

**السؤال الأول :** مكعب  $ABCDEFGH$  مكعب طول حرفه 2 حيث  $O$  منتصف القطر  $[HB]$

في المعلم المتجانس  $(A, \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE})$

(١) عين إحداثيات جميع النقاط السابقة

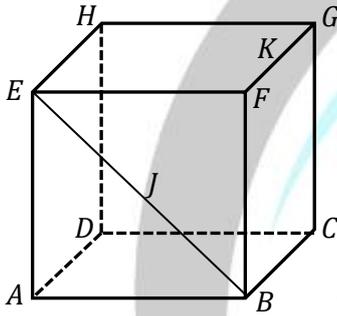
(٢) عين إحداثيات  $M$  التي تحقق العلاقة  $\overrightarrow{HM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{HB}$

(٣) عين إحداثيات  $P$  المسقط القائم ل  $M$  على المستوي  $ABCD$

(٤) عين إحداثيات  $Q$  المسقط القائم ل  $P$  على  $(AD)$  ثم أحسب طول  $[MQ]$

(٥) أوجد نقطة  $N$  من المستقيم  $(AB)$  متساوية البعد عن النقطتين  $M, D$

(٦) أوجد إحداثيات  $R$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط  $(A, 1), (B, -2), (C, 3)$



**السؤال الثاني :** مكعب  $ABCDEFGH$  مكعب حيث  $J$  منتصف  $[EB]$  و  $K$  منتصف  $[FG]$

في المعلم المتجانس  $(D, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DH})$

(١) أوجد إحداثيات جميع النقاط السابقة

(٢) بفرض  $I$  مركز ثقل المثلث  $ACH$  أثبت أن  $F, I, D$  تقع على استقامة واحدة

(٣) أثبت أن  $\overrightarrow{JK}, \overrightarrow{BG}, \overrightarrow{EF}$  مرتبطة خطياً

**السؤال الثالث :**  $ABCDEFHG$  متوازي مستطيلات فيه  $AB = 3, BC = GC = 4, \hat{DAB} = 45$

حيث  $I$  منتصف  $[EF]$

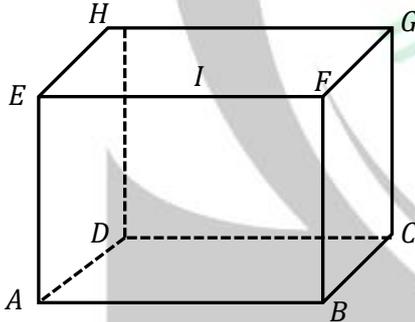
(١) أحسب  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$

(٢) عين موضع النقطة  $M$  التي تحقق العلاقة  $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{GH}$

(٣) أعد الطالبين السابقين في معلم متجانس تختاره

(٤) أحسب  $\overrightarrow{ID} \cdot \overrightarrow{IC}$  ثم استنتج  $\cos \hat{DIC}$

(٥) هل الأشعة  $\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{BG}, \overrightarrow{EI}$  مرتبطة خطياً



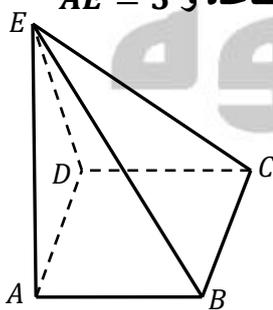
**السؤال الرابع :**  $E-ABCD$  هرم رأسه  $E$  قاعدته مربع طول ضلعه 3 حيث  $[AE]$  عمودي على القاعدة و  $AE = 3$

(١) أحسب  $\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{EC}$  و  $\overrightarrow{EB} \cdot \overrightarrow{BA}$

(٢) أحسب حجم رباعي الوجوه

(٣) في المعلم المتجانس  $(A, \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AE})$  جد إحداثيات جميع النقاط

(٤) لتكن  $H$  منتصف  $[EB]$  أثبت أن  $\overrightarrow{AH}$  يعامد  $\overrightarrow{EB}$



**السؤال الخامس :** نتأمل في معلم النقاط  $A(3, 2, 1), B(1, 3, 0), C(a, 5, -2), D(2, 3, 5)$

(١) أثبت أن  $A, B, D$  لا تقع على استقامة واحدة (عين مستوي)

(٢) أوجد  $a$  ليكون الشعاعان  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$  مرتبطان خطياً

(٣) إذا علمت أن  $a = -3$  أثبت أن الأشعة  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$  مرتبطة خطياً

(٤) عين قيمة الوسيط  $m$  كي تنتمي النقطة  $M(-1, 3, m)$  إلى المستوي  $(ABD)$

**السؤال الأول :** أنشئ  $G$  مركز الأبعاد المتناسبة في كل من الحالات التالية :

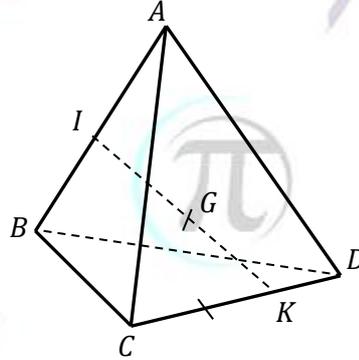
- (١)  $G$  م . أ . م للنقطتين  $(A, -2)$  ,  $(B, -2)$
- (٢)  $G$  م . أ . م للنقطتين  $(A, 2)$  ,  $(B, -1)$
- (٣)  $G$  م . أ . م لنقاط المثلث  $(A, 2)$  ,  $(B, 2)$  ,  $(C, 2)$
- (٤)  $G$  م . أ . م لنقاط المثلث  $(A, 3)$  ,  $(B, 1)$  ,  $(C, -2)$
- (٥)  $G$  م . أ . م لنقاط رباعي الوجوه  $(A, 1)$  ,  $(B, 1)$  ,  $(C, 1)$  ,  $(D, 1)$
- (٦)  $G$  م . أ . م لنقاط رباعي الوجوه  $(A, 2)$  ,  $(B, 3)$  ,  $(C, -3)$  ,  $(D, 3)$
- (٧)  $G$  م . أ . م لنقاط رباعي الوجوه  $(A, 1)$  ,  $(B, 1)$  ,  $(C, 1)$  ,  $(D, -2)$

**السؤال الثاني :** أثبت أن  $G$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط  $(A, \alpha)$  ,  $(B, \beta)$  ,  $(C, \gamma)$  ,  $(D, \lambda)$  بعد إيجاد تثقيلات النقاط في كل من الحالات التالية :

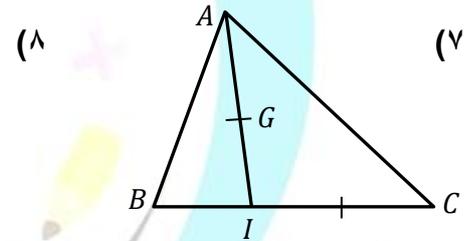
$$\overline{AB} + 2\overline{GA} = -\overline{AG} \quad (٣) \quad 2\overline{GA} = \frac{-3}{2}\overline{BA} \quad (٢) \quad \overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AB} \quad (١)$$

$$2\overline{BG} + \overline{AC} - 2\overline{GD} = \vec{0} \quad (٥) \quad \overline{AG} + 2\overline{GB} - 3\overline{AC} = \vec{0} \quad (٤)$$

(٩)  $GABC$  متوازي أضلاع



$$A \text{ --- } G \text{ --- } B \quad (٦)$$



**السؤال الثالث :** عين مجموعة النقاط في الفراغ في كل من الحالات التالية :

$$\| -2\overline{MA} - 2\overline{MB} - 2\overline{MC} \| = 6 \quad (١) \text{ مثلث } ABC \text{ حيث :}$$

$$\| \overline{MA} + 2\overline{MB} - \overline{MC} \| = \| \overline{AB} \| \quad (٢) \text{ مثلث } ABC \text{ حيث :}$$

$$\| \overline{MA} + \overline{MB} + 3\overline{MC} \| = \frac{5}{3} \| 2\overline{MD} + \overline{MC} \| \quad (٣) \text{ رباعي وجوه حيث :}$$

$$\| \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD} \| = \| 3\overline{MA} - \overline{MB} - \overline{MC} - \overline{MD} \| \quad (٤) \text{ رباعي وجوه حيث :}$$

**السؤال الرابع :** نتأمل في معلم النقاط  $D(0, 4, 5)$   $C(4, 3, 5)$   $B(10, 4, 3)$   $A(1, 5, 4)$

(١) أثبت أن الأشعة مرتبطة خطياً  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{AD}$

(٢) استنتج أن  $D$  مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة  $(A, \alpha)$  ,  $(B, \beta)$  ,  $(C, \gamma)$  وذلك بعد إيجاد الثوابت

$$\begin{cases} P : 7x + 3y - z - 1 = 0 \\ Q : 6x - 11y - 9z - 5 = 0 \end{cases} \quad \text{السؤال الخامس : في معلم متجانس ليكن لدينا المستويان}$$

(١) أثبت أن المستويين متعامدين

(٢) أثبت أن الشعاع  $\vec{n} \left( -3, \frac{11}{2}, \frac{9}{2} \right)$  يعامد المستوي  $Q$

(٣) أثبت أن الشعاعين  $\vec{u}(1, -2, -5)$  و  $\vec{v} \left( 2, -\frac{3}{2}, 1 \right)$  متعامدين

(٤) أثبت أن  $\vec{k}(2, -3, 5)$  يعامد المستوي  $ABC$  حيث  $A(1, 1, \frac{-3}{5})$   $B(2, 1, -1)$   $C(0, 3, 1)$

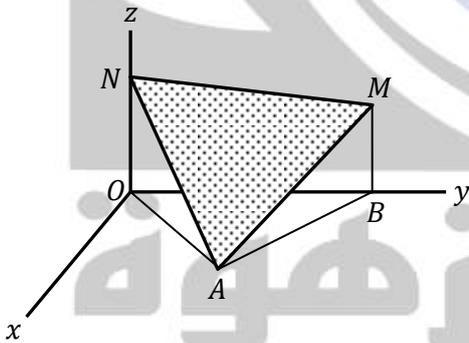
**السؤال الأول :** نتأمل في معلم متجانس النقاط  $A(2, 1, -1)$   $B(3, -1, 1)$  والمستوي  $P : x + 3y - 2z + 1 = 0$

- (١) أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $(AB)$
- (٢) أثبت أن  $C(2, -1, 0)$  تنتمي للمستوي  $P$  ثم أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $d$  المار من  $C$  معامداً للمستوي  $P$
- (٣) أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم  $\Delta$   $\begin{cases} P : x + 3y - 2z + 1 = 0 \\ Q : x - y - z = 0 \end{cases}$
- (٤) أثبت أن المستويين  $P$  و  $Q$  متعامدان ثم أكتب معادلة المستقيم  $\Delta$  المار من  $C$  عمودياً على  $\Delta$
- (٥) عين نقطة تقاطع المستقيمين  $\Delta$  و  $\Delta$

**السؤال الثاني :** نتأمل في معلم متجانس  $A(1, -1, 2)$   $B(2, 0, 4)$   $C(1, 1, 1)$  والمستوي  $P : x - y + 3z - 4 = 0$

- (١) أكتب معادلة المستوي المحوري ل  $[AB]$
- (٢) أثبت أن  $ABC$  تعين مستوي ثم أكتب معادلته
- (٣) أكتب معادلة المستوي  $Q$  المار من  $A$  موازياً للمستوي  $P$
- (٤) أكتب معادلة المستوي  $R$  المار من النقطتين  $B$  و  $A$  عمودياً على المستوي  $P$
- (٥) أكتب معادلة المستوي المحدد بتقاطع المستقيمين  $d$   $\begin{cases} x = 4 - 5s \\ y = 3 - 2s \\ z = 2s - 1 \end{cases}$  و  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 - t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$
- (٦) أثبت أن المثلث  $ABC$  قائم ثم احسب مساحته
- (٧) أحسب بعد النقطة  $D(2, -3, 1)$  عن المستوي  $ABC$  ثم احسب حجم رباعي الوجوه  $D - ABC$

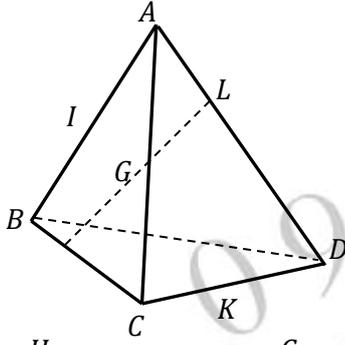
**السؤال الثالث :** في معلم متجانس لتكن النقاط  $A(1, 3, 0)$   $B(0, 6, 0)$   $N(O, 0, 3)$   $M(0, 6, 2)$



- (١) أكتب معادلة المستوي  $(AMN)$
- (٢) أكتب معادلة الكرة  $W_1$  التي مركزها  $A$  وتمر بالنقطة  $B$
- (٣) أثبت أن  $D(1, 4, -3)$  تنتمي للكرة  $W_1$
- ثم أكتب معادلة المستوي المماس للكرة  $W_1$  عند النقطة  $D$
- (٤) أكتب معادلة الكرة  $W_2$  التي قطرها  $[MN]$
- (٥) أثبت أن المستوي  $P : 6y - z + 3 = 0$  مماس للكرة  $W_2$
- (٦) أحسب بعد  $O$  عن المستوي  $(AMN)$
- ثم أكتب معادلة الكرة التي مركزها  $O$  وتمس المستوي  $(AMN)$
- (٧) أكتب معادلة الاسطوانة الناتجة عن دوران  $[OB]$  حول  $[ON]$
- (٨) أكتب معادلة المخروط الناتج عن دوران  $[BM]$  حول  $[OB]$
- (٩) أحسب حجم رباعي الوجوه  $A - BMNO$

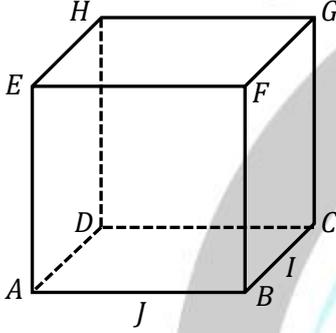
**السؤال الرابع :** في معلم متجانس لتكن النقاط  $A(1, 1, 1)$   $B(0, -1, -1)$   $C(1, 2, 3)$

- (١) أعط معادلة للمجموعة  $P$  المكونة من النقاط  $M(x, y, z)$  التي تحقق  $MA = MB$  ، ماذا تمثل المعادلة السابقة ؟
- (٢) أعط معادلة للمجموعة  $W_1$  المكونة من النقاط  $M(x, y, z)$  التي تحقق  $MA = BC$  ، ماذا تمثل المعادلة السابقة ؟
- (٣) أعط معادلة للمجموعة  $W_2$  المكونة من النقاط  $M(x, y, z)$  التي تحقق  $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = 0$  ، ماذا تمثل المعادلة السابقة ؟
- (٤) أعط معادلة للمجموعة  $W_2$  المكونة من النقاط  $M(x, y, z)$  التي تحقق  $MA = 2MB$  ، ماذا تمثل المعادلة السابقة ؟



**السؤال الأول :**  $ABCD$  رباعي وجوه فيه  $I, K$  منتصفا الحرفين  $[AB], [CD]$  بالترتيب  
حيث  $\vec{AL} = \frac{1}{3}\vec{AD}$  و  $\vec{CJ} = \frac{2}{3}\vec{CB}$  و  $G$  هي منتصف  $[IL]$

أثبت أن  $G, I, K$  تقع على استقامة واحدة بثلاث طرق



**السؤال الثاني :**  $ABCDEFGH$  مكعب فيه  $J, I$  منتصفا الحرفين  $[AB], [BC]$  بالترتيب  
حيث  $K$  هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط  $(A, 1), (B, 2), (C, 1), (H, 1)$

أثبت أن  $J, H, I, K$  تقع في واحد بثلاث طرق

**السؤال الثالث :** في معلم متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لتكن  $A(3, 2, 0)$

(١) أثبت أن  $B(2, 0, 1)$  من المستقيم  $(d)$  هي المسقط القائم للنقطة  $A$  على المستقيم  $d$   $\begin{cases} x = 2t \\ y = -t + 1 \\ z = 1 \end{cases}$

ثم أحسب بعد  $A$  عن  $(d)$

(٢) أثبت أن  $C(3, \frac{3}{2}, \frac{1}{2})$  من المستوي  $(MND)$  هي المسقط القائم للنقطة  $A$  على المستوي  $(MND)$  حيث

$M(-1, -2, -3), N(-1, 1, 0), D(0, 1, 0)$  ثم أكتب معادلة المستوي  $(MND)$  واحسب بعد  $A$  عن المستوي  $(MND)$  بطريقتين

**السؤال الرابع :** في معلم متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

(١) أوجد إحداثيات  $\hat{A}$  المسقط القائم للنقطة  $A(1, 0, -1)$  على المستقيم  $d$   $\begin{cases} x = 2t \\ y = -t + 1 \\ z = 1 \end{cases}$

(٢) أوجد إحداثيات  $\hat{B}$  المسقط القائم للنقطة  $B(2, -1, 0)$  على المستوي  $P : x - y + 3z - 4 = 0$

(٣) أوجد بعد  $C(2, 2, -1)$  عن المستقيم الفصل المشترك للمستويين المتقاطعين  $\begin{cases} R : x - y + z = 0 \\ Q : 3x + z - 1 = 0 \end{cases}$

**السؤال الخامس :** في معلم متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لتكن  $A(2, 1, 2)$  والمستويين  $\begin{cases} P : x + y - 2z - 1 = 0 \\ Q : x + y + z = 0 \end{cases}$

(١) أثبت أن المستويين متعامدين

(٢) أحسب بعد  $A$  عن كل من المستويين

(٣) استنتج بعد  $A$  عن الفصل المشترك للمستويين

**السؤال السادس :** في معلم متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  لتكن  $A(1, 0, -1), B(2, 2, 3), C(3, 1, -2), D(-4, 2, 1)$

(١) أثبت أن المثلث  $ABC$  قائم ثم احسب مساحته

(٢) أثبت أن  $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$  ناظم على المستوي  $(ABC)$  واستنتج معادلة المستوي  $(ABC)$

(٣) أحسب بعد النقطة  $D$  عن المستوي  $(ABC)$  ثم احسب حجم رباعي الوجوه  $DABC$

السؤال الأول : ادرس الوضع النسبي لكل من المستقيمين  $\Delta$  ,  $d$  و عين نقطة تقاطعهما في حال كونهما متقاطعين :

$$\Delta \begin{cases} x = s \\ y = -3s - 3 \\ z = -s + 1 \end{cases} \text{ و } d \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -3t + 2 \\ z = -3t + 3 \end{cases} \quad \Delta \begin{cases} x = 3s + 2 \\ y = -s - 1 \\ z = s + 1 \end{cases} \text{ و } d \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t - 3 \\ z = -t + 2 \end{cases} \quad \bullet$$

$$\Delta \begin{cases} x = -9s + 4 \\ y = -12s + 4 \\ z = 3s \end{cases} \text{ و } d \begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = 4t \\ z = -t + 1 \end{cases} \quad \Delta \begin{cases} x = \frac{1}{2}s + \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2}s + \frac{1}{2} \\ z = s \end{cases} \text{ و } d \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 3t - 1 \end{cases} \quad \bullet$$

السؤال الثاني : ادرس الوضع النسبي للمستقيم  $d$  والمستوي  $P$  و عين نقطة تقاطعهما في حال كونهما متقاطعين :

$$P : 2x + 3y - z = 0 \text{ و } d \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t + 1 \\ z = 8t - 3 \end{cases} \quad P : x - y + z - 1 = 0 \text{ و } d \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$$

السؤال الثالث : ادرس الوضع النسبي لكل من المستويين  $P$  ,  $Q$  و عين تمثيلاً وسيطياً لفصلهما المشترك في حال كونهما متقاطعين :

$$\begin{cases} P : x + y - 2z - 1 = 0 \\ Q : 2x + 2y - 4z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} P : x + y - 2z = 3 \\ Q : x - y - 2z = 5 \end{cases}$$

السؤال الرابع : بين إذا كانت المستويات  $P$  ,  $Q$  ,  $R$  متقاطعة بنقطة أم متقاطعة بفصل مشترك أم غير متقاطعة و عين نقطة التقاطع أو الفصل المشترك في حال كونها متقاطعة :

$$\begin{cases} P : 2x - y + 3z = 0 \\ Q : x + 2y + z = 0 \\ R : 3x - 4y + 5z = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} P : -x + 2y + 3z - 5 = 0 \\ Q : 3x - y - 4z + 5 = 0 \\ R : 2x + 3y - 2z + 2 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} P : x + y - 2z = -1 \\ Q : 3x + y - z = -1 \\ R : -2x - 2y + 4z = 1 \end{cases}$$

السؤال الخامس : نتأمل في معلم متجانس  $A(1, 2, 0)$  والمستويات  $\begin{cases} P : 2x - y + 2z - 2 = 0 \\ Q : x + y + z - 1 = 0 \\ R : x - z - 1 = 0 \end{cases}$

(١) أثبت أن المستويين  $P$  ,  $Q$  يتقاطعان بفصل مشترك  $\Delta$  و اكتب تمثيلاً وسيطياً له

(٢) تحقق أن المستوي  $R$  يعامد  $\Delta$  ويمر بالنقطة  $A$

(٣) أثبت أن المستويات  $P$  ,  $Q$  ,  $R$  تتقاطع بنقطة  $I$  يطلب تعيين إحداثياتها

(٤) استنتج بعد النقطة  $A$  عن المستقيم  $\Delta$

السؤال السادس : ليكن لدينا المستقيمان  $\Delta$  ,  $d$  حيث  $\Delta \begin{cases} x = s \\ y = -3s - 3 \\ z = -s + 1 \end{cases} \text{ و } d \begin{cases} x = t + 1 \\ y = -3t + 2 \\ z = -3t + 3 \end{cases}$

هل المستقيمان  $\Delta$  ,  $d$  يقعان في مستوي واحد ؟ علل