **صحيحة**

4) لكل متوازي أضلاع محورا تماثل فقط. **خاصة**

5) تعميم: فكّر في التماثل الدوراني في الأشكال الرباعية، ثم اكتب من عندك بعض التعميمات ذات العلاقة بالتماثل الدوراني في الأشكال الرباعية. انظر إجابات الطلاب

الفصا ، 7 : التحويلات الهندسية

30

لصف: الأول، الثاني،

التمدد
Dilations

لماذا؟



بينما يستعمل كثيرون آلات التصوير الرقمية، إلا أنه لا زال بعض المصورين يفضلون استعمال الفيلم وآلات التصوير التقليدية لإنتاج مسودات الصور، ومن هذه المسودات يكون المصورون صوراً بقياساتٍ مختلفة.

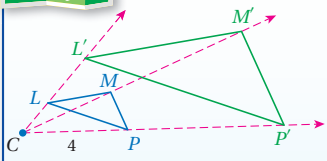
رسم التمدد: التمدد هو تحويل هندسي يكبر الشكل أو يصغره بنسبة محدّدة هي نسبة أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر لها في الشكل الأصلي. وتسمى هذه النسبة **معامل مقياس التمدد**. ولأن الصورة الناتجة عن التمدد تشبه الشكل الأصلي، فإن التمدد نوع من أنواع **تحويلات التشابه**. ويتم تحديد التمدد بمعرفة مركز التمدد ومعامله.

أضف إلى
مطوّبتك

مفهوم أساسي

التمدد

- التمدد الذي مركزه C ومعامله هو العدد الموجب k ، حيث $k \neq 1$ ، ينقل النقطة P في شكل ما إلى صورتها P' ، بحيث:
- إذا انطبقت النقطة P على مركز التمدد C ، فإن صورتها هي النقطة P نفسها.
 - إذا لم تنطبق النقطة P على مركز التمدد C ، فإن صورتها P' تقع على CP ، ويكون $CP' = k(CP)$.



هو صورة $\triangle LMP$ الناتجة عن التمدد الذي مركزه C ومعامله 2.5

رسم التمدد

مثال 1

استعمل مسطرة لرسم صورة $\triangle ABC$ الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة D ، ومعامله $\frac{1}{2}$.

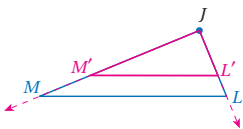
الخطوة 1: ارسم من D أنصاف المستقيمات $\overrightarrow{DA}$ ، $\overrightarrow{DB}$ ، $\overrightarrow{DC}$.

الخطوة 2: عيّن A' على $\overrightarrow{DA}$ ، بحيث يكون $DA' = \frac{1}{2} DA$.

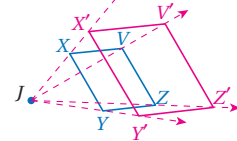
الخطوة 3: عيّن B' على $\overrightarrow{DB}$ و C' على $\overrightarrow{DC}$. بالطريقة نفسها ثم ارسم $\triangle A'B'C'$.

تحقق من فهمك

استعمل مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة J ، ومعامله العدد k المحدد في كلٍّ مما يأتي:



$k = 0.75$ (1B)



$k = \frac{3}{2}$ (1A)

مصادر الدرس 7-6

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم ص (161)	• تنويع التعليم ص (161, 162)	• تنويع التعليم ص (161, 162)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (21)	• كتاب التمارين ص (21)	• كتاب التمارين ص (21)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (31)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (31)	• تدريبات حل المسألة، ص (34)
	• تدريبات المهارات، ص (33)	• تدريبات المهارات، ص (33)	• التدريبات الإثرائية، ص (35)
	• تدريبات حل المسألة، ص (34)	• تدريبات حل المسألة، ص (34)	
	• تدريبات الإثرائية، ص (35)	• التدريبات الإثرائية، ص (35)	

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 7-6

رسم صورة ناتجة عن تكبير شكل أو تصغيره.

الدرس 7-6

رسم الصورة الناتجة عن التمدد باستعمال المسطرة.

رسم الصورة الناتجة عن التمدد في المستوى الإحداثي.

ما بعد الدرس 7-6

تطبيق تحويلات هندسية أساسية تشمل $a.f(x)$, $f(y) + d$, $f(x-c)$, $f(b.x)$, $|f(x)|$, $f(|x|)$ على الدالة المولدة الأم.

إجراء عمليات تشمل تركيب الدوال وإيجاد معكوساتها، ووصف هذه الإجراءات والنتائج لفظياً وعددياً وبيانياً وبالرموز

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

واسأل:

• ما العلاقة بين المسودة وصورة مكبرة أو مصغرة عنها؟ **إنهما متشابهتان.**

• كيف ثبت أن الصورة مشابهة

للمسودة؟ أثبت أن زواياهما المتناظرة متطابقة، وأن أطوال أضلاعها المتناظرة متشابهة.

من تعريف معامل مقياس التمدد، تجد أنه إذا كان معامل مقياس التمدد k أكبر من 1، فإن أبعاد الصورة أكبر من الأبعاد المناظرة لها في الشكل الأصلي وعندها يكون التمدد تكبيراً. وإذا كان $0 < k < 1$ ، فإن أبعاد الصورة تكون أصغر من الأبعاد المناظرة لها في الشكل الأصلي، وعندها يكون التمدد تصغيراً. وبما أن $\frac{1}{2}$ يقع بين 0 و 1، فإن التمدد في المثال 1 تصغير.

ويسمى التمدد الذي معاملته 1 تمدداً مطابقاً؛ إذ يكون الشكل الأصلي وصورته متطابقين.

رسم التمدد

المثال 1 يبين كيفية رسم الصورة الناتجة عن التمدد.

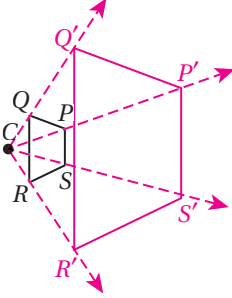
المثال 2 يبين كيفية إيجاد معامل مقياس التمدد.

التقويم التكويني

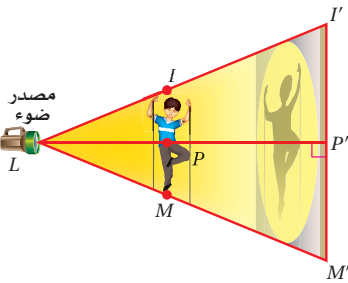
استعمل أسئلة تحقق من فهمك بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلاب المفاهيم.

مثالان إضافيان

1 استعمل مسطرة لرسم صورة شبه المنحرف $PQRS$ بالتمدد الذي مركزه النقطة C ومعامله 3

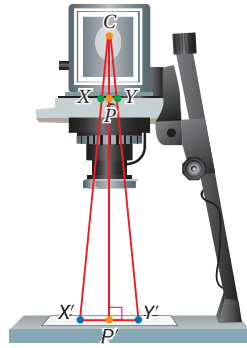


2 دمي: للإيهام بأن الصورة بالحجم الطبيعي، يستعمل محرّكو الدمي مصدراً ضوئياً؛ لعرض صورة مكبرة للدمية على شاشة أو حائط. افترض أن المسافة بين مصدر الضوء L والدمية (LP) هي 24 in، على أي بُعد عن الشاشة تضع دمية طولها 9 in؛ ليكون طول ظلّها ($I'M'$) يساوي 49.5 in؟



9 ft أو 108 in

إيجاد معامل مقياس التمدد



تصوير: لإنتاج صور مكبرة، يمكن أن تُعدّل المسافة بين مسودة الصورة والصورة المكبرة باستعمال جهاز تكبير الصور. افترض أن المسافة CP بين مصدر الضوء C ومسودة الصورة تساوي 45 mm، ما المسافة PP' التي يلزم أن يُعدّل إليها جهاز تكبير الصور للحصول على صورة عرضها $X'Y' = 22.75 \text{ cm}$ من مسودة عرضها $XY = 35 \text{ mm}$ ؟

افهم: المعطيات: مركز التمدد C ، $XY = 35 \text{ mm}$ ، $X'Y' = 22.75 \text{ cm} = 227.5 \text{ mm}$ ، $CP = 45 \text{ mm}$. المطلوب: إيجاد PP' .

خطّط: أوجد معامل مقياس التمدد من الشكل الأصلي $\overline{XY}$ إلى

الصورة $\overline{X'Y'}$ ، واستعمله لإيجاد CP' ، ثم استعمل CP' لإيجاد PP' .

حلّ: معامل مقياس التمدد هو نسبة أحد أطوال الصورة إلى الطول المناظر له في الشكل الأصلي.

معامل مقياس تمدد الصورة

$$k = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}}$$

طول الصورة يساوي $X'Y'$ ، وطول الأصل يساوي XY

$$= \frac{X'Y'}{XY}$$

بالتعويض والقسمة

$$= \frac{227.5}{35} = 6.5$$

استعمل معامل مقياس التمدد لإيجاد CP' .

تعريف التمدد

$$CP' = k(CP)$$

$$k = 6.5, CP = 45$$

$$= 6.5(45)$$

بالضرب

$$= 292.5$$

استعمل CP و CP' لإيجاد PP' .

مسلمة جمع القطع المستقيمة

$$CP + PP' = CP'$$

$$CP = 45, CP' = 292.5$$

$$45 + PP' = 292.5$$

بطرح 45 من الطرفين

$$PP' = 247.5$$

يجب أن يُعدّل جهاز تكبير الصور، بحيث تكون المسافة PP' بين المسودة والصورة المكبرة 247.5 mm أو 24.75 cm

تحقق: بما أن هذا التمدد تكبير، إذن يجب أن يكون معاملته أكبر من 1، وبما أن $6.5 > 1$ ، فإن معامل مقياس التمدد معقول. ✓

مثال 2 من واقع الحياة

إرشادات لحل المسألة

استعمال التقدير:

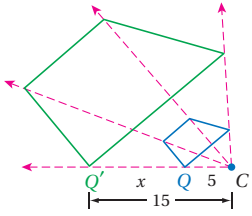
لتجنّب الأخطاء غير المقصودة في حساباتك، قدّر إجابة السؤال قبل الشروع في الحل. يمكنك أن تقدّر معامل مقياس التمدد في المثال 2 بحوالي $\frac{240}{40}$ أو 6 وبذلك يكون CP' (50) أي 300 تقريباً. ويكون PP' 50 – 300 أي 250 mm تقريباً، أو 25 cm، والإجابة 24.7 cm قريبة من الإجابة المقدّرة؛ لذا فإن الإجابة معقولة.

تنويع التعليم

دون ضمن فوق

المتعلمون الحركيون: يمكن ربط التمدد مع النوابض من خلال زيادة طول النابض أو تقصيره، حيث يُستعمل معامل التمدد (أكبر من 1) عند زيادة الطول، ومعامل التمدد (أصغر من 1) عند تقصير الطول، ويستطيع الطلاب تجريب ذلك باستعمال نوابض متعددة داخل غرفة الصف.

تحقق من فهمك



(2) حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل Q إلى Q' تكبيراً أم تصغيراً، ثم أوجد معامل التمدد، وقيمة x. تكبير؛ 3؛ 10

التمدد في المستوى الإحداثي: يمكن أن تستعمل القاعدة الآتية لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل.

إرشادات للدراسة

معامل التمدد السالب: يمكن أن يكون معامل التمدد سالباً، وستستقصي هذا النوع من التمدد في السؤال 26.

التمدد في المستوى الإحداثي

المثال 3 بيّن كيفية رسم صورة شكل ناتجة عن تمدد في المستوى الإحداثي.

مثال إضافي

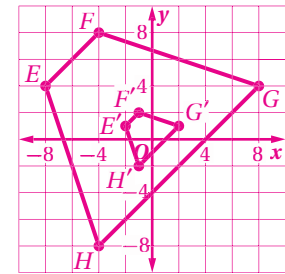
3

إحداثيات رؤوس شبه المنحرف

$EFGH$ هي: $E(-8, 4)$, $F(-4, 8)$, $G(8, 4)$, $H(-4, -8)$

ممثل بيانياً صورة $EFGH$ الناتجة عن تمدد

مركزه نقطة الأصل ومعامله $\frac{1}{4}$

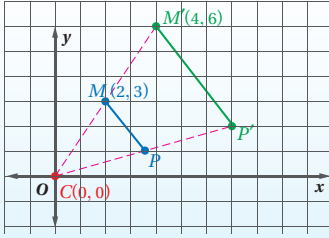


التمدد في المستوى الإحداثي

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

مثال:



التعبير اللفظي: لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، اضرب الإحداثيين x , y لكل نقطة في الشكل الأصلي في معامل مقياس التمدد k .

الرموز: $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$

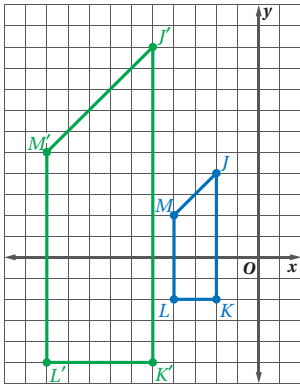
المثال 3 التمدد في المستوى الإحداثي

إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $JKLM$ هي: $J(-2, 4)$, $K(-2, -2)$, $L(-4, -2)$, $M(-4, 2)$ بيانياً $JKLM$ وصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، ومعامله 2.5

اضرب الإحداثيين x و y لكل رأس في معامل التمدد 2.5

(x, y)	$\rightarrow$	$(2.5x, 2.5y)$
$J(-2, 4)$	$\rightarrow$	$J'(-5, 10)$
$K(-2, -2)$	$\rightarrow$	$K'(-5, -5)$
$L(-4, -2)$	$\rightarrow$	$L'(-10, -5)$
$M(-4, 2)$	$\rightarrow$	$M'(-10, 5)$

ممثل بيانياً $JKLM$ وصورة $J'K'L'M'$



تحقق من فهمك

مثل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانياً، ثم مثل صورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، ومعامله العدد k المحدد في كل من السؤالين الآتين: (3A, 3B) انظر ملحق الإجابات.

(3A) $k = \frac{1}{3}$; $Q(0, 6)$, $R(-6, -3)$, $S(6, -3)$ (3B) $k = 2$; $A(2, 1)$, $B(0, 3)$, $C(-1, 2)$, $D(0, 1)$

تنبيه!

مركز التمدد: انتبه للطلاب الذين يبدوون رسم التمدد من نقطة على الشكل، ويقسّون من نقطة بعيدة عن مركز التمدد، وأكّد على أن معامل مقياس التمدد يُقاس بدءاً من مركز التمدد.

المحتوى الرياضي

الاتجاه: بيّن للطلاب أن التمدد يحفظ قياس الزوايا والاتجاه، ولكنه لا يحفظ الأطوال.

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: اعرض

المستوى الإحداثي على السبورة، ثم ارسّم شكلاً في المستوى، وأعط الطلاب معامل مقياس التمدد، واطلب إليهم أن يحدّدوا إحداثيات رؤوس صورة الشكل الناتجة عن التمدد، وأن يعيّنوا هذه النقاط ويرسموا صورة الشكل.

تنويع التعليم

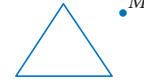
ضمن فوق

توسّع: اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا الخطوات المتّبعة في رسم الصورة الناتجة عن التمدد، ويتعين على الطلاب أن يقدموا أمثلة توضح هذه الخطوات، وأن يكتبوا خصائص التمدد. اقبل جميع الإجابات المعقولة.

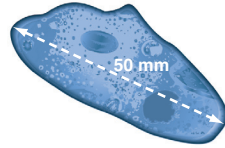
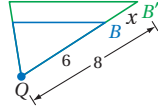
المثال 1 استعمل مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمدد مركزه النقطة M ومعامله العدد k المحدد في كل من السؤالين الآتيين: (1-2) انظر الهامش.

$$k = 2 \quad (2)$$

$$k = \frac{1}{4} \quad (1)$$



المثال 2 (3) حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل B إلى الشكل B' تكبيراً أم تصغيراً، ثم أوجد معاملته وقيمة x . تكبير؛ $\frac{4}{3}$ ؛ 2



(4) **أحياء:** طول مخلوق حيّ دقيق وحيد الخلية 200 ميكرون، ويظهر طوله تحت المجهر 50 mm، إذا كان 1000 ميكرون = 1 mm، فما قوة التكبير (معامل مقياس التمدد) المُستعملة؟ وضح إجابتك.

(4) 250 مرة؛ طول الكائن الحي بالملمتر يساوي $200 \div 1000$ أي 0.2 mm

معامل مقياس التمدد يساوي $\frac{50}{0.2}$ أي 250

المثال 3 مثل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانياً، ثم مثل صورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد k المحدد في كل من الأسئلة الآتية: (5-8) انظر ملحق الإجابات

$$k = 1.5 ; W(0, 0), X(6, 6), Y(6, 0) \quad (5)$$

$$k = \frac{1}{2} ; Q(-4, 4), R(-4, -4), S(4, -4), T(4, 4) \quad (6)$$

$$k = 2 ; A(-1, 4), B(2, 4), C(3, 2), D(-2, 2) \quad (7)$$

$$k = \frac{3}{4} ; J(-2, 0), K(2, 4), L(8, 0), M(2, -4) \quad (8)$$

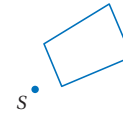
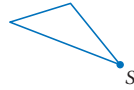
تدرب وحل المسائل

المثال 1 استعمل مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمدد مركزه النقطة S ومعامله العدد k المحدد في كل من الأسئلة الآتية: (9-11) انظر ملحق الإجابات

$$k = 2.25 \quad (11)$$

$$k = \frac{1}{3} \quad (10)$$

$$k = \frac{5}{2} \quad (9)$$

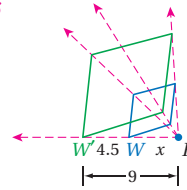
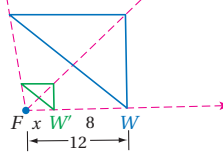


المثال 2 حدّد ما إذا كان التمدد من الشكل W إلى الشكل W' تكبيراً أم تصغيراً، ثم أوجد معاملته وقيمة x .

$$\text{تصغير؛ } \frac{1}{3}؛ 4$$

$$\text{تكبير؛ } 2؛ 4.5 \quad (13)$$

$$(12)$$



الدرس 6-7 التمدد 163

تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون دون المتوسط	18-9، 29-42
ضمن المتوسط	19-9 فردي، 20، 21-25 فردي، 26، 29-42
فوق المتوسط	19-38، (اختياري: 39-42)

3 التدريب

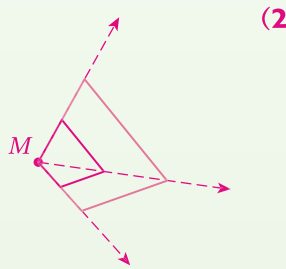
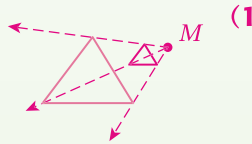
التقويم التكويني

استعمل الأسئلة 1-8؛ للتأكد من فهم الطلاب، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

تنبيه لحل بعض الأسئلة

الورق الشفاف: قد يجد الطلاب أنه من المفيد وجود الورق الشفاف لوضعها فوق كل شكل من الأشكال في الأسئلة 9-11، للحصول على صورة مطابقة تماماً لكل منها ثم رسم الصورة الناتجة عن التمدد وفقاً لما هو محدد في كل سؤال

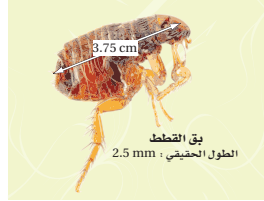
إجابات:



حشرات: طول كل من الحشرتين الآتيتين كما تُرى تحت المجهر مكتوب على الصورة. إذا علمت طول الحشرة الحقيقي، فأوجد قوة التكبير المُستعملة، ووضح إجابتك.



(15)



(14)

(14) 15 مرة ؛ طول صورة

الحشرة بالملترات هو

37.5 mm أي 3.75×10

ومعامل مقياس التمدد

يساوي $\frac{37.5}{2.5}$ أي 15

(15) 96 مرة ؛ طول الحشرة

بالملمترات هو 4.8×10 أي

48 mm . ومعامل مقياس

التمدد يساوي $\frac{48}{0.5}$ أي 96

المثال 3

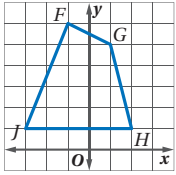
مثّل بيانيًا المضلع وصورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد k المحدد في كل من الأسئلة الآتية: (16-18) انظر ملحق الإجابات.

(16) $k = 0.5$ ؛ $J(-8, 0)$, $K(-4, 4)$, $L(-2, 0)$

(17) $k = 0.75$ ؛ $D(4, 4)$, $F(0, 0)$, $G(8, 0)$

(18) $k = 3$ ؛ $W(2, 2)$, $X(2, 0)$, $Y(0, 1)$, $Z(1, 2)$

(a-b) انظر الهامش .



(19) هندسة إحداثية: استعمل التمثيل البياني للمضلع $FGHJ$ للإجابة عمّا يلي:

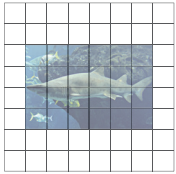
(a) مثّل بيانيًا صورة $FGHJ$ الناتجة عن تمدد معامل $\frac{1}{2}$ ومركزه نقطة الأصل، ثم انعكاس حول المحور y .

(b) نفّذ التحويل المركب في الفرع a بعكس الترتيب.

(c) هل يؤثر ترتيب التحويلين الهندسيين هنا في الصورة النهائية؟ لا

(d) هل يؤثر ترتيب تركيب التمدد والانعكاس في الصورة النهائية دائمًا أو أحيانًا أو أنه لا يؤثر عليها أبدًا؟

انظر الهامش .

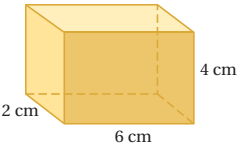


(20) رسم: يرسم سليمان صورةً باستعمال طريقة المربعات، فيضع شبكة إحداثية شفافة طول وحدتها $\frac{1}{4} \text{ cm}$ فوق صورة أبعادها $4 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ ، ويضع شبكةً أخرى طول وحدتها $\frac{1}{2} \text{ cm}$ على ورقة رسم أبعادها $8 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$ ، ثم يرسم ما يحويه كل مربع من الصورة في المربع المناظر له على ورقة الرسم.

(a) ما معامل مقياس هذا التمدد؟ $\frac{2}{1}$ أي 2

(b) ما طول وحدة الشبكة التي يتعيّن عليه استعمالها لرسم صورة قياسها 10 أمثال قياس الصورة الأصلية؟ 2.5 cm

(c) كم تكون مساحة الرسم الناتج عن صورة أبعادها $5 \text{ cm} \times 7 \text{ cm}$ عند استعمال شبكة وحدتها 2 cm على لوحة الرسم؟ 2240 cm^2



(21) تغيير الأبعاد: يمكن إجراء تمدد على الأشكال الثلاثية الأبعاد أيضًا.

(a) أوجد مساحة سطح المنشور المجاور وحجمه.

(b) أوجد مساحة سطح المنشور الناتج عن تمدد معاملته 2، وأوجد حجمه.

(c) أوجد مساحة سطح المنشور الناتج عن تمدد معاملته $\frac{1}{2}$ ، وأوجد حجمه.

(d) أوجد نسبة مساحة سطح المنشور الناتج عن كل تمدد إلى مساحة سطح المنشور الأصلي، ثم أوجد نسبة حجم المنشور الناتج عن كل تمدد إلى حجم المنشور الأصلي. انظر الهامش.

(e) ضع تخمينًا حول أثر التمدد ذي المعامل الموجب في مساحة سطح المنشور وفي حجمه. انظر الهامش.

(21a) مساحة سطح المنشور:

88 cm^2 ؛

وحجمه: 48 cm^3

(21b) مساحة سطحه:

352 cm^2 ؛

وحجمه: 384 cm^3

(21c) مساحة سطحه:

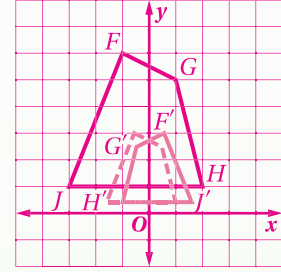
22 cm^2 ؛

وحجمه: 6 cm^3

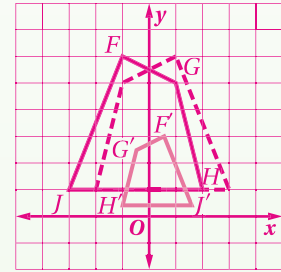
164 الفصل 7 التحويلات الهندسية والتماثل

إجابات:

(19a)



(19b)



(19d) أحيانًا؛ إجابة ممكنة: لا يكون

لترتيب تركيب التمدد الذي مركزه نقطة الأصل والانعكاس أهمية، إذا كان محور الانعكاس يحوي نقطة الأصل؛ أي إذا كانت معادلته على الصورة: $y = mx$.

(21d) مساحة السطح 4 أمثال المساحة

الأصلية، عندما يكون معامل مقياس

التمدد 2، ومساحة السطح تساوي

$\frac{1}{4}$ المساحة الأصلية، إذا كان معامل

مقياس التمدد $\frac{1}{2}$ ، حجم المنشور

الجديد 8 أمثال حجم المنشور

الأصلي، عندما يكون معامل مقياس

التمدد 2، وحجم المنشور يساوي

$\frac{1}{8}$ الحجم الأصلي، إذا كان معامل

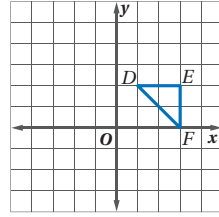
مقياس التمدد $\frac{1}{2}$

(21e) أضرب مساحة سطح الشكل

الأصلي في k^2 ، ثم أضرب حجم

الشكل الأصلي في k^3 .

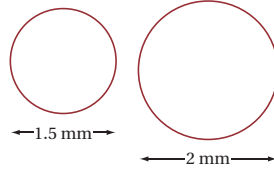
22 هندسة إحدائية: استعمال التمثيل البياني المجاور للإجابة عما يأتي: (a-b) انظر الهامش.



(a) مثل بيانيًا صورة $\triangle DEF$ الناتجة عن تمدد مركزه نقطة D ومعامله 3

(b) عبّر عن هذا التمدد بتركيب تحويلين هندسيين، أحدهما تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله 3

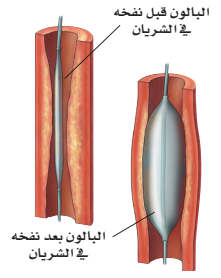
23 صحة: استعمال فقرة الربط مع الحياة المجاورة للإجابة عن السؤالين الآتيين:



(a) ينفخ الطبيب بالون القسطرة في الشريان التاجي للمريض مكيًا بالون كما يتضح في الشكل المجاور. أوجد معامل هذا التمدد. $1\frac{1}{3}$

(b) أوجد مساحة المقطع العرضي للبالون قبل النفخ وبعده. 3.14 mm^2 ; 1.77 mm^2

أعطي في كل من السؤالين الآتيين الشكل الأصلي وصورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة P ، عيّن موقع النقطة P ، وأجد معامل مقياس التمدد. (24, 25) انظر الهامش.



الربط مع الحياة

عندما يضيق الشريان التاجي الذي ينقل الدم إلى القلب بسبب تراكم الكولسترول، يمكن توسيعه باستعمال أنبوب أجوف مرن في نهايته بالون صغير، وتسمى هذه العملية قسطرة البالون.

(26d) إجابة ممكنة:

يضرب كل إحداثي في معامل مقياس التمدد السالب.

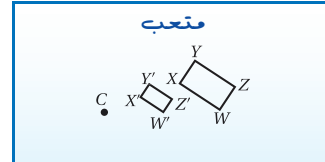
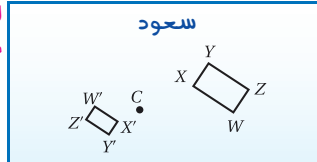
(26f) إجابة ممكنة:

يمكن وصف التمدد الذي مركزه نقطة الأصل ومعامله $-k$ بأنه تركيب تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله k ودوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل.

مسائل مهارات التفكير العليا

27 اكتشاف الخطأ: يحاول كل من متعب وسعود أن يصف تأثير القيمة السالبة لمعامل مقياس التمدد في صورة الشكل الرباعي $WXYZ$ ، فأيهما تفسيره صحيح؟ اشرح تبريرك.

سعود: لأن متعبًا استعمال معامل تمدد موجبًا.



$$y = 4x - 3$$

28 تحدّد: أوجد معادلة صورة المستقيم $y = 4x - 2$ الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله 1.5

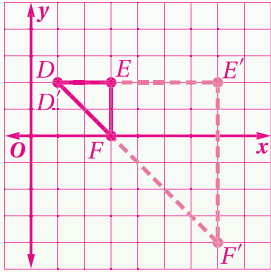
29 اكتب: هل تحفظ التحويلات الهندسية جميعها التوازي والاستقامة؟ اشرح إجابتك. انظر الهامش.

الدرس 6-7 التمدد 165

تمثيلات متعددة: في السؤال 26،

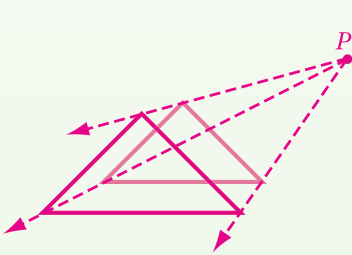
يستعمل الطلاب الرسوم الهندسية والجداول والتعابير الجبرية والوصف اللفظي؛ لاستقصاء التمدد الذي مركزه نقطة الأصل ومعامله سالب.

إجابات:



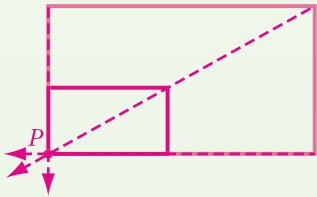
(22a)

(22b) تركيب تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله 3، إزاحة مقدارها وحدتان إلى اليسار، و4 وحدات إلى أسفل.



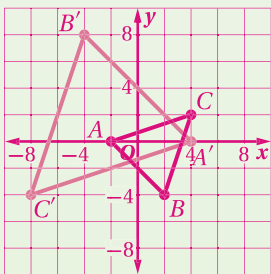
(24)

$$\frac{4}{5}$$

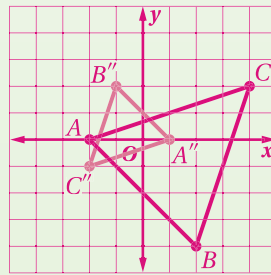


(25)

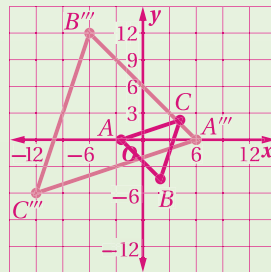
$$\frac{11}{5}$$



عندما $k = -2$



عندما $k = -\frac{1}{2}$



عندما $k = -3$

(26b)

الإحداثيات	معامل مقياس التمدد
C'	A'
$(-8, -4)$	$(4, 0)$
$(-2, -1)$	$(1, 0)$
$(-12, -6)$	$(6, 0)$

(26c)

29 إجابة ممكنة: نعم؛ تتكون أشكال متطابقة نتيجة الانعكاس

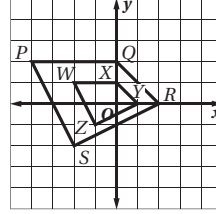
والإزاحة والدوران؛ ممّا يعني أن جميع الأضلاع المتوازية قبل التحويل الهندسي، تبقى متوازية بعده، وأن النقاط الواقعة على استقامة واحدة قبل التحويل الهندسي، تبقى على استقامة واحدة بعده. كما يحفظ التمدد التوازي والاستقامة؛ لأن الأشكال الناتجة تكون مشابهة للأصل؛ أي أن لها الشكل نفسه، ولكن بأطوال مختلفة.

(30) **مسألة مفتوحة:** ارسم مثلثًا في المستوى الإحداثي، ثم كبره بحيث تصبح مساحة صورته الناتجة عن التمدد أربعة أمثال مساحته الأصلية، وحدد معامل مقياس التمدد ومركزه. **انظر الهامش.**

(31) **اكتب:** حدد التحويلات الهندسية التي تكون نتيجتها مطابقة للشكل الأصلي، وتلك التي تكون نتيجتها مشابهة للشكل الأصلي، وتلك التي تكون نتيجتها الشكل الأصلي نفسه. اشرح إجابتك. **انظر الهامش.**

تدريب على اختبار

(32) ما معامل مقياس التمدد من الشكل PQRS إلى الشكل $\frac{1}{2}WXYZ$ ؟



(33) يرسم توفيق نسخة من لوحة فنية معروضة في متحف فني. إذا كان عرض اللوحة 3 ft، وطولها 6 ft، وقرر أن يستعمل معامل مقياس تمدد قدره 0.25، فما أبعاد ورقة الرسم بالبوصات المناسبة لإنجاز رسمه؟ **D**

- 6 in × 12 in **C** 4 in × 8 in **A**
10 in × 20 in **D** 8 in × 16 in **B**

4 التقويم

بطاقة مكافأة: اطلب إلى الطلاب أن يقيسوا جسمًا في غرفة الفصل، وأن ينفذوا تمديدًا لتصغيره، ويكوّنوا نموذجًا عنه على لوحة و/أو على ورق الرسم، واطلب إليهم أن يُسلّموا النماذج التي أعدوها قبل مغادرة الفصل.

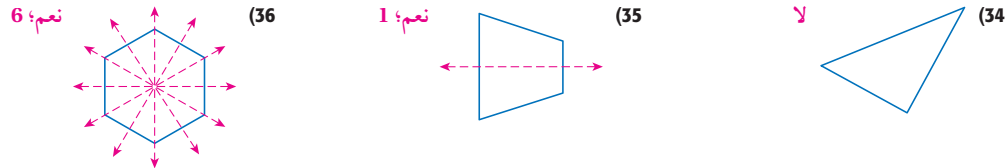
التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب الدرس 6-7 بإعطائهم:

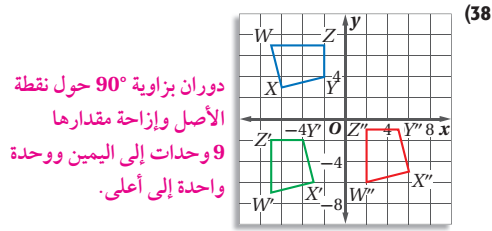
الاختبار القصير 4، ص (50)

مراجعة تراكمية

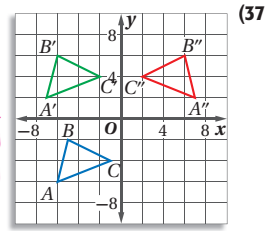
بين ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك فارسم محاور التماثل جميعها، وحدد عددها في كل ممّا يأتي: (الدرس 7-5)



صنّف التحويل الهندسي المركب الذي ينقل الشكل إلى صورته النهائية في كلٍّ من السؤالين الآتيين: (الدرس 7-4)

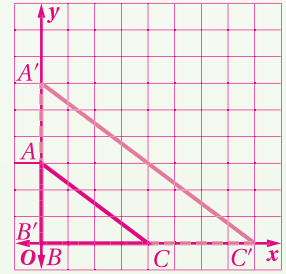


إزاحة مقدارها وحدة واحدة إلى اليسار و 8 وحدات إلى أعلى، ثم انعكاس حول المحور y.



إجابات:

(30)



$k = 2$ ، ومركز التمدد هو النقطة B، وهي نقطة الأصل.

(31) إجابة ممكنة: يُنتج كلٌّ من الانعكاس

والإزاحة والدوران أشكالًا مطابقة للشكل الأصلي؛ لأن زوايا وأضلاع الشكل الأصلي تطابق الزوايا والأضلاع المناظرة لها في الصورة. ويُنتج التمدد أشكالًا مشابهة للشكل الأصلي؛ لأن زوايا الشكل الأصلي تطابق الزوايا المناظرة لها في الصورة، وأطوال أضلاع الشكل الأصلي متناسبة مع أطوال الأضلاع المناظرة لها في الصورة. وكذلك يُنتج كل من الدوران بزاوية قياسها 360° حول نقطة الأصل، والانعكاس حول محور تماثل الشكل، والتمدد الذي معاملته 1 الشكل الأصلي نفسه؛ لأن كل جزء من الشكل الناتج من هذه التحويلات ينطبق على الجزء المناظر له في الشكل الأصلي.

استعد للدرس اللاحق

أوجد قيمة x في كلٍّ من الأسئلة الآتية:

(39) $58.9 = 2x$ تقريبًا **29.45** (40) $\frac{108.6}{\pi} = x$ تقريبًا **34.57** (41) $228.4 = \pi x$ تقريبًا **72.7** (42) $\frac{336.4}{x} = \pi$ تقريبًا **107.08**

مصادر المعلم للأنشطة الصفية



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 6 - 7

دون	فوق المتوسط	ضمن	ضمن المتوسط	دون
تدريبات إعادة التعليم - تنمة (32)		تدريبات إعادة التعليم (31)		دون
الاسم: _____ التاريخ: _____ 7-6 تدريبات إعادة التعليم التمدد التمدد في المستوى الإحداثي، لإيجاد إحداثيات الصورة الناتجة عن تمدد مركز نقطة الأصل ومعامله k، اكتب الإحداثيين x, y لكل نقطة من الشكل الأصلي في معادله K. $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$ مثال إحداثيات رؤوس $\triangle ABC$ هي: $A(-2, -2)$، $B(1, -1)$، $C(2, 0)$، مثل بياني $\triangle ABC$ وصورة الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله 2. اكتب الإحداثيين x, y لكل رأس في العدد 2. $(x, y) \rightarrow (2x, 2y)$ $A(-2, -2) \rightarrow A'(-4, -4)$ $B(1, -1) \rightarrow B'(2, -2)$ $C(2, 0) \rightarrow C'(4, 0)$ ومثل بياني $\triangle ABC$ وصورة $\triangle A'B'C'$ تمارين مثل بياني المثلث المخطط إحداثيات رؤوسه، ثم مثل صورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد k المحدد في كل من الأسئلة الآتية: (1) $E(-2, -2)$، $F(-2, 4)$، $G(2, 4)$، $H(2, -2)$; $k = 0.5$ (2) $A(0, 0)$، $B(3, 3)$، $C(6, 3)$، $D(6, -3)$; $E(3, -3)$; $k = \frac{1}{3}$ (3) $A(-2, -2)$، $B(-1, 2)$، $C(2, 1)$; $k = 2$ (4) $A(2, 2)$، $B(3, 4)$، $C(5, 2)$; $k = 2.5$ الفصل 7، التحويلات الهندسية		الاسم: _____ التاريخ: _____ 7-6 تدريبات إعادة التعليم التمدد رسم التمدد، التمدد هو تحويل هندسي يكرر الشكل أو بعضه بنسبة محددة هي نسبة أبعاد الصورة إلى الطول المناظر لها في الشكل الأصلي. وتسمى هذه النسبة معامل التمدد، ولأن الصورة الناتجة عن التمدد تشبه الشكل الأصلي، فإن التمدد نوع من أنواع تحويلات الشابه، ويتم تحديد التمدد بمعرفه مركز التمدد ومعامله. مثال استعمل مسطرة لرسم صورة $\triangle ABC$ الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة O، ومعامله $k = 2$. الخطوة 1: ارم $\vec{OA}$، $\vec{OB}$، $\vec{OC}$. الخطوة 2: عثر نقاط B' و A' على أن يكون: $OC' = 2(OC)$ و $OB' = 2(OB)$ و $OA' = 2(OA)$. الخطوة 3: صل النقاط A' و B' و C'، لتحصل على $\triangle A'B'C'$، فيكون $\triangle A'B'C'$ صورة $\triangle ABC$ الناتجة عن التمدد. تمارين استعمل مسطرة لرسم الصورة الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة S ومعامله العدد k المحدد في كل من الأسئلة الآتية: (1) $k = 2$ (2) $k = \frac{1}{2}$ (3) $k = 1$ (4) $k = 3$ (5) $k = \frac{2}{3}$ (6) $k = 1$ الفصل 7، التحويلات الهندسية		دون
تدريبات حل المسألة (34)		تدريبات المهارات (33)		دون
الاسم: _____ التاريخ: _____ 7-6 تدريبات حل المسألة التمدد (1) مركز التمدد، وضع سعيد صورة شكل نتجت عن تمدد فوق الشكل الأصلي، كما في الشكل أدناه، عثر مركز هذا التمدد، والشرح الطريقة التي اتبعها لتعيينه. (2) معامل التمدد، رسم عمر شكلاً وصورة الناتجة عن تمدد على المستوى الإحداثي نفسه، كما هو موضح أدناه، ما معامل هذا التمدد؟ 2.5 (3) ملاحظات، إذا كان طول صورة سيارة على إعلان لبيع السيارات هو 4 ft، فما معامل التصغير، إذا كان طول السيارة الأصلي 14 ft؟ $\frac{1}{42}$ (4) اكتب، يرسم هيثم صورةً لوضعه على لوحة، ويريد أن يزيد سماكة خطوط النجمة الخارجية أدناه بإجراء تمدد لها، ومن ثم يظلل المساحات بين الشكل الأصلي والصورة. اكتب صورة النجمة الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة المبيّنة في الشكل ومعامله 1.5. انظر الشكل. (5) مخططات، رسم سلمان في المستوى الإحداثي مخططاً لتمتدّ بعدها لقاعة الاختبارات في المدرسة، وقد قرّر أن يصغرها لكي تكون صالحة للاستعمال في أماكن أصغر مساحته من قاعة المدرسة. (6) اكتب صورة هذا المخطط الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة $(0, 0)$ ومعامله 0.5. انظر الشكل. (7) إذا كان محيط الصورة الناتجة عن التمدد 26 وحد، فما محيط المخطط الأصلي؟ 52 وحدة. الفصل 7، التحويلات الهندسية		الاسم: _____ التاريخ: _____ 7-6 تدريبات المهارات التمدد استعمل مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن التمدد الذي مركزه C ومعامله العدد k المحدد في كل من السؤالين الآتيين: (1) $k = 2$ (2) $k = \frac{1}{2}$ حدد ما إذا كان التمدد من الشكل W إلى W' تكبيراً أم تصغيراً، ثم أوجد معامل التمدد وقيمة x. (3) $k = 3.5$، $x = 2$ تكبير، $k = 2.5$، $x = 3$ تصغير مثل بياني المثلث المخطط إحداثيات رؤوسه، ثم مثل صورته الناتجة عن التمدد الذي مركزه نقطة الأصل ومعامله العدد k المحدد في كل من السؤالين الآتيين: (4) $D(-2, 0)$، $G(0, 2)$، $F(-2, -2)$; $k = 1.5$ (5) $J(2, 4)$، $K(4, 4)$، $P(3, 2)$; $k = 2$ الفصل 7، التحويلات الهندسية		دون
الصف: _____ التاريخ: _____		الصف: _____ التاريخ: _____		الصف: _____ التاريخ: _____



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 6 - 7

دون دون المتوسط

ضمن ضمن المتوسط

فوق فوق المتوسط

التدريبات الإثرائية (35)

ضمن **فوق**

كتاب التمارين (21)

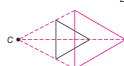
دون ضمن فوق

7-6 التمدد

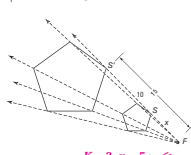
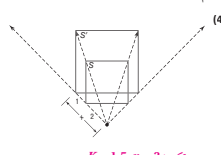
استعمل مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمدد مركزه النقطة G ، ومعامله k المحدد في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

$$k = \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$k = \frac{2}{3} \quad (2)$$



حدد ما إذا كان التمدد من الشكل S إلى S' تكبيراً أم تصغيراً، ثم أوجد معاملته وقيمة x .



$K = 1.5, x = 3$ ؛ تكبير

$K=3, x=5$ ؛ $\frac{1}{K}$

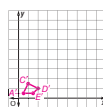
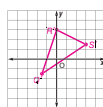
مثال بياناً المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه، ثم مثل صورته الناتجة عن تمديد مركزه نقطة الأصل، ومعامله العدد k المحدد في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(5) الشكل الرباعي $ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه: (6) $\triangle QRS$ الذي إحداثيات رؤوسه:

 $\{Q(-1, -1), R(0, 2), S(2, 1)\}$ $\{A(1, 1), B(2, 3), C(4, 2), D(3, 1)\}$

$k = 0.5$

$$k = \frac{3}{2}$$



7 تصوير: كبر خالد صورة أبعادها $10\text{ cm} \times 16\text{ cm}$ بمعامل مقياس تمدد $\frac{5}{2}$ ، ما بُعد الصورة الناتجة؟

21

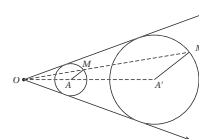
الاسم _____

التاريخ —

7-6 التدريبات الإثرائية

الدوائر المتشابهة:

قد تتعجب إذا علمت أن أيَّ دائرتين غير متطابقتين واقعيتين في المستوى نفسه ولا تشركان في نقاط داخلية، يمكنك نقل إحدهما إلى الأخرى بأكثر من تمّدد واحد.



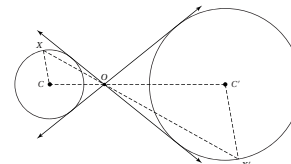
1 يبين الشكل المجاور إحدى طرق نقل الدائرة الصغيرة إلى الدائرة الكبيرة باستعمال التمدد. إذا أعطيت الدائرتان، فإنه يمكنك تحديد مركز التمدد بالطريقة التي توضّحها المستقيمات المرسومة في الشكل. صِف الطريقة التي يمكنك تحديد مركز التمدد بها.

استعمل القطع المستقيمة المبينة في الشكل للتعبير عن معامل التمدد.

ارسم المماسين المشتركين للخارجيين للدائرتين، فتكون نقطة تقاطعهما هي مركز التمدد الذي ينقل $\odot A$ إلى $\odot A'$ ، معامل التمدد $\frac{A'M'}{AM}$

[2] في الشكل أدناه زوج آخر من الدوائر غير المتطابقة التي لا تترك في أي نقطة داخلية، فلقد تبين لك من السؤال 1 أنه يمكنك الآن تحديد نقطة عن مسار الدائرة الصغرى تمثل مركز التمدد الذي ينقل $\odot C$ إلى $\odot C'$ ، أوجد مركزاً آخر لتمدد آخر يحول $\odot C$ إلى $\odot C'$ ، ثم عيّن قطعاً مستقيمة وسمّها واستعملها للتعبير عن معامل التمدد.

ارسم المماسين المشتركين الداخليين للدائرتين، لتكون نقطة تقاطعهما هي مركز التماس.

$$\frac{C'X'}{CX} = \text{معامل التمدد}$$


الفصل 7: التحويلات الهندسية

35

الصف: الأول الثانوي

ملخص الفصل

المفاهيم الأساسية

الانعكاس (الدرس 7-1)

- الانعكاس هو تحويل هندسي يقبّل الشكل حول مستقيم يُسمّى محور الانعكاس.

الإزاحة (الانسحاب) (الدرس 7-2)

- الإزاحة (الانسحاب) هي تحويل هندسي ينقل نقاط الشكل جميعها المسافة نفسها وفي الاتجاه نفسه.

الدوران (الدرس 7-3)

- يحرك الدوران كل نقطة في الشكل الأصلي بزاوية محددة وفي اتجاه محدد حول نقطة ثابتة.

تركيب التحويلات الهندسية (الدرس 7-4)

- يمكن تمثيل الإزاحة بتركيب انعكاسين متتابعين حول مستقيمين متوازيين، ويمكن تمثيل الدوران بتركيب انعكاسين متتابعين حول مستقيمين متقاطعين.

التماثل (الدرس 7-5)

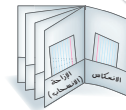
- التماثل: يكون الشكل ماثلاً إذا وُجد انعكاس أو إزاحة أو دوران أو تركيب إزاحة وانعكاس ينتج عنه صورة منطبقة على الشكل نفسه.
- رتبة التماثل هي عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على الشكل نفسه في أثناء تدويره من 0° إلى 360° .
- مقدار التماثل هو قياس أصغر زاوية يدور بها الشكل حتى ينطبق على نفسه.

التمدد (الدرس 7-6)

- يكبر التمدد الشكل أو يصغره بنسبة محدّدة.

المطويات

منظم أفكار



تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدوّنة في مطوبتك.

مفردات أساسية

محور الانعكاس (ص. 118)	التماثل حول محور (الأشكال
مركز الدوران (ص. 133)	الثلاثية الأبعاد (ص. 156)
زاوية الدوران (ص. 133)	التماثل الدوراني (ص. 155)
التحويل الهندسي	مركز التماثل (ص. 155)
المركب (ص. 141)	رتبة التماثل (ص. 155)
التماثل (ص. 154)	مقدار التماثل (ص. 155)
التماثل حول محور (الأشكال	التمدد (ص. 160)
الثلاثية الأبعاد (ص. 154)	تحويل التشابه (ص. 160)
التماثل حول مستوى (ص. 156)	معامل مقياس التمدد (ص. 160)
محور التماثل (ص. 154)	

اختبار المفردات

اختر المفردة التي تجعل الجملة صحيحة:

- 1 عند إجراء تحويل هندسي على شكل ما، ثم إجراء تحويل هندسي آخر على صورته، فإن هذه العملية تسمى (تحويلًا هندسيًا مركبًا، رتبة الدوران).
- 2 إذا طُوي شكل حول خطٍ مستقيم، وانطبق نصفاه أحدهما على الآخر تمامًا، فإن خط الطي يسمى (محور الانعكاس، محور التماثل).
- 3 التحويل الهندسي الذي يكبر الشكل أو يصغره بنسبة محددة هو (التمدد، الدوران).
- 4 يُطلق على عدد المرات التي ينطبق فيها الشكل على نفسه في أثناء تدويره من 0° إلى 360° اسم (مقدار التماثل، رتبة التماثل).
- 5 يبعد (محور الانعكاس، مركز التمدد) المسافة نفسها عن كل نقطة في الشكل وصورته.
- 6 يكون الشكل (تحويلًا هندسيًا مركبًا، تماثلًا) إذا وُجد انعكاس أو إزاحة أو دوران أو تركيب إزاحة وانعكاس ينتج عنه صورة منطبقة على الشكل نفسه.
- 7 يمكن تمثيل (الإزاحة، الدوران) بتركيب انعكاسين متتابعين حول مستقيمين متقاطعين.
- 8 لتدوير نقطة ما بزاوية $(90^\circ, 180^\circ)$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، اضرب الإحداثي y في -1، وبذل الإحداثيين x, y .
- 9 (التمدد، الانعكاس) هو تحويل تطابق.
- 10 يكون للشكل (محور تماثل، تماثل دوراني) إذا كانت صورته الناتجة عن دوران حول مركزه بزاوية بين 0° و 360° هي الشكل نفسه.

التقويم التكويني

المفردات الأساسية: رقم الصفحة بعد كل مفردة يُشير إلى الصفحة التي وردت فيها المفردة أول مرة.

فإذا واجه بعض الطلاب صعوبات في حل الأسئلة 1-10، فذكّرهم بأنه يمكنهم استعمال هذه الصفحات مرجعًا ليتذكروا المعلومات حول هذه المفردات.

التقويم الختامي

اختبار المفردات، ص (52).

المطويات

منظم أفكار

واقترح عليهم أن يُقوّا مطوياتهم في تناول أيديهم عند حل أسئلة دليل الدراسة والمراجعة. وبيّن لهم أنه يمكن أن تكون مطوياتهم أداة مراجعة سريعة؛ استعدادًا لاختبار الفصل.

اطلب إلى الطلاب أن يتصفّحوا دروس الفصل؛ للتحقق من أنهم كتبوا في مطوياتهم أمثلة لكل درس.

مراجعة الدروس

7-1 الانعكاس (ص 125-118)

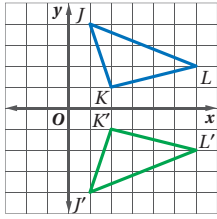
مثال 1

مثّل بيانيًا $\triangle JKL$ الذي إحداثيات رؤوسه:
المحور x .
مُثل صورته بالانعكاس حول

اضرب الإحداثي y لكل رأس في -1

$$\begin{aligned}(x, y) &\rightarrow (x, -y) \\ J(1, 4) &\rightarrow J'(1, -4) \\ K(2, 1) &\rightarrow K'(2, -1) \\ L(6, 2) &\rightarrow L'(6, -2)\end{aligned}$$

ثم مثّل بيانيًا $\triangle JKL$
وصورته $\triangle J'K'L'$.



مثّل بيانيًا كل شكل مما يأتي وصورته بالانعكاس المحدد.
(11-14) انظر الهامش.

(11) المستطيل $ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه:
الانعكاس حول المحور x .
 $A(2, -4), B(4, -6), C(7, -3), D(5, -1)$

(12) المثلث XYZ الذي إحداثيات رؤوسه:
المحور y .
 $X(-1, 1), Y(-1, -2), Z(3, -3)$

(13) الشكل الرباعي $QRST$ الذي إحداثيات رؤوسه:
بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.
 $Q(-4, -1), R(-1, 2), S(2, 2), T(0, -4)$

(14) فن: يصنع عامر منحوتين ليضعهما على جانبي ممر في حديقة منزله، بحيث تكون إحداهما انعكاسًا للأخرى حول المستقيم الذي يقسم هذا الممر طولًا إلى نصفين. انسخ الشكل في دفترك، وارسم محور الانعكاس.

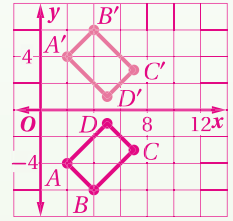


مراجعة الدروس

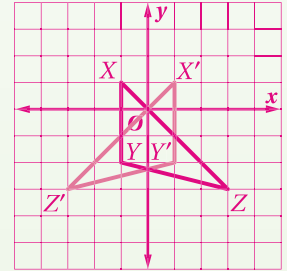
مراجعة: إذا لم تكن الأمثلة المعطاة كافية لمراجعة المواضيع التي تناولتها الأسئلة، فذكّر الطلاب بمرجع الصفحات الذي يدلّهم على أين يراجعون تلك المواضيع في كتابهم المقرر.

إجابات:

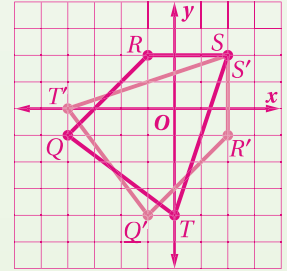
(11)



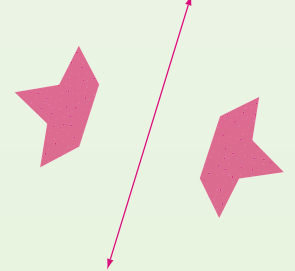
(12)



(13)



(14)



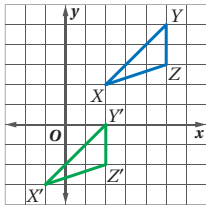
7-2 الإزاحة (الانسحاب) (ص 131-126)

مثال 2

مثّل بيانيًا $\triangle XYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه:
مقدارها 3 وحدات إلى اليسار و 5 وحدات إلى أسفل.
يمكن تمثيل هذه الإزاحة بالقاعدة $(x, y) \rightarrow (x-3, y-5)$.
أوجد صورة كل رأس.

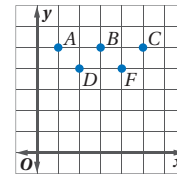
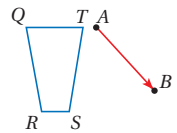
$$\begin{aligned}(x, y) &\rightarrow (x-3, y-5) \\ X(2, 2) &\rightarrow X'(-1, -3) \\ Y(5, 5) &\rightarrow Y'(2, 0) \\ Z(5, 3) &\rightarrow Z'(2, -2)\end{aligned}$$

ثم مثّل بيانيًا $\triangle XYZ$
وصورته $\triangle X'Y'Z'$.



(15) مثّل بيانيًا $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه:

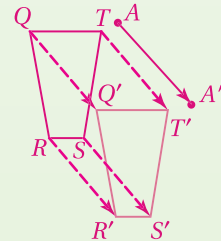
$A(0, -1), B(2, 0), C(3, -3)$
عن إزاحة مقدارها 5 وحدات إلى اليسار و 4 وحدات إلى أعلى.
(15-17) انظر الهامش.



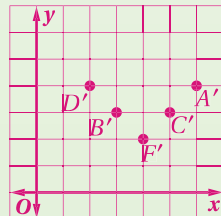
(16) انقل إلى دفترك الشكل المجاور
ثم ارسم صورة الشكل $QRST$ الناتجة
عن الإزاحة التي تنقل A إلى B .

(17) يمثل الشكل المجاور مواقع 5 لاعبين في ملعب، تحرك كل من اللاعبين B, C, F وحدتين إلى أسفل، في حين تحرك اللاعب A خمس وحدات إلى اليمين ووحدة واحدة إلى أسفل. ارسم المواقع النهائية للاعبين.

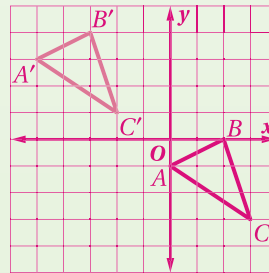
(16)



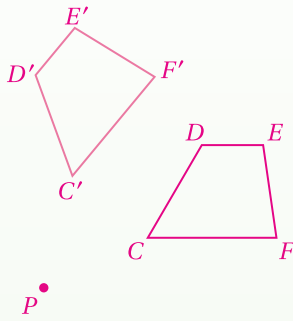
(17)



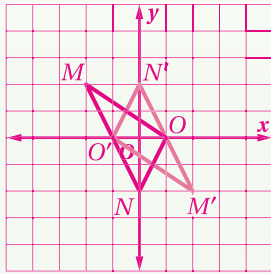
(15)



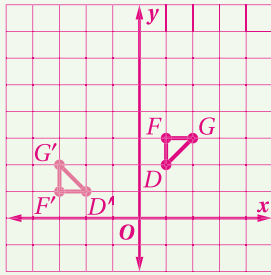
إجابات:



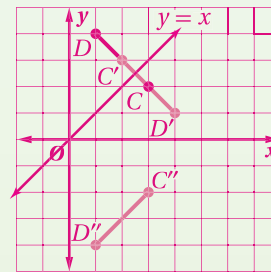
(18)



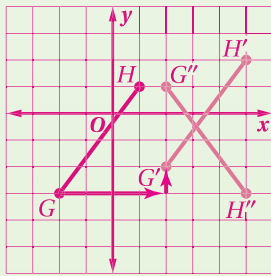
(19)



(20)



(21)

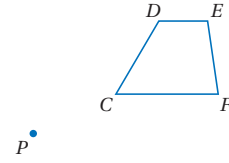


(22)

(23) إجابة ممكنة: تركيب إزاحات.

7-3 الدوران (ص 133-138)

18 استعمال منقطة ومسطرة لرسم صورة CDEF الناتجة عن دوران بزواوية 50° حول النقطة P. (18-20) انظر الهامش.



مثّل بيانيًا الشكل وصورته الناتجة عن الدوران بالزواوية المحددة حول نقطة الأصل في كلٍّ ممّا يأتي:

19 $\triangle MNO$ الذي إحداثيات رؤوسه: $M(-2, 2)$, $N(0, -2)$, $O(1, 0)$

20 $\triangle DGF$ الذي إحداثيات رؤوسه: $D(1, 2)$, $G(2, 3)$, $F(1, 3)$

مثال 3

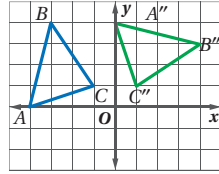
مثّل بيانيًا $\triangle ABC$ وصورته الناتجة عن دوران بزواوية 270° حول نقطة الأصل، حيث: $A(-4, 0)$, $B(-3, 4)$, $C(-1, 1)$.

إحدى طرائق حل هذه المسألة هي إجراء دوران بزواوية 180°، ثم دوران آخر بزواوية 90°؛ لذا اضرب الإحداثيين x, y في -1

$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (-x, -y) \\ A(-4, 0) &\rightarrow A'(4, 0) \\ B(-3, 4) &\rightarrow B'(3, -4) \\ C(-1, 1) &\rightarrow C'(1, -1) \end{aligned}$$

ثم اضرب الإحداثي y لكل رأس في -1، وبذلك موقعي الإحداثيين x, y .

$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (-y, x) \\ A'(4, 0) &\rightarrow A''(0, 4) \\ B'(3, -4) &\rightarrow B''(4, 3) \\ C'(1, -1) &\rightarrow C''(1, 1) \end{aligned}$$



ثم مثّل بيانيًا $\triangle ABC$ وصورته $\triangle A''B''C''$.

7-4 تركيب التحويلات الهندسية (ص 141-148)

مثّل بيانيًا الشكل وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المركّب المحدد في كلٍّ ممّا يأتي: (21-23) انظر الهامش.

21 $\overline{CD}$ ، حيث $C(3, 2)$, $D(1, 4)$ ، انعكاس حول المستقيم $y = x$ ، ثم دوران 270° حول نقطة الأصل.

22 $\overline{GH}$ ، حيث $G(-2, -3)$, $H(1, 1)$ ، إزاحة مقدارها 4 وحدات إلى اليمين ووحدة واحدة إلى أعلى، ثم انعكاس حول المحور x .

23 أنماط: كَوّن عبد السلام النمط الآتي لإطار لوحة، صِف تركيب التحويلات الهندسية الذي استعمله لتكوين هذا النمط.



مثال 4

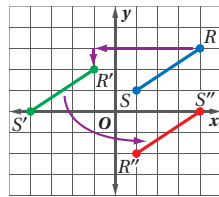
إحداثيات طرفي $\overline{RS}$ هما $R(4, 3)$, $S(1, 1)$. مثّل بيانيًا $\overline{RS}$ وصورتها الناتجة عن إزاحة مقدارها 5 وحدات إلى اليسار ووحدة واحدة إلى أسفل، ثم دوران حول نقطة الأصل بزواوية 180°

الخطوة 1: يمكن التعبير عن الإزاحة بالقاعدة $(x, y) \rightarrow (x-5, y-1)$

$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (x-5, y-1) \\ R(4, 3) &\rightarrow R'(-1, 2) \\ S(1, 1) &\rightarrow S'(-4, 0) \end{aligned}$$

الخطوة 2: الدوران حول نقطة الأصل بزواوية 180°

$$\begin{aligned} (x, y) &\rightarrow (-x, -y) \\ R'(-1, 2) &\rightarrow R''(1, -2) \\ S'(-4, 0) &\rightarrow S''(4, 0) \end{aligned}$$



الخطوة 3: مثّل بيانيًا $\overline{RS}$ وصورتها $\overline{R''S''}$.

7-5 التماثل (ص 154-159)

مثال 5

بيّن ما إذا كان الشكل الآتي متماثلاً حول مستوى أو حول محور أو كلاهما أو غير ذلك .



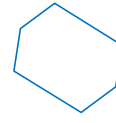
المصباح متماثل حول مستوى، وكذلك حول محور.



بيّن ما إذا كان للشكل محور تماثل أم لا، وإذا كان كذلك، فارسم محاور التماثل جميعها، وحدّد عددها. (24-26) انظر الهامش

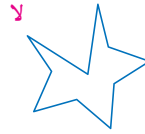


(25)



(24)

بيّن ما إذا كان للشكل تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعَيّن مركز التماثل، وحدد رتبته ومقداره في كلِّ ممّا يأتي:



(27)



(26)

(26) انظر الهامش

7-6 التمدد (ص 160-166)

مثال 6

مثل بيانيًا الشكل $ABCD$ وصورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله 0.5، إذا كانت: $A(0, 0)$, $B(0, 8)$, $C(8, 8)$, $D(8, 0)$.

اضرب الإحداثيين x, y لكل رأس في معامل مقياس التمدد 0.5

$$(x, y) \rightarrow (0.5x, 0.5y)$$

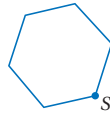
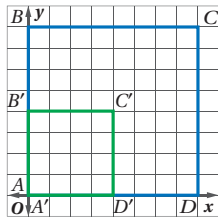
$$A(0, 0) \rightarrow A'(0, 0)$$

$$B(0, 8) \rightarrow B'(0, 4)$$

$$C(8, 8) \rightarrow C'(4, 4)$$

$$D(8, 0) \rightarrow D'(4, 0)$$

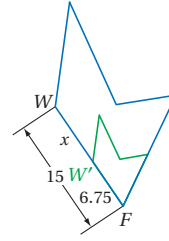
مثل $ABCD$ وصورته $A'B'C'D'$ بيانيًا.



(28) استعمل مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمدد مركزه S ومعامله $k = 1.25$.

انظر الهامش

(29) حدد ما إذا كان التمدد من الشكل W إلى W' تكبيرًا أم تصغيرًا، ثم أوجد معامل مقياس التمدد وقيمة x .



تصغير؛

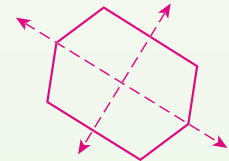
8.25, 0.45

(30) **نوادٍ علمية:** استعمل أعضاء نادي الرياضيات جهاز العرض لرسم لوحة على الجدار، إذا كان عرض اللوحة الأصلية 6 in، وعرض صورتها على الجدار 4 ft، فما معامل التكبير؟ 8

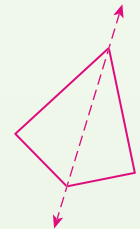
نموذج التوقع

اطلب إلى الطلاب تعبئة نموذج التوقع للفصل 7، ص (46)، وناقشهم في تغيير إجاباتهم بعد إتمام دراسة الفصل 7 عمّا كانت عليه عند بدايته.

إجابات:

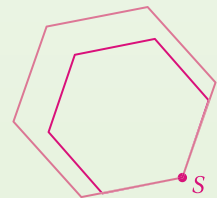
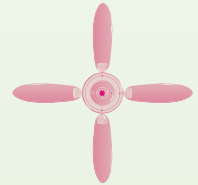


(24) نعم؛ 2



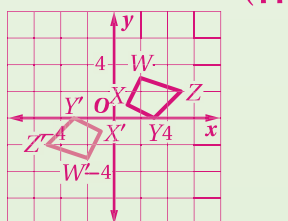
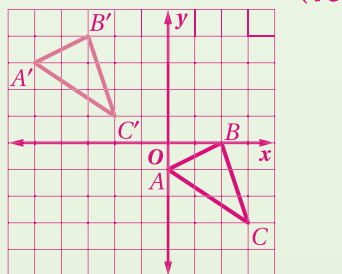
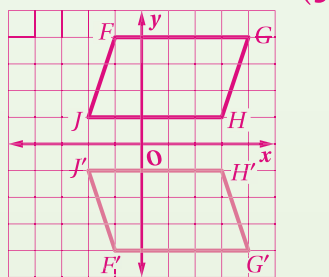
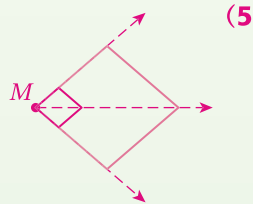
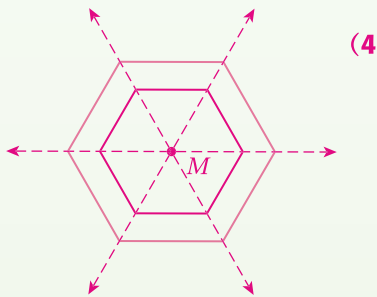
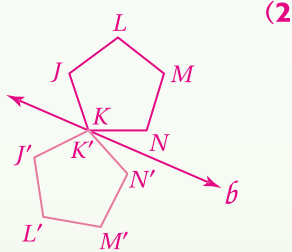
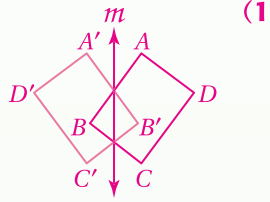
(25) نعم؛ 1

(26) نعم؛ 90° ; 4



(28)

إجابات:



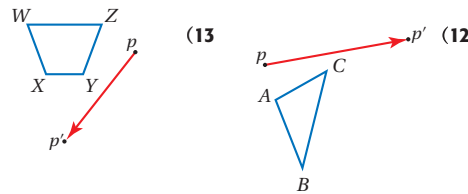
مثل بيانيًا الشكل وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المحدد في كل مما يأتي: (9-11) انظر الهامش

(9) $\square FGHJ$ ، حيث: $F(-1, 4)$, $G(4, 4)$, $H(3, 1)$, $J(-2, 1)$ ؛ انعكاس حول المحور x .

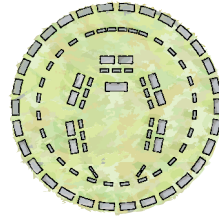
(10) $\triangle ABC$ ، حيث: $A(0, -1)$, $B(2, 0)$, $C(3, -3)$ ؛ إزاحة مقدارها 5 وحدات إلى اليسار و 4 وحدات إلى أعلى.

(11) الشكل الرباعي $WXYZ$ ، حيث: $W(2, 3)$, $X(1, 1)$, $Y(3, 0)$, $Z(5, 2)$ ؛ دوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل.

ارسم صورة الشكل الناتجة عن الإزاحة التي تنقل P إلى P' في كل من السؤالين الآتيين: (12-13) انظر ملحق الإجابات



(14) آثار: يبين الشكل الآتي مخطط موقع أثري، فما رتبة تماثل الحلقة الخارجية؟ وما مقداره؟ 12° ؛ 30°

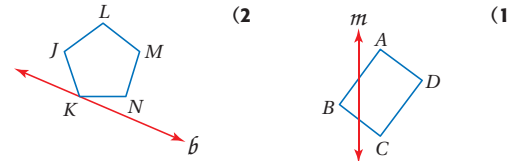


(15) اختيار من متعدد: ما التحويل الهندسي أو تركيب التحويلات الهندسية الذي يمثل الشكل الآتي؟ B



- A تمدد
B إزاحة ثم انعكاس
C دوران
D إزاحة

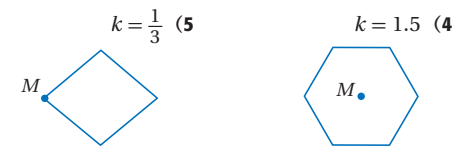
ارسم صورة كل من الشكلين الآتيين بالانعكاس حول المستقيم المعطى: (1-2) انظر الهامش



(3) حقائق: يريد فؤاد أن يكبر الصورة الآتية للحديقة؛ لتصبح أبعادها 4 in في 6 in، مستعملًا آلة نسخ تكبير الصورة حتى 150% فقط وينسب على شكل أعداد كلية، أوجد نسبتين على شكل عددين كليين يمكن استعمالهما لتكبير الصورة، بحيث تصبح أبعادها أقرب ما يمكن إلى 4 in في 6 in، ولا تزيد عن ذلك. انظر ملحق الإجابات



استعمل مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمدد مركزه M ومعامله k المحدد في كل من السؤالين الآتيين: (4-5) انظر الهامش.



(6) مدينة الألعاب: يركب أحمد في إحدى الألعاب التي تدور عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول مركزها 60° كل ثانيتين، فبعد كم ثانية يعود أحمد إلى النقطة التي انطلق منها؟ 12 ثانية.

بين ما إذا كان كل من الشكلين الآتيين متماثلًا حول مستوى أو حول محور أو كلاهما أو غير ذلك.



مخطط المعالجة

المستوى 1	ضمن المتوسط	المستوى 2	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 25% تقريبًا من الأسئلة،	إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 50% تقريبًا من الأسئلة،
فاختر	أحد المصادر الآتية:	فاختر	أحد المصدرين الآتيين:
	الدروس: 1-7 إلى 6-7		تدريبات إعادة التعليم: ص 6, 7, 11, 12, 16, 17, 21, 22, 26, 27, 31, 32
	تدريبات المهارات، ص 8, 13, 18, 23, 28, 33		www.obeikaneducation.com



الحل عكسيًا

في معظم المسائل تُعطى مجموعة من الشروط أو الحقائق، ويُطلب إليك إيجاد النتيجة النهائية. ومع ذلك قد تُعطى في بعض المسائل النتيجة النهائية، ويُطلب إليك إيجاد أمر ما وقع مبكرًا في موقف المسألة. ولحل مثل هذه المسائل، يتعين عليك أن تستعمل استراتيجية الحل عكسيًا.

استراتيجيات الحل عكسيًا

الخطوة 1

ابحث عن كلمات مفتاحية تشير إلى أنه يلزم أن تحل المسألة عكسيًا.
بعض الكلمات المفتاحية الممكنة:

- ماذا كان المقدار الأصلي...؟
- ماذا كانت القيمة قبل...؟
- ماذا كان المقدار في البداية...؟

الخطوة 2

- تراجع عن الخطوات المعطاة في نص المسألة.
- اكتب قائمة بالخطوات المتتالية من البداية، وصولًا إلى النتيجة النهائية.
- ابدأ من النتيجة النهائية، وتتبع الخطوات بترتيب عكسي.
- "تراجع" عن كل خطوة باستعمال العمليات العكسية حتى تصل إلى القيمة الأصلية.

الخطوة 3

- تحقق من الحل إذا سمح الوقت.
- تأكد من أن إجابتك منطقية.
- ابدأ من إجابتك واتبع الخطوات بالترتيب المُعطى في المسألة؛ لتتأكد من الوصول إلى النتيجة النهائية نفسها.

مثال

حلّ المسألة الآتية، وبيّن خطوات الحل، وستصحح الإجابة، وتحدد الدرجة المُستحقة باستعمال سلم تقدير الإجابات القصيرة المجاور.

تستعمل سعاد برمجية حاسوبية؛ لتتدرب على التحويلات الهندسية في المستوى الإحداثي. بدأت من نقطة وأزاحتها 4 وحدات إلى أعلى و 8 وحدات إلى اليسار. ثم أجرت انعكاسًا للصورة الناتجة حول المحور x . وأخيرًا أجرت تمديدًا للصورة الناتجة معامل 0.5، ومركزه نقطة الأصل، فكانت إحداثيات الصورة النهائية $(-1, -4)$. ماذا كانت الإحداثيات الأصلية لهذه النقطة؟

الدرجة	المعيار	سلم تقدير
2	صحيح كاملاً: الإجابة صحيحة، ومعها تفسير تام يوضح كل خطوة من خطوات الحل.	
1	صحيح جزئياً: • الإجابة صحيحة، ولكن التفسير غير تام. • الإجابة غير صحيحة، ولكن التفسير صحيح.	
0	غير صحيح مطلقاً: لا توجد إجابة، أو أنها غير منطقية.	

1 التركيز

الهدف: الحل عكسيًا عندما تكون النتيجة النهائية معلومة.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اسأل:

- ما المفردات التي تدل على أنه يتعين عليك أن تحل المسألة عكسيًا؟ **إجابة ممكنة:** كلمات مثل "قبل"، "الأصلي" و "في البداية". جميعها تشير إلى أنه يتعين عليك أن تحل المسألة عكسيًا.
- أعط مثلاً لسؤال من هذا الفصل، يمكن حله عكسيًا. **إجابة ممكنة:** سؤال 23 فقرة b من صفحة 165 والتي تطلب إيجاد مساحة المقطع العرضي للبالون قبل النفخ وبعده.
- ما وجه الشبه بين هذه الطريقة واستراتيجيات كتابة البرهان ذي العمودين؟ **إجابة ممكنة:** عند كتابة البرهان فإنك تبدأ بكتابة الجملة أو الخطوة الأخيرة التي تريد إثباتها، ومن ثم تبدأ الحل عكسيًا حتى تصل إلى الخطوة الأولى أو المعطيات.

مثال إضافي

1 تدريب على اختبار:

يستعمل زياد برمجية هندسية للتدريب على التحويلات الهندسية في المستوى الإحداثي، فبدأ من نقطة ما وسحبها 3 وحدات إلى أسفل و 5 وحدات إلى اليمين، ثم أجرى انعكاساً للصورة الناتجة حول المحور y ، وأخيراً نفذ تمديداً للصورة الثانية معاملته 3، فكانت الصورة النهائية عند $(6, 6)$ ، ما إحداثيات النقطة الأصلية؟ $(-7, 5)$

3 التقويم

استعمل التمارين 1-4؛ لتقويم فهم الطلاب.

اقرأ المسألة بعناية. لقد أعطيت مجموعة تحويلات هندسية متعاقبة لنقطة في المستوى الإحداثي، وتعلم إحداثيات الصورة النهائية لهذه النقطة، وطلب إليك أن تجد الإحداثيات الأصلية. حل المسألة بالعمل عكسياً؛ تراجع عن كل تحويل هندسي بترتيب عكسي؛ كي تجد الإحداثيات الأصلية. مثال للإجابة التي تستحق درجتين:

النقطة الأصلية ← إزاحة ← انعكاس ← تمديد ← النتيجة النهائية.
ابدأ بإحداثيات النتيجة النهائية وحل عكسياً.

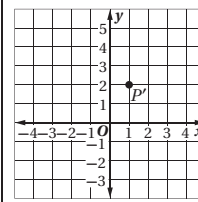
للتراجع عن التمديد الذي معاملته 0.5، نفذ تمديداً بمعاملته 2: $(-1, -4) \rightarrow (-1 \times 2, -4 \times 2) = (-2, -8)$
للتراجع عن الانعكاس الأول، أوجد صورة النقطة بالانعكاس حول المحور x : $(-2, -8) \rightarrow (-2, 8)$
وللتراجع عن الإزاحة الأولى، نفذ إزاحة مقدارها 4 وحدات إلى أسفل و 8 وحدات إلى اليمين: $(-2, 8) \rightarrow (-2 + 8, 8 - 4) = (6, 4)$
إذن الإحداثيات الأصلية لهذه النقطة هي $(6, 4)$.

لقد كانت الخطوات والحسابات والتبريرات كلها واضحة في هذه الإجابة، وتوصل الطالب إلى الإجابة الصحيحة، ولذلك تستحق هذه الإجابة درجتين.

تمارين ومسائل

حلّ كلًا من المسائل الآتية، وبيّن خطوات الحل، وستصحح الإجابات وتحدد الدرجة المُستحقة باستعمال سُلم تقدير الإجابة القصيرة الوارد في الصفحة السابقة.

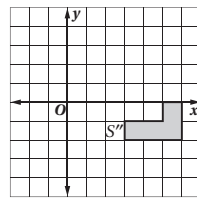
(1) حطّت حشرة طائرة على شبكة إحداثية ثم قفزت عبر المحور x ، ثم قفزت عبر المحور y على هيئة انعكاسين متعاقبين، ثم سارت 9 وحدات إلى اليمين و 4 وحدات إلى أسفل، فكان موقعها النهائي عند النقطة $(4, -1)$ ، فما إحداثيات النقطة التي حطّت عليها الحشرة في البداية؟ $(5, -3)$



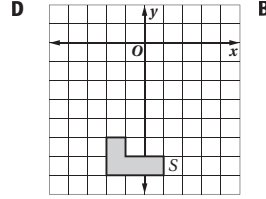
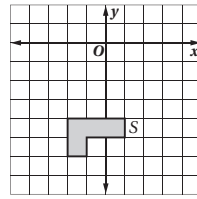
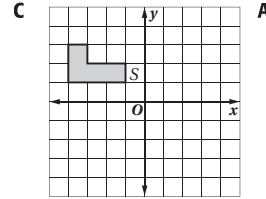
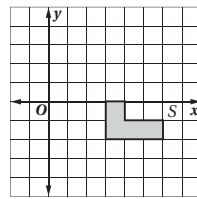
(2) في الشبكة الإحداثية الآتية تظهر الصورة النهائية لنقطة تم تدويرها بزاوية 90° في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل، ثم نُفذ عليها تمديد معاملته 2، ثم أزيحت 7 وحدات إلى اليمين. ماذا كانت إحداثيات الموقع الأصلي لهذه النقطة؟ $(-1, -3)$

(3) إذا كانت $A''(2, -2)$ ، $B''(-5, -4)$ إحداثيات طرفي $\overline{A''B''}$ تمثل الصورة النهائية لـ $\overline{AB}$ ، بعد إجراء انعكاس لها حول المحور x ، ثم إزاحة وفقاً للقاعدة: $(x, y) \rightarrow (x - 1, y + 2)$ فأَيُّ ممّا يأتي يمثل إحداثيّ نقطة منتصف $\overline{AB}$. B

- A $(-\frac{3}{2}, -3)$
B $(-\frac{1}{2}, 5)$
C $(-\frac{1}{2}, -5)$
D $(-1, 0)$

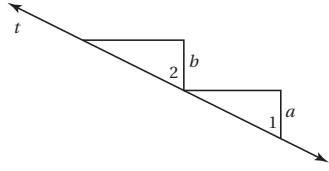


(4) الشكل S'' يمثل الصورة النهائية الناتجة للشكل S ، بعد إجراء التحويلات الهندسية التالية عليه: انعكاس حول المحور y ، ثم انسحاب 3 وحدات إلى أسفل ووحدين إلى اليمين. A



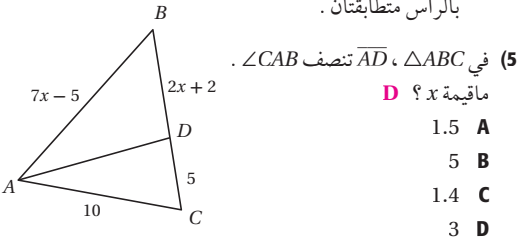
أسئلة الاختيار من متعدد

(4) المعطيات: $a \parallel b$



أيُّ العبارات الآتية تبرّر استنتاج أن $\angle 1 \cong \angle 2$ ؟ C

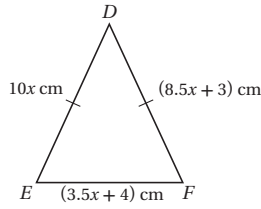
- A إذا كان $a \parallel b$ وقطعهما المستقيم t ، فإن الزاويتين المتبادلتين خارجياً متطابقتان .
B إذا كان $a \parallel b$ وقطعهما المستقيم t ، فإن الزاويتين المتبادلتين داخلياً متطابقتان .
C إذا كان $a \parallel b$ وقطعهما المستقيم t ، فإن الزاويتين المتناظرتين متطابقتان .
D إذا كان $a \parallel b$ وقطعهما المستقيم t ، فإن الزاويتين المتقابلتين بالرأس متطابقتان .



(5) في $\triangle ABC$ ، $\overline{AD}$ تنصف $\angle CAB$.

- ما قيمة x ؟
A 1.5
B 5
C 1.4
D 3

(6) أيُّ ممّا يأتي هو طول ضلع في المثلث المتطابق الضلعين DEF ؟ D



- 9 cm C 2 cm A
11 cm D 8 cm B

(7) أي المضلعات الآتية فيه زوجان فقط من الأضلاع المتتالية المتطابقة ؟ A

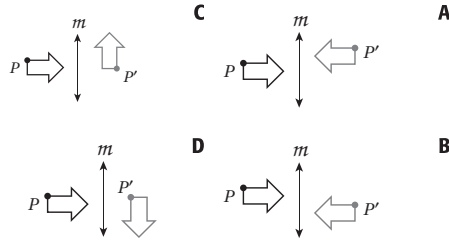
- A شكل الطائرة الورقية
B متوازي الأضلاع
C المعين
D شبه المنحرف

اقرأ كل سؤالٍ ممّا يأتي، ثم اكتب رمز الإجابة الصائبة:

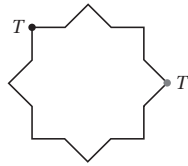
(1) إحداثيات النقطة N هي $(4, -3)$ ، ما إحداثيات صورتها الناتجة عن الانعكاس حول المحور y ؟ D

- A $N'(-3, 4)$
B $N'(-4, 3)$
C $N'(4, 3)$
D $N'(-4, -3)$

(2) أيُّ الأشكال الآتية يبيّن نتيجة انعكاس الشكل p حول المستقيم m ثم إزاحة إلى أعلى ؟ A



(3) ما الزاوية التي تم تدوير الشكل الآتي بها حول مركز تماثله حتى تنتقل النقطة T إلى النقطة T' ؟ C



- A 90°
B 120°
C 135°
D 225°

إرشادات للاختبار

السؤال 3: كم رأساً لهذه النجمة؟ اقسّم 360° على عدد الرؤوس؛ لإيجاد زاوية الدوران من نقطة إلى النقطة التالية.

تشخيص أخطاء الطلاب

أوجد أخطاء الطلاب في كل سؤال؛ قد تشير هذه الإجابات إلى أخطاء شائعة وأخطاء مفاهيمية مثل:

(1) A أخطأ باستعمال قاعدة الانعكاس

حول المستقيم $y = x$

B أخطأ باستعمال قاعدة الدوران

بزاوية 180°

C انعكاس حول المحور x

D الإجابة الصحيحة

(2) A الإجابة الصحيحة

B إزاحة إلى أسفل

C تتضمن دوراناً

D تتضمن دوراناً

(3) A تخمين بالنظر

B خطأ حسابي

C الإجابة الصحيحة

D خطأ حسابي

(4) A استعمال تعريف خطأ

B استعمال تعريف خطأ

C الإجابة الصحيحة

D استعمال تعريف خطأ

(5) A أخطأ باعتباره منصف الزاوية منصفاً

للضلع المقابل لها.

B تخمين

C أخطأ باعتباره الضلعين AB , BD

متطابقين

D الإجابة الصحيحة

(6) A قيمة x

B خطأ حسابي

C خطأ حسابي

D الإجابة الصحيحة

(7) A الإجابة الصحيحة

B لم يعتبر كون الأضلاع المتطابقة

متتالية

C لم يعتبر كون الأضلاع المتطابقة

متتالية

D تخمين

التقويم التكويني

يمكنك تحديد مدى تقدم الطلاب في الفصل 7 من خلال:

اختبار تراكمي:

ص (174, 175)

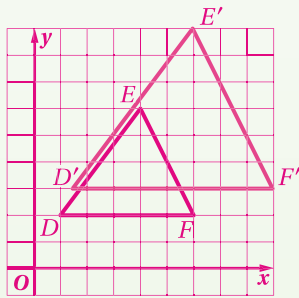
اختبار تراكمي، ص (62-64).

بدل الواجب المنزلي

التهيئة للفصل 8: حدّد الأسئلة

ص (177) واجباً منزلياً؛ لتقويم مهارات الطلاب في المتطلبات السابقة للفصل القادم.

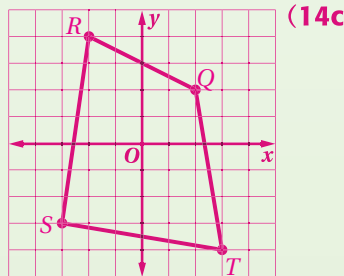
إجابات :



(10) إجابة ممكنة: تكون على بعدين متساويين عن ضلعي الزاوية.

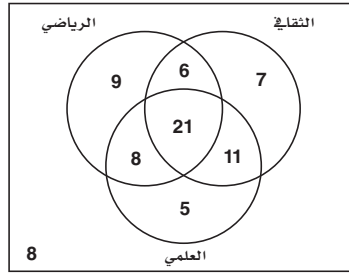
(14a) على أحمد أن يقوم بتدوير الشكل QRST بزاوية قياسها 180° عكس اتجاه حركة عقارب الساعة؛ ليصبح الشمال في أعلى، والمحافطة على اتجاه النقاط.

(14b) سيضع الانعكاس الشمال أعلى الرسم، لكنه سيغير اتجاه النقاط؛ لذا لا يصلح إلا الدوران.



$Q(2, 2)$, $R(-2, 4)$,
 $S(-3, -3)$, $T(3, -4)$

(13) سُئل 57 طالباً عن النشاطات المدرسية التي يشاركون فيها، ومُثلّت النتائج بشكل فنّ الآتي:



ما عدد الطلاب الذين يشاركون في النشاطين (الثقافي والعلمي)، ولا يشاركون في النشاط الرياضي؟ 11

أسئلة ذات إجابات مطولة

اكتب إجابتك في ورقة الإجابة مبيناً خطوات الحل.

(14a-e) انظر الهامش .

(14) يدرس أحمد الهندسة المعمارية، وقد رسم مخططاً لمتنزه رؤوسه: $Q(2, 2)$, $R(-2, 4)$, $S(-3, -3)$, $T(3, -4)$ ولكنه لاحظ أن اتجاه رسمه غير صحيح، حيث ظهر الشمال في أسفل الرسم بدلاً من أن يكون في أعلى الرسم.

(a) ما التحويل الذي يستطيع أحمد تطبيقه على مخطظه ليجعل الشمال في أعلى الرسم؟

(b) هل هذا هو التحويل الوحيد الذي يجعل الشمال في أعلى الرسم؟ وضح إجابتك.

(c) ارسم الشكل الرباعي QRST، واكتب إحداثيات رؤوسه.

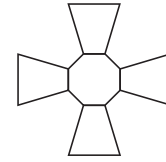
(d) ارسم الصورة $Q'R'S'T'$ بعد التحويل، واكتب إحداثيات رؤوسها.

(e) فسّر كيف يمكن لأحمد أن يعرف إحداثيات رؤوس الصورة من دون استعمال المستوى الإحداثي.

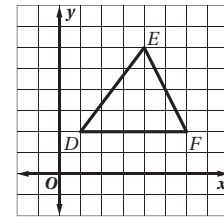
أسئلة ذات إجابات قصيرة

اكتب إجابتك في ورقة الإجابة. نعم؛ الرتبة 4، المقدار 90°

(8) بين ما إذا كان للشكل الآتي تماثل دوراني أم لا، وإذا كان كذلك، فعين مركز التماثل وحدد رتبته ومقداره .



(9) مثل بياناً الصورة الناتجة عن عمل تمديد للشكل الآتي مركزه نقطة الأصل ومعامله 1.5 انظر الهامش .

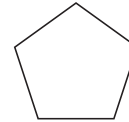


(10) أكمل العبارة الآتية: انظر الهامش .

”بحسب نظرية منتصف الزاوية، إذا وقعت نقطة على منتصف زاوية، فإنها

(11) ما صورة النقطة $A(-4, 3)$ الناتجة عن الإزاحة التي تنقل $B(-1, -2)$ إلى $B'(4, -3)$ ؟ (1, 2)

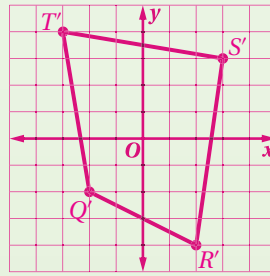
(12) ما قياس الزاوية الداخلية للمضلع الخماسي المنتظم؟ 108°



هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	إذا لم تستطع الإجابة عن السؤال..
7-3	1-2	5-1	7-2	4-1	7-6	7-5	5-6	3-1	6-4	2-1	7-3	7-4	7-1	فعد إلى الدرس..

(14d)



$Q'(-2, -2)$, $R'(2, -4)$,
 $S'(3, 3)$, $T'(-3, 4)$

(14e) لإيجاد إحداثي كل نقطة بعد دوران 180°

عكس اتجاه حركة عقارب الساعة، يمكن

استعمال القاعدة التالية:

لذا $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

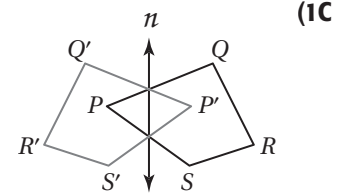
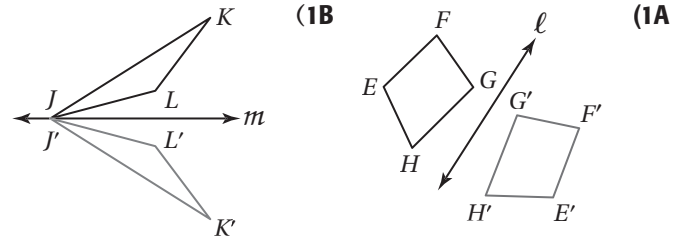
$Q(2, 2) \rightarrow Q'(-2, -2)$

$R(-2, 4) \rightarrow R'(2, -4)$

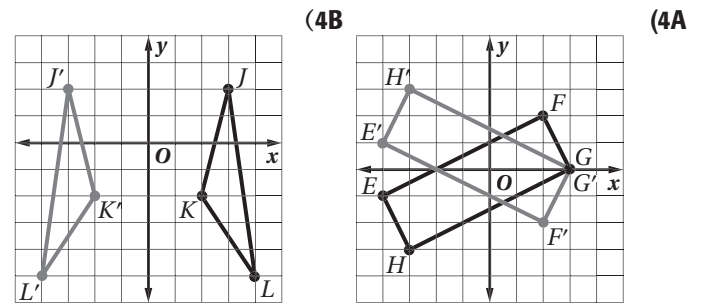
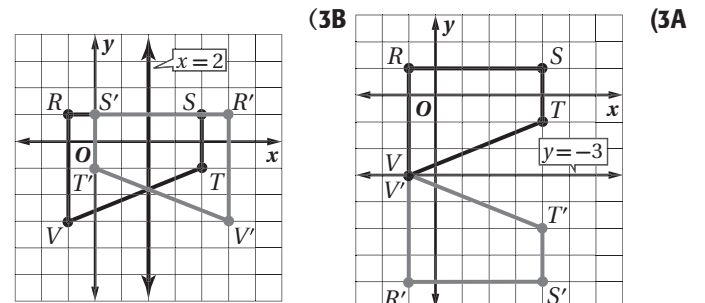
$S(-3, -3) \rightarrow S'(3, 3)$

$T(3, -4) \rightarrow T'(-3, 4)$

الصفحة 118، الدرس 7-1 (تحقق من فهمك)

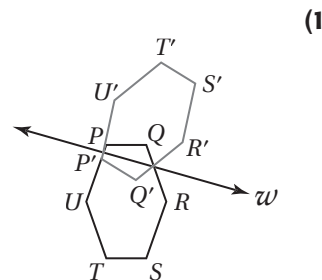
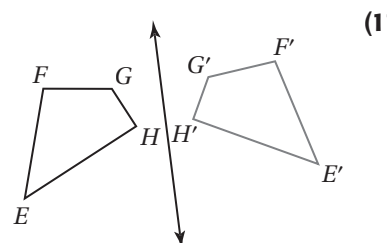
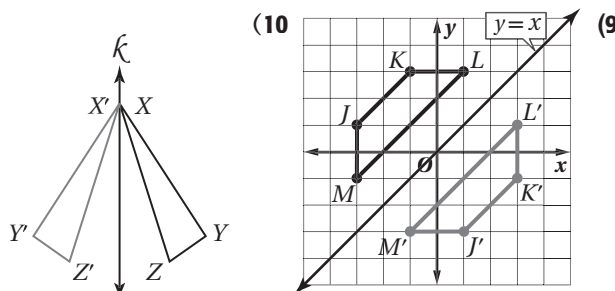
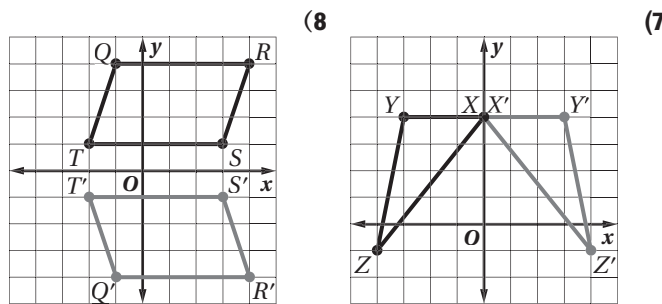
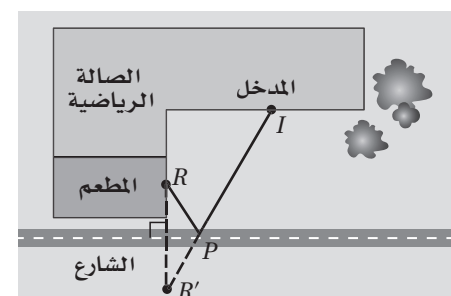


الصفحة 120، الدرس 7-1 (تحقق من فهمك)

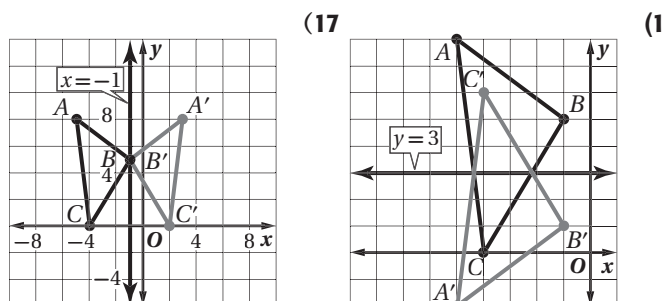
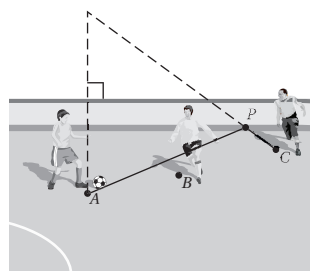


الصفحات 122-125، الدرس 7-1

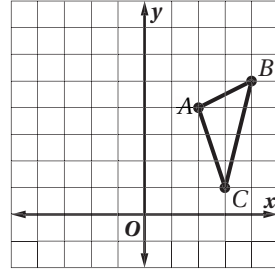
4) إجابة ممكنة: حدد الموقف P على الشارع بحيث يكون $PI + RP$ أقل ما يمكن وتكون المسافة الكلية من مدخل المطعم R إلى موقف السيارة P ثم من الموقف P إلى مدخل الصالة الرياضية I أقل ما يمكن عندما تكون هذه النقاط على استقامة واحدة. لذا ارسم $R'I$ وعين P عند تقاطع الشارع مع $R'I$ علمًا بأن R' هي صورة النقطة R الناتجة عن الانعكاس حول المستقيم الذي يمثل الشارع.



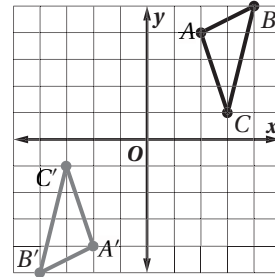
13) إجابة ممكنة: حدد النقطة P أسفل الحائط بحيث يكون $PA + PC$ أقل ما يمكن. وتكون المسافة الكلية من A إلى P ثم من P إلى C أقل ما يمكن عندما تكون هذه النقاط على استقامة واحدة. لذا ارسم $A'C$ وعين النقطة P أسفل الجدار علمًا بأن A' هي صورة النقطة A الناتجة عن الانعكاس حول المستقيم الممثل لحافة الملعب أسفل الجدار.



(36a) إجابة ممكنة:



(36b)



(36d) إجابة ممكنة: إحداثيًا الصورة بالانعكاس في نقطة الأصل هما

المعكوسان الجمعيان لإحداثيَي النقطة الأصلية.

$$(x, y) \rightarrow (-x, -y)$$

(37) جميل؛ إجابة ممكنة: صورة نقطة بالانعكاس حول المحور x يبقى

موقع الصورة الأفقي نفسه، ولكنه يتغير رأسيًا. عندما تعكس النقطة $(3, 2)$ حول المحور x يكون إحداثيًا الصورة هما $(3, -2)$ ؛ لأنها تكون في الموقع الأفقي نفسه؛ ولكن في الجهة الأخرى من المحور x رأسيًا.

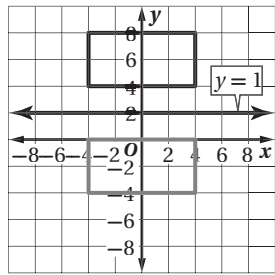
إجابة ممكنة: حتى يبقى

الشكل بعد الانعكاس على

هيئته نفسها، يجب أن ينطبق

نصفاه أحدهما على الآخر

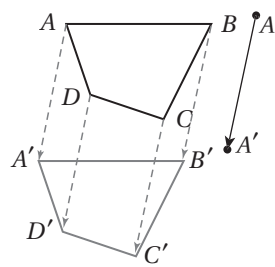
تمامًا عند طيّه نصفين أفقيًا.



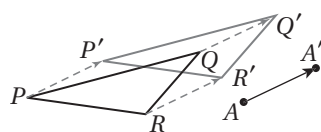
(39)

الصفحتان 126, 127 الدرس 7-2 (تحقق من فهمك)

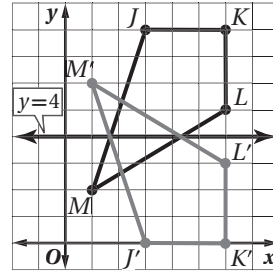
(1A)



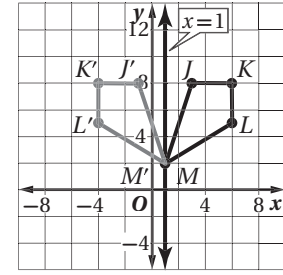
(1B)



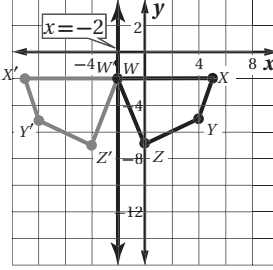
(18)



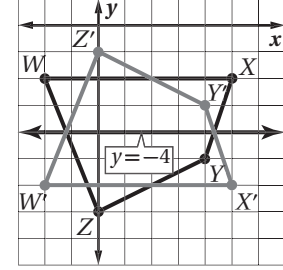
(15)



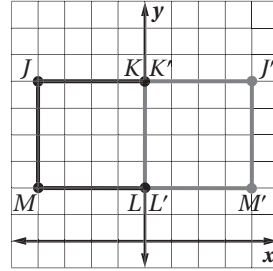
(19)



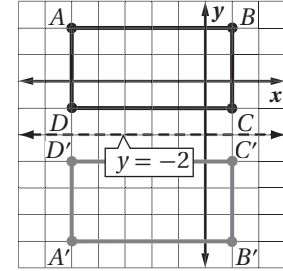
(16)



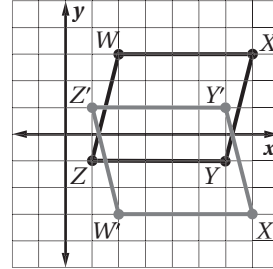
(21)



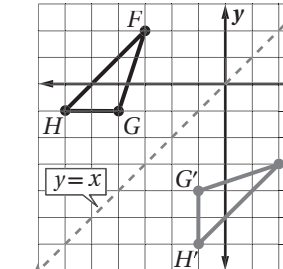
(20)



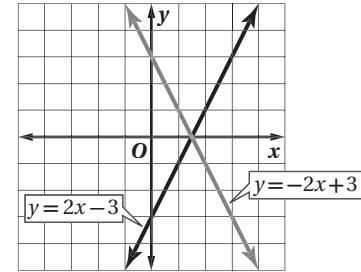
(23)



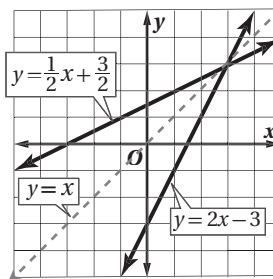
(22)



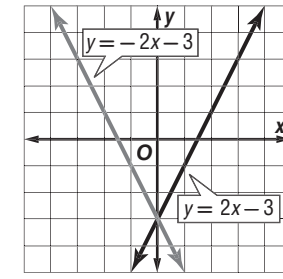
(28)

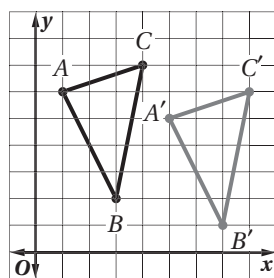


(30)

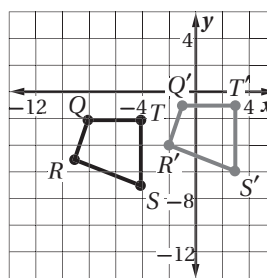


(29)

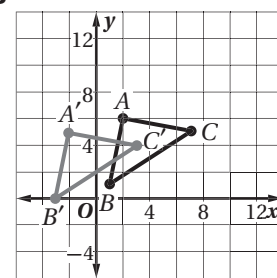




(11)

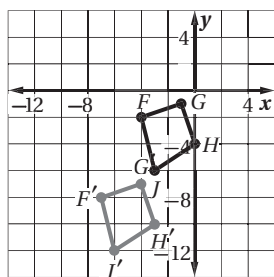


(2B)

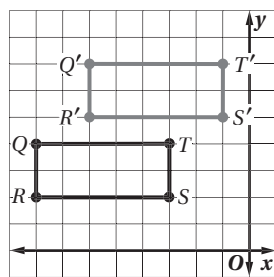


(2A)

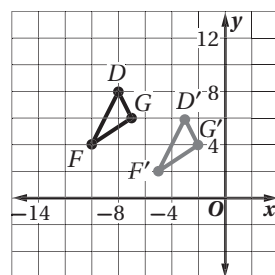
الصفحات 129, 130، الدرس 7-2



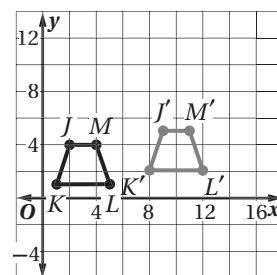
(13)



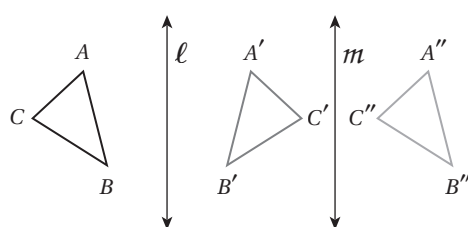
(12)



(5)

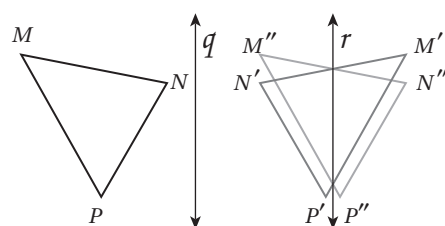
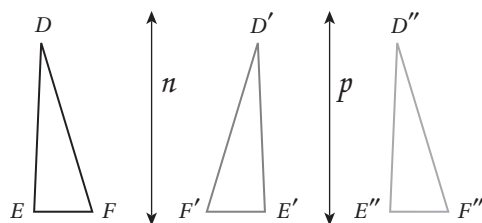


(4)

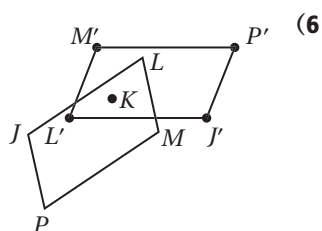


(20a)

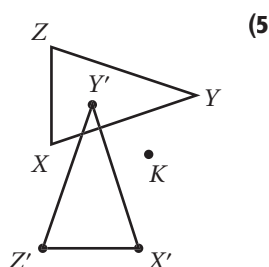
(20b) إجابة ممكنة:



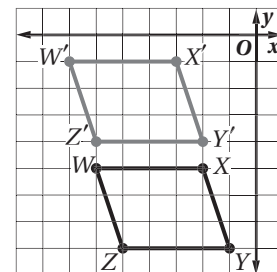
الصفحات 136, 137، الدرس 7-3



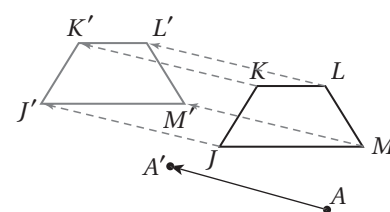
(6)



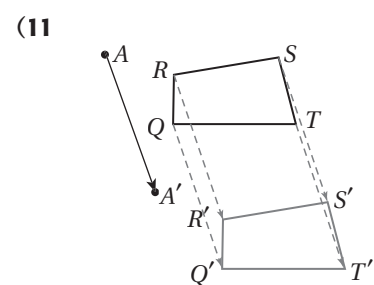
(5)



(6)

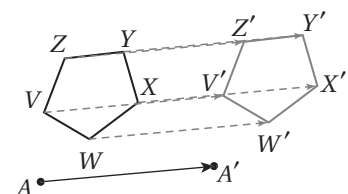


(8)

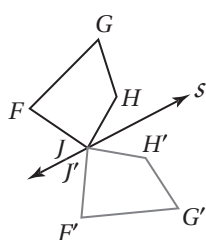


(11)

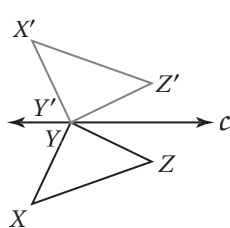
(9)



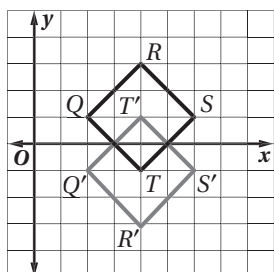
(10)



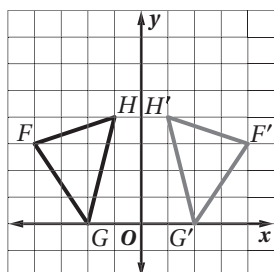
(2)



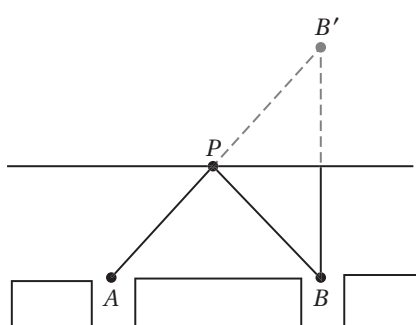
(1)



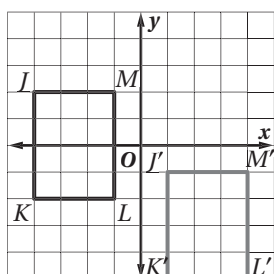
(4)



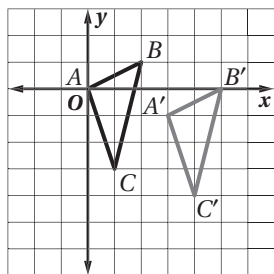
(3)



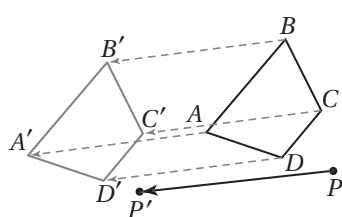
(5)



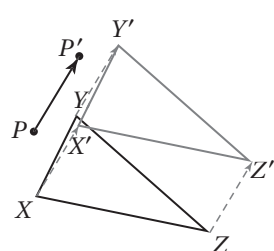
(7)



(6)

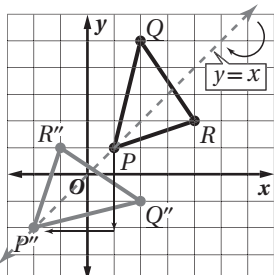


(9)

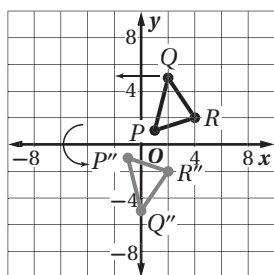


(8)

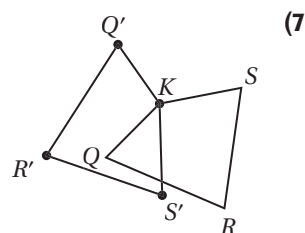
الصفحة 142، الدرس 7-4 (تحقق من فهمك)



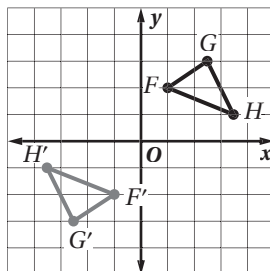
(1B)



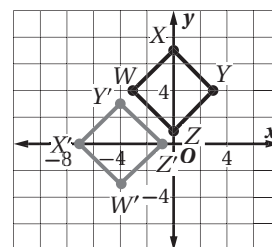
(1A)



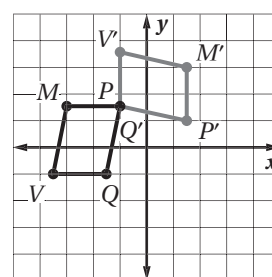
(7)



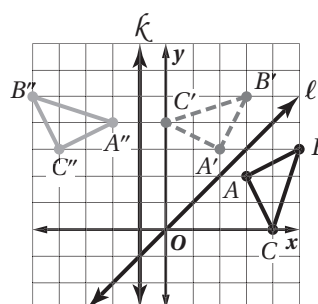
(9)



(8)

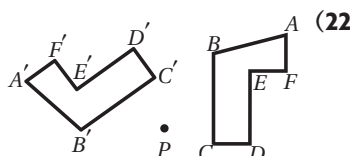
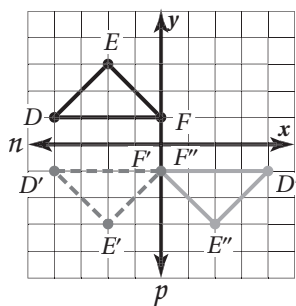
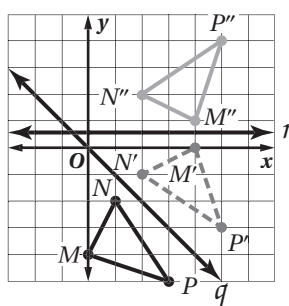


(10)

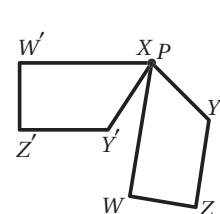


(19a)

(19b) إجابة ممكنة:



(22)



(21)

125°

80°

ينقل الانعكاس حول المستقيم p النقطة B إلى B' ، وينقل الانعكاس حول المستقيم q النقطة B' إلى B'' ؛ وبما أن $q \parallel p$ ؛ فإن $\overleftrightarrow{BB'}$ يعامد كلا من المستقيمين p, q ؛ أي أن B, B', B'' واقعة على استقامة واحدة، ومن تعريف الانعكاس، نعلم أن A نقطة منتصف $\overline{BB'}$ و D منتصف $\overline{B'B''}$ ؛ إذن: $\overline{BA} = \overline{AB'}$ ؛ $\overline{B'D} = \overline{DB''}$ ؛ أي أن $\overline{BA} \cong \overline{AB'}$ ؛ $\overline{B'D} \cong \overline{DB''}$ ؛ بحسب تعريف التطابق، ولكن: $BB'' = BA + AB' + B'D + DB''$ ؛ وبحسب مسلمة جمع القطع المستقيمة. وبالتعويض:

$$BB'' = AB' + AB' + B'D + B'D$$

$$BB'' = 2AB' + 2B'D$$

$$BB'' = 2(AB' + B'D)$$

$$= 2AD$$

$$\text{وبما أن } AD = x \text{، إذن } BB'' = 2x$$

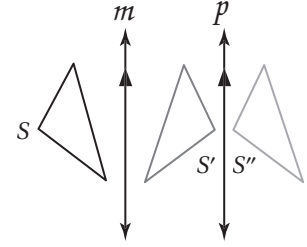
(27) البرهان: نعلم أن المستقيمين ℓ و m يتقاطعان في النقطة P ، وأن النقطة A لا تقع على أيٍّ من المستقيمين ℓ أو m ، عيّن صورة A' صورة النقطة A بانعكاس حول المستقيم m ، وعيّن A'' صورة A' بانعكاس حول المستقيم ℓ . ومن تعريف الانعكاس يكون المستقيم m هو العمود المنصف للقطعة $\overline{AA'}$ عند النقطة R ، ويكون المستقيم ℓ هو العمود المنصف للقطعة $\overline{A'A''}$ عند النقطة S . $\overline{AR} \cong \overline{A'R}$ و $\overline{AS} \cong \overline{A'S}$ من تعريف العمود المنصف، وبما أنه يوجد مستقيم واحد يمر بأي نقطتين، إذن يمكن أن ترسم القطع المساعدة $\overline{AP}$ ، $\overline{A'P}$ ، $\overline{A''P}$ والزوايا: $\angle ARP$ ، $\angle A'RP$ ، $\angle A'SP$ و $\angle A''SP$ زوايا قائمة من تعريف العمود المنصف. وكذلك $\overline{RP} \cong \overline{SP}$ و $\overline{SP} \cong \overline{SP}$ بحسب خاصية الانعكاس؛ إذن: $\triangle ARP \cong \triangle A'RP$ و $\triangle A'SP \cong \triangle A''SP$ بحسب مُسلمة التطابق SAS. ولأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة فإن: $\overline{AP} \cong \overline{A'P}$ ، $\overline{AP} \cong \overline{A'P}$ ، $\overline{A'P} \cong \overline{A''P}$ ، ولذلك $\overline{AP} \cong \overline{A''P}$ بحسب خاصية التعدي، ومن تعريف الدوران فإن A'' هي صورة A بدوران مركزه P .

وكذلك: $\angle APR \cong \angle A'PR$ و $\angle A'PS \cong \angle A''PS$ ؛ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة. ومن تعريف التطابق يكون: $m\angle APR = m\angle A'PR$ ، $m\angle A'PS = m\angle A''PS$ ؛ لكن: $m\angle APA'' = m\angle APR + m\angle A'PR + m\angle A'PS + m\angle A''PS$ و $m\angle A'PS + m\angle A'PS + m\angle A'PR + m\angle A'PR = m\angle APA''$ و

$$\text{هذا يعني: } m\angle APA'' = 2(m\angle A'PR + m\angle A'PS).$$

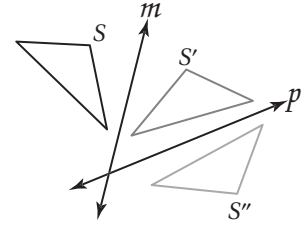
وبما أن: $m\angle A'PS + m\angle A'PR = m\angle SPR$ بحسب مسلمة جمع الزوايا و $m\angle A'PS + m\angle A'PR = m\angle SPR$ بحسب مسلمة جمع الزوايا وبالتعويض، ينتج أن: $m\angle APA'' = 2(m\angle SPR)$.

(4)



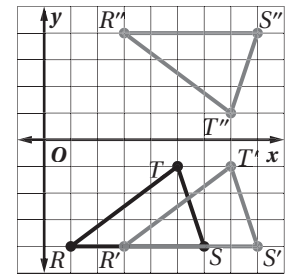
إزاحة أفقية بمقدار 3 بوصاتٍ إلى اليمين.

(5)

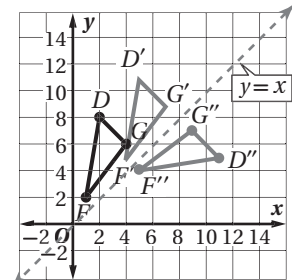


دوران بزاوية 100° حول نقطة تقاطع المستقيمين m و p

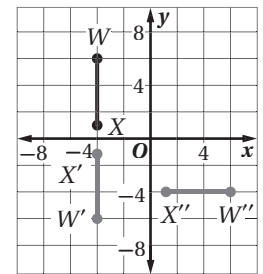
(7)



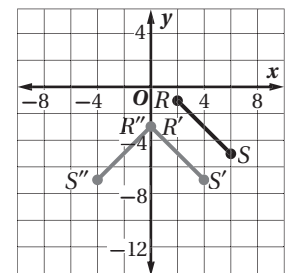
(8)



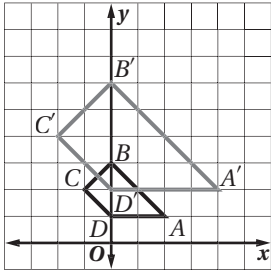
(9)



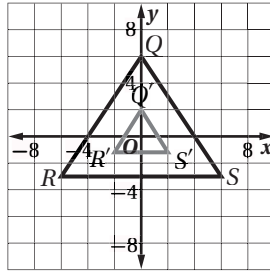
(10)



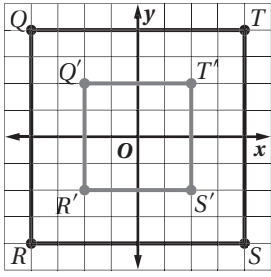
(تحقق من فهمك)



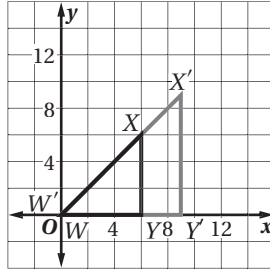
(3B)



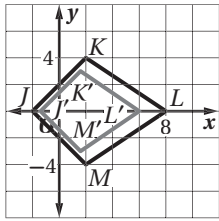
(3A)



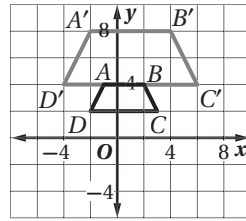
(6)



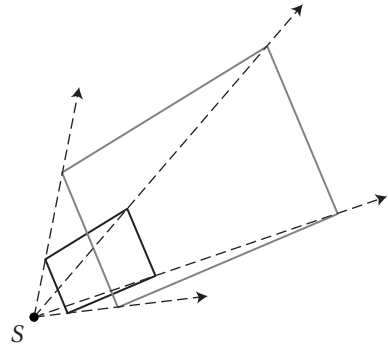
(5)



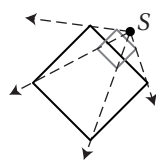
(8)



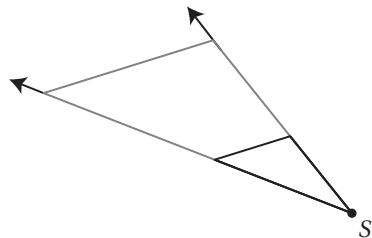
(7)



(9)



(10)

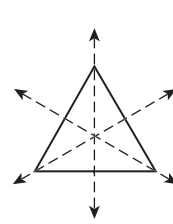


(11)

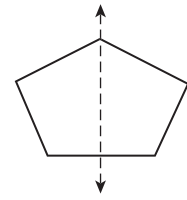
(29) نعم؛ إذا أُجري انعكاس حول المحور x للقطعة المستقيمة التي إحداثيات طرفيها (a, b) و (c, d) ، فإن إحداثيات طرفي صورتها هي: $(a, -b)$ ، $(c, -d)$. وإذا أُجري انعكاس حول المستقيم $y = x$ ، للصورة فإن إحداثيات طرفي الصورة النهائية هي: (b, a) ، $(-d, -c)$. أما إذا أُجري الانعكاس حول المستقيم $y = x$ أولاً، فإن إحداثيات طرفي الصورة الأولى (b, a) ، (d, c) . وإذا أُجري لهذه الصورة انعكاس حول المحور x ، فإن إحداثيات طرفي الصورة النهائية هي $(b, -a)$ ، $(d, -c)$ ، وهما مختلفان عن النتيجة النهائية في الحالة الأولى.

الصفحتان 154، 155، الدرس 7-5

(تحقق من فهمك)



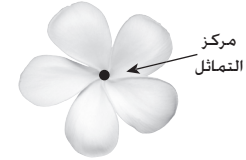
(1C) نعم؛ 3



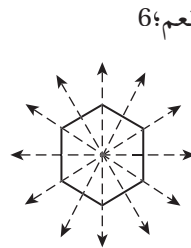
(1B) نعم؛ 1

(2B) نعم؛ $360^\circ \div 8 = 45^\circ$ ؛ 8

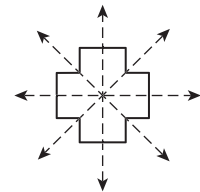
(2A) نعم؛ $360^\circ \div 5 = 72^\circ$ ؛ 5



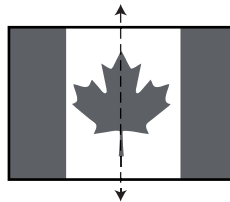
الصفحة 157، الدرس 7-5



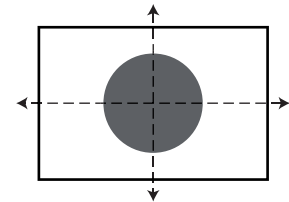
(10) نعم؛ 6



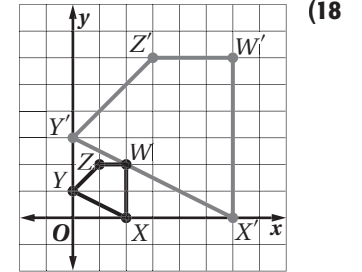
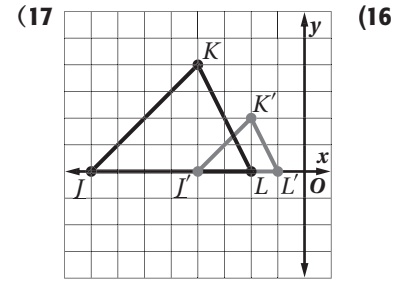
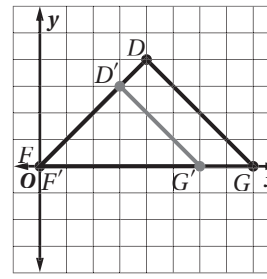
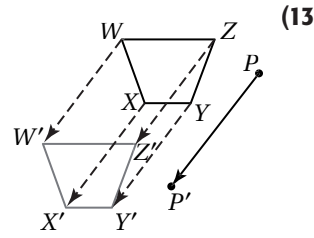
(9) نعم؛ 4



(13) نعم؛ 1



(11) نعم؛ 2



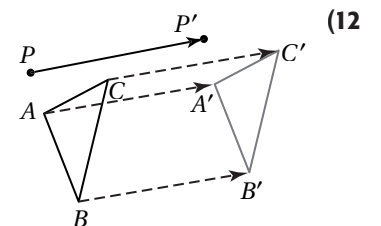
الصفحة 171، اختبار الفصل

(3)

العرض	الطول
$K = \frac{\text{عرض الصورة}}{\text{عرض الأصل}}$ $150\% = \frac{X'Y'}{2}$ $X'Y' = 3 \text{ in}$	$K = \frac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}}$ $150\% = \frac{X'Y'}{3}$ $X'Y' = 4.5 \text{ in}$
كبر الصورة الجديدة $150\% = \frac{X''Y''}{3}$ $X''Y'' = 4.5$ $4 < 4.5$	كبر الصورة الجديدة $150\% = \frac{X''Y''}{4.5}$ $X''Y'' = 6.75$ $6 < 6.75$
لذا ابحث عن نسبة تكبير أقل من 150%؛ لتحصل على العرض المطلوب للصورة $K = \frac{4}{3}$ $K = 1.33$	لذا ابحث عن نسبة تكبير أقل من 150%؛ لتحصل على الطول المطلوب للصورة $K = \frac{6}{4.5}$ $K = 1.33$

إذن النسبتان اللتان يمكن استعمالهما لتكبير الصورة، بحيث

تصبح أبعادها 4 in, 6 in هي: 133%, 150%



[illegible]

التقويم التشخيصي

اختبار سريع، ص (177)

العنوان	الدرس 1-8 حصتان	الدرس 2-8 حصتان	الدرس 3-8 حصتان	الدرس 4-8 حصتان
الأهداف	- تعرف عناصر الدائرة واستعمالها . - حل مسائل تتضمن محيط الدائرة.	- تعيين الزاوية المركزية والأقواس الكبرى والأقواس الصغرى ونصف الدائرة وإيجاد قياسها. - إيجاد طول القوس.	- تمييز العلاقات بين الأقواس والأوتار واستعمالها . - تمييز العلاقات بين الأقواس والأوتار والأقطار واستعمالها.	- إيجاد قياسات الزوايا المحيطية. - إيجاد قياسات زوايا المضلعات المحاطة بدائرة.
المفردات	الدائرة المركز نصف القطر الوتر القطر الدوائر المتطابقة الدوائر المتحدة في المركز محيط الدائرة باي (π) المضلع المُحاط بدائرة الدائرة الخارجية	الزاوية المركزية القوس القوس الأصغر القوس الأكبر نصف دائرة الأقواس المتطابقة الأقواس المتجاورة طول القوس		الزاوية المحيطية القوس المقابل
التمثيلات المتعددة	ص (183)	ص (192)		ص (207)
مصادر الدرس	مصادر المعلم للأنشطة الصفية - تدريبات إعادة التعليم، ص (6) دون - تدريبات المهارات، ص (8) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (9) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (10) دون ضمن فوق - كتاب التمارين ص (22) دون ضمن فوق	مصادر المعلم للأنشطة الصفية - تدريبات إعادة التعليم، ص (11) دون - تدريبات المهارات، ص (13) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (14) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (15) دون ضمن فوق - كتاب التمارين ص (23) دون ضمن فوق	مصادر المعلم للأنشطة الصفية - تدريبات إعادة التعليم، ص (16) دون - تدريبات المهارات، ص (18) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (19) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (20) دون ضمن فوق - كتاب التمارين ص (24) دون ضمن فوق	مصادر المعلم للأنشطة الصفية - تدريبات إعادة التعليم، ص (21) دون - تدريبات المهارات، ص (23) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (24) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (25) دون ضمن فوق - كتاب التمارين ص (25) دون ضمن فوق
التقنيات لكل درس	الاسبورة التفاعلية، ص (179)	الاسبورة التفاعلية، ص (187)	الاسبورة التفاعلية، ص (195)	انترنت، ص (204)
تنويع التعليم	ص (180, 181)	ص (188, 189, 192)	ص (200)	ص (202, 203)

التقويم التكويني

اختبار منتصف الفصل، ص (208)

المفاتيح: **دون** دون المتوسط **ضمن** ضمن المتوسط **فوق** فوق المتوسط

المجموع	المراجعة و التقويم	التدريس
المجموع	المراجعة و التقويم	التدريس
حصة (21)	حصص (4)	حصة (17)

الدرس 8-5 حصتان	الدرس 8-6 حصتان	الدرس 8-7 حصتان	استكشاف 8-8 حصة واحدة	الدرس 8-8 حصتان
المماسات	القاطع والمماس وقياسات الزوايا	قطع مستقيمة خاصة في الدائرة	معمل الحاسبة البيانية : معادلة الدائرة	معادلة الدائرة
- استعمال خصائص المماسات؛ لإيجاد قياسات تتعلق بالدائرة. - حل مسائل تتضمن المضلعات المحيطة بدائرة.	- إيجاد قياسات الزوايا المتكونة من مستقيمين يتقاطعان داخل الدائرة أو عليها. - إيجاد قياسات الزوايا المتكونة من مستقيمين يتقاطعان خارج الدائرة.	- إيجاد قياسات الأوتار المتقاطعة داخل الدائرة. - إيجاد قياسات القطع المستقيمة المتقاطعة خارج الدائرة.	استعمال الحاسبة البيانية TI-nspire ؛ لاستكشاف معادلة الدائرة.	- كتابة معادلة الدائرة - تمثيل الدائرة بيانياً في المستوى الإحداثي.
المماس نقطة التماس المماس المشترك	القاطع			الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة
	ص (222)			ص (235)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	مصادر المعلم للأنشطة الصفية	مصادر المعلم للأنشطة الصفية	المواد اللازمة الحاسبة البيانية TI-nspire	مصادر المعلم للأنشطة الصفية
- تدريبات إعادة التعليم، ص (26) دون ضمن - تدريبات المهارات، ص (28) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (29) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (30) دون ضمن فوق	- تدريبات إعادة التعليم، ص (31) دون ضمن - تدريبات المهارات، ص (33) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (34) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (35) دون ضمن فوق	- تدريبات إعادة التعليم، ص (36) دون ضمن - تدريبات المهارات، ص (38) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (39) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (40) دون ضمن فوق	- تدريبات إعادة التعليم، ص (41) دون ضمن - تدريبات المهارات، ص (43) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (44) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (45) دون ضمن فوق	- تدريبات إعادة التعليم، ص (41) دون ضمن - تدريبات المهارات، ص (43) دون ضمن - تدريبات حل المسألة، ص (44) دون ضمن فوق - التدريبات الإثرائية، ص (45) دون ضمن فوق
كتاب التمارين	كتاب التمارين	كتاب التمارين		كتاب التمارين
ص (26) دون ضمن فوق	ص (27) دون ضمن فوق	ص (28) دون ضمن فوق		ص (29) دون ضمن فوق
مدونة، ص (212)	تسجيل مرئي، ص (219)	مدونة، ص (227)		السبورة التفاعلية، ص (232)
ص (211, 212)	ص (217, 218, 223)	ص (225, 226)		ص (233, 235)

التقويم الختامي

- دليل الدراسة والمراجعة، ص (236-240)
- اختبار الفصل، ص (241)

المعالجة	التشخيص	التقويم
	بداية الفصل 8	التقويم التشخيصي
مخطط المعالجة، ص (177)	التهيئة للفصل 8، ص (177)	
	بداية كل درس	
مراجعة المفاهيم والمهارات الأساسية مع الطلاب	فيما سبق، والآن، لماذا؟	
	خلال كل درس وبعده	التقويم التكويني
مستوى المعالجة 1 تدريبات المهارات، الفصول 1-8 www.obeikaneducation.com مستوى المعالجة 2 تنوع التعليم تنوع الواجبات المنزلية تدريبات إعادة التعليم، الفصول 1-8	تحقق من فهمك كل مثال تأكد مسائل مهارات التفكير العليا مراجعة تراكمية أمثلة إضافية تنبيه! الخطوة 4، التقويم الاختبارات القصيرة، ص (68, 69) www.obeikaneducation.com	
	منتصف الفصل	
مستوى المعالجة 1 تدريبات المهارات، الفصول 1-8 www.obeikaneducation.com مستوى المعالجة 2 تدريبات إعادة التعليم، الفصول 1-8	اختبار منتصف الفصل، ص (208) اختبار منتصف الفصل، ص (70) www.obeikaneducation.com	
	نهاية الفصل	
مستوى المعالجة 1 تدريبات المهارات، الفصول 1-8 www.obeikaneducation.com مستوى المعالجة 2 تدريبات إعادة التعليم، الفصول 1-8	دليل الدراسة والمراجعة، ص (236-240) اختبار الفصل، ص (241) اختبار تراكمي، ص (244, 245) www.obeikaneducation.com	
	بعد انتهاء الفصل 8	التقويم الختامي
تدريبات إعادة التعليم، الفصول 1-8 www.obeikaneducation.com	اختبار الفصل، النماذج 1, 2A, 2B، ص (72-77) اختبار الفصل، النموذج 3، ص (78-79) اختبار المفردات، ص (71) اختبار الفصل ذو الإجابة المطولة، ص (80) الاختبار التراكمي (الفصول 1-8)، ص (81-83) www.obeikaneducation.com	

البديل 1

جميع المستويات (دون، ضمن، فوق)

المتعلمون الحركيون / التفاعليون: ارسم دوائر كبيرة على أرضية مواقف السيارات، أو على أي منطقة في ساحات المدرسة. ولرسم دائرة مكتملة، اربط طبشورة بحبل، واطلب إلى أحد الطلاب الإمساك بالحبل جيداً، وثبته عند نقطة تمثل مركز الدائرة، ويمسك طالب آخر الطبشورة في الطرف الآخر للحبل، ويتحرك بشكل دائريّ محافظاً على الحبل مشدوداً.

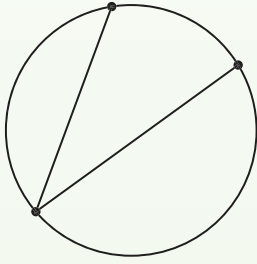
إذا كان بالإمكان ارسم عدة دوائر، وسمّها A, B, C, D وهكذا، ثم اطلب إلى الطلاب العمل معاً لإيجاد محيط كل دائرة. يدوّن الطلاب نتائجهم في أوراق مثبتة على لوح صغير، اطلب إليهم عرض نتائجهم والاستراتيجيات التي استعملوها أمام زملائهم عند عودتهم إلى غرفة الصف.

المتعلمون الحركيون / المنطقيون: هيّء للطلاب فرصة ليست لرسم دائرة باستعمال الفرجار فقط، وإنما لفهم تعريف الدائرة من خلال استعماله، ثم اطلب إليهم أن يكونوا مبدعين ويفكّروا في أدوات يمكن استعمالها لرسم دائرة تامة من دون استعمال الفرجار، واطلب إليهم استعمال هذه الأدوات قبل بداية الفصل، ووضع تعريف خاصّ بهم لمصطلح الدائرة.

البديل 2

دون المتوسط

نظّم الطلاب مجموعات صغيرة متفاوتة القدرات، استعمل لوحًا من الفلين، ودبابيس، ودوائر مقصوفة وحلقات مطاطية لنمذجة الزوايا المحيطية. ضع الدائرة على لوح الفلين، وضع عليها دبوسين لتمثيل طرفي القوس المحدود بالزاوية المحيطية، ثم قم بلفّ حلقة المطاط حول الدبوسين، ثم استعمل قلم الرصاص واسحب حلقة المطاط إلى الجهة المقابلة من الدائرة؛ لتمثيل رأس الزاوية المحيطية. يمكن للطلاب تحريك القلم على الدائرة، واستعمال المنقلة لقياس الزاوية في كل مرة، سيجدون أن قياس الزاوية يبقى ثابتاً.



البديل 3

فوق المتوسط

اطلب إلى الطلاب رسم دائرة في قطعة من الورق باستعمال قرص مدمج، ثم اطلب إليهم وضع مسطرتين بمحاذاة الدائرة من أجل تمثيل مماسين، واطلب إليهم تقريب المسطرتين، بحيث تتقاطعان خارج الدائرة مع بقائهما مماسين لها، وأن يرسموا المماسين من نقطة التقاطع إلى الدائرة، وأن يقيسوا المسافتين من الدائرة إلى نقطة التقاطع لإثبات أن القياسين متساويان.

قراءة الرياضيات

الدراسة



مهارة الدراسة

عندما تبدأ تدريس درس أو فصل جديد، من المفيد للطلاب أن يكملوا جدولاً مثل الجدول المجاور. اطلب إليهم أن يتصفحوا الدرس بشكل سريع وأن يلاحظوا الأهداف والمضردات لتكوين فكرة عما سيدرسونه. ثم بعد ذلك اطلب إليهم تدوين ما يعرفونه وما يرغبون أو يتوقعون تعلّمه. وبعد انتهائهم من دراسة الدرس، اطلب إليهم إجراء أي تصويبات لمحتويات عمود "ما أعرفه" وتسجيلها في عمود "ما تعلمته"، بالإضافة إلى الإجابات عن أسئلة "ما أريد أن أعرفه".

يُسهم هذا النشاط وما شابهه في بناء استقلالية الطلاب، من خلال استعمالهم الاستراتيجيات الخاصة بهم.

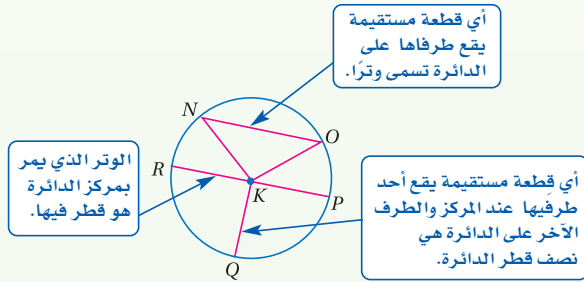
يحتوي الجدول على المعلومات التي سجّلها الطالب قبل وبعد دراسة الدرس 1-8 حول الدائرة ومحيطها

ما تعلمته	ما أريد أن أعرفه	ما أعرفه
- وجدت أن $C = \pi d$ وليس πd^2. الوتر هو قطعة مستقيمة يقع طرفاها على الدائرة، ولكنه ليس جزءاً من الدائرة. - الدوائر المتحدة في المركز تقع في المستوى نفسه ولها المركز نفسه. - المثلث مُحاط بدائرة. والدائرة تحيط بالمثلث.	ما الفرق بين محاط بدائرة والدائرة المحيطة؟	- يوجد للدائرة مركز. - المسافة بين المركز ونقطة على الدائرة تسمى نصف القطر (r). - القطر هو المسافة عبر الدائرة مروراً بالمركز ويساوي $2r$. محيط الدائرة يساوي πd^2، حيث $\pi = 3.14$. - أعتقد أن الوتر هو جزء من الدائرة. - الدائرة تتكون من 360°.

ملخص الدروس

8-1 الدائرة ومحيطها

الدائرة هي المحل الهندسي نقاط في المستوى، والتي تبعد مسافات متساوية عن نقطة معلومة تُسمى المركز. وتُسمى الدائرة بمركزها. وأي قطعة مستقيمة يقع طرفاها على الدائرة تسمى وترًا. والوتر الذي يمر بالمركز يكون قطرًا للدائرة، وأي قطعة مستقيمة يقع أحد طرفيها في مركز الدائرة والطرف الآخر على الدائرة تُسمى نصف قطر لها. وأنصاف أقطار الدائرة الواحدة جميعها متطابقة وكذلك أقطارها.



محيط الدائرة هو طول الخط الممثل للدائرة، والنسبة بين محيط الدائرة وطول قطرها تساوي دائمًا π . فللدائرة التي محيطها C وحدة وطول قطرها d وحدة، وطول نصف قطرها r وحدة، يكون: $C = 2\pi r$ أو $C = \pi d$.

8-2 قياس الزوايا والأقواس

الزاوية المركزية في دائرة هي زاوية رأسها مركز الدائرة، وضلعاها يحويان نصفي قطرين في الدائرة. ومجموع قياسات الزوايا المركزية للدائرة، والتي لا تحوي نقاطاً داخليةً مشتركةً بينها يساوي 360° والزاوية المركزية تقسم الدائرة إلى قسمين، يُسمى كل قسم قوسًا. وقياس كل من هذين القوسين يرتبط بقياس زاويته المركزية. فقياس القوس الأصغر بالدرجات يساوي قياس زاويته المركزية ويكون أقل من 180° .

وقياس القوس الأكبر بالدرجات يساوي 360° مطروحًا منه قياس القوس الأصغر، ويكون قياس القوس الأكبر أكبر من 180° يمكن اعتبار نصف الدائرة قوسًا قياسه 180° .

وفي الدائرة نفسها أو الدوائر المتطابقة، يكون القوسان متطابقين "إذا فقط إذا" كانت الزاويتان المركزيتان المناظرتان لهما متطابقتين.

وفي التمثيل البياني بالقطاعات الدائرية، تقسم الزوايا المركزية الدائرة إلى قطاعاتٍ لتمثيل بياناتٍ معينة، تُمثل بنسب مئوية عادةً. وقياس الزاوية المركزية يتناسب مع النسبة المئوية الممثلة لها. ويمكن إيجاد قياس الزاوية المركزية، بضرب نسبتها المئوية في 360° ، وهناك طريقة أخرى لإيجاد قياس القوس وهي حساب طولها. وبما أن القوس جزء من الدائرة، فإن طول هذا القوس هو جزء من محيطها.

والنسبة بين قياس القوس بالدرجات إلى 360 يساوي النسبة بين طول القوس إلى محيط الدائرة، ويمكن استعمال هذه النسبة لإيجاد طول القوس.

الترباط الرأسي

ما قبل الفصل 8

- تقريب قيمة الأعداد غير النسبية أينما وردت (مثل $\sqrt{2}$ ، π).
- التعبير عن الأفكار الرياضية باستعمال اللغة والأدوات الفعّالة والوحدات المناسبة والتمثيل البياني أو العددي أو المادي أو النماذج الجبرية.

الفصل 8

موضوعات ذات علاقة من الهندسة

- إيجاد مساحة القطاعات الدائرية وأطوال الأقواس في الدائرة باستعمال التبرير التناسبي.
- استعمال الأنماط العددية والهندسية؛ لصياغة تعميمات حول الخصائص الهندسية التي تتضمن خصائص علاقات الزوايا في الدائرة.

ما بعد الفصل 8

- التعبير عن الأنماط باستعمال المتتابعات والمسلسلات الحسابية والهندسية، واستعمالها في حل مسائل واقعية.
- تحديد أنواع القطوع المخروطية، بتحليل معادلاتها وكتابتها وتمثيلها بيانيًا.
- إيجاد مساحة منطقة محصورة بمنحني معادلة معطاة على الصورة القطبية، وإيجاد حجوم الأجسام الدورانية.

8-3 الأقواس والأوتار

في أي دائرة، يكون طرفا وتر فيها هما طرفي قوسٍ أيضًا.

ويرتبط الوتر والقوس بعلاقةٍ خاصةٍ.

ففي الدائرة نفسها أو الدوائر المتطابقة، يكون القوسان الأصغران متطابقين "إذا وفقط إذا" كان الوتران المناظران لهما متطابقين، ويكون الوتران متطابقين "إذا وفقط إذا" كانا على بُعدين متساويين من مركز الدائرة.

وينتج عن الأقطار المتعامدة مع الأوتار علاقات بين (الأقواس والأوتار والأقطار). ففي الدائرة، إذا كان القطر أو نصف القطر عموديًا على وترٍ، فإنه ينصف ذلك الوتر وقوسه.

8-4 الزوايا المحيطية

الزاوية المحيطية في دائرة هي زاوية يقع رأسها على تلك الدائرة، وضلعها يحويان وترين في الدائرة، فإذا رُسمت زاوية محيطية داخل دائرة، فإن قياس هذه الزاوية يساوي نصف قياس القوس الذي تقابله (أو قياس القوس الذي تقابله يساوي مثلي قياس تلك الزاوية). وإذا قابلت زاويتان محيطيتان في دائرة قوسين متطابقين أو القوس نفسه، فإن الزاويتين متطابقتان. والمضلع المحاط بدائرة له خصائص خاصة أيضًا، فالمثلث المحاط بدائرة، والذي يكون أحد أضلاعه قطرًا في الدائرة هو نوع خاص من المثلثات، وإذا قابلت زاوية محيطية نصف دائرة، فإن قياس هذه الزاوية يساوي 90° ، وإذا رُسم شكل رباعي داخل دائرة، فإن زواياه المتقابلة تكون متكاملة.

8-5 المماسات

يقطع المماس الدائرة في نقطة واحدة فقط تُسمى نقطة التماس. ومماس الدائرة يكون عموديًا على نصف قطرها المار بنقطة التماس. وعكس هذه العبارة صحيح أيضًا؛ أي أن المستقيم العمودي على نصف قطر الدائرة عند نقطة التقاء نصف القطر مع الدائرة، يكون مماسًا للدائرة عند تلك النقطة، ويمكن أيضًا أن يكون للدائرة الواحدة أكثر من مماس.

القطعتان المماستان لدائرة من نقطة خارجها متطابقتان، وبما أنه يمكن رسم مضلع محاط بدائرة، فإنه يمكن أيضًا رسم مضلع محيط بدائرة، ويكون المضلع محيطًا بدائرة، إذا كانت أضلاعه مماسات لتلك الدائرة.

8-6 التقاطع والمماس وقياسات الزوايا

المستقيم الذي يقطع الدائرة في نقطتين بالضبط يُسمى قاطعًا، وإذا تقاطع قاطعان داخل دائرة، فإن الزوايا الناتجة عن التقاطع ترتبط بعلاقةٍ مع الأقواس التي تقطعها هذه الزوايا، فإذا تقاطع قاطعان داخل دائرة، فإن قياس إحدى الزاويتين الناتجتين عن تقاطعهما يساوي نصف مجموع قياسَي القوس المقابل لهذه الزاوية، والقوس المقابل للزاوية المقابلة لها بالرأس.

ويمكن أن يتقاطع قاطعٌ مع مماسٍ عند نقطة التماس، وفي هذه الحالة يكون قياس كلٍّ من الزوايا الناتجة عن التقاطع نصف قياس القوس الذي تحصره، ويمكن أيضًا للمماس والقاطع أن يتقاطعا خارج الدائرة، فإذا تقاطع قاطعان، أو مماسان أو مماس وقاطع خارج دائرة، فإن قياس الزاوية المتكونة يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسَي القوسين المقابلين لها.

8-7 قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

إذا تقاطع وتران داخل دائرة، فإن ناتج ضرب طوكي قطعتي كل وتر يكون متساويًا.

إذا رُسم قاطعان لدائرة من نقطة خارجها، فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه، يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه.

وإذا رُسم قاطع ومماس من نقطة خارج دائرة، فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في الجزء الخارجي منه.

8-8 معادلة الدائرة

معادلة الدائرة التي مركزها (h, k) وطول نصف قطرها r وحدة هي: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ ، ويمكنك تحليل معادلة دائرة؛ لتجد المعلومات التي تساعدك على رسم الدائرة في المستوى الإحداثي. فإذا علمت إحداثيات مركز الدائرة وطول نصف قطرها، يمكنك رسم تلك الدائرة في المستوى الإحداثي. وفي الحقيقة إذا علمت ثلاث نقاط على دائرة، يمكنك رسمها بيانيًا، وكتابة معادلة تلك الدائرة.

فإذا اعتبرت هذه النقاط الثلاث رؤوس مثلث ورسمت عمودين منصفين لضلعين من أضلاعه، فإن نقطة تقاطعهما تكون مركز الدائرة. وأخيرًا يمكنك كتابة معادلة تلك الدائرة.

مشروع الفصل

رشاشات الري المحورية



يستعمل الطلاب ما تعلموه عن خصائص الدائرة؛ لرسم دوائر تمثل محاصيل يتم ريها باستعمال رشاشات محورية.

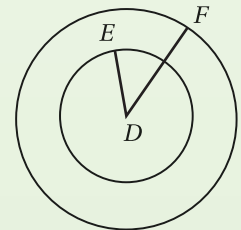
- تعد الرشاشات المحورية من أهم أنظمة الري الحديثة، حيث يمكن من خلالها ري مساحات كبيرة من الأراضي بكميات محدودة من المياه.
- اطلب إلى الطلاب أن يبحثوا عن تاريخ استعمال هذه التقنية في الزراعة، وأن يجيبوا عن الأسئلة:
- ما أنواع المحاصيل الزراعية التي تُروى باستعمال الرشاشات المحورية؟
- إلى أي مدى يصل طول الرشاشات المحورية؟

- اطلب إلى الطلاب رسم دوائر تمثل محاصيل متجاورة ومتفاوتة الأقطار في ورقة مقواة باستعمال القلم والخيوط المسطرة، وأن يجيبوا عن الأسئلة:
- كيف يمكنك أن تستعمل الخيوط والقلم لرسم دوائر بأقطار مختلفة؟ كيف يمكنك استعمال المماسات والمثلثات في تحديد مراكز دوائر جديدة في تصميمك؟
- اطلب إليهم عرض تصاميم دوائر المحاصيل التي رسموها، وتوضيح كيف استعملوا الخصائص الهندسية للدائرة في إنشاء هذا التصميم.

المفردات: قدّم مفردات الفصل مستعملًا النمط الآتي.

التعريف: الدوائر المتحدة في المركز هي دوائر تقع في المستوى نفسه، ولها المركز نفسه.

مثال:



سؤال: هل الدوائر المتحدة في المركز متشابهة أم متطابقة؟ وضح إجابتك.

متشابهة؛ لأن لها الشكل نفسه، ولكن هذه الدوائر ليست متطابقة؛ لأن لها أنصاف أقطار مختلفة.

فيما سبق:

درست أنواعًا من القطع المستقيمة الخاصة، وعلاقات الزوايا في المثلث.

والآن:

- أعرّف العلاقة بين الزوايا المركزية، والأقواس، والزوايا المحيطية في الدائرة.
- أعرّف القاطع والمماس وأستعملهما.
- أعرّف الدائرة أو أصفها؛ مستعملًا معادلتها.

لماذا؟

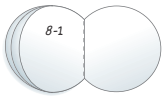
علوم: الشكل الحقيقي لقوس المطر هو دائرة كاملة، ويُسمى الجزء الذي يمكن رؤيته منها فوق الأفق قوسًا.

المطويات

منظم أفكار

الدائرة: اعمل هذه المطوية لمساعدتك على تنظيم ملاحظاتك حول الفصل 8، مبتدئًا بتسع أوراق A4.

- 1 ارسم دائرة قطرها 18 cm في كل ورقة باستعمال الفرجار.
- 2 قُصْ هذه الدوائر.
- 3 ثبّت الأوراق من الجهة اليمنى كما في الشكل، واكتب عنوان الفصل على الورقة الأولى.
- 4 اكتب أرقام الدروس في أعلى الصفحة في بقية الأوراق.



وقت استعمالها: شجّع الطلاب أثناء دراستهم الفصل على إضافة ملاحظات إلى الصفحات المناسبة في مطوياتهم، على أن تتضمن التعريفات، والمفاهيم الأساسية، والمفردات الصعبة، وأن يدعّموها برسوم توضيحية لكل مفردة.

تنويع التعليم

نموذج بناء المفردات، ص (66).
يكمل الطلاب هذا النموذج بكتابة تعريف كل مفردة جديدة تظهر لهم في أثناء دراسة الفصل أو مثال عليها، ويستفيدون من ذلك في أثناء المراجعة والاستعداد لاختبار الفصل.

المطويات

منظم أفكار

اطلب إلى الطلاب تكوين مطوياتهم، وعنونتها كما هو موضح.

غرضها: يدوّن الطلاب عن الدوائر والزوايا والمستقيمات المرتبطة بها.

وظيفتها: اطلب إلى الطلاب استعمال الجزء المناسب من مطوياتهم لكتابة ملاحظاتهم عن الدوائر والزوايا والأقواس والأوتار والمماسات والقاطعات والقطع المستقيمة الخاصة بالدائرة، وشجّعهم على تطبيق هذه المفاهيم، برسم الأمثلة وتطبيق المفاهيم الرياضية المرتبطة بها.

تشخيص الاستعداد: هناك بديلان للتأكد من المهارات السابقة الضرورية.

البديل 1

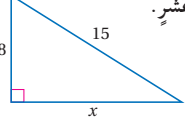
أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

مراجعة سريعة

مثال 1

أوجد قيمة 15% من 35
 $15\% = (0.15)(35)$ تحويل النسبة المئوية
 إلى كسر عشري
 $= 5.25$ بالضرب
 إذن 15% من 35 تساوي 5.25

مثال 2

أوجد قيمة x مقرباً إجابتك إلى أقرب عُشر.

 $a^2 + b^2 = c^2$ نظرية فيثاغورس
 $x^2 + 8^2 = 15^2$ بالتعويض
 $x^2 + 64 = 225$ بالتبسيط
 $x^2 = 161$ خاصية الطرح للمساواة
 $x = \sqrt{161} \approx 12.7$

مثال 3

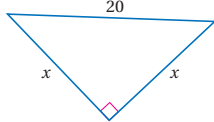
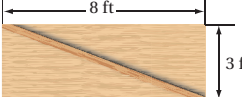
حلّ المعادلة: $x^2 + 3x - 40 = 0$ ، باستعمال القانون العام
 مقرباً إجابتك إلى أقرب عُشر.
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ القانون العام
 $= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(1)(-40)}}{2(1)}$ بالتعويض
 $= \frac{-3 \pm \sqrt{169}}{2}$ بالتبسيط
 $= -8$ أو 5 بالتبسيط

اختبار سريع

(يستعمل مع الدرس 2-8)

أوجد النسبة المئوية من العدد المعطى في كلّ ممّا يأتي:
 (1) 26% من 500 130 (2) 79% من 623 492.17
 (3) 19% من 82 15.58 (4) 10% من 180 18
 (5) 92% من 90 82.8 (6) 65% من 360 234
 (7) مطاعم: يُضيف مطعمٌ رسم توصيل قدره 5% على كل طلب. ما رسم خدمة توصيل وجبة غداء سعرها 65 ريالاً؟
 3.25 ريالاً

(يستعمل مع الدرس 5-8)

(8) أوجد قيمة x ، مقرباً إجابتك إلى أقرب عُشر. 14.1

 (9) نجارة: أراد أحمد أن يضع دعامة على لوح من الخشب، كما في الشكل أدناه. ما طول هذه الدعامة؟
 8.5 ft تقريباً


(يستعمل مع الدرس 7-8)

حلّ كلّاً من المعادلات الآتية باستعمال القانون العام مقرباً إجابتك إلى أقرب عُشر إذا لزم ذلك.
 (10) $5x^2 + 4x - 20 = 0$ 1.6, -2.4
 (11) $x^2 = x + 12$ -3, 4
 (12) ألعاب نارية: أطلقت ألعاب نارية في الهواء احتفاءً باليوم الوطني، ولم تنفجر إحدى هذه الألعاب، فارتدت إلى الأرض، إذا كان ارتفاعها عن سطح الأرض بعد t ثانية يُعطى بالمعادلة $d = 80t - 16t^2$ ، فبعد كم ثانية وصلت سطح الأرض؟ 5 ثوانٍ

البديل 2

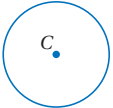
أسئلة تهيئة إضافية على الموقع www.obeikaneducation.com

المعالجة

استعمل نتائج الاختبار السريع ومخطط المعالجة؛ لمساعدتك على تحديد مستوى المعالجة المناسب، والعبارة "إذا... فقم" في الجدول، تساعدك على تحديد المستوى المناسب للمعالجة، واقتراح مصادر لكل مستوى.

مخطط المعالجة

المستوى	ضمن المتوسط
1	إذا أخطأ بعض الطلاب في حل ما نسبته 25% أو أقل من الأسئلة، فقم بمراجعة حساب النسبة المئوية من عدد، وتطبيقات نظرية فيثاغورس مع الطلاب. www.obeikaneducation.com
2	دون المتوسط أخطأ بعض الطلاب في حل ما نسبته 50% تقريباً من الأسئلة، فقم بتحديد أخطائهم، ووضع أنشطة علاجية لذلك. www.obeikaneducation.com

الدائرة ومحيطها
Circle and Circumference

الدائرة C أو C

لماذا؟

إذا ركبت العجلة الدوّارة، فإن بُعدك عن مركز دورانها يكون ثابتاً، فإذا كانت المسافة بين موقعك ومركزها 44 ft، فيمكنك أن تجد المسافة التي تقطعها في دورة واحدة.

القطع المستقيمة في الدائرة هي الدائرة هي المحل الهندسي لجميع النقاط في المستوى، والتي تبعد بُعداً ثابتاً عن نقطة معلومة تُسمى **مركز** الدائرة. وعادة ما تسمى الدائرة بمركزها، والشكل المجاور يبين الدائرة C التي يمكن أن يرمز لها بالرمز $\odot C$. وللقطع المستقيمة التي تقطع الدائرة أسماء خاصة.

مفهوم أساسي

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

أضف إلى

مطوياتك

نصف القطر هو قطعة مستقيمة يقع أحد طرفيها على المركز والطرف الآخر على الدائرة.

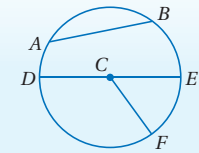
أمثلة: $\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{CF}$ أنصاف أقطار في $\odot C$.

الوتر هو قطعة مستقيمة يقع طرفاها على الدائرة.

أمثلة: $\overline{AB}$, $\overline{DE}$ وتران في $\odot C$.

القطر هو وتر يمر بمركز الدائرة، ويتكوّن من نصفي قطرين يقعان على استقامة واحدة.

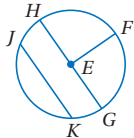
مثال: $\overline{DE}$ قطر في $\odot C$. ويتكوّن القطر $\overline{DE}$ من نصفي القطرين $\overline{CD}$, $\overline{CE}$ الواقعين على استقامة واحدة.



مثال 1

تعيين القطع المستقيمة في الدائرة

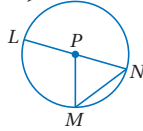
(b) عَيّن وترًا وقطرًا في الدائرة.



يظهر في هذه الدائرة وتران هما:

$\overline{JK}$, $\overline{HG}$ ، ويمر $\overline{HG}$ بالمركز؛ إذن $\overline{HG}$ قطر.

(a) سَمِّ الدائرة، وعَيّن نصف قطرٍ فيها.



مركز الدائرة هو P؛ إذن يمكن تسميتها

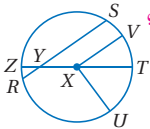
الدائرة P، أو $\odot P$. تظهر في الشكل ثلاثة

أنصاف أقطار هي: $\overline{PL}$, $\overline{PN}$, $\overline{PM}$.

تحقق من فهمك

الدائرة X أو $\odot X$ ؛ نصف القطر $\overline{XZ}$ أو $\overline{XT}$ أو $\overline{XV}$ ؛

(1) سَمِّ الدائرة، ونصف قطر، ووترًا، وقطرًا فيها. الوتر $\overline{TZ}$ أو $\overline{RS}$ ؛ القطر $\overline{TZ}$



فيما سبق:

درست عناصر الأشكال الرباعية واستعملتها.

(الدرس 5-2)

والآن:

■ أتعرف عناصر الدائرة واستعملها.

■ أحل مسائل تتضمن محيط الدائرة.

المفردات:

الدائرة

circle

المركز

center

نصف القطر

radius

الوتر

chord

القطر

diameter

الدوائر المتطابقة

congruent circles

الدوائر المتحدة في المركز

concentric circles

محيط الدائرة

circumference

باي (π)

pi

المضلع المُحاط بدائرة

inscribed with a circle

الدائرة الخارجية

circumscribed

www.obeikaneducation.com

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 8-1

تعرف عناصر الأشكال الرباعية واستعملها.

الدرس 8-1

تعرف عناصر الدائرة واستعملها. حل مسائل تتضمن محيط الدائرة.

ما بعد الدرس 8-1

تعيين زوايا وأقواس الدائرة وإيجاد قياساتها.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

أسأل:

■ ماذا تمثل المسافة التي يقطعها راكب العجلة الدوّارة في الدورة الواحدة؟

محيط الدائرة.

■ كيف يمكننا استعمال العجلة الدوّارة

لقياس المسافة التي قطعها راكب اللعبة بعد عددٍ من الدورات؟ أجد محيط

العجلة الدوّارة، وأضربه في عدد الدورات التي يدورها الراكب لقطع المسافة المُراد قياسها.

■ كيف تُستعمل فكرة قياس المسافة

باستعمال العجلة الدوّارة في الحياة؟

إجابة ممكنة: في جهاز قياس المسافة في السيارة، تستعمل دورات عجلات السيارة لقياس المسافة المقطوعة، ويستعمل المسّاحون أيضًا عجلة لقياس المسافة وهكذا.

■ لماذا يكون استعمال العجلة في القياس، أفضل من القياس باستعمال المتر أو شريط القياس؟ إجابة ممكنة: يكون القياس بالعجلة متصلًا، أما المتر أو شريط القياس فيجب رفعه ونقله، ويمكن إيجاد قياسات المسافات التي يوجد فيها انحناءات بواسطة العجلة، ولكن القياس بواسطة شريط القياس أو المتر، لا يكون دقيقًا حول المنحنيات.

مصادر الدرس 8-1

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم ص (181)	• تنويع التعليم ص (180, 181)	• تنويع التعليم ص (180)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (22)	• كتاب التمارين ص (22)	• كتاب التمارين ص (22)
مصادر المعلم لأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (6) • تدريبات المهارات، ص (8) • تدريبات حل المسألة، ص (9)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (6) • تدريبات المهارات، ص (8) • تدريبات حل المسألة، ص (9) • التدريبات الإثرائية، ص (10)	• تدريبات حل المسألة، ص (9) • التدريبات الإثرائية، ص (10)

قراءة الرياضيات

القطر ونصف القطر:

تستعمل الكلمتان (القطر، ونصف القطر) للتعبير عن الطول وعن القطع المستقيمة. وبما أن للدائرة عدة أنصاف أقطار وعدة أقطار أيضاً، فإن قولنا نصف قطر أو قطر يعني القياس، وليس القطعة المستقيمة.

تنبيه!

القطر أو نصف القطر:

في المسائل التي تتضمن الدوائر، انتبه جيداً إلى ما إذا كانت المعطيات تتعلق بنصف قطر الدائرة أم بقطرها.

ومن تعريف الدائرة، فإن المسافة بين مركز الدائرة وأي نقطة عليها ثابتة دائماً؛ إذن أنصاف أقطار الدائرة جميعها متطابقة. وبما أن قطر الدائرة يتكوّن من نصفي قطرين؛ فإن أقطار الدائرة جميعها متطابقة.

مفهوم أساسي

العلاقة بين القطر ونصف القطر

إذا كان نصف قطر الدائرة r وقطرها d فإن:

$$\text{صيغة نصف القطر: } r = \frac{d}{2} \text{ أو } d = 2r \quad \text{صيغة القطر: } d = 2r$$

مثال 2 إيجاد نصف القطر والقطر

إذا كان $QV = 8 \text{ cm}$ ، فأوجد قطر $\odot Q$ ؟

$$\text{صيغة القطر } d = 2r$$

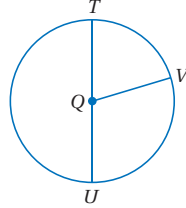
$$\text{بالتعويض والتبسيط } = 2(8) = 16$$

القطر في $\odot Q$ يساوي 16 cm .

تحقق من فهمك

2A إذا كان $TU = 14 \text{ ft}$ ، فأوجد نصف قطر $\odot Q$ ؟ 7 ft

2B إذا كان $QT = 11 \text{ m}$ ، فأوجد QU . 11 m



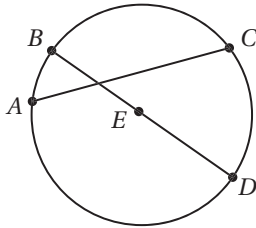
القطع المستقيمة في الدائرة

الأمثلة 1-3 تبين كيفية تعيين قطع مستقيمة في الدائرة وإيجاد قياساتها.

التقويم التكويني

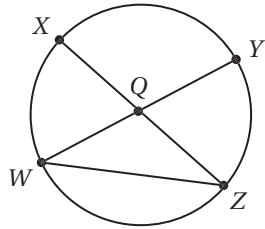
استعمل تدريبات "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلاب المفاهيم.

مثال إضافي



(a) سمّ الدائرة وعيّن نصف قطرٍ فيها.

الدائرة E أو $\odot E$ ، ويظهر في الشكل نصفاً قطرين هما: $\overline{EB}$ ، $\overline{ED}$



(b) عيّن وترًا وقطرًا في الدائرة.

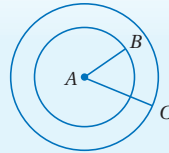
يظهر في الشكل ثلاثة أوتار هي: $\overline{WY}$ ، $\overline{XZ}$ ، $\overline{WZ}$ وقطران هما: $\overline{WY}$ ، $\overline{XZ}$

مفهوم أساسي

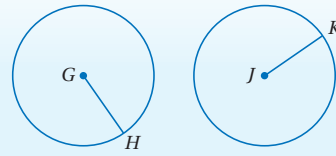
أزواج الدوائر

تكون الدائرتان متطابقتين إذا فقط إذا كان نصفاهما متطابقين.

الدائرتان المتحدتان في المركز هما الدائرتان اللتان تقعان في المستوى نفسه، ولهما المركز نفسه.



مثال: $\odot A$ التي نصف قطرها $\overline{AB}$ و $\odot A$ التي نصف قطرها $\overline{AC}$ دائرتان متحدتان في المركز.



مثال: $\overline{GH} \cong \overline{JK}$ ؛ إذن $\odot G \cong \odot J$

إذا تقاطعت دائرتان، فإنه يمكن أن تقاطعا بطريقتين مختلفتين، والجدول التالي يوضح الأوضاع المختلفة بين دائرتين.

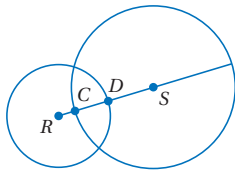
لا يوجد تقاطع	تقاطع في نقطة واحدة	تقاطع في نقطتين

التعليم باستعمال التقنيات

السيورة التفاعلية: اعرض دائرة على السيورة، واستعملها نموذجًا لترسم فيها أنصاف أقطار وأقطارًا وأوتارًا.

القطعة المستقيمة التي تصل بين مركزي دائرتين متقاطعتين يمكن أن تحوي نصفي قطري الدائرتين.

مثال 3 إيجاد قياسات في دائرتين متقاطعتين



قطر $\odot S$ يساوي 30 وحدة، وقطر $\odot R$ يساوي 20 وحدة،
و DS يساوي 9 وحدات، أوجد CD .
بما أن قطر $\odot S$ يساوي 30، فإن $CS = 15$ و $\overline{CD}$ هو جزء من نصف
القطر $\overline{CS}$.

$$CD + DS = CS \quad \text{مسئمة جمع القطع المستقيمة}$$

$$CD + 9 = 15 \quad \text{بالتعويض}$$

$$CD = 6 \quad \text{ب طرح 9 من كلا الطرفين}$$

تحقق من فهمك

(3) استعمل الشكل أعلاه لإيجاد RC . 4 وحدات.

محيط الدائرة: محيط الدائرة هو طول المنحنى المغلق الذي يُمثل الدائرة، ويُرمز له بالرمز C ، وتُعرف النسبة $\frac{C}{d}$ بأنها عدد غير نسبي يُسمى **باي** (π)، ويساوي 3.14 أو $\frac{22}{7}$ تقريبًا، ويمكن استنتاج صيغتين لحساب محيط الدائرة باستعمال هذا التعريف.

$$\text{تعريف } \pi \text{ باي} \quad \frac{C}{d} = \pi$$

$$\text{بضرب كلا الطرفين في } d \quad C = \pi d$$

$$\text{بالتعويض } d = 2r \quad C = \pi(2r)$$

$$\text{بالتبسيط} \quad C = 2\pi r$$

أضف إلى

مطوبتك

محيط الدائرة

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: إذا كان قطر الدائرة يساوي d ، أو نصف قطرها يساوي r ، فإن محيطها C يساوي حاصل ضرب القطر في π ، أو مثلي نصف القطر في π .

$$\text{الرموز:} \quad C = 2\pi r \text{ أو } C = \pi d$$



الربط مع الحياة

أقيمت في عام 2005 م
مباراة دولية في التنس
على مهبط للطائرات
العمودية فوق قمة فندق
برج العرب في الإمارات
العربية المتحدة، ويرتفع
هذا المهبط الدائري
700 ft تقريبًا عن سطح
الأرض، وقطره 79 ft

مثال 4 من واقع الحياة إيجاد محيط الدائرة

تنس: أوجد محيط المهبط الدائري الموصوف في فقرة الربط مع الحياة المجاورة.

$$C = \pi d \quad \text{صيغة محيط الدائرة}$$

$$= \pi(79) \quad \text{بالتعويض}$$

$$= 79\pi \quad \text{بالتبسيط}$$

$$\approx 248.19 \quad \text{باستعمال الحاسبة}$$

محيط المهبط الدائري يساوي 79π ft، أو 248.19 تقريبًا.

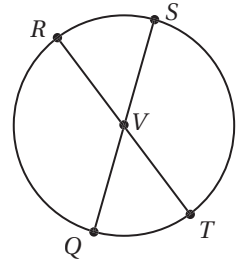
تحقق من فهمك

أوجد محيط كل من الدائرتين الآتيتين مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

$$(4A) \text{ نصف القطر يساوي } 2.5 \text{ cm} \quad 15.71 \text{ cm} \quad (4B) \text{ القطر يساوي } 16 \text{ ft} \quad 50.27 \text{ ft}$$

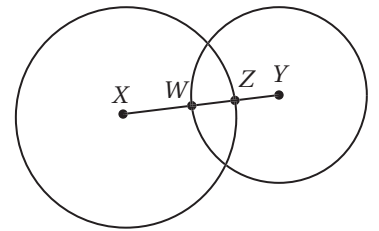
مثالان إضافيان

2 إذا كان $RT = 21 \text{ cm}$ ، فأوجد طول $\overline{QV}$ ؟



10.5 cm

3 إذا كان قطر $\odot X$ يساوي 22 وحدة، وقطر $\odot Y$ يساوي 16 وحدة، وطول $\overline{WZ}$ يساوي 5 وحدات، فأوجد XY . 14 وحدة.



الأمثلة 4-6 تبين كيفية إيجاد محيط الدائرة واستعماله.

مثال إضافي

4 **زراعة:** أوجد محيط حقل قمح دائري الشكل، يُروى بواسطة رشاش محوري نصف قطره يساوي 30 ft تقريبًا. 188.50 ft

تنويع التعليم

ضمن هوف

توسّع: اطلب إلى الطلاب الإجابة عن السؤال الآتي: لحل مشكلة الإزدحام المروري على أحد التقاطعات، قررت إدارة بلدية المدينة تنفيذ ميدان دائري عند هذا التقاطع، على أن يضم وسطه حديقة دائرية محيطها $100\pi \text{ m}$ ، ويحيط بها طريق عرضه 40 m، أوجد محيط هذا الميدان؟ $140\pi \text{ m}$

يمكنك استعمال إحدى صيغتي محيط الدائرة، لحساب قطر الدائرة؛ ونصف قطرها إذا عُلِمَ محيطها.

إرشادات للدراسة

مستويات الدقة:

بما أن π عدد غير نسبي، إذن لا يمكن كتابته على صورة كسر عشري منته. ولكن لأغراض الحصول على تقدير سريع في الحسابات، يمكن اعتبار قيمته 3، وإذا استعملت القيمة 3.14 أو $\frac{22}{7}$ ، فستحصل على تقريب أكثر دقة، وللحصول على القيمة الدقيقة، استعمل مفتاح π في الحاسبة.

مثال 5

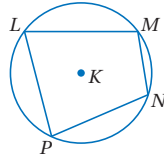
إيجاد القطر ونصف القطر

أوجد القطر ونصف القطر مقربين إلى أقرب جزء من مئة للدائرة التي محيطها 106.4 mm	
صيغة نصف القطر	$r = \frac{1}{2}d$
صيغة محيط الدائرة	$C = \pi d$
$d \approx 33.87$	$106.4 = \pi d$
بالتعويض	$\frac{106.4}{\pi} = d$
بقسمة كلا الطرفين على π	$33.87 \text{ mm} \approx d$
باستعمال الحاسبة	

تحقق من فهمك

24.76 cm; 12.38 cm

(5) إذا كان محيط دائرة يساوي 77.8 cm، فأوجد قطر الدائرة ونصف قطرها مقربين إلى أقرب جزء من مئة.



يكون المضلع **محايطاً بدائرة** إذ وقعت رؤوسه جميعها على الدائرة.

وتسمى هذه الدائرة **الدائرة الخارجية**.

- الشكل الرباعي LMNP مُحاط بـ $\odot K$.
- $\odot K$ دائرة خارجية للمضلع LMNP.

مثال 6 من اختيار

إجابة قصيرة: إذا كانت الدائرة J تحيط بمربع طول ضلعه 9 in، وقطره يمثل قطرها،

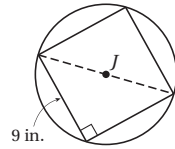
فما القيمة الدقيقة لمحيط $\odot J$.

اقرأ سؤال الاختبار

احسب قطر الدائرة، واستعمله لحساب محيطها.

حل سؤال الاختبار

ارسم شكلاً توضيحياً فيه: قطر المربع يمثل قطراً للدائرة أيضاً، ويكون وتر المثلث قائم الزاوية.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$9^2 + 9^2 = c^2$$

$$162 = c^2$$

$$9\sqrt{2} = c$$

قطر الدائرة يساوي $9\sqrt{2}$ in

أوجد المحيط بدلالة π ، بتعويض $9\sqrt{2}$ لقيمة d في الصيغة $C = \pi d$.

محيط الدائرة يساوي $9\pi\sqrt{2}$ in

تحقق من فهمك

أوجد القيمة الدقيقة لمحيط الدائرة في كلٍّ ممَّا يأتي:

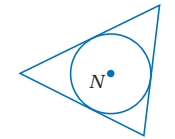
(6A) إذا كانت تحيط بمثلث قائم الزاوية طولاً ساقيه 3 m، 7 m، $\pi\sqrt{58}$ m

(6B) إذا كانت مُحاطة بمربع طول ضلعه 10 ft، 10π ft

إرشادات للدراسة

الدائرة الخارجية والدائرة الداخلية:

تسمى الدائرة التي تمر بجميع رؤوس المضلع الدائرة الخارجية، أما الدائرة التي تَمَسُّ جميع أضلاع المضلع، فتسمى الدائرة الداخلية، حيث تكون مُحاطة بالمضلع، كالدائرة في الشكل أدناه.



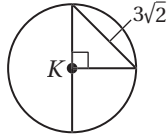
مثالان إضافيان

5

أوجد قطر الدائرة ونصف قطرها إذا كان محيطها يساوي 65.4 ft مقرباً الإجابة إلى أقرب جزء من مئة. القطر 20.82 ft تقريباً. نصف القطر 10.41 ft تقريباً.

6

أوجد محيط $\odot K$ أدناه. 6π وحدة



المحتوى الرياضي

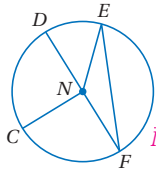
الدائرة الخارجية والدائرة

الداخلية: أي مثلث يمكن أن يُحاط بدائرة تُسمى الدائرة الخارجية، مع العلم بأنه يُحيط بدائرة تسمى الدائرة الداخلية. والأشكال الرباعية (باستثناء شكل الطائرة الورقية) يمكن أن تحيط بدائرة أو تحاط بدائرة، فقط عندما تكون زاويتا الشكل الرباعي المتقابلتين متكاملتين. ويمكن أيضاً أن تُحيط جميع أشكال الطائرات الورقية بدوائر، ولكنها لا يمكن أن تُحاط بدوائر.

تنويع التعليم

دون ضمن

المتعلمون البصريون / المكانيون: وجّه الطلاب إلى أن يستعملوا خيطاً؛ لتقدير محيط قرص أو أسطوانة. وراجع معهم صيغة محيط الدائرة باستعمال قطرها أو نصف قطرها، ثم اطلب إليهم حساب محيط الدائرة باستعمال قطر الدائرة أو نصف قطرها، ثم اطلب إليهم مقارنة النتيجة التي حصلوا عليها حسابياً بالتقدير الذي حصلوا عليه باستعمال الخيط.



استعمل الدائرة في الشكل المجاور؛ للإجابة عن الأسئلة الآتية:

المثالان 1, 2

(1) سمّ هذه الدائرة. $\odot N$

(2) عيّن كلاً ممّا يأتي:

(a) وترًا $\overline{EF}, \overline{DF}$ (b) قطرًا $\overline{DF}$

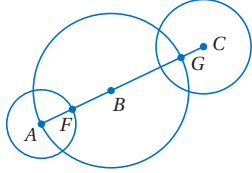
(3) إذا كان $CN = 8 \text{ cm}$ ، فأوجد DN . 8 cm

(4) إذا كان $EN = 13 \text{ ft}$ ، فما قطر الدائرة؟ 26 ft

قطر كلٍّ من $\odot A, \odot B, \odot C$ يساوي $8 \text{ cm}, 18 \text{ cm}, 11 \text{ cm}$ على الترتيب. أوجد كلاً من القياسين الآتيين:

(5) FG 14 cm

(6) FB 5 cm



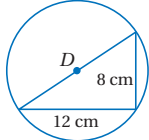
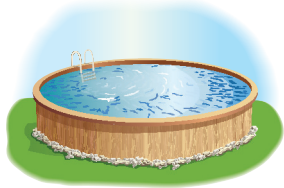
(7) **عجلة دوارة:** عُد إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس. ما قطر هذه العجلة الدوارة؟ وما محيطها؟ قَرِّب

إجابتك إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك. $88 \text{ ft}; 276.46 \text{ ft}$

(8) **بركة سباحة:** محيط بركة السباحة الدائرية في الشكل المجاور

يساوي 56.5 ft تقريباً، ما قطر هذه البركة؟ وما نصف قطرها؟

قَرِّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة. $17.98 \text{ ft}; 8.99 \text{ ft}$



(9) **إجابة قصيرة:** المثلث القائم الزاوية في الشكل المجاور مُحاط بالدائرة D ،

أوجد القيمة الدقيقة لمحيط $\odot D$. $4\pi\sqrt{13} \text{ cm}$

المثال 6

تدرب وحل المسائل

المثالان 1, 2

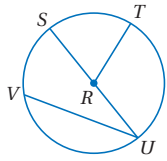
عُد إلى $\odot R$ في الشكل المجاور؛ للإجابة عن الأسئلة الآتية.

(10) ما مركز الدائرة R ؟

(11) عيّن وترًا يكون قطرًا. $\overline{SU}$

(12) هل $\overline{VU}$ نصف قطر؟ برّر إجابتك. **انظر الهامش**

(13) إذا كان $SU = 16.2 \text{ cm}$ ، فأوجد RT ؟ 8.1 cm

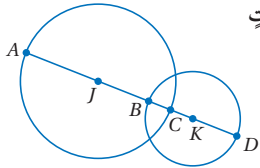


إذا كان نصف قطر $\odot J$ يساوي 10 وحدات، ونصف قطر $\odot K$ يساوي 8 وحدات

و BC يساوي 5.4 وحدات، فأوجد كل قياسٍ ممّا يأتي:

(14) CK وحدة 2.6 (15) AB وحدة 14.6

(16) JK وحدة 12.6 (17) AD وحدة 30.6



3 التدريب

التقويم التكويني

استعمل التمارين 9-1؛ للتأكد من فهم الطلاب، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

إجابة:

(12) لا، لأن $\overline{VU}$ وترًا يقع طرفاه على محيط الدائرة، بينما نصف القطر أحد طرفيه يقع على مركز الدائرة.

تنوع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	10-27، 35، 36، 38، 40-55
ضمن المتوسط	11-31 فردي، 32-36، 38، 40-55
فوق المتوسط	28-52، (اختياري: 53-55)



المثال 4 (18) **بيتزا:** أوجد نصف قطر قرص البيتزا ومحيطها في الشكل المجاور، مقرباً الإجابة إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم ذلك. **7 in; 43.98 in**

(19) **دراجات:** قطر إطار دراجة يساوي 26 in، أوجد نصف قطر الإطار ومحيطه، مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم ذلك. **13 in; 81.68 in**

119.46 cm; 59.73 cm (22)
830.23 m; 415.12 m (23)

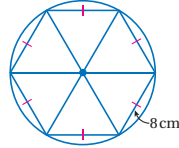
المثال 5

أوجد قطر الدائرة ونصف قطرها إذا عُلم محيطها في كلٍّ ممّا يأتي، مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

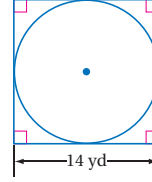
$C = 2608.25$ m (23) $C = 375.3$ cm (22) $C = 124$ ft (21) $C = 18$ in (20)
39.47 ft; 19.74 ft **5.73 in; 2.86 in**

أوجد القيمة الدقيقة لمحيط كلٍّ من الدوائر الآتية باستعمال المضلع الذي تحيط به أو الذي يحيط بها.

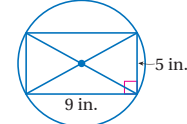
المثال 6



(26)



(25)



(24)

$\sqrt{106}\pi$ in (24)

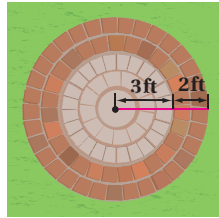
14π yd (25)

64π (26)

(27) **فناء:** أراد مصطفى أن يرصف فناءً دائري الشكل، كما في الشكل المجاور.

(a) ما المحيط التقريبي لهذا الفناء؟ **31.42 ft**

(b) إذا غيّر مصطفى خطة إنشاء هذا الفناء، بحيث يصبح محيط الدائرة الداخلية 25 ft تقريباً، فكم يكون نصف قطر الدائرة مقرباً إلى أقرب قدم؟ **4 ft**



في كلٍّ من الأسئلة 31–28، عُلم نصف قطر أو قطر أو محيط دائرة. أوجد القياسين المجهولين مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

$r = 11\frac{2}{5}$ ft, $d = \frac{?}{?}$, $C = \frac{?}{?}$ (29) $d = 8\frac{1}{2}$ in, $r = \frac{?}{?}$, $C = \frac{?}{?}$ (28)

$r = \frac{x}{8}$, $d = \frac{?}{?}$, $C = \frac{?}{?}$ (31) $C = 35x$ cm, $d = \frac{?}{?}$, $r = \frac{?}{?}$ (30)

(32) **حدائق:** يُراد إنشاء رصيف عرضه 4 m حول بركة دائرية الشكل محيطها 68 m، فما محيط الرصيف؟ قَرِّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة. **93.13 m**

4.25 in; 26.70 in (28)

22.80 ft; 71.63 ft (29)

11.14x cm; 5.57 x cm (30)

0.25x; 0.79x (31)

(33) **تمثيلات متعددة:** في هذا السؤال ستستكشف أثر تغيير الأبعاد في الدائرة.

(a) **هندسياً:** مستعملاً الفرجار ارسم ثلاث دوائر متحدة المركز، بحيث تكون نسبة طول نصف قطر كل دائرة إلى طول نصف قطر الدائرة الأكبر منها تساوي $\frac{1}{2}$. **انظر الهامش**

(b) **جدولياً:** احسب محيط كلٍّ من الدوائر السابقة مقرباً إلى أقرب جزء من مئة، وسجّل في جدول نصف القطر والمحيط لكلٍّ منها. **انظر الهامش**

(c) **لفظياً:** فسّر لماذا تكون الدوائر الثلاث متشابهة هندسياً. **انظر الهامش**

(d) **لفظياً:** ضع تخميناً حول النسبة بين محيطي الدائرتين، عندما تكون النسبة بين نصفَي قطريهما تساوي 2. **النسبة بين محيطيهما تساوي 2.**

(e) **تحليلياً:** معامل التشابه من $\odot A$ إلى $\odot B$ يساوي $\frac{b}{a}$. اكتب معادلة تربط محيط $\odot A$ (C_A) بمحيط $\odot B$ (C_B). **$(C_B) = \frac{b}{a}(C_A)$**

(f) **عددياً:** إذا كان معامل التشابه من $\odot A$ إلى $\odot B$ يساوي $\frac{1}{3}$ ، ومحيط $\odot A$ يساوي 12 in، فما محيط $\odot B$ ؟ **4 in**

قراءة الرياضيات

الرمزان C_A و C_B :

يقرأ الرمز C_A محيط الدائرة A ، ويقرأ الرمز C_B محيط الدائرة B .

تنبيه لحل سؤال

الفرجار: حل السؤال 33 يتطلب استعمال الفرجار.

تمثيلات متعددة: يستعمل الطلاب

الهندسة والجداول والوصف اللفظي

والحسابات العددية في السؤال 33؛

لاستكشاف أثر تغيير الأبعاد في الدائرة.

إجابات:

(33a) إجابة ممكنة:



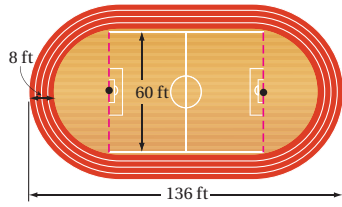
(33b) إجابة ممكنة :

المحيط (cm)	نصف القطر (cm)
3.14	0.5
6.28	1
12.57	2

(33c) إجابة ممكنة: لأن لها الشكل الدائري

نفسه، إلا أنها تختلف في القياس.

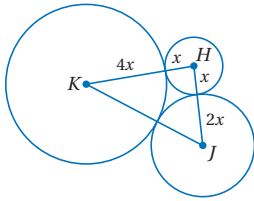
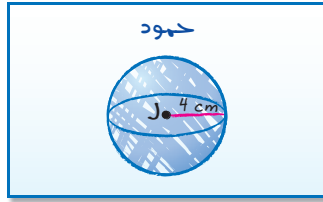
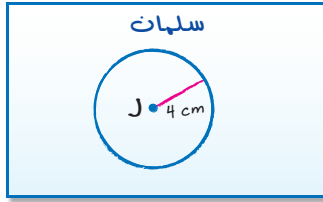
(34) رياضة: يظهر في الصورة أدناه مضمار جري.



- (a) كم تزيد المسافة التي يقطعها شخص يركض دورة واحدة على المسار الخارجي للمضمار، عن المسافة التي يقطعها شخص يركض دورة واحدة على المسار الداخلي؟ **50.27 ft**
- (b) كم دورة تقريباً يجب أن يركض شخص على المسار الخارجي للمضمار؛ ليقطع ميلاً واحداً؟ **15 دورة تقريباً**

مسائل مهارات التفكير العليا

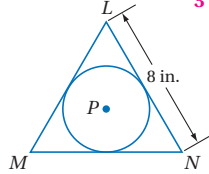
- (35) مسألة مفتوحة: ارسم دائرة يكون محيطها بين 8 cm و 12 cm، ما نصف قطر هذه الدائرة؟ **انظر الهامش**
- (36) اكتشاف الخطأ: رسم كل من حمود وسلمان شكلاً يُمثل مجموعة النقاط التي تبعد 4 cm عن النقطة J، فهل إجابة أيٍّ منهما صحيحة؟ برّر إجابتك.



- (37) تحدّد: مجموع محيطات الدوائر H, J, K التي تظهر في الشكل المجاور يساوي 56π . أوجد KJ. **24 وحدة.**

- (38) تبرير: هل المسافة بين مركز الدائرة وأي نقطة داخلها أقل من نصف قطرها دائماً أو أحياناً أو لا تكون كذلك أبداً؟ فسر إجابتك.

- (39) تحدّد: مُحاطة بالمثلث المتطابق الأضلاع LMN، كما في الشكل أدناه، ما محيط $\odot P$ ، مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة؟ **$\frac{8\pi\sqrt{3}}{3} \approx 14.5$**



- (40) اكتب: بين أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين الدوائر المتطابقة والدوائر المتحدة في المركز. **انظر الهامش**



الربط مع الحياة

يمكن أن يحرق الشخص الذي يزن 68 kg حوالي 240 سعراً حرارياً، إذا ركض بسرعة 9 km/h مدة 20 min، وذلك أكثر من مثلي عدد السعرات التي يحرقها إذا سار بسرعة 7.2 km/h المدة الزمنية نفسها.

- (36) كلاهما إجابته صحيحة. مجموعة النقاط التي عيّنها سلمان تبعد 4 cm عن J، ولكنها واقعة في مستوى ثنائي الأبعاد. أما النقاط التي عيّنها حمود فتبعد 4 cm عن J، ولكنها تقع داخل شكل ثلاثي الأبعاد.

- (38) دائماً؛ لأن نصف قطر الدائرة قطعة مستقيمة تصل بين مركز الدائرة ونقطة عليها؛ لذا فإن طول القطعة التي تصل مركز الدائرة بنقطة داخلها، يكون أقل من نصف قطر الدائرة.

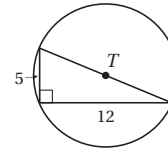
- (39) دائماً؛ لأن نصف قطر الدائرة قطعة مستقيمة تصل بين مركز الدائرة ونقطة عليها؛ لذا فإن طول القطعة التي تصل مركز الدائرة بنقطة داخلها، يكون أقل من نصف قطر الدائرة.

إجابات:

- (35) انظر إجابات الطلاب. يجب أن يكون نصف القطر بين 1.27 cm و 1.91 cm

- (40) إجابة ممكنة: الدوائر المتطابقة لها مراكز مختلفة، ولكن أنصاف أقطارها متطابقة؛ في حين أن الدوائر المتحدة في المركز لها المركز نفسه، ولكن أنصاف أقطارها مختلفة.

41 ما محيط T ؟ قَرِّب إجابتك إلى أقرب عُشر. 40.8



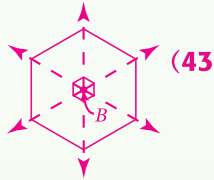
42 جبر: أحاط إبراهيم حديقة الدائرية الشكل بسياج. إذا كان طول السياج 50 m، فما نصف قطر الحديقة؟ قَرِّب إجابتك إلى أقرب عدد صحيح. C

- 8 C 10 A
7 D 9 B

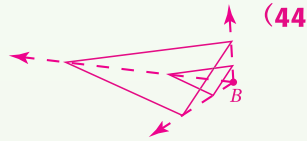
4 التقويم

فهم الرياضيات: يمكن للطلاب التدرب على مصطلحات ومفردات هذا الدرس، عن طريق وصف دوائر مختارة وتعريف المصطلحات بصوت واضح.

إجابات:



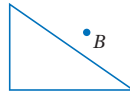
(43)



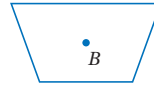
(44)

استعمل مسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن تمديد مركزه B ومعامله k المحدد في كل من الأسئلة الآتية. (الدرس 7-6) (43-46) انظر الهامش

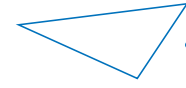
k = 3 (46)



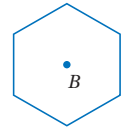
k = 2 (45)



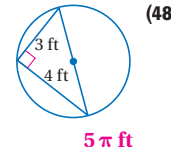
k = 2/5 (44)



k = 1/5 (43)

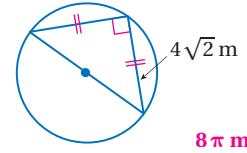


أوجد القيمة الدقيقة لمحيط كل دائرة ممّا يأتي: (الدرس 8-1)



(48)

5 π ft



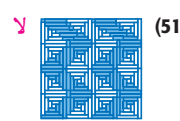
(47)

8 π m

حدّد ما إذا كان يبدو لصورة كلّ من الأشكال الآتية تماثل دوراني أم لا؟ وإذا كان كذلك، فانسخ الشكل في دفترك، وحدّد عليه مركز التماثل، واذكر رتبته ومقداره. (الدرس 7-5)



(52)



(51)



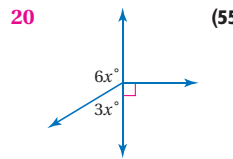
(50)



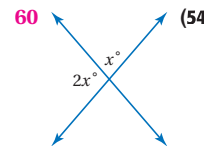
(49)

استعد للدرس اللاحق

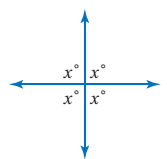
أوجد قيمة x في كلّ ممّا يأتي:



(55)

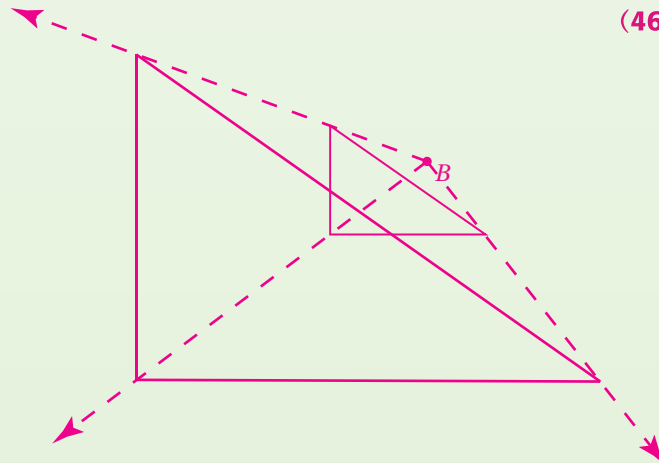


(54)

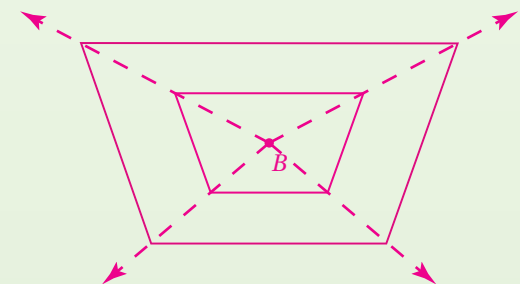


(53)

(46)



(45)





مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 1 - 8

دون دون المتوسط

ضمن ضمن المتوسط

فوق فوق المتوسط

التدريبات الإثرائية (10)

ضمن **فوق**

كتاب التمارين (22)

فوق ضمن دون

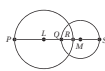
الفصل الثامن: الدائرة

الدائرة ومحيطها 8 - 1

استعمل الدائرة في الشكل المجاور للإجابة عن الأسئلة 1-7:



- 1) $\overline{LM}$ الدائرة.
 2) $\overline{LT}$ أو $\overline{LR}$ نصف قطر.
 3) $\overline{RT}$ أو $\overline{RS}$ نصف قطر لا يكون جزءًا من قطر.
 4) $\overline{RT}$ أو $\overline{RS}$ نصف قطر لا يكون جزءًا من قطر.
 5) $\overline{LT}$ أو $\overline{LR}$ نصف قطر.
 6) إذا كان نصف القطر الدائري يساوي 3.5 m، فما قطرها؟ **7 m**
 7) إذا كان $RT = 19$ m، فأوجد **9.5 m**

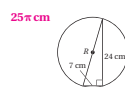


- (10) الساعة الشمسية (المزولة): اشترى عمر ساعة شمسية؛ ليضعها وسط حديقته. إذا كان قطر هذه الساعة يساوي 9.5 in ، فأوجد:
- (a) نصف قطر الساعة. **4.75 in**
- (b) محيط الساعة مقرباً إلى أقرب جزء من مئة. **29.85 in**

أوجد قطر الدائرة ونصف قطرها، إذا عُلِمَ محيطها في كلٍّ من السؤالين الآتيين، مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من مئة:

- 1.88 m; 0.94 m** $C = 5.9$ m (12) **6.75 ft; 3.37 ft** $C = 21.2$ ft (11)

أوجد القيمة الدقيقة لمحيط كلٍّ من الدائرتين الآتيتين :



22

8-1 التدريبات الإثرائية

القطاع الدائري،

يمكن إيجاد مساحة الدائرة مستعملاً القانون $A = \pi r^2$ ، والقطاع الدائري جزء من الدائرة، وينحصر بين نصفي قطرين وقوس من الدائرة.

الزاوية المركزية للقطاع الدائري زاوية رأسها عند مركز الدائرة، وضلعاه نصفا قطرين في الدائرة.

تناسب مساحة القطاع الدائري في الزاوية المركزية θ مع الجزء θ من الدائرة 360° مثلته من θ أي:



$$\frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2 = \text{مساحة القطاع} \quad , \quad \frac{\theta}{360^\circ} = \frac{\text{مساحة القطاع}}{\text{مساحة الدائرة}}$$

مثال أوجد مساحة القطاع الدائري في الشكل المجاور.



$$r = 2 \quad \theta = 90^\circ$$

$$A = \frac{\theta}{360^\circ} \pi r^2$$

$$= \frac{90^\circ}{360^\circ} \pi (2)^2$$

$$= \frac{1}{4} (4\pi) = \pi$$

ذن مساحة القطاع الدائري تساوي $\pi \text{ in}^2$ أو 3.14 in^2 تقريبًا.

تمارين:

- (1) أوجد مساحة القطاع الدائري، إذا كان قياس زاويته المركزية 72° ، ونصف قطر الدائرة فيه 10 cm
- $20\pi\text{ cm}^2$
- (2) أوجد مساحة القطاع الدائري، إذا كان قياس زاويته المركزية 60° ، ونصف قطر الدائرة فيه 5 in
- $\frac{25}{6}\pi\text{ in}^2$
- (3) إذا كانت مساحة قطاع دائري $15\pi\text{ cm}^2$ ، ونصف قطر الدائرة يساوي 5 cm ، فأوجد قياس الزاوية المركزية
- 216°
- (4) إذا كانت مساحة قطاع دائري تساوي $\frac{1}{3}$ مساحة الدائرة، فأوجد قياس زاويته المركزية.
- 120°

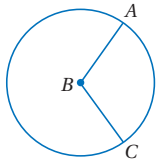
الصف: الأول الثانوي

10

الفصل 8، الدائرة

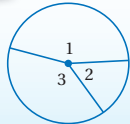
قياس الزوايا والأقواس
Measuring Angles and Arcs

لماذا؟
معظم الساعات في الأجهزة الإلكترونية عبارة عن ساعات رقمية، وهي الساعات التي تُظهر الوقت على شكل أرقام. وتُستعمل الساعات العادية في تزيين المنازل، أو استعمالها ساعات يدوية. وهذه الساعات لها عقارب أو مؤشرات متحركة تشير إلى الساعة والدقيقة، وأحياناً هناك مؤشر أو عقرب للثواني. ووجه هذه الساعة عبارة عن دائرة، وتكون العقارب الثلاث زوايا مركزية فيها.



الزوايا والأقواس الزاوية المركزية في الدائرة هي زاوية يقع رأسها في المركز، وضلعها نصفاً قطرين في الدائرة. في الشكل المجاور $\angle ABC$ هي زاوية مركزية في $\odot B$.
تذكر أن مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوي 360° ؛ لذا فإن الدرجة الواحدة تساوي $\frac{1}{360}$ من الدورة الكاملة حول نقطة، ويؤدي هذا إلى المفهوم الآتي:

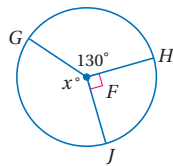
أضف إلى
مطوّبك



مفهوم أساسي
مجموع قياسات الزوايا المركزية
التعبير اللفظي: مجموع قياسات الزوايا المركزية في الدائرة، والتي لا تحوي نقاطاً داخلية مشتركة يساوي 360° .
مثال: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360^\circ$

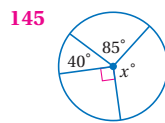
مثال 1 إيجاد قياس الزاوية المركزية

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

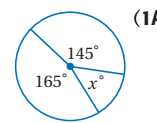


مجموع قياسات الزوايا المركزية
بالتعويض $m\angle GFH + m\angle HFJ + m\angle GFJ = 360^\circ$
بالتبسيط $130^\circ + 90^\circ + x = 360^\circ$
بطرح 220° من كلا الطرفين $220^\circ + x = 360^\circ$
 $x = 140^\circ$

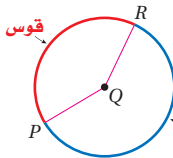
تحقق من فهمك



(1B)



(1A)



القوس هو جزء من دائرة يُحدّد بنقطتي طرفيه، وعند رسم زاوية مركزية، تنقسم الدائرة إلى قوسين، يرتبط قياس كلٍّ منهما بقياس الزاوية المركزية المقابلة له.

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 8-2

قياس الزوايا وتعيين الزوايا المتطابقة.

الدرس 8-2

تعيين الزوايا المركزية والأقواس الكبرى والأقواس الصغرى ونصف الدائرة وإيجاد قياسها.

ما بعد الدرس 8-2

تمييز العلاقات بين الأقواس والأوتار والأقطار في الدائرة.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

أسأل:

- ما النقطة التي تبعد مسافات متساوية عن الأعداد من 12 - 1؟ مركز الساعة.
- افترض أن محيط الساعة (الخط الأزرق المنحني المثبت عليه الأرقام من 12 - 1) يساوي 44 in، فكم تبعد تقريباً كل نقطة على هذا الخط عن المركز؟
7 in تقريباً.
- ضع تخميناً حول سبب بقاء الزاوية المحصورة بين عقربي الساعات والدقائق والليذان يُشيران لوقت ما. في الساعة ثابتة، بغض النظر عن كبر أو صغر الدائرة. لأن الانفراج بين عقربي الساعة عندما يُشيران إلى الوقت نفسه، لا يتغير بتكبير محيط الساعة أو تصغيره، فمثلاً عندما يُشير عقربا الساعة إلى تمام الثالثة، فإنه تكون زاوية قائمة في جميع الساعات مهما اختلفت قياسات دوائر الساعات.

فيما سبق:

درست إيجاد قياسات الزوايا وتحديد الزوايا المتطابقة.

(مهارة سابقة)

والآن:

- أعّين الزوايا المركزية، والأقواس الكبرى والأقواس الصغرى، ونصف الدائرة وأجد قياسها.
- أجد طول القوس.

المفردات:

الزاوية المركزية
central angle

القوس
arc

القوس الأصغر
minor arc

القوس الأكبر
major arc

نصف دائرة
semicircle

الأقواس المتطابقة
congruent arcs

الأقواس المتجاورة
adjacent arcs

طول القوس
arc length

www.obeikaneducation.com

مصادر الدرس 8-2

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنوع التعليم ص (192)	• تنوع التعليم ص (188, 189, 192)	• تنوع التعليم ص (188, 189, 192)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (23)	• كتاب التمارين ص (23)	• كتاب التمارين ص (23)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (11) • تدريبات المهارات، ص (13) • تدريبات حل المسألة، ص (14)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (11) • تدريبات المهارات، ص (13) • تدريبات حل المسألة، ص (14) • التدريبات الإثرائية، ص (15)	• تدريبات حل المسألة، ص (14) • التدريبات الإثرائية، ص (15)

يُسمى القوس الأصغر بنقطتي طرفيه، أما القوس الأكبر ونصف الدائرة فيسميان بنقطتي الطرفين بالإضافة إلى نقطة على القوس بينهما.

القياس	القوس
يقل قياس القوس الأصغر عن 180° ، ويساوي قياس الزاوية المركزية المقابلة له. $m\widehat{AB} = m\angle ACB = x^\circ$	القوس الأصغر هو القوس الأقصر الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.
يزيد قياس القوس الأكبر على 180° ، ويساوي 360° مطروحاً منه قياس القوس الأصغر الذي يصل بين النقطتين نفسيهما. $m\widehat{ADB} = 360^\circ - m\widehat{AB} = 360^\circ - x^\circ$	القوس الأكبر هو القوس الأطول الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.
قياس نصف الدائرة يساوي 180° $m\widehat{ADB} = 180^\circ$	نصف الدائرة هي قوس تقع نقطتا طرفيه على قطر الدائرة.

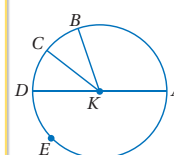
الزوايا والأقواس

الأمثلة 1-4 تبين كيفية استعمال النظريات والمسلمات؛ لإيجاد قياسات الأقواس والزوايا في الدائرة.

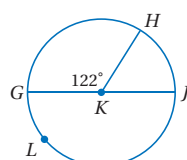
التقويم التكويني

استعمل أسئلة "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من استيعاب الطلاب المفاهيم.

يقرأ الرمز $\widehat{AB}$ القوس في الدائرة أدناه $\widehat{AB}$ يقرأ القوس $\widehat{AEC}$ أما $\widehat{AED}$ فيقرأ القوس $\widehat{AED}$ ، وكذلك $\widehat{AED}$ فيقرأ القوس $\widehat{AED}$.



$\overline{GJ}$ قطر في $\odot K$ ، حدّد ما إذا كان كلّ من الأقواس الآتية قوساً أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.

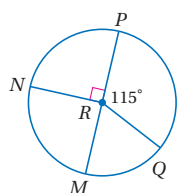


(a) $\widehat{GH}$ قوس أصغر، وقياسه: $m\angle GKH = 122^\circ$. $m\widehat{GH} = m\angle GKH = 122^\circ$.

(b) $\widehat{GLH}$ هو القوس الأكبر الذي يشترك مع القوس الأصغر $\widehat{GH}$ في نقطتي طرفيه.

$m\widehat{GLH} = 360^\circ - m\widehat{GH} = 360^\circ - 122^\circ = 238^\circ$

(c) $\widehat{GLJ}$ هو نصف دائرة، إذن: $m\widehat{GLJ} = 180^\circ$.



$\overline{PM}$ قطر في $\odot R$ ، حدّد ما إذا كان كلّ من الأقواس الآتية قوساً أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.

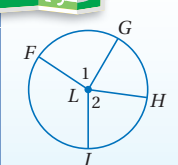
(2A) $\widehat{MQ}$ قوس أصغر، 65° (2B) $\widehat{MNP}$ نصف دائرة، 180° (2C) $\widehat{MNQ}$ قوس أكبر، 295°

الأقواس المتطابقة هي الأقواس التي تقع في الدائرة نفسها، أو في دائرتين متطابقتين، ويكون لها القياس نفسه.

نظرية 8.1

التعبير اللفظي: في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون القوسان متطابقين، إذا وفقط إذا كانت الزاويتان المركزيتان المقابلتان لهما متطابقتين.

مثال: إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 2$ ، فإن $\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$. إذا كان $\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$ ، فإن $\angle 1 \cong \angle 2$.

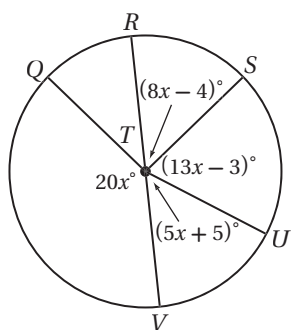


ستبرهن النظرية 8.1 في السؤال 44

الدرس 2-8 قياس الزوايا والأقواس 187

مثال إضافي

أوجد قيمة x في الشكل أدناه. 7



المحتوى الرياضي

مصطلحات: إن قياس القوس وطول القوس مصطلحان مختلفان لا يُستعمل أحدهما بدل الآخر، فقياس القوس يُعطى بالدرجات كما تُقاس الزوايا. ويرمز لقياس القوس بالرمز $m\widehat{AC}$ ، في حين أن طول القوس هو المسافة على طول المنحنى، كما هو الحال في طول القطعة المستقيمة.

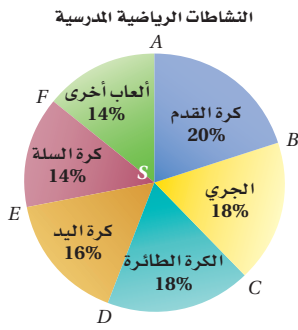
التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: ارسم دائرة على السبورة، وعيّن فيها قطراً وعدة أنصاف أقطار وضع قياسات زوايا معلومة. اختر طالباً ليوضح كيفية إيجاد قياس أحد الأقواس الصغرى، ثم اختر طالباً آخر ليجد قياسات الأقواس الصغرى المتبقية.

إيجاد قياس القوس من القطاعات الدائرية

مثال 3 من واقع الحياة

رياضة: استعمل التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور، لإيجاد كل من القياسات الآتية:



(a) $m\widehat{CD}$

$\widehat{CD}$ هو قوس أصغر.

إذن $m\widehat{CD} = m\angle CSD$

$\angle CSD$ تمثّل 18% من الكل أو 18% من الدائرة.

$m\angle CSD = 0.18(360^\circ)$ إيجاد 18% من 360°

$= 64.8^\circ$ بالتبسيط

(b) $m\widehat{BC}$

النسبتان المثلثتان للكرة الطائرة والجري متساويتان؛ إذن الزاويتان المركزيتان متطابقتان. والقوسان المقابلان لهما متطابقان.

$m\widehat{BC} = m\widehat{CD} = 64.8^\circ$

تحقق من فهمك

(3B) $m\widehat{FA} = 50.4^\circ$

(3A) $m\widehat{EF} = 50.4^\circ$



الرابط مع الحياة

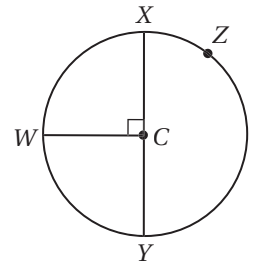
عُرفت لعبة كرة الطائرة لأول مرة في الولايات المتحدة الأمريكية، ثم انتقلت إلى كندا عام 1900 م، لتصبح بعد ذلك من أكثر الرياضات شعبية في العالم.

أمثلة إضافية

2

$\widehat{WC}$ نصف قطر في $\odot C$ الموضحة

في الشكل أدناه، حدد ما إذا كان القوس المعطى في كل مما يأتي قوساً أكبر أو قوساً أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



(a) $\widehat{XZY}$

نصف دائرة؛ $m\widehat{XZY} = 180^\circ$

(b) $\widehat{WZX}$

قوس أكبر؛ $m\widehat{WZX} = 270^\circ$

(c) $\widehat{XW}$

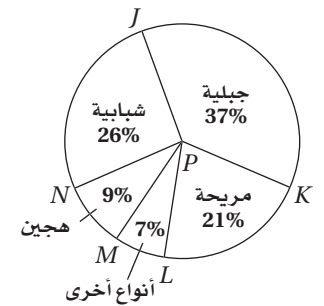
قوس أصغر؛ $m\widehat{XW} = 90^\circ$

3

درجات هوائية: استعمل التمثيل

بالقطاعات الدائرية أدناه؛ لإيجاد كل ممّا يأتي:

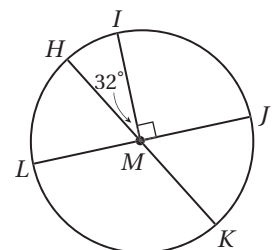
أنواع الدراجات الهوائية



(a) $m\widehat{KL} = 75.6^\circ$

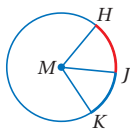
(b) $m\widehat{NJL} = 302.4^\circ$

أوجد كلاً من القياسات الآتية في $\odot M$ الموضحة أدناه:



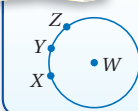
(a) $m\widehat{LHI} = 90^\circ$

(b) $m\widehat{IJK} = 148^\circ$



الأقواس المتجاورة هي أقواس في الدائرة تشترك مع بعضها في نقطة واحدة فقط. $\widehat{HJ}$ ، $\widehat{JK}$ قوسان متجاوران في $\odot M$ ، وكما هي الحال في الزوايا المتجاورة، يمكنك جمع قياس الأقواس المتجاورة.

أضف إلى مطويتك



مسألة 8.1 مسلّمة جمع الأقواس

التعبير اللفظي: قياس القوس المتكوّن من قوسين متجاورين يساوي مجموع قياسي هذين القوسين.

$$m\widehat{XZ} = m\widehat{XY} + m\widehat{YZ}$$

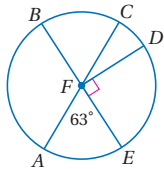
مثال:

مثال 4 إيجاد قياس القوس باستعمال مسلّمة جمع الأقواس

مثال 4

أوجد كلاً من القياسات الآتية في $\odot F$:

(a) $m\widehat{AD}$



مسلّمة جمع الأقواس

$$m\widehat{AE} = m\angle AFE, m\widehat{ED} = m\angle EFD$$

بالتعويض

$$\begin{aligned} m\widehat{AD} &= m\widehat{AE} + m\widehat{ED} \\ &= m\angle AFE + m\angle EFD \\ &= 63^\circ + 90^\circ = 153^\circ \end{aligned}$$

(b) $m\widehat{ADB}$

مسلّمة جمع الأقواس

$$m\widehat{EDB} = 180^\circ \text{ إذن: } \widehat{EDB} \text{ نصف دائرة؛ إذن: } m\widehat{EDB} = 180^\circ$$

$$\begin{aligned} m\widehat{ADB} &= m\widehat{AE} + m\widehat{EDB} \\ &= 63^\circ + 180^\circ = 243^\circ \end{aligned}$$

تحقق من فهمك

(4B) $m\widehat{ABD} = 207^\circ$

(4A) $m\widehat{CE} = 117^\circ$

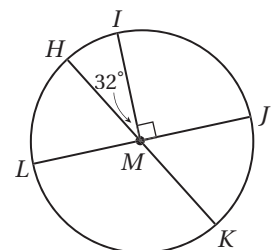
تنويع التعليم

ضمّن فوق

المتعلّمون المتفاعلون: ارسم دائرة وقسمها إلى زوايا مركزية مختلفة القياس، ثم ظلل كل جزء من أجزاء الدائرة بلون مختلف، كرر هذه العملية مع دائرتين لهما نفس طول القطر، ولكن باستعمال زوايا مركزية مختلفة. اقطع أجزاء الدوائر الثلاثة جميعها واخلطها. أعط هذه الأجزاء لمجموعات من الطلاب؛ لإعادة ترتيبها في ثلاث دوائر، ثم اطلب إليهم إيجاد قياسات الزوايا المركزية لهذه القطاعات وقياس الأقواس ومحيط هذه الدوائر وأطوال الأقواس. يمكن أن تقارن المجموعات أعمالها؛ للتحقق من النتائج، و/أو لتحديد المجموعة الأكثر دقة في إيجاد القياسات جميعها.

4

أوجد كلاً من القياسات الآتية في $\odot M$ الموضحة أدناه:



(a) $m\widehat{LHI} = 90^\circ$

(b) $m\widehat{IJK} = 148^\circ$

تنبيه

طول القوس:

يُعطى طول القوس بوحدة الطول مثل السنتيمترات، أما قياس القوس فيعطى بالدرجات.

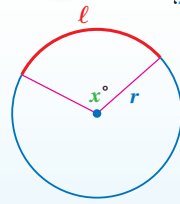
طول القوس: هو المسافة على الدائرة بين نقطتي طرفيه، ويُقاس بوحدة الطول، وبما أن القوس جزء من الدائرة، فإن طوله جزء من محيطها.

أضف إلى مطوبتك

طول القوس

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: إذا كان طول القوس يساوي ℓ ومحيط الدائرة يساوي $2\pi r$ ، وقياس القوس بالدرجات يساوي x° فإن نسبة **طول القوس إلى محيط الدائرة** يساوي نسبة **قياس القوس بالدرجات إلى 360°**



$$\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{x^\circ}{360^\circ}$$

الرموز:

$$\ell = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

أي أن:

طول القوس

بما أن القوس جزء من الدائرة، فإن طوله جزء من محيط الدائرة.

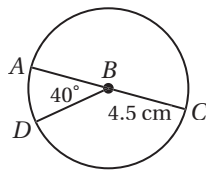
المثال 5 يبين كيفية إيجاد طول القوس باستعمال صيغة طول القوس.

إرشادات للمعلم الجديد

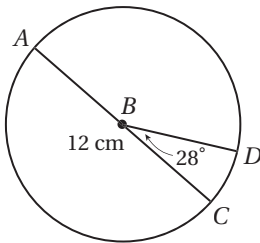
الحس الرياضي بين للطلاب أنه يمكن أن يكون لقوسين القياس نفسه، مع اختلاف طوليتهما، وضح ذلك باستعمال صيغة طول القوس، وبين للطلاب أن طول القوس يعتمد على نصف قطر الدائرة.

مثال إضافي

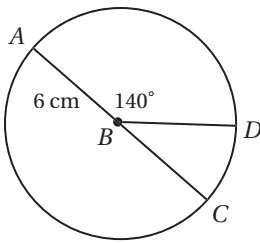
5 أوجد طول $\widehat{DA}$ في كل مما يأتي مقرباً إلى أقرب جزء من مئة.



3.14 cm



15.92 cm

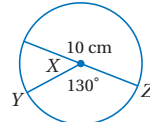


14.66 cm

إيجاد طول القوس

مثال 5

أوجد طول $\widehat{ZY}$ في كل مما يأتي مقرباً إلى أقرب جزء من مئة:



$$\ell = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

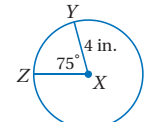
صيغة طول القوس

بالتعويض

باستعمال الحاسبة

$$= \frac{130^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi(5)$$

$$\approx 11.34 \text{ cm}$$



$$\ell = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

صيغة طول القوس

بالتعويض

باستعمال الحاسبة

$$= \frac{75^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi(4)$$

$$\approx 5.24 \text{ in}$$

$$\ell = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

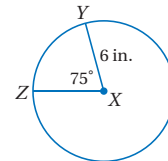
صيغة طول القوس

بالتعويض

باستعمال الحاسبة

$$= \frac{75^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi(6)$$

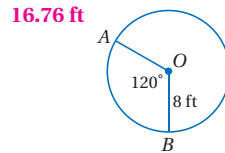
$$\approx 7.85 \text{ in}$$



لاحظ أن $\widehat{ZY}$ له القياس نفسه في المثالين 5a، 5b، ويساوي 75° ، إلا أن لهما طولين مختلفين؛ بسبب وجودهما في دائرتين نصفاً قطريهما مختلفان.

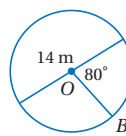
تحقق من فهمك

أوجد طول $\widehat{AB}$ في كل مما يأتي مقرباً إلى أقرب جزء من مئة:

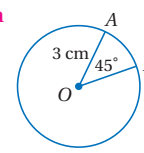


16.76 ft

(5C) 9.77 m



(5B) 2.36 cm



(5A)

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: اطلب إلى الطلاب إيجاد طول القوس الأصغر المتكون في دائرة ساعة قطرها 14 ft و 8 in، عندما تُشير عقارب الساعة إلى الخامسة، وقياس الزاوية المركزية التي يقابلها ذلك القوس. طول القوس يساوي 230 in تقريباً أو 19 ft و 2 in، وقياس الزاوية المركزية 150°

3 التدريب

التقويم التكويني

استعمل التمارين 1-11؛ للتأكد من فهم الطلاب، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

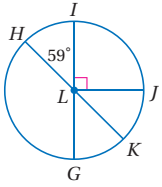
المثال 1

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين:



المثال 2

أوجد قطران في $\odot L$ ، حدّد ما إذا كان كلّ قوس فيما يأتي قوساً أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.

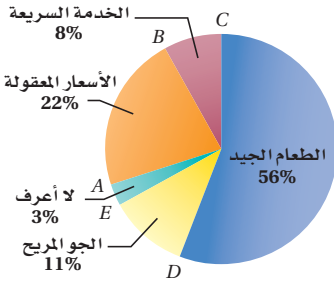


- (3) $\widehat{IHJ}$ قوس أكبر؛ (4) $\widehat{HI}$ قوس أصغر؛ (5) $\widehat{HGK}$ نصف دائرة؛

270° 59° 180°

المثال 3

(6) **مطاعم:** يعرض الشكل المجاور نتائج استطلاع حول ما يطلبه رواد المطاعم.



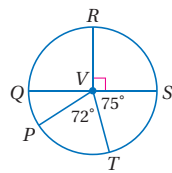
(a) أوجد $m\widehat{AB}$. 79.2°

(b) أوجد $m\widehat{BC}$. 28.8°

(c) صف نوع قوس قطاع الطعام الجيد. قوس أكبر

المثال 4

$\overline{QS}$ قطر في $\odot V$ ، أوجد كلّاً من القياسات الآتية:



(7) $m\widehat{STP}$ 147°

(8) $m\widehat{QRT}$ 255°

(9) $m\widehat{PQR}$ 123°

المثال 5

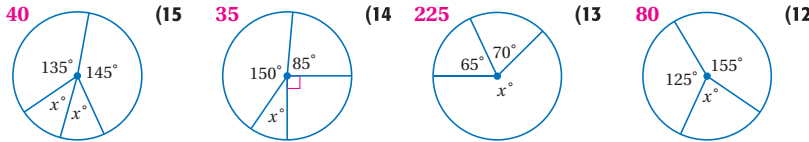
أوجد طول $\widehat{JK}$ مقرباً إلى أقرب جزء من مئة في كلّ من السؤالين الآتيين:



تدرب وحل المسائل

المثال 1

أوجد قيمة x في كلّ ممّا يأتي:

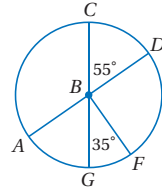


تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	53-63 ، 47-50 ، 12-34
ضمن المتوسط	53-63 ، 44-51 ، 37-43 ، 13-35 ، 37-43 ، 44-51 ، 53-63
فوق المتوسط	35-60 ، (اختياري: 61-63)

المثال 2

حَدِّد ما إذا كان كل قوسٍ ممَّا يأتي قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



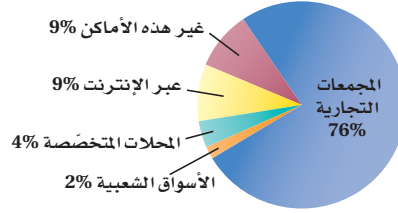
- (18) نصف دائرة، 180° (17) قوس أصغر، 125° (18) $\widehat{CG}$ (21) قوس أكبر، 270° (20) قوس أكبر، 305° (19) $\widehat{CGD}$ (21) قوس أكبر، 325° (22) $\widehat{ACF}$

إجابات:

(22c) نعم؛ القوسان المقابلان للفتتين "عبر الإنترنت" و"غير هذه الأماكن" لهما القياس نفسه؛ لأن كلاً من هاتين الفتتين لها النسبة المئوية 9% نفسها من الدائرة.

(35) قياس الزاوية بين كل رقمين متتاليين يساوي $30^\circ = 360^\circ \div 12$ ؛ لذا فإن قياس الزاوية المركزية الصغرى المحصورة بين عقري الساعة يساوي 60°

أفضل الأماكن لشراء الملابس



(22) تسوق: يعرض الشكل المجاور نتائج استطلاع حول المكان المفضل لشراء الملابس، شمل مجموعة من الشباب.

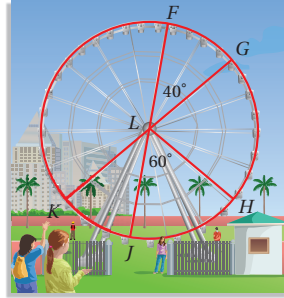
- (a) ما قياس القوس المقابل لفتة التسوق في كلٍّ من المجمعات التجارية والمحلات المتخصصة؟ $273.6^\circ, 14.4^\circ$
(b) صف نوع القوس المقابل لفتة المجمعات التجارية وفتة الأسواق الشعبية.
(c) هل توجد أقواس متطابقة في هذا الشكل؟ وضح إجابتك. انظر الهامش

المثال 3

المثالان 2, 4

تسليية: استعمل العجلة الدوارة في الشكل المجاور، لإيجاد كلٍّ من القياسات الآتية:

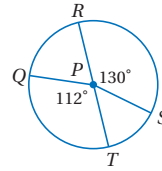
- (23) $m\widehat{FG}$ 40° (24) $m\widehat{JH}$ 60° (25) $m\widehat{JKF}$ 180° (26) $m\widehat{JFH}$ 300° (27) $m\widehat{GHF}$ 320° (28) $m\widehat{GHK}$ 180° (29) $m\widehat{HK}$ 100° (30) $m\widehat{JKG}$ 220°



المثال 5

$\overline{RT}$ قطر في $\odot P$ ، أوجد طول كل قوسٍ ممَّا يأتي مقرَّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

- (31) $\widehat{RS}$ ، إذا كان نصف القطر يساوي 2 in . 4.54 in (32) $\widehat{QT}$ ، إذا كان القطر يساوي 9 cm . 8.80 cm (33) $\widehat{QR}$ ، إذا كان $PS = 4 \text{ mm}$. 4.75 mm (34) $\widehat{QRS}$ ، إذا كان $RT = 11 \text{ ft}$. 19.01 ft



ساعات: يعرض الشكل المجاور الساعة التي وردت في فقرة "لماذا؟" في بداية هذا الدرس.

- (35) ما قياس الزاوية المركزية الصغرى المحصورة بين عقري الساعة والدقائق؟ فسر الطريقة التي توصلت بها إلى إجابتك. انظر الهامش
(36) إذا تضاعف قطر الدائرة، فما تأثير ذلك في طول القوس الأصغر بين الرقم 1، والرقم 12؟ يتضاعف طول القوس.

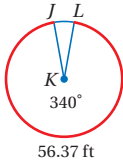


الربط مع الحياة

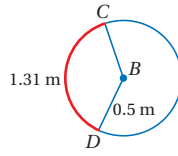
تُعد ساعة مكة المكرمة أكبر ساعة في العالم، إذ يزيد قطر واجهتها عن 40 m، ويبلغ طول عقرب الدقائق 22 m، وطول عقرب الساعات 17 m، وتبلغ كتلة كلٍّ منهما 6 أطنان تقريباً.

أوجد قياس كل ممّا يأتي مقرّبًا الأطوال إلى أقرب جزء من مئة وقياسات الأقواس إلى أقرب درجة.

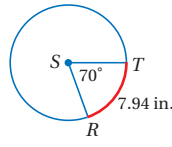
(39) نصف قطر $K \odot$ 9.50 ft



(38) $m\widehat{CD} = 150^\circ$



(37) محيط $S \odot$ 40.83°



تنبيه لحل سؤال

الفرجار والمسطرة والمقص:

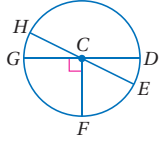
يتطلب السؤالان 46, 51 استعمال فرجار ومسطرة ومقص.

تمثيلات متعددة في السؤال 46،

يستعمل الطلاب رسومات هندسية

وقياسات الأطوال والوصف اللفظي؛

لاستقصاء العلاقة بين الأوتار والأقواس في الدائرة.

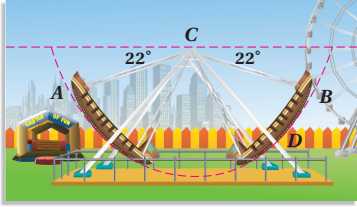


جبر: في $C \odot$ ، إذا كان $m\angle HCG = (2x)^\circ$ ، $m\angle HCD = (6x + 28)^\circ$ ، فأوجد قياس كل ممّا يأتي:

(42) $m\widehat{HGF} = 128^\circ$

(41) $m\widehat{HD} = 142^\circ$

(40) $m\widehat{EF} = 52^\circ$

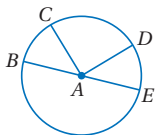


(43) ألعاب: يأخذ مسار لعبة السفينة في مدينة ألعاب شكل نصف دائرة كما في الشكل المجاور.

(a) أوجد $m\widehat{AB} = 136^\circ$

(b) إذا كان $CD = 62$ ft، فما طول $\widehat{AB}$ ؟ قرّب إجابتك

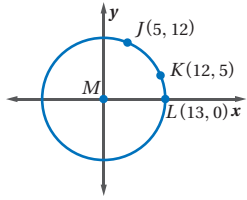
إلى أقرب جزء من مئة. 147.17 ft



(44) برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين للنظرية 8.1. انظر ملحق الإجابات

المعطيات: $\angle BAC \cong \angle DAE$

المطلوب: $\widehat{BC} \cong \widehat{DE}$



(45) هندسة إحداثية: تُمثّل النقطة M نقطة الأصل في الشكل المجاور. أوجد كل ممّا يأتي في $M \odot$ ، مقرّبًا الأطوال إلى أقرب جزء من مئة، وقياسات الأقواس إلى أقرب عُشر درجة.

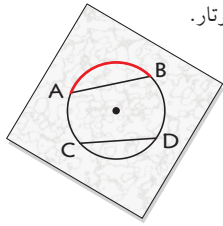
(c) $m\widehat{JK} = 44.8^\circ$

(b) $m\widehat{KL} = 22.6^\circ$

(a) $m\widehat{LJ} = 67.4^\circ$

(e) طول $\widehat{JK} = 10.16$ وحدات

(d) طول $\widehat{LJ} = 15.29$ وحدة



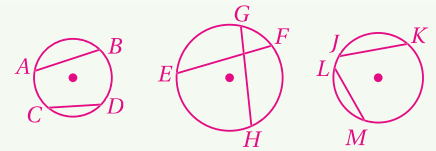
(46) تمثيلات متعددة: في هذا السؤال ستستقصي العلاقة بين الأقواس والأوتار.

(a) هندسيًا: ارسم دائرة فيها وتران متطابقان مثل $\widehat{AB}$ ، $\widehat{CD}$. حدّد مركز هذه الدائرة. كرّر العملية مع دائرتين أخريين ووترين متطابقين في كل منهما، على أن تكون أطوال الأوتار في الدوائر الثلاث مختلفة.

(b) حسيًا: قُصّ ثلاث قطع من الورق الشفّاف أكبر من كلّ من الدوائر الثلاث، ثم ثبّت ورقة شفافة من منتصفها مستعملًا دبّوسًا عند مركز كل دائرة، ارسم القوس المقابل لأحد الوترين في كل دائرة على الورقة الشفافة، ثم قم بتدوير قطعة الورق الشفّاف حول الدبّوس؛ لمقارنة طول القوس الذي رسمته بطول القوس المقابل للوتر الآخر. انظر أعمال الطلاب

(c) لفظيًا: ضع تخمينًا حول العلاقة بين الأقواس التي تقابل أوتارًا متطابقة في الدائرة. انظر الهامش

(46a) انظر الهامش



(46c) إجابة ممكنة: عندما يكون الوتران

في الدائرة متطابقين؛ فإن القوسين

المحدودين بهذين الوترين يكونان

متطابقين.

افترض أن G مركز الدائرة.

$GD = GC = GB = GA$ (أنصاف

أقطار)

المثلثان: AGB ، CGD متطابقان

بثلاثة أضلاع.

وينتج عنه أن: $m\angle AGB = m\angle CGD$

الزاويتان AGB ، CGD زاويتان مركبتان

متطابقتان،

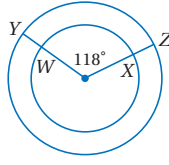
إذن الأقواس المقابلة لها متطابقة وبالتالي

يكون: $m\widehat{AB} = m\widehat{CD}$

تنويع التعليم

دون ضمن هوق

توسع: إن استعمال التمثيل بالقطاعات الدائرية طريقة بسيطة وفعّالة لعرض البيانات، وبما أن الطلاب الموهوبين يشكّلون باحثي المستقبل في مجالات متعددة؛ إذن أعطهم فرصة لتطوير سؤال بحثي يتعلق بمجالات اهتماماتهم والإجابة عنه، ثم اطلب إليهم عرض النتائج باستعمال القطاعات الدائرية، بحيث تكون قياسات الأقواس التي تمثل البيانات التي جمعوها دقيقة وصحيحة.



(47) **اكتشف الخطأ:** يقول إبراهيم: إن $\widehat{WX}$ ، $\widehat{YZ}$ متطابقان؛ لأن زاويتيهم المركزية متطابقتان، بينما يقول سالم: إنهما غير متطابقتين. هل أيٌّ منهما على صواب؟ برّر إجابتك.

سالم؛ بما أن الدائرتين غير متطابقتين؛ لأن نصفَي قطريهما مختلفان، فإن القوسين غير متطابقين.

(48) **صحيحة دائماً؛ لأن تعريف القوس الأصغر هو القوس الذي قياسه أقل من 180°**

(49) **غير صحيحة أبداً؛ الزاوية المنفرجة تُحدّد قوساً قياسه بين 90° و 180°**

(50) **غير صحيحة أبداً؛ يعتمد مجموع قياسَي قوسين متجاورين على قياس كل منهما.**

(51) **مسألة مفتوحة:** ارسم دائرةً وعيّن عليها ثلاث نقاط، قدّر قياس الأقواس الثلاثة الناتجة وغير المتداخلة، ثم استعمل المنقلة لإيجاد قياس كلٍّ منها، واكتب على كل قوس قياسه. **انظر الهامش**

(52) **تحّد:** تشير عقارب ساعة إلى 8:10، ما قياس الزاوية المقابلة للقوس الأصغر بين عقربَي الساعة؟ 175°

(53) **اكتب:** صف الأنواع الثلاثة للأقواس في الدائرة، وطريقة إيجاد قياس كلٍّ منها. **انظر الهامش**

تنبيه!

اكتشف الخطأ: في السؤال 47،

يجب أن يدرك الطلاب أن الزاوية المركزية المشتركة بين الدائرتين المتّحدين في المركز، يكون لها قياس القوس نفسه، ولكن عندما تكبر الدائرة تزداد المسافة بين نقطتي تقاطع ضلعي الزاوية مع الدائرة، لذلك يزداد طول القوس طردياً مع قطر الدائرة، وعليه فإن إجابة سالم صحيحة.

4 التقويم

بطاقة مكافأة: اطلب إلى الطلاب رسم دائرة، فيها زاوية مركزية معلومة، ثم اطلب إليهم تحديد طول نصف قطر الدائرة، ووضع قياس الزاوية المركزية بالدرجات على الشكل، ثم اطلب إليهم إيجاد طول أحد القوسين الأكبر أو الأصغر، وأن يسلموا أعمالهم قبل مغادرة غرفة الفصل.

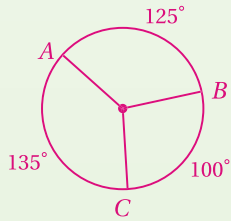
التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب الدرسين 1-8، 2-8، بإعطائهم:

الاختبار القصير 1، ص (68)

إجابات:

(51) **إجابة ممكنة:**



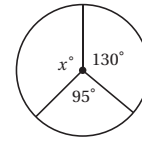
للتقدير: انظر إجابات الطلاب

(53) **إجابة ممكنة:** الأنواع الثلاثة هي:

القوس الأصغر، القوس الأكبر، نصف الدائرة، وقياس القوس الأصغر يساوي قياس الزاوية المركزية المناظرة له، وقياس القوس الأكبر يساوي 360° مطروحاً منه قياس القوس الأصغر الذي له الطرفان نفساهما، وقياس نصف الدائرة يساوي 180°

تدريب على اختبار

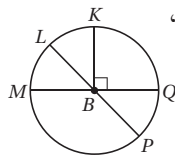
(54) أوجد قيمة x ؟ **B**



145 **C**
160 **D**

120 **A**
135 **B**

(55) في $\odot B$ ، إذا كان: $m\angle LBM = (3x)^\circ$ ، $m\angle LBQ = (4x + 61)^\circ$ ، فما قياس $\angle PBQ$ ؟ **51°**



مراجعة تراكمية

عُد إلى $\odot J$ في الشكل المجاور للإجابة عن كلٍّ من الأسئلة الآتية: (الدرس 1-8)

(56) سمّ مركز الدائرة. **J**

(57) عيّن وترًا يكون قطرًا أيضًا. **$\overline{LN}$**

(58) إذا كان $LN = 12.4$ ، فأوجد JM ؟ **6.2**

مثّل بيانًا المضلع المعطاه إحداثيات رؤوسه، ثم مثّل صورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل ومعامله k المُعطى في كلٍّ من السؤالين الآتيين: (الدرس 6-7، 59، 60) **انظر الهامش**

(60) $k = 0.25$ ؛ $A(-4, 4)$ ، $B(4, 4)$ ، $C(4, -4)$ ، $D(-4, -4)$

(59) $k = 3$ ؛ $X(-1, 2)$ ، $Y(2, 1)$ ، $Z(-1, -2)$

استعد للدرس اللاحق

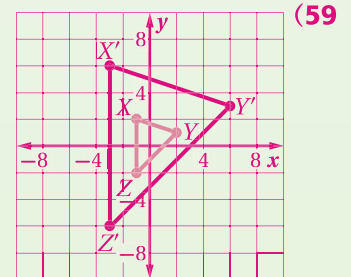
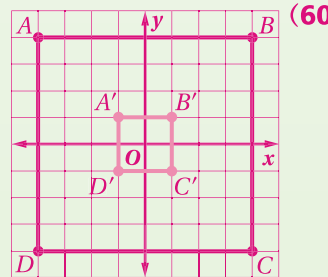
أوجد قيمة x في كلٍّ مما يأتي:

(63) $30^2 + 35^2 = x^2$ **46.1، -46.1**

(62) $x^2 + 5^2 = 13^2$ **12، -12**

(61) $24^2 + x^2 = 26^2$ **10، -10**

الدرس 2-8 قياس الزوايا والأقواس 193



[illegible]



مصادر الدرس 2 - 8

فوق المتوسط

ضمن المتوسط

دون المتوسط

كتاب التمارين (23)

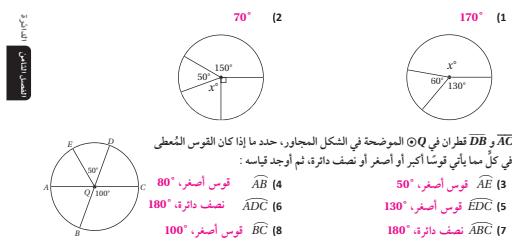
فوق ضمن دون

التدريبات الإثرائية (15)

فوق ضمن

8-2 قياس الزوايا والأقواس

أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيين:



9) واجب منزلي: استعمل الجدول المجاور الذي يبين عدد الساعات التي تقضيها مجموعة من الطلاب في حل واجباتهم كل ليلة، للإجابة عن السؤالين الآتيين:

(a) إذا مثلت البيانات باستعمال القطاعات الدائرية، فكم درجة تقابل كل فئة؟

(b) صكّ القوس الذي يقابل كل فئة.

القوس المقابل للفئة 2-3 ساعات قوس أكبر، وكل من الأقواس الأخرى قوس أصغر.

10) $\widehat{EF}$ قتران في P في الموضحة في الشكل المجاور، أوجد كلاً من القياسات الآتية:

11) $m\widehat{DE} = 52$ (12) $m\widehat{FG} = 142$

13) $m\widehat{DH} = 128$ (14) $m\widehat{FG} = 232$

15) $m\widehat{DE} = 308$

استعمل $\odot Z$ الموضحة في الشكل المجاور لإيجاد طول قوس $\widehat{QR}$ من $\widehat{PQ}$ ، ثم قرب الإجابة إلى أقرب جزء من مئة:

16) $\widehat{PQ} = 20.94$ in $\widehat{QR} = 12$ ft $\widehat{PZ} = 12.57$ ft

17) $\widehat{PQ} = 19.63$ m $\widehat{QR} = 15$ m $\widehat{PZ} = 7$ cm

18) $\widehat{PQ} = 17.10$ cm

23

الاسم _____

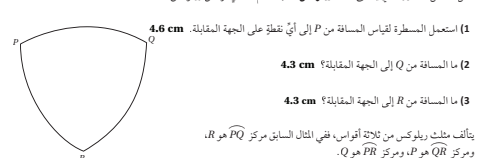
التاريخ _____

8-2 التدريبات الإثرائية

متحنيات ذات عرض ثابت،

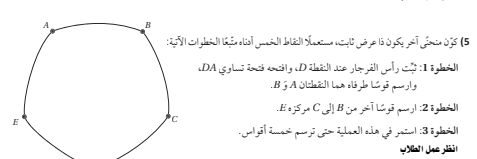
تمدّ الدائرة من المنحنيات ذات العرض الثابت؛ لأنه كنهياً وضعت الدائرة، تبقى أكبر مساحة غيرها ثابتة دائراً، ولكن الدائرة ليست الشكل الوحيد الذي له هذه الخاصية.

تأمل الشكل المجاور الذي يُستعمل لقياس المسافة من P إلى أي نقطة على الجهة المقابلة.



4) انسخ مثلث ريلوكس أعلاه على قطعة من الورق ثم قصه، وارسم مربعاً طول ضلعه يساوي الطول الذي وجدته في السؤال 1، يتن أن بإمكانك تدوير المثلث داخل المربع، مع بقاء جوانبه ملاصقة لأضلاع المربع.

انظر عمل الطلاب



تستعمل بعض الدول هذا النوع من الأشكال في تصميم قطع تقودها المعدنية، والقائدة في ذلك تكمن في سهولة تغييرها باللدس، ويمكن استعمالها في أجهزة البيع الآلية أيضاً لأن عرضها ثابت.

6) ترس عرض الشكل الذي رسمته في السؤال 5، وارسم مستقيمين متوازيين، المسافة بينهما تساوي العرض الذي وجدته، وانسخ الشكل ذا الجوانب الخمسة في قطعة من الورق وقصه، وبيّن أنه يتدرج بسهولة بين المستقيمين اللذين رسمتهما.

انظر عمل الطلاب

الفصل 8: الدائرة

15

الصف: الأول الثانوي

الأقواس والأوتار
Arcs and Chords

لماذا؟



يستعمل الحَيَّاطون إطارًا دائريًا لشد الأقمشة ثم تطرِيز الزخارف عليها. ويُظهر الشكل المجاور إطارًا دائريًا، مثبتًا عليه تطرِيز على شكل نجمة، ويمثل كل رأسين متجاورين من رؤوس النجمة نهائيّ قوسٍ في الدائرة، أو نهائيّ وترٍ يكون أحد أضلاع شكل سداسي رؤوسه على الدائرة.

الأقواس والأوتار: لقد تعلمت في الدرس 8-1 أن الوتر هو قطعة مستقيمة يقع طرفاها على الدائرة، وإذا لم يكن الوتر قطرًا للدائرة، فإن طرفيه يقسمانها إلى قوسين؛ أحدهما قوس أكبر والآخر أصغر.

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 8-3

استعمال العلاقات بين الأقواس والزوايا؛ لإيجاد القياسات المجهولة.

الدرس 8-3

تمييز العلاقات بين الأقواس والأوتار واستعمالها.

تمييز العلاقات بين الأقواس والأوتار والأقطار واستعمالها.

ما بعد الدرس 8-3

إيجاد قياسات الزوايا المحيطة بما فيها زوايا المضلعات المرسومة داخل دائرة.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

أسأل:

- يتكون إطار التطرِيز من ست زوايا مركزية متطابقة، فما قياس كل منها؟ 60°
- افترض أن قطر إطار التطرِيز يساوي 12 in، فما طول القوس الذي يقابل إحدى الزوايا المركزية؟ قرب الإجابة إلى أقرب جزء من مئة. ثم ضع تخمينًا لأطول الأوتار المقابلة للزوايا المركزية للتطرِيز. 6.28 in، متطابقة.
- افترض أن قطر إطار التطرِيز ازداد بنسبة 125%، وضع تخمينًا لطول الوتر والقوس الجديدين. سيزداد طول كل منهما بنسبة 125%

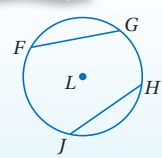
مصادر الدرس 8-3

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم		• تنويع التعليم ص (200)	• تنويع التعليم ص (200)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (24)	• كتاب التمارين ص (24)	• كتاب التمارين ص (24)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (16)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (16)	• تدريبات حل المسألة، ص (19)
	• تدريبات المهارات، ص (18)	• تدريبات المهارات، ص (18)	• التدريبات الإثرائية، ص (20)
	• تدريبات حل المسألة، ص (19)	• تدريبات حل المسألة، ص (19)	
		• التدريبات الإثرائية، ص (20)	

نظرية 8.2

أضف إلى

مطوياتك



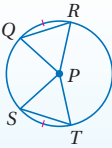
التعبير اللفظي: في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون القوسان الأصغران متطابقين، إذا وفقط إذا كان الوتران المناظران لهما متطابقين.

مثال: $\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$ ، إذا وفقط إذا كان $\overline{FG} \cong \overline{HJ}$.

ستبرهن الجزء 2 من النظرية 8.2 في السؤال 21

برهان

نظرية 8.2 (الجزء 1: دائرة واحدة)



المعطيات: $\widehat{QR} \cong \widehat{ST}$ في $\odot P$.

المطلوب: $\overline{QR} \cong \overline{ST}$

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\widehat{QR} \cong \widehat{ST}$ في $\odot P$
(2) إذا تطابقت الأقواس، فإن الزوايا المركزية المقابلة لها تكون متطابقة.	(2) $\angle QPR \cong \angle SPT$
(3) أنصاف أقطار الدائرة جميعها متطابقة.	(3) $\overline{QP} \cong \overline{PR} \cong \overline{SP} \cong \overline{PT}$
(4) SAS	(4) $\triangle PQR \cong \triangle PST$
(5) العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين متطابقة.	(5) $\overline{QR} \cong \overline{ST}$

استعمال الأوتار المتطابقة لإيجاد قياس القوس

مثال 1 من واقع الحياة

حرف يدوية: إذا كان: $\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$, $m\widehat{AB} = 60^\circ$ ، فأوجد $m\widehat{CD}$.

$\widehat{AB}$ و $\widehat{CD}$ وتران متطابقان؛ إذن القوسان المقابلان لهما $\widehat{AB}$ ، $\widehat{CD}$ متطابقان أي أن: $m\widehat{AB} = m\widehat{CD} = 60^\circ$

تحقق من فهمك

(1) إذا كان $m\widehat{AB} = 78^\circ$ في الشكل أعلاه، فأوجد $m\widehat{CD}$. 78°

الأقواس والأوتار

المثالان 1, 2 يبيّنان كيفية استعمال الأقواس والأوتار المتطابقة؛ لإيجاد قياس الأقواس وأطوال الأوتار.

التقويم التكويني

أستعمل تدريبات "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلاب المفاهيم.

مثالان إضافيان

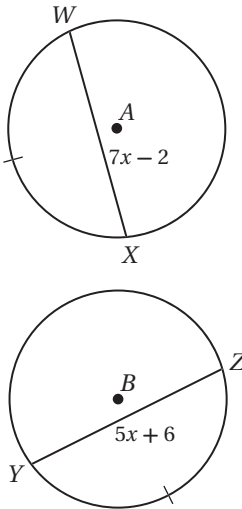
1

مجوهرات: يمثل الشكل أدناه قطعة فضة دائرية معلقة في سلسلة، إذا علمت أن: $\widehat{JM} \cong \widehat{KL}$, $m\widehat{KL} = 90^\circ$ فأوجد $m\widehat{JM}$.



$$m\widehat{KL} = m\widehat{JM} = 90^\circ$$

جبر: في الشكلين أدناه، إذا كان: $\odot A \cong \odot B$, $\widehat{WX} \cong \widehat{YZ}$ فأوجد WX .

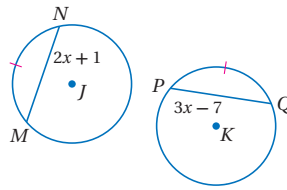


$$WX = 26$$

استعمال الأقواس المتطابقة لإيجاد أطوال الأوتار

مثال 2

جبر: إذا كان: $\odot J \cong \odot K$, $\widehat{MN} \cong \widehat{PQ}$ ، فأوجد PQ .
قوسان متطابقان في دائرتين متطابقتين؛
لذا فإن الوترين $\overline{MN}$, $\overline{PQ}$ متطابقان.



تعريف القطع المتطابقة $MN = PQ$

$$2x + 1 = 3x - 7$$

$$8 = x$$

$$PQ = 3(8) - 7 = 17$$

تحقق من فهمك

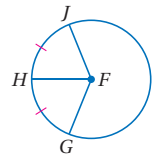
(2) في $\odot W$ ، إذا كان $\widehat{RS} \cong \widehat{TV}$ ، فأوجد RS . 11

تنصيف الأقواس والأوتار: إذا قسم مستقيم أو قطعة مستقيمة أو نصف مستقيم قوساً إلى قوسين متطابقين؛ فإنه يُنصف القوس.

إرشادات للدراسة

منصف القوس:

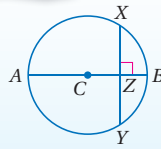
في الشكل الآتي $\overline{FH}$ منصف للقوس $\widehat{JHG}$.



نظريات

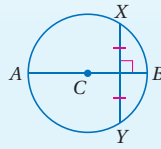
8.3 إذا كان قطر (أو نصف قطر) الدائرة عمودياً على وتر فيها، فإنه يُنصف ذلك الوتر، ويُنصف قوسه.

مثال: إذا كان القطر $\overline{AB}$ عمودياً على $\overline{XY}$ في النقطة Z ، فإن: $\widehat{XZ} \cong \widehat{YZ}$, $\widehat{XB} \cong \widehat{YB}$.



8.4 العمود المنصف لوتر في الدائرة هو قطر (أو نصف قطر) لها.

مثال: إذا كان $\overline{AB}$ عموداً منصفاً للوتر $\overline{XY}$ ، فإن $\overline{AB}$ قطر في $\odot C$.



ستبرهن النظريتين 8.3, 8.4 في السؤالين 22, 24 على الترتيب

مثال 3

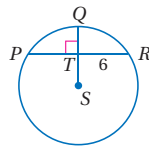
استعمال نصف القطر العمودي على الوتر

في $\odot S$ ، إذا كان $m\widehat{PR} = 98^\circ$ ، فأوجد $m\widehat{PQ}$.

نصف القطر $\overline{SQ}$ يعامد الوتر $\overline{PR}$ ؛ لذا وبحسب النظرية 8.3 فإن

$$m\widehat{PQ} = m\widehat{QR}$$

$$m\widehat{PQ} = \frac{m\widehat{PR}}{2} = \frac{98^\circ}{2} = 49^\circ$$



تحقق من فهمك

(3) أوجد PR في $\odot S$. 12 وحدة

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية: استعمال أحد

برامج الرسم في حاسوبك، واعرضه على السبورة، وسيساعدك هذا على توفير الوقت وإنشاء رسوم أكثر دقة.



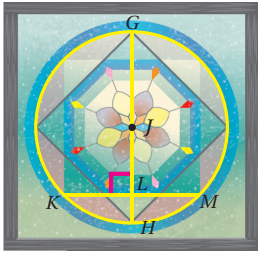
الربط مع الحياة

عند صناعة الزجاج الملون، يتم تسخينه حتى درجة حرارة 2000°، حتى يصبح لزجاً، ثم تضاف أكاسيد بعض المعادن فتكسبه لوناً.

تصنيف الأقواس والأوتار

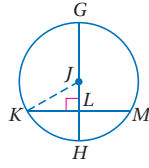
العمود المنصف للوتر يكون نوعاً خاصاً من العلاقات بين القطع المستقيمة والأقواس.

الأمثلة 3-5 تبين كيفية استعمال النظريات لإيجاد قياسات عناصر الدائرة.



زجاج ملون: بين الشكل المجاور تصميمًا على نافذة ذات زجاج ملون، إذا كان $\overline{GH}$ قطرًا طوله 30 in، و $\overline{KM}$ وترًا طوله 22 in، فأوجد JL .

الخطوة 1: ارسم نصف القطر $\overline{JK}$.



فيتكوّن $\triangle JKL$ القائم الزاوية.

الخطوة 2: أوجد JK , KL .

بما أن $GH = 30$ in، فإن $JH = 15$ in، وبما أن أنصاف أقطار الدائرة جميعها متطابقة، فإن $JK = 15$ in.

بما أن القطر $\overline{GH}$ عمودي على $\overline{KM}$ ، فإن $\overline{GH}$ ينصف الوتر $\overline{KM}$ وفق النظرية 8.3. إذن: $KL = \frac{1}{2}(22) = 11$ in.

الخطوة 3: أوجد JL باستعمال نظرية فيثاغورس.

$$JK^2 = JL^2 + KL^2 \quad \text{نظرية فيثاغورس}$$

$$15^2 = JL^2 + 11^2 \quad \text{بالتعويض}$$

$$121 + JL^2 = 225 \quad \text{بالتبسيط}$$

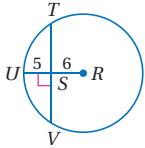
$$JL^2 = 104 \quad \text{بطرح 121 من كلا الطرفين}$$

$$JL = \sqrt{104} \quad \text{بأخذ الجذر التربيعي الموجب لكلا الطرفين}$$

$$JL = \sqrt{104} \approx 10.20 \text{ in} \quad \text{إذن:}$$

تحقق من فهمك

(4) أوجد TV في $\odot R$ مفرّبًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة. **18.44 وحدة**



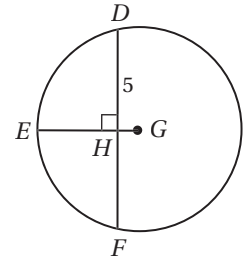
إرشادات للدراسة

رسم القطع المستقيمة: يمكنك إضافة أي معلومة معروفة إلى الشكل؛ لمساعدتك على حل السؤال، ففي المثال 4، رُسم نصف القطر $\overline{JK}$.

مثالان إضافيان

3

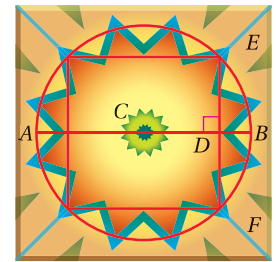
في $\odot G$ الموضحة في الشكل أدناه، $m\widehat{DEF} = 150^\circ$. فأوجد $m\widehat{DE}$.



$$m\widehat{DE} = 75^\circ$$

4

سيراميك: في بلاطة السيراميك الآتية طول القطر $\overline{AB}$ يساوي 18 in، وطول الوتر $\overline{EF}$ يساوي 8 in. أوجد CD .



$$CD = \sqrt{65} \approx 8.06 \text{ in}$$

بالإضافة إلى النظرية 8.2، يمكنك استعمال النظرية الآتية؛ لتحديد ما إذا كان وتران في دائرة متطابقين.

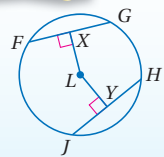
أضف إلى

مطوّبتك

نظرية 8.5

التعبير اللفظي: في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون الوتران متطابقين إذا وفقط إذا كان بُعداهما عن مركز الدائرة متساويين.

مثال: $LX = LY$ إذا وفقط إذا كان $\overline{FG} \cong \overline{JH}$.



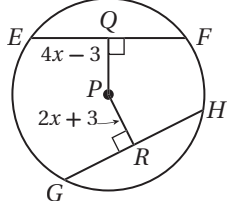
ستبرهن النظرية 8.5 في السوالين 25, 26

إرشادات للمعلم الجديد

توضيح المعطيات على الشكل: ضع أي معلومة معطاة على الشكل للمساعدة على حل المسألة، فيمكنك إضافة زوايا وأطوال القطع المستقيمة والأقواس وأنصاف الأقطار والأقطار؛ لأنها قد لا تكون موجودة على الشكل، وذكر الطلاب أيضًا بوجوب اتباع الخصائص الهندسية والتعريفات عند إضافة عناصر على الشكل.

مثال إضافي

جبر: في $\odot P$ الموضحة في الشكل أدناه، إذا كان: $EF = GH = 24$ ، فأوجد PQ .



$$PQ = 9$$

الأوتار المتساوية البُعد عن المركز

مثال 5

جبر: في $\odot A$ إذا كان $WX = XY = 22$ ، فأوجد AB .
بما أن الوترين WX, XY متطابقان. فإن بعديهما عن A متساويان.
إذن:

$$AB = AC$$

$$\text{بالتعويض} \quad 5x = 3x + 4$$

$$\text{بالتبسيط} \quad x = 2$$

$$\text{إذن} \quad AB = 5(2) = 10$$

تحقق من فهمك

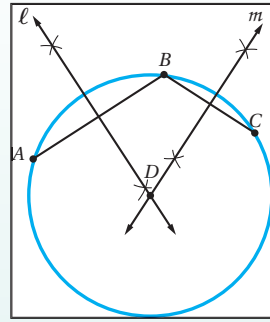
(5) في $\odot H$ إذا كان: $PQ = 3x - 4$ ، $RS = 14$ ، فأوجد قيمة x (6)

يمكنك استعمال النظرية 8.4؛ لإيجاد النقطة التي تبعد مسافات متساوية عن ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة، أو لتعيين مركز دائرة غير معلومة المركز.

إنشاءات هندسية

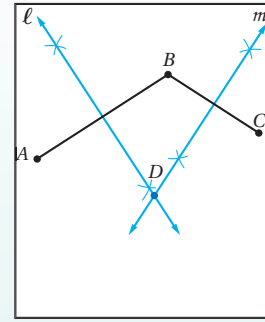
رسم الدائرة التي تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة

الخطوة 3:



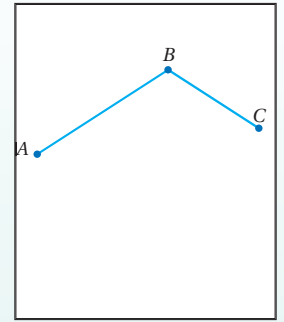
المستقيمان ℓ, m يحويان قطرين في الدائرة المارة بالنقاط الثلاث بحسب النظرية 8.4، ونقطة تقاطعهما هي مركز الدائرة. ضع رأس الفرجار عند النقطة D ، وارسم دائرة تمرُّ بالنقاط A, B, C .

الخطوة 2:



أنشئ العمودين ℓ, m للمنصفين للقطعتين $\overline{AB}, \overline{BC}$. وسمِّ نقطة تقاطعهما D .

الخطوة 1:



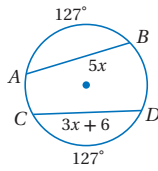
ارسم ثلاث نقاط A, B, C ليست على استقامة واحدة، ثم ارسم القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}, \overline{BC}$.

تأكد

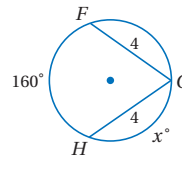
المثالان 1, 2

جبر: أوجد قيمة x في كلٍّ مما يأتي:

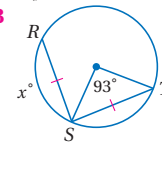
3



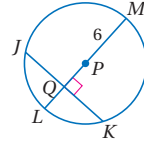
(3) 100



(2) 93



(1)

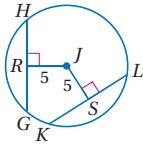


في $\odot P$ ، إذا كان: $JK = 10$ ، $m\widehat{LK} = 134^\circ$ ، فأوجد القياسات الآتية، مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك.

3.32 PQ (5)

$m\widehat{LJ}$ (4) 67°

المثالان 3, 4



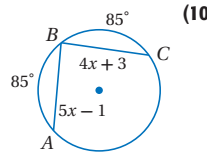
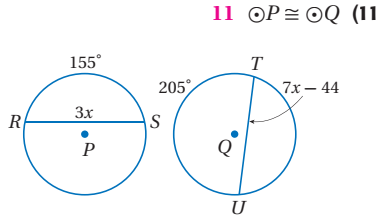
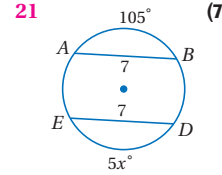
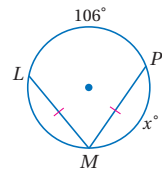
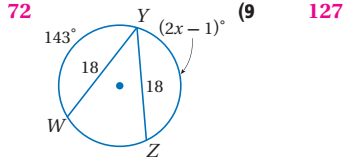
المثال 5 (6) في J ، إذا كان: $GH = 9$, $KL = 4x + 1$ ، فأوجد قيمة x . 2

تدرب وحل المسائل

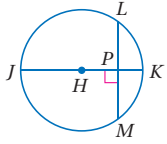
3 التدريب

التقويم التكويني

استعمل التمارين 6-1؛ للتأكد من فهم الطلاب، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتحديد الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

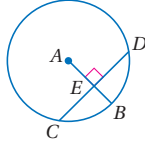


إذا كان طول قطر H يساوي 18 و $LM = 12$ و $m\widehat{LM} = 84^\circ$ ، فأوجد القياسين الآتين مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم ذلك.

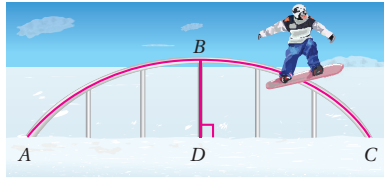


(14) $m\widehat{LK} = 42^\circ$
(15) $HP = 6.71$

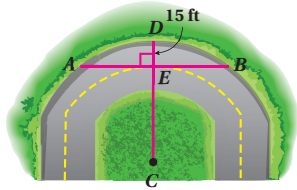
إذا كان طول نصف قطر A يساوي 14 و $CD = 22$ ، فأوجد القياسين الآتين مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من مئة، إذا لزم ذلك.



(12) $CE = 11$
(13) $EB = 5.34$



(16) **تزلج:** سكة التزلج في الشكل المجاور تأخذ شكل قوس من دائرة، حيث $\widehat{BD}$ جزء من قطرها. إذا كان قياس $\widehat{ABC}$ يساوي 32% من الدائرة الكاملة، فأوجد $m\widehat{AB}$ ؟ 57.6°



(17) **طرق:** الحافة الخارجية للطريق المنحنية المبيّنة في الشكل المجاور جزء من $\odot C$ التي نصف قطرها 88 ft. أوجد AB مقرباً إجابتك إلى أقرب عُشر. 98.3 ft



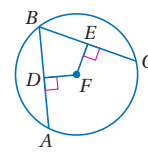
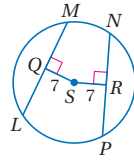
الربط مع الحياة

في مناطق التزلج، يتم تثبيت سكة تمكّن المتزلجين من القيام بحركات بهلوانية.

تنوع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	7-19، 29-37
ضمن المتوسط	7-19 فردي، 20-25، 29-37
فوق المتوسط	20-35، (اختياري: 36، 37)

- المثال 5 (18) جبر: في $\odot F$ ، إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ ، $\odot S$ ، إذا كان: $LM = 16$ ، $PN = 4x$ ، $DF = 3x - 7$ ، $FE = x + 9$ ، فأوجد قيمة x . (19) جبر: في $\odot S$ ، إذا كان: $LM = 16$ ، $PN = 4x$ ، فأوجد قيمة x . 4



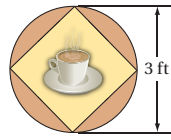
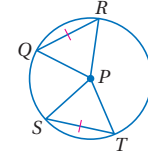
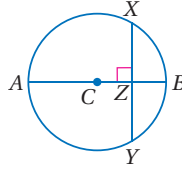
إجابات:

(20) البرهان:

بما أن أنصاف أقطار الدائرة متطابقة فإن: $\overline{QP} \cong \overline{PR} \cong \overline{SP} \cong \overline{PT}$ ، ومن المعطيات تعلم أن $\overline{QR} \cong \overline{ST}$ ، إذن $\triangle PQR \cong \triangle PST$ بحسب SSS. إذن $\angle QPR \cong \angle SPT$ ؛ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة.

ولأن للزوايا المركزية القياس نفسه، فإن للأقواس المقابلة لها القياس نفسه أيضاً، ومن ثم فهي متطابقة، وعليه فإن: $\widehat{QR} \cong \widehat{ST}$.

- برهان: اكتب برهاناً من النوع المحدد في كل من السؤالين الآتيين: (20، 21) انظر الهامش (21) برهان ذو عمودين للنظرية 8.3، المعطيات: $\overline{AB} \perp \overline{XY}$ في $\odot C$. المطلوب: $\overline{XZ} \cong \overline{YZ}$ ، $\overline{XB} \cong \overline{YB}$. برهان حرّ للجزء الثاني من النظرية 8.2، المعطيات: $\overline{QR} \cong \overline{ST}$ في $\odot P$. المطلوب: $\overline{QR} \cong \overline{ST}$.



- (22) تصميم: صمّم زيد شعاراً لمقهى كما في الشكل المجاور. إذا كانت أطوال الأوتار جميعها متساوية، فما قياس كل قوس؟ وما طول كل وتر؟

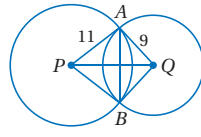
- (23) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين للنظرية 8.4 (23-25) انظر ملحق الإجابات.

- برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين للجزء المُشار إليه من النظرية 8.5 في كل من السؤالين الآتيين.

- (24) إذا تساوى بُعْدَا وترين في دائرة عن مركزها، فإن هذين الوترين متطابقان.

- (25) إذا تطابق وتران في دائرة، فإن بُعْدَيْهِمَا عن مركزها متساويان.

مسائل مهارات التفكير العليا



- (26) تحدّد: الوتر $\overline{AB}$ المشترك بين $\odot P$ ، $\odot Q$ ، يعمد القطعة المستقيمة الواصلة بين مركزي هاتين الدائرتين، إذا كان $AB = 10$ ، فما طول $\overline{PQ}$ ؟ وضح ذلك.

- (27) تبرير: $\overline{AB}$ قطر في الدائرة و $\overline{HG}$ وتر يتقاطع مع $\overline{AB}$ في النقطة X ، فهل العبارة $HX = GX$ صحيحة دائماً، أم أحياناً، أم غير صحيحة أبداً؟

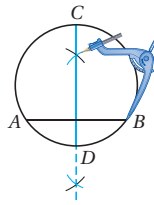
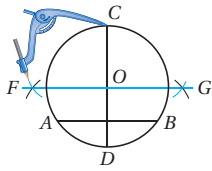
- (26) انظر ملحق الإجابات.

- (27) صحيحة أحياناً؛ إذا كان القطر عمودياً على الوتر فإنه يُنصفه.

(21) البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\odot C$, $\overline{AB} \perp \overline{XY}$
(2) أنصاف أقطار الدائرة متطابقة	(2) $\overline{CX} \cong \overline{CY}$
(3) خاصية الانعكاس	(3) $\overline{CZ} \cong \overline{CZ}$
(4) تعريف المستقيمين المتعامدين	(4) $\angle XZC$, $\angle YZC$ قائمتان
(5) جميع الزوايا القائمة متطابقة	(5) $\angle XZC \cong \angle YZC$
(6) HL	(6) $\triangle XZC \cong \triangle YZC$
(7) العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة	(7) $\overline{XZ} \cong \overline{YZ}$, $\angle XCZ \cong \angle YCZ$
(8) إذا تطابقت زاويتان مركزتان، فإن القوسين المقابلين لهما متطابقين	(8) $\widehat{XB} \cong \widehat{YB}$

(28) **تحذّر:** الإنشاء الهندسي أدناه يوضح طريقة تعيين مركز دائرة معطاة. **انظر ملحق الإجابات**



الخطوة 1: ارسم الوتر $\overline{AB}$ ، وأنشئ العمود المنصف للوتر $\overline{AB}$ وسّمه $\overline{CD}$.

الخطوة 2: أنشئ العمود المنصف للوتر $\overline{CD}$ وسّمه $\overline{FG}$. سمّ نقطة تقاطع العمودين O .

- (a) استعمل البرهان غير المباشر لإثبات أن $\overline{CD}$ يمرّ بمركز الدائرة، مفترضاً أن مركز الدائرة لا يقع على $\overline{CD}$.
(b) أثبت أن O هي مركز الدائرة.

(29) **اكتب:** إذا أصبح قياس قوس في دائرة ثلاثة أمثال قياسه الأصلي، فهل يصبح طول الوتر المقابل لهذا القوس الجديد ثلاثة أمثال طول الوتر المقابل للقوس الأصلي؟ ارسم شكلاً يؤيّد استنتاجك. **انظر ملحق الإجابات**

إرشادات للدراسة

البرهان غير المباشر:

تذكر أن البرهان غير المباشر هو برهان بالتناقض تفترض فيه أن المطلوب غير صحيح، ثم تصل إلى نتيجة تناقض المعطيات أو حقيقة مثبتة من قبل أو مسلمة أو تعريف.

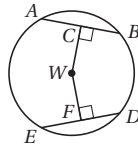
4 التقويم

تعلم سابق: اطلب إلى الطلاب أن يكتبوا فقرةً يشرحون فيها كيف ساعدتهم درس قياس الزوايا والأقواس على فهم درس الأقواس والأوتار.

تدريب على اختبار

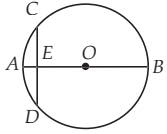
(30) إذا كان: $CW = WF$, $ED = 30$,

فأوجد DF ؟ **D**



- A** 60
B 45
C 30
D 15

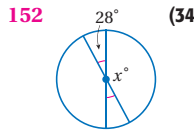
(31) في $\odot O$ ، قطر عمودي على الوتر $\overline{CD}$ ، ويقطعه في النقطة E ، إذا كان: $AE = 2$, $OB = 10$ ، فما طول $\overline{CD}$ ؟ **D**



- A** 4
B 6
C 8
D 12

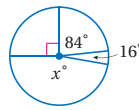
مراجعة تراكمية

أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي: (الدرس 8-2)



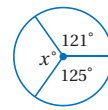
(34)

152



(33)

170

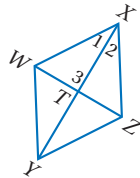


(32)

114

(35) **حرف يدوية:** صمّمت شبياء مخططاً لتطريز 10 ورداتٍ على قطعة قماش، فرسمت 10 أشكال خماسية منتظمة طول ضلع كلٍّ منها 3.5 in، ثم رسمت نصف دائرة على كل ضلع، فتشكّلت 10 ورداتٍ لكلٍّ منها خمس بتلات، فكم بوصة طول الشريط الذهبي الذي تحتاجه لتزيين حواف جميع الوردات؟ قَرّب إجابتك إلى أقرب بوصة. (الدرس 8-1) **275 in**

استعد للدرس اللاحق



جبر: أجب عن السؤالين الآتيين مستعيناً بالمعین $WXYZ$:

(36) إذا كان: $m\angle 3 = (y^2 - 31)^\circ$ ، فأوجد y . **± 11**

(37) إذا كان: $m\angle XZY = 56^\circ$ ، فأوجد $m\angle YWZ$. **28**

200 الفصل 8 الدائرة

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: اطلب إلى الطلبة رسم دائرتين في ورقة، ورسم وترٍ في أيّ مكانٍ في الدائرة الأولى، ثم اطلب إليهم أن يرسموا العمود المنصف لهذا الوتر، أما بالنسبة للدائرة الثانية، فاطلب إليهم أن يرسموا قطعتين مستقيمتين من مركز الدائرة، بحيث يكون الوتران العموديان على هاتين القطعتين متطابقين. **انظر أعمال الطلاب.**



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 3 - 8

دون	دون المتوسط	ضمن	فوق	فوق المتوسط
تدريبات إعادة التعليم (16)	تدريبات إعادة التعليم (17)	تدريبات إعادة التعليم (18)	تدريبات حل المسألة (19)	تدريبات حل المسألة (20)
الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-3 تدريبات إعادة التعليم الأقواس والأوتار التقسيم: الأقواس والأوتار، إذا كان قطر أو قطعة مستقيمة أو نصف مستقيم قوساً إلى قوسين متطابقين، فإنه ينصف القوس. 8.3 إذا كان قطر (أو نصف قطر) الدائرة عمودياً على وتر فيها، فإنه ينصف الوتر وينصف قوسه أيضاً. 8.4 العمود النصف للوتر في الدائرة، هو قطر (أو نصف قطر) لها. 8.5 يقطعان الوتران في الدائرة نفسها أو في الدائرتين المتطابقتين، يحددان الساعات نفسها عن النقطة O. مثال: في O هي الوضحة في الشكل المجاور: $CD \perp OE$, $CD = 24$, $OD = 15$, أوجد OE. القطر أو نصف القطر العمودي على وتر الدائرة ينصف الوتر. إذن ED يساوي نصف CD. $ED = \frac{1}{2} CD$ $ED = \frac{1}{2} (24)$ $ED = 12$ استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد OE في $\triangle OED$. نظرية فيثاغورس: $OE^2 + ED^2 = OD^2$ بالتعويض: $OE^2 + 12^2 = 15^2$ بالتبسيط: $OE^2 + 144 = 225$ نرحل 144 من الطرفين: $OE^2 = 81$ أخذ الجذر التربيعي الموجب لكلا الطرفين: $OE = 9$ تساويين في O هي الوضحة في الشكل المجاور، نصف القطر يساوي 13، و $RS = 24$. أوجد طول كل ممّا يأتي، مفرقاً إجاباتك إلى أقرب جزء من مائة. 1. RT 12 2. PT 5 3. TQ 8 4. AF 4.47 5. Q في O هي الوضحة في الشكل المجاور: $GQ = x + 5$, $BC = DC$. أوجد قياس كل ممّا يأتي، مفرقاً إجاباتك إلى أقرب جزء من مائة. 6. AF 4.47 7. Q في O هي الوضحة في الشكل المجاور: $GQ = x + 5$, $BC = DC$. أوجد قياس كل ممّا يأتي، مفرقاً إجاباتك إلى أقرب جزء من مائة. 8. Q في O هي الوضحة في الشكل المجاور: $GQ = x + 5$, $BC = DC$. أوجد قياس كل ممّا يأتي، مفرقاً إجاباتك إلى أقرب جزء من مائة. الفصل 8، الدائرة	الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-3 تدريبات إعادة التعليم الأقواس والأوتار الأقواس والأوتار، نحدد النقاط على الدائرة الأقواس والأوتار، وهناك خصائص متعددة تتعلق بالنقاط على الدائرة. في الدائرة نفسها أو في الدائرتين المتطابقتين، يكون القوسان الأصغران متطابقين، إذا فقط إذا كان الوتران الماظران فيهما متطابقين. مثال: إذا كان $AB \cong \widehat{CD}$ في O هي الوضحة في الشكل المجاور، فأوجد AB. AB و CD قوسان متطابقان في دائرة واحدة، لذا فإن $\widehat{AB} \cong \widehat{CD}$. تعريف القطع النسيئة المتطابقة: $CD = AB$ بالتعويض: $2x + 3 = 8x$ بالتبسيط: $x = \frac{5}{6}$ إذن: $AB = 8(\frac{5}{6}) = 4$ تساويين جبر، أوجد قيمة x في كل دائرة ممّا يأتي: 1. 148° 2. 116° 3. 82° 4. 135° 5. 135° 6. 115° 7. 115° 8. 135° 9. 135° 10. 135° 11. 135° 12. 135° 13. 135° 14. 135° 15. 135° 16. 135° 17. 135° 18. 135° 19. 135° 20. 135° الفصل 8، الدائرة	الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-3 تدريبات إعادة التعليم الأقواس والأوتار جبر، أوجد قيمة x في كل دائرة ممّا يأتي: 1. 79° 2. 79° 3. 79° 4. 79° 5. 79° 6. 79° 7. 79° 8. 79° 9. 79° 10. 79° 11. 79° 12. 79° 13. 79° 14. 79° 15. 79° 16. 79° 17. 79° 18. 79° 19. 79° 20. 79° الفصل 8، الدائرة	الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-3 تدريبات حل المسألة الأقواس والأوتار 1. مثلث سداسي، أثنى مضلع سداسي بالطريقة الموضحة في الشكل أدناه، كم طولاً مختلفاً للأوتار التي تشكل أضلاع هذا السداسي؟ وضح إجاباتك. 2. لأن الدائرة فيها قوسان مختلفان بقليل اثنين الوترين. 3. علم الأتار، أثناء القيام بحفريات أثرية قُبر على قطعة واحدة فقط من طين مكسور، استعمل صورة القطعة الفخارية أدناه في توضيح طريقة رسم الطين بحجمه الأصلي عن طريق إنشاء الأوتار والأعمدة المستقيمة. 4. رسم وترين على القوس، ثم أنشئ العمود النصف لكل منهما. يسمي العمودان المستقيمان مركز الدائرة الأصلية. املأ الفراغ ونصف القطر في رسم الدائرة التي تمثل الطين الأصلي. الفصل 8، الدائرة	الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-3 تدريبات حل المسألة الأقواس والأوتار 1. مثلث سداسي، أثنى مضلع سداسي بالطريقة الموضحة في الشكل أدناه، كم طولاً مختلفاً للأوتار التي تشكل أضلاع هذا السداسي؟ وضح إجاباتك. 2. لأن الدائرة فيها قوسان مختلفان بقليل اثنين الوترين. 3. علم الأتار، أثناء القيام بحفريات أثرية قُبر على قطعة واحدة فقط من طين مكسور، استعمل صورة القطعة الفخارية أدناه في توضيح طريقة رسم الطين بحجمه الأصلي عن طريق إنشاء الأوتار والأعمدة المستقيمة. 4. رسم وترين على القوس، ثم أنشئ العمود النصف لكل منهما. يسمي العمودان المستقيمان مركز الدائرة الأصلية. املأ الفراغ ونصف القطر في رسم الدائرة التي تمثل الطين الأصلي. الفصل 8، الدائرة

مصادر المعلم للأنشطة الصفية



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 3 - 8

فوق المتوسط

ضمن المتوسط

دون المتوسط

فوق

كتاب التمارين (24)

ضمن

التدريبات الإثرائية (20)

3 - 8 الأقواس والأوتار

جبر، أوجد قيمة x في كل من الدوائر الآتية:

1) 7

2) 145

3) 4.5

4) 8

إذا كان طول نصف قطر $\odot N$ الموضحة في الشكل المجاور يساوي 18،
 $m\widehat{DE} = 120^\circ$ ، $NK = 9$ ، فأوجد كلاً من القياسات الآتية:

5) $m\widehat{GE} = 60^\circ$ 6) $m\angle HNE = 60^\circ$ 7) $m\angle HEN = 30^\circ$ 8) $HN = 9$

9) في $\odot P$ الموضحة في الشكل المجاور، إذا كان: $TS = 3x$ ، $QR = 7x - 20$ ، فما قيمة x ؟

10) جبر، في $\odot K$ الموضحة في الشكل المجاور، إذا كان: $KL \cong LM$ ، $KN = 3x - 2$ ، $KP = 2x + 1$ ، فما قيمة x ؟

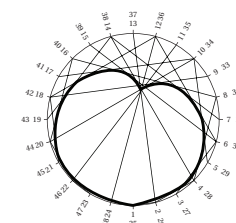
11) معمرات حقيقية، حديقة دائرية تحيط بها ممرات محددة بأطوال الأقواس التي تظهر في الشكل المجاور، ولها أيضاً أربعة ممرات مستقيمة محددة بالقطع المستقيمة DE ، AC ، AD ، BE ، أي الممرات المستقيمة لها الطول نفسه $\overline{AC}$ ، $\overline{DE}$

24

3 - 8 التدريبات الإثرائية

تكوين أنماط من أوتار الدائرة:

يمكننا الحصول على أنماط جميلة، إذا قمنا برسم أوتار تصل بين نقاط عُيِّنت على الدائرة المسافة بين كل نقطتين متتاليتين منها ثابتة. يوجد على الدائرة أدناه 24 نقطة تقسم الدائرة إلى 24 قسماً متساوية، وقد وُضعت الأرقام من 1 إلى 48 إلى جوار هذه النقاط، تأمل الشكل لترى كيف وُضعت هذه الأرقام.



1) استعمل قلم رصاص ومسطرة لرسم أوتار تصل بين النقاط المرقّمة على النحو: 1 إلى 2، 2 إلى 3، 3 إلى 4، 4 إلى 5، 5 إلى 6، 6 إلى 7، 7 إلى 8، وهكذا. استمر في عملية المضاعفة ورسم الأوتار الممكنة جميعها. ما نوع النمط الذي حصلت عليه؟
 انظر الشكل أعلاه، يكون النمط الناتج على شكل قلب.

2) استعمل الدائرة ذاتها بنقاطها وأرقامها، وجرب استعمال أنماط مختلفة للتوصيل بين النقاط. يمكنك ضرب رقم النقطة في ثلاثة للحصول على رقم النقطة التي تصلها معها، أو إضافة رقم معين إلى رقم النقطة للحصول على رقم النقطة التي تصل معها. احتفظ بالأنماط المبرزة لعرضها في غرفة الصف.

انظر إجابات الطلاب.

إجابة ممكنة:

استعمل قلم رصاص ومسطرة لرسم أوتار تصل بين النقاط المرقّمة على النحو: 1 إلى 2، 2 إلى 3، 3 إلى 4، 4 إلى 5، 5 إلى 6، 6 إلى 7، 7 إلى 8، وهكذا. استمر في إضافة النمط الناتج دائرة كما في الشكل الجاور

الفصل 8: الدائرة

20

الصف: الأول الثانوي

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 8-4

إيجاد قياسات الزوايا الداخلية للمضلعات.

الدرس 8-4

إيجاد قياسات الزوايا المحيطية.

إيجاد قياسات زوايا المضلعات المحاطة بدائرة.

ما بعد الدرس 8-4

استعمال خصائص المماسات لحل مسائل تتضمن مضلعات تحيط بدوائر.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

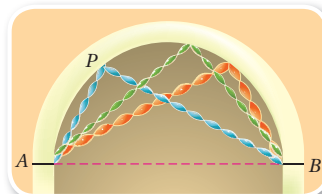
واسأل:

- ما قياس قوس القنطرة؟ 180°
- إذا كان قياس القوس من النقطة A إلى النقطة P المثبت عندها الشريط القنطرة يساوي 60° ، فما قياس القوس من النقطة B إلى النقطة P المثبت عندها الشريط على القنطرة؟ 120°

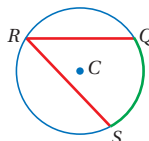
- أفترض أن عرض مدخل القاعة يساوي 3 ft، فكيف يمكنك إيجاد طول القوس الذي يعلو المدخل؟ إجابة ممكنة: نصف القطر يساوي نصف عرض هذا الباب، أو 18 in، وبما أن القوس عبارة عن نصف دائرة، فإن قياسه يساوي 180° ، عوض نصف القطر وقياس القوس في قانون حساب طول القوس.

$$\ell = \frac{180^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi (18) = 18\pi$$

لماذا؟



يعلو مدخل قاعة احتفالات قوس على شكل نصف دائرة. زُين هذا المدخل بأشرطة ملونة، بحيث تُبَتُّ أحد طرفي كل شريط عند النقطة A، والطرف الآخر عند النقطة B. ثم رفعت الأشرطة، وتم تثبيت كل منها عند نقطة مختلفة على القنطرة مثل P، كما في الشكل المجاور. لاحظ أن الزوايا المتكوّنة من هذه الأشرطة تبدو متطابقة، بغض النظر عن موقع النقطة P.



الزوايا المحيطية: الزاوية المحيطية هي زاوية يقع رأسها على الدائرة، ويحتوي ضلعاها على وترين في الدائرة. فالزاوية $\angle RQS$ هي زاوية محيطية في $\odot C$.

القوس المقابل: للزاوية المحيطية هو قوس يقع داخل الزاوية المحيطية، ويقع طرفاه على ضلعيها. القوس الأصغر $\widehat{QS}$ في $\odot C$ هو القوس المقابل للزاوية $\angle RQS$.

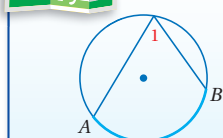
توجد ثلاث حالات للزاوية المحيطية في الدائرة.

الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة
يقع مركز الدائرة P على أحد ضلعي الزاوية المحيطية.	يقع مركز الدائرة P داخل الزاوية المحيطية.	يقع مركز الدائرة P خارج الزاوية المحيطية.

في الحالة الأولى يكون أحد ضلعي الزاوية المحيطية قطرًا للدائرة.

والنظرية الآتية صحيحة لهذه الحالات الثلاث جميعها.

أضف إلى
مطوبتك



نظرية 8.6

التعبير اللفظي: قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

$$m\angle 1 = \frac{1}{2} m\widehat{AB}, m\widehat{AB} = 2m\angle 1$$

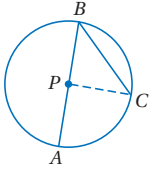
مثال:

ستبرهن النظرية 8.6 للحالتين الثانية والثالثة للزاوية المحيطية في السؤالين 28, 29 على الترتيب

الدرس 8-4 الزوايا المحيطية 201

مصادر الدرس 8-4

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم ص (203)	• تنويع التعليم ص (202, 203)	• تنويع التعليم ص (202)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (25)	• كتاب التمارين ص (25)	• كتاب التمارين ص (25)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (21) • تدريبات المهارات، ص (23) • تدريبات حل المسألة، ص (24)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (21) • تدريبات المهارات، ص (23) • تدريبات حل المسألة، ص (24) • التدريبات الإثرائية، ص (25)	• تدريبات حل المسألة، ص (24) • التدريبات الإثرائية، ص (25)



نظرية الزاوية المحيطية (الحالة الأولى)

برهان

المعطيات: $\angle B$ محيطية في $\odot P$.

المطلوب: $m\angle B = \frac{1}{2} m\widehat{AC}$

البرهان: تعلم أن $\angle B$ محيطية في $\odot P$ ، وأن $\overline{PB}$ نصف قطر في $\odot P$.

ارسم نصف قطر آخر $\overline{PC}$ حيث إن كل نقطتين تحددان مستقيماً واحداً، وهذا سيقودنا إلى:

المبررات	العبارات
(1) أنصاف أقطار الدائرة جميعها متطابقة.	(1) $\overline{PB} \cong \overline{PC}$
(2) تعريف المثلث المتطابق الضلعين.	(2) $\triangle PBC \cong \triangle PCB$
(3) نظرية المثلث المتطابق الضلعين.	(3) $m\angle B = m\angle C$
(4) نظرية الزاوية الخارجية.	(4) $m\angle APC = m\angle B + m\angle C$
(5) بالتعويض (من الخطوة 3 في الخطوة 4 ثم الجمع).	(5) $m\angle APC = 2m\angle B$
(6) تعريف قياس القوس.	(6) $m\widehat{AC} = m\angle APC$
(7) بالتعويض (من الخطوة 5 في الخطوة 6).	(7) $m\widehat{AC} = 2m\angle B$
(8) خاصية التماثل للمساواة.	(8) $2m\angle B = m\widehat{AC}$
(9) خاصية القسمة للمساواة.	(9) $m\angle B = \frac{1}{2} m\widehat{AC}$

الزوايا المحيطية

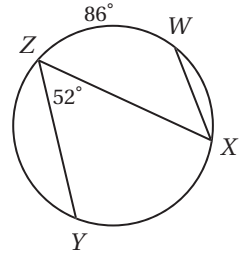
الأمثلة 1-3 تبين كيفية إيجاد قياسات الزوايا المحيطية وكتابة براهين باستعمال النظريات الخاصة بالزوايا المحيطية.

التقويم التكويني

استعمل تدريبات "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلاب المفاهيم.

مثالان إضافيان

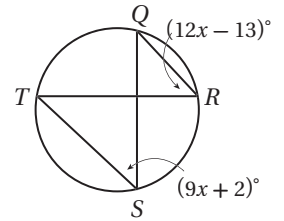
أوجد كلاً من القياسين الآتيين مستعملاً الشكل أدناه.



(a) $m\angle X = 43^\circ$

(b) $m\widehat{YX} = 104^\circ$

2 جبر: أوجد $m\angle R$ مستعملاً الشكل أدناه.



47°

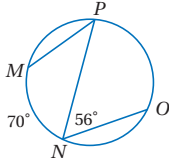
استعمال الزوايا المحيطية لإيجاد قياسات

مثال 1

أوجد القياسين الآتيين مستعملاً الشكل المجاور:

(b) $m\widehat{PO}$

(a) $m\angle P$



$$m\widehat{PO} = 2m\angle N$$

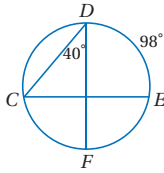
$$= 2(56^\circ) = 112^\circ$$

$$m\angle P = \frac{1}{2} m\widehat{MN}$$

$$= \frac{1}{2} (70^\circ) = 35^\circ$$

تحقق من فهمك

أوجد القياسات الآتية مستعملاً الشكل المجاور:



(1B) $m\angle C = 49^\circ$

(1A) $m\widehat{CF} = 80^\circ$

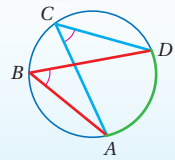
هناك علاقة بين الزاويتين المحيطيتين اللتين تقابلان القوس نفسه في دائرة.

نظرية 8.7

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: إذا قابلت زاويتان محيطيتان في دائرة القوس نفسه أو قوسين متطابقين، فإن الزاويتين تكونان متطابقتين.

مثال: $\angle B, \angle C$ تقابلان $\widehat{AD}$ ، إذن $\angle B \cong \angle C$.



ستبرهن النظرية 8.7 في السؤال 30

تنويع التعليم

ضمن فوق

المتعلمون المنطقيون: يتضمن الدرس 4-8 براهين تحوي عدة حالات، حدّد أمثلة أخرى مستعيناً بكتب هندسية متقدمة أو بالإنترنت، للنظريات التي تستعمل هذا النوع من البراهين، وذلك لمساعدة الطلاب الموهوبين على تطوير قدراتهم، وتحسين فهمهم وإدراكهم للأسباب التي تستدعي الأخذ بعين الاعتبار حالات متعددة عند إثبات بعض النظريات.

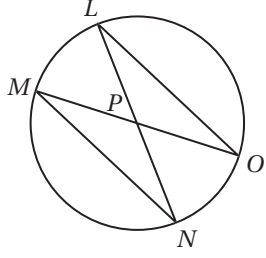
مثال إضافي

3

اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $\widehat{LO} \cong \widehat{MN}$

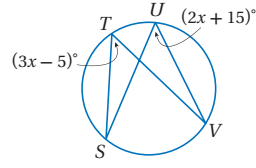
المطلوب: $\triangle MNP \cong \triangle LOP$



استعمال الزوايا المحيطية لإيجاد قياسات

مثال 2

جبر: أوجد $m\angle T$ مستعملاً الشكل المجاور.



$\widehat{SV}$ تعريف تطابق الزوايا $\angle T \cong \angle U$

بالتعويض $m\angle T = m\angle U$

بالتبسيط $3x - 5 = 2x + 15$

$x = 20$

إذن: $m\angle T = (3(20) - 5)^\circ = 55^\circ$

تحقق من فهمك

(2) إذا كان: $m\angle S = (3x)^\circ$, $m\angle V = (x + 16)^\circ$, فأوجد $m\angle S$ مستعملاً الشكل أعلاه. 24°

استعمال الزوايا المحيطية في البراهين

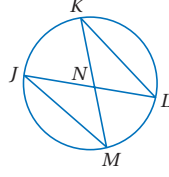
مثال 3

اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $\widehat{JM} \cong \widehat{KL}$

المطلوب: $\triangle JMN \cong \triangle KLN$

البرهان:



المبررات	العبارات
(1) معطيات	$\widehat{JM} \cong \widehat{KL}$ (1)
(2) إذا كانت الأقواس متطابقة؛ فإن الأوتار المقابلة لها تكون متطابقة أيضاً.	$JM \cong KL$ (2)
(3) تعريف القوس المقابل.	$\angle M$ تقابل $\angle K$ (3)
(4) الزوايا المحيطية التي تقابل القوس نفسه تكون متطابقة.	$\angle L$ تقابل $\angle J$ (4)
(5) الزوايا المتقابلة بالرأس تكون متطابقة.	$\angle JNM \cong \angle KNL$ (5)
(6) AAS	$\triangle JMN \cong \triangle KLN$ (6)

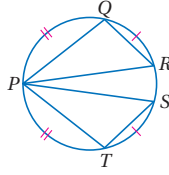
انظر ملحق الإجابات

تحقق من فهمك

(3) اكتب برهاناً ذا عمودين:

المعطيات: $\widehat{QR} \cong \widehat{ST}$, $\widehat{PQ} \cong \widehat{PT}$

المطلوب: $\triangle PQR \cong \triangle PTS$



إرشادات للدراسة

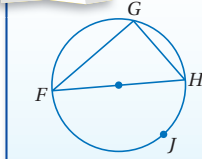
المضلعات المحاطة بدائرة:

يكون المضلع محاطاً بدائرة، إذا وقعت رؤوسه جميعها على الدائرة نفسها.

زوايا المضلعات المحاطة بدائرة: للمثلثات والأشكال الرباعية المحاطة بدائرة خصائص خاصة.

أضف إلى

طوبيتك



التعبير اللفظي: تقابل الزاوية المحيطية في مثلث قطراً أو نصف دائرة،

إذا وفقط إذا كانت هذه الزاوية قائمة.

مثال: إذا كانت $\widehat{FJH}$ نصف دائرة، فإن $m\angle G = 90^\circ$.

إذا كان $m\angle G = 90^\circ$ ، فإن $\widehat{FJH}$ هي نصف دائرة،

ويكون $\widehat{FH}$ قطراً فيها.

ستبرهن النظرية 8.8 في السؤال 31

الدرس 8-4 الزوايا المحيطية 203

تنوع التعليم

دون ضمن

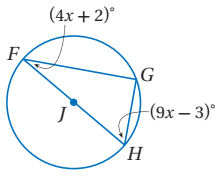
المتعلمون الفرديون: اختر أمثلة تغطي كل مفهوم من مفاهيم هذا الدرس وقدمها للطلاب، بحيث يجلس كل طالب منفرداً ويحل هذه الأسئلة، ثم اطلب إليهم وضع ملاحظاتهم حول الأسئلة التي يجدون صعوبة في حلها، وشجعهم على إعادة قراءة الأمثلة والنظريات التي تساعدهم على فهم الأسئلة وحلها.

إجابة مثال إضافي:

(3) البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	$LO \cong MN$ (1)
(2) إذا كانت الأقواس متطابقة، فإن الأوتار المقابلة لها تكون متطابقة	$\widehat{LO} \cong \widehat{MN}$ (2)
(3) تعريف القوس المقابل	$\angle M$ تقابل $\widehat{NO}$ و $\angle L$ تقابل $\widehat{NO}$ (3)
(4) الزوايا المحيطية التي تقابل القوس نفسه تكون متطابقة	$\angle M \cong \angle L$ (4)
(5) الزوايا المتقابلة بالرأس تكون متطابقة	$\angle MPN \cong \angle OPL$ (5)
(6) AAS	$\triangle MNP \cong \triangle LOP$ (6)

مثال 4 إيجاد قياسات زوايا المثلث المحاط بدائرة



جبر: أوجد $m\angle F$ مستعملًا الشكل المجاور.

$\triangle FGH$ قائم الزاوية؛ لأن $\angle G$ محيطية تقابل نصف دائرة.

$m\angle F + m\angle G + m\angle H = 180^\circ$

نظرية مجموع زوايا المثلث بالتعويض $(4x+2)^\circ + 90^\circ + (9x-3)^\circ = 180^\circ$

بالتبسيط $(13x)^\circ + 89^\circ = 180^\circ$

بطرح 89 من كلا الطرفين $13x = 91$

بقسمة كلا الطرفين على 13 $x = 7$

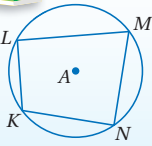
إذن: $m\angle F = (4(7) + 2)^\circ = 30^\circ$

تحقق من فهمك

4 إذا كان $m\angle F = (7x+2)^\circ$ ، $m\angle H = (17x-8)^\circ$ ، فأوجد قيمة x مستعملًا الشكل أعلاه.

يمكنك إحاطة مختلف أنواع المثلثات، بما فيها المثلث القائم الزاوية بدائرة إلا أن أنواعًا معينة فقط من الأشكال الرباعية يمكنك إحاطتها بدائرة.

أضف إلى مطوبتك



نظرية 8.9

التعبير اللفظي: إذا كان الشكل الرباعي محاطًا بدائرة، فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.

مثال: إذا كان الشكل الرباعي $KLMN$ محاطًا بـ $\odot A$ ، فإن $\angle L$ ، $\angle N$ متكاملتان و $\angle K$ ، $\angle M$ متكاملتان أيضًا.

سوف تُبرهن النظرية 8.9 في السؤال 27

إرشادات للدراسة

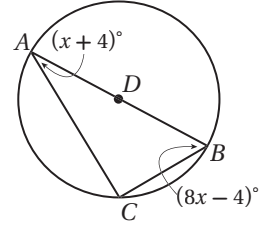
الأشكال الرباعية: يمكن إثبات نظرية 8.9، بإثبات أن القوسين المقابلين لكل زاويتين متقابلتين في الشكل الرباعي المحاط بدائرة يكونان دائرة كاملة.

زوايا المضلعات المحاطة بدائرة

المثالان 4، 5 يبيّنان كيفية إيجاد قياسات زوايا المضلع المحاط بدائرة باستعمال النظريتين 8.8، 8.9.

مثالان إضافيان

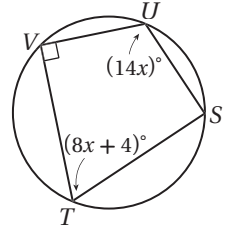
جبر: أوجد $m\angle B$ مستعملًا الشكل أدناه.



$$m\angle B = 76^\circ$$

شارات: الشارة علامة مميزة تدل

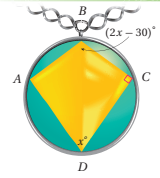
على مرتبة أو عمل الشخص في حقل ما أو عضويته أو إنجازاته. والشارة المميّنة أدناه هي شكل رباعي محاط بدائرة، أوجد $m\angle S$ ، $m\angle T$.



$$m\angle S = 90^\circ$$

$$m\angle T = 68^\circ$$

مثال 5 من واقع الحياة



مجوهرات: يحتوي العقد الظاهر في الشكل على جوهرة بصورة مضلع رباعي محاط بدائرة، أوجد $m\angle A$ ، $m\angle B$.

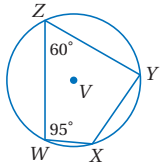
بما أن $ABCD$ شكل رباعي محاط بدائرة، فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.

$$\begin{aligned} m\angle B + m\angle D &= 180^\circ & m\angle A + m\angle C &= 180^\circ \\ (2x-30)^\circ + x^\circ &= 180^\circ & m\angle A + 90^\circ &= 180^\circ \\ (3x)^\circ - 30^\circ &= 180^\circ & m\angle A &= 90^\circ \\ 3x &= 210 & & \\ x &= 70 & & \end{aligned}$$

إذن: $m\angle A = 90^\circ$ ، $m\angle B = (2(70) - 30)^\circ = 110^\circ$

تحقق من فهمك

5 المضلع $WXYZ$ شكل رباعي محاط بـ $\odot V$ ، أوجد $m\angle X$ ، $m\angle Y$. 120° ؛ 85°



المحتوى الرياضي

النقاط الدائرية: النقاط التي تقع على دائرة واحدة تسمى نقاطاً دائرية، وأي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة تكون دائرية دائماً؛ أي أنه يوجد دائرة واحدة دائماً تحوي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، ويُسمى الشكل الرباعي دائرياً إذا وُجدت دائرة تمرُّ برؤوسه الأربعة، ولكي يكون الشكل الرباعي دائرياً، يجب أن تكون كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتين.

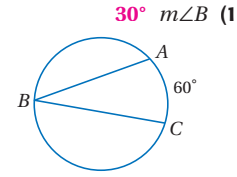
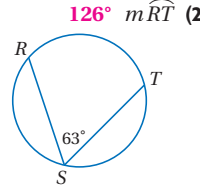
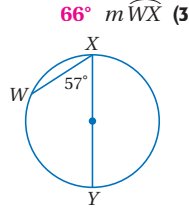
التعليم باستعمال التقنيات

إنترنت: اطلب إلى الطلاب البحث في الإنترنت عن تطبيقٍ تفاعليٍّ للزوايا المحيطية، ثم اطلب إليهم استكشاف المفهوم بسحب الزاوية، لملاحظة كيفية تغيير قياس القوس.

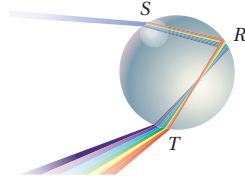
إرشادات للمعلم الجديد

تبرير: هناك استراتيجية أخرى يمكن استعمالها؛ لإيجاد قياسات الزوايا المجهولة؛ وتعتمد على مجموع قياسات الزوايا الداخلية في الشكل الرباعي. إذ يمكن إيجاد قياس الزاوية المجهولة، بطرح مجموع قياسات الزوايا الثلاث الأخرى من 360° ومن أمثلة ذلك استعمالها في إثبات أن شكلاً رباعياً ما محاط بدائرة أم لا.

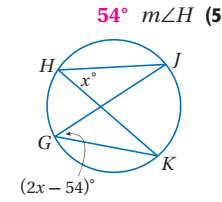
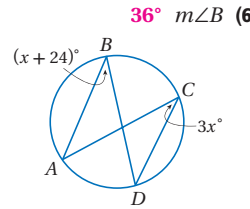
المثال 1 أوجد كل قياس مما يأتي:



(4) علوم: يبين الشكل المجاور انكسار أشعة الضوء في قطرة مطر لإنتاج ألوان الطيف، فإذا كان $m\widehat{ST} = 144^\circ$ ، فأوجد $m\angle R$ ؟ 72°

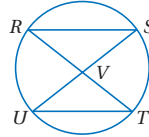


المثال 2 جبر: أوجد كلاً من القياسين الآتيين:



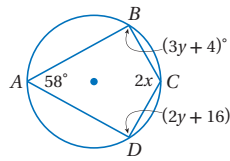
المثال 3 (7) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين. انظر الهامش

المعطيات: $\overline{RT}$ تُنصف $\overline{SU}$.
المطلوب: $\triangle RVS \cong \triangle UVT$

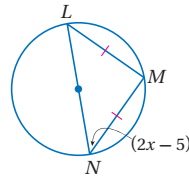


المثالان 4, 5 جبر: أوجد قيمة كل مما يأتي:

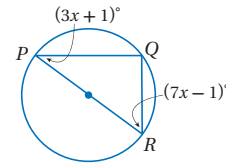
(10) $m\angle C, m\angle D$ $122^\circ; 80^\circ$



(9) x 25°

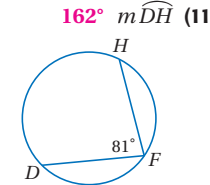
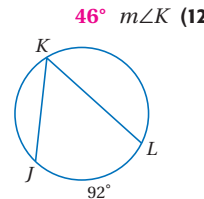
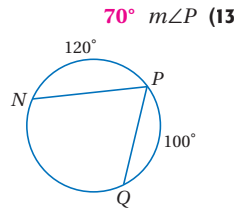


(8) $m\angle R$ 62°



تدرب وحل المسائل

المثال 1 أوجد كل قياس مما يأتي:



الدرس 4-8 الزوايا المحيطية 205

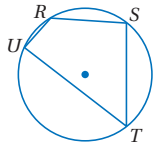
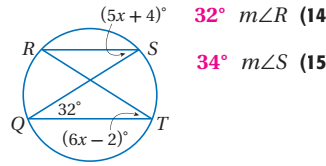
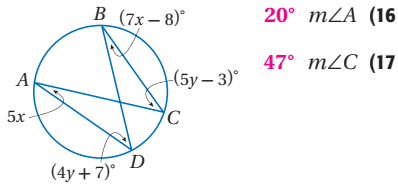
تنويع الواجبات المنزلية

المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	38-48, 33-36, 11-26
ضمن المتوسط	38-48, 29-36, 11-27 فردي
فوق المتوسط	47, 48 (اختياري), 27-46

(7) البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\overline{RT}$ ينصف $\overline{SU}$
(2) تعريف منتصف القطعة المستقيمة	(2) $\overline{SV} \cong \overline{VU}$
(3) تعريف القوس المقابل	(3) $\angle SUT$ تقابل $\angle SRT$
(4) الزوايا المحيطية المرسومة على القوس نفسه متطابقة	(4) $\angle SRT \cong \angle SUT$
(5) الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة	(5) $\angle RVS \cong \angle UVT$
(6) AAS	(6) $\triangle RVS \cong \triangle UVT$

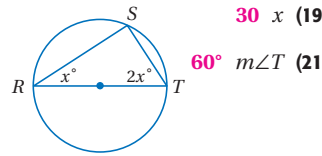
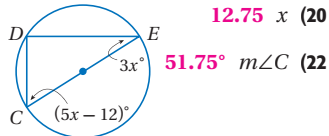
المثال 2 جبر: أوجد كل قياس مما يأتي:



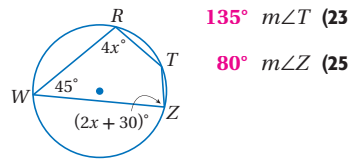
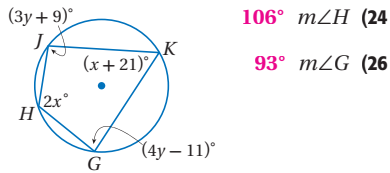
المثال 3 18 برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين. انظر ملحق الإجابات.

المعطيات: $m\angle T = \frac{1}{2}m\angle S$
المطلوب: $m\widehat{TUR} = 2m\widehat{US}$

المثال 4 جبر: أوجد قيمة كل مما يأتي:



المثال 5 جبر: أوجد كل قياس مما يأتي:



27 برهان: اكتب برهاناً حرّاً للنظرية 8.9. انظر ملحق الإجابات.

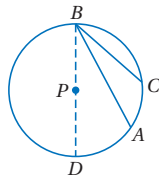
برهان: برهن النظرية 8.6 لحالتي الزاوية المحيطة في الدائرة فيما يأتي:

29 الحالة الثالثة: انظر الهامش

المعطيات: يقع المركز P خارج $\angle ABC$.

$\overline{BD}$ قطر للدائرة.

المطلوب: $m\angle ABC = \frac{1}{2}m\widehat{AC}$

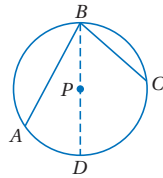


28 الحالة الثانية: انظر ملحق الإجابات.

المعطيات: يقع المركز P داخل $\angle ABC$.

$\overline{BD}$ قطر للدائرة.

المطلوب: $m\angle ABC = \frac{1}{2}m\widehat{AC}$



برهان: اكتب برهاناً من النوع المحدد لكل من النظريتين الآتيتين: انظر ملحق الإجابات

31 النظرية 8.8، برهاناً حرّاً.

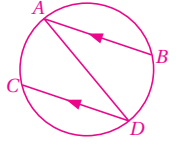
30 النظرية 8.7، برهاناً ذا عمودين.

إجابة:

(29) البرهان:

المبررات	العبارات
1) مسلمة جمع الزوايا، خاصية الطرح	1) $m\angle ABC = m\angle DBC - m\angle DBA$
2) مسلمة جمع الأقواس، خاصية الطرح	2) $m\widehat{AC} = m\widehat{DC} - m\widehat{DA}$
3) خاصية الضرب	3) $\frac{1}{2}m\widehat{AC} = \frac{1}{2}m\widehat{DC} - \frac{1}{2}m\widehat{DA}$
4) قياس الزاوية المحيطة التي يكون أحد ضلعيها قطراً في الدائرة، يساوي نصف قياس القوس المقابل لها (الحالة 1).	4) $m\angle DBA = \frac{1}{2}m\widehat{DA}$, $m\angle DBC = \frac{1}{2}m\widehat{DC}$
5) بالتعويض (الخطوتان 1, 4)	5) $m\angle ABC = \frac{1}{2}m\widehat{DC} - \frac{1}{2}m\widehat{DA}$
6) بالتعويض (الخطوتان 3, 5)	6) $m\angle ABC = \frac{1}{2}m\widehat{AC}$

(32a)



(32b) إجابة ممكنة:

$$m\angle A = 30^\circ, m\angle D = 30^\circ;$$

$$m\widehat{AC} = 60^\circ, m\widehat{BD} = 60^\circ$$

القوسان متطابقان؛ لأن قياسيهما متساويان.

(32c) إجابة ممكنة: يحصر الوتران المتوازيان في الدائرة قوسين متطابقين.

(39) انظر إجابات الطلاب.

(32) تمثيلات متعددة: في هذا السؤال ستستقصي العلاقة بين القوسين المحصورين بين وترين متوازيين في الدائرة.

- (a) هندسيًا: ارسم دائرة تحوي وترين متوازيين هما $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ مستعملًا الفرجار، ثم صل A, D برسم $\overline{AD}$.
 (b) عدديًا: أوجد $m\angle A$, $m\angle D$ مستعملًا المنقلة، ثم حدّد $m\widehat{AC}$, $m\widehat{BD}$ ، ما العلاقة بين هذين القوسين؟ فسّر إجابتك.
 (c) لفظيًا: ارسم دائرة أخرى وكرّر الخطوتين a, b، ثم ضع تخمينًا حول القوسين المحصورين بين وترين متوازيين في الدائرة.

مسائل مهارات التفكير العليا

تبرير: حدّد ما إذا كان يمكن إحاطة كلّ من الأشكال الرباعية الآتية بدائرة دائمًا أو أحيانًا أو لا يمكن أبدًا.

برّر إجابتك. (33-36) انظر ملحق الإجابات

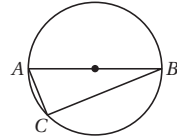
(33) المربع (34) المستطيل (35) المعين (36) شكل الطائرة الورقية

(37) تحدّد: إذا كان مربع ما محاطًا بدائرة، فما نسبة مساحة الدائرة إلى مساحة المربع؟ $\frac{\pi}{2}$ (38) اكتب: إذا كان مثلث قائم زواياه $45^\circ-45^\circ-90^\circ$ محاطًا بدائرة، وأعطيت نصف قطر الدائرة، فاشرح طريقة لإيجاد طول كلّ ساقٍ هذا المثلث. انظر ملحق الإجابات

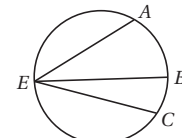
(39) مسألة مفتوحة: أوجد شعاعًا من واقع الحياة يحوي مضلعًا محاطًا بدائرة، وارسمه.

(40) اكتب: بين أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين الزاوية المركزية والزاوية المحيطية في الدائرة، وإذا كانت هاتان الزاويتان تقابلان القوس نفسه، فما العلاقة بينهما؟ انظر ملحق الإجابات

تدريب على اختبار



(42) إجابة قصيرة: $\overline{AB}$ قطر في الدائرة المجاورة، و AC يساوي 8 in، و BC يساوي 15 in، أوجد قطر الدائرة ونصف قطرها ومحيطها.
 $d = 17 \text{ in}, r = 8.5 \text{ in},$
 $C = 17\pi \approx 53.4 \text{ in}$



(41) إذا كان: $m\widehat{AC} = 160^\circ$ ، فأوجد قيمة $m\angle BEC$ ، مستعملًا الدائرة المجاورة: A

84° D 80° C 61° B 42° A

مراجعة تراكمية

إذا كان: $FL = 24 \text{ in}, HJ = 48 \text{ in}, m\widehat{HP} = 65^\circ$ ، فأوجد كلّ قياسٍ ممّا يأتي مستعملًا $\odot M$: (الدرس 3-8)

$$65^\circ m\widehat{PJ} \quad (44) \quad 48 \text{ in } FG \quad (43)$$

$$130^\circ m\widehat{HJ} \quad (46) \quad 24 \text{ in } NJ \quad (45)$$

استعد للدرس اللاحق

جبر: افترض أن B نقطة منتصف $\overline{AC}$ ، استعمل المعلومات المعطاة في كلّ ممّا يأتي لإيجاد القياسات المجهولة:

$$32 \quad AB = 10s + 2, AC = 49 + 5s, BC = ? \quad (48)$$

$$54 \quad AB = 4x - 5, BC = 11 + 2x, AC = ? \quad (47)$$

الدرس 4-8 الزوايا المحيطية 207

تنبيه لحل سؤال

الفرجار والمنقلة والمسطرة:

السؤال 32 يتطلب استعمال فرجار، ومنقلة ومسطرة.

تمثيلات متعددة:

في السؤال 32، يستعمل الطلاب الرسوم الهندسية، والقياسات، والوصف اللفظي؛ لاستقصاء العلاقة بين القوسين المحصورين بين وترين متوازيين في الدائرة.

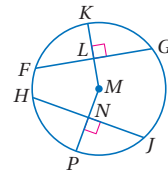
4 التقويم

تعلّم لاحق: اطلب إلى الطلاب كتابة فقرة توضح كيف يساعدهم الدرس 4-8، حول الزوايا المحيطية، على فهم مماسات الدائرة.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلبة الدرسين 4-8، 3-8، بإعطائهم:

الاختبار القصير 2، ص (68)





مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 4 - 8

دون		ضمن		فوق المتوسط																			
تدريبات إعادة التعليم (21)		تدريبات إعادة التعليم - تتمة (22)		دون																			
الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____																			
8-4 تدريبات إعادة التعليم الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات إعادة التعليم الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات إعادة التعليم الزوايا المحيطية																			
الزوايا المحيطية، الزاوية المحيطية زاوية يقع رأسها على الدائرة، ويمتد طرفاها على الدائرة، ففي $\odot G$ ، القوس الأصغر DF هو القوس المقابل للزاوية المحيطية $\angle DEF$.		الزوايا المحيطية، الزاوية المحيطية زاوية يقع رأسها على الدائرة، ويمتد طرفاها على الدائرة، ففي $\odot G$ ، القوس الأصغر DF هو القوس المقابل للزاوية المحيطية $\angle DEF$.		الزوايا المحيطية، الزاوية المحيطية زاوية يقع رأسها على الدائرة، ويمتد طرفاها على الدائرة، ففي $\odot G$ ، القوس الأصغر DF هو القوس المقابل للزاوية المحيطية $\angle DEF$.																			
توجد ثلاث حالات للزاوية المحيطية في الدائرة:		توجد ثلاث حالات للزاوية المحيطية في الدائرة:		توجد ثلاث حالات للزاوية المحيطية في الدائرة:																			
<table><tr><th>الحالة الأولى</th><th>الحالة الثانية</th><th>الحالة الثالثة</th></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>		الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة				<table><tr><th>الحالة الأولى</th><th>الحالة الثانية</th><th>الحالة الثالثة</th></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>		الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة				<table><tr><th>الحالة الأولى</th><th>الحالة الثانية</th><th>الحالة الثالثة</th></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>		الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة			
الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة																					
الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة																					
الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة																					
والنظرية الآتية صحيحة لهذه الحالات الثلاث جميعها:		والنظرية الآتية صحيحة لهذه الحالات الثلاث جميعها:		والنظرية الآتية صحيحة لهذه الحالات الثلاث جميعها:																			
8.6 نظرية الزاوية المحيطية: قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.		8.6 نظرية الزاوية المحيطية: قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.		8.6 نظرية الزاوية المحيطية: قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.																			
في $\odot G$ أعلاه: $m\widehat{DF} = 90^\circ$ ، $m\angle DEF = \frac{1}{2} m\widehat{DF}$		في $\odot G$ أعلاه: $m\widehat{DF} = 90^\circ$ ، $m\angle DEF = \frac{1}{2} m\widehat{DF}$		في $\odot G$ أعلاه: $m\widehat{DF} = 90^\circ$ ، $m\angle DEF = \frac{1}{2} m\widehat{DF}$																			
إذا قابلت زاويتان محيطيتان القوس نفسه أو قوسين متطابقين، فإن الزاويتين تكونان متطابقتين.		إذا قابلت زاويتان محيطيتان القوس نفسه أو قوسين متطابقين، فإن الزاويتين تكونان متطابقتين.		إذا قابلت زاويتان محيطيتان القوس نفسه أو قوسين متطابقين، فإن الزاويتين تكونان متطابقتين.																			
مثال:		مثال:		مثال:																			
في $\odot G$ أعلاه: $m\widehat{DF} = 90^\circ$ ، $m\angle DEF = 45^\circ$		في $\odot G$ أعلاه: $m\widehat{DF} = 90^\circ$ ، $m\angle DEF = 45^\circ$		في $\odot G$ أعلاه: $m\widehat{DF} = 90^\circ$ ، $m\angle DEF = 45^\circ$																			
تدريبات:		تدريبات:		تدريبات:																			
أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:																			
1. $m\angle AC$ 2. $m\angle N$ 3. $m\angle QSR$ 4. $m\angle U$ 5. $m\angle T$		1. $m\angle AC$ 2. $m\angle N$ 3. $m\angle QSR$ 4. $m\angle U$ 5. $m\angle T$		1. $m\angle AC$ 2. $m\angle N$ 3. $m\angle QSR$ 4. $m\angle U$ 5. $m\angle T$																			
جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:																			
1. $m\angle U$ 2. $m\angle T$ 3. $m\angle A$ 4. $m\angle C$ 5. $m\angle S$		1. $m\angle U$ 2. $m\angle T$ 3. $m\angle A$ 4. $m\angle C$ 5. $m\angle S$		1. $m\angle U$ 2. $m\angle T$ 3. $m\angle A$ 4. $m\angle C$ 5. $m\angle S$																			
الفصل 8، الدائرة		الفصل 8، الدائرة		الفصل 8، الدائرة																			

دون		ضمن		فوق المتوسط	
تدريبات حل المسألة (23)		تدريبات حل المسألة (24)		دون	
الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____	
8-4 تدريبات المهارات الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات حل المسألة الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات حل المسألة الزوايا المحيطية	
أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:	
1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$		1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$		1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$	
جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:	
1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$		1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$		1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$	
الفصل 8، الدائرة		الفصل 8، الدائرة		الفصل 8، الدائرة	

دون		ضمن		فوق المتوسط	
تدريبات حل المسألة (23)		تدريبات حل المسألة (24)		دون	
الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____	
8-4 تدريبات المهارات الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات حل المسألة الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات حل المسألة الزوايا المحيطية	
أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:	
1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$		1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$		1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$	
جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:	
1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$		1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$		1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$	
الفصل 8، الدائرة		الفصل 8، الدائرة		الفصل 8، الدائرة	

دون		ضمن		فوق المتوسط	
تدريبات حل المسألة (23)		تدريبات حل المسألة (24)		دون	
الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____	
8-4 تدريبات المهارات الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات حل المسألة الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات حل المسألة الزوايا المحيطية	
أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:	
1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$		1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$		1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$	
جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:	
1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$		1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$		1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$	
الفصل 8، الدائرة		الفصل 8، الدائرة		الفصل 8، الدائرة	

دون		ضمن		فوق المتوسط	
تدريبات حل المسألة (23)		تدريبات حل المسألة (24)		دون	
الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____	
8-4 تدريبات المهارات الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات حل المسألة الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات حل المسألة الزوايا المحيطية	
أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:	
1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$		1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$		1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$	
جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:	
1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$		1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$		1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$	
الفصل 8، الدائرة		الفصل 8، الدائرة		الفصل 8، الدائرة	

دون		ضمن		فوق المتوسط	
تدريبات حل المسألة (23)		تدريبات حل المسألة (24)		دون	
الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____	
8-4 تدريبات المهارات الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات حل المسألة الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات حل المسألة الزوايا المحيطية	
أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:	
1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$		1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$		1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$	
جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:	
1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$		1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$		1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$	
الفصل 8، الدائرة		الفصل 8، الدائرة		الفصل 8، الدائرة	

دون		ضمن		فوق المتوسط	
تدريبات حل المسألة (23)		تدريبات حل المسألة (24)		دون	
الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____	
8-4 تدريبات المهارات الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات حل المسألة الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات حل المسألة الزوايا المحيطية	
أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:	
1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$		1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$		1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$	
جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:	
1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$		1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$		1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$	
الفصل 8، الدائرة		الفصل 8، الدائرة		الفصل 8، الدائرة	

دون		ضمن		فوق المتوسط	
تدريبات حل المسألة (23)		تدريبات حل المسألة (24)		دون	
الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____	
8-4 تدريبات المهارات الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات حل المسألة الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات حل المسألة الزوايا المحيطية	
أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:	
1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$		1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$		1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$	
جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:	
1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$		1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$		1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$	
الفصل 8، الدائرة		الفصل 8، الدائرة		الفصل 8، الدائرة	

دون		ضمن		فوق المتوسط	
تدريبات حل المسألة (23)		تدريبات حل المسألة (24)		دون	
الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____		الاسم: _____ التاريخ: _____	
8-4 تدريبات المهارات الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات حل المسألة الزوايا المحيطية		8-4 تدريبات حل المسألة الزوايا المحيطية	
أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:		أوجد كل قياس مما يأتي:	
1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$		1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$		1. $m\widehat{XY}$ 2. $m\angle E$ 3. $m\angle R$ 4. $m\widehat{MP}$ 5. $m\angle N$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle L$ 8. $m\angle A$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle S$ 11. $m\angle K$ 12. $m\angle R$	
جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:		جبر، أوجد كل قياس مما يأتي:	
1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$		1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$		1. $m\angle N$ 2. $m\angle L$ 3. $m\angle J$ 4. $m\angle K$ 5. $m\angle R$ 6. $m\angle C$ 7. $m\angle A$ 8. $m\angle S$ 9. $m\angle J$ 10. $m\angle K$ 11. $m\angle R$	
الفصل 8، الدائرة		الفصل 8، الدائرة			



مصادر الدرس 4 - 8

فوق المتوسط

ضمن المتوسط

دون المتوسط

فوق ضمن دون

كتاب التمارين (25)

فوق ضمن

التدريبات الإثرائية (25)

8 - 4 الزوايا المحيطية

أوجد كلاً من القياسات الآتية:

$88^\circ m\widehat{AB}$ (2)



$45^\circ m\angle X$ (1)



$64.5^\circ m\angle Q$ (4)



$128^\circ m\widehat{JK}$ (3)

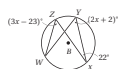


جبر، أوجد كلاً من القياسات الآتية:

$m\angle A, m\angle D$ (6)



$m\angle W, m\angle Y$ (5)



برهان، اكتب برهاناً ذا عمودين:

المعطيات: $m\angle D = 2m\angle B$

المطلوب: $m\widehat{ADC} = \frac{1}{2} m\widehat{ABC}$



المعطيات	العيارات
(1) معطيات	$m\angle D = 2m\angle B$ (1)
(2) قياس الزاوية المحيطية يساوي ضعف قياس	$m\angle B = \frac{1}{2} m\widehat{ADC}$ و $m\angle D = \frac{1}{2} m\widehat{ABC}$ (2)
(3) القوس المقابل لها	$2m\angle B = \frac{1}{2} m\widehat{ABC}$ (3)
(4) بالمرئى من الخطوة 1 في الخطوة 2	$m\widehat{ADC} = \frac{1}{2} m\widehat{ABC}$ (4)

$m\angle G, m\angle H$ (9)



$m\angle A, m\angle C$ (8)

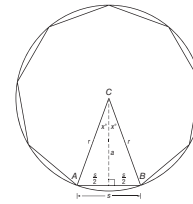


25

8-4 التدريبات الإثرائية

صنع المضلعات المنتظمة:

افترض أن مضلعاً منتظماً عدد أضلاعه n محاط بدائرة نصف قطرها r ، والشكل أدناه يبين أحد المثلثات المتطابقة الضلعين المكونة من توصيل نهايتي أحد أضلاع المضلع المنتظم بمركز الدائرة C ، وفي هذا الشكل، s هي طول ضلع المضلع المنتظم و h طول العمود النازل من C على AB .



استعمل معلوماتك المتعلقة بالمثلثات والنسب المثلثية لحل المسائل الآتية:

(1) أوجد صيغة تعبر عن x بدلالة عدد الأضلاع n .

$x = \left(\frac{180}{n} \right)^\circ$

(2) أوجد صيغة تعبر عن s بدلالة n و r ، مستعملاً النسب المثلثية.

$s = 2r \sin \left(\frac{180}{n} \right)^\circ$

(3) أوجد صيغة تعبر عن a بدلالة n و r ، مستعملاً النسب المثلثية.

$a = r \cos \left(\frac{180}{n} \right)^\circ$

(4) أوجد صيغة تعبر عن محيط المضلع المنتظم بدلالة n و r .

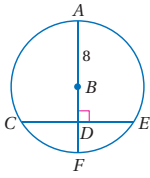
$P = 2nr \sin \left(\frac{180}{n} \right)^\circ$

الفصل 8: الدائرة

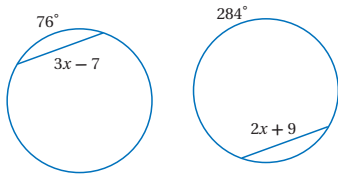
25

المصف: الأول الثانوي

- (10) في $\odot B$ ، إذا كان $CE = 13.5$ cm، فأوجد BD مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من مئة. (الدرس 8-3) **4.29 cm**

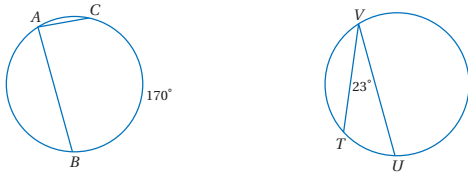


- (11) إذا كانت الدائرتان أدناه متطابقتين، فأوجد قيمة x وطول الوتر. (الدرس 8-3) **$x = 16; 41$**

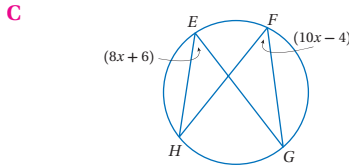


- أوجد القياس المطلوب في كلٍّ من السؤالين الآتيين: (الدرس 8-4)

- (12) $m\widehat{TU} = 46^\circ$ في الدائرة أدناه: **$m\angle A = 85^\circ$**



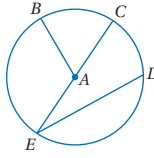
- (14) اختيار من متعدد: أوجد قيمة x في الشكل أدناه: (الدرس 8-4)



- A 1.8**
B 46
C 5
D 90

- (15) رُسم مربع طول ضلعه 14 cm، بحيث تقع رؤوسه على دائرة، فما قطر هذه الدائرة؟ (الدرس 8-4) **$14\sqrt{2}$ cm**

- أجب عن الأسئلة 3-1، مستعيناً بالدائرة أدناه. (الدرس 8-1)



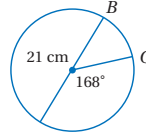
- (1) سمِّ الدائرة. **$\odot A$**
(2) سمِّ قطرًا. **$\overline{EC}$**
(3) سمِّ وترًا لا يكون قطرًا. **$\overline{ED}$**

- (4) دراجة هوائية: قطر إطار دراجة هوائية يساوي 24 in (الدرس 8-1)

- (a) أوجد محيط إطار الدراجة. **75.4 in تقريباً**
(b) ما المسافة بالبوصات التي تقطعها الدراجة عندما يدور إطارها 100 دورة؟ **7540 in تقريباً**

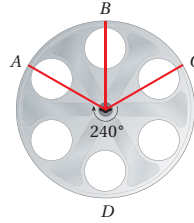
- أوجد قطر ونصف قطر الدائرة المُعطى محيطها في كلٍّ من السؤالين الآتيين مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من مئة. (الدرس 8-1)

- (5) $C = 23$ cm **7.32 cm; 3.66 cm**
(6) $C = 78$ ft **24.83 ft; 12.41 ft**
(7) اختيار من متعدد: أوجد طول $\widehat{BC}$ في الشكل أدناه مقرباً إلى أقرب جزء من مئة: (الدرس 8-2) **A**

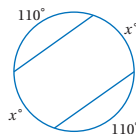


- A 2.20 cm**
B 4.40 cm
C 30.79 cm
D 61.58 cm

- (8) أفلام: قطر بكرة الفيلم الظاهرة في الشكل أدناه 14.5 in (الدرس 8-2)



- (a) أوجد $m\widehat{ADC}$. **240°**
(b) أوجد طول $\widehat{ADC}$. **30.4 in تقريباً**
(9) أوجد قيمة x في الشكل المجاور. (الدرس 8-3) **70**



التقويم التكويني

استعمل اختبار منتصف الفصل؛ لتقويم تقدم الطلبة في النصف الأول من الفصل.

للاُسئلة التي لم يُجيبوا عنها بشكل صحيح، اطلب إليهم مراجعة الدروس المشار إليها بعد كل سؤال.

التقويم التكويني

اختبار منتصف الفصل، ص (70)

المطويات متابعة المطويات

شجّع الطلاب قبل حل أسئلة اختبار منتصف الفصل على مراجعة الملاحظات التي دوّنوها في مطوياتهم حول الدروس من 8-1 إلى 8-4

مخطط المعالجة

المستوى 1	ضمن المتوسط	المستوى 2	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلاب في 25% تقريباً من الأسئلة أو أقل،	إذا	أخطأ بعض الطلاب في 50% تقريباً من الأسئلة أو أقل،
فاختر	المصادر الآتية:	فاختر	أحد المصدرين الآتيين:
	مراجعة الدروس من 8-1 إلى 8-4		تدريبات إعادة التعليم، ص (6, 11, 16, 21).
	تدريبات المهارات، ص (8, 13, 18, 23).		www.obeikaneducation.com

1 التركيز

الترابط الرأسي

قبل الدرس 8-5

استعمال نظرية فيثاغورس؛ لإيجاد أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية.

الدرس 8-5

استعمال خصائص المماسات؛ لإيجاد قياسات تتعلق بالدائرة.

حل مسائل تتضمن المضلعات المحيطة بدائرة.

ما بعد الدرس 8-5

إيجاد قياس الزوايا المتكونة من المستقيمتان التي تتقاطع مع الدائرة.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

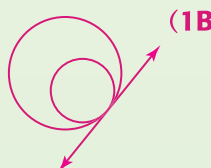
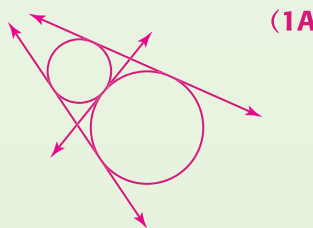
اسأل:

- ما الشكل الذي تمثله التروس؟ دائرة.
- كيف تشبه السلسلة التي في الدراجة الهوائية مماس الدائرة؟

تمثل السلسلة مستقيماً يصل الدائرتين معاً (الترسين) بنقطة واحدة على كل منهما، وهذا يشبه المماس المشترك وهو مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة تمس الدائرتين في المستوى نفسه.

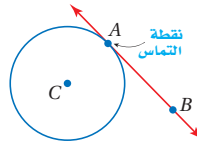
- كيف تختلف السلسلة عن المماس؟ السلسلة تمس التروس في أكثر من نقطة، بينما المماس مستقيم يقطع الدائرة في نقطة واحدة فقط.

إجابات (تحقق من فهمك):



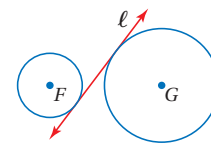
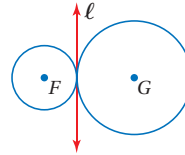
لماذا؟

كانت الدراجات الهوائية تُحرَّك سابقاً بدفع القدم على الأرض، أما الدراجات الحديثة، فإنها تستعمل الدواسات والسلاسل والتروس، حيث تدور السلسلة حول تروس دائرية. ويُقاس طول السلسلة بين الترسين من نقطتي تماس السلسلة مع الترسين.



المماسات: المماس هو مستقيم يقع في المستوى نفسه الذي تقع فيه الدائرة ويقطعها في نقطة واحدة فقط، تُسمى **نقطة التماس**. $\overrightarrow{AB}$ مماس لـ $\odot C$ عند النقطة A، ويُسمى كلٌّ من $\overrightarrow{AB}$ ، مماساً للدائرة أيضاً.

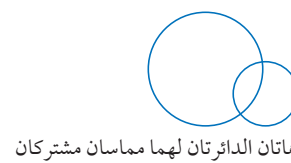
المماس المشترك هو مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة تمس الدائرتين في المستوى نفسه، وفي الشكلين أدناه المستقيم ℓ مماس مشترك للدائرتين F, G.



تحديد المماسات المشتركة

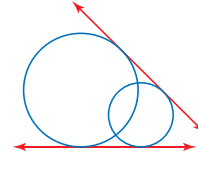
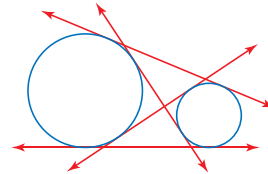
مثال 1

ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلٍّ ممَّا يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".



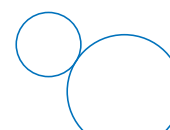
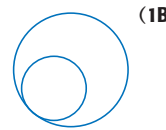
هاتان الدائرتان لهما 4 مماسات مشتركة

هاتان الدائرتان لهما مماسان مشتركان



تحقق من فهمك

ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلٍّ ممَّا يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك". **انظر الهامش**



فيما سبق:

درست استعمال نظرية فيثاغورس لإيجاد أطوال أضلاع المثلث القائم الزاوية.

(مهارة سابقة)

والآن:

• استعمل خصائص المماسات لإيجاد قياسات تتعلق بالدائرة.

• أحل مسائل تتضمن المضلعات المحيطة بدائرة.

المفردات:

المماس

tangent

نقطة التماس

point of tangency

المماس المشترك

common tangent

www.obeikaneducation.com

مصادر الدرس 8-5

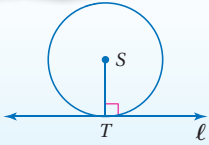
المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم ص (212)	• تنويع التعليم ص (211, 212)	• تنويع التعليم ص (211)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (26)	• كتاب التمارين ص (26)	• كتاب التمارين ص (26)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (26) • تدريبات المهارات، ص (28) • تدريبات حل المسألة، ص (29)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (26) • تدريبات المهارات، ص (28) • تدريبات حل المسألة، ص (29) • التدريبات الإثرائية، ص (30)	• تدريبات حل المسألة، ص (29) • التدريبات الإثرائية، ص (30)

أقصر مسافة من المماس إلى مركز الدائرة هي نصف القطر المار بنقطة التماس.

أضف إلى
طويّتك

النظرية 8.10

التعبير اللفظي: يكون المستقيم مماساً لدائرة في المستوى نفسه، إذا وفقط إذا كان عمودياً على نصف القطر عند نقطة التماس.



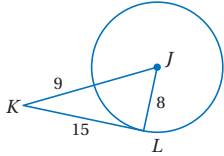
مثال: يكون المستقيم l مماساً لـ $\odot S$ ، إذا وفقط إذا كان $ST \perp l$.

ستبرهن جزأي النظرية 8.10 في السؤاليين 24, 25

تحديد المماس

مثال 2

$\overline{JL}$ نصف قطر في $\odot J$ ، حدّد ما إذا كانت $\overline{KL}$ مماساً لـ $\odot J$ أم لا، برّر إجابتك.



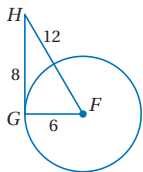
اختبر ما إذا كان $\triangle JKL$ قائم الزاوية.

$$8^2 + 15^2 \stackrel{?}{=} (8+9)^2$$

$$289 = 289 \quad \checkmark$$

عكس نظرية فيثاغورس بالتبسيط

لذا فإن $\triangle JKL$ قائم الزاوية في $\angle JLK$ ؛ أي أن $\overline{KL}$ عمودية على $\overline{JL}$ عند النقطة L . وبحسب النظرية 8.10 يكون $\overline{KL}$ مماساً لـ $\odot J$.



لا، $324 \neq 100$

(2) حدّد ما إذا كان $\overline{GH}$ مماساً لـ $\odot F$ أم لا، برّر إجابتك.

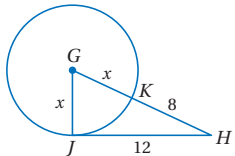
يمكنك استعمال النظرية 8.10 لإيجاد قيم مجهولة.

استعمال المماس لإيجاد القيم المجهولة

مثال 3

$\overline{JH}$ مماس لـ $\odot G$ عند J ، أوجد قيمة x .

وفقاً للنظرية 8.10، يكون $\overline{JH} \perp \overline{GJ}$ ، إذن $\triangle GHJ$ قائم الزاوية.



$$GJ^2 + JH^2 = GH^2$$

$$x^2 + 144 = (x+8)^2$$

$$x^2 + 144 = x^2 + 16x + 64$$

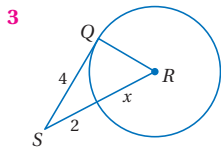
$$80 = 16x$$

$$5 = x$$

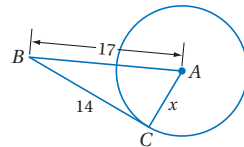
بقسمة كلا الطرفين على 16

تحقق من فهمك

أوجد قيمة x في كلّ من الشكلين الآتيين مفترضاً أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماساً للدائرة، هي مماسٌ فعلاً.



$$(3B) \sqrt{93} \approx 9.64$$



إرشادات لحل المسألة

حل مسألة أبسط:

يمكنك استعمال

استراتيجية حل مسألة

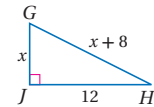
أبسط، برسم المثلث

القائم من دون الدائرة

وتسميته، والشكل أدناه

يُبين رسم المثلث في

المثال 3



المماسات

الأمثلة 1-4 تبين كيفية استعمال نظريات المماس لحل مسائل تتضمن مماسات.

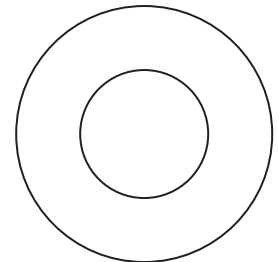
التقويم التكويني

استعمل تدريبات "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من استيعاب الطلاب المفاهيم.

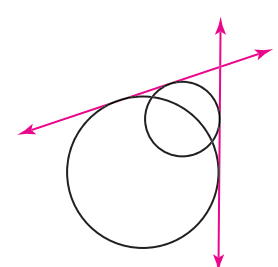
مثالان إضافيان

1

ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلّ ممّا يأتي، وفي حالة عدم وجود مثل هذه المماسات، اكتب لا يوجد مماس مشترك.

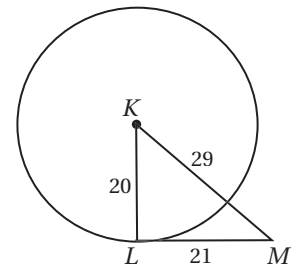


لا يوجد مماس مشترك



2

$\overline{KL}$ نصف قطر في $\odot K$ الموضحة في الشكل أدناه، حدّد هل $\overline{LM}$ مماسٌ لهذه الدائرة، برّر إجابتك.

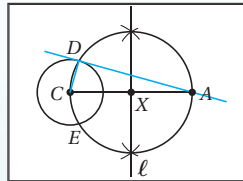


$\overline{LM}$ مماس للدائرة K بحسب عكس نظرية فيثاغورس.

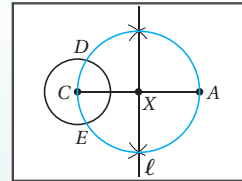
يمكنك استعمال النظريتين 8.10 , 8.8؛ لإنشاء مماسات الدائرة.

إنشاءات هندسية

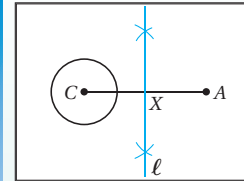
إنشاء مماسٍ لدائرةٍ من نقطةٍ خارجها



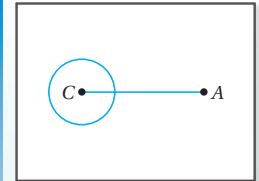
الخطوة 4: ارسم $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{DC}$.
 $\angle ADC$ تقابل قطراً للدائرة X ؛
 إذن فهي زاوية قائمة؛ لذا فإن $\overrightarrow{AD}$
 مماسٌ للدائرة C .



الخطوة 3: أنشئ الدائرة X
بنصف قطر $\overline{XC}$ ، وسمّ نقطتي
تقاطع الدائرتين D, E .



الخطوة 2: أنشئ العمود المنصف لـ $\overline{CA}$ وسمّه l ، وسمّ نقطة تقاطع l مع $\overline{CA}$ النقطة X .



الخطوة 1: ارسم الدائرة C مستعملاً الفرجار، وحدد نقطة A خارجها، ثم ارسم $\overline{CA}$.

ستنشئ مماسًا لدائرة من نقطة عليها في السؤال 26

يمكنك أن ترسم مماسين للدائرة نفسها من نقطة واحدة خارجها.

8.11 نظرية

التعبير اللفظي: إذا رُسمت قطعتان مستقيمتان مماستان لدائرة من نقطة خارجها فإنهما متطابقتان.

مثال: إذا كان $\overline{AB}, \overline{CB}$ مماسان لـ $\odot D$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{CB}$.

ستبرهن النظرية 8.11 في السؤال 22

مثال 4

استعمال المماسات المتطابقة لإيجاد قياسات

جبر: إذا كان $\overline{AB}, \overline{CB}$ مماسان للدائرة D ، فأوجد قيمة x .

$AB = CB$

المماسان المرسومان من نقطة خارج الدائرة متطابقان

بالتعويض $x + 15 = 2x - 5$

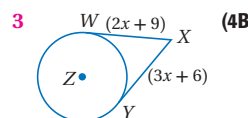
$$15 = x - 5$$

ب طرح x من كلا الطرفين

$20 = x$ بإضافة 5 لكلا الطرفين

تحقق من فهمك

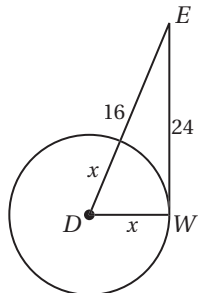
جبر: أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين، مفترضاً أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماساً للدائرة هي مماسٌ فعلاً.



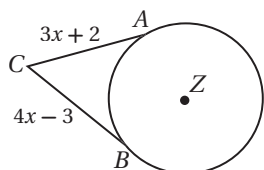
6  (4A)

مثالان إضافيان

في الشكل أدناه، $\overline{WE}$ مماس لـ $\odot D$ عند النقطة W ، أوجد قيمة x .

 $x = 10$ 

جبر: $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ مماسان للدائرة Z ،
فأوجد قيمة x .

 $x = 5$

المضلعات المحيطة بدائرة: يُحيط المضلع بالدائرة، إذا كان كل ضلع من أضلاعه مماسًا للدائرة.

مضلعات ليست محيطية بدائرة	مضلعات محيطية بدائرة

يمكنك استعمال النظرية 8.11؛ لإيجاد قياسات مجهولة في المضلعات المحيطية بدائرة.

إيجاد قياسات في المضلعات المحيطية بدائرة

مثال 5 من واقع الحياة

تصميم مصور: صمّم منصور الشعار المبين في الشكل المجاور، إذا كان $\triangle ABC$ محيطًا بالدائرة G ، فأوجد محيطه.

الخطوة 1: أوجد القياسات المجهولة.

بما أن $\triangle ABC$ يحيط بالدائرة G ، فإن $\overline{AE}, \overline{AD}$ مماسًا للدائرة G ، وكذلك $\overline{BE}, \overline{BF}$ ، $\overline{CF}, \overline{CD}$ أيضًا.

إذن: $\overline{AE} \cong \overline{AD}$, $\overline{BF} \cong \overline{BE}$, $\overline{CF} \cong \overline{CD}$

لذا فإن: $\overline{AE} = \overline{AD} = 8 \text{ ft}$, $\overline{BF} = \overline{BE} = 7 \text{ ft}$.

وبتطبيق مسلمة جمع القطع المستقيمة ينتج أن $\overline{CF} + \overline{FB} = \overline{CB}$

إذن: $\overline{CD} = \overline{CF} = 3 \text{ ft}$ ؛ لذا فإن: $\overline{CF} = \overline{CB} - \overline{FB} = 10 - 7 = 3 \text{ ft}$.

الخطوة 2: أوجد محيط $\triangle ABC$.

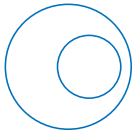
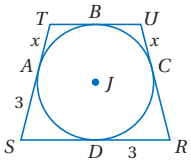
المحيط يساوي:

$$\overline{AE} + \overline{EB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = 8 + 7 + 10 + 3 + 8 = 36$$

إذن محيط $\triangle ABC$ يساوي 36 ft.

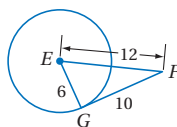
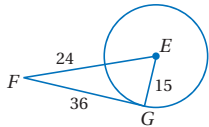
تحقق من فهمك

(5) الشكل الرباعي $RSTU$ محيط بالدائرة J ، إذا كان محيطه 18 وحدة، فأوجد قيمة x . **1.5 وحدة**



(1) ارسم المماسات المشتركة للدائرتين المجاورتين، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك". **لا يوجد مماس مشترك.**

حدّد ما إذا كانت $\overline{FG}$ في كلٍّ من الشكلين الآتيين مماسًا للدائرة E أم لا، وبّرر إجابتك.



المثال 1

المثال 2

$$(2) \text{ لا؛ } 144 \neq 136$$

$$(3) \text{ نعم؛ } 1521 = 1521$$

212 الفصل 8 الدائرة

تنبيه

تحديد المضلعات المحيطية بدائرة:

إذا مسّت الدائرة بعض أضلاع المضلع ولم تمسّها جميعها، فلا يُعدّ المضلع محيطًا بالدائرة، وهذا ما يتضح في الجدول.

المضلعات التي تحيط بدائرة

يمكن للمضلعات أيضًا أن تحيط بدائرة.

مثال 5 يبيّن كيفية إيجاد محيط المثلث

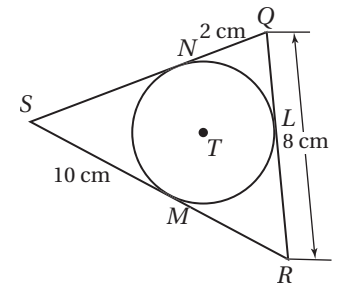
باستعمال النظريات المعروضة في هذا

الدرس.

مثال إضافي

5

تغليف: تُباع قطع بسكويت دائرية مغلفة بأغلفة مثلثية الشكل، إذا أحاط $\triangle QRS$ الدائرة T ، فأوجد محيط $\triangle QRS$.



36 cm

المحتوى الرياضي

المماسات: وضح للطلاب أنه بالرغم من أن المماس يقطع الدائرة، إلا أنه لا يقع أي جزء منه داخلها، وأن النقطة الوحيدة المشتركة بين الدائرة والمماس هي نقطة التماس فقط.

تنويع التعليم

دون ضمن

توسّع: رُسّمت دائرة حول مربع، وكان نصف قطرها يساوي r ، اطلب إلى الطلاب كتابة عبارة تمثل محيط المربع بدلالة r . $4r\sqrt{2} \approx 5.66r$

التعليم باستعمال التقنيات

مدوّنة: اطلب إلى الطلاب كتابة

فقرة في مدوّنة الفصل؛ لمناقشة

الأسباب التي تجعل رسم مضلع

منتظم يحيط بالدائرة ممكنًا دائمًا، وأن

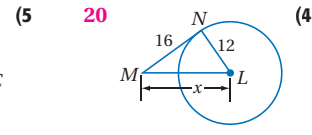
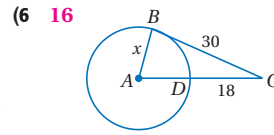
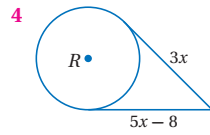
يتعلم الطلاب أنه كلّما زاد عدد أضلاع

المضلع، كان شكله أقرب إلى شكل

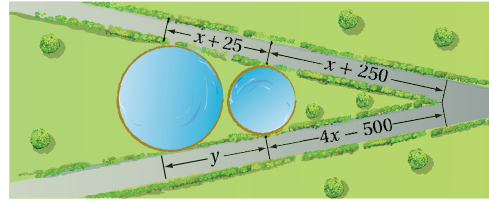
الدائرة.

المثالان 3, 4

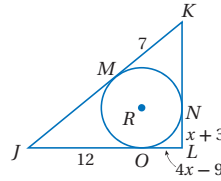
أوجد قيمة x في كلٍّ مما يأتي مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً.



(7) **هندسة الحدائق:** خطط مهندس ممّرين للمشاة يُشكّلان مماسين لبركتين دائريتين كما في الشكل أدناه. إذا كانت الأطوال معطاة بالأقدام، فأوجد قيمة كلٍّ من x و y . $x = 250$; $y = 275$



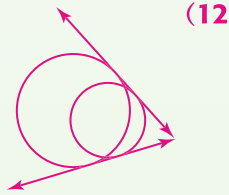
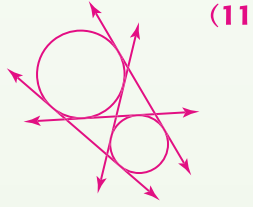
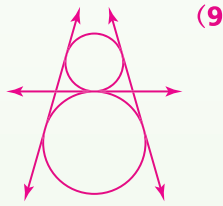
(8) **جبر:** المثلث JKL يُحيط بالدائرة R .



(a) أوجد قيمة x . 4

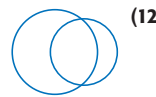
(b) أوجد محيط $\triangle JKL$. 52 وحدة.

إجابات:



تدرب وحل المسائل

المثال 1 ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلٍّ مما يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".



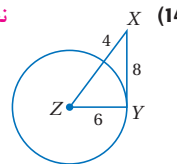
انظر الهامش

لا يوجد مماس مشترك

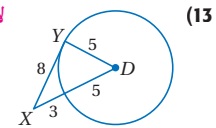
(11, 12) انظر الهامش

المثال 2 حدّد ما إذا كانت $\overline{XY}$ مماساً للدائرة المعطاة في كلٍّ من السؤالين الآتيين أم لا، وبرّر إجابتك.

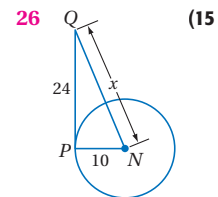
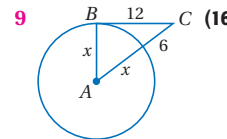
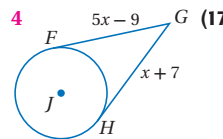
نعم؛ $100 = 100$



لا؛ $89 \neq 64$



المثالان 3, 4 أوجد قيمة x في كلٍّ من الأسئلة الآتية مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً.



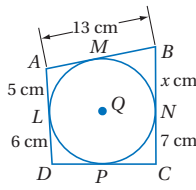
الدرس 5-8 المماسات 213

تنويع الواجبات المنزلية

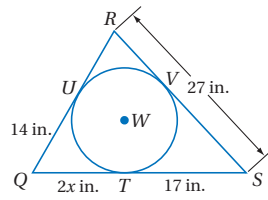
المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	19-9، 41-28
ضمن المتوسط	21-9 فردي، 26-22، 41-28
فوق المتوسط	38-20، (اختياري: 41-39)

إذا كان المضلع يحيط بالدائرة، فأوجد قيمة x ، ثم أوجد محيط المضلع في كل من السؤالين الآتيين:

8; 52 cm



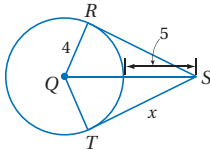
(19) 7; 82 in



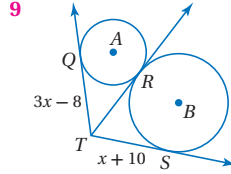
(18)

أوجد قيمة x في كل من السؤالين الآتيين، مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً، وقرب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

8.06 تقريباً



(21)



(20)

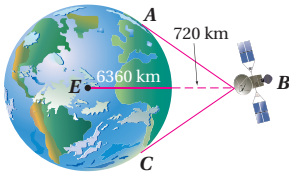
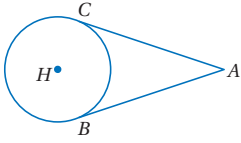
اكتب برهاناً من النوع المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

(22) برهان ذي عمودين للنظرية 8.11 انظر ملحق الإجابات

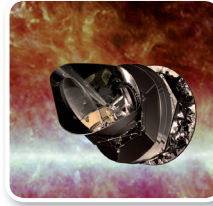
المعطيات: $\overline{AC}$ مماس لـ $\odot H$ عند النقطة C.

$\overline{AB}$ مماس لـ $\odot H$ عند النقطة B.

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{AB}$

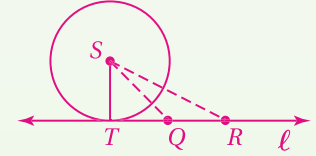


(23) أقمار اصطناعية: يرتفع قمر اصطناعي مسافة 720 km عن سطح الأرض التي نصف قطرها 6360 km، ويمكن منه رؤية المنطقة التي تقع بين المماسين $\overline{BA}$ ، $\overline{BC}$ من سطح الأرض. أوجد BA مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من مئة. 3110.76 km



الربط مع الحياة

يوجد أكثر من 8000 قطعة كبيرة من الركام المداري كالأقمار الاصطناعية ومخلفاتها التي تدور حول الأرض بسرعة 8 km في الثانية تقريباً.

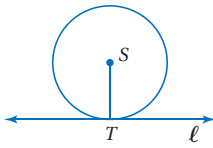


(24) برهان: اكتب برهاناً غير مباشر، لإثبات أنه إذا كان المستقيم مماساً للدائرة، فإنه يكون عمودياً على نصف قطرها (الجزء 1 من النظرية 8.10)

المعطيات: ℓ مماس للدائرة S عند T؛ $\overline{ST}$ نصف قطر في $\odot S$.

المطلوب: $\ell \perp \overline{ST}$

(إرشاد: افترض أن ℓ ليس عمودياً على $\overline{ST}$). انظر الهامش

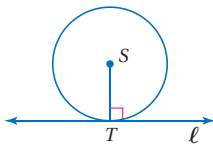


(25) برهان: اكتب برهاناً غير مباشر، لإثبات أنه إذا كان المستقيم عمودياً على نصف قطر الدائرة عند نقطة التقائهما على الدائرة؛ فإنه مماس لهذه الدائرة. (الجزء 2 من النظرية 8.10) انظر ملحق الإجابات

المعطيات: $\ell \perp \overline{ST}$ ، $\overline{ST}$ نصف قطر في $\odot S$.

المطلوب: إثبات أن ℓ مماس للدائرة S.

(إرشاد: افترض أن ℓ ليس مماساً للدائرة S).

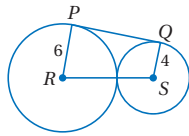


(24) البرهان: افترض أن ℓ ليس عمودياً على $\overline{ST}$ ، إذا لم يكن ℓ عمودياً على $\overline{ST}$ ، فإنه توجد قطعة مستقيمة $\overline{SQ}$ أخرى تكون عمودية على ℓ . وأيضاً يوجد نقطة R على $\overline{TR}$ كما يظهر في الشكل أدناه، بحيث إن $\overline{QT} \cong \overline{QR}$. $\angle SQT$ ، $\angle SQR$ التعامد، ولذلك، $\angle SQT \cong \angle SQR$ ، $\overline{SQ} \cong \overline{SQ}$ ، إذن: $\triangle SQT \cong \triangle SQR$ بحسب SAS؛ وعليه فإن $\overline{ST} \cong \overline{SR}$ لأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة، وبناءً عليه فإن كلا من R، T تقع على $\odot S$ ، لكن وجود نقطتين تقعان على ℓ وأيضاً تقعان على $\odot S$ أمر يناقض الحقيقة المعطاة بأن ℓ مماس للدائرة $\odot S$ عند النقطة T؛ إذن $\ell \perp \overline{ST}$ نتيجة صحيحة بالتأكيد.

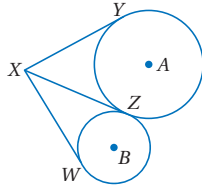
(26) **إنشاءات هندسية:** أنشئ مماسًا لدائرة من نقطة واقعة عليها باتباع الخطوات الآتية: ارسم $\odot A$ مستعملًا الفرجار. اختر نقطة P على الدائرة وارسم $\overleftrightarrow{AP}$ ، ثم أنشئ مستقيمًا عموديًا على $\overleftrightarrow{AP}$ يمر بالنقطة P ، وسمِّ المماس المستقيم t . **انظر الهامش**

مسائل مهارات التفكير العليا

(27) **تحذّر:** مماس $\overline{PQ}$ للدائرتين R, S كما في الشكل المجاور. أوجد PQ ، وبرّر إجابتك. **انظر الهامش**



(28) **مسألة مفتوحة:** ارسم مثلثًا يحيط بدائرة، ومثلثًا محاطًا بدائرة. **انظر الهامش**



(29) **تبرير:** $\overline{XY}$ مماسان للدائرة A ، و $\overline{XZ}$ مماسان للدائرة B كما في الشكل المجاور. فسّر لماذا تكون القطع المستقيمة $\overline{XY}$ ، $\overline{XZ}$ ، $\overline{XW}$ متطابقة رغم أن نصفي قطري الدائرتين مختلفان.

(30) **اكتب:** ما عدد مماسات الدائرة التي يمكن رسمها من نقطة خارجها، ومن نقطة عليها، ومن نقطة داخلها؟ برّر إجابتك. **انظر الهامش**

(29) **مماسًا الدائرة المرسومان** من نقطة واحدة خارجها متطابقان، وفق النظرية 8.11؛ لذا فإن $\overline{XY} \cong \overline{XZ}$ وكذلك $\overline{XZ} \cong \overline{XW}$. إذن: $\overline{XY} \cong \overline{XZ} \cong \overline{XW}$ وذلك وفق خاصية التعدي.

تنبيه لحل سؤال

الفرجار والمسطرة:

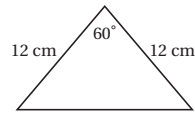
يتطلب السؤالان 26، 28 استعمال فرجار ومسطرة.

4 التقويم

بطاقة مكافأة: اكتب مثالًا على السبورة

لمثلث يتكون من المماس ونصف القطر والمستقيم المرسوم من مركز الدائرة إلى نقطة واقعة على المماس، ثم ضع أطوالاً على الشكل وحدّد مجهولاً، واطلب إلى الطلاب كتابة المعادلة اللازمة لإيجاد قيمة المجهول، وأن يقدموا الإجابة قبل مغادرتهم غرفة الصف.

تدريب على اختبار



(32) ما محيط المثلث المجاور؟ **C**

36 cm **C**
104 cm **D**

24 cm **A**
34.4 cm **B**

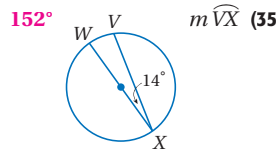
(31) نصف قطر $\odot P$ يساوي 10 cm، و $\overline{ED}$ مماسٌ لها عند D ، وتقع F على $\odot P$ وعلى القطعة المستقيمة $\overline{EP}$. إذا كان $ED = 24$ cm، فما طول $\overline{EF}$ ؟ **B**

21.8 cm **C**
26 cm **D**

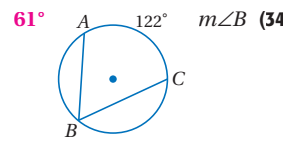
10 cm **A**
16 cm **B**

مراجعة تراكمية

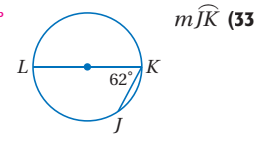
أوجد كل قياس ممّا يأتي: (الدرس 8-4)



(35) $m\widehat{WX}$

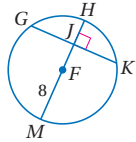


(34) $m\angle D$



(33) $m\widehat{JK}$

في $\odot F$ ، إذا كان: $GK = 14$ cm، $m\widehat{GK} = 142^\circ$ ، فأوجد كلّاً من القياسات الآتية: (الدرس 8-3)



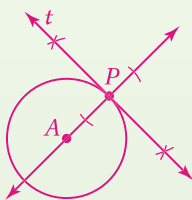
(38) $m\widehat{KM}$

(37) $\widehat{JK}$ 7cm

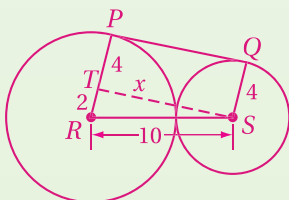
(36) $m\widehat{GH}$ 71°

إجابات:

(26) إجابة ممكنة:

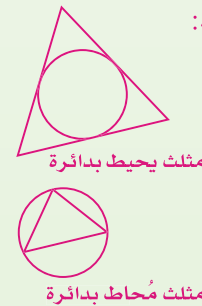


(27) إجابة ممكنة:



باستعمال نظرية فيثاغورس ينتج أن:
 $2^2 + x^2 = 10^2$ ، إذن $x \approx 9.8$ ،
وبما أن $TPQS$ مستطيل، فإن:
 $PQ = x = 9.8$.

(28) إجابة ممكنة:



(30) يمكن رسم مماسين من نقطة خارج الدائرة حيث إن كلّاً منهما يمس الدائرة في نقطة واحدة، وفي جهتين متقابلتين، في حين يمكن رسم مماس واحد فقط من نقطة على الدائرة؛ لأن المماس هو مستقيم يقطع الدائرة في نقطة واحدة فقط، بينما لا يمكن رسم أي مماس من نقطة داخل الدائرة؛ لأن المستقيم المار بداخل الدائرة يقطعها في نقطتين.



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 5 - 8

دون			ضمن			فوق المتوسط					
تدريبات إعادة التعليم (26)											
الاسم			التاريخ			الاسم			التاريخ		
8-5 تدريبات إعادة التعليم						8-5 تدريبات إعادة التعليم					
المماسات						المماسات					
المماسات، مماس الدائرة						المماسات، مماس الدائرة					
المماس هو مستقيم يقع في المستوى نفسه الذي تقع فيه الدائرة، ويقطعها في نقطة واحدة فقط، تسمى نقطة التماس، وهناك علاقات مهمة عدة تتعلق بالمماسات.						المماس هو مستقيم يقع في المستوى نفسه الذي تقع فيه الدائرة، ويقطعها في نقطة واحدة فقط، تسمى نقطة التماس، وهناك علاقات مهمة عدة تتعلق بالمماسات.					
المماس المشترك مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة تقيس دائرتين واقعتين في المستوى نفسه.						المماس المشترك مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة تقيس دائرتين واقعتين في المستوى نفسه.					
8.10 يكون المستقيم مماساً للدائرة في المستوى نفسه، إذا كان $RS \perp RS$ ، فإن RS مماس لـ P . نصف القطر المار بنقطة التماس.						8.10 يكون المستقيم مماساً للدائرة في المستوى نفسه، إذا كان $RS \perp RS$ ، فإن RS مماس لـ P . نصف القطر المار بنقطة التماس.					
8.11 إذا رسمت قطعتان مستقيمتان مماساتاً لـ P ، فإن $SR \cong ST$ و $SR \perp ST$ من نقطة خارجها، فإنها متطابقتان.						8.11 إذا رسمت قطعتان مستقيمتان مماساتاً لـ P ، فإن $SR \cong ST$ و $SR \perp ST$ من نقطة خارجها، فإنها متطابقتان.					
مثال: AB مماس لـ C عند B ، AB مماس لـ C عند B . أوجد قيمة x .						مثال: AB مماس لـ C عند B ، AB مماس لـ C عند B . أوجد قيمة x .					
أوجد قيمة x ، مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً، مقررًا إيجابيتك إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك:						أوجد قيمة x ، مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً، مقررًا إيجابيتك إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك:					
1)						1)					
2)						2)					
3)						3)					
4)						4)					
5)						5)					
6)						6)					
7)						7)					
8)						8)					

دون			ضمن			فوق					
تدريبات إعادة التعليم - تنمة (27)											
الاسم			التاريخ			الاسم			التاريخ		
8-5 تدريبات إعادة التعليم						8-5 تدريبات إعادة التعليم					
المماسات						المماسات					
المماسات، مماس الدائرة						المماسات، مماس الدائرة					
المماس هو مستقيم يقع في المستوى نفسه الذي تقع فيه الدائرة، ويقطعها في نقطة واحدة فقط، تسمى نقطة التماس، وهناك علاقات مهمة عدة تتعلق بالمماسات.						المماس هو مستقيم يقع في المستوى نفسه الذي تقع فيه الدائرة، ويقطعها في نقطة واحدة فقط، تسمى نقطة التماس، وهناك علاقات مهمة عدة تتعلق بالمماسات.					
المماس المشترك مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة تقيس دائرتين واقعتين في المستوى نفسه.						المماس المشترك مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة تقيس دائرتين واقعتين في المستوى نفسه.					
8.10 يكون المستقيم مماساً للدائرة في المستوى نفسه، إذا كان $RS \perp RS$ ، فإن RS مماس لـ P . نصف القطر المار بنقطة التماس.						8.10 يكون المستقيم مماساً للدائرة في المستوى نفسه، إذا كان $RS \perp RS$ ، فإن RS مماس لـ P . نصف القطر المار بنقطة التماس.					
8.11 إذا رسمت قطعتان مستقيمتان مماساتاً لـ P ، فإن $SR \cong ST$ و $SR \perp ST$ من نقطة خارجها، فإنها متطابقتان.						8.11 إذا رسمت قطعتان مستقيمتان مماساتاً لـ P ، فإن $SR \cong ST$ و $SR \perp ST$ من نقطة خارجها، فإنها متطابقتان.					
مثال: AB مماس لـ C عند B ، AB مماس لـ C عند B . أوجد قيمة x .						مثال: AB مماس لـ C عند B ، AB مماس لـ C عند B . أوجد قيمة x .					
أوجد قيمة x ، مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً، مقررًا إيجابيتك إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك:						أوجد قيمة x ، مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً، مقررًا إيجابيتك إلى أقرب جزء من مئة إذا لزم ذلك:					
1)						1)					
2)						2)					
3)						3)					
4)						4)					
5)						5)					
6)						6)					
7)						7)					
8)						8)					

دون			ضمن			فوق					
تدريبات حل المسألة (28)											
الاسم			التاريخ			الاسم			التاريخ		
8-5 تدريبات المهارات						8-5 تدريبات المهارات					
المماسات						المماسات					
المماسات، مماس الدائرة						المماسات، مماس الدائرة					
حدد ما إذا كانت القطعة المستقيمة في كلٍّ من السؤالين الآتيين مماساً للدائرة المغطاة أم لا، وبيّر إيجابيتك.						حدد ما إذا كانت القطعة المستقيمة في كلٍّ من السؤالين الآتيين مماساً للدائرة المغطاة أم لا، وبيّر إيجابيتك.					
1)						1)					
2)						2)					
3)						3)					
4)						4)					
5)						5)					
6)						6)					
7)						7)					
8)						8)					

دون			ضمن			فوق					
تدريبات حل المسألة (29)											
الاسم			التاريخ			الاسم			التاريخ		
8-5 تدريبات حل المسألة						8-5 تدريبات حل المسألة					
المماسات						المماسات					
المماسات، مماس الدائرة						المماسات، مماس الدائرة					
حدد ما إذا كانت القطعة المستقيمة في كلٍّ من السؤالين الآتيين مماساً للدائرة المغطاة أم لا، وبيّر إيجابيتك.						حدد ما إذا كانت القطعة المستقيمة في كلٍّ من السؤالين الآتيين مماساً للدائرة المغطاة أم لا، وبيّر إيجابيتك.					
1) قنوت، الجزء السفلي من قنات أسستية يشبه شكل الحرف "V"، وأثناء سير ياسر بمحاذاة القناة، سقط منه أنبوب أسطواني الشكل في القناة التي كانت جافة حينها فلاحظ جاني القناة، وبظهر الشكل أدناه، فقطعوا عرضاً للأنبوب في أسفل القناة، قارن بين الطولين AV و BV ، ووضح إيجابيتك.						1) قنوت، الجزء السفلي من قنات أسستية يشبه شكل الحرف "V"، وأثناء سير ياسر بمحاذاة القناة، سقط منه أنبوب أسطواني الشكل في القناة التي كانت جافة حينها فلاحظ جاني القناة، وبظهر الشكل أدناه، فقطعوا عرضاً للأنبوب في أسفل القناة، قارن بين الطولين AV و BV ، ووضح إيجابيتك.					
2) بركة سياحة، يقف حمد على مسافة 36 ft من حافة بركة دائرية، إذا كانت المسافة بين حافة نقطة التماس على البركة 48 ft، كما في الشكل أدناه، فما طول نصف قطر البركة؟						2) بركة سياحة، يقف حمد على مسافة 36 ft من حافة بركة دائرية، إذا كانت المسافة بين حافة نقطة التماس على البركة 48 ft، كما في الشكل أدناه، فما طول نصف قطر البركة؟					
3) مثلثات، رُسمت دائرة داخل مثلث قياسات زواياه 40° ، 60° ، 80° ، إذا رُسم من كل نقطة من نقاط التماس مثلثاً محاطاً بدائرة، كما في الشكل أدناه، فما قياسات زوايا المثلث الداخلي؟ وضح إيجابيتك.						3) مثلثات، رُسمت دائرة داخل مثلث قياسات زواياه 40° ، 60° ، 80° ، إذا رُسم من كل نقطة من نقاط التماس مثلثاً محاطاً بدائرة، كما في الشكل أدناه، فما قياسات زوايا المثلث الداخلي؟ وضح إيجابيتك.					
4) دمج، رسم محمود التصميم البيئي أدناه، والمكون من دوائر مرسومة داخل مثلث متطابق الأضلاع.						4) دمج، رسم محمود التصميم البيئي أدناه، والمكون من دوائر مرسومة داخل مثلث متطابق الأضلاع.					
5) تصميم، رسم محمود التصميم البيئي أدناه، والمكون من دوائر مرسومة داخل مثلث متطابق الأضلاع.						5) تصميم، رسم محمود التصميم البيئي أدناه، والمكون من دوائر مرسومة داخل مثلث متطابق الأضلاع.					
6) دمج، رسم محمود التصميم البيئي أدناه، والمكون من دوائر مرسومة داخل مثلث متطابق الأضلاع.						6) دمج، رسم محمود التصميم البيئي أدناه، والمكون من دوائر مرسومة داخل مثلث متطابق الأضلاع.					
7) دمج، رسم محمود التصميم البيئي أدناه، والمكون من دوائر مرسومة داخل مثلث متطابق الأضلاع.						7) دمج، رسم محمود التصميم البيئي أدناه، والمكون من دوائر مرسومة داخل مثلث متطابق الأضلاع.					
8) دمج، رسم محمود التصميم البيئي أدناه، والمكون من دوائر مرسومة داخل مثلث متطابق الأضلاع.						8) دمج، رسم محمود التصميم البيئي أدناه، والمكون من دوائر مرسومة داخل مثلث متطابق الأضلاع.					

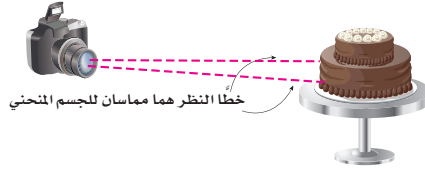
القاطع والمماس وقياسات الزوايا

Secant, Tangent, and Angle Measures

لماذا؟

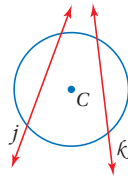


معدل مجال الرؤية عند الإنسان يساوي 180° تقريباً، ولكن زاوية الرؤية في معظم آلات التصوير أضيق من ذلك بكثير، فهي تتراوح بين 20° و 50° . وتحدد زاوية الرؤية في آلات التصوير مقدار ما يمكن أن تلتقطه آلة التصوير على الفيلم من الأجسام المنحنية.



التقاطع على الدائرة أو داخلها: القاطع هو مستقيم يقطع الدائرة في نقطتين فقط، فالمستقيمان j ، k هما قاطعان للدائرة C .

عندما يتقاطع قاطعان داخل دائرة، فإن الزوايا المتكوّنة ترتبط بالأقواس التي تقابلها.

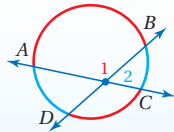


أضف إلى

مطوياتك

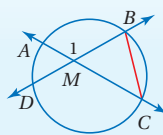
نظرية 8.12

التعبير اللفظي: إذا تقاطع قاطعان أو وتران داخل دائرة، فإن قياس الزاوية المتكوّنة من التقاطع يساوي نصف مجموع قياسي القوس المقابل لهذه الزاوية والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالرأس.



$$m\angle 2 = \frac{1}{2}(m\widehat{DA} + m\widehat{BC}) \text{ و } m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\widehat{AB} + m\widehat{CD})$$

مثال:



المعطيات: $\overleftrightarrow{AC}$ ، $\overleftrightarrow{BD}$ قاطعان للدائرة ويتقاطعان داخلها في M .

$$m\angle 1 = \frac{1}{2}(m\widehat{AB} + m\widehat{CD})$$

المطلوب:**البرهان:**

تعلم أن $\overleftrightarrow{AC}$ ، $\overleftrightarrow{BD}$ قاطعان للدائرة، وأنهما يتقاطعان داخلها في M .

ارسم القطعة المستقيمة BC ؛ لتحصل على المثلث MBC وهذا سيقودنا إلى ما يلي:

المبررات	العبارات
(1) نظرية الزاوية الخارجية للمثلث	$m\angle 1 = m\angle MBC + m\angle MCB$ (1)
(2) قياس الزاوية المحيطة يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.	$m\angle MBC = \frac{1}{2} m\widehat{DC}$, $m\angle MCB = \frac{1}{2} m\widehat{BA}$ (2)
(4) بالتعويض	$m\angle 1 = \frac{1}{2} m\widehat{DC} + \frac{1}{2} m\widehat{BA}$ (3)
(4) خاصية التوزيع	$m\angle 1 = \frac{1}{2} (m\widehat{DC} + m\widehat{BA})$ (4)

مصادر الدرس 8-6

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنوع التعليم ص (217, 218)	• تنوع التعليم ص (217, 218, 223)	• تنوع التعليم ص (217, 218, 223)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (27)	• كتاب التمارين ص (27)	• كتاب التمارين ص (27)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (31)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (31)	• تدريبات حل المسألة، ص (34)
	• تدريبات المهارات، ص (33)	• تدريبات المهارات، ص (33)	• التدريبات الإثرائية، ص (35)
	• تدريبات حل المسألة، ص (34)	• تدريبات حل المسألة، ص (34)	
	• تدريبات الإثرائية، ص (35)	• تدريبات الإثرائية، ص (35)	

1 التركيز

التربيط الرأسي

ما قبل الدرس 8-6

إيجاد أطوال القطع المستقيمة المتكوّنة من مماسات الدائرة.

الدرس 8-6

إيجاد قياسات الزوايا المتكوّنة من مستقيمين يتقاطعان داخل الدائرة أو عليها.

إيجاد قياسات الزوايا المتكوّنة من مستقيمين يتقاطعان خارج الدائرة.

ما بعد الدرس 8-6

إيجاد أطوال القطع المستقيمة المتكوّنة من تقاطع مستقيمين داخل الدائرة أو خارجها.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

اسأل:

- ما النسبة المئوية للقياس 180° من الدائرة؟ 50%

- إذا كانت زاوية الرؤية لآلة تصوير 50° ، فكم درجة تقل هذه الزاوية عن معدل زاوية الرؤية للإنسان؟ 130°

طريقة بديلة:

في المثال 1b، يمكننا إيجاد $m\angle DEB$ بحساب مجموع قياسي $\widehat{AC}$ ، $\widehat{BD}$ أولاً.

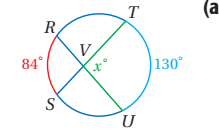
$$\begin{aligned} m\widehat{AC} + m\widehat{BD} &= 360^\circ - (m\widehat{AB} + m\widehat{CD}) \\ &= 360^\circ - (143^\circ + 75^\circ) \\ &= 142^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m\angle DEB &= \frac{1}{2} (m\widehat{AC} + m\widehat{BD}) \\ &= \frac{1}{2} (142^\circ) = 71^\circ \end{aligned}$$

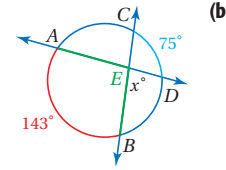
مثال 1

استعمال القاطعين أو وترين المتقاطعين

أوجد قيمة x في كلٍّ من الأشكال الآتية:



$$\begin{aligned} \text{النظرية 8.12} \quad m\angle TVU &= \frac{1}{2} (m\widehat{RS} + m\widehat{UT}) \\ \text{بالتعويض} \quad x^\circ &= \frac{1}{2} (84^\circ + 130^\circ) \\ \text{بالتبسيط} &= \frac{1}{2} (214^\circ) = 107^\circ \end{aligned}$$

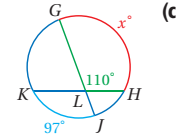


$$\begin{aligned} \text{الخطوة 1: أوجد } m\angle AEB. \\ \text{النظرية 8.12} \quad m\angle AEB &= \frac{1}{2} (m\widehat{AB} + m\widehat{DC}) \\ \text{بالتعويض} &= \frac{1}{2} (143^\circ + 75^\circ) \\ \text{بالتبسيط} &= \frac{1}{2} (218^\circ) = 109^\circ \end{aligned}$$

الخطوة 2: أوجد قيمة x ؛ أي قياس $\angle DEB$.

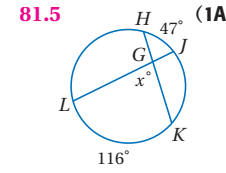
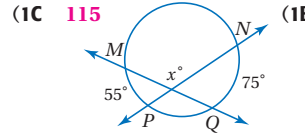
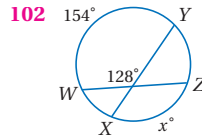
$\angle AEB$ ، $\angle DEB$ زاويتان متكاملتان.

$$x^\circ = 180^\circ - 109^\circ = 71^\circ$$



$$\begin{aligned} \text{النظرية 8.12} \quad m\angle GLH &= \frac{1}{2} (m\widehat{HG} + m\widehat{KJ}) \\ \text{بالتعويض} \quad 110^\circ &= \frac{1}{2} (x^\circ + 97^\circ) \\ \text{بضرب كلا الطرفين في 2} \quad 220^\circ &= (x^\circ + 97^\circ) \\ \text{بطرح 97 من كلا الطرفين} \quad 123^\circ &= x^\circ \end{aligned}$$

تحقق من فهمك

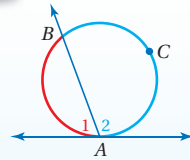


تذكر النظرية 8.6، والتي تنص على أن قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها، وتبقى هذه النظرية صحيحة إذا كان أحد ضلعي الزاوية مماساً للدائرة، وتسمى الزاوية في هذه الحالة الزاوية المماسية.

نظرية 8.13

نظرية الزاوية المماسية

أضف إلى
مطوبتك



التعبير اللفظي: إذا تقاطع مماس وقاطع عند نقطة التماس، فإن قياس كل زاوية متكونة من التقاطع يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

$$m\angle 2 = \frac{1}{2} m\widehat{ACB} \quad \text{و} \quad m\angle 1 = \frac{1}{2} m\widehat{AB}$$

مثال:

ستبرهن النظرية 8.13 في السؤال 27

الدرس 8-6 القاطع والمماس وقياسات الزوايا 217

التقاطع على الدائرة
أو في داخلها

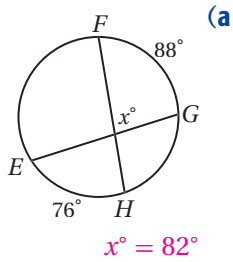
المثالان 1، 2 يبينان كيفية استعمال نظريات هذا الدرس في إيجاد قياسات الزوايا والأقواس الناتجة عن تقاطع قاطعين أو وترين داخل الدائرة أو عليها.

التقويم التكويني

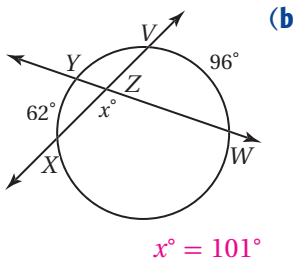
استعمل تدريبات "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلاب المفاهيم.

مثال إضافي

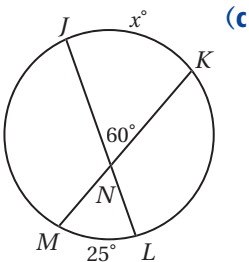
أوجد قيمة x في كلٍّ من الأشكال أدناه:



$$x^\circ = 82^\circ$$



$$x^\circ = 101^\circ$$



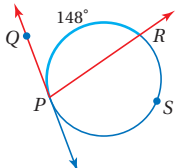
$$x^\circ = 95^\circ$$

تنويع التعليم

دون ضمن فوق

المتعلمون الطبيعيون: وضح للطلاب أن العلاقات التي ذكرت وعُرفت في هذا الدرس هي علاقات تحدث في الطبيعة وفي حياتنا اليومية، وقد تم تعريفها وشرحها رياضياً، وأخبرهم أن العلماء على اختلاف تخصصاتهم يستعملون هذه العلاقات؛ لتفحص أشياء مختلفة كقطرة الماء أو فقاعة الصابون أو الخلايا أو الأحياء الدقيقة، كما أنها تستخدم في التصميمات الهندسية لبناء الجسور والأبراج والميادين وتقاطعات الطرق المحيطة بها، وما إلى ذلك من الأشياء الدائرية. ثم اطلب إليهم إعطاء أمثلة من واقع حياتهم اليومية تستخدم فيها تلك العلاقات.

أوجد كلاً من القياسات الآتية:

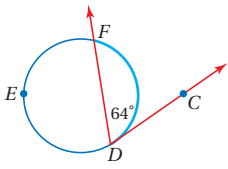
 $m\angle QPR$ (a)

النظرية 8.13

$$m\angle QPR = \frac{1}{2} m\widehat{QR}$$

بالتعويض والتبسيط

$$= \frac{1}{2} (148^\circ) = 74^\circ$$

 $m\widehat{DEF}$ (b)

النظرية 8.13

$$m\angle CDF = \frac{1}{2} m\widehat{CD}$$

بالتعويض

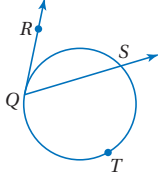
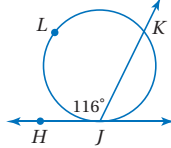
$$64^\circ = \frac{1}{2} m\widehat{CD}$$

بضرب كلا الطرفين في 2

$$128^\circ = m\widehat{CD}$$

$$m\widehat{DEF} = 360^\circ - m\widehat{CD} = 360^\circ - 128^\circ = 232^\circ$$

تحقق من فهمك

(2B) إذا كان: $m\widehat{QTS} = 238^\circ$ ، فأوجد $m\angle RQS$. 61° (2A) أوجد $m\widehat{LK}$. 232° 

التقاطع خارج الدائرة: يمكن أن يتقاطع قاطعان أو قاطع ومماس أو مماسان خارج الدائرة أيضًا، وهنا يرتبط قياس الزوايا المتكونة بقياسي القوسين المقابلين لها.

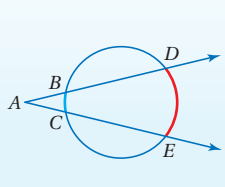
أضف إلى

مطوياتك

نظرية 8.14

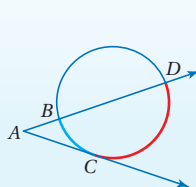
التعبير اللفظي: إذا تقاطع قاطعان أو قاطع ومماس أو مماسان في نقطة خارج دائرة، فإن قياس الزاوية المتكونة يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسي القوسين المقابلين لها.

أمثلة:



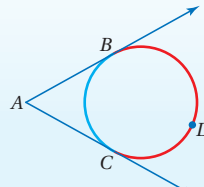
قاطعان

$$m\angle A = \frac{1}{2} (m\widehat{DE} - m\widehat{BC})$$



قاطع ومماس

$$m\angle A = \frac{1}{2} (m\widehat{DC} - m\widehat{BC})$$



مماسان

$$m\angle A = \frac{1}{2} (m\widehat{BDC} - m\widehat{BC})$$

ستبرهن النظرية 8.14 في الأسئلة 24-26

إرشادات للدراسة

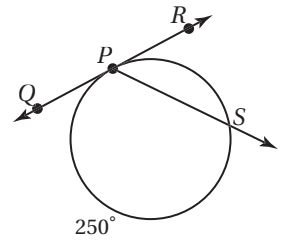
القيمة المطلقة:

يمكن التعبير عن قياس $\angle A$ في الحالات جميعها بنصف القيمة المطلقة للفرق بين قياسي القوسين، وهكذا لا يؤثر ترتيب القوسين في نتيجة الحسابات.

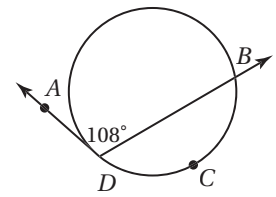
مثال إضافي

2

أوجد كلاً من القياسين الآتيين:

 $m\angle QPS$ (a)

$$m\angle QPS = 125^\circ$$

 $m\widehat{BD}$ (b)

$$m\widehat{BCD} = 144^\circ$$

المحتوى الرياضي

الوتر مقابل القاطع: قد يسألك

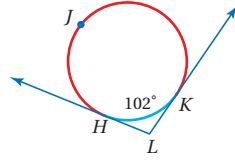
بعض الطلاب عن الفرق بين الوتر والقاطع، ولماذا يوجد تسميتان لشيء واحد يقطع الدائرة في نقطتين، وهذا السؤال يتطلب مراجعة موضوع القطعة المستقيمة التي هي جزء من مستقيم، وهكذا بالنسبة للوتر، فهو قطعة من القاطع، فالقاطع هو مستقيم يقطع الدائرة. أخبر الطلاب أن كل وتر يحويه قاطع، وأن كل قاطع يحوي وترًا.

تنويع التعليم

دون ضمن فوق

تنويع التعليم: امنح الطلاب الوقت الكافي لتكوين أمثلة على النظريات مثل نظرية 8.14؛ إذ إن هناك صعوبة في تذكر هذه النظريات، فعندما يرسم الطلاب أمثلتهم، نجد أنه قد يسهل عليهم تذكر هذه النظريات، أو اشتقاق هذه العلاقات لاحقًا.

أوجد كلاً من القياسين الآتيين:

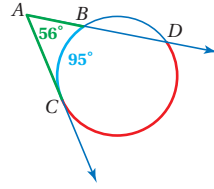
 $m\angle L$ (a)

النظرية 8.14

بالتعويض

بالتبسيط

$$\begin{aligned} m\angle L &= \frac{1}{2} (m\widehat{HJK} - m\widehat{HK}) \\ &= \frac{1}{2} [(360^\circ - 102^\circ) - 102^\circ] \\ &= \frac{1}{2} (258^\circ - 102^\circ) = 78^\circ \end{aligned}$$

 $m\widehat{CD}$ (b)

النظرية 8.14

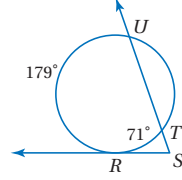
بالتعويض

بضرب كلا الطرفين في 2

بإضافة 95 لكلا الطرفين

$$\begin{aligned} m\angle A &= \frac{1}{2} (m\widehat{CD} - m\widehat{BC}) \\ 56^\circ &= \frac{1}{2} (m\widehat{CD} - 95^\circ) \\ 112^\circ &= m\widehat{CD} - 95^\circ \\ 207^\circ &= m\widehat{CD} \end{aligned}$$

تحقق من فهمك

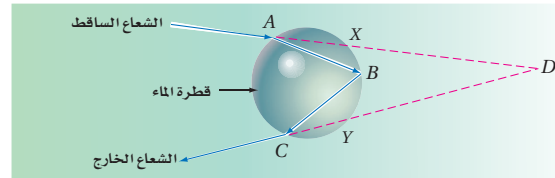
 $m\angle S$ (3A)

يمكنك تطبيق خصائص القواطع المتقاطعة، لحل مسائل من واقع الحياة.

تطبيق خصائص القواطع المتقاطعة خارج الدائرة

مثال 4 من واقع الحياة

علوم: يُبين الشكل أدناه انكسار شعاع ضوء في قطرة ماء، وانحرافه عن مساره عند النقاط A, B, C ، إذا كان $m\widehat{AC} = 128^\circ$ و $m\widehat{XY} = 84^\circ$ ، فما قيمة $m\angle D$ ؟



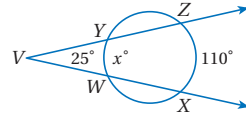
نظرية 8.14

بالتعويض

بالتبسيط

$$\begin{aligned} m\angle D &= \frac{1}{2} (m\widehat{AC} - m\widehat{XY}) \\ &= \frac{1}{2} (128^\circ - 84^\circ) \\ &= \frac{1}{2} (44^\circ) = 22^\circ \end{aligned}$$

تحقق من فهمك

(4) أوجد قيمة x في الشكل المجاور. 60

التقاطع خارج الدائرة

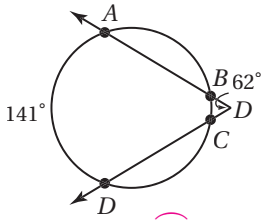
المثالان 3, 4 يبينان كيفية استعمال

النظريات المتعلقة بالقاطع والمماس؛
لإيجاد قياس الزاوية أو طول القوس الناتج
عن التقاطع خارج الدائرة.

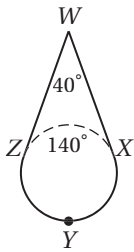
مثالان إضافيان

أوجد كلاً من القياسين الآتيين:

3

 $m\widehat{BC}$ (a)

$$m\widehat{BC} = 17^\circ$$

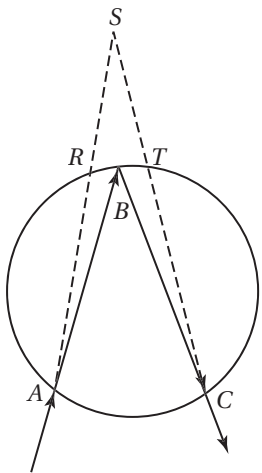
 $m\widehat{XYZ}$ (b)

$$m\widehat{XYZ} = 220^\circ$$

4

فيزياء:

يُبين الرسم الآتي مسار
شعاع ضوئي عندما يسقط على قطعة
من الألماس، فيغير الشعاع مساره أو
ينكسر عند النقاط A, B, C ، إذا كان:
 $m\widehat{AC} = 96^\circ$, $m\angle S = 35^\circ$
فأوجد $m\widehat{RT}$ ؟



$$m\widehat{RT} = 26^\circ$$

التعليم باستعمال التقنيات

تسجيل مرئي: اطلب إلى الطلاب

العمل ضمن مجموعات؛ لعمل
مقطع تسجيل مرئي يوضحون خلاله
النظريات الثلاث لحالات تقاطع
القواطع والمماسات خارج الدائرة،
ثم اطلب إليهم تحديد أوجه الشبه
وأوجه الاختلاف بين هذه النظريات.

الربط مع الحياة

يتفاوت معامل الانكسار من
وسط إلى آخر، ويُعبّر عن
معامل الانكسار N لوسط
شفاف ما بالصيغة $N = \frac{c}{V}$ ،
حيث c سرعة الضوء في
الفراغ و V سرعة الضوء
في ذلك الوسط.

موقع رأس الزاوية	نماذج	قياس الزاوية
على الدائرة		نصف قياس القوس المقابل $m\angle 1 = \frac{1}{2}x^\circ$
داخل الدائرة		نصف مجموع قياسي القوس المقابل للزاوية، والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالرأس. $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x^\circ + y^\circ)$
خارج الدائرة		نصف الفرق الموجب بين قياسي القوسين المقابلين لها $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x^\circ - y^\circ)$

3 التدريب

التقويم التكويني

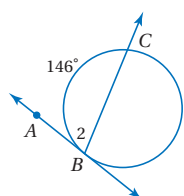
استعمل التمارين 1-7؛ للتأكد من فهم الطلاب، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

تأكد

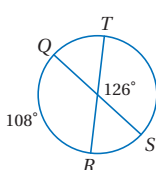
أوجد كلاً من القياسات الآتية، مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً.

المثالان 1, 2

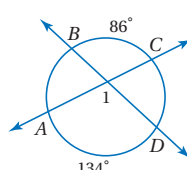
73° $m\angle 2$ (3)



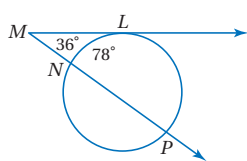
144° $m\widehat{TS}$ (2)



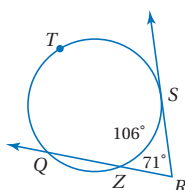
110° $m\angle 1$ (1)



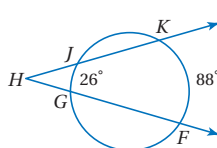
150° $m\widehat{LP}$ (6)



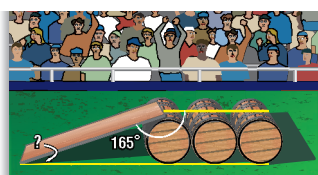
248° $m\widehat{QTS}$ (5)



31° $m\angle H$ (4)



المثالان 3, 4



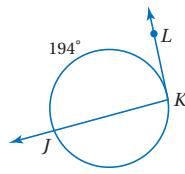
(7) ألعاب بهلوانية: تُبَنَّت سطح مائل على البرميل الأول من مجموعة براميل رُبطت مع بعضها؛ ليقدم عليها لاعب السيرك عروضه المثيرة على دراجة نارية. ما قياس الزاوية التي يصنعها السطح المائل مع الأرض؟ 15°

تنويع الواجبات المنزلية

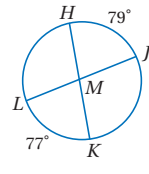
المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	32-42، 31، 29، 8-18
ضمن المتوسط	32-42، 31، 24-29، 9-19 فردي، 32-42
فوق المتوسط	20-39، (اختياري: 40-42)

المثالان 1, 2 أوجد كلاً من القياسات الآتية:

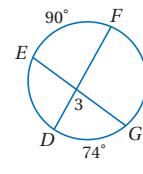
97° $m\angle K$ (10)



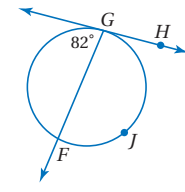
102° $m\angle JMK$ (9)



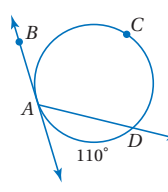
82° $m\angle 3$ (8)



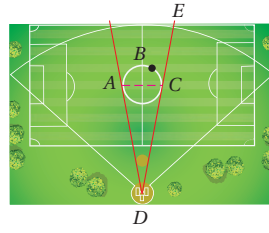
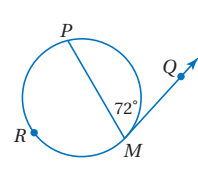
196° $m\widehat{GJF}$ (13)



125° $m\angle DAB$ (12)



144° $m\widehat{PM}$ (11)



14 رياضة: يُمثل الشكل المجاور ملعباً رياضياً متعدد الأغراض،

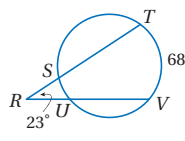
إذا كان: $m\widehat{ABC} = 200^\circ$ ، فأوجد كلاً من القياسين الآتيين:

100° $m\angle ACE$ (a)

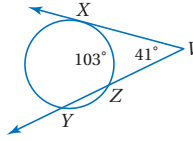
20° $m\angle ADC$ (b)

المثالان 3, 4 أوجد كلاً من القياسات الآتية:

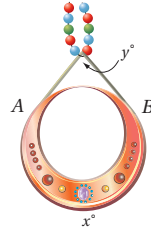
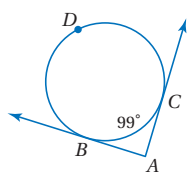
22° $m\widehat{SU}$ (17)



185° $m\widehat{XY}$ (16)



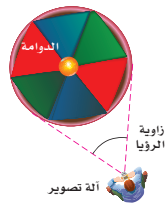
81° $m\angle A$ (15)



18 مجوهرات: يظهر في الشكل المجاور جزء من قلادة،

A و B نقطتا تماس فيها، إذا كانت $x^\circ = 260^\circ$ ،

فأوجد قيمة y° ؟ 80°



19 تصوير: استعدّ مصوّر لالتقاط صورة بآلة التصوير للعبة الدوّامة الدائرية،

بحيث كان خطاً النظر مماسين لها، كما في الشكل المجاور .

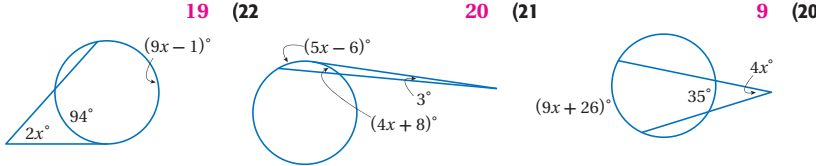
(a) إذا كانت زاوية الرؤية لآلة التصوير تساوي 35° ، فما قياس قوس الدوّامة

الذي سيظهر في الصورة؟ 145°

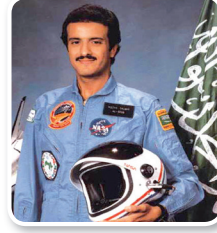
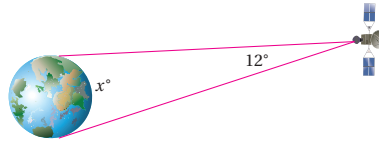
(b) إذا أردت التقاط صورة لقوس قياسه 150° ، فما قياس زاوية الرؤية

التي يجب استعمالها؟ 30°

جبر: أوجد قيمة x في كلٍّ مما يأتي:



23) **فضاء:** يدور قمر اصطناعي في مدار فوق خط الاستواء، أوجد قيمة x° ، وهي قياس القوس المرئي من الأرض بالنسبة للقمر الاصطناعي. **168°**



الربط مع الحياة

أول رائد فضاء سعودي هو صاحب السمو الملكي الأمير سلطان بن سلمان بن عبدالعزيز على متن مكوك الفضاء (ديسكفري) رحلة رقم STS-51G في 29 من رمضان 1405 هـ الموافق 17 يونيو 1985 م.

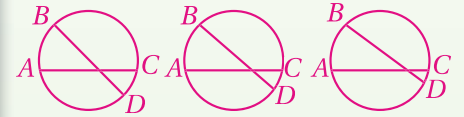
تنبيه لحل سؤال الفرجار والمسطرة:

يتطلب السؤالان 28, 32 استعمال فرجار ومسطرة.

تمثيلات متعددة: في السؤال 28، يستعمل الطلاب الأشكال الهندسية، والجداول، وكذلك الوصف اللفظي؛ لاستقصاء العلاقة بين النظريتين 8.5, 8.11.

إجابات:

28a) إجابة ممكنة:



(28b)

القوس	الدائرة 1	الدائرة 2	الدائرة 3
$\widehat{CD}$	25	15	5
$\widehat{AB}$	50	50	50
x	37.5	32.5	27.5

28c) عندما يقترب $m\widehat{CD}$ من الصفر،

فإن قيمة x° تقترب من نصف $m\widehat{AB}$ ، وعندما يصبح $m\widehat{CD} = 0$ ، فإن $\angle AEB$ تصبح زاوية محيطية.

(28d)

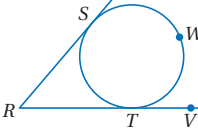
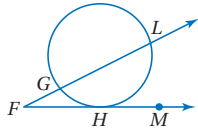
$$x = \frac{1}{2} (m\widehat{AB} + m\widehat{CD})$$

$$(x = \frac{1}{2} (m\widehat{AB} + 0))$$

$$x = \frac{1}{2} m\widehat{AB}$$

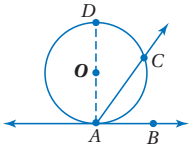
برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لكل حالة من حالات النظرية 8.14 (24, 25) انظر ملحق الإجابات. (إرشاد: ارمس وترًا يصل نقطتي تقاطع القاطعان أو المماس أو المماسان مع الدائرة).

حالة 1 (24) **المعطيات:** $\overline{AD}$ و $\overline{AE}$ قاطعان للدائرة **المطلوب:** $m\angle A = \frac{1}{2} (m\widehat{DE} - m\widehat{BC})$
 حالة 2 (25) **المعطيات:** $\overline{FM}$ مماس للدائرة و $\overline{FL}$ قاطع لها **المطلوب:** $m\angle F = \frac{1}{2} (m\widehat{LH} - m\widehat{GH})$



حالة 3 انظر ملحق الإجابات.

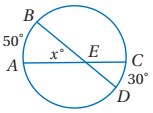
المعطيات: $\overline{RV}$ و $\overline{RS}$ مماسان للدائرة **المطلوب:** $m\angle R = \frac{1}{2} (m\widehat{SWT} - m\widehat{ST})$



المطلوب: إثبات أن $m\angle CAB = \frac{1}{2} m\widehat{CA}$. انظر ملحق الإجابات.

(b) برهن نظرية 8.13 إذا كانت الزاوية في فرع (a) زاوية منفرجة. انظر ملحق الإجابات.

تمثيلات متعددة: في هذا السؤال ستستكشف العلاقة بين النظريتين 8.6, 8.12، (a-d) انظر الهامش.



(a) **هندسيًا:** انقل الشكل المجاور إلى دفترك. ثم ارمس ثلاثة أشكال متتالية بحيث يتحرك موقع D مقتربًا من C ، مع بقاء A, B ثابتة في مواقعها.

(b) **جدوليًا:** قُدِّر قياس $\widehat{CD}$ لكلٍّ من الدوائر المتتالية، سجِّل قياسات $\widehat{AB}$ و $\widehat{CD}$ في جدول، ثم أوجد قيمة x لكلٍّ من هذه الدوائر.

(c) **لفظيًا:** صف العلاقة بين $m\widehat{AB}$ وقيمة x عندما يقترب $m\widehat{CD}$ من الصفر. ما نوع $\angle AEB$ عندما يكون $m\widehat{CD} = 0$ ؟

(d) **تحليليًا:** اكتب برهانًا جبريًا لإثبات ما توصلت إليه في الفقرة c.

مسائل مهارات التفكير العليا

(29) أجد الفرق بين القوسين المحدودين وأقسمه على 2

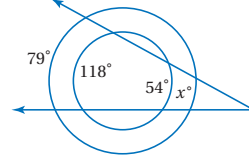
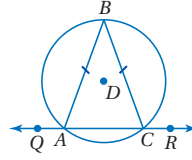
(33) إجابة ممكنة: باستعمال النظرية 8.14، نجد أن:

$(x^\circ) = \frac{1}{2}((360^\circ - x^\circ) - x^\circ)$
وبحل المعادلة، نجد أن قياس القوس الأول 120° ؛ ويتكرر هذه العملية بالنسبة للزاوية 50° ، نجد أن قياس القوس الثاني 130° ، ويمكن إيجاد قياس القوس الثالث بجمع $130^\circ + 120^\circ$ وطرح الناتج من 360° ، فيكون قياس القوس الثالث 110°

(29) اكتب: اشرح كيفية إيجاد قياس الزاوية المكوّنة من تقاطع القاطع والمماس خارج الدائرة.

(30) تحدّ: إذا كانت الدائرتان أدناه متحدتين في المركز، فما قيمة x° ؟ 15

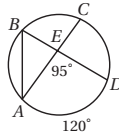
انظر الهامش



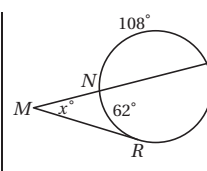
(32) مسألة مفتوحة: ارسم دائرة ومماسين لها متقاطعين، واستعمل المنقلة لقياس الزاوية المكوّنة، ثم أوجد قياس كل من القوسين الأكبر والأصغر المتكوّنين. برّر إجابتك. انظر الهامش

(33) اكتب: رُسمت دائرة محاطة بالمثلث PQR . إذا كان: $m\angle P = 50^\circ$ ، $m\angle Q = 60^\circ$ ، فصّف طريقة إيجاد قياس الأقواس الثلاثة الصغرى المكوّنة من نقاط التماس.

تدريب على اختبار



(35) إذا كان: $m\angle AED = 95^\circ$ ، $m\widehat{AD} = 120^\circ$ فأوجد $m\angle BAC$ ؟ 35°

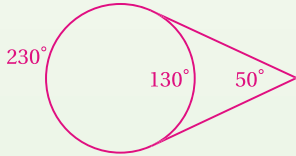


(34) إذا كان: $m\widehat{NR} = 62^\circ$ ، $m\widehat{NP} = 108^\circ$ فما قيمة x° ؟
A 23°
B 31°
C 64°
D 128°

إجابات:

(31) إجابة ممكنة: $m\widehat{AB} = m\widehat{BC}$ ، لأن المثلث متطابق الضلعين؛ إذن:
 $m\angle QAB = m\angle RCB$ ؛ لأن الزوايا المُكمّلة لزاويا متطابقة تكون متطابقة.
وبما أن: $m\angle QAB = m\angle RCB$ ، إذن: $m\widehat{AB} = m\widehat{BC}$

(32) إجابة ممكنة:

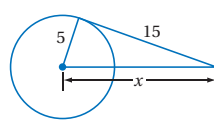


بتطبيق النظرية 8.13، يكون
 $m\angle 1 = \frac{1}{2}(x^\circ - y^\circ)$
إذن $50^\circ = \frac{1}{2}[(360^\circ - x^\circ) - x^\circ]$
إذن (قياس القوس الأصغر) $x^\circ = 130^\circ$ ،
(قياس القوس الأكبر) $y = 360^\circ - 130^\circ = 230^\circ$

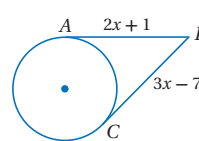
مراجعة تراكمية

أوجد قيمة x في كل ممّا يأتي، مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً. (الدرس 8-5)

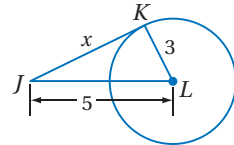
38



37



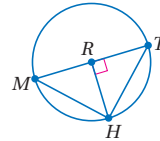
4



36

(39) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين. (الدرس 8-4)

المعطيات: $\widehat{MHT}$ نصف دائرة، $\overline{RH} \perp \overline{TM}$.
المطلوب: $\frac{TR}{RH} = \frac{TH}{HM}$ انظر ملحق الإجابات



استعد للدرس اللاحق

حلّ كلّاً من المعادلات الآتية:

$$-\frac{5}{2}x^2 + 5x = -\frac{25}{4} \quad (42)$$

$$3x^2 - 6x = -9 \quad (41)$$

$$-4, -9 \quad x^2 + 13x = -36 \quad (40)$$

الدرس 8-6 القاطع والمماس وقياسات الزوايا 223

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: إذا قطع وتران في الدائرة قوسين، قياس كلّ منهما 75° ، فما العلاقة بين هذين الوترين؟
إذا كان لكل من القوسين نقطتي طرفين مختلفين عند كلّ من الوترين، فإن الوترين متوازيان أو متقاطعان أو غير متوازيين، وإذا وقع طرفا كلّ قوس على الوتر نفسه، فإن الوترين متطابقان، وإذا اشترك القوسان في أحد الطرفين، فإن الوترين متقاطعان عند ذلك الطرف.



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 6 - 8

دون تدريبات إعادة التعليم (31) الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-6 تدريبات إعادة التعليم القاطع والمماس وقياسات الزوايا القاطع على الدائرة أو داخلها: 8.12 إذا تقاطعت قاطعتان أو وتران داخل دائرة، فإن قياس الزاوية المكونة من القاطع يساوي نصف مجموع قياسي القوس المقابل لهذه الزاوية، والقوس المقابل للزاوية التي تقابلها بالراس. مثال 1: أوجد قيمة x في الشكل أدناه. مثال 2: أوجد قيمة y في الشكل أدناه. تمارين: أوجد كل من القياسات الآتية: 1. $m\angle 1 = 46^\circ$ 2. $m\widehat{GH} = 62^\circ$ 3. $m\angle 3 = 110^\circ$ 4. $m\widehat{RT} = 148^\circ$ 5. $m\angle 5 = 70^\circ$ 6. $m\angle 6 = 100^\circ$ 7. $m\angle R = 40^\circ$ 8. $m\angle K = 12^\circ$ 9. $m\angle U = 48^\circ$ 10. $m\angle S = 45^\circ$ 11. $m\widehat{DPA} = 264^\circ$ 12. $m\widehat{LJ} = 146^\circ$ الفصل 8، الدائرة	ضمن تدريبات إعادة التعليم (32) الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-6 تدريبات إعادة التعليم القاطع والمماس وقياسات الزوايا القاطع خارج الدائرة: 8.14 يمكن أن تقاطع قاطعتان أو قاطع ومماس أو مماسان خارج دائرة، فإن قياس الزاوية المكونة بقياسي القوسين المقابلين لها، بين قياسي القوسين المقابلين لها. مثال: أوجد $m\angle MPN$ في الشكل المجاور. تمارين: أوجد كل من القياسات الآتية: 1. $m\angle 1 = 20^\circ$ 2. $m\angle 2 = 40^\circ$ 3. $m\angle 3 = 40^\circ$ 4. $m\widehat{JP} = 30^\circ$ 5. $m\angle N = 130^\circ$ 6. $m\angle V = 15^\circ$ الفصل 8، الدائرة	فوق المتوسط تدريبات حل المسألة (33) الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-6 تدريبات المهارات القاطع والمماس وقياسات الزوايا أوجد كل من القياسات الآتية: 1. $m\angle 1 = 53^\circ$ 2. $m\angle 2 = 137^\circ$ 3. $m\angle 3 = 99^\circ$ 4. $m\angle 4 = 118^\circ$ 5. $m\angle 5 = 122^\circ$ 6. $m\angle 6 = 66^\circ$ 7. $m\angle R = 40^\circ$ 8. $m\angle K = 12^\circ$ 9. $m\angle U = 48^\circ$ 10. $m\angle S = 45^\circ$ 11. $m\widehat{DPA} = 264^\circ$ 12. $m\widehat{LJ} = 146^\circ$ الفصل 8، الدائرة
---	--	--

دون تدريبات حل المسألة (34) الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-6 تدريبات حل المسألة القاطع والمماس وقياسات الزوايا 1. تسمى: قطر، نظر محمد من خلال تلسكوب إلى منطقة جبلية، والشكل أدناه يبين ما رآه. مستقيمًا بالشكل أدناه، ما القيمة التقريبية لقياس الزاوية التي يصنعها جانب الجبل الممتد من A إلى B مع الأفق؟ 2. رادعور، رصد رادار مساري طائرتين، فظهر المساران على الشاشة كما في الشكل أدناه، فما قياس الزاوية الحادة بين مساري الطائرتين؟ 3. حامل الفوج، يعمل فارس رشاشه، فوضع لوحة رسم دائرية على حامل على شكل الحرف A، وشيها بدقة في وسط الحامل تسمى A، إذا كان قياس زاوية رأس الحامل 30° وقياس القوس BC يساوي 22°، فما قياس القوس AB؟ 4. مدّ ضلعي رأس الحامل بحيث تقطع الدائرة عند النقطتين D و E، وبما أن القاطعتين تقاطعا خارج الدائرة يكون $30^\circ = \frac{1}{2}(x^\circ - 22^\circ)$ $60^\circ = x^\circ - 22^\circ$ أو $x^\circ = 82^\circ$، وبما أن الدائرة في وسط الحامل $m\widehat{AB} = m\widehat{CD}$ يساوي $m\widehat{AB} = \frac{360^\circ - (82^\circ + 22^\circ)}{2}$ أي أن $m\widehat{AB} = 128^\circ$ الفصل 8، الدائرة	ضمن تدريبات حل المسألة (34) الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-6 تدريبات حل المسألة القاطع والمماس وقياسات الزوايا 1. تسمى: قطر، نظر محمد من خلال تلسكوب إلى منطقة جبلية، والشكل أدناه يبين ما رآه. مستقيمًا بالشكل أدناه، ما القيمة التقريبية لقياس الزاوية التي يصنعها جانب الجبل الممتد من A إلى B مع الأفق؟ 2. رادعور، رصد رادار مساري طائرتين، فظهر المساران على الشاشة كما في الشكل أدناه، فما قياس الزاوية الحادة بين مساري الطائرتين؟ 3. حامل الفوج، يعمل فارس رشاشه، فوضع لوحة رسم دائرية على حامل على شكل الحرف A، وشيها بدقة في وسط الحامل تسمى A، إذا كان قياس زاوية رأس الحامل 30° وقياس القوس BC يساوي 22°، فما قياس القوس AB؟ 4. مدّ ضلعي رأس الحامل بحيث تقطع الدائرة عند النقطتين D و E، وبما أن القاطعتين تقاطعا خارج الدائرة يكون $30^\circ = \frac{1}{2}(x^\circ - 22^\circ)$ $60^\circ = x^\circ - 22^\circ$ أو $x^\circ = 82^\circ$، وبما أن الدائرة في وسط الحامل $m\widehat{AB} = m\widehat{CD}$ يساوي $m\widehat{AB} = \frac{360^\circ - (82^\circ + 22^\circ)}{2}$ أي أن $m\widehat{AB} = 128^\circ$ الفصل 8، الدائرة	فوق تدريبات حل المسألة (34) الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-6 تدريبات حل المسألة القاطع والمماس وقياسات الزوايا 1. تسمى: قطر، نظر محمد من خلال تلسكوب إلى منطقة جبلية، والشكل أدناه يبين ما رآه. مستقيمًا بالشكل أدناه، ما القيمة التقريبية لقياس الزاوية التي يصنعها جانب الجبل الممتد من A إلى B مع الأفق؟ 2. رادعور، رصد رادار مساري طائرتين، فظهر المساران على الشاشة كما في الشكل أدناه، فما قياس الزاوية الحادة بين مساري الطائرتين؟ 3. حامل الفوج، يعمل فارس رشاشه، فوضع لوحة رسم دائرية على حامل على شكل الحرف A، وشيها بدقة في وسط الحامل تسمى A، إذا كان قياس زاوية رأس الحامل 30° وقياس القوس BC يساوي 22°، فما قياس القوس AB؟ 4. مدّ ضلعي رأس الحامل بحيث تقطع الدائرة عند النقطتين D و E، وبما أن القاطعتين تقاطعا خارج الدائرة يكون $30^\circ = \frac{1}{2}(x^\circ - 22^\circ)$ $60^\circ = x^\circ - 22^\circ$ أو $x^\circ = 82^\circ$، وبما أن الدائرة في وسط الحامل $m\widehat{AB} = m\widehat{CD}$ يساوي $m\widehat{AB} = \frac{360^\circ - (82^\circ + 22^\circ)}{2}$ أي أن $m\widehat{AB} = 128^\circ$ الفصل 8، الدائرة
--	--	--



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 6 - 8

فوق المتوسط

ضمن المتوسط

دون المتوسط

فوق ضمن دون

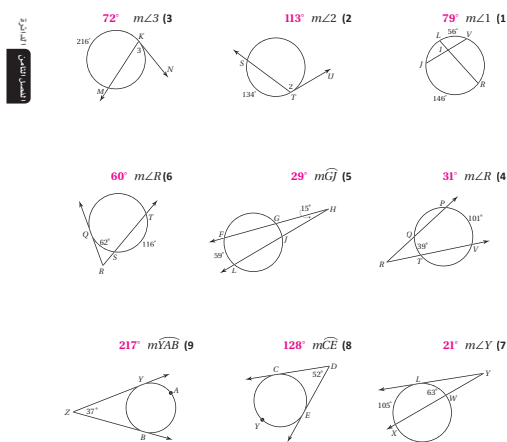
كتاب التمارين (27)

فوق ضمن

التدريبات الإثرائية (35)

8 - 6 القاطع والمماس وقياسات الزوايا

أوجد كلاً من القياسات الآتية:



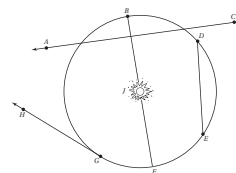
10) أتعاب: يتعين على ماجد في لعبة إنكورها أن يركل الكرة لتدخل في مرمى على هيئة نصف دائرة كما في الشكل المجاور. إذا كان $m\widehat{XZ}=58^\circ$ و $m\widehat{XY}=122^\circ$ ، فما الزاوية التي يجب عليه أن يركل بها الكرة ليسجل هدفاً؟
 وحسب إجاباتك:
 يجب أن يركل الكرة براوية أقل من 32° لأن قياس الزاوية التي يصنعها المماس المرسوم من موقع الكرة على الأرض إلى القوس الذي يمثل حدود المرمى يساوي 32° .

27

8-6 التدريبات الإثرائية

الأجسام التي تدور هي مدارات،

تدور الأرض حول الشمس في مدار إهليلجي. ويرغم ذلك يُعَدُّ هذا المدار دائرياً في أحيان كثيرة.

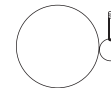


استعمل الشكل أعلاه الذي يمثل مدار الأرض حول الشمس، لتسقي المستقيم أو القطعة المستقيمة لكل وصف متا يلي، وحدد ما إذا كان نصف قطر أم قطراً أم وترًا أم مماسًا أم قاطعًا لهذا المدار:

- مسار كوكب. $\overline{AC}$ ؛ قاطع
- المسافة بين موقع الأرض في يوليو وموقعها في أكتوبر: $\overline{DE}$ ؛ وتر
- المسافة بين موقع الأرض في ديسمبر وموقعها في يونيو: $\overline{BF}$ ؛ قطر
- مسار صاروخ متطلق نحو زحل: $\overline{GH}$ ؛ مماس
- مسار شعاع الشمس: $\overline{IJ}$ ؛ نصف قطر
- إذا كان للكوكب قمر، فإن القمر يدور حول هذا الكوكب مثلما يدور الكوكب حول الشمس، ولرؤية مسار هذا القمر قسّ دائرتين من الورق الممّوّى، قطر إحداهما يساوي 4 in، وقطر الأخرى يساوي 1 in.

ألفق الدائرة الكبيرة على قطعة من الورق، ثم اقلب طرف الدائرة الصغيرة عند حافتها وأدخل رأس قلم رصاص في القلب، ثم قم بدرجة الدائرة الصغيرة حول الدائرة الكبيرة من الخارج، وسيرسم القلم مسار القمر حول الكوكب في أثناء ذلك.

ويسمى هذا المدار الدائري، ولرؤية مسار الكوكب حول الشمس، اقلب الدائرة الصغيرة (قتل هنا الكوكب) في مركزها، وأدخل فيه رأس القلم الرصاص، وقم بدرجة الدائرة الصغيرة حول الكبيرة (قتل الشمس)، وسيرسم القلم المسار المطلوب.



الصف: الأول الثانوي

الفصل 8: الدائرة

35

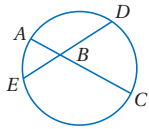
قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

Special Segments in a Circle



لماذا؟

قُطعت كعكة دائرية كبيرة طولياً لتكفي أكبر عدد ممكن من المدعوين إلى حفلة، ولم يبقَ منها إلا قطعة صغيرة. يمكنك إيجاد قطر الكعكة الأصلية باستعمال الخصائص الهندسية للدائرة.



الأوتار المتقاطعة داخل الدائرة: عندما يتقاطع وتران داخل دائرة، ينقسم كلٌّ منهما جزأين، ففي الشكل المجاور، انقسم الوتر AC إلى AB و BC ، وكذلك انقسم الوتر ED إلى EB و BD .

تصف النظرية الآتية العلاقة بين القطع المستقيمة الأربع التي تكوّنت من تقاطع وترين داخل دائرة.

أضف إلى
مطوّبك

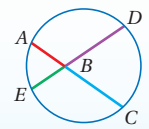
نظرية 8.15

نظرية قطع الوتر

التعبير اللفظي: إذا تقاطع وتران في دائرة، فإن حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الثاني.

$$AB \cdot BC = DB \cdot BE$$

مثال:



ستبرهن النظرية 8.15 في السؤال 15

استعمال تقاطع الوترين

مثال 1

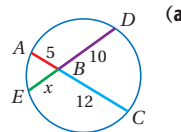
أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين:

$$AB \cdot BC = EB \cdot BD$$

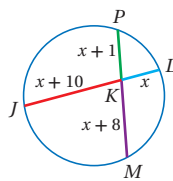
$$5 \cdot 12 = x \cdot 10$$

$$60 = 10x$$

$$6 = x$$



(b)



النظرية 8.15

بالتعويض

بالضرب

بقسمة كلا الطرفين على 10

النظرية 8.15

بالتعويض

بالضرب

ب طرح x^2 من كلا الطرفين

ب طرح $9x$ من كلا الطرفين

$$JK \cdot KL = PK \cdot KM$$

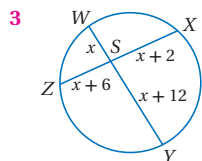
$$(x+10) \cdot x = (x+1)(x+8)$$

$$x^2 + 10x = x^2 + 9x + 8$$

$$10x = 9x + 8$$

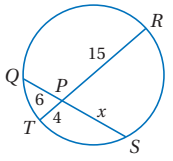
$$x = 8$$

تحقق من فهمك



(1B)

10



(1A)

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 8-7

إيجاد أطوال أقطار متوازي الأضلاع.

الدرس 8-7

إيجاد قياسات الأوتار المتقاطعة داخل الدائرة.

إيجاد قياسات القطع المستقيمة المتقاطعة خارج الدائرة.

ما بعد الدرس 8-7

كتابة معادلة الدائرة.

تمثيل الدائرة في المستوى الإحداثي.

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

أسأل:

• ما عناصر الدائرة التي تمثلها الحافتان (المستقيمة والمنحنية) لقطعة الكعك؟

وتر وقوس على الترتيب.

• ما القياسات التي عليك أن تعرفها؛ لإيجاد

قياس قوس قطعة الكعك المتبقية؟

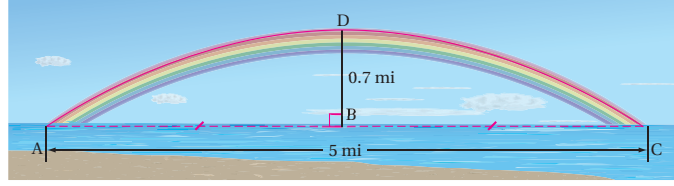
طول الوتر (الحافة المستقيمة لقطعة

الكعك) ونصف قطر الكعكة.

مصادر الدرس 8-7

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم		• تنويع التعليم ص (225, 226)	• تنويع التعليم ص (225, 226)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (28)	• كتاب التمارين ص (28)	• كتاب التمارين ص (28)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (36)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (36)	• تدريبات حل المسألة، ص (39)
	• تدريبات المهارات، ص (38)	• تدريبات المهارات، ص (38)	• التدريبات الإثرائية، ص (40)
	• تدريبات حل المسألة، ص (39)	• تدريبات حل المسألة، ص (39)	
		• التدريبات الإثرائية، ص (40)	

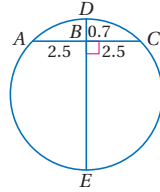
علوم: شكل قوس المطر الحقيقي دائرة كاملة، ولا يظهر لنا منها إلا القوس الذي يظهر فوق أفق الكرة الأرضية. ما نصف قطر الدائرة التي تحوي قوس المطر الظاهر في الشكل أدناه؟



افهم: المعطيات: قوس المطر الظاهر جزء من دائرة $\overline{AC}$ وتر في الدائرة
عمود منصف للوتر $\overline{DB}$

المطلوب: إيجاد طول نصف قطر الدائرة التي تحوي قوس المطر الظاهر.

خطط: ارسم نموذجًا للمسألة، بما أن $\overline{DE}$ تُنصف الوتر $\overline{AC}$ ، فإن $\overline{DE}$ قطر في الدائرة. استعمل ناتج ضرب أطوال الأوتار المتقاطعة لإيجاد طول قطر الدائرة.



النظرية 8.15
بالتعويض
بالضرب

$$AB \cdot BC = DB \cdot BE$$

$$2.5 \cdot 2.5 = 0.7 \cdot BE$$

$$6.25 = 0.7BE$$

بقسمة كلا الطرفين على 0.7
مسألة جمع القطع المستقيمة
بالتعويض
بالجمع

$$8.9 \approx BE$$

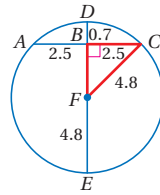
$$DE = DB + BE$$

$$\approx 0.7 + 8.9$$

$$= 9.6$$

بما أن قطر الدائرة يساوي 9.6 mi تقريبًا، فإن نصف قطرها يساوي $9.6 \div 2 \approx 4.8$

تحقق: استعمل عكس نظرية فيثاغورس؛ للتحقق من أن المثلث المتكوّن من نصف القطر وجزء من الوتر وجزء من القطر في الدائرة قائم الزاوية.



مسألة جمع القطع المستقيمة
بالتعويض
بالتبسيط

$$DB + BF = DF$$

$$0.7 + BF = 4.8$$

$$BF = 4.1$$

نظرية فيثاغورس
بالتعويض
بالتبسيط

$$BF^2 + BC^2 = CF^2$$

$$4.1^2 + 2.5^2 \stackrel{?}{=} 4.8^2$$

$$23.06 \approx 23.04 \quad \checkmark$$

تحقق من فهمك



(2) **مصلّى قبة الصخرة:** هو أحد أهم معالم المسجد الأقصى المبارك في مدينة القدس، وتعتبر قبته من أهم وأبرز المعالم المعمارية الإسلامية، فهي عبارة عن قبة كروية قطر الدائرة التي تحتوي على القوس المار بالقمة هي 20 m، و يبلغ ارتفاع أعلى نقطة فيها عن الجزء الأسطواني الذي يحملها 15m، أوجد المسافة بين طرفي القبة تقريبًا **17.32m**

الدرس 8-7 قطع مستقيمة خاصة في الدائرة 225



الربط مع الحياة

كلما كانت الشمس قريبة من الأفق، زاد الجزء الذي تراه من قوس المطر. وعند غروب الشمس، يمكنك رؤية قوس المطر على شكل نصف دائرة، بحيث تصنع أعلى نقطة في هذا القوس زاوية مقدارها 42 درجة فوق الأفق.

إرشادات لحل المسألة

ارسم شكلًا:

عند حل المسائل اللفظية المتعلقة بالدوائر، يُفضل أن ترسم شكلًا وتضع عليه قياسات كل عناصر الدائرة المعطاة، وأن تسمي القياس المجهول برمز متغير لمساعدتك على اختيار خطة الحل المناسبة.

الأوتار المتقاطعة داخل الدائرة

المثالان 1, 2 يبيّنان كيفية استعمال نظرية "قطع الوتر"؛ لإيجاد أطوال أجزاء الأوتار المتقاطعة داخل الدائرة.

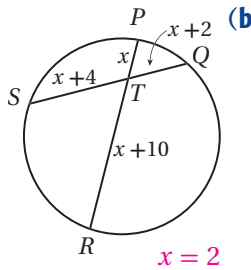
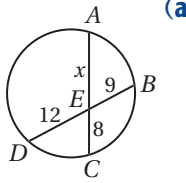
التقويم التكويني

استعمل تدريبات "تحقق من فهمك" بعد كل مثال؛ للتحقق من مدى فهم الطلاب المفاهيم.

مثالان إضافيان

أوجد قيمة x في كل من الشكلين أدناه.

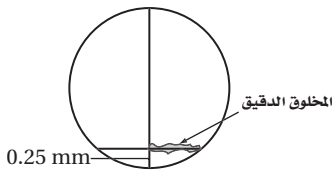
$$x = 13.5$$



$$x = 2$$

أحياء: يفحص عالم أحياء مخلوقًا دقيقًا باستعمال ميكروسكوب، ومجال الرؤية في الميكروسكوب يمثل دائرة قطرها 2 mm، أوجد طول المخلوق الدقيق إذا وُضع على بُعد 0.25 mm أسفل مجال الرؤية، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

$$0.66 \text{ mm}$$



تنويع التعليم

المتعلمون المنطقيون: وجّه الطلاب للرجوع إلى المثال 1 صفحة 224، ثم اطلب إليهم رسم أوتار تربط بين النقاط المتقابلة التي تمثل نهايات القطع المستقيمة المتقاطعة، ثم اطلب إليهم وضع تخمينات حول علاقة التناسب بين المثلثات الناتجة.

قطع مستقيمة تتقاطع خارج الدائرة: الأوتار غير المتوازية في الدائرة وغير المتقاطعة داخلها، يمكن أن تمتد لتشكّل قواطع تتقاطع خارج الدائرة.

نظرية 8.16 **نظرية القاطع**

التعبير اللفظي: إذا رُسم قاطعان لدائرة من نقطة خارجها، فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه، يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه.

مثال: $AC \cdot AB = AE \cdot AD$

أضف إلى مطويتك

ستبرهن النظرية 8.16 في السؤال 16

إرشادات للدراسة

تبسيط نص النظرية:

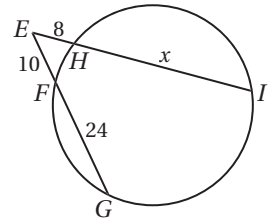
كل طرف من طرفي المعادلة في مثال النظرية 8.16 هو ناتج ضرب طول الجزء الخارجي من القاطع في طول القاطع بأكمله.

قطع مستقيمة تتقاطع خارج الدائرة

المثالان 3, 4 يبينان استعمال الخصائص والنظريات؛ لإيجاد أطوال أجزاء قاطعين يتقاطعان خارج الدائرة، أو أطوال أجزاء ناتجة عن تقاطع مماس وقاطع في نقطة خارج الدائرة.

مثال إضافي

أوجد قيمة x في الشكل أدناه. 34.5



المحتوى الرياضي

منصف الوتر: ذكر الطلاب بأنه يمكن تنصيف أي وتر في الدائرة برسم قطر يكون عمودياً عليه.

مثال 3 استعمال تقاطع القاطعين

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

النظرية 8.16 $JG \cdot JH = JL \cdot JK$

بالتعويض $(x + 8)8 = (10 + 6)6$

بالضرب $8x + 64 = 96$

بطرح 64 من كلا الطرفين $8x = 32$

بقسمة كلا الطرفين على 8 $x = 4$

تحقق من فهمك

3A

3B

3C

يمكنك استعمال معادلة مشابهة لمعادلة النظرية 8.16 عندما يتقاطع مماس وقاطع خارج الدائرة، وفي هذه الحالة المماس أو قطعة المماس التي يقع أحد طرفيها على الدائرة تُمثّل قطعة المماس الخارجية، وقطعة المماس الكلية في آنٍ معاً.

نظرية 8.17

التعبير اللفظي: إذا رُسم مماس وقاطع لدائرة من نقطة خارجها، فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه.

مثال: $JK^2 = JL \cdot JM$

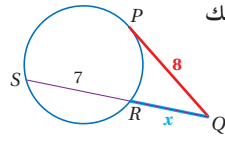
أضف إلى مطويتك

ستبرهن النظرية 8.17 في السؤال 17

تنويع التعليم

ضمن فوق

توسّع: اطلب إلى كل طالب أن يجد أمثلة حياتية على قطع الدائرة في الإنشاءات، أو في الصناعة، أو في أي مجال آخر، ثم اطلب إليهم أيضاً كتابة شرح حول أمثلتهم، مع رسم لكل مثال، ووضع القياسات الصحيحة عليه إن أمكن، ثم كتابة معادلة مناسبة تربط بين القياسات.



إذا كانت PQ مماساً للدائرة كما في الشكل المجاور، فأوجد قيمة x مقرباً إجابتك إلى أقرب عُشر.

النظرية 8.17

بالتعويض

بالضرب

ب طرح 64 من كلا الطرفين

$$PQ^2 = QR \cdot QS$$

$$8^2 = x(x + 7)$$

$$64 = x^2 + 7x$$

$$0 = x^2 + 7x - 64$$

استعمل القانون العام لحل المعادلة التربيعية؛ لأن المقدار غير قابل للتحليل.

القانون العام

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = 1, b = 7, c = -64$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4(1)(-64)}}{2(1)}$$

بالتبسيط

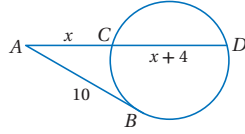
$$= \frac{-7 \pm \sqrt{305}}{2}$$

باستعمال الحاسبة

$$\approx -12.2 \text{ أو } 5.2$$

وبما أنه لا يمكن أن تكون الأطوال سالبة، فإن قيمة x تساوي 5.2 تقريباً.

تحقق من فهمك

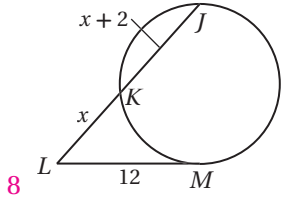


4) $\overline{AB}$ مماس للدائرة في الشكل المجاور، أوجد قيمة x مقرباً إجابتك إلى أقرب عُشر. 6.1

مثال إضافي

4

إذا كان $\overline{LM}$ مماساً للدائرة أدناه، فأوجد قيمة x مقربةً إلى أقرب عُشر.



التعليم باستعمال التقنيات

مدونة: انشر الملاحظات الخاصة

بهذا الدرس في مدونة الصف، ثم اعمل على أن تشمل الملاحظات النظريات المختلفة الخاصة بالمماس والقاطع والوتر، وأضف روابط لأفضل ما كتبه الطلاب في المدونة، ولأفضل مقاطع فيديو أعدوها.

3 التدريب

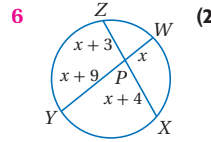
التقويم التكويني

استعمل التمارين 5-1؛ للتأكد من فهم الطلاب، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

تأكد

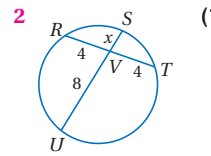
الأمثلة 1, 3, 4

أوجد قيمة x في كلٍّ من الأشكال الآتية، مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة، هي مماسات فعلاً.



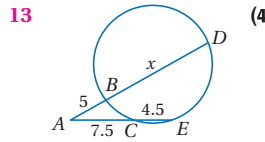
6

(2)



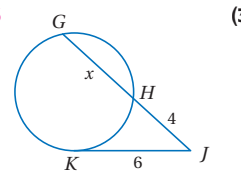
2

(1)



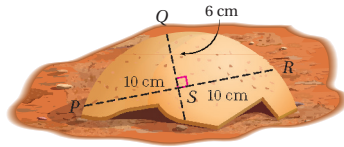
13

(4)



5

(3)



5) **آثار:** يبين الشكل المجاور صورة جزء مكسور من إناء فخاري دائري وُجد في موقع أثري. إذا كانت $\overline{QS}$ جزءاً من قطر الدائرة، فما محيط الإناء الفخاري الأصلي؟ قرب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة. 71.21 cm

المثال 2

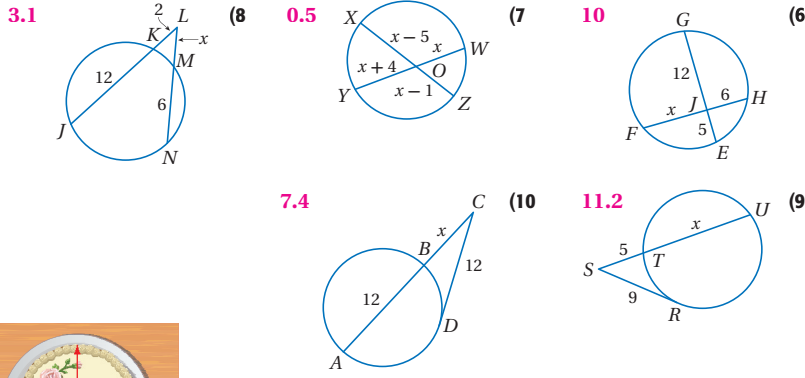
الدرس 7-8 قطع مستقيمة خاصة في الدائرة 227

تنويع الواجبات المنزلية

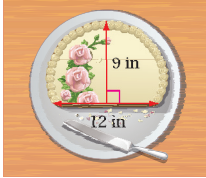
المستوى	الأسئلة
دون المتوسط	14-6، 19-31
ضمن المتوسط	13-7 فردي، 18-15، 19-31
فوق المتوسط	25-15، (اختياري: 26-31)

أوجد قيمة x في كلٍّ من الأشكال الآتية مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة، هي مماسات فعلاً، وقرب إجابتك إلى أقرب عُشر.

الأمثلة 1, 3, 4

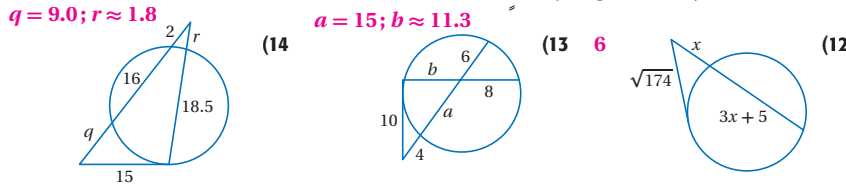


(11) **كعك:** توزع سلمى الكعك في حفل. إذا كانت أبعاد القطعة المتبقية من الكعكة كما في الشكل المجاور، فما قطر الكعكة الأصلية؟ **13 in.**



أوجد قيم المتغيرات في كلٍّ من الأشكال الآتية، مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً، وقرب إجابتك إلى أقرب عُشر.

المثال 2

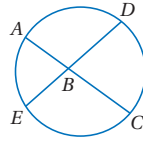
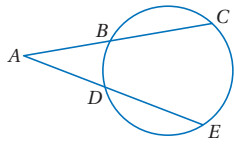


برهان: اكتب برهاناً من النوع المحدد لكلٍّ من النظريات الآتية: (15-16) **انظر الهامش.**

(إرشاد: ارسم أوتاراً تصل نقاط القطع المستقيمة المتقاطعة داخل الدائرة أو خارجها بالدائرة)

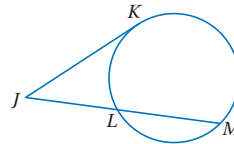
(15) برهان ذي عمودين للنظرية 8.15 (16) برهان حرّ للنظرية 8.16

المعطيات: $\overline{AC}$ و $\overline{DE}$ وتران متقاطعان في B .
المطلوب: $AB \cdot BC = EB \cdot BD$



(17) برهان ذي عمودين للنظرية 10.17 **انظر ملحق الإجابات.**

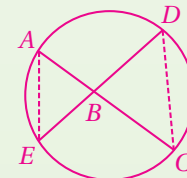
المعطيات: $\overline{JK}$ مماس، $\overline{JM}$ قاطع
المطلوب: $JK^2 = JL \cdot JM$



إجابات:

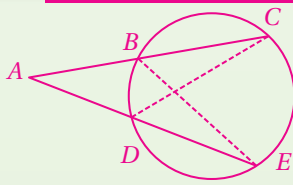
(15) البرهان:

ارسم الوترين DC , AE



(16) البرهان:

ارسم الوترين BE , DC



$\overline{AC}$, $\overline{AE}$ قاطعان للدائرة.

بتطبيق خاصية الانعكاس $\angle BAD \cong \angle DAB$,

وبما أن الزوايا المحيطة التي تقابل القوس نفسه

تكون متطابقة، فإن: $\angle ACD \cong \angle AEB$ ؛ إذن

$\triangle AEB \sim \triangle ACD$ بحسب مسلمة التشابه AA ,

ومن تعريف تشابه المثلثات ينتج أن:

$\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AC}$ ، وبما أن نواتج الضرب التبادلي

في التناسب تكون متساوية فإن:

$AB \cdot AC = AD \cdot AE$

المبررات

العبارات

(1) معطيات

(1) $\overline{AC}$, $\overline{DE}$ وتران يتقاطعان في B

(2) الزوايا المحيطة التي تقابل القوس نفسه تكون متطابقة

(2) $\angle A \cong \angle D$, $\angle E \cong \angle C$

(3) مسلمة التشابه AA

(3) $\triangle ABE \sim \triangle DBC$

(4) تعريف تشابه المثلثات

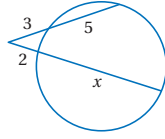
(4) $\frac{AB}{BD} = \frac{EB}{BC}$

(5) الضرب التبادلي

(5) $AB \cdot BC = EB \cdot BD$

(18) عبد العزيز كتب المعادلة الصحيحة: يتقاطع قاطعان خارج الدائرة؛ لذا فإن المعادلة الصحيحة تتضمن ناتج ضرب طول القاطع كاملاً في طول القطعة الخارجية منه.

(18) **اكتشف الخطأ:** يحسب كل من خالد وعبد العزيز قيمة x في الشكل المجاور. فكتب خالد المعادلة: $3(5) = 2x$ ، بينما كتب عبد العزيز المعادلة: $3(8) = 2(2 + x)$. هل أي منهما كتب المعادلة الصحيحة؟ برّر إجابتك.



(19) **تبرير:** إذا تقاطع وتران في مركز دائرة، فهل تكون قياسات الأقواس المحصورة بينهما متساوية أحياناً، أم دائماً، أو غير متساوية أبداً؟

(20) **اكتب:** إذا تقاطع وتران داخل الدائرة، فصّف العلاقة بين جزأي الأول وجزأي الثاني. **انظر الهامش**

(19) تكون متساوية أحياناً؛ تتساوى قياسات الأقواس، عندما يكون الوتران متعامدين.

تنبيه!

اكتشف الخطأ: في السؤال 18، يجب أن يلاحظ الطلاب أن خالدًا استعمل المعادلة الخاصة بإيجاد أطوال الأوتار المتقاطعة داخل الدائرة، وعليهم أيضًا ملاحظة أن معادلة عبد العزيز هي الصحيحة؛ لأن القاطعين تقاطعا خارج الدائرة.

4 التقويم

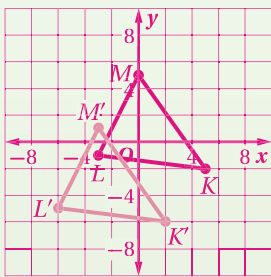
تعلم سابق: اطلب إلى الطلاب أن يصفوا كيف ساعدتهم الدرس السابق عن القاطع والمماس وقياسات الزوايا على فهم درس اليوم حول القطع المستقيمة الخاصة في الدائرة.

إجابات:

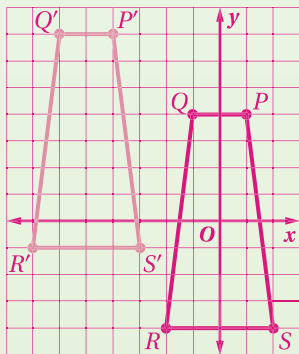
(20) إجابة ممكنة: حاصل ضرب طولي جزأي أحد الوترين المتقاطعين يساوي حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الآخر.

(22a) $x^\circ + y^\circ = 360^\circ$, $y^\circ - x^\circ = 140^\circ$

(22b) $x^\circ = 110^\circ$, $y^\circ = 250^\circ$



(24)

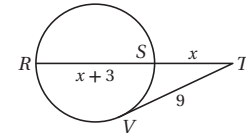


(25)

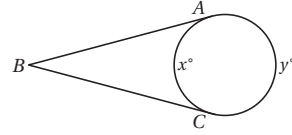
تدريب على اختبار

(21) $\overline{TV}$ مماس للدائرة، و R, S نقطتان عليها، ما قيمة x مقربة إلى أقرب عُشر؟ **C**

5.7 **C** 7.6 **A**
4.8 **D** 6.4 **B**



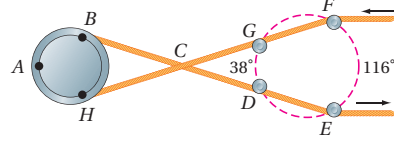
(22) **إجابة مطولة:** $\overline{BA}, \overline{BC}$ مماسان للدائرة في الشكل أدناه، $m\angle ABC = 70^\circ$. **انظر الهامش**



(a) اكتب معادلتين تربطان بين x° و y° .
(b) أوجد قيمة كل من x° و y° .

مراجعة تراكمية

(23) **نسيج:** بعد أن تُغزل خيوط الصوف، يتم صبغها، ثم تُمرّر على مجموعة من البكرات لكي تجف، والشكل المجاور يُظهر إحدى مجموعات البكرات، لاحظ أن خيط الصوف يبدو كأنه يتقاطع بعضه مع بعض عند النقطة C ، ولكنه في الواقع غير ذلك. أوجد $m\angle BH$ مستعملًا معلومات الشكل. (الدرس 8-6) **141°**



هندسة إحدائية: مثل بيانيًا الشكل وصورته الناتجة عن الإزاحة المعطاة في كل ممّا يأتي: (الدرس 7-2) **انظر الهامش**

(24) $\triangle KLM$ الذي رؤوسه: $K(5, -2), L(-3, -1), M(0, 5)$ ؛ إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليسار و 4 وحدات إلى أسفل.

(25) الشكل الرباعي $PQRS$ الذي رؤوسه: $P(1, 4), Q(-1, 4), R(-2, -4), S(2, -4)$ ؛ إزاحة مقدارها 5 وحدات إلى اليسار و 3 وحدات إلى أعلى.

استعد للدرس اللاحق

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي غلّم ميله ومقطع y له في كل ممّا يأتي:

(28) $y = \frac{5}{8}x - 6$ $m = \frac{5}{8}, (0, -6)$

(27) $y = 2x + 8$ $m = 2, (0, 8)$

(31) $y = -\frac{1}{12}x + 1$ $m = -\frac{1}{12}, b: 1$

(30) $y = -x - 3$ $m = -1, b: -3$

(29) $y = \frac{2}{9}x + \frac{1}{3}$ $m: \frac{2}{9}, \frac{1}{3}$

الدرس 8-7 قطع مستقيمة خاصة في الدائرة 229



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 7 - 8

دون			ضمن			فوق المتوسط			دون المتوسط								
تدريبات إعادة التعليم (36)									تدريبات إعادة التعليم - تنمة (37)								
الاسم _____ التاريخ _____									الاسم _____ التاريخ _____								
8-7 تدريبات إعادة التعليم قطع مستقيمة خاصة في الدائرة									8-7 تدريبات إعادة التعليم قطع مستقيمة خاصة في الدائرة								
الأوتار المقاطعة داخل الدائرة:									الأوتار المقاطعة داخل الدائرة:								
8.15 إذا تقاطعت وتران في دائرة، فإن حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الثاني.									8.16 إذا رسم قاطعتان لدائرة من نقطة خارجها، فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه.								
مثال: أوجد قيمة x مستعملًا الشكل المجاور.									مثال: أوجد قيمة x في كل منأ ياتي، مقربة إلى أقرب جزء من عشرة.								
يقاطع الوتران داخل دائرة، إذن:									يقاطع الوتران داخل دائرة، إذن:								
8.15 النظرية $AB \cdot BC = EB \cdot BD$									8.16 النظرية $PA \cdot PB = PC \cdot PD$								
بالتعويض $6x \cdot 4 = 8 \cdot 3$									بالتعويض $9(x + 1) = 12 \cdot x$								
بالحرب $6x = 24$									بالحرب $9x + 9 = 12x$								
$x = 4$									$9 = 3x$								
بقسمة الطرفين على 6									بقسمة الطرفين على 3								
تعاريف									تعاريف								
أوجد قيمة x في كل منأ ياتي، مقربة إلى أقرب جزء من عشرة:									أوجد قيمة x في كل من الأشكال الآتية، مقربة إلى أقرب جزء من عشرة:								
1)									1)								
2)									2)								
3)									3)								
4)									4)								
5)									5)								
6)									6)								
7)									7)								
8)									8)								
9)									9)								
10)									10)								
11)									11)								
12)									12)								
13)									13)								
14)									14)								
15)									15)								
16)									16)								
17)									17)								
18)									18)								
19)									19)								
20)									20)								
21)									21)								
22)									22)								
23)									23)								
24)									24)								
25)									25)								
26)									26)								
27)									27)								
28)									28)								
29)									29)								
30)									30)								
31)									31)								
32)									32)								
33)									33)								
34)									34)								
35)									35)								
36)									36)								
37)									37)								
38)									38)								
39)									39)								
40)									40)								
41)									41)								
42)									42)								
43)									43)								
44)									44)								
45)									45)								
46)									46)								
47)									47)								
48)									48)								
49)									49)								
50)									50)								
51)									51)								
52)									52)								
53)									53)								
54)									54)								
55)									55)								
56)									56)								
57)									57)								
58)									58)								
59)									59)								
60)									60)								
61)																	



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 7 - 8

دون دون المتوسط

ضمن ضمن المتوسط

فوق فوق المتوسط

التدريبات الإثرائية (40)

ضمن **فوق**

كتاب التمارين (28)

دون **ضمن** **فوق**

8-7 التدريبات الإثرائية

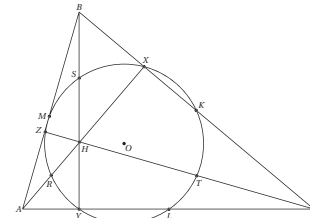
دائرة النقاط التسع،

يوضح الرسم أدناه حقيقةً مدهشةً حول المثلثات والدوائر. لأي $\triangle ABC$ ، توجد دائرة تحوي النقاط التسع الآتية جميعها:

(1) نقاط منتصفات أضلاع $\triangle ABC$ وهي M, L, K :

(2) النقاط X, Y, Z ، علياً بأن $\overline{AX}, \overline{BY}, \overline{CZ}$ ارتفاعات $\triangle ABC$.

(3) النقاط R, S, T ، وهي نقاط منتصفات القطع المستقيمة التي تصل رؤوس $\triangle ABC$ بمثلثي ارتفاعاته H .



1) ارسم في ورقة منفصلة $\triangle ABC$ المنفرج الزاوية، ثم أنشئ مستعملًا المسطرة والفرجار دائرة تمرّ بنقاط منتصفات الأضلاع. راع أن يكون الإنشاء دقيقًا، هل تحتوي دائرتك على النقاط الست الأخرى التي وُصفت أعلاه؟

نعم: انظر رسومات الطلاب

(2) ارسم $\overline{RK}$, $\overline{SL}$, و $\overline{TM}$ في الشكل الذي أنشأته في السؤال 1، ماذا تلاحظ؟

تتلاقى هذه القطع المستقيمة الثلاث عند مركز دائرة النقاط التسع .

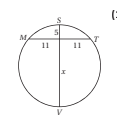
الفصل 8، الدائرة

40

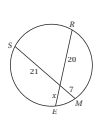
الصف: الأول الثانوي

8 - 7 **قطع مستقيمة خاصة في الدائرة**

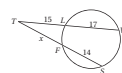
أوجد قيمة x في كل مما يأتي:



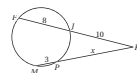
24.2



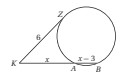
7.35



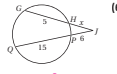
16



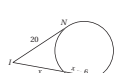
12



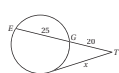
5.1



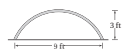
9



18. 20



20



(10) بناء: بُنيت قنطرة فوق مدخل عمارة في صورة قوس ارتفاعه 8 ft
أوجد طول نصف قطر الدائرة التي تحوي القوس. 4.875 ft .

28

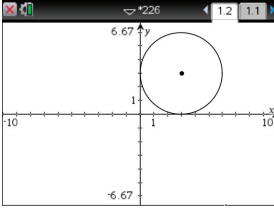
يمكنك استعمال TI-nspire لاستكشاف معادلة الدائرة.

رسم دائرة في المستوى الإحداثي

نشاط

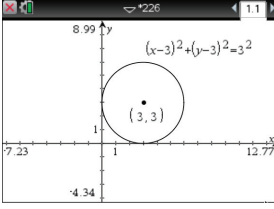
الخطوة 1: ارسم دائرة.

- افتح صفحة تطبيق الرسوم البيانية بالضغط على المفاتيح $\left[\text{on} \right]$ $\left[\text{esc} \right]$:
- ارسم دائرة بالضغط على مفتاح $\left[\text{menu} \right]$ ثم اختر $\left[8: \text{هندسة} \right]$ ومنها $\left[2: \text{الشكل الهندسي} \right]$ واختر $\left[1: \text{الدائرة} \right]$ ، ثم ضع المؤشر في أي مكان خالٍ لا يقع على أي من المحورين واضغط لرسم نقطة المركز، ومن ثم اسحب لرسم الدائرة ثم اضغط $\left[\text{enter} \right]$ ثم $\left[\text{esc} \right]$.



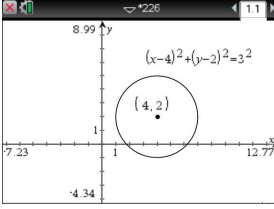
الخطوة 2: اكتب معادلة الدائرة.

- لعرض معادلة الدائرة، اضغط على المفتاح $\left[\text{menu} \right]$ ، ثم اختر $\left[1: \text{الإجراءات} \right]$ ومنها $\left[8: \text{الإحداثيات والمعادلات} \right]$ ، ثم الضغط على محيط الدائرة لتظهر المعادلة، قم بوضع المؤشر في مكان مناسب لكتابة المعادلة فيه، ثم اضغط $\left[\text{enter} \right]$.
- بالمثل اضغط على مركز الدائرة، ثم ضع المؤشر في مكان مناسب لكتابة إحداثي مركز الدائرة واضغط $\left[\text{enter} \right]$ ثم $\left[\text{esc} \right]$.



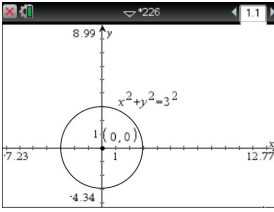
الخطوة 3: غير معادلة الدائرة.

- استعمل المؤشر واضغط على مركز الدائرة وحرك المركز ثم لاحظ كيف تتغير معادلة الدائرة. أو ظلل إحداثي مركز الدائرة واكتب إحداثي آخرين لمركز دائرة أخرى ولاحظ كيف يتغير موقع الدائرة ومعادلتها.
- استعمل الأسهم لسحب الدائرة من نقطة المركز ونقلها للمكان الذي تريد، ثم اضغط $\left[\text{enter} \right]$.



الخطوة 4: ارسم دائرة مركزها نقطة الأصل.

- حرك الدائرة كما فعلت في الخطوة 3، وضع مركزها عند نقطة الأصل، أو استعمل المؤشر واضغط على محيط الدائرة وفي الوقت نفسه اضغط على الأسهم ثم اطلق المؤشر واستعمل الأسهم لتكبير الدائرة أو تصغيرها ثم اضغط $\left[\text{enter} \right]$.
- ولاحظ أثر ذلك في معادلة الدائرة.



تحليل النتائج: 1-4. انظر الهامش.

- كيف تتغير معادلة الدائرة عند تحريك مركزها؟
- كيف تتغير معادلة الدائرة عندما يزيد نصف قطرها أو ينقص؟
- ما معادلة الدائرة التي يقع مركزها عند نقطة الأصل، ونصف قطرها 4؟ فسّر إجابتك.
- ما معادلة الدائرة التي يقع مركزها عند النقطة (h, k) ، ونصف قطرها r ؟ فسّر إجابتك.

230 الفصل 8 الدائرة

إجابات:

- إجابة ممكنة: يتغير العددين المضافان أو المطروحان إلى/من x, y في المعادلة مع تغير موقع مركز الدائرة.
- إجابة ممكنة: يتغير العدد المربع (الثابت) الذي يقع وحده في الطرف الأيمن من المعادلة كلما تغير نصف القطر.
- إجابة ممكنة: $x^2 + y^2 = 16$ ، لقد تحرك مركز الدائرة إلى نقطة الأصل، وتغير نصف قطرها إلى 4
- إجابة ممكنة: $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$ ؛ في المعادلة، يتم طرح قيمة الإحداثي x وقيمة الإحداثي y من y ، والعدد المربع في هذه الصيغة يمثل نصف قطر الدائرة.

1 التركيز

الهدف:

استعمال الحاسبة البيانية TI-nspire؛ لاستكشاف معادلة الدائرة.

المواد

- الحاسبة البيانية TI-nspire

2 التدريس

العمل في مجموعات متعاونة

وزّع الطلاب مجموعات تتكوّن من 3 أو 4 طلاب متفاوتي القدرات، ثم اطلب إليهم تنفيذ النشاط.

تدريب:

اطلب إلى الطلاب حل السؤالين 1, 2

3 التقويم

التقويم التكويني

استعمل السؤالين 3, 4؛ لتقويم فهم الطلاب استعمال الإحداثيات عند كتابة معادلة الدائرة.

من المحسوس إلى المجرد

أسأل:

- ماذا يحدث للتمثيل البياني للدائرة عند إضافة 4 للإحداثي x ؟ تحرك الدائرة 4 وحداتٍ إلى اليمين.
- ماذا يحدث عند إضافة 4 للإحداثي y ؟ تحرك الدائرة إلى أعلى 4 وحداتٍ.
- ماذا يحدث عند إضافة 4 لكلا الإحداثيين؟ تحرك الدائرة 4 وحداتٍ إلى اليمين، ثم 4 وحداتٍ إلى أعلى.

1 التركيز

الترابط الرأسي

ما قبل الدرس 8-8

كتابة معادلة المستقيم باستعمال معلومات عن تمثيله البياني .

الدرس 8-8

كتابة معادلة الدائرة .

تمثيل الدائرة بيانياً في المستوى الإحداثي .

ما بعد الدرس 8-8

تحديد أنواع القطوع المخروطية بتحليل معادلاتها وكتابتها وتمثيلها بيانياً .

2 التدريس

أسئلة التعزيز

اطلب إلى الطلاب قراءة فقرة "لماذا؟".

اسأل:

- أين يوضع البرج بالنسبة للمنطقة الدائرية التي سيغطيها؟ **في المركز.**
- ماذا تمثل المسافة بين البرج وأبعد نقطة يصلها بث البرج؟ **نصف قطر الدائرة.**
- إذا كان برج الاتصالات يثبت من النقطة (2,5) ضمن منطقة دائرية، وكانت النقطة (26,5) تقع على محيط دائرة البث، فكتب معادلة الدائرة التي تمثل منطقة بث برج الاتصالات؟

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ &= \sqrt{(26 - 2)^2 + (5 - 5)^2} \\ &= 24 \end{aligned}$$

أي أن نصف قطر الدائرة يساوي 24

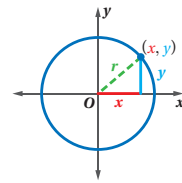
وعليه فإن معادلة دائرة منطقة البث هي:

$$(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = (24)^2$$



تستعمل أبراج الاتصالات الهاتفية إشارات الراديو لبث مكالمة الهاتف النقالة. ويغطي كل برج منطقة دائرية. وتُصمَّم الأبراج بحيث تلتقط إشارات البث في أي مكان ضمن منطقة التغطية.

معادلة الدائرة: بما أن نقاط الدائرة جميعها تبعد مسافات متساوية عن مركزها، فإنه يمكنك إيجاد معادلتها باستعمال صيغة المسافة بين نقطتين أو نظرية فيثاغورس.



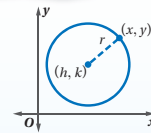
إذا مثل (x, y) نقطة على دائرة مركزها عند نقطة الأصل كما في الشكل المجاور، فإنه يمكنك أن تستعمل نظرية فيثاغورس؛ لتجد أن معادلة هذه الدائرة $x^2 + y^2 = r^2$. وإذا لم يقع مركز الدائرة عند نقطة الأصل، ولكن عند النقطة (h, k) كما في الشكل المبين في المفهوم الأساسي أدناه، فإنه يمكنك أن تستعمل صيغة المسافة بين نقطتين لتحصل على معادلة الدائرة.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \text{صيغة المسافة بين نقطتين}$$

$$d = r, (x_1, y_1) = (h, k), (x_2, y_2) = (x, y) \quad r = \sqrt{(x - h)^2 + (y - k)^2}$$

$$\text{بترتيب كلا الطرفين} \quad r^2 = (x - h)^2 + (y - k)^2$$

أضف إلى
طوبيتك



الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة

الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة التي مركزها (h, k) ، وطول نصف قطرها r هي: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$.

الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة تُسمى أيضاً صيغة المركز ونصف القطر.

مفهوم أساسي

كتابة معادلة الدائرة باستعمال المركز ونصف القطر

مثال 1

اكتب معادلة الدائرة في كل ممّا يأتي:

(a) مركزها عند $(1, -8)$ ، وطول نصف قطرها 7

$$\text{معادلة الدائرة} \quad (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2 \quad (x - 1)^2 + (y - (-8))^2 = 7^2$$

$$(h, k) = (1, -8), r = 7 \quad \text{بالتبسيط} \quad (x - 1)^2 + (y + 8)^2 = 49$$

(b) الدائرة الممثلة بيانياً في الشكل المجاور.

مركز الدائرة عند $(0, 4)$ وطول نصف قطرها 3

$$\text{معادلة الدائرة} \quad (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2 \quad (x - 0)^2 + (y - 4)^2 = 3^2$$

$$(h, k) = (0, 4), r = 3 \quad \text{بالتبسيط} \quad x^2 + (y - 4)^2 = 9$$

تحقق من فهمك $x^2 + y^2 = 10$ (1A) مركزها نقطة الأصل، ونصف قطرها $\sqrt{10}$. (1B) مركزها النقطة $(4, -1)$ ، وقطرها 8

الدرس 8-8 معادلة الدائرة 231

فيما سبق:

درست كتابة معادلة المستقيم وتمثيله بيانياً في المستوى الإحداثي.

(الدرس 5-2)

والآن:

- أكتب معادلة الدائرة.
- أمثل الدائرة بيانياً في المستوى الإحداثي.

المفردات:

الصيغة القياسية لمعادلة الدائرة

standard form

of an equation

of a circle

www.obeikaneducation.com

إرشادات للدراسة

معادلة الدائرة:

في المثال 1. لاحظ أن معادلة الدائرة بقيت على الصورة القياسية، إذ ليس من الضروري فك الترتيب.

مصادر الدرس 8-8

المصدر	دون المتوسط	ضمن المتوسط	فوق المتوسط
دليل المعلم	• تنويع التعليم ص (233, 235)	• تنويع التعليم ص (233, 235)	• تنويع التعليم ص (233, 235)
كتاب التمارين	• كتاب التمارين ص (29)	• كتاب التمارين ص (29)	• كتاب التمارين ص (29)
مصادر المعلم للأنشطة الصفية	• تدريبات إعادة التعليم، ص (41)	• تدريبات إعادة التعليم، ص (41)	• تدريبات حل المسألة، ص (44)
	• تدريبات المهارات، ص (43)	• تدريبات المهارات، ص (43)	• التدريبات الإثرائية، ص (45)
	• تدريبات حل المسألة، ص (44)	• تدريبات حل المسألة، ص (44)	• التدريبات الإثرائية، ص (45)

مثال 2 كتابة معادلة الدائرة باستعمال مركزها ونقطة عليها

اكتب معادلة الدائرة في كلٍّ ممَّا يأتي:

(a) مركزها $(-2, 4)$ ، وتمر بالنقطة $(-6, 7)$.

الخطوة 1: أوجد نصف القطر باستعمال صيغة المسافة بين النقطتين.

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$(x_1, y_1) = (-2, 4), (x_2, y_2) = (-6, 7) \Rightarrow r = \sqrt{[-6 - (-2)]^2 + (7 - 4)^2}$$

$$\text{بالتبسيط} \Rightarrow r = \sqrt{25} = 5$$

الخطوة 2: اكتب معادلة الدائرة باستعمال: $h = -2, k = 4, r = 5$

$$\text{معادلة الدائرة} \quad (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$h = -2, k = 4, r = 5 \quad [x - (-2)]^2 + (y - 4)^2 = 5^2$$

$$\text{بالتبسيط} \quad (x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$$

(b) الدائرة الممثلة بيانيًا جانبًا.

الخطوة 1: أوجد نصف القطر باستعمال صيغة المسافة بين النقطتين

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{(5 - 3)^2 + [1 - (-2)]^2}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{13}$$

الخطوة 2: اكتب معادلة الدائرة باستعمال: $h = 3, k = -2, r = \sqrt{13}$

$$\text{معادلة الدائرة} \quad (x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x - 3)^2 + [y - (-2)]^2 = (\sqrt{13})^2$$

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 13$$

تحقق من فهمك

(2A) مركزها $(5, 4)$ ، وتمر بالنقطة $(-3, 4)$. $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 64$

(2B) مركزها $(-3, -5)$ ، وتمر بالنقطة $(0, 0)$. $(x + 3)^2 + (y + 5)^2 = 34$

تمثيل الدوائر بيانيًا: يمكنك تحليل معادلة الدائرة؛ لتجد معلوماتٍ تساعدك على تمثيلها بيانيًا في المستوى الإحداثي.

مثال 3 تمثيل الدائرة بيانيًا

أوجد مركز ونصف قطر الدائرة التي معادلتها: $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 9$ ، ثم مثلها بيانيًا.

أعد كتابة المعادلة: $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 9$ بالصيغة القياسية لإيجاد المركز ونصف القطر بسهولة.

$$(x - 4)^2 + [y - (-1)]^2 = 3^2$$

$$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

لذا فإن: $h = 4, k = -1, r = 3$. أي أن المركز عند النقطة $(4, -1)$ ونصف القطر 3 وحدات.

تحقق من فهمك

أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المعطاة معادلتها في كلٍّ ممَّا يأتي، ثم مثلها بيانيًا:

$$(x + 4)^2 + (y - 7)^2 = 25 \quad (3B) \quad x^2 + y^2 = 4 \quad (3A)$$

معادلة الدائرة

المثالان 1, 2 يبيّنان كيفية استعمال المعلومات المُعطاة عن الدائرة لكتابة معادلتها.

التقويم التكويني

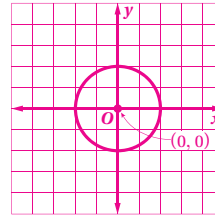
استعمل تدريبات "تحقق من فهمك" بعد كل مثال، للتحقق من مدى فهم الطلاب المفاهيم.

إرشادات للدراسة

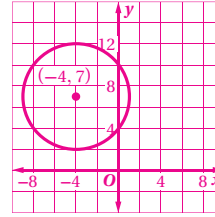
صيغة الجذور:

في المثال 2b، من الأفضل ترك نصف القطر على صورة الجذر؛ لأن نصف القطر سيُربّع عند كتابة معادلة الدائرة.

$$(0, 0); 2 \quad (3A)$$



$$(-4, 7); 5 \quad (3B)$$



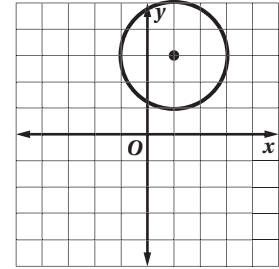
مثال إضافي

1 اكتب معادلة كلٍّ من الدائرتين الآتيتين:

(a) مركزها $(3, -3)$ ، ونصف قطرها يساوي 6.

$$(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 36$$

(b) الدائرة الممثلة في المستوى الإحداثي أدناه.



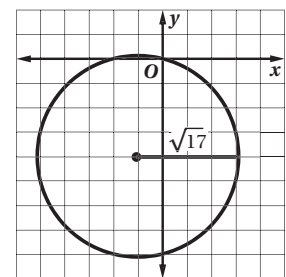
$$(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$$

2 اكتب معادلة كلٍّ من الدائرتين الآتيتين:

(a) مركزها $(-3, -2)$ ، وتمر بالنقطة $(1, -2)$

$$(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$$

(b) الدائرة الممثلة في المستوى الإحداثي أدناه.



$$(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 17$$

إرشادات للدراسة

مسلمات إقليدس:

لقد درست ثلاثًا من مسلمات إقليدس في درس 5-2، وهناك مسألة أخرى لإقليدس، وهي أنه يمكنك رسم دائرة وحيدة بنصف قطر معلوم باختيار أي نقطة لتكون مركزًا لهذه الدائرة.

التعليم باستعمال التقنيات

السبورة التفاعلية:

اعرض المستوى الإحداثي على السبورة، وارسم دائرة مركزها نقطة الأصل، ثم اعرض إحداثيات المركز وطول نصف القطر ومعادلة الدائرة، ثم اطلب إلى الطلاب أن يقوموا بسحب هذه الدائرة؛ لتغيير مركزها أو تغيير أنصاف أقطارها بالتناوب. احفظ هذه النتائج وورّعها على طلاب الصف.

تنبيه!

صيغة المسافة بين نقطتين:

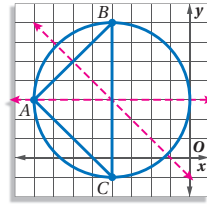
عند استعمال صيغة المسافة بين نقطتين، ذكّر الطلاب بأن ينتبهوا إلى تعويض الإحداثي x والإحداثي y بالترتيب الصحيح، وكذلك ضرورة الانتباه إلى إشارات هذه الإحداثيات.

أعاصير: وُضعت ثلاث صفارات التحذير من الأعاصير في ثلاثة مواقع استراتيجية على دائرة حول مدينة، اكتب معادلة الدائرة التي وُضعت عليها الصفارات الثلاث إذا كانت إحداثيات مواقعها هي: $A(-8, 3)$, $B(-4, 7)$, $C(-4, -1)$.

افهم: المعطيات: إحداثيات ثلاث نقاط تقع على الدائرة هي:

$A(-8, 3)$, $B(-4, 7)$, $C(-4, -1)$

المطلوب: كتابة معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط الثلاث.



خطط: مثل $\triangle ABC$ بيانيًا، ثم أنشئ عمودين منصفين لاثنتين من أضلاعه؛

لتعيين مركز الدائرة، حيث إن العمود المنصف لوتر في

الدائرة هو قطر (أو نصف قطر) لها، وأوجد طول نصف قطر

الدائرة، ثم استعمل المركز ونصف القطر لكتابة معادلتها.

حل: أنشئ عمودين منصفين لضلعين، يظهر من الرسم أن مركز

الدائرة يقع عند النقطة $(-4, 3)$ ، ونصف القطر 4

اكتب المعادلة:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$[x - (-4)]^2 + (y - 3)^2 = 4^2$$

$$(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 16$$

تحقق: ارسم دائرة مركزها $(-4, 3)$ ونصف قطرها 4، ثم تحقق من أنها تمر بالنقاط الثلاث المعطاة.

تحقق من فهمك

(4) اكتب معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط: $R(1, 2)$, $S(-3, 4)$, $T(-5, 0)$. $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 10$



الربط مع الحياة

في الولايات المتحدة يُسجل 1000 إعصار تقريبًا خلال السنة الواحدة. أكثر هذه الأعاصير تدميرًا هي الأعاصير التي تبلغ سرعتها 250 mi/h، أو أكثر، فقد يصل عرض مسارها التدميري إلى 50 mi، ويمتد إلى 50 mi.

مثالان إضافيان

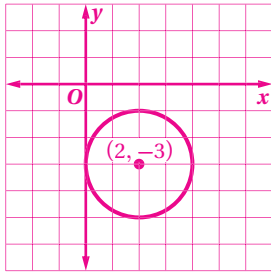
أوجد مركز ونصف قطر الدائرة التي معادلتها:

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 4$$

ثم مثلها بيانيًا.

المركز $(2, -3)$ ، ونصف القطر

يساوي 2



كهرباء: طريقة توزيع المحطات

الفرعية لنقل الكهرباء وتوزيعها على

المدن الشديدة الأهمية لشركات

الطاقة. افترض أننا مثلنا ثلاث

محطات بالنقاط الآتية:

$D(3, 6)$, $E(-1, 0)$, $F(3, -4)$

ثم اكتب معادلة الدائرة التي تمرُّ

بالنقاط الثلاث.

$$(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 26$$

تأكد

المثالان 1, 2

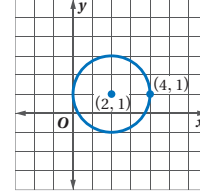
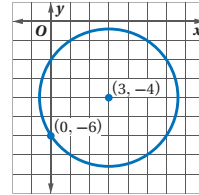
اكتب معادلة الدائرة في كلٍّ مما يأتي:

(1) مركزها $(9, 0)$ ، ونصف قطرها 5

(2) مركزها $(3, 1)$ ، وقطرها 14

(3) مركزها نقطة الأصل، وتمر بالنقطة $(2, 2)$.

(4) مركزها $(-5, 3)$ ، وتمر بالنقطة $(1, -4)$.



أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المعطاة معادلتها في كلٍّ مما يأتي، ثم مثلها بيانيًا. (7-9) انظر ملحق الإجابات.

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16 \quad (7)$$

$$x^2 + (y + 1)^2 = 4 \quad (8)$$

$$(x + 3)^2 + y^2 - 9 = 0 \quad (9)$$

(10) **اتصالات:** مُثِّلَت ثلاثة أبراج هواتف نقالة بالنقاط: $X(6, 0)$, $Y(8, 4)$, $Z(3, 9)$ ، عَيِّن موقع برج آخر يبعد مسافات متساوية عن هذه الأبراج الثلاثة، ثم اكتب معادلة الدائرة التي تقع عليها الأبراج الثلاثة.

$$(3, 4); (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 25$$

تنويع التعليم

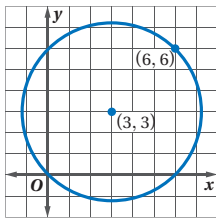
ضمن فوق

المتعلمون المنطقيون: وُضِّح للطلاب أنهم سيعتمدون كثيرًا على معلوماتهم الهندسية ومهارات التبرير في حل مسائل هذا الدرس، واسمح لهم بأن يستكشفوا ويتعاونوا في أثناء حلِّهم الأمثلة والتمارين. اطلب إليهم استذكار التعريفات والمفاهيم والنظريات؛ لمساعدتهم على تفسير سبب استعمالهم طريقة معينة في حل الأسئلة.

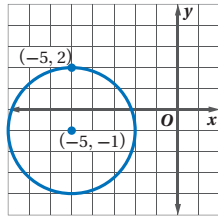
المثالان 1, 2

اكتب معادلة الدائرة في كل ممّا يأتي: (11-18) انظر الهامش.

- (11) مركزها نقطة الأصل، ونصف قطرها 4
(12) مركزها (6, 1)، ونصف قطرها 7
(13) مركزها (-2, 0)، ونصف قطرها 16
(14) مركزها (8, -9)، ونصف قطرها $\sqrt{11}$
(15) مركزها (-3, 6)، وتَمُرُّ بالنقطة (0, 6).
(16) طرفا قطرٍ فيها (0, 4) و (6, -4).



(18)



(17)

- (19) **طقس:** أظهرت شاشة رادار حلقات دائرية مركزها إعصار. إذا كان مركز شاشة الرادار هو نقطة الأصل، والحلقة الأولى تبعد 15 mi عن المركز، والمسافة بين كل حلقتين متتاليتين 15 mi، فما معادلة الحلقة الثالثة؟ $x^2 + y^2 = 2025$

أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المعطاة معادلتها في كل ممّا يأتي، ثم مثلها بيانيًا. (20-23) انظر ملحق الإجابات.

- (20) $x^2 + y^2 = 36$
(21) $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$
(22) $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 = 16$
(23) $(x - 8)^2 + y^2 = 64$

المثال 3

المثال 4

اكتب معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط المعطاة في كلٍّ من السؤالين الآتيين، ثم مثلها بيانيًا. (24, 25) انظر ملحق الإجابات

- (24) $A(1, 6), B(5, 6), C(5, 0)$
(25) $F(3, -3), G(3, 1), H(7, 1)$

- (26) **صواريخ:** اختلاف حجم محرك الصاروخ، يؤدي إلى وصوله إلى ارتفاعات مختلفة، وكلما زاد الارتفاع الذي يصل إليه الصاروخ، كبرت الدائرة التي سيهبط فيها، وفي ظروف الرياح الطبيعية يكون طول نصف قطر دائرة الهبوط ثلاثة أمثال ارتفاع الصاروخ. (a) $x^2 + y^2 = 810000$

- (a) اكتب معادلة دائرة هبوط صاروخ وصل إلى ارتفاع 300 ft، ففترض أن مركز الدائرة هو نقطة الأصل.
(b) ما طول نصف قطر دائرة هبوط صاروخ وصل إلى ارتفاع 1000 ft؟ 3000 ft

- (27) **إذاعة:** تبث إذاعة محليةً براميجها، فتغطي منطقةً لا يزيد بعدها عن برج البث أكبر من 60 km، إذا كان البرج يقع على بعد 40 km غربًا و 50 km شرقًا من منزل خالد.

- (a) إذا كان منزل خالد عند نقطة الأصل في المستوى الإحداثي، فاكتب المعادلة التي تُمثّل الموقف ومثلها بيانيًا. انظر الهامش.

- (b) ماذا يُمثّل هذا المنحنى؟ وهل يمكن أن يلتقط خالد البث من البرج الإذاعي؟ اشرح إجابتك.

- (28) أوجد مركز ونصف قطر الدائرة التي معادلتها: $x^2 + 6x + y^2 - 2y = 15$. $(-3, 1); 5$

- (29) اكتب معادلة الدائرة التي قطرها 12، ويقع مركزها في الربع الثاني، وتمسُّ كلاً من المستقيمين $y = -4, x = 1$.

$$(x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 36$$

3 التدريب

التقويم التكويني

استعمل التمارين 1-10؛ للتأكد من فهم الطلاب، ثم استعمل الجدول أسفل هذه الصفحة؛ لتعيين الواجبات المنزلية للطلاب بحسب مستوياتهم.

تنبيه لحل سؤال

ورق الرسم البياني تتطلب الأسئلة 20-24, 30, 33 استعمال ورق الرسم البياني.

إجابات:

$$(11) x^2 + y^2 = 16$$

$$(12) (x - 6)^2 + (y - 1)^2 = 49$$

$$(13) (x - 2)^2 + y^2 = 256$$

$$(14) (x - 8)^2 + (y + 9)^2 = 11$$

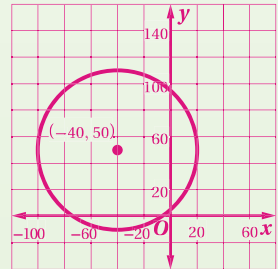
$$(15) (x + 3)^2 + (y - 6)^2 = 9$$

$$(16) (x - 3)^2 + y^2 = 25$$

$$(17) (x + 5)^2 + (y + 1)^2 = 9$$

$$(18) (x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 18$$

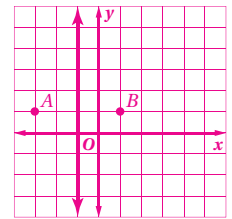
$$(27a) (x + 40)^2 + (y - 50)^2 = 3600;$$



تنوع الواجبات المنزلية

الأسئلة	المستوى
11-25, 32-39	دون المتوسط
11-25 فردي, 26-29, 32-39	ضمن المتوسط
26-39	فوق المتوسط

(30b) إجابة ممكنة:

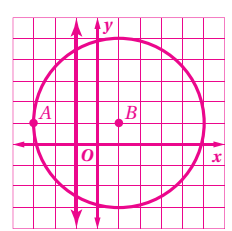


إرشادات للاختبار

استعمال الصيغ:

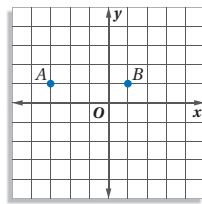
تذكر أنه إذا كان السؤال يوظف المستوى الإحداثي، فاستعمل صيغتي المسافة بين نقطتين ونقطة المنتصف وكذلك صيغة الميل لحل السؤال، وللتأكد من صحة حلك.

(30d) إجابة ممكنة:



(30) **تمثيلات متعددة:** في هذا السؤال ستستقصي المحل الهندسي المركب لنقطتين، وهو المحل الهندسي الذي يُحقق أكثر من شرط مختلف.

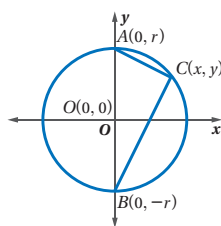
- (a) **جدولياً:** اختر نقطتين A و B في المستوى الإحداثي، واكتب إحداثيات 5 نقاط في المستوى تبعد مسافات متساوية عن كل من A و B . **انظر الهامش.**
- (b) **بيانياً:** مثل المحل الهندسي لهذه النقاط بيانياً.
- (c) **لفظياً:** صف المحل الهندسي للنقاط جميعها التي تبعد مسافات متساوية عن زوج من النقاط. **انظر الهامش.**



- (d) **بيانياً:** استعمل التمثيل البياني الذي حصلت عليه من الفرع b؛ لتحديد المحل الهندسي لجميع النقاط في المستوى، والتي تبعد مسافة AB عن النقطة B ، ومثله بيانياً.
- (e) **لفظياً:** صف المحل الهندسي لجميع النقاط في المستوى، والتي تبعد مسافات متساوية عن نقطة واحدة. ثم صف المحل الهندسي المركب لجميع النقاط التي تبعد مسافات متساوية عن A و B ، وتبعد مسافة AB عن B . واذكر ماذا يمثل بيانياً؟ **انظر الهامش.**

مسائل مهارات التفكير العليا

(31) **تحذّر:** اكتب برهاناً إحداثياً لإثبات أنه إذا قابلت الزاوية المحيطية قطراً في الدائرة كما في الشكل المجاور، فإنها قائمة. **انظر ملحق الإجابات.**



(32) **تبرير:** معادلة دائرة هي: $(x-5)^2 + (y+7)^2 = 16$.

إذا أُجريت إزاحة لمركزها بمقدار 3 وحدات إلى اليمين و 9 وحدات إلى أعلى، فما معادلة الدائرة الجديدة؟ برّر إجابتك. **انظر الهامش.**

(33) **مسألة مفتوحة:** عَيّن ثلاث نقاط في المستوى الإحداثي ليست على استقامة واحدة، وارسم مثلثاً رؤوسه هذه النقاط، ثم أنشئ الدائرة التي تحيط به. **انظر ملحق الإجابات.**

(34) **اكتب:** اشرح العلاقة بين صيغة المسافة بين نقطتين ومعادلة الدائرة. **انظر الهامش.**

تدريب على اختبار

(35) أيّ المعادلات الآتية تُمثل معادلة الدائرة التي مركزها $(6, 5)$ ، وتمر بالنقطة $(2, 8)$ ؟ **A**

A $(x-6)^2 + (y-5)^2 = 5^2$

B $(x-5)^2 + (y-6)^2 = 7^2$

C $(x+6)^2 + (y+5)^2 = 5^2$

D $(x-2)^2 + (y-8)^2 = 7^2$

(36) إذا كان نصف قطر $\odot F$ يساوي 4، وإحداثياً مركزها هما $(-4, 0)$ ، فأَيُّ النقاط الآتية تقع على $\odot F$ ؟ **D**

A $(4, 0)$

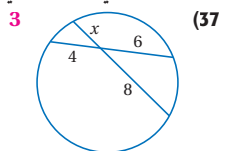
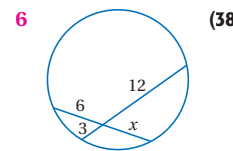
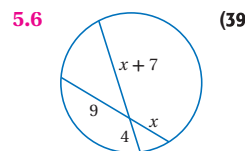
C $(4, 3)$

B $(0, 4)$

D $(-4, 4)$

مراجعة تراكمية

أوجد قيمة x في كلٍّ مما يأتي: (الدرس 7-8)



235 الدرس 8-8 معادلة الدائرة

تنويع التعليم

ضمني فوق

توسّع: ما العلاقة بين الدوائر المتحدة في المركز، ولها نصف القطر نفسه؟ فسّر إجابتك. هي الدائرة نفسها؛ لأن الدائرة تتحدد تماماً بمعرفة المركز ونصف القطر. الدائرتان اللتان تشتركان في المركز نفسه، ويكون لهما نصف القطر نفسه، يجب أن تكونا متطابقتين.

(34) إجابة ممكنة: يمكن اشتقاق معادلة الدائرة من صيغة المسافة بين نقطتين باستعمال النقطة المعطاة، والمركز المُعطى أيضاً، حيث يمثل نصف القطر المسافة بين النقطتين.

تمثيلات متعددة: في السؤال 30،

يستعمل الطلاب الجداول والتمثيل البياني والوصف اللفظي؛ لاستقصاء المحل الهندسي المركب لنقطتين.

4 التقويم

فهم الرياضيات اطلب إلى الطلاب أن يتناوبوا على كتابة معادلات دوائر، ثم اطلب إليهم تسمية مراكز الدوائر، وتحديد أطوال أنصاف أقطارها.

التقويم التكويني

تحقق من فهم الطلاب الدرسين 8-8، 8-7، 8-6، بإعطائهم:

الاختبار القصير 4، ص (69)

إجابات:

(30a) إجابة ممكنة:

x	y
-1	-3
-1	-1
-1	0
-1	2
-1	4

(30c) مستقيم، وهو العمود المنصف للقطعة الواصلة بين هاتين النقطتين.

(30e) المحل الهندسي للنقاط في المستوى التي تبعد مسافات متساوية عن نقطة معلومة هو دائرة، والمحل الهندسي للنقاط التي تبعد مسافات متساوية من النقطتين A و B ، وتبعد مسافة AB عن B ، هو تقاطع المحل الهندسي للنقاط التي تبعد مسافات متساوية عن A و B ، والمحل الهندسي للنقاط التي تبعد مسافة AB عن B . ويُمثل المحل الهندسي المركب بيانياً بنقطتين.

(32) $(x-8)^2 + (y-2)^2 = 16$ ؛ الدائرة الأولى يقع مركزها عند $(8, 2)$ ، إذا أرحنا الدائرة 3 وحدات إلى اليمين و 9 وحدات إلى أعلى، سيكون المركز الجديد للدائرة عند $(8, 2)$ ، وتصبح معادلتها:

$(x-8)^2 + (y-2)^2 = 16$

مصادر المعلم للأنشطة الصفية



مصادر المعلم للأنشطة الصفية

مصادر الدرس 8 - 8

دون	ضمن	فوق	
تدريبات إعادة التعليم (41) الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-8 تدريبات إعادة التعليم معادلة الدائرة معادلة الدائرة: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-8 تدريبات إعادة التعليم معادلة الدائرة معادلة الدائرة: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	تدريبات إعادة التعليم (42) الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-8 تدريبات إعادة التعليم معادلة الدائرة معادلة الدائرة: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-8 تدريبات إعادة التعليم معادلة الدائرة معادلة الدائرة: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	تدريبات حل المسألة (43) الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-8 تدريبات المهارات معادلة الدائرة معادلة الدائرة: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-8 تدريبات حل المسألة معادلة الدائرة معادلة الدائرة: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$	تدريبات حل المسألة (44) الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-8 تدريبات حل المسألة معادلة الدائرة معادلة الدائرة: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ الاسم: _____ التاريخ: _____ 8-8 تدريبات حل المسألة معادلة الدائرة معادلة الدائرة: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$



مصادر الدرس 8 - 8

فوق المتوسط

ضمن المتوسط

دون المتوسط

فوق ضمن دون

كتاب التمارين (29)

فوق ضمن

التدريبات الإثرائية (45)

8 - 8 معادلة الدائرة

اكتب معادلة الدائرة في كل من الحالات الآتية:

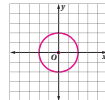
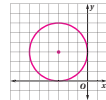
- 1 مركزها نقطة الأصل، ونصف قطرها 7 $x^2 + y^2 = 49$
- 2 مركزها النقطة $(0, 0)$ ، وقطرها 18 $x^2 + y^2 = 81$

- 3 مركزها النقطة $(-7, 11)$ ، ونصف قطرها 8 $(x + 7)^2 + (y - 11)^2 = 64$
- 4 مركزها $(12, -9)$ ، وقطرها 22 $(x - 12)^2 + (y + 9)^2 = 121$

- 5 مركزها النقطة $(-1, 8)$ ، ونتمر بالنقطة $(9, 3)$ $(x + 1)^2 + (y - 8)^2 = 125$
- 6 مركزها $(-3, -3)$ ، ونتمر بالنقطة $(-2, 3)$ $(x + 3)^2 + (y + 3)^2 = 37$

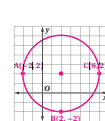
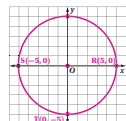
عثر إحدائي مركز الدائرة المماسة معادلتيها في كل من السؤالين الآتيين، وأوجد نصف قطرها، ثم مقلها بيانيًا:

- 7 $x^2 + y^2 = 4$
- 8 $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 9$



اكتب معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط المماسة في كل من السؤالين الآتيين، ثم مقلها بيانيًا:

- 9 $A(-2, 2)$, $B(2, -2)$, $C(6, 2)$
- 10 $A(5, 0)$, $B(5, 0)$, $T(0, -5)$



- 11 $x^2 + y^2 = 25$
- 12 $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 16$

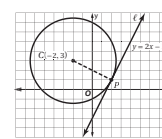
11 زلازل: تنطلق من مركز حدوث الزلازل موجات مرتدة تتحرك في صورة دوائر متحدة في المركز، وقد رصدت إحدى محطات رصد الزلازل زلزالًا يبعد مركزه 50 km إلى الشرق منها. إذا كان موقع المحطة عند نقطة الأصل، فاكتب معادلة إحدى دوائر الموجات الزلزالية المرتدة. $(x - 50)^2 + y^2 = 2500$

29

الاسم _____ التاريخ _____

8-8 التدريبات الإثرائية

معادلة الدائرة والمماس:



أع الخطوات الآتية لإيجاد معادلة الدائرة التي مركزها $C(-2, 3)$ ، ونتمر المستقيم ℓ الذي معادلته $y = 2x - 3$ ، مستعملًا الشكل أعلاه.

- 1 أوجد ميل المستقيم ℓ الذي معادلته $y = 2x - 3$.

2

- 2 إذا كانت C التي مركزها $C(-2, 3)$ نتمر المستقيم ℓ عند النقطة P ، فما ميل نصف القطر $\overline{CP}$ ؟

$-\frac{1}{2}$

- 3 اكتب معادلة المستقيم الذي يحوي $\overline{CP}$.

$y = -\frac{1}{2}x + 2$

- 4 استعمل المعادلة التي حصلت عليها من السؤال 3، والمعادلة $y = 2x - 3$ لإيجاد نقطة تقاطع المستقيمين اللذين يمثلان هاتين المعادلتين. ما إحداثيات هذه النقطة؟

$P_1(2, 1)$

- 5 أوجد طول نصف القطر $\overline{CP}$.

$\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

- 6 استعمل إحداثيات المركز $C(-2, 3)$ ، وإجابتيك عن السؤال 5 لكتابة معادلة C .

$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 20$

الفصل 8: الدائرة

45

الصف: الأول الثانوي

التقويم التكويني

المفردات الأساسية رقم الصفحة بعد كل مفردة يُشير إلى الصفحة التي وردت فيها المفردة أول مرة، فإذا واجه بعض الطلاب صعوبات في حل الأسئلة 1-8، فوجههم إلى أنه يمكنهم استعمال هذه الصفحات لتذكّر هذه المفردات.

التقويم الختامي

اختبار المفردات، ص (71)

ملخص الفصل

المفاهيم الأساسية

الدائرة ومحيطها (الدرس 8-1)

• محيط الدائرة يساوي $2\pi r$ أو πd .

الزوايا والأقواس والأوتار والزوايا المحيطية (الدرس 8-2 إلى 8-4)

- مجموع قياسات الزوايا المركزية في الدائرة يساوي 360° .
- طول القوس يتناسب تناسباً طردياً مع محيط الدائرة.
- قطر الدائرة العمودي على وترٍ فيها، ينصفه وينصف القوسين المقابلين لهذا الوتر.
- قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس الذي تقابله.

المماس والقاطع وقياسات الزوايا (الدرس 8-5، 8-6)

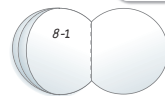
- يقطع المماس الدائرة في نقطة واحدة بالضبط، ويكون عمودياً على نصف القطر المار بنقطة التماس.
- مماساً الدائرة المرسوم من نقطة واحدة خارجها يكونان متطابقين.
- قياس الزاوية المتكوّنة من تلاقي قاطعين خارج الدائرة، يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسي القوسين المقابلين لها.
- قياس الزاوية المتكوّنة من قاطعٍ ومماسٍ يساوي نصف قياس القوس المقابل لهذه الزاوية.

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة ومعادلة الدائرة (الدرس 8-7، 8-8)

- يمكن إيجاد أطوال الأوتار المتقاطعة في الدائرة باستعمال حاصل ضرب أطوال أجزاء هذه الأوتار.
- معادلة الدائرة التي مركزها (h, k) ونصف قطرها r هي: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$.

المطويات

منظم أفكار



تأكد من أن المفاهيم الأساسية مدوّنة في مطوبتك.

مفردات أساسية

الدائرة (ص. 178)	القوس الأصغر (ص. 187)
المركز (ص. 178)	القوس الأكبر (ص. 187)
نصف القطر (ص. 178)	نصف دائرة (ص. 187)
الوتر (ص. 178)	الأقواس المتطابقة (ص. 187)
القطر (ص. 178)	الأقواس المتجاورة (ص. 188)
الدوائر المتطابقة (ص. 179)	طول القوس (ص. 189)
الدائرتان المتحدتان في المركز (ص. 179)	الزاوية المحيطية (ص. 201)
محيط الدائرة (ص. 180)	القوس المقابل (ص. 201)
باي (π) (ص. 180)	المماس (ص. 209)
المضلع المحاط بدائرة (ص. 181)	نقطة التماس (ص. 209)
الدائرة الخارجية (ص. 181)	المماس المشترك (ص. 209)
الزاوية المركزية (ص. 186)	القاطع (ص. 216)
القوس (ص. 186)	

اختبار المفردات

بين ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة أو خاطئة، وإذا كانت خاطئة فضع كلمة من القائمة أعلاه مكان الكلمة التي تحتها خط؛ لتجعل الجملة صحيحة:

- 1) أي قطعة مستقيمة يقع طرفها على الدائرة فهي نصف قطر للدائرة. خطأ؛ وتر
- 2) الوتر المار بمركز الدائرة هو قطر فيها. صحيحة
- 3) يقع رأس الزاوية المركزية عند مركز الدائرة، ويحتوي ضلعاها على نصفي قطرين للدائرة. صحيحة
- 4) القوس الذي قياسه أقل من 180° هو قوس أكبر. خطأ؛ القوس الأصغر
- 5) القوس المقابل للزاوية المحيطية هو القوس الذي يقع طرفاه على ضلعي الزاوية المحيطية، ويقع داخلها. صحيحة
- 6) النقطة الوحيدة التي يتقاطع فيها مستقيم مع دائرة في المستوى نفسه هي المماس المشترك. خطأ؛ نقطة التماس خطأ؛ نقطتين
- 7) القاطع هو المستقيم الذي يقطع الدائرة في نقطة واحدة بالضبط.
- 8) تكون الدائرتان متحنتين في المركز، إذا فقط إذا كان نصفاهما قطريهما متطابقين. خطأ؛ متطابقين

منظم أفكار

المطويات

واقترح عليهم أن يُبقوا مطوياتهم في متناول أيديهم، عند حل أسئلة دليل الدراسة والمراجعة.

وبين لهم أنه يمكن أن تكون مطوياتهم أداة مراجعة سريعة استعداداً لاختبار الفصل.

اطلب إلى الطلاب أن يتصفحوا دروس الفصل؛ للتحقق من أنهم كتبوا في مطوياتهم أمثلة لكل درسٍ.

مراجعة الدروس

مراجعة: إذا لم تكن الأمثلة المعطاة كافيةً لمراجعة المواضيع التي تناولتها الأسئلة 1-8، فذكر الطلاب بمرجع الصفحات الذي يدلُّهم أين يراجعون تلك المواضيع في كتابهم المقرر.

إجابات:

13.69 cm; 6.84 cm (12)

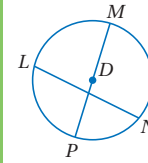
8.5 yd; 4.25 yd (13)

34.54 ft; 17.27 ft (14)

71.91 mm; 35.95 mm (15)

8-1 الدائرة ومحيطها (ص 178-185)

استعمل الدائرة في الشكل أدناه للإجابة عن الأسئلة 9-11:



(9) سمِّ الدائرة. $\odot D$

(10) سمِّ نصف قطر للدائرة. $\overline{DM}$ أو $\overline{DP}$

(11) سمِّ وترًا لا يكون قطرًا. $\overline{LN}$

أوجد القطر ونصف القطر للدائرة المُعطى محيطها في كلِّ ممَّا يأتي، مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة. 12-15. انظر الهامش.

$C = 26.7$ yd (13)

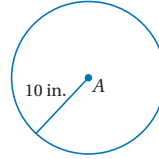
$C = 43$ cm (12)

$C = 225.9$ mm (15)

$C = 108.5$ ft (14)

مثال 1

أوجد محيط $\odot A$.



$$C = 2\pi r$$

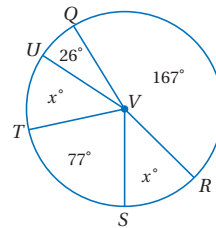
$$\text{بالتعويض} = 2\pi(10)$$

$$\text{باستعمال الحاسبة} \approx 62.83$$

محيط $\odot A$ يساوي 62.83 in تقريبًا.

مثال 2

أوجد قيمة x° في الشكل الآتي:



مجموع قياسات
الزوايا المركزية

$$m\angle QVR + m\angle RVS + m\angle SVT + m\angle TVU + m\angle UVQ = 360^\circ$$

$$\text{بالتعويض} \quad 167^\circ + x^\circ + 77^\circ + x^\circ + 26^\circ = 360^\circ$$

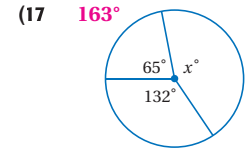
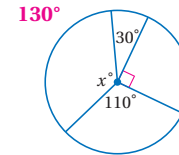
$$\text{بالتبسيط} \quad 270^\circ + 2x^\circ = 360^\circ$$

$$\text{بالطرح} \quad 2x^\circ = 90^\circ$$

$$\text{بالقسمة} \quad x^\circ = 45^\circ$$

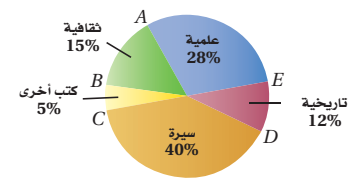
8-2 قياس الزوايا والأقواس (ص 186-193)

أوجد قيمة x° في كلِّ من السؤالين الآتيين:



(18) **كتب:** أجرى مُعلم مسحًا حول الكتب التي يفضل طلابه قراءتها، ومثل النتائج التي حصل عليها بالقطاعات الدائرية كما في الشكل أدناه، أجب عما يأتي:

الكتب التي يفضلها الطلاب



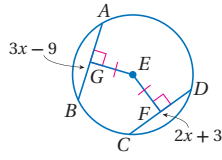
(a) أوجد $m\widehat{AE}$ (b) 100.8° أوجد $m\widehat{BC}$ (c) صِفْ قوس القطاع الدائري الذي يمثل فئة السيرة.

قوس أصغر

8-3 الأقواس والأوتار (ص 194-200)

مثال 3

جبر: في $\odot E$ ، إذا كان $EG = EF$ ، فأوجد AB .



الوتران $\overline{EG}$ ، $\overline{EF}$ متطابقان، لأن بُعديهما عن E متساويان.
إذن:

$$\text{النظرية 8.5} \quad AB = CD$$

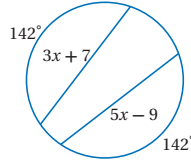
$$\text{بالتعويض} \quad 3x - 9 = 2x + 3$$

$$\text{بإضافة 9 لكلا الطرفين} \quad 3x = 2x + 12$$

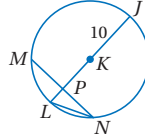
$$\text{بطرح 2x من كلا الطرفين} \quad x = 12$$

$$\text{إذن: } AB = 3(12) - 9 = 27$$

(19) أوجد قيمة x في الشكل المجاور. 8



في $\odot K$ ، إذا كان: $MN = 16$ ، $m\widehat{MLN} = 98^\circ$ ،
فأوجد كل قياس مما يأتي مقرباً لإجابتك
إلى أقرب جزء من مئة.



$$(20) \quad m\widehat{NJ} = 131^\circ \quad (21) \quad LN = 8.94$$

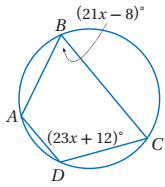
(22) **بُسْتَنَة:** يُبين الشكل عريشاً يعلوه
قوس من دائرة، إذا كان $\widehat{CD}$ جزءاً من
قطرها و $m\widehat{AB} = 28\%$ من الدائرة
كاملة، فأوجد $m\widehat{CB}$. 50.4°



8-4 الزوايا المحيطية (ص 201-207)

مثال 4

أوجد $m\angle B$ و $m\angle D$.



بما أن $ABCD$ محاط بدائرة، إذن
الزويتان المتقابلتان متكاملتان.

$$\text{تعريف الزوايا المتكاملة} \quad m\angle D + m\angle B = 180^\circ$$

$$\text{بالتعويض} \quad (23x + 12)^\circ + (21x - 8)^\circ = 180^\circ$$

$$\text{بالتبسيط} \quad (44x + 4)^\circ = 180^\circ$$

$$\text{بالطرح} \quad 44x = 176$$

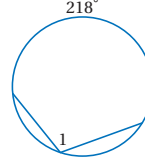
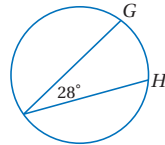
$$\text{بالقسمة} \quad x = 4$$

$$\text{إذن: } m\angle D = (23(4) + 12)^\circ = 104^\circ$$

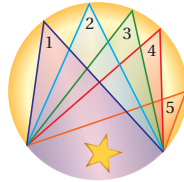
$$\text{و } m\angle B = (21(4) - 8)^\circ = 76^\circ$$

أوجد كلًا من القياسين الآتيين:

$$(23) \quad m\angle 1 = 109^\circ \quad (24) \quad m\widehat{GH} = 56^\circ$$

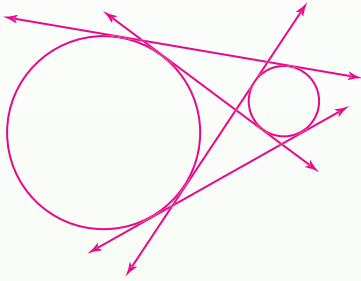


(25) **شعارات:** إذا كان $m\angle 1 = 42^\circ$
في الشعار المجاور،
فأوجد $m\angle 5$. 42°



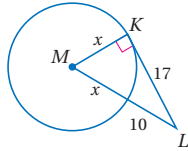
إجابة:

(26)



مثال 5

إذا كانت $\overline{KL}$ مماسًا لـ $\odot M$ عند K كما في الشكل المجاور، فأوجد قيمة x .



من النظرية 8.10: $\overline{MK} \perp \overline{KL}$ ؛ إذن $\triangle MKL$ مثلث قائم الزاوية.

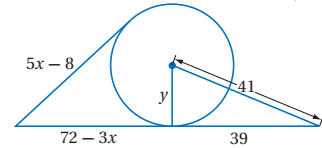
نظرية فيثاغورس	$KM^2 + KL^2 = ML^2$
بالتعويض	$x^2 + 17^2 = (x + 10)^2$
بالضرب	$x^2 + 289 = x^2 + 20x + 100$
بالتبسيط	$289 = 20x + 100$
بالطرح	$189 = 20x$
بالقسمة	$9.45 = x$

8-5 المماسات (ص 209-215)

(26) **خيال علمي:** كتب جابر قصة قصيرة، وذكر فيها أن الانتقال أو السفر الفوري بين كوكب معين ثنائي الأبعاد وقمره، يكون ممكنًا إذا كان مسار الانتقال مماسًا لها. ارسم المسارات الممكنة جميعها. **انظر الهامش.**



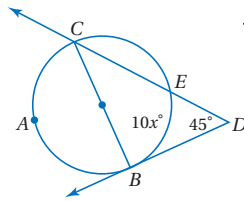
(27) أوجد قيمة كل من x و y مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً، مقربًا إجابتك إلى أقرب عُشر. **$x = 10, y = 12.6$**



8-6 القاطع والمماس وقياسات الزوايا (ص 216-223)

مثال 6

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.



$\widehat{CAB}$ نصف دائرة؛ لأن $\overline{CB}$ قطرٌ فيها.

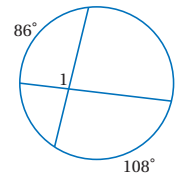
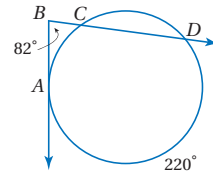
إذن: $m\widehat{CAB} = 180^\circ$

النظرية 8.14	$m\angle D = \frac{1}{2} (m\widehat{CB} - m\widehat{EB})$
بالتعويض	$45^\circ = \frac{1}{2} (180 - 10x)^\circ$
بالضرب	$90 = 180 - 10x$
بالطرح	$-90 = -10x$
بالقسمة	$9 = x$

أوجد القياسين الآتين:

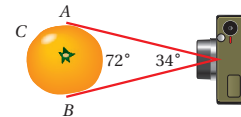
(29) $m\widehat{AC} = 56^\circ$

(28) $m\angle 1 = 97^\circ$



(30) **تصوير:** أراد أحمد أن يلتقط صورةً لبرتقالة، فأخذ اللقطة كما في الشكل أدناه، حيث كان خطًا النظر مماسين لها. إذا كان قياس زاوية الرؤية لآلة التصوير 34° ، فأوجد $m\widehat{ACB}$.

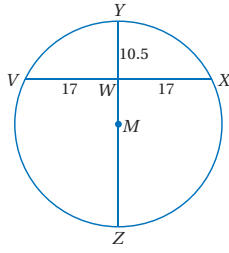
140°



8-7 قطع مستقيمة خاصة في الدائرة (ص 229-224)

مثال 7

أوجد قطر الدائرة M .



النظرية 8.15 $VW \cdot WX = YW \cdot WZ$

بالتعويض $17 \cdot 17 = 10.5 \cdot WZ$

بالتبسيط $289 = 10.5 \cdot WZ$

بقسمة كلا الطرفين على 10.5 $27.5 \approx WZ$

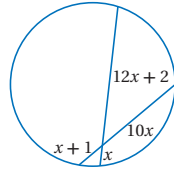
مسلمة جمع القطع المستقيمة $YZ = YW + WZ$

بالتعويض $YZ = 10.5 + 27.5$

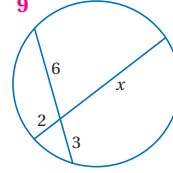
بالتبسيط $YZ = 38$

أوجد قيمة x في كل من السؤالين الآتيين:

4

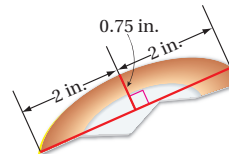


(32)



(31)

(33) آثار: وجد حمزة جزءاً من طبق أثري مكسور في أثناء حفرة حفرة لزراعة شجرة. ما محيط الطبق الأصلي؟ قرب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة. **19.1 in**



إجابة:

(36) نصف قطر الدائرة يساوي $15 + 19$ ؛

أي يساوي 34 in، ومركزها (h, k)

هو $(0, 0)$ ؛ إذن معادلة الدائرة هي:

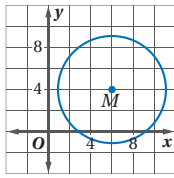
$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 34^2$$

أي: $x^2 + y^2 = 1156$.

8-8 معادلة الدائرة (ص 235-231)

مثال 8

اكتب معادلة الدائرة الممثلة بيانياً أدناه.



مركز الدائرة $(6, 4)$ ونصف قطرها 5

معادلة الدائرة $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

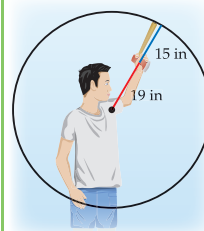
$r = 5, (h, k) = (6, 4)$ $(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 5^2$

بالتبسيط $(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 25$

اكتب معادلة الدائرة في كل مما يأتي:

(34) مركزها $(-2, 4)$ ونصف قطرها 5 $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$

(35) مركزها $(1, 2)$ وقطرها 14 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 49$

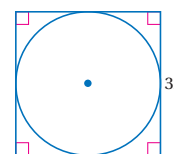


انظر الهامش.

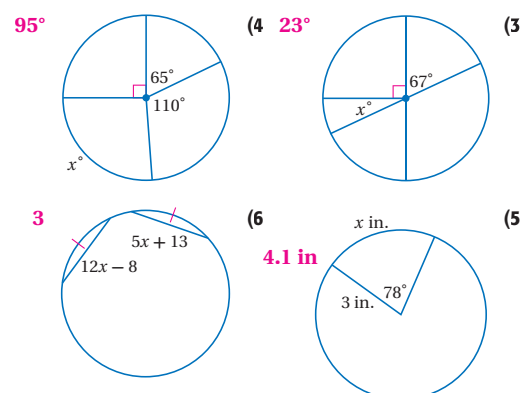
دائرة السلامة بالنسبة لعادل مفترضا أن مركز الدائرة هو نقطة الأصل.

(1) **برك سباحة:** عمق بركة سباحة سطحها دائري الشكل 4 ft، وطول قطر سطحها 25 ft، أوجد محيط سطح هذه البركة تقريباً إلى أقرب قدم؟ **79 ft**

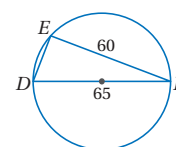
(2) أوجد القيمة الدقيقة لمحيط الدائرة الآتية: **32π**



أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

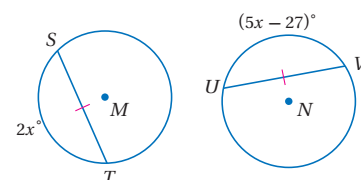


(7) **اختيار من متعدد:** ما طول $\overline{ED}$ في الشكل أدناه؟ **C**



25 C 5 A
88.5 D 15 B

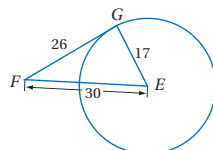
(8) إذا كانت $\odot M \cong \odot N$ ، فأوجد قيمة x . **9**



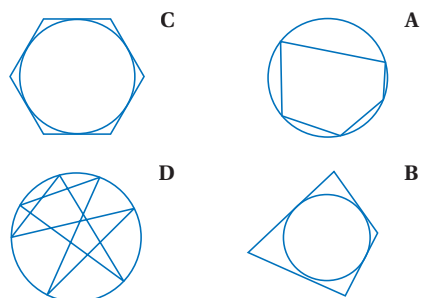
(9) **اختيار من متعدد:** ما عدد النقاط المشتركة بين الدائرتين المتحدتين في المركز؟ **A**

2 C 0 A
3 D 1 B

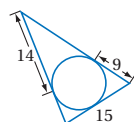
(10) حدّد ما إذا كانت $\overline{FG}$ مماساً لـ $\odot E$. برّر إجابتك. **انظر الهامش.**



(11) **اختيار من متعدد:** أيّ الأشكال أدناه يُمثّل دائرة تحيط بمضلع؟ **A**

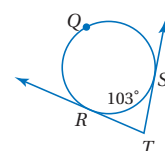
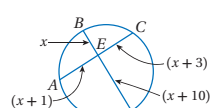


(12) أوجد محيط المثلث في الشكل المجاور، مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو كأنها مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً. **58**



أوجد كلّاً من القياسات الآتية:

(13) $m\angle T$ **77°** (14) $\frac{1}{2}x$



(15) **أزهار:** أرادت هند أن تحوّل جذع شجرة بحوض من الأزهار. إذا كان مركز جذع الشجرة هو نقطة الأصل، وأرادت هند أن يمتد الحوض 3 ft من مركز الشجرة، فما المعادلة التي تُمثّل الحد الخارجي لحوض الأزهار؟ **$x^2 + y^2 = 9$**

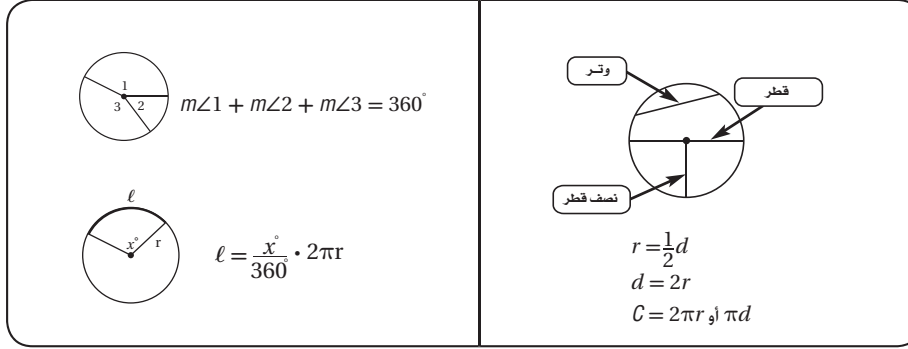
241 الفصل 8 اختبار الفصل

مخطط المعالجة

المستوى 1	ضمن المتوسط	المستوى 2	دون المتوسط
إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 25% تقريباً من الأسئلة،	إذا	أخطأ بعض الطلبة في حل ما نسبته 50% تقريباً من الأسئلة،
فاختر	أحد المصادر الآتية:	فاختر	أحد المصدرين الآتيين:
	الدروس:		تدريبات إعادة التعليم،
	8-1, 8-2, 8-3, 8-4, 8-5, 8-6, 8-7, 8-8		ص (6, 11, 16, 21, 26, 31)
	تدريبات المهارات،		
	ص (8, 13, 18, 23, 28, 33, 38, 43)		
	www.obeikaneducation.com		www.obeikaneducation.com

خصائص الدائرة

الدائرة هي الشكل الوحيد الذي تكون فيه للزوايا والأقواس والقطع المستقيمة التي تقطع الدائرة خصائص وعلاقات خاصة. ويُفترض أن تكون قادرًا على تعيين عناصر الدائرة وكتابة معادلتها، وإيجاد قياسات الأقواس والزوايا والقطع المستقيمة في الدائرة.



استراتيجية لتطبيق خصائص الدائرة

الخطوة 1

- مراجعة عناصر الدائرة والعلاقات بينها.
- تتضمن العناصر الأساسية: نصف القطر والوتر والقوس والمماس والقاطع.
- ادرس النظريات الأساسية للدائرة وخصائصها، بالإضافة إلى العلاقة بين عناصر الدائرة.

الخطوة 2

- اقرأ نص المسألة، وادرس أي شكل مُعطى بدقة وعناية.
- حدّد المطلوب من المسألة.
- ضع على الشكل المعلومات التي تتضمنها المسألة، وأي معلومات أخرى يمكن أن تُحددها.
- حدّد أي النظريات أو الخصائص التي يمكن تطبيقها في حالة هذه المسألة.

الخطوة 3

- حلّ المسألة، ثم تحقّق من حلك.
- طبّق النظريات أو الخصائص لحل المسألة.
- تحقّق من إجابتك، وتأكد من كونها مقبولة ومنطقية.

1 التركيز

الهدف: تعيين عناصر الدائرة، وإيجاد قياس كل من القوس والزوايا والقطع المستقيمة فيها، وكتابة معادلتها.

2 التدريس

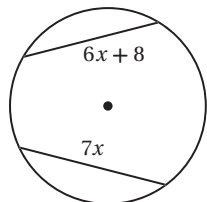
أسئلة التعزيز
أسأل:

- كيف تجد محيط الدائرة إذا علمت نصف قطرها؟ محيط الدائرة يساوي حاصل ضرب القطر في π
- ما الفرق بين الوتر والمماس والقاطع؟ الوتر هو قطعة مستقيمة يقع طرفاها على الدائرة. المماس هو مستقيم يقع في المستوى نفسه الذي تقع فيه الدائرة ويقطعها في نقطة واحدة فقط، أما القاطع فهو مستقيم يقطع الدائرة في نقطتين فقط.
- في الدائرة الواحدة أو في الدائرتين المتطابقتين، إذا تطابق وتران، فما العلاقة بين بُعديهما عن المركز؟ متساويان

مثال إضافي

1 تدريب على اختبار:

أوجد قيمة x إن أمكن.



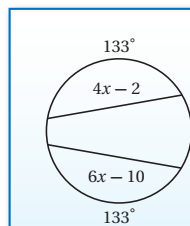
تحتاج إلى معرفة ما إذا كان الوتران متطابقين، لا توجد معلومات كافية لإيجاد قيمة x .

3 التقويم

استعمل التمرينين 1, 2، للتحقق من فهم الطلاب.

مثال

اقرأ المسألة جيداً، وحدد المطلوب فيها، ثم استعمل المعطيات لحلها.



أوجد قيمة x في الشكل المجاور:

- 2 A
3 B
4 C
6 D

اقرأ المسألة وادرس الشكل جيداً. أعطيت دائرة فيها وتران مقابلان لقوسين متطابقين. يكون الوتران متطابقين إذا فقط إذا كان القوسان الأصغران المقابلان لهما متطابقين. يمكنك استعمال هذه الخاصية لتكوين معادلة بدلالة x ، ومن ثم حلها.

$$\text{تعريف القطع المتطابقة} \quad 4x - 2 = 6x - 10$$

$$\text{بالطرح} \quad 4x - 6x = -10 + 2$$

$$\text{بالتبسيط} \quad -2x = -8$$

$$\text{بقسمة كلا الطرفين على -2} \quad \frac{-2x}{-2} = \frac{-8}{-2}$$

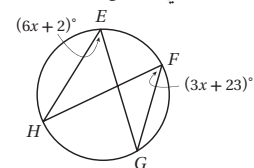
$$\text{بالتبسيط} \quad x = 4$$

إذن قيمة x تساوي 4، فالإجابة هي C، تحقق من إجابتك بتعويض 4 في كل من عبارتي الوترين، ستجد أن طولَي الوترين متساويان.

تمارين ومسائل

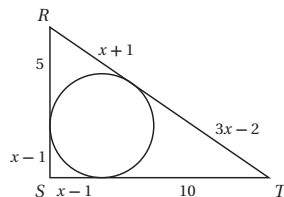
اقرأ كل سؤال ممّا يأتي. ثم اكتب الإجابة الصحيحة في ورقة الإجابة.

1 أوجد قيمة x في الشكل أدناه: D



- 4 A
5 B
6 C
7 D

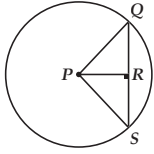
2 يُحيط المثلث RST بالدائرة في الشكل أدناه، ما محيط هذا المثلث؟ B



- 33 وحدة A
36 وحدة B
37 وحدة C
40 وحدة D

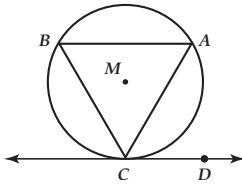
أسئلة الاختيار من متعدد

(4) نصف قطر $\odot P$ في الشكل أدناه يساوي 5، إذا كان $PR = 3$ ، فما طول QS ؟ **C**



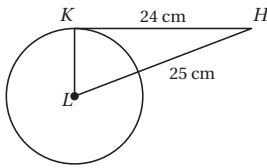
- 8 **C** 4 **A**
10 **D** 5 **B**

(5) في $\odot M$ ، إذا كان: $\widehat{AB} \cong \widehat{BC} \cong \widehat{CA}$ ، وكان $\widehat{CD}$ مماساً لـ $\odot M$ عند النقطة C كما في الشكل أدناه، فما قياس $\angle ACD$ ؟ **B**



- 90° **C** 30° **A**
120° **D** 60° **B**

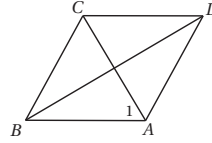
(6) إذا كانت $\overline{HK}$ مماساً للدائرة L في الشكل أدناه، فأوجد القيمة الدقيقة لمحيط $\odot L$. **A**



- 43.96 cm **C** 7 π cm **A**
20 π cm **D** 14 π cm **B**

اقرأ كل سؤال مما يأتي، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة في نموذج الإجابة.

(1) إذا كان $ABCD$ معيناً، وكان $m\angle ABC = 70^\circ$ ، فأوجد $m\angle 1$ ؟ **B**

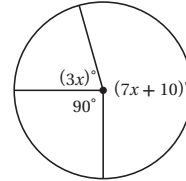


- 70° **C** 45° **A**
125° **D** 55° **B**

(2) يقول محمد: "إذا كنت تقيم في جدة، فإنك تقيم في المملكة العربية السعودية"، أي الافتراضات الآتية تبدأ به برهاناً غير مباشر لهذه العبارة؟ **B**

- A** افترض أن شخصاً لا يقيم في جدة.
B افترض أن شخصاً لا يقيم في المملكة العربية السعودية.
C افترض أن شخصاً لا يقيم في المملكة العربية السعودية، ولا يقيم في جدة.
D افترض أن شخصاً يقيم في السعودية، وقيم في جدة.

(3) أوجد قيمة x في الشكل أدناه: **C**



- 26 **C** 19 **A**
28 **D** 23 **B**

إرشادات للاختيار

السؤال 3: استعمل خصائص الدائرة، لكتابة المعادلة وحلها لإيجاد قيمة x .

تشخيص أخطاء الطلاب

أجر مسحاً شاملاً لإجابات الطلاب عن كل فقرة، فقد تُشير الإجابات إلى أخطاء مفاهيمية.

(1) **A** أخطأ باستعماله $m\angle BAC = 90^\circ$

B صحيحة

C أخطأ

D أخطأ حسابياً

(2) **A** أخطأ، حيث نفى المقدمة وليست النتيجة.

B صحيحة

C لم يفهم البرهان غير المباشر

D تخمين

(3) **A** أخطأ باستعماله المجموع 290° ، بدلاً من المجموع 360°

B أخطأ باستعماله المجموع 330° ، بدلاً من المجموع 360°

C صحيحة

D أخطأ باستعماله المجموع 380° ، بدلاً من المجموع 360°

(4) **A** أخطأ حسابياً

B أخطأ حسابياً

C صحيحة

D خمن

(5) **A** أخطأ باستعماله $m\widehat{AC} = 60^\circ$ وأنه يساوي $m\angle ABC$ المحيطية.

B صحيحة

C أخطأ مفترضاً أن المماس عمودي على وتر الدائرة.

D أخطأ باستعماله $\angle ACD$ زاوية خارجية لـ $\triangle ABC$

(6) **A** أخطأ باستعماله قاعدة محيط الدائرة صحيحة.

C أخطأ حسابياً باستعمال 3.14 بدلاً من π ، وحصل على قيمة تقريبية وليست دقيقة.

D نسي العلاقة بين المماس ونصف القطر الذي طرفه نقطة التماس.

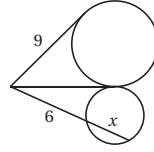
التقويم التكويني

يمكنك تحديد مدى تقدم الطلاب في الفصل 8 من خلال:

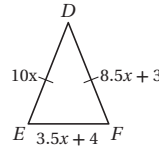
اختبار تراكمي، ص (244-245)

الاختبار التراكمي، ص (81-83)

(11) أوجد قيمة x في الشكل أدناه مفترضاً أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلاً. 7.5



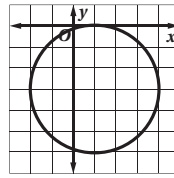
(12) ما طول $\overline{EF}$ في المثلث أدناه؟ 11



أسئلة ذات إجابات مطولة

اكتب إجابتك في نموذج الإجابة مبيناً خطوات الحل.

(13) استعمل الدائرة في الشكل أدناه لحل الأسئلة الآتية:



(a) ما مركز الدائرة؟ $(1, -3)$

(b) ما نصف قطر الدائرة؟ 3 وحدات

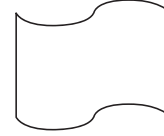
(c) اكتب معادلة الدائرة.

$$(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 9$$

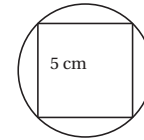
أسئلة ذات إجابات قصيرة

اكتب إجاباتك في نموذج الإجابة.

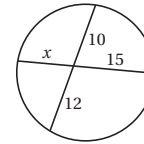
(7) هل للشكل الآتي تماثل دوراني؟ وإذا كان كذلك، فأوجد رتبة هذا التماثل. نعم؛ الرتبة 2



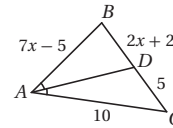
(8) الشكل أدناه مربع محاط بدائرة طول ضلعه 5 cm، ما محيط هذه الدائرة؟ قرب إجابتك إلى أقرب عُشر سنتيمتر. 22.2 cm



(9) أوجد قيمة x في الشكل الآتي، مبيناً خطوات الحل. 8



(10) $\overline{AD}$ تنصف $\angle CAB$ كما في الشكل المجاور، أوجد قيمة x . 3



هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	إذا لم تستطع الإجابة عن...
8-8	3-6	8-5	6-4	8-7	8-4	7-5	8-5	8-6	8-3	8-2	4-4	5-5	فعد إلى الدرس...

44 البرهان:

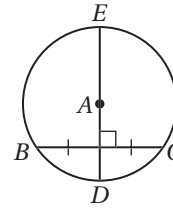
المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\angle BAC \cong \angle DAE$
(2) تعريف تطابق الزوايا	(2) $m\angle BAC = m\angle DAE$
(3) تعريف قياس القوس	(3) $m\angle BAC = m\widehat{BC}$, $m\angle DAE = m\widehat{DE}$
(4) بالتعويض	(4) $m\widehat{BC} = m\widehat{DE}$
(5) تعريف تطابق الأقواس	(5) $\widehat{BC} \cong \widehat{DE}$

الدرس 3-8، ص 199، 200

(23) المعطيات: $\odot A$, $\overline{ED}$ عمود منصف لـ $\overline{BC}$.

المطلوب: $\overline{ED}$ قطر في $\odot A$.

البرهان:

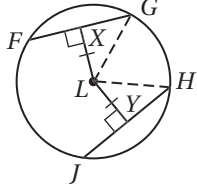


المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\overline{ED}$ عمود منصف لـ $\overline{BC}$
(2) جميع أنصاف أقطار الدائرة متطابقة	(2) تقع A على بعدين متساويين عن B, C
(3) عكس نظرية العمود المنصف	(3) A تقع على العمود المنصف لـ $\overline{BC}$.
(4) تعريف القطر	(4) $\overline{ED}$ قطر للدائرة A

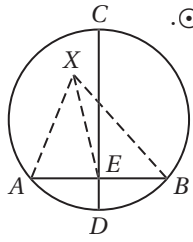
(24) المعطيات: $\odot L$, $\overline{LX} \perp \overline{FG}$, $\overline{LY} \perp \overline{JH}$, $\overline{LX} \cong \overline{LY}$

المطلوب: $\overline{FG} \cong \overline{JH}$

البرهان:



المبررات	العبارات
(1) أنصاف أقطار الدائرة متطابقة	(1) $\overline{LG} \cong \overline{LH}$
(2) معطيات	(2) $\overline{LX} \perp \overline{FG}$, $\overline{LY} \perp \overline{JH}$, $\overline{LX} \cong \overline{LY}$
(3) تعريف المستقيمت المتعامدة	(3) قائمتان $\angle LXG$, $\angle LYH$
(4) نظرية فيثاغورس	(4) $(LX)^2 + (XG)^2 = (LG)^2$, $(LY)^2 + (YH)^2 = (LH)^2$
(5) خاصية التعويض	(5) $(LX)^2 + (XG)^2 =$ $(LY)^2 + (YH)^2$
(6) خاصية التعويض	(6) $(LX)^2 + (XG)^2 =$ $(LX)^2 + (YH)^2$
(7) خاصية الطرح مع المساواة	(7) $(XG)^2 = (YH)^2$
(8) خاصية الجذور التربيعية	(8) $XG = YH$
(9) (SSS)	(9) $\triangle XGL \cong \triangle YHL$
(10) العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة	(10) $\overline{XG} \cong \overline{YH}$
(11) تعريف تطابق القطع المستقيمة	(11) $XG = YH$
(12) خاصية الضرب	(12) $2(XG) = 2(YH)$
(13) كلٌّ من $\overline{LX}$ و $\overline{LY}$ محتواه في نصف قطر الدائرة، ونصف القطر العمودي على الوتر ينصفه	(13) $\overline{LX}$ ينصف $\overline{FG}$ ؛ $\overline{LY}$ ينصف $\overline{JH}$
(14) طول القطعة المستقيمة يساوي مجموع أطول أجزائها	(14) $FG = FX + XG$, $JH = JY + YH$
(15) تعريف تطابق القطع المستقيمة	(15) $FX = XG$, $JY = YH$
(16) تعريف منصف القطعة المستقيمة	(16) $FG = 2(XG)$, $JH = 2(YH)$
(17) بالتعويض	(17) $FG = JH$
(18) تعريف تطابق القطع المستقيمة	(18) $\overline{FG} \cong \overline{JH}$



(28a) **المعطيات:** $\overline{CD}$ عمود منتصف للوتر $\overline{AB}$ في $\odot X$.

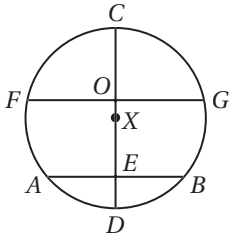
المطلوب: $\overline{CD}$ يمر بالنقطة X .

البرهان:

أفترض أن X لا تقع على $\overline{CD}$.

ارسم $\overline{XE}$ وأنصاف الأقطار $\overline{XA}$, $\overline{XB}$.

بما أن $\overline{CD}$ هو العمود المنصف لـ $\overline{AB}$ و E نقطة منتصف $\overline{AB}$ ، فإن $\overline{AE} \cong \overline{BE}$ ، وكذلك $\overline{XA} \cong \overline{XB}$ ؛ لأن جميع أنصاف أقطار الدائرة متطابقة. $\overline{XE} \cong \overline{XE}$ خاصية الانعكاس؛ لذا $\triangle AXE \cong \triangle BXE$ ، ولأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة، فإن $\angle XEA \cong \angle XEB$ ، وبما أن $\angle XEA$, $\angle XEB$ متجاورتان متطابقتان تكوّنان $\angle AEB$ ، فإن $\overline{XE} \perp \overline{AB}$ ؛ لذا فإن $\overline{XE}$ عمود منتصف لـ $\overline{AB}$ ، لكن $\overline{CD}$ هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$ ، وهذا يناقض كون العمود المنصف للقطعة المستقيمة وحيداً؛ لذا فالفرض خطأ، والمركز X يجب أن يقع على $\overline{CD}$.

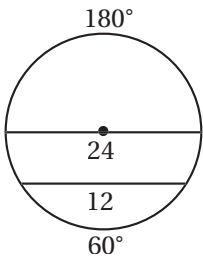


(28b) **المعطيات:** في $\odot X$. نفع X على $\overline{CD}$ و $\overline{FG}$ ينصف $\overline{CD}$ عند O .

المطلوب: O هي النقطة X .

البرهان:

بما أن النقطة X تقع على $\overline{CD}$ ، و C, D تقعان على $\odot X$ ، فإن $\overline{CD}$ قطر للدائرة $\odot X$ ، وبما أن $\overline{FG}$ ينصف $\overline{CD}$ عند O ، فإن O نقطة منتصف $\overline{CD}$ ، وبما أن نقطة منتصف القطر هي مركز الدائرة، فإن O هي مركز الدائرة، لذا فالنقطة O هي النقطة X .



(29) لا؛ إجابة ممكنة: في دائرة نصف قطرها 12،

القوس الذي قياسه 60° يقابل وترًا طوله 12،

إذا أصبح قياس القوس ثلاثة أمثال قياس

القوس الأصلي؛ أي أصبح 180° ، فإن طول الوتر

يساوي 24؛ لأنه أصبح قطرًا، وهذا لا يساوي

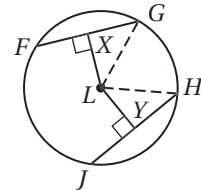
ثلاثة أمثال 12

الدرس 4-8، ص (207 - 203)

إجابة تحقق من فهمك.

(3) **البرهان:**

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\overline{QR} \cong \overline{ST}$, $\overline{PQ} \cong \overline{PT}$
(2) تعريف تطابق الأقواس	(2) $m\widehat{QR} = m\widehat{ST}$, $m\widehat{PQ} = m\widehat{PT}$
(3) إذا قابلت زاويتان محيطتان في دائرة القوس نفسه أو قوسين متطابقين، فإن الزاويتين تكونان متطابقتين.	(3) $m\angle QPR = m\angle TPS$, $m\angle QRP = m\angle TSP$
(4) تعريف تطابق الزوايا	(4) $\angle QPR \cong \angle TPS$, $\angle QRP \cong \angle TSP$
(5) الأقواس المتطابقة تحدها أوتار متطابقة.	(5) $\overline{QR} \cong \overline{ST}$
(5) (AAS)	(6) $\triangle PQR \cong \triangle PTS$



(25) **المعطيات:** $\odot L$, $\overline{FG} \cong \overline{JH}$

$\overline{LX} \perp \overline{FG}$; $\overline{LY} \perp \overline{JH}$

المطلوب: $\overline{LX} \cong \overline{LY}$

$\overline{LH}$, $\overline{LG}$ أنصاف أقطار.

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) أنصاف أقطار، معطيات	(1) $\overline{LG}$, $\overline{LH}$, $\overline{FG} \cong \overline{JH}$
(2) $\overline{LY}$, $\overline{LX}$ محتويان في نصف قطر للدائرة، ونصف القطر العمودي على الوتر ينصفه	(2) $\overline{LX} \perp \overline{FG}$, $\overline{LY} \perp \overline{JH}$ (2) $\overline{FG}$ ينصف $\overline{LX}$ $\overline{JH}$ ينصف $\overline{LY}$
(3) طول القطعة المستقيمة يساوي مجموع أطوال أجزائها	(3) $JY + YH = JH$, $FX + XG = FG$
(4) X منتصف $\overline{FG}$ و Y منتصف $\overline{JH}$	(4) $JY = YH$, $XG = FX$
(5) بالتعويض	(5) $2YX = JH$, $2XG = FG$
(6) خاصية القسمة	(6) $YH = \frac{1}{2}JH$, $XG = \frac{1}{2}FG$
(7) تعريف تطابق القطع المستقيمة	(7) $FG = JH$
(8) خاصية الضرب	(8) $\frac{1}{2}FG = \frac{1}{2}JH$
(9) بالتعويض	(9) $XG = YH$
(10) تعريف تطابق القطع المستقيمة	(10) $\overline{XG} \cong \overline{YH}$
(11) جميع أنصاف أقطار الدائرة متطابقة	(11) $\overline{LG} \cong \overline{LH}$
(12) تعريف المستقيمت المتعامدة	(12) $\angle GXL$, $\angle HYL$ قائمتان
(13) نظرية فيثاغورس	(13) $(XL)^2 + (XG)^2 = (LG)^2$, $(LY)^2 + (YH)^2 = (LH)^2$
(14) خاصية التوزيع	(14) $(XL)^2 + (XG)^2 = (LY)^2 + (YH)^2$
(15) خاصية التوزيع	(15) $(XL)^2 + (XG)^2 = (LY)^2 + (XG)^2$
(16) خاصية الطرح مع المساواة	(16) $(XL)^2 = (LY)^2$
(17) خاصية الجذور التربيعية	(17) $XL = LY$
(18) (SSS)	(18) $\triangle LXG \cong \triangle LYH$
(19) العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة	(19) $\overline{LX} \cong \overline{LY}$

(26) 17.3 تقريباً؛ P و Q تبعدان مسافات متساوية عن نقطتي طرفي $\overline{AB}$ ،

إذن كلاهما واقعة على العمود المنصف للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$ ، لذلك

نجد أن $\overline{PQ}$ هي العمود المنصف للقطعة المستقيمة $\overline{AB}$ ؛ لذا فإن طول

كل جزء من القطعة المستقيمة $\overline{AB}$ يساوي 5

بما أن $\overline{PS}$ عمودي على الوتر $\overline{AB}$ ، حيث S نقطة تقاطع $\overline{PQ}$, $\overline{AB}$ ،

إذن $\angle PSA$ قائمة، و $\triangle PSA$ قائم الزاوية، وتطبيق نظرية فيثاغورس:

$$PS = \sqrt{(PA)^2 - (AS)^2}, \text{ وبالتعويض:}$$

$$PS = \sqrt{11^2 - 5^2} = \sqrt{96}$$

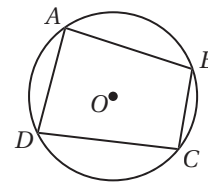
$$SQ = \sqrt{(AQ)^2 - (AS)^2} = \sqrt{9^2 - 5^2} = \sqrt{56}$$

$$PQ = PS + SQ = \sqrt{96} + \sqrt{56} \text{ أو } 17.3 \text{ تقريباً.}$$

(18) البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطيات	$m\angle T = \frac{1}{2} m\angle S$ (1)
(2) خاصية الضرب	$m\angle S = 2m\angle T$ (2)
(3) قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها	$m\angle S = \frac{1}{2} m\widehat{TUR}$, (3)
(4) بالتعويض	$m\angle T = \frac{1}{2} m\widehat{URS}$
(5) خاصية الضرب	$\frac{1}{2} m\widehat{TUR} = 2\left(\frac{1}{2} m\widehat{URS}\right)$ (4)
	$m\widehat{TUR} = 2m\widehat{URS}$ (5)

(27) المعطيات: الشكل الرباعي ABCD



محاط بالدائرة O.

المطلوب: $\angle A$, $\angle C$ متكاملتان،

$\angle B$, $\angle D$ متكاملتان.

البرهان: بتطبيق مسلمة جمع الأقواس، وتعريف قياس القوس

ومجموع الزوايا المركزية، يكون: $m\widehat{DCB} + m\widehat{DAB} = 360^\circ$

وبما أن: $m\angle A = \frac{1}{2} m\widehat{DCB}$ و $m\angle C = \frac{1}{2} m\widehat{DAB}$

فإن: $\frac{1}{2}(m\widehat{DCB} + m\widehat{DAB}) = m\angle C + m\angle A$

ولكن: $m\widehat{DCB} + m\widehat{DAB} = 360^\circ$

إذن: $m\angle C + m\angle A = \frac{1}{2}(360^\circ) = 180^\circ$ وهذا يثبت أن $\angle A$ و $\angle C$

متكاملتان، ولأن مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الرباعي

يساوي 360° ، فإن: $m\angle A + m\angle C + m\angle B + m\angle D = 360^\circ$ ولكن

$m\angle A + m\angle C = 180^\circ$ ، إذن: $m\angle B + m\angle D = 180^\circ$ وهذا يثبت

أن هاتين الزاويتين متكاملتان أيضًا.

(28) البرهان:

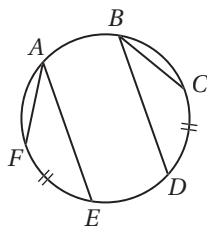
المبررات	العبارات
(1) مسلمة جمع الزوايا	$m\angle ABC = m\angle ABD + m\angle DBC$ (1)
(2) مسلمة جمع الأقواس	$m\widehat{ADC} = m\widehat{AD} + m\widehat{DC}$ (2)
(3) خاصية الضرب	$\frac{1}{2} m\widehat{ADC} = \frac{1}{2} m\widehat{AD} + \frac{1}{2} m\widehat{DC}$ (3)
(4) قياس الزاوية المحيطية التي يكون أحد ضلعيها قطرًا في الدائرة يساوي نصف قياس القوس المقابل (الحالة 1)	$m\angle ABD = \frac{1}{2} m\widehat{AD}$, (4)
	$m\angle DBC = \frac{1}{2} m\widehat{DC}$
(5) خاصية الضرب	$\frac{1}{2} m\widehat{ADC} = m\angle ABD + m\angle DBC$ (5)
(6) بالتعويض (الخطوتان 1, 5)	$\frac{1}{2} m\widehat{ADC} = m\angle ABC$ (6)

(30) المعطيات: $\angle CBD$ و $\angle FAE$

محيطيتان؛ $\widehat{EF} \cong \widehat{DC}$

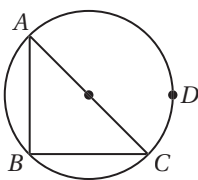
المطلوب: $\angle FAE \cong \angle CBD$

البرهان:



المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\angle CBD$ و $\angle FAE$ محيطيتان،
	$\widehat{EF} \cong \widehat{DC}$
(2) قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها	$m\angle CBD = \frac{1}{2} m\widehat{DC}$ (2)
	$m\angle FAE = \frac{1}{2} m\widehat{EF}$
(3) تعريف تطابق الأقواس	$m\widehat{EF} = m\widehat{DC}$ (3)
(4) خاصية الضرب	$\frac{1}{2} m\widehat{EF} = \frac{1}{2} m\widehat{DC}$ (4)
(5) بالتعويض (الخطوتان 2, 4)	$m\angle FAE = m\angle CBD$ (5)
(6) تعريف تطابق الزوايا	$\angle FAE \cong \angle CBD$ (6)

(31) الجزء I: المعطيات: $\widehat{ADC}$ نصف دائرة.



المطلوب: $\angle ABC$ قائمة.

البرهان: $\widehat{ADC}$ نصف دائرة،

$m\widehat{ADC} = 180^\circ$ ، محيطية، $\angle ABC$

$m\angle ABC = \frac{1}{2} m\widehat{ADC} = 90^\circ$

وهذا يعني أن $\angle ABC$ قائمة.

الجزء II: المعطيات: $\angle ABC$ قائمة.

المطلوب: $\widehat{ADC}$ نصف دائرة.

البرهان: بما أن $m\angle ABC = 90^\circ$ ، إذن قياس القوس المقابل لها

يساوي 180° ، وبما أن قياس القوس المقابل يساوي 180° ، فهو نصف دائرة.

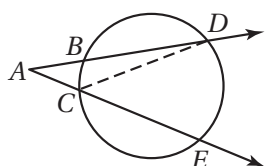
(33) صحيحة دائمًا، جميع زوايا المربع قائمة، إذن زواياه المتقابلة ستكون محيطية مرسومة في نصف دائرة.

(34) صحيحة دائمًا، جميع زوايا المستطيل قائمة، إذن زواياه المتقابلة ستكون محيطية مرسومة في نصف دائرة.

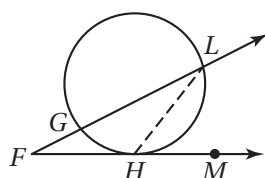
(35) صحيحة أحيانًا، يمكن أن يكون المعين محاطًا بدائرة إذا كان مربعًا. أما إذا لم تكن الزوايا المتقابلة قائمة، فإنها لن تكون مرسومة في نصف دائرة، كما أن مجموع قياس كل زاويتين متقابلتين لا يساوي 180° ، إذن لا يمكن أن يحاط هذا المعين بدائرة.

24 البرهان:

ارسم الوتر $\overline{CD}$



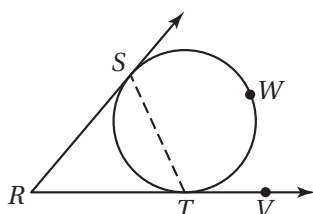
المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{AE}$ قاطعان للدائرة.
(2) قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس الذي تقابله	(2) $m\angle DCE = \frac{1}{2} m\widehat{DE}$ $m\angle ADC = \frac{1}{2} m\widehat{BC}$
(3) نظرية الزاوية الخارجية للمثلث	(3) $m\angle DCE = m\angle ADC + m\angle A$
(4) بالتعويض	(4) $\frac{1}{2} m\widehat{DE} = \frac{1}{2} m\widehat{BC} + m\angle A$
(5) خاصية الطرح	(5) $\frac{1}{2} m\widehat{DE} - \frac{1}{2} m\widehat{BC} = m\angle A$
(6) خاصية التوزيع	(6) $\frac{1}{2} (m\widehat{DE} - m\widehat{BC}) = m\angle A$



25 البرهان:

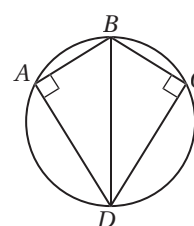
ارسم الوتر $\overline{LH}$

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\overrightarrow{FM}$ مماسٌ للدائرة و $\overrightarrow{FL}$ قاطع لها.
(2) قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها	(2) $m\angle FLH = \frac{1}{2} m\widehat{HG}$ $m\angle LHM = \frac{1}{2} m\widehat{LH}$
(3) نظرية الزاوية الخارجية للمثلث	(3) $m\angle LHM = m\angle FLH + m\angle F$
(4) بالتعويض	(4) $\frac{1}{2} m\widehat{LH} = \frac{1}{2} m\widehat{HG} + m\angle F$
(5) خاصية الطرح	(5) $\frac{1}{2} m\widehat{LH} - \frac{1}{2} m\widehat{HG} = m\angle F$
(6) خاصية التوزيع	(6) $\frac{1}{2} (m\widehat{LH} - m\widehat{HG}) = m\angle F$



26 البرهان:

ارسم الوتر $\overline{ST}$



36 صحيحة أحياناً، الزاويتين A, D المتقابلتين كل

منها قائمة وبالتالي فهما متكاملتين وكل منها محيطية مرسومة في نصف دائرة وفي هذه الحالة يمكن احاطتها بدائرة.

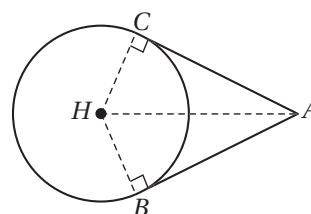
38 المثلث الذي زواياه $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ هو

مثلث قائم الزاوية ومتطابق الساقين، وبالتالي يمكن أن يُحاط بدائرة يكون فيها قوسان أصغر من متطابقين قياس كل منهما 90° ، من النظرية 8.8، الزاوية المحيطية في مثلث تقابل قطراً أو نصف دائرة، إذا وفقط إذا كانت قائمة. إذن وتر المثلث القائم الزاوية ينطبق على قطر الدائرة. وباستعمال حساب المثلثات، فإن طول ساق المثلث يساوي

$$2r \cdot \sin 45^\circ = \sqrt{2} r$$

40 الزاوية المحيطية يقع رأسها على الدائرة، أما الزاوية المركزية فيقع رأسها عند مركز الدائرة، وإذا كانت الزاوية المحيطية والزاوية المركزية تقابلان القوس نفسه، فإن قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية.

الدرس 8-5، ص (214)



22 البرهان: ارسم $\odot H$ ، ثم ارسم

كل من المماسين $\overline{AC}$ عند النقطة C، و $\overline{AB}$ عند النقطة B

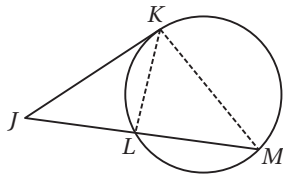
المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\overline{AC}$ مماسٌ للدائرة H عند C، و $\overline{AB}$ مماسٌ للدائرة H عند B
(2) أي نقطتين يمرُّ بهما مستقيم واحد	(2) ارسم $\overline{AH}$, $\overline{BH}$, $\overline{CH}$.
(3) مماس الدائرة عمودي على نصف القطر عند نقطة التماس	(3) $\overline{AC} \perp \overline{CH}$, $\overline{AB} \perp \overline{BH}$
(4) تعريف تعامد المستقيمتان	(4) $\angle ACH$, $\angle ABH$ قائمتان
(5) جميع أنصاف أقطار الدائرة متطابقة	(5) $\overline{CH} \cong \overline{BH}$
(6) خاصية الانعكاس	(6) $\overline{AH} \cong \overline{AH}$
(7) (HL)	(7) $\triangle ACH \cong \triangle ABH$
(8) العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين متطابقة	(8) $\overline{AC} \cong \overline{AB}$

25 البرهان: افترض أن ℓ ليس مماساً لـ $\odot S$ عند T؛ لذا يجب أن

يقطع الدائرة في نقطة أخرى ولتكن Q، إذن $ST = SQ$ ، ولكن إذا كانت $\ell \perp \overline{ST}$ ، فإن $\overline{ST}$ يجب أن تكون أقصر قطعة مستقيمة من S إلى ℓ ، وبما أن Q، T نقطتان مختلفتان واقعتان على ℓ ، فإن هذا تناقض؛ لذا ℓ مماس لـ $\odot S$.

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\widehat{MHT}$ نصف دائرة؛ $\overline{RH} \perp \overline{TM}$
(2) الزاوية المحيطية التي تقابل نصف دائرة تكون قائمة	(2) $\angle THM$ قائمة.
(3) تعريف تعامد مستقيمين	(3) $\angle TRH$ قائمة
(4) جميع الزوايا القائمة متطابقة	(4) $\angle THM \cong \angle TRH$
(5) خاصية الانعكاس	(5) $\angle T \cong \angle T$
(6) مسلمة التشابه AA	(6) $\triangle TRH \sim \triangle THM$
(7) تعريف المضلعات المتشابهة	(7) $\frac{TR}{TH} = \frac{RH}{HM}$
(8) بالضرب التبادلي والتبسيط	(8) $\frac{TR}{RH} = \frac{TH}{HM}$

الدرس 7-8 ، ص (228)



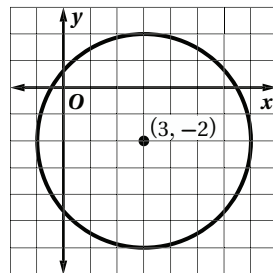
(17) البرهان:

الرسم الوترين KM ، KL

المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\overline{JK}$ مماس و $\overline{JM}$ قاطع
(2) قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها	(2) $m\angle KML = \frac{1}{2} m\widehat{KL}$
(3) قياس الزاوية المتكونة من القاطع والمماس، يساوي نصف قياس القوس المقابل لها	(3) $m\angle JKL = \frac{1}{2} m\widehat{KL}$
(4) بالتعويض	(4) $m\angle KML = m\angle JKL$
(5) تعريف تطابق الزوايا	(5) $\angle KML \cong \angle JKL$
(6) خاصية الانعكاس	(6) $\angle J \cong \angle J$
(7) مسلمة التشابه AA	(7) $\triangle JMK \sim \triangle JKL$
(8) تعريف تشابه المثلثات	(8) $\frac{JK}{JL} = \frac{JM}{JK}$
(9) بالضرب التبادلي	(9) $JK^2 = JL \cdot JM$

الدرس 8-8 ، ص (233-235)

(7) 4; (-2, 3)



المبررات	العبارات
(1) معطيات	(1) $\overrightarrow{RS}$ ، $\overrightarrow{RV}$ مماسان للدائرة.
(2) قياس الزاوية بين المماس والقاطع عند نقطة التماس يساوي نصف قياس القوس المقابل	(2) $m\angle STV = \frac{1}{2} m\widehat{SWT}$ $m\angle RST = \frac{1}{2} m\widehat{ST}$
(3) نظرية الزاوية الخارجية للمثلث	(3) $m\angle STV = m\angle RST + m\angle R$
(4) بالتعويض	(4) $\frac{1}{2} m\widehat{SWT} = \frac{1}{2} m\widehat{ST} + m\angle R$
(5) خاصية الطرح	(5) $\frac{1}{2} m\widehat{SWT} - \frac{1}{2} m\widehat{ST} = m\angle R$
(6) خاصية التوزيع	(6) $\frac{1}{2} (m\widehat{SWT} - m\widehat{ST}) = m\angle R$

(27) البرهان:

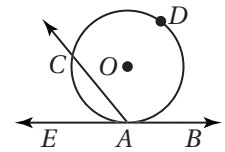
(27a) البرهان: $\angle DAB$ قائمة قياسها 90° و $\widehat{DCA}$ نصف دائرة قياسه 180°

إذا كان المستقيم مماساً $\odot O$ ، فإنه عمودي على نصف قطرها عند نقطة التماس، ولأن $\angle CAB$ حادة، فإن النقطة C تقع داخل $\angle DAB$ ، إذن بتطبيق مسلمة إضافة الزوايا والأقواس يكون:

$$\begin{aligned}
 m\angle DAB &= m\angle DAC + m\angle CAB \\
 \text{و } m\widehat{DCA} &= m\widehat{DC} + m\widehat{CA} \text{ وبالتعويض} \\
 90^\circ &= m\angle DAC + m\angle CAB \\
 180^\circ &= m\widehat{DC} + m\widehat{CA} \\
 \text{إذن: } 90^\circ &= \frac{1}{2} m\widehat{DC} + \frac{1}{2} m\widehat{CA} \text{ خاصية الضرب.} \\
 m\angle DAC + m\angle CAB &= \frac{1}{2} m\widehat{DC} + \frac{1}{2} m\widehat{CA} \text{ بالتعويض.} \\
 m\angle DAC &= \frac{1}{2} m\widehat{DC} \text{ (لأن } \angle DAC \text{ محيطية)، وبالتعويض ينتج أن:} \\
 \frac{1}{2} m\widehat{DC} + m\angle CAB &= \frac{1}{2} m\widehat{DC} + \frac{1}{2} m\widehat{CA} \text{ ومن خاصية الطرح ينتج أن:} \\
 m\angle CAB &= \frac{1}{2} m\widehat{CA}
 \end{aligned}$$

(27b) المعطيات: $\overrightarrow{AB}$ مماس لـ $\odot O$.

$\overrightarrow{AC}$ قاطع لـ $\odot O$. $\angle CAB$ منفرجة.
المطلوب: إثبات أن:
 $m\angle CAB = \frac{1}{2} m\widehat{CDA}$



البرهان: $\angle CAB$ و $\angle CAE$ زاويتان متجاورتان على مستقيم، إذن:

$$m\angle CAB + m\angle CAE = 180^\circ \text{، ولأن } \angle CAB \text{ منفرجة، فإن } \angle CAE \text{ حادة.}$$

وبتطبيق حالة (1) يكون:

$$m\angle CAE = \frac{1}{2} m\widehat{CA} \text{،}$$

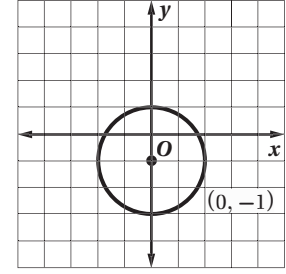
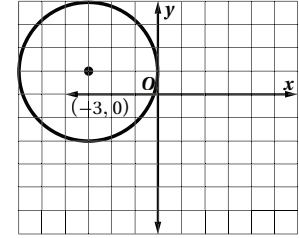
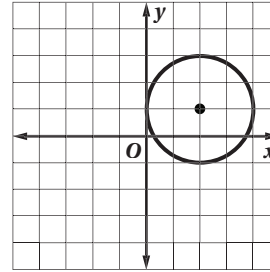
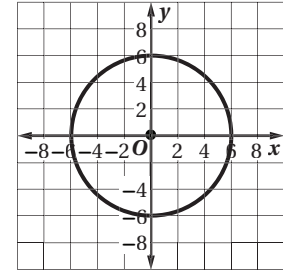
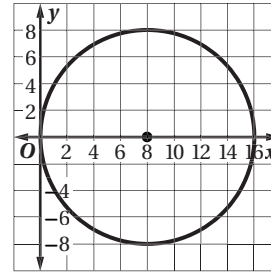
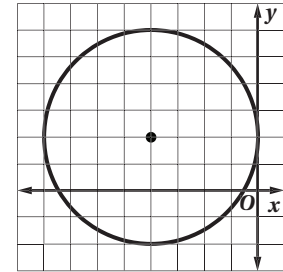
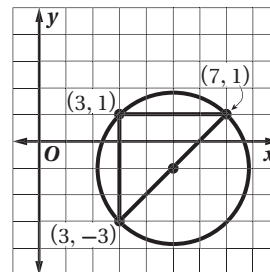
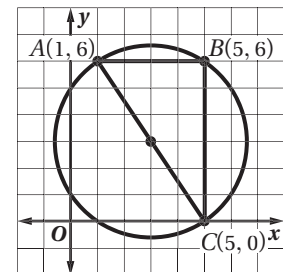
$$m\widehat{CA} + m\widehat{CDA} = 360^\circ \text{،}$$

$$\frac{1}{2} m\widehat{CA} + \frac{1}{2} m\widehat{CDA} = 180^\circ \text{ (بالضرب)}$$

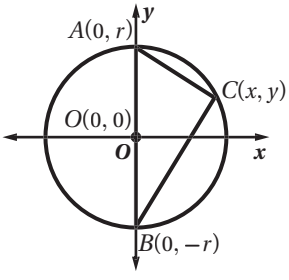
و $m\angle CAE + \frac{1}{2} m\widehat{CDA} = 180^\circ$ بالتعويض واستعمال خاصية التعدي ينتج أن:

$$m\angle CAB + m\angle CAE = m\angle CAE + \frac{1}{2} m\widehat{CDA}$$

$$m\angle CAB = \frac{1}{2} m\widehat{CDA} \text{ (بالطرح)}$$

(8) $(0, -1); 2$ (9) المركز $(-3, 0)$; نصف القطر 3(21) $2; (2, 1)$ (20) $6; (0, 0)$ (23) $8; (8, 0)$ (22) $4; (-4, 2)$ (25) $(x-5)^2 + (y+1)^2 = 8$ (24) $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 13$ (31) المعطيات: $\overline{AB}$ قطر في $\odot O$ ،نقطة على $\odot O$.المطلوب: قائمة $\angle ACB$.

البرهان:



المبررات	العبارات
(1) صيغة الميل	(1) بما أن ميل $\overline{AC}$ يساوي $\frac{y-r}{x}$
(2) صيغة الميل	(2) وميل $\overline{CB}$ يساوي $\frac{y-(-r)}{x} = \frac{y+r}{x}$ فإنه
(3) بالضرب.	(3) $\frac{y-r}{x} \cdot \frac{y+r}{x} = \frac{y^2 - r^2}{x^2}$
(4) $r^2 = x^2 + y^2$	(4) $= \frac{y^2 - (x^2 + y^2)}{x^2}$
(5) $-(x^2 + y^2) = -x^2 - y^2$	(5) $= \frac{y^2 - x^2 - y^2}{x^2}$
(6) بالتبسيط	(6) $\frac{-x^2}{x^2} = -1$

بما أن حاصل ضرب ميلَي $\overline{AC}$ و $\overline{CB}$ يساوي -1، فإن $\overline{CB} \perp \overline{AC}$ و $\angle ACB$ قائمة.

(33) إجابة ممكنة: لرسم الدائرة يرسم العمودين المنصفين لضلعين في المثلث، فتكون نقطة تقاطعهما مركز الدائرة.

